

Índex

1	Introducció	4
1.1	Antecedents	4
1.2	Objecte	4
1.3	Especificacions i abast	4
2	Materials compòsits	5
3	L'assaig CAI	6
3.1	L'estàndard	6
3.2	La problemàtica actual	6
3.3	Solució proposada	7
4	Vinclament	9
4.1	Càrrega crítica d'Euler	9
4.2	Càrrega crítica de Timoshenko and Gere	9
4.3	Plaques ortotròpiques	11
5	Adaptació de l'utillitge	12
5.1	Utillitge original	12
5.2	Utillitge nou	14
5.3	Acoblament garres	14
6	Anàlisi amb elements finits	16
6.1	Material	16
6.2	Condicions de contorn	16
6.3	Mallat	17
6.4	Vinclament valors propis	17
6.4.1	Mètode dels valors propis	17
6.4.2	Resultats	18
6.5	Anàlisi no lineal	20
6.5.1	Imperfecció	20

6.5.2	Resultats	20
6.5.3	Validació analítica	20
6.6	Criteri de falla	22
6.7	Valoració dels resultats	23
7	Efecte del dany	24
7.1	Propagació del dany	24
7.1.1	Eines basades en la mecànica de la fractura lineal	24
7.2	Elements cohesius	24
7.3	Mallat	25
7.4	Material i condicions de contorn	25
7.5	Procediment	25
7.6	Discrepàncies amb el model shell	27
7.7	Anàlisi explícit	27
7.8	Definició de les propietats	28
7.8.1	Model material cohesiu	28
7.9	Model superfície cohesiva	28
7.10	Resultats	28
7.10.1	Model superfície cohesiva	28
7.10.2	Model material cohesiu	30
7.10.3	Valoració	30
8	Resum del pressupost	31
9	Conclusions	32
9.1	Treballs futurs	32
10	Relació de documents	33
A	Criteri de falla LaRC-03	35
A.1	Falla transversal a tracció	35
A.2	Falla transversal a compressió	35
A.3	Falla longitudinal a tracció	36

A.4 Falla longitudinal a compressió	36
B Pressupost	37

1. INTRODUCCIÓ

1.1 Antecedents

Actualment està cada cop més estès l'ús d'estructures de material de matriu polimèrica reforçats amb fibra de carboni, ja que aquests materials posseeixen excel·lents propietats específiques, tenen elevats valors de resistència i rigidesa amb baix pes.

El grup de recerca AMADE de la Universitat de Girona està especialitzat en la caracterització de materials compòsits. Per avaluar la resistència i la tolerància al dany d'aquestes estructures, típicament es realitzen dos assajos: impacte a baixa velocitat i compressió després d'impacte (CAI per les sigles en anglès de *Compression After Impact*), respectivament. L'objectiu de l'assaig CAI és obtenir la resistència residual a compressió de l'estructura.

El laboratori d'AMADE disposa d'un utilitatge per realitzar assajos del tipus CAI. Habitualment s'assagen provetes de material compòsit de dimensions 150 mm x 100 mm amb un gruix d'entre 4 i 6 mm. Aquestes dimensions corresponen a l'estàndard d'utilització a la indústria aeronàutica.

La tendència actual de la indústria és la d'utilitzar laminats cada vegada més prims, per sota de 2 mm en alguns casos. La principal dificultat lligada a aquest assaig és la forta dependència amb el gruix de l'estructura, ja que si és molt petit pot afavorir l'aparició de vinclament abans de la falla a compressió. Per tant, l'adequat disseny de l'útil és d'especial importància i és necessari poder proporcionar un utilitatge capaç de realitzar assajos de compressió després d'impacte amb laminats prims.

1.2 Objecte

En aquest sentit, el present projecte té com a objectiu la definició d'un nou útil apte per assajar laminats prims.

1.3 Especificacions i abast

El nou utilitatge haurà de ser capaç de realitzar assajos CAI en provetes de baix gruix sense que aparegui vinclament. S'intentarà aprofitar el màxim de peces de l'utilitatge actual.

Una vegada dissenyades totes les peces del nou utilitatge es procedirà a comprovar el seu funcionament amb models d'elements finits. Amb els models d'elements finits podem avaluar quantitativament el valor de les càrregues crítiques per diferents gruixos de placa, tant en el cas de l'útil original disponible actualment com el nou útil definit.

2.MATERIALS COMPÒSITS

Són materials compòsits aquests que es formen per la unió de dos materials per aconseguir la combinació de propietats que no es possible obtenir amb els materials per separat. En el present treball es fa referència a materials compòsits de matriu polimèrica reforçats amb fibra de carboni. Aquest tipus de materials compòsits aconseguixen grans propietats mecàniques específiques i són molt utilitzats en aplicacions on el pes és un factor important, especialment la indústria aeronàutica.

Les propietats mecàniques d'aquest tipus de material tenen una forta dependència amb l'orientació de les fibres de reforç de la matriu. Les fibres es poden presentar amb orientacions unidireccionals o en forma de teixit. La conformació final és la d'un laminat format per varies làmines amb orientacions diferents. Aquestes orientacions depenen de l'aplicació a la que ha d'estar sotmesa aquest laminat, ja que són les que determinen les propietats mecàniques finals del laminat. Les orientacions es donen típicament en forma d'angles. Veure exemple a la Figura 1.

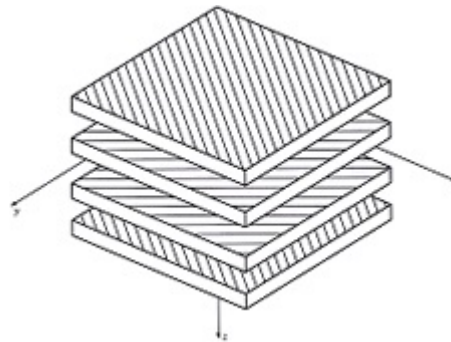


Figura 1: Exemple de laminat [45/-45/-45/45]

3.L'ASSAIG CAI

Actualment l'assaig CAI es realitza seguint l'estàndard D7137/D7137M [1]. Aquest mètode avalua la resistència residual d'una placa de material compost després de que aquesta hagi estat danyada per l'assaig d'intendació quasi-estàtica D6264/D6264M o per l'assaig d'impacte D7136/D7136M. El cas concret en que s'avalua la resistència residual després d'un assaig d'impacte es coneix amb el nom de compressió després d'impacte o CAI, de l'anglès Compression After Impact.

3.1 L'estàndard

La susceptibilitat als danys causats per forces concentrades fora del pla de la placa és un tipus de càrrega d'especial importància a tenir en compte durant el disseny d'estructures de material compost. El coneixement de les propietats de resistència i tolerància al dany és útil pel desenvolupament de productes i la selecció del material.

Aquest mètode [1] utilitza una placa rectangular de material compost, prèviament sotmesa a un impacte, que es assajada sota una càrrega compressiva utilitzant una fixació estabilitzadora. El material compost es limita a matrius polimèriques reforçades amb fibra continua amb orientacions multidireccionals que són simètriques i balancejades respecte la direcció de l'assaig. El gruix de la placa ha de ser entre 4.0 i 6.0 mm, essent el més pròxim a 5.0 mm possible. La seqüència d'apilament de les capes ha de ser del tipus $[45/0/-45/90]_{NS}$ on N és un nombre enter. S'utilitzara un nombre de capes necessari per obtenir un gruix pròxim a 5.0 mm. Les dimensions de la placa són de 150.0 mm d'alçada i 100.0 mm d'amplada.

La placa s'instal·la a l'útil com el de la Figura 2, format per varies peces, que ha estat alineat per evitar possibles excentricitats de la càrrega. S'aplica càrrega a compressió fins que es produeix la falla. La força aplicada, el desplaçament i la deformació són enregistrades durant l'assaig.

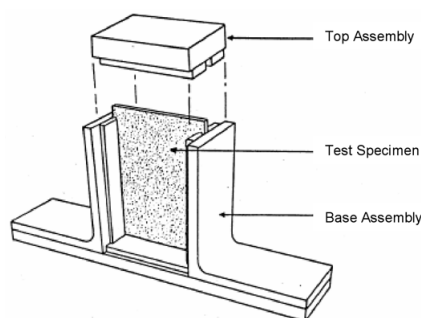


Figura 2: esquema de l'útil d'assajos CAI

3.2 La problemàtica actual

La tendència actual de la indústria aeronàutica i aeroespacial és la de fer ús de laminats cada vegada més prim amb gruixos inferiors a 2 mm en alguns casos. L'útil actual no està dissenyat per assajar aquest tipus de laminats ja que es produeix vinclament de la proveta abans de fallar a compressió.



Figura 3: Útil de la universitat Carlos III

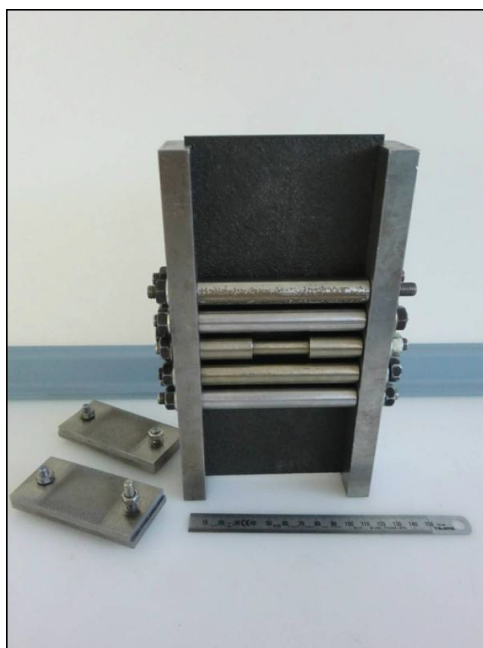


Figura 4: Útil de Airbus Operations S.L.

3.3 Solució proposada

A l'hora de escollir una solució pel nou útil s'han valorat diferents opcions. Alguns centres d'investigació i universitats ja han desenvolupat solucions pròpies com és el cas del departament de Mecànica de Medis Continus i Teoria d'Estructures de la Universitat Carlos III de Madrid (Figura 3) i del departament ESWNM de Airbus Operations S.L. (Figura 4). Aquestes dues solucions presenten problemes que poden afectar en els resultats. L'útil de la universitat Carlos III té una superfície de contacte suficientment gran per influir negativament degut al fregament entre útil i proveta, mentre que l'útil de Airbus Operations al tenir rodets no es apte per assajar provetes on l'impacte ha provocat danys superficials importants.

La solució adoptada es basa amb la solució patentada per M. Remacha i M. de Castro del Departament d'Enginyeria de Fidmac [2]. Per proporcionar estabilitat a la proveta s'incorpora un grup d'elements protuberants simètrics entre si sobre els que es recolzarà la proveta. Aquests elements protuberants són nervis verticals distribuïts de la manera que indica la Figura 5. Aquesta posició dels nervis està pensada per no interferir amb la zona danyada, situada al centre

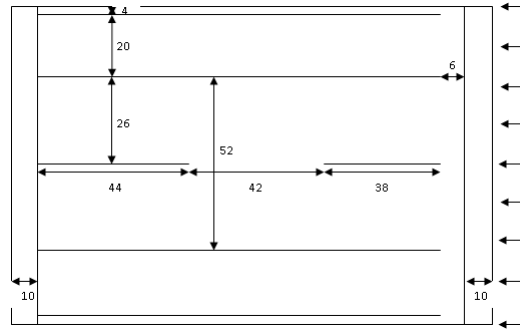


Figura 5: Distribució dels nervis verticals

de la proveta i permetre la col·locació de galgues extensomètriques entre els nervis. Aquests nervis son del tipus fulla de ganivet per minimitzar el fregament.

4. VINCLAMENT

En el comportament d'aquest útil el vinclament juga un paper molt important, és per això que és important saber quins factors influeixen en l'aparició d'aquest.

Definim el vinclament com un fenomen d'inestabilitat elàstica que pot donar-se en elements comprimits esvelts, i que es manifesta per l'aparició de desplaçaments importants transversals a la direcció principal de compressió.

El vinclament apareix a partir de cert valor de la càrrega axial, anomenada càrrega crítica de vinclament. Quan es supera la càrrega crítica de vinclament l'estructura pateix una pèrdua sobtada de rigidesa on petits increments de càrrega provoquen grans increments de deformació.

4.1 Càrrega crítica d'Euler

El cas més comú de vinclament es dona en pilars i columnes a compressió. En aquests elements, o qualsevol barra que estructuralment es pugui considerar aïllada, la càrrega crítica de vinclament ve determinada per la fórmula de Euler. La càrrega crítica d'Euler depèn de la longitud de la peça, del material, de la secció transversal i de les condicions d'unió.

$$P_{crit} = \pi^2 \frac{EI}{(\alpha L^2)} \quad (1)$$

El producte αL s'anomena longitud de vinclament. El terme α depèn de les condicions d'unió, és igual a 1 per una biga biarticulada, a 0.5 per una encastada per ambdós extrems, 0.707 per una encastada i articulada i 2 per una encastada i lliure. L és la longitud de la biga, E la rigidesa i I el moment d'inèrcia.

4.2 Càrrega crítica de Timoshenko and Gere

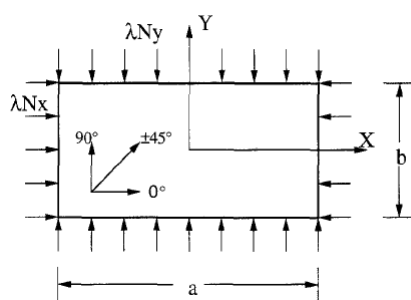


Figura 6: Geometria i càrregues aplicades de la placa

Per calcular la càrrega crítica en plaques sotmeses a compressió analíticament podem utilitzar l'expressió desenvolupada per Timoshenko i Gere [3].

$$N_x \frac{m^2 \pi^2}{a^2} + N_y \frac{n^2 \pi^2}{b^2} = D \left(\frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2} \right)^2 \quad (2)$$

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (3)$$

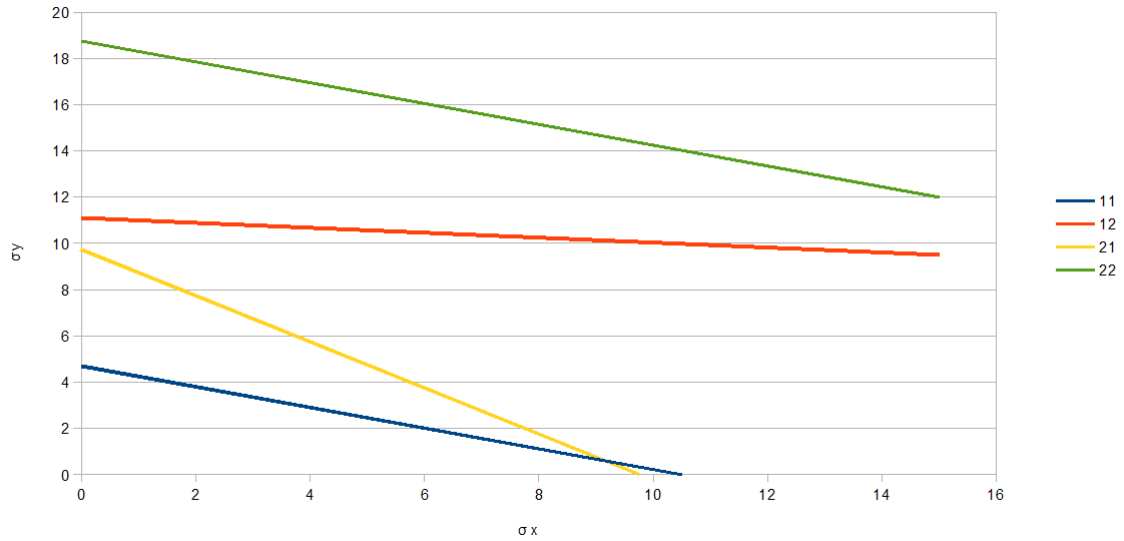


Figura 7: Càrregues crítiques per cada mode

On N_x és la càrrega distribuïda al llarg de les dues arestes de la placa de longitud b , i N_y la càrrega aplica les arestes de longitud a , en aquest cas aquesta càrrega correspon a les reaccions laterals, que com es veurà més endavant són de l'ordre de la meitat de la càrrega longitudinal. t és el gruix de la placa, ν és el coeficient de Poisson i E la rigidesa (Figura 6).

Les variables m i n són el nombre de mitges-ones en les que vincla la placa, en direcció de la compressió i en direcció perpendicular respectivament. Amb aquests dos termes queda definit el que entenem com a mode de vinclament, és a dir, la forma que s'adopta una vegada ha aparegut el vinclament. Aquesta forma vindrà determinada per la següent superfície:

$$\omega(x, y) = A \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{b}\right) \quad (4)$$

On ω es la superfície i A l'amplitud.

Dividint l'equació 2 pel gruix de la placa i introduint la notació:

$$\frac{\pi^2 D}{a^2 h} = \sigma_c \quad (5)$$

obtenim

$$\sigma_x m^2 + \sigma_y n^2 \frac{a^2}{b^2} = \sigma_c \left(m^2 + n^2 \frac{a^2}{b^2} \right)^2 \quad (6)$$

Per saber quin és el mode de vinclament més probable, és a dir, quin valors de m i n impliquen la càrrega crítica més baixa fixem la relació entre a i b com a $a = 1.5b$ i agafem σ_x i σ_y com a coordenades rectangulars. Representem σ_c de l'Equació 6 per les diferents combinacions de m i n (Figura 7) on D i h , dels quals depèn σ_c tenen un valor constant.

Finalment, el que podem extreure d'aquest desenvolupament és que el mode de vinclament més probable és el de $m = 1$ i $n = 1$. El grau de dependència entre la càrrega crítica i el gruix de la placa es de l'ordre de $1/t^3$, per tant la càrrega crítica que pot aguantar la placa sense

vinclar disminueix dràsticament amb la disminució del gruix t de la placa, però augmenta si b disminueix. Amb el nou utilitatge el que es pretén és disminuir la distància entre els recolzaments de la placa per compensar la disminució de gruix i aconseguir així que la falla a compressió del material aparegui abans que el vinclament.

4.3 Plaques ortotròpiques

Els materials compòsits, degut a la seva estructura, tenen un comportament orto-tròpic. Les seves propietats mecàniques tenen una forta dependència amb l'orientació de les fibres. Kollár i Springer [4] van desenvolupar un model analític per trobar la càrrega crítica en plaques ortotròpiques.

$$\frac{\lambda_{cb}(m, n)}{\pi^2} = \frac{D_{11} \left(\frac{m}{a}\right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{66}) \left(\frac{m}{a}\right)^2 \left(\frac{n}{b}\right)^2 + D_{22} \left(\frac{n}{b}\right)^4}{\left(\frac{m}{a}\right)^2 N_x + \left(\frac{n}{b}\right)^2 N_y} \quad (7)$$

Per poder avaluar la càrrega crítica analíticament de la placa a assajar s'utilitza un script de MATLAB[®] ja existent que ens permet calcular les matrius ABD, matrius que formen l'equació constitutiva i que depenen de la seqüència d'apilament del laminat.

$$[N] = [A][\epsilon] + [B][k] \quad (8)$$

$$[M] = [B][\epsilon] + [D][k] \quad (9)$$

Amb els valors D_{ij} extrets de les matrius ABD i les dimensions la superfície lliure de la placa podem obtenir una aproximació del valor de càrrega crítica que ens servirà per comparar amb el valor obtingut amb el mètode dels elements finits.

5. ADAPTACIÓ DE L'UTIL·LATGE

Una vegada decidit com es vol dotar d'estabilitat extra a la placa a assajar, seguint la patent de Fidmac [2], s'ha incorporat aquesta solució a l'util·latge disponible al laboratori. L'objectiu és el de fer-ho conservant el major nombre possible de peces de l'util·latge original afegint el menor nombre possible de peces per obtenir el nou util·latge, de manera que siguin fàcilment intercanviables.

5.1 Util·latge original

Dintre la secció de plànols originals es poden veure els plànols de totes les peces integrants de l'util·latge original i un plànol del muntatge. En l'util·latge es diferencien dues parts. La part fitxe, situada a l'inferior, que suporta la placa a assetjar i li dota de l'estabilitat necessària. I la part mòbil, situada a la part superior, que és que la que es desplaça verticalment comprimint la placa. El muntatge es pot veure a les figures 8 i 9.

Peça n^o1 Plats de compressió. Aquesta peça hi és per duplicat i serveix per unir la resta de l'util·latge amb el cilindre de la màquina de l'assaig.

Peça n^o2 Base on van muntades les peces de la part fitxe.

Peça n^o3 Base on van muntades les peces de la part mòbil.

Peces n^o4 i n^o5 Suports laterals que limiten el moviment lateral de la placa. El muntatge d'aquestes peces té un petit joc per adaptar-se a les toleràncies de les dimensions de la placa.

Peça n^o6 Suport lliscant. Aquesta peça hi és per duplicat. Encasta la placa per la part inferior i superior. És lliscant perquè la seva posició es regula amb el gir dels cargols.

Peça n^o7 Suport lateral lliscant. Aquesta peça hi és per duplicat, una per a cada costat de la placa. Igual que la peça n^o6 la seva posició es regula amb el gir dels cargols.

Peça n^o8 Suport de la part posterior. Aquesta peça hi és per duplicat. Encasta la placa per la part inferior i superior.

Peça n^o9 Suport lateral posterior. Aquesta peça hi és per duplicat, una per cada costat de la placa. Juntament amb les peces n^o7 subjecten la placa en la direcció horitzontal perpendicular al pla i li aporten estabilitat.

Peça n^o10 Galga d'alineament. Serveix per alinear els dos plats de compressió abans de muntar l'util·latge.

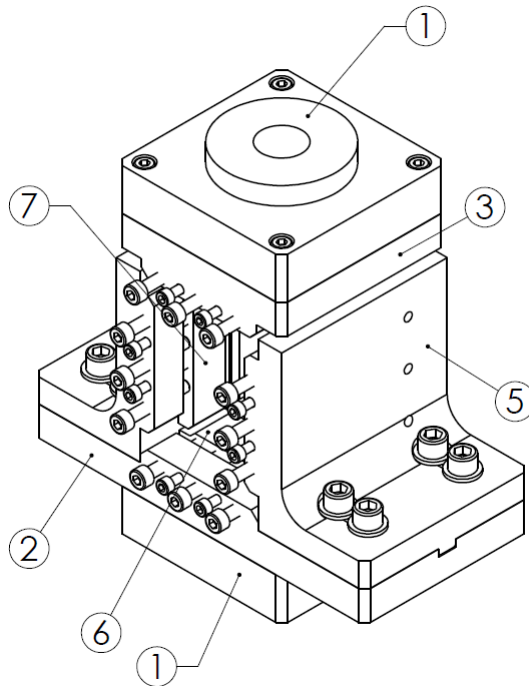


Figura 8: Muntatge de l'utilatge original, vista frontal

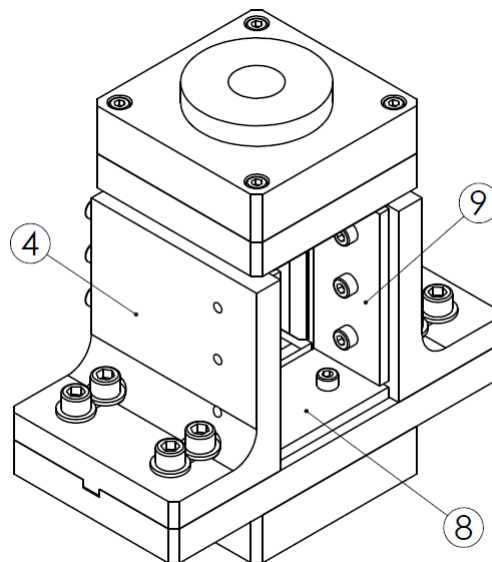


Figura 9: Muntatge de l'utilatge original, vista posterior

5.2 Utillatge nou

Per adaptar l'utillatge al nou disseny es substitueixen les peces 7 i 9 per unes plaques que incorporen els nervis estabilitzadors (1 i 3), amb els seus respectius suports (2, 3, 5 i 6). El muntatge es pot veure a les figures 10 i 11.

Peça n°1 Placa frontal. Disposa dels nervis estabilitzadors i quatre forats roscats per unir-se als suports. El seu contorn s'adapta als suports superiors i inferiors lliscants.

Peces n°2 i n°3 Suports frontals. Aquestes dues peces són simètriques. La seva funció és la de suport de la peça 1. La seva posició es regula amb el gir dels cargols.

Peça n°4 Placa posterior. Disposa dels nervis estabilitzadors i quatre forats roscats per unir-se als suports.

Peces n°5 i n°6 Suports posteriors. Aquestes dues peces són simètriques. La seva funció és la de suport de la peça 4.

Els nervis són tipus fulla de ganivet per minimitzar el fregament amb la punta arrodonida per evitar danyar la placa a assajar. Els suports permeten un lleuger joc per adaptar-se a les toleràncies de la placa. Totes les peces tenen un acabat del tipus N7, excepte les cares de contacte que tenen un acabat més fi del tipus N6.

Per muntar l'utillatge els suports i la placa amb els nervis de la part posterior es fitxen de manera que quedin alineats amb el suport de la base (peça 8 de l'utillatge original). Seguidament es posa la placa a assajar. Finalment es col·loca el suport de la base lliscant i el conjunt de la placa amb nervis i suports frontals i es regula la seva posició amb el gir dels cargols fins a arribar al contacte amb la placa.

5.3 Acoblament garres

Recentment a la màquina d'assaig se li han incorporat unes noves garres. Tot i que aquestes garres es poden treure, el procés és llarg i complicat degut al seu gran pes, que fa que sigui necessari utilitzar una grua. Per tant es fabricarà una peça que servirà d'acoblament i permetrà realitzar l'assaig amb les noves garres muntades. Aquest acoblament es fabricarà seguint les indicacions del fabricant de la màquina, l'empresa MTS tester. El plànol corresponent a aquesta peça és el plànol n° St 10_16 IMP-02 01. Seran necessàries dues peces, una per la part superior i una per la part inferior. L'acoblament s'uneix al plat de compressió (peça 1 de l'utillatge original) mitjançant un espàrrec roscat.

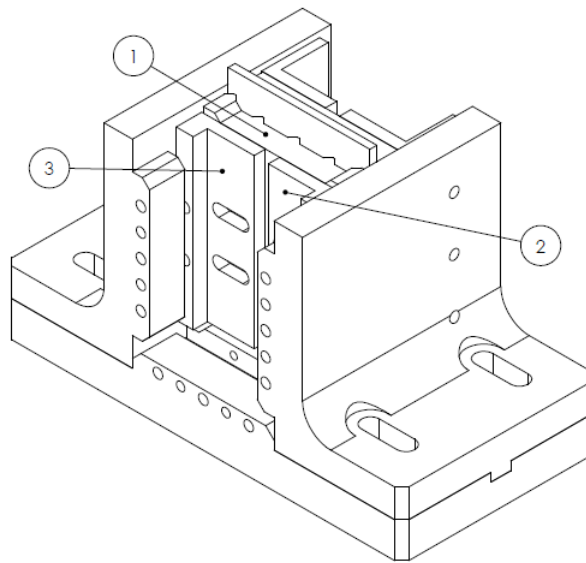


Figura 10: Muntatge del nou utillatge, vista isomètrica.

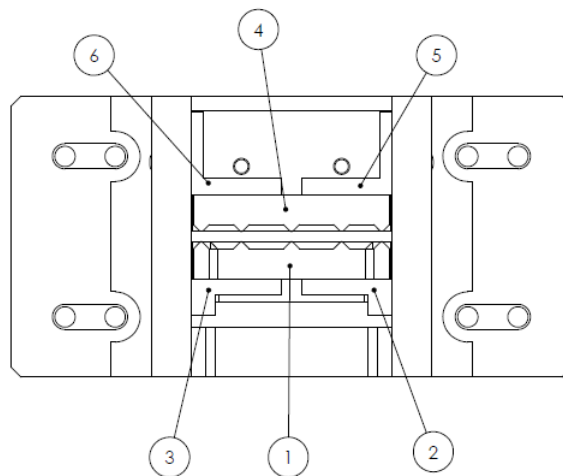


Figura 11: Muntatge del nou utillatge, vista en planta

6. ANÀLISI AMB ELEMENTS FINITS

La modelització amb elements finits té com a objectiu el de calcular la càrrega crítica de la placa a assajar i avaluar si apareix la falla del material per aquesta càrrega. S'han calculat les càrregues crítiques per els dos sistemes de fixació, el corresponent a l'utilitatge original i a l'adaptació. S'han calculat també per diferents gruixos de placa. Així es pot determinar per quins gruixos és vàlid l'utilitatge original i apareix la falla abans la falla per compressió que la falla per vinclament i per quins gruixos és necessari utilitzar el nou utilitatge. El programa utilitzat per realitzar el model és l'Abaqus CAE 6.12.

Per poder fer un anàlisi complet de vinclament i determinar la càrrega crítica és necessari seguir un procediment determinat. Una vegada determinades les condicions de contorn i definit el material caldrà primer fer un anàlisi lineal de valors propis i seguidament un anàlisi que contempli les no linealitats geomètriques.

6.1 Material

El material de les plaques és una matriu polimèriques reforçada amb fibra continua amb orientacions multidireccionals simètriques i balancejades. Les orientacions de les làmines és del tipus $[45/0/-45/90]_{NS}$ on N és un nombre enter tal com dicta l'estàndard de l'assaig. El nombre de làmines i el gruix d'aquestes depèn del gruix total del laminat. Per realitzar el model s'han utilitzat uns valors típics per les propietats mecàniques d'aquests tipus de material (Taula 1).

Propietat	Valor	Unitats	Propietat	Valor	Unitats
E_1	130700	MPa	X_T	2000	MPa
E_2	8010	MPa	X_C	1500	MPa
E_3	8010	MPa	Y_T	40	MPa
ν_{12}	0.35	-	Y_C	150	MPa
ν_{13}	0.35	-	S_L	80	MPa
ν_{22}	0.5	-	G_{Ic}	0.16	J/mm ²
G_{12}	3950	MPa	G_{IIc}	0.32	J/mm ²
G_{13}	3950	MPa	α_0	53	°
G_{23}	2670	MPa		0.5	-
			β	5e-8	-

Taula 1: Propietats i resistències del material

6.2 Condicions de contorn

Als recolzaments laterals es restringeix el desplaçament en l'eix X i a la part inferior el desplaçament en Y.

A més, tant a la part superior com inferior es restringeix el desplaçament fora del pla allà on hi ha els suports. Es restringeix, també, el desplaçament fora del pla allà on hi ha els nervis o ganivetes. Als laterals per l'utilitatge original i cinc repartides al llarg de la placa per el nou utilitatge.

La Figura 12 ens mostre les condicions de contorn de l'utilitatge original i del nou utilitatge.

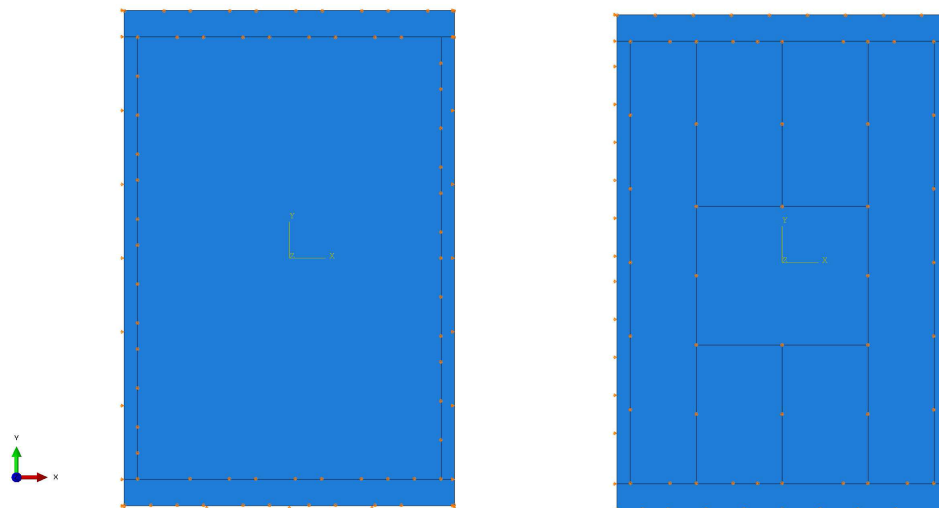


Figura 12: Condicions de contorn de l'utillitge original i el nou utillitge

6.3 Mallat

Per mallar el model s'utilitzen elements de la família shell, és a dir que treballen amb tensions en el pla. S'han provat varis tipus d'elements, els elements S4, amb quatre nodes i quatre punts d'integració, els elements S4R, elements de quatre nodes amb integració reduïda (un sol punt d'integració) i S8R, elements de vuit nodes i integració reduïda. Al obtenir resultats molt similars amb els tres tipus s'ha optat pel tipus S4R. Aquest és un tipus d'element shell de quatre nodes amb integració reduïda. Els elements d'integració reduïda ajuden a disminuir el temps de càlcul al tenir un sol punt d'integració en front dels quatre punts d'integració dels elements d'integració completa.

6.4 Vinclament valors propis

El primer pas d'aquest anàlisi consisteix en fer un anàlisi de vinclament amb valors propis [5]. Aquest anàlisi s'utilitza per estimar la càrrega crítica i per trobar el mode de vinclament més probable.

6.4.1 Mètode dels valors propis

El problema que soluciona el programa busca les càrregues per les que la matriu de rigidesa és singular, per tant el problema te solucions no trivials.

$$(K_0^{NM} + \lambda_i K_{\Delta}^{NM}) v_i^M = 0 \quad (10)$$

K_0^{MN} és la matriu de rigidesa corresponent a l'estat base, càrregues mortes o pre-càrrega P^N .

K_{Δ}^{NM} és la matriu diferencial de rigidesa degut a la càrrega incremental Q^N .

λ_i són els valors propis.

v_i^M són els modes de vinclament (vectors propis).

M i N es refereix als graus de llibertat del model.

i es refereix als mode de vinclament número i .

Les càrregues crítiques de vinclament són $P^N + \lambda_i Q^N$. El valor més baix de λ_i és d'especial interès perquè és el que ens determina la càrrega crítica del mode de vinclament que apareix primer.

Els modes de vinclament v_i^M venen donats en forma de vectors normalitzats on el màxim desplaçament és igual a 1.0. Per tant de l'anàlisi podem obtenir la forma en que vinclarà l'estructura però no podem obtenir els desplaçaments reals.

Per realitzar l'anàlisi el programa ens demana el nombre de modes de vinclament que ha de calcular. Se li han demanat que calculi els tres modes més probables per poder comprovar si hi ha una diferència significativa entre el primer mode i els altres dos i poder assegurar que vinclarà segons el primer mode.

6.4.2 Resultats

Per poder avaluar quin és el mode de vinclament més probable i l'estimació de la càrrega crítica es simulen varies plaques de gruix diferent amb un desplaçament de compressió de 1 mm. El programa ens donarà com a resultat el factor de càrrega crítica, és a dir, en quina proporció respecte a aquest desplaçament la placa vincla.

El desplaçament que mostra el programa està normalitzat, és a dir el desplaçament màxim és de 1.0, aquest tipus d'anàlisi només ens dona la forma del mode de vinclament i no ens calcula els desplaçaments reals per la càrrega aplicada.

La Taula 2 recull els factors de càrrega crítica calculats pels diferents gruixos de laminat a l'utillitge original λ_1 i el nou utillitge λ_2 . Aquests factors, que representen la proporcionalitat entre el desplaçament de 1 mm i el desplaçament que pot suportar la placa abans de vinclar, ens indiquen que amb les condicions de fixació del nou utillitge la placa pot assolir una compressió fins a cinc vegades més gran en els millors dels casos.

La Figura 13 ens mostra el mode de vinclament de l'utillitge original i la Figura 14 ens mostra el mode de vinclament corresponent al nou utillitge. Pel mode de vinclament que apareix a les plaques podem extreure que amb les condicions del nou utillitge el vinclament que apareix és molt localitzat i que per tant no hi ha un col·lapse de l'estructura.

Gruix del laminat [mm]	Nombre de làmines	Gruix de làmina [mm]	λ_1	λ_2
4.8	24	0.200	0.97828	3.6861
4.2	24	0.175	0.77560	3.1499
3.6	24	0.150	0.58990	2.5833
3.0	24	0.125	0.42184	2.0030
2.4	24	0.100	0.27775	1.4237
2.0	16	0.125	0.19620	1.0520
1.6	16	0.100	0.12778	0.7206

Taula 2: Resultats de l'anàlisi lineal

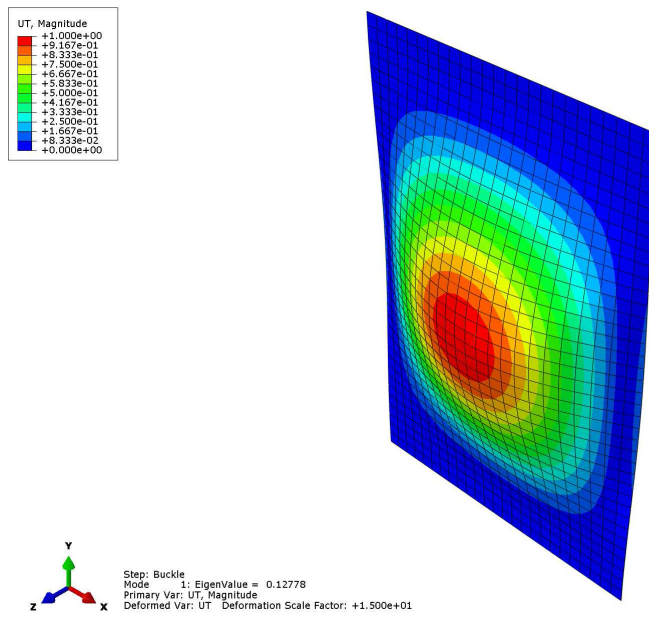


Figura 13: Mode de vinclament amb l'utillitatge original

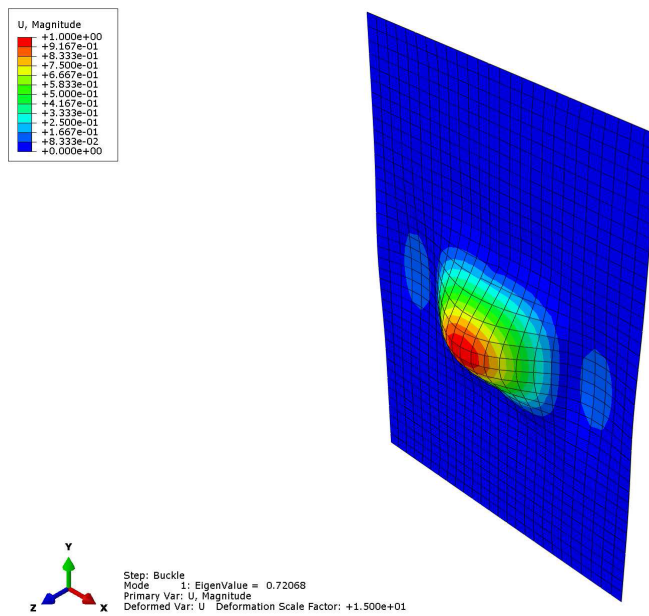


Figura 14: Mode de vinclament amb el nou utillitatge

6.5 Anàlisi no lineal

Finalment, l'anàlisi a realitzar és un anàlisi no lineal on es tenen en compte les no-linealitats geomètriques. En aquest tipus d'anàlisi la càrrega es va aplicant en intervals i es troba una solució per cada increment, fins a assolir la càrrega final. Amb les no linealitats geomètriques activades el programa considerarà les deformacions provocades a cada increment per calcular la solució de l'increment següent.

Aquest tipus d'anàlisi s'ha realitzat per les dues condicions de fixació i pels mateixos gruixos de placa que l'anàlisi lineal.

6.5.1 Imperfecció

Si s'analitza la placa amb les condicions de càrrega ideals, és a dir, perfectament centrada, no apareix vinclament. Perquè aparegui cal induir una imperfecció geomètrica al model. Hi ha varies maneres d'induir una imperfecció, tal com, aplicant la càrrega principal de manera excèntrica, amb una superposició dels modes calculats amb un anàlisi de valors propis o amb una càrrega secundària independent. Amb la imperfecció s'indueix al model a que aparegui el mode de vinclament més probable que s'ha obtingut de l'anàlisi de valors propis.

En aquest cas s'utilitza una força independent aplicada al centre en la direcció fora del pla. Aquesta força actua com a càrrega morta o pre-càrrega i es manté constant durant tot l'anàlisi, no s'incrementa gradualment com ho fa la càrrega principal. La imperfecció ha de ser un compromís entre ser suficientment petita perquè no interfereixi en els resultats i suficientment gran perquè provoqui la imperfecció geomètrica. Les forces aplicades són de un 0.001% del gruix total de la placa.

6.5.2 Resultats

Per obtenir els resultats s'avalua el desplaçament del centre per detectar quan comença a vinclar. La força de reacció en el moment que s'inicia el vinclament és la càrrega crítica. També s'avaluen les reaccions laterals. La compressió de la placa ve donada pel desplaçament de la part superior, aquest valor de desplaçament aplicat es correspon a l'estimació calculada a l'anàlisi lineal, s'espera que l'anàlisi no-lineal sigui més conservador i que el vinclament aparegui lleugerament abans.

La gràfica de la Figura 16 mostra les càrregues crítiques pels diferents gruixos del laminat, en vermell per l'utilitatge original i en blau pel nou. Es pot apreciar com la càrrega crítica augmenta considerablement i tot i que l'augment sigui major per alts gruixos, és amb baix gruixos on l'augment és proporcionalment major.

6.5.3 Validació analítica

Per comprovar la validesa del model podem comparar la càrrega crítica calculada amb la càrrega crítica calculada analíticament segons s'explica a la secció 4.3. Implementant l'equació amb la càrrega crítica i reaccions calculades podem calcular un factor de càrrega, que si el model és correcte, serà pròxim a la unitat. Les condicions geomètriques particulars del nou utilitatge no ens permeten implementar l'equació analítica i realitzar aquesta comparació. La Taula 3 recull els resultats.

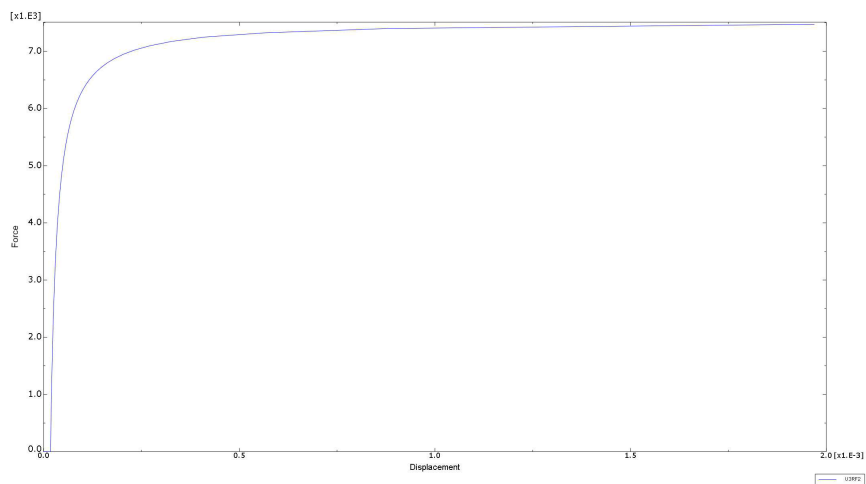


Figura 15: Desplaçament del centre d'una placa de 1.6 mm i força aplicada en les condicions de l'utillitatge original

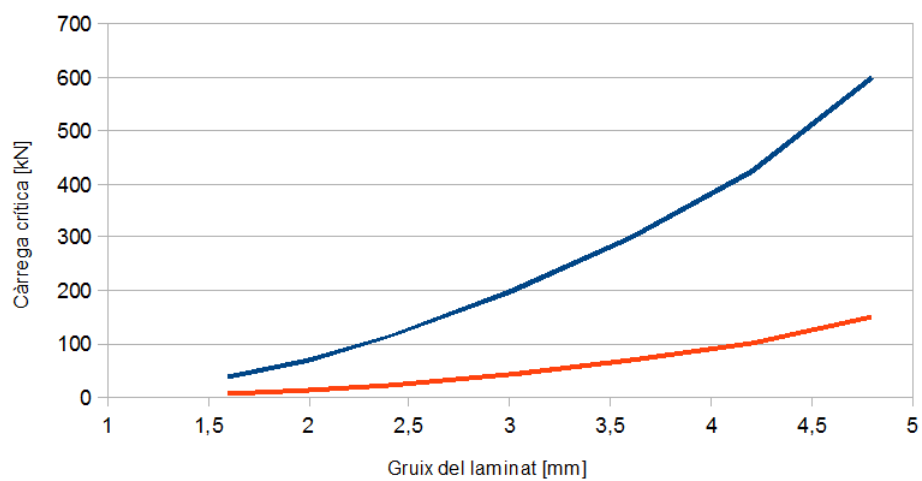


Figura 16: Càrrega crítica en funció del gruix del laminat

Gruix del laminat [mm]	Factor de càrrega crítica (λ)
4.8	1.0855
4.2	1.0601
3.6	0.9833
3.0	0.9321
2.4	0.8874
2.0	0.8759
1.6	0.8579

Taula 3: Factor de càrrega crítica analítics

6.6 Criteri de falla

Per poder avaluar si la falla del material apareix abans de que s'assoleixi la càrrega crítica de vinclament utilitzarem el criteri de falla LaRC 03 [6]. Aquest criteri de falla s'implementa al model d'abaqus mitjançant una subrutina externa que ens retorna quatre index de falla. Un index de falla ens indica la falla del material quan aquest és més gran que 1.

Índex LaRC-03	Descripció
UVARM 1	Índex de falla per tracció transversal
UVARM 2	Índex de falla per compressió transversal
UVARM 3	Índex de falla per tracció longitudinal
UVARM 4	Índex de falla per compressió longitudinal

Els índex de falla transversals corresponen a la falla de la matriu i els longitudinals corresponen a la falla de les fibres. Les plaques al estar sotmeses a una compressió pura és d'esperar que els índexs que assoleixin els valors més alts són els index 2 i 4, mentre que els índexs 1 i 3 s'espera un valor de 0 o molt proper.

El programa ofereix la possibilitat d'avaluar els índexs de falla per cada capa del laminat o el màxim d'entre totes les capes. Si en algun punt del material l'index arriba a 1 vol dir que s'ha iniciat la falla, és per això que ens interessa buscar el valor màxim assolit per l'index en tota la placa, independentment del punt o la làmina on estigui situat. La Taula 4 recull els valors màxims dels índex per cada gruix simulat així com la tensió aplicada ($\sigma = F/A$) per les condicions de l'utillitatge original. La Taula 5 recull els resultats de les condicions del nou utillitatge.

Gruix del laminat [mm]	UVARM 2	UVARM 4	σ [MPa]
4.8	0.1814	0.3523	312.5
4.2	0.1095	0.2649	238.1
3.6	0.0611	0.1990	194.4
3.0	0.0303	0.1384	141.7
2.4	0.0099	0.0890	93.7
2.0	0.0049	0.0623	65.0
1.6	0.0021	0.0399	43.7

Taula 4: Index de falla i tensió per l'utillitatge original

Gruix del laminat [mm]	UARM 2	UARM 4	σ [MPa]
4.8	37.590	6.131	1250.0
4.2	10.660	3.265	1012.0
3.6	3.446	1.856	833.3
3.0	1.159	1.077	666.7
2.4	0.419	0.601	479.2
2.0	0.212	0.387	350.0
1.6	0.093	0.248	234.4

Taula 5: Índex de falla i tensió pel nou utillatge

6.7 Valoració dels resultats

Els índexs de falla obtinguts a les simulacions de l'utillatge original no arriben a 1, valor a partir del qual apareix la falla del material, això significaria que el vinclament apareix abans que la falla. Sabem per experiència que en laminats d'alt gruix la falla apareix abans que el vinclament, per tant aquests resultats no són vàlids. El problema pot ser degut a una mala aplicació del criteri de falla o bé a una invalidesa del model.

Tot i així d'aquest anàlisi amb elements finits podem extreure que amb el nou utillatge s'obtenen càrregues crítiques més altes i que per tant es podrà aplicar més força abans de que aparegui el vinclament de la placa. A més analitzant el mode de vinclament del nou utillatge podem observar que el vinclament que apareix està molt localitzat al centre de la placa i que no es pot considerar com una desestabilització de l'estructura.

7.EFECTE DEL DANY

L'assaig CAI s'efectua sobre plaques que han estat prèviament danyades mitjançant l'assaig d'impacte. El dany de les plaques típicament provoca una delaminació. Les delaminacions de la placa poden influir en la càrrega crítica de vinclament. És per això que es crea un nou model on s'indueixen unes delaminacions i s'estudia com aquestes afecten a la càrrega crítica. El que es pretén es avaluar l'efecte del defecte.

7.1 Propagació del dany

Es simulen models que tenen una delaminació inicial, però durant l'assaig aquesta delaminació es pot propagar. Per poder captar aquestes propagacions del dany cal utilitzar eines específiques. Les dues eines que permeten avaluar la propagació del dany són els elements cohesius i les eines basades en la mecànica de fractura lineal.

7.1.1 Eines basades en la mecànica de la fractura lineal

Les eines basades en la mecànica de la fractura lineal, anomenades també LEFM (Linear elastic fracture mechanics) utilitzen mètodes analítics per analitzar els mecanismes de formació i propagació de defectes. En el cas de delaminacions en materials compòsits s'utilitza el VCCT (Virtual crack closure technique). Aquesta tècnica es basa en avaluar el desplaçament de la fractura ja iniciada l i les reaccions en el node (Figura 17) per calcular l'energia disponible per la fractura. Si aquesta energia és superior a l'energia crítica de fractura G_c el dany es propaga. Aquest mètode requereix d'una fractura iniciada per poder ser utilitzat.

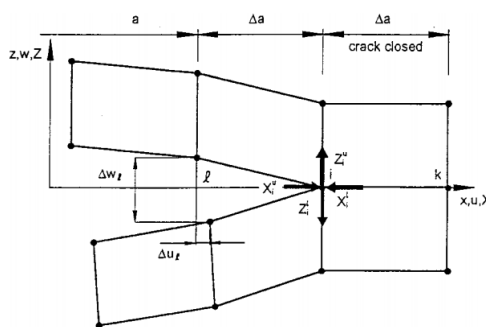


Figura 17: Virtual crack closure technique

7.2 Elements cohesius

Els elements cohesius tenen una tracció màxima a partir de la qual s'inicia el dany. S'utilitza una variable que s'inicia $d=0$ quan s'assoleix la tracció màxima i va augmentant així com ho fa el desplaçament. Quan l'àrea sota la relació tracció-desplaçament es igual a la resistència a la fractura G_c la tracció es redueix a zero i es crea una nova superfície danyada, la variable de dany és $d=1$. La gran avantatge dels elements cohesius és la unificació de l'aparició i la propagació del dany en un sol model.

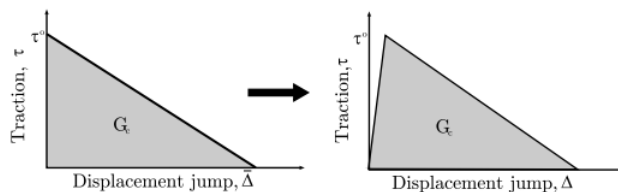


Figura 18: Modificació del model numeric

Per poder implementar els elements cohesius en el mètode dels elements finits és necessari realitzar una modificació a la resposta constitutiva. S'introdueix una part elàstica lineal amb una rigidesa molt elevada abans de la iniciació del dany (Figura 18) ja que no es poden modelitzar materials de rigidesa infinita.

Els elements cohesius es podem utilitzar tant per a elements sòlids utilitzant una subrutina VUMAT per definir el material com per a interacció entre dues superfícies utilitzant una subrutina VUINTER. En aquest anàlisi s'utilitzen les dues tècniques.

7.3 Mallat

Per poder realitzar aquesta simulació s'utilitza un model amb elements continus, és a dir elements tridimensionals. A l'hora de seleccionar el tipus d'element s'han provat varis tipus d'elements, de primer i de segon ordre (C3D8, C3D8I, C3D20R i C3D20). Quan s'utilitzen elements sòlids és important assegurar-se del bon funcionament del tipus d'element en el cas que s'està simulant, ja que en alguns casos pot aparèixer *hourglassing* o *shear locking*, que són efectes que provoquen una rigidització de l'element que fa que no treballi adequadament. Els resultats obtinguts per tots els tipus d'elements són similars i finalment s'ha optat pel tipus C3D8, element de vuit nodes d'integració completa, que de tots ells és el que comporta un temps de càlcul menor. Pel correcte funcionament del model ha estat necessari utilitzar una malla més fina, amb elements de 1 mm amb una profunditat igual al gruix de làmina, aquesta menor dimensió d'element ens permet captar el dany localitzat a la zona delaminada.

Per utilitzar la subrutina de interacció entre superfícies cal realitzar un model format per dues parts amb unes particions que permeti definir les dues superfícies d'interacció (Figura 19) mentre que per utilitzar la subrutina de materials cohesius cal introduir un element de gruix molt petit (0.1 mm) que és el que es defineix com a material cohesiu (Figura 20).

7.4 Material i condicions de contorn

Les propietats del material i les condicions de contorn són igual que el model shell, amb l'excepció que per definir el laminat no es possible utilitzar l'opció de composite layup i s'ha dotat d'orientació del material als elements individualment.

7.5 Procediment

El procediment de l'anàlisi de vinclament és similar a l'utilitzat en el model shell. Primer es realitza un anàlisi lineal de valors propis i després un de no-lineal. La diferència recau en que

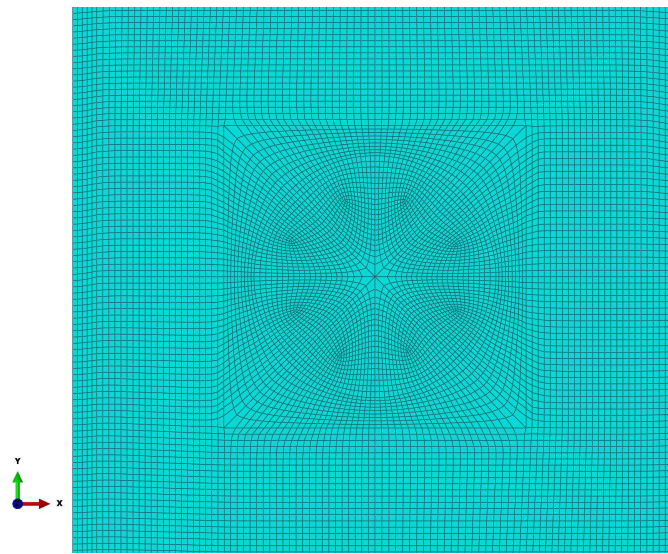


Figura 19: Malla del model amb superfícies cohesives

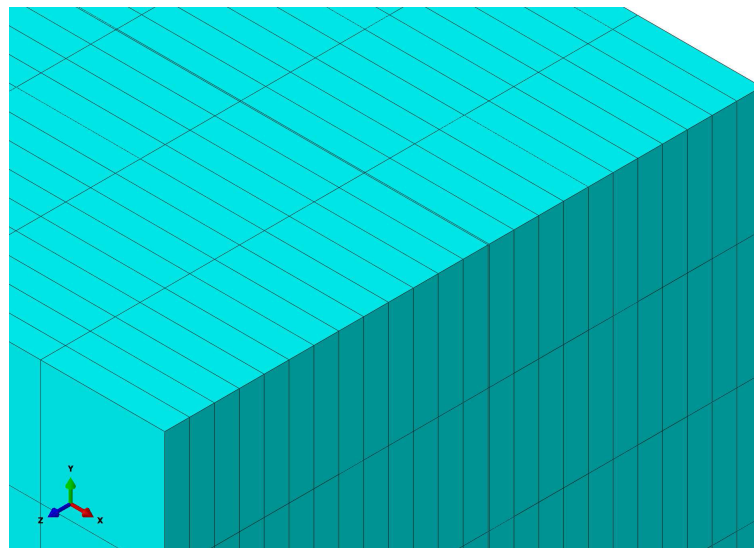


Figura 20: Malla del model amb material cohesiu

per poder simular les delaminacions s'utilitza una subrutina per definir interfícies d'elements cohesius i un anàlisi explícit.

Per introduir la imperfecció geomètrica en aquest model s'ha guardat en un fitxer la geometria deformada de l'anàlisi de valors propis amb el keyword `*NODE FILE` que després s'ha introduït al model amb el keyword `*IMPERFECTION`. Amb aquest comandament s'aplica la imperfecció geomètrica amb un factor d'escala per cada mode.

7.6 Discrepàncies amb el model shell

Una vegada realitzat l'anàlisi lineal de valors propis amb el model d'elements sòlids s'ha advertit que el factor de càrrega crítica obtingut són més alts, 1.8 per una placa de 4.8 mm enfront a 0.9 del model amb element shell i 0.25 enfront a 0.13 per una placa de 1.6 mm. A més s'ha observat que, per gruixos alts el dos primers modes de vinclament tenen càrregues crítiques similars, fins al punt que a la placa de 4.8 mm el mode amb dues ones (Figura 21) apareix primer amb un càrrega crítica gairebé igual, 1.78 i 1.84

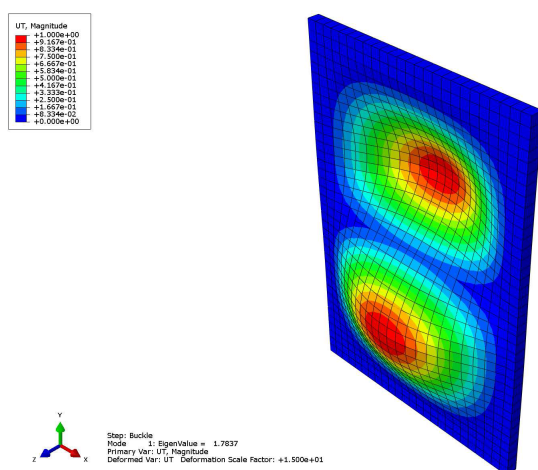


Figura 21: Primer mode de vinclament pel model d'elements sòlids

Aquestes discrepàncies entre els dos models poden ser degudes a que les tensions fora del pla, que en un principi s'havien suposat negligibles, tenen un pes suficientment important.

7.7 Anàlisi explícit

Per poder utilitzar els elements cohesius s'utilitza un anàlisi explícit, a diferència de la resta de models utilitzats que són estàndards. Un anàlisi estàndard utilitza el procediment habitual de trobar les deformacions a partir de les forces aplicades i l'equació constitutiva. Un anàlisi explícit basa la seva solució amb la segona llei de Newton, $F = ma$, es busca l'equilibri del sistema i una vegada trobada les acceleracions es deriven per obtenir les velocitats i després els desplaçaments a partir dels quals es troben les deformacions. Una vegada obtingudes les deformacions a partir de l'equació constitutiva es poden trobar les tensions.

Perquè aquest procediment sigui possible cal definir un increment de temps, que ha de ser menor a la relació entre la longitud mínima de l'element i la velocitat de propagació del so $\Delta t < \frac{l_{min}}{c}$.

Amés, per poder assegurar la derivació s'ha d'imposar que la càrrega s'apliqui seguint una corba de segon ordre amb el keyword `*AMPLITUDE, SMOOTH STEP`.

7.8 Definició de les propietats

7.8.1 Model material cohesiu

Per poder executar la subrutina VUMAT cal definir un material amb les 9 constants (`*USER MATERIAL, CONSTANTS=9`) que caracteritzen el material i amb 10 variables d'estat (`*DEPVAR`). S'ha de definir el set d'element que es caracteritza com a material cohesiu (`*SOLID SECTION`) i les condicions inicials (`*INITIAL CONDITIONS`). Per definir la part danyada s'inicia la variable de dany a 0.99, que és el valor a partir del qual s'elimina l'element.

7.9 Model superfície cohesiva

Una vegada definides les superfícies cal definir la interacció entre aquestes (`*SURFACE INTERACTION`) amb tres variables d'estat i 6 constants de propietats.

7.10 Resultats

Per avaluar l'efecte de les delaminacions es comparen dos casos. Ambdós casos contenen una superfície cohesiva a la part mitja de la placa, el primer aquesta superfície es completa, en el segon al centre s'ha definit un cercle de radi 20 mm on no hi ha interacció, i que per tant, representa una zona delaminada. S'han enregistrat el desplaçament fora del pla del centre i el desplaçament vertical de la part superior, és a dir, la càrrega aplicada. S'ha enregistrat, també, la força de reacció a la part superior de la placa.

7.10.1 Model superfície cohesiva

A la Figura 22 es pot veure el desplaçament del centre enfront el desplaçament aplicat pels dos casos, en blau per la placa sense delaminacions i en vermell per la placa delaminada. A la Figura 23 es pot veure la força de reacció enfront el desplaçament del centre, en blau en blau per la placa sense delaminacions i en vermell per la placa delaminada.

En aquestes gràfiques podem observar l'efecte negatiu que té la delaminació sobre el vincament de la placa. A la Figura 22 podem veure com el vincament apareix aplicant un desplaçament menor, i que per tant la placa és més susceptible a vincular quan està danyada. A la Figura 23 podem veure com hi ha una disminució sobtada de la força de reacció de la placa que pot ser causada per una propagació del dany de la placa.

Finalment a la Figura 24 podem veure els desplaçaments fora del pla de la placa delaminada una vegada ha estat sotmesa a la compressió. La forma en que vincula la placa ha canviat respecte a anàlisis anteriors o al model no danyat. Possiblement el dany s'ha propagat horitzontalment provocant aquesta forma diferent.

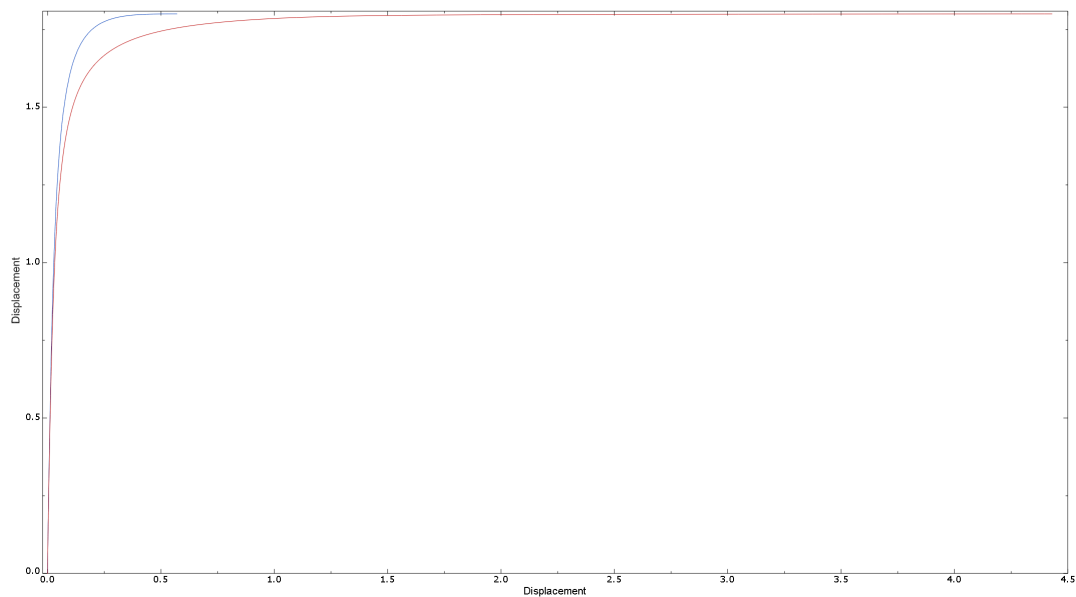


Figura 22: Desplaçament del centre i desplaçament aplicat

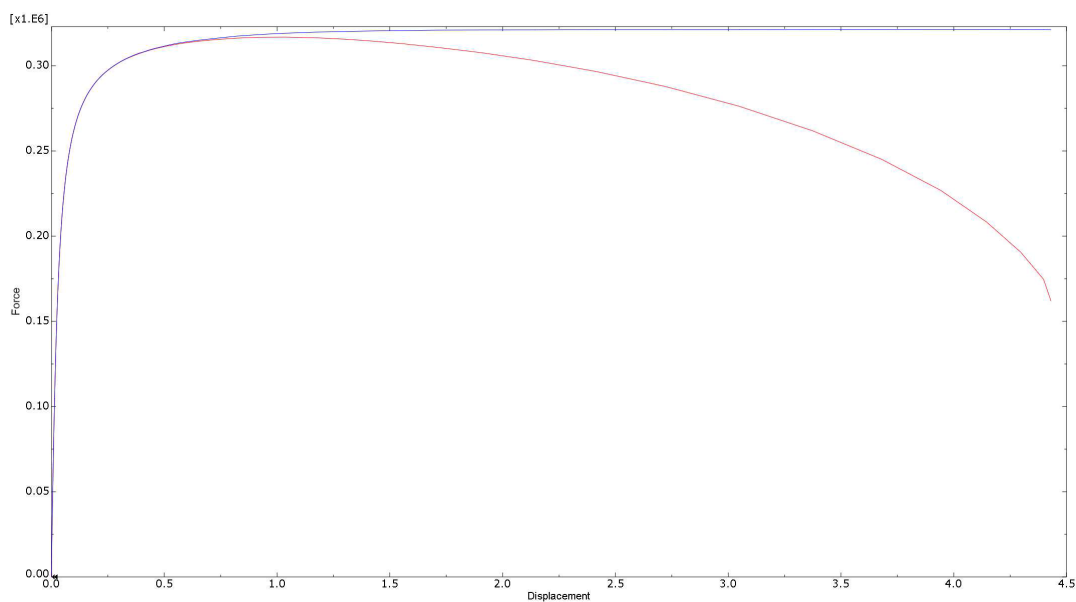


Figura 23: Desplaçament del centre i força

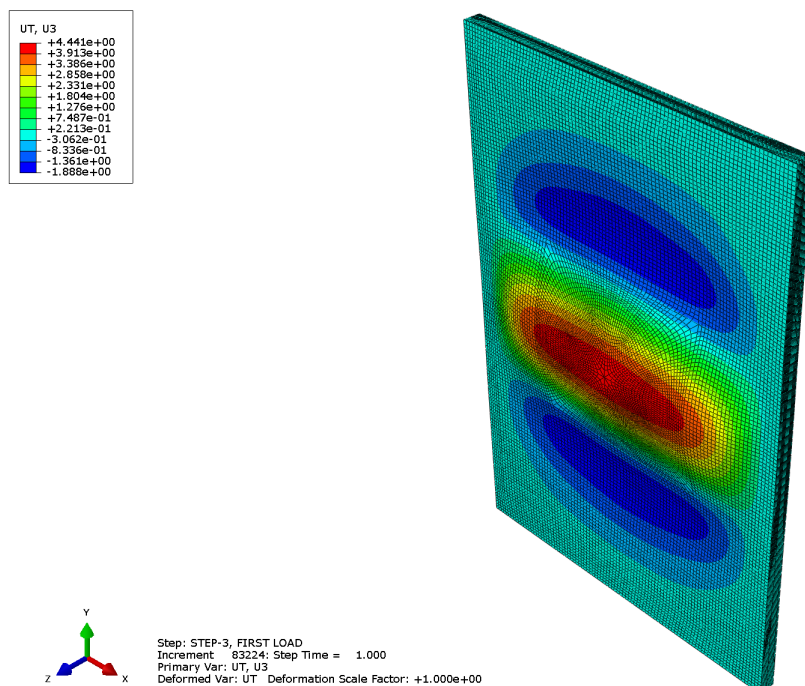


Figura 24: Desplaçament fora del pla de la placa danyada

7.10.2 Model material cohesiu

Amb el model amb materials cohesius s'han observat comportaments similars al model amb superfícies cohesives, propagació de les delaminacions i disminució de la càrrega crítica. No obstant això, s'ha descobert un problema amb la definició de contactes entre elements del model que ha afectat als resultats i que per tant no es mostren degut a la seva invalidesa.

7.10.3 Valoració

Amb l'anàlisi realitzat s'ha demostrat l'influència negativa de les delaminacions sobre la càrrega crítica de vinclament. Per poder quantificar aquesta influència seria necessari un model que representés fidelment la realitat amb elements cohesius entre totes les capes del laminat, ja que recordem que aquests anàlisis han estat realitzats amb només una superfície/material cohesiva situat al centre de la placa. Amb aquest model més complex es poden utilitzar diferents diàmetres al llarg de la placa per representar una delaminació més realista. Una altra opció seria importar un model on s'ha realitzat una simulació d'impacte.

8.RESUM DEL PRESSUPOST

La valoració econòmica total del present treball és de **CINC MIL TRES-CENTS SETANTA-SET amb SEIXANTA-SIS CÈNTIMS (5377.66 €)**.

9.CONCLUSIONS

Una vegada conclòs aquest projecte podem dir que l'objectiu principal ha estat complert. S'ha desenvolupat una solució senzilla que permet assajar laminats primis. S'ha demostrat amb el mètode dels elements finits que la càrrega crítica augmenta i que amb el vinclament que apareix és local. No s'ha pogut utilitzar el criteri de falla per determinar quin el gruix mínim que es pot assajar amb l'utilitatge original.

A nivell personal aquest projecte m'ha permès assolir coneixements sobre el mètode dels elements finits i els materials compòsits que fins ara m'eren totalment desconeguts i que tinc intenció d'ampliar amb l'estudi del màster de Mecànica de Materials i Estructures.

9.1 Treballs futurs

De cares a treball futurs tenim la intenció de continuar amb un estudi més profund de l'efecte del dany, analitzant les delaminacions de totes les capes amb diferents diàmetres i important models on s'ha simulat un impacte.

D'altre banda es comprovarà quines són les càrregues crítiques reals, les obtingudes amb elements shell o amb elements continus i s'intentarà esbrinar l'origen d'aquestes discrepàncies. També s'intentarà determinar quan es produeix la falla del material.

El redactor del present treball,

Bartomeu Gayà Pol

10.RELACIÓ DE DOCUMENTS

El present treball consta dels següents documents:

1. Memòria i annexos
2. Plànols
3. Plec de condicions
4. Estat d'amidaments
5. Pressupost

Referències

- [1] ASTM International. Standard test method for compressive residual strength properties of damaged polymer matrix composite plates. D7137/D7137M-12
- [2] FIDMAC. Útil para ensayos de compresión después de impacto. DE CASTRO NODAL, Manuel, REMACHA JIMÉNEZ, Marina. WO 2013/117779 A1. 15 agost 2013.
- [3] TIMOSHENKO, Stephen, GERE, James. Theory of elastic stability. McGraw-Hill. 1963.
- [4] KOLLÁR, László, SPRINGER, George. Mechanics of composite structures. Cambridge. 2009.
- [5] ABAQUS DOCUMENTATION. 6.2.3 Eigenvalue buckling prediction.
- [6] DÁVILA, C.G.; CAMANHO. P.P., and ROSE, C.A. Failure criteria for FRP laminates. Journal of Composite Materials. 2005; 39:323-345.

A.CRITERI DE FALLA LARC-03

Per determinar si es produeix la falla del material s'utilitza el criteri de falla LaRC-03, que es introduït al programa com una subrutina externa.

A.1 Falla transversal a tracció

El criteri de falla LaRC-03 per preveure la fractura en unes condicions de tracció transversal ($\sigma_{22} \geq 0$) i tallant en el pla es defineix com:

$$(1-g)\frac{\sigma_{22}}{Y_T} + g\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_L}\right)^2 - 1 \leq 0 \quad (11)$$

$$(1-g)\frac{\sigma_{22}^{(m)}}{Y_T} + g\left(\frac{\sigma_{22}^{(m)}}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}^{(m)}}{S_L}\right)^2 - 1 \leq 0, \sigma_{11} < 0, |\sigma_{11}| < \frac{X_c}{2} \quad (12)$$

On $g = \frac{G_{Ic}}{G_{IIc}}$.

Les tensions $\sigma_{ij}^{(m)}$ són calculades en la direcció del desalineament suposat de la fibra d'acord amb les següents expressions:

$$\sigma_{11}^{(m)} = \sigma_{11}\cos^2\varphi + \sigma_{22}\sin^2\varphi + 2|\sigma_{12}|\sin\varphi\cos\varphi \quad (13)$$

$$\sigma_{22}^{(m)} = \sigma_{11}\sin^2\varphi + \sigma_{22}\cos^2\varphi - 2|\sigma_{12}|\sin\varphi\cos\varphi \quad (14)$$

$$\sigma_{12}^{(m)} = -\sigma_{11}\sin\varphi\cos\varphi + \sigma_{22}\sin\varphi\cos\varphi + |\sigma_{12}|(\cos^2\varphi - \sin^2\varphi) \quad (15)$$

On l'angle de desalineament és definit com:

$$\varphi = \frac{|\sigma_{12}| + (G_{12} - X_c)\varphi^c}{G_{12} + \sigma_{12} - \sigma_{22}} \quad (16)$$

$$\varphi^c = \tan^{-1} \left[\frac{1 - \sqrt{1 - 4\varpi \left(\frac{S_L}{X_c}\right)}}{2\varpi} \right] \quad (17)$$

$$\varpi = \frac{S_L}{X_c} + \eta^L \quad (18)$$

A.2 Falla transversal a compressió

El criteri de falla usat per preveure la fractura en unes condicions de compressió transversal ($\sigma_{22} < 0$) i tallant en el pla es defineix com:

$$\left(\frac{\tau_e^T}{S_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_e^L}{S_L}\right)^2 - 1 \leq 0, \sigma_{11} \geq -Y_C \quad (19)$$

$$\left(\frac{\tau_e^{(m)T}}{S_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_e^{(m)L}}{S_L}\right)^2 - 1 \leq 0, \sigma_{11} < -Y_C \quad (20)$$

Les tensions tallants efectives al pla de fractura es defineixen com:

$$\tau_e^T = \langle |\tau^T| + \eta^T \sigma_n \cos \theta \rangle \quad (21)$$

$$\tau_e^L = \langle |\tau^L| + \eta^L \sigma_n \sin \theta \rangle \quad (22)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-|\sigma_{12}|}{\sigma_{22} \sin \alpha} \right) \quad (23)$$

$\langle x \rangle$ és l'operador de McAuley, definit com $\langle x \rangle := \frac{1}{2}(x + |x|)$.

Les components del tensor de tensions al pla de fractura venen donades per:

$$\sigma_n = \sigma_{22} \cos^2 \alpha \quad (24)$$

$$\tau^T = -\sigma_{22} \sin \alpha \cos \alpha \quad (25)$$

$$\tau^L = \sigma_{12} \cos \alpha \quad (26)$$

Els termes τ_e^{mT} i τ_e^{mL} es calculen a partir de les equacions 21 i 22 usant les components rellevants del tensor de tensions establert en considerar la desalineació de la fibra. El pla de fractura ve definit per l'angle α . La determinació de α es realitza maximitzant numèricament les equacions 19 i 20.

Els coeficients transversalment i longitudinalment influents, η^T i η^L respectivament, es poden obtenir com:

$$\eta^T = \frac{-1}{\tan 2\alpha_0} \quad (27)$$

$$\eta^L = \frac{-S_L \cos 2\alpha_0}{Y_C \cos^2 \alpha_0} \quad (28)$$

On α_0 és l'angle de fractura amb condició de compressió transversal pura ($\alpha_0 \approx 53^\circ$). A falta de dades d'assaig la resistència tallant transversal es pot estimar com:

$$S_T = Y_C \cos \alpha_0 \left(\sin \alpha_0 + \frac{\cos \alpha_0}{\tan 2\alpha_0} \right) \quad (29)$$

A.3 Falla longitudinal a tracció

El criteri de falla usat per preveure la fractura de la fibra en condicions de tracció ($\sigma_{11} \geq 0$) longitudinal es defineix com:

$$\frac{\sigma_{11}}{X_T} - 1 \leq 0 \quad (30)$$

A.4 Falla longitudinal a compressió

El criteri de falla usat per preveure la fractura de la fibra en condicions de compressió longitudinal ($\sigma_{11} < 0$) i tallant en el pla ve donat per:

$$\left\langle \frac{|\sigma_{12}^{(m)}| + \eta^L \sigma_{22}^{(m)}}{S_L} \right\rangle - 1 \leq 0, \sigma_{22}^{(m)} < 0 \quad (31)$$

$$(1-g) \frac{\sigma_{22}^{(m)}}{Y_T} + g \left(\frac{\sigma_{22}^{(m)}}{Y_T} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}^{(m)}}{S_L} \right)^2 - 1 \leq 0, \sigma_{22}^{(m)} \geq 0, |\sigma_{11}| \geq X_C/2 \quad (32)$$

El redactor del present treball,

Bartomeu Gayà Pol