

Hacia la alfabetización numérica en Educación Infantil: algunos avances en Chile y España

Claudia Coronata

Pontificia Universidad Católica de Chile, ccoronata@uc.cl

Angel Alsina

Universidad de Girona, angel.alsina@udg.edu

Fecha de recepción: 15-11-2012

Fecha de aceptación: 10-12-2012

Fecha de publicación: 27-12-2012

RESUMEN

En este artículo se revisan en primer lugar los principales referentes internacionales contemporáneos sobre la adquisición de conocimientos numéricos en la etapa de Educación Infantil. En segundo lugar se analizan las instrucciones curriculares de dos países de habla hispana -uno latinoamericano (Chile) y otro europeo (España)- para determinar en qué medida se asumen los referentes internacionales y a la vez contrastar los currículos de ambos países. Finalmente se presenta una propuesta de intervención en el aula que parte de la combinación entre diferentes contextos de aprendizaje y los procesos matemáticos para indagar en las prácticas docentes más ajustadas y eficaces para favorecer la alfabetización numérica de los niños de las primeras edades.

Palabras clave: Alfabetización numérica, currículum de matemáticas, práctica matemática, Educación Infantil.

Towards numeracy in Early Childhood Education: Some advances in Chile and Spain

ABSTRACT

This article reviews the main contemporary international references on numerical knowledge acquisition in the kindergarten stage. Secondly it analyzes the instructions curricular in two countries-one Spanish-speaking Latin America (Chile) and one European (Spain) - to determine the extent to assume international benchmarks while comparing the curricula of both countries. Finally, it presents a proposal for intervention in the classroom that the combination of different learning contexts and processes to investigate mathematical teaching practices and most effective in promoting and numeracy of children from the earliest ages.

Key words: Numeracy, mathematics curriculum, math practice, Early Childhood Education.

1. Introducción

Durante el siglo XX la enseñanza del número en las primeras edades ha transcurrido por distintos periodos: a comienzos de siglo su enseñanza se centraba en la aritmética, especialmente en la solución de algoritmos escritos (Thorndike, 1922); luego se introdujo la teoría de conjuntos y las estructuras

algebraicas, con las que se ejemplificaban y explicaban las distintas ideas matemáticas (Dienes y Golding, 1968); pero a medida que transcurrían los años se necesitaba mayor innovación para que la enseñanza de los números fuera útil y aplicable a la vida cotidiana. Este planteamiento ha comportado que se enfatice cada vez más la comprensión y la aplicación de los conocimientos numéricos en diferentes contextos en desmedro de la práctica rutinaria y memorística de los algoritmos, de manera que ya en los años noventa del S. XX la enseñanza de los números en algunos países como Estados Unidos y Australia se centraba en que los alumnos desarrollaran el sentido numérico (también llamado significado numérico), que se describe como un “sentido intuitivo” para dar significado y uso a los números; capacidad para apreciar diversos niveles de precisión o errores aritméticos; y poder estimar y/o poder discriminar diversas estrategias para calcular eficientemente (Danzig, 1967; Devlin, 2000).

Desde esta perspectiva, en este artículo se exponen en primer lugar los principales referentes internacionales contemporáneos sobre la adquisición de conocimientos numéricos en la etapa de Educación Infantil propuestos por el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 1991, 2003) y por la *Common Core State Standards Initiative* (CCSSI, 2010). En segundo lugar se analizan las instrucciones curriculares de dos países de habla hispana -uno latinoamericano (Chile) y otro europeo (España)- para determinar en qué medida se asumen los referentes internacionales expuestos y a la vez contrastar los currículos de ambos países. Finalmente se presenta una propuesta de intervención en el aula de Educación Infantil que considera, por un lado, diferentes contextos de aprendizaje propuestos en la “Pirámide de la Educación Matemática” (Alsina, 2010); y por otro lado, los procesos matemáticos propuestos por la NCTM (2003). La combinación de contextos de aprendizaje y procesos matemáticos favorecen nuevas miradas que enfatizan no sólo el contexto y el proceso, sino -y especialmente- las relaciones que se establecen entre ellos para indagar en las prácticas docentes más ajustadas y eficaces para favorecer la adquisición progresiva del sentido numérico, que en este artículo se asocia a la alfabetización numérica.

2. Referentes internacionales contemporáneos sobre conocimientos numéricos

Los Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática de Estados Unidos (NCTM, 1991) indican que desarrollar un buen sentido numérico y dominar una amplia gama de habilidades numéricas implica entender correctamente el significado de los números y el sistema decimal; ser consciente de las múltiples relaciones que se dan entre los números, tanto gráficas como simbólicas; reconocer la magnitud relativa de los números según el contexto en que se sitúan; conocer el efecto relativo de las operaciones numéricas considerando sus propiedades y relaciones entre ellas; y disponer de puntos de referencia para realizar mediciones de objetos y situaciones en el entorno.

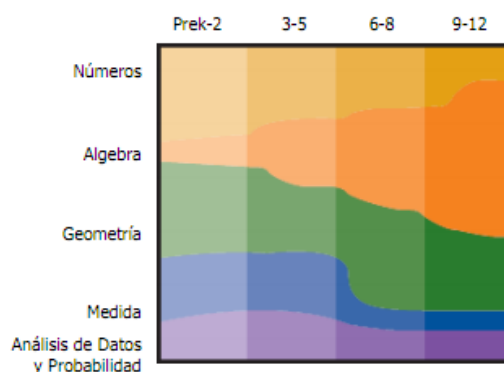


Figura 1. Nivel de atención que deberían recibir los diferentes estándares de contenidos (NCTM 2003, p. 32)

Unos años después, en los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM, 2003), se proponen cinco estándares de contenido, entre los cuales está el estándar "Número y Operaciones", que se ocupa de la comprensión de los números, el desarrollo del significado de las operaciones matemáticas y la fluidez en el cálculo. En Educación Infantil (Prekindergarten y kindergarten) es donde este estándar posee mayor énfasis (ver Figura 1) y la enseñanza prioriza su comprensión, puesto que es la base para el logro de los otros aprendizajes matemáticos. En la Tabla 1 se exponen las expectativas para este estándar en Educación Infantil:

Tabla 1. Expectativas de "números y operaciones" para la etapa de Educación Infantil

Comprender los números, las formas de representarlos, las relaciones entre ellos y los conjuntos numéricos	<p>Contar con comprensión y darse cuenta de "cuántos hay" en colecciones de objetos;</p> <p>Utilizar diversos modelos para desarrollar las primeras nociones sobre el valor posicional y el sistema decimal de numeración;</p> <p>Desarrollar la comprensión de la posición relativa y la magnitud de los números naturales, y de los números ordinales y cardinales y sus conexiones;</p> <p>Dar sentido a los números naturales y representarlos y usarlos de manera flexible, incluyendo relacionar, componer y descomponer números;</p> <p>Relacionar los nombres de los números y los numerales, con las cantidades que representan, utilizando varios modelos físicos y representaciones diversas;</p> <p>Comprender y representar las fracciones comúnmente usadas, como $1/4$, $1/3$ y $1/2$;</p>
Comprender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras	<p>Comprender distintos significados de la adición y sustracción de números naturales y la relación entre ambas operaciones;</p> <p>Comprender los efectos de sumar y restar números naturales;</p> <p>Comprender situaciones que impliquen multiplicar y dividir, tales como la de agrupamientos iguales de objetos y la de repartir en partes iguales;</p>
Calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables	<p>Desarrollar y usar estrategias para calcular con números naturales, centrándose en la adición y sustracción;</p> <p>Desarrollar fluidez en la adición y sustracción de combinaciones básicas de números;</p> <p>Utilizar diversos métodos y herramientas para calcular, incluyendo objetos, cálculo mental, estimación, lápiz y papel y calculadoras.</p>

Como puede apreciarse, en las primeras edades este estándar se centra en los números naturales con los cuales cuentan, comparan cantidades y desarrollan la comprensión de la estructura del sistema decimal, junto con la comprensión de las operaciones aritméticas de suma y resta.

Junto a lo anterior se proponen cinco estándares de procesos matemáticos, es decir, se explicitan las diversas herramientas que proporcionan las matemáticas para trabajar los diferentes contenidos (NCTM, 2003). Los procesos que se mencionan son:

- La resolución de problemas, siendo una de las principales maneras de hacer matemáticas que implica construir nuevo conocimiento matemático al reflexionar, aplicar y adaptar estrategias que favorecen la solución de situaciones problemáticas. Al tener oportunidades para resolver problemas matemáticos, los alumnos generan nuevas formas de pensar, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza, al observar la utilidad fuera del ámbito escolar.

- El razonamiento y la demostración, que permite a los alumnos tomar mayor conciencia de que las matemáticas tienen sentido y ofrecen poderosas alternativas para lograr comprender una gran variedad de fenómenos. Se desarrolla al investigar conjeturas matemáticas, al elaborar y evaluar argumentos y demostraciones.
- La comunicación, que en definitiva es una herramienta que promueve la interacción con otros para aclarar las ideas matemáticas; al fortalecer la comunicación, las ideas se transforman en objeto de reflexión, de precisión y discusión. Además al comunicarse con argumentos, los alumnos aprenden a ser más claros y convincentes en el uso del lenguaje matemático; y a su vez al escuchar las explicaciones de otros, profundizan en sus propias comprensiones de las ideas matemáticas.
- Las conexiones, para enfatizar que las matemáticas no están constituidas por ejes temáticos desvinculados entre sí, sino que por el contrario, esta disciplina es un campo de estudio integrado. Se hace necesario que los alumnos reconozcan y realicen conexiones entre ideas matemáticas progresivas unas y otras y además es importante considerar conexiones matemáticas con otros temas y con la vida cotidiana para entender mejor su utilidad.
- Las representaciones, que corresponden a las formas de representar las ideas matemáticas, las cuales pueden ser a través de imágenes, materiales concretos, tablas, gráficos, números, letras, entre otras. Muchas de las representaciones que existen actualmente son el resultado de una construcción cultural, que llevó muchos años determinar. Cuando los alumnos comprenden las representaciones matemáticas que se les presenta y además tienen oportunidades de crear otras, mejoran su capacidad para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos.

Con este planteamiento se quiere indicar que los contenidos deberían trabajarse a través de estos diferentes procesos para favorecer su uso comprensivo y eficaz en diferentes contextos (Alsina, 2012). En el año 2010 se publican en Estados Unidos los Common Core State Standards for Mathematics o normas comunes (CCSSI, 2010), que surgen como una forma de precisar mejor y lograr una mayor coherencia en el aprendizaje de las matemáticas desde los primeros niveles educativos hasta finalizar la educación escolar a fin de mejorar el rendimiento en matemáticas. En este documento se presentan, en primer lugar, los estándares para la práctica matemática, que describen diferentes niveles de experiencia que los maestros de matemáticas deberían desarrollar en sus alumnos para que sean matemáticamente competentes; y en segundo lugar, los estándares para el contenido matemático, que son una combinación equilibrada entre procedimientos y comprensión que focalizan los conceptos centrales.

En las Tablas 2 y 3 se sintetizan dichos estándares, por su relativa novedad y por no existir hasta el momento una traducción al español:

Tabla 2. Síntesis de los estándares para la práctica matemática (CCSSI, 2010)

Estándar	Descripción
Identificar el problema y perseverar hasta resolverlo	Comienzan por explicarse a sí mismos el significado de un problema y buscan diversas alternativas para resolverlos. Realizan conjeturas acerca de la forma y el significado de la solución y buscan caminos para encontrar la solución, más que improvisar. Consideran problemas análogos, problemas más simples, etc. para entender mejor la solución. Siguen y evalúan su proceso, y si es necesario cambian de rumbo. Confían en la ayuda que supone el uso de objetos o imágenes concretas para resolver el problema. Comprueban sus respuestas y se preguntan si tienen sentido.

Tabla 2 (Continuación). Síntesis de los estándares para la práctica matemática (CCSSI, 2010)

Razonar de forma abstracta y cuantitativa	<p>Entienden las cantidades y sus relaciones en situaciones problemáticas.</p> <p>Usan dos habilidades complementarias para resolver los problemas: la capacidad para descontextualizar una situación dada y representarla simbólicamente; y la capacidad de contextualizar para hacer una pausa cuando sea necesario durante el proceso de manipulación para investigar los referentes de los símbolos involucrados.</p> <p>El razonamiento cuantitativo implica hábitos como crear una representación coherente del problema, teniendo en cuenta las unidades involucradas, atendiendo al significado de las cantidades y no sólo en saber calcularlas.</p>
Crear argumentos viables y criticar el razonamiento de los demás	<p>Comprenden y utilizan los supuestos indicados, definiciones y resultados previamente establecidos en la construcción de argumentos.</p> <p>Hacen conjeturas y construyen una progresión lógica de las afirmaciones para explorar la verdad de sus ideas. Son capaces de analizar las situaciones dividiéndolas en casos, y pueden reconocer y usar contraejemplos.</p> <p>Justifican sus conclusiones, las comunican a los demás y responden a sus argumentos.</p> <p>Razonan inductivamente acerca de los datos, y hacen que los argumentos que consideran el contexto del que vienen los datos sean viables.</p> <p>Pueden comparar la efectividad de dos argumentos plausibles.</p> <p>Pueden escuchar o leer los argumentos de los demás, decidir si tienen sentido, y hacer preguntas útiles para aclarar o mejorar los argumentos.</p>
Modelización matemática	<p>Pueden aplicar las matemáticas para resolver problemas que se plantean en la vida cotidiana, la sociedad y el lugar de trabajo.</p> <p>Pueden simplificar una situación complicada.</p> <p>Son capaces de identificar cantidades importantes en una situación práctica y establecer sus relaciones con herramientas tales como diagramas, tablas de doble entrada, gráficos, diagramas de flujo y fórmulas.</p> <p>Pueden analizar las relaciones de forma matemática para extraer conclusiones.</p> <p>Interpretan los resultados basándose en el contexto y reflexionan sobre la validez de los resultados.</p>
Utilizar estratégicamente las herramientas apropiadas.	<p>Consideran las herramientas disponibles para solucionar un problema matemático. Estas herramientas pueden incluir desde lápiz y papel, modelos concretos, reglas, un transportador, hasta calculadoras, hoja de cálculo, sistema de álgebra computacional, paquete estadístico o software. Son capaces de reconocer las limitaciones de cada herramienta y de determinar en qué situaciones son útiles.</p>
Crear precisión	<p>Intentan comunicarse de forma precisa con los demás.</p> <p>Usan definiciones claras cuando razonan y dialogan con los demás.</p> <p>Determinan el significado de los símbolos que eligen, incluyendo el uso del signo igual de forma apropiada y coherente.</p> <p>Son precisos al especificar las unidades de medida y etiquetar los ejes para clarificar la correspondencia con las cantidades de un problema.</p> <p>Calculan con precisión y eficacia, y expresan respuestas numéricas con un grado de precisión adecuado al contexto del problema.</p>
Buscar y hacer uso de una estructura	<p>Buscan discernir patrones o estructuras.</p> <p>Identifican la importancia de una línea en una figura geométrica y pueden utilizar la estrategia de dibujar una línea auxiliar para resolver problemas.</p> <p>Saben distanciarse y ver el problema en un plano general.</p> <p>Pueden simplificar situaciones complicadas.</p>
Buscar y expresar la regularidad en un razonamiento repetido	<p>Discriminan si los cálculos se repiten, y buscan métodos generales y atajos.</p> <p>Supervisan el proceso y se fijan en los detalles.</p> <p>Evalúan constantemente el sentido de sus resultados intermedios.</p>

Los estándares anteriores referentes a la práctica matemática se basan en los procesos matemáticos del NCTM y en las competencias matemáticas que se especifican en el informe *Adding It* del *National Council Research* de los Estados Unidos.

En relación a los estándares de contenido, se establecen estándares específicos para cada nivel que definen lo que los alumnos deberían entender y saber hacer. En la Tabla 2 se exponen los estándares de contenido relativos a "números y operaciones" correspondientes al nivel de Educación Infantil (5-6 años).

Tabla 3. Síntesis de los estándares de contenido de "números y operaciones" de Educación Infantil (CCSSI, 2010)

Usan números, incluidos los números escritos, para representar cantidades y para resolver problemas cuantitativos; como contar los objetos de un conjunto, comparar conjuntos de numerales y crear situaciones sencillas en que se tengan que juntar o separar conjuntos de objetos y, más adelante, expresiones como $5 + 2 = 7$ y $7 - 2 = 5$.

Escogen, combinan y aplican estrategias efectivas para responder a preguntas cuantitativas.

Reconocen rápidamente las cardinalidades de pequeños conjuntos de objetos, cuentan y elaboran conjuntos, cuentan el número de objetos en conjuntos combinados, o el número de objetos que permanecen en un conjunto una vez se han quitado algunos.

En las tablas anteriores se aprecia que las orientaciones internacionales contemporáneas que se usan como referencia para diseñar la mayoría de currículos de los países civilizados abogan por otorgar importancia sobre todo a la capacidad de comprender los números y saberlos usar. Esta visión mantiene un fuerte paralelismo con la alfabetización matemática, que se concibe como la capacidad de comprender conceptos y procedimientos fundamentales y saberlos aplicar en diferentes contextos. Es por ello que es posible afirmar que, en relación al conocimiento numérico de los alumnos de las primeras edades, en los referentes internacionales consultados se impulsa sobre todo la alfabetización numérica.

3. Orientaciones curriculares sobre conocimientos numéricos en Chile y España

3.1. Chile

Las necesidades de la sociedad actual y respondiendo a los modelos de economía global que dirigen el desempeño de los ciudadanos de la mayoría de los países del mundo occidental, se cristaliza en Chile una reforma profunda de la institucionalidad educativa, con una nueva Ley General de Educación (LGE) en 2009 y la creación de un Sistema Nacional de Aseguramiento de la Calidad, implementado a través de nuevos organismos estatales (Agencia de Calidad y Superintendencia).

La nueva institucionalidad generada por el Sistema Nacional de Aseguramiento de la Calidad, establece que se deben definir estándares de aprendizaje que permitirán ordenar a los centros educativos de acuerdo al logro de aprendizaje de los alumnos y al grado de cumplimiento de estos estándares, referidos a los objetivos generales señalados en la ley y sus respectivas bases curriculares. Este nuevo escenario exige mayor claridad y precisión en la definición de lo que se espera que aprendan los alumnos. Por este motivo, esta ley establece una nueva fórmula de prescripción curricular, reemplazando las categorías anteriores de Objetivos Fundamentales (OF) y Contenidos Mínimos Obligatorios (CMO), por un concepto acorde con la necesidad de vincular más estrechamente la formulación del aprendizaje con su seguimiento y evaluación. Esta fórmula, llamada en la ley

“Objetivos de Aprendizaje”, define los propósitos y los logros del proceso y establece cuáles serán los desempeños del alumno que permitirán verificar el logro del aprendizaje, en definitiva, precisa mayormente en los desempeños observables que deben mostrar los alumnos.

En matemáticas se procura sentar la base para una comprensión profunda de los conceptos, a partir del tránsito desde lo concreto a lo simbólico y con énfasis en el razonamiento al resolver problemas. En la Educación Parvularia se abordan distintos ámbitos y núcleos; en directa relación con matemáticas se encuentra el ámbito “Relación con el medio natural y cultural” y el núcleo: “Relaciones lógicas matemáticas y cuantificación”. En la Tabla 4 se exponen los aprendizajes esperados y los objetivos de aprendizaje correspondientes al núcleo recién mencionado.

Tabla 4. Aprendizajes esperados en Educación Parvularia

Transición I (4 años)	Transición II (5 años)
Reconocer secuencias de patrones de diferentes tipos, reproduciéndolos a través de diferentes formas.	Emplear los números para identificar, contar, clasificar, sumar, restar, informarse y ordenar elementos de la realidad.
Resolver situaciones problemáticas simples con objetos, ensayando diferentes estrategias de resolución que consideren distintos medios.	Reconocer y nominar los números, desarrollando el lenguaje matemático para establecer relaciones, describir y cuantificar su medio y enriquecer su comunicación.
Iniciarse en el empleo intuitivo de cuantificadores simples: mucho-poco, más-menos, mayor- menor.	Iniciarse en experiencias de observación y experimentación registrando, midiendo, y cuantificando elementos y fenómenos de su entorno. Representar gráficamente cantidades, estableciendo su relación con los números para organizar información y resolver problemas simples de la vida cotidiana. Interpretar hechos y situaciones del medio empleando el lenguaje matemático y el conteo para cuantificar la realidad. Iniciarse en la comprensión de la adición y sustracción, empleándolas en la resolución de problemas cotidianos y en situaciones concretas.

En la Tabla 4 se evidencia que durante la Educación Parvularia se hace hincapié en la relación de la matemática con el contexto, es decir, se vincula con la observación del entorno, a la realidad en que se encuentra cada niño; en definitiva, aparece más explícitamente la importancia de relacionar la educación matemática con la vida cotidiana. Al observar con mayor detención los aprendizajes esperados que se plantean para el nivel Transición I (4 años) en el núcleo “relaciones lógicas matemáticas y cuantificación”, resalta el carácter variado y simple, que invita a la exploración y manipulación para aproximarse de mejor manera al conocimiento y comprensión del entorno inmediato, de una forma intuitiva, libre y creativa. Pareciera que la propuesta que se hace desde el currículo nacional es bastante amplia y factible de contextualizar, se observa la importancia de conocer patrones, de resolver situaciones problemáticas e iniciarse en el empleo intuitivo de cuantificadores simples; en ningún momento se presentan exigencias vinculadas a la representación gráfica de numerales, por el contrario, se basa en aprendizajes más profundos y “con sentido” para los pequeños, acordes a sus necesidades.

En forma similar ocurre en transición II (5 años), los aprendizajes esperados que definen las bases curriculares del nivel central incluyen explícitamente el trabajo con números. Se observa que los niños y niñas de este nivel educativo debieran emplear, reconocer, clasificar y nominar los números, además de ordenar, representar gráficamente cantidades y resolver problemas, iniciándose en la adición y sustracción en situaciones cotidianas y concretas. Por otro lado, en este nivel aparece el lenguaje matemático y el conteo como un medio para interpretar la realidad a través de la cuantificación.

Es claro que los aprendizajes matemáticos que se espera que logren los alumnos en Educación Parvularia demuestran estar vinculados a lo cotidiano y/o familiar; pero al mismo tiempo están planteados con menor detalle en relación a lo que plantea la NCTM (2003). Si realizamos un análisis más exhaustivo, se puede ver que los estándares que propone la NCTM promueven una mayor profundidad de contenidos y además exige una mayor interrelación entre ellos; se refleja en lo que tiene relación a la comprensión de las operaciones y su relación entre ellas, también en comprender los números, las formas de representarlos, las relaciones entre ellos y los conjuntos numéricos. Del mismo modo, si nos centramos en los procesos matemáticos, queda claramente evidenciado que en las bases curriculares chilenas están, en su mayoría, invisibilizados, decimos “en su mayoría” porque se puede encontrar la resolución de problemas y la comunicación, aunque sin mayor profundización.

Más aún, al relacionar los aprendizajes esperados relacionados con el bloque “Número y Operaciones” de las bases curriculares con los estándares comunes, se comprueba que no existe vinculación alguna, ni con los estándares para la práctica matemática, ni tampoco con los estándares de contenido matemático que fueron elaborados para lograr una mejor alfabetización matemática en las primeras edades.

3.2. España

La tendencia en materia de leyes de educación desde la llegada de la democracia en España ha sido reformar o derogar la ley vigente en función de los cambios políticos que se han ido sucediendo en el gobierno. No es objeto de este artículo profundizar en el análisis de este hecho, pero la realidad evidencia que desde la Ley General de Educación de 1970, España ha tenido diversas leyes de educación: la Ley Orgánica del Derecho a la Educación (LODE) de 1985; la Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE) de 1990; la Ley Orgánica de Calidad de la Educación (LOCE) de 2002, que no llegó a aplicarse y fue derogada por la Ley Orgánica de Educación (LOE) de 2006; y actualmente se ha llevado al Consejo de Ministros una propuesta articulada de futura ley de educación denominada Ley Orgánica de Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE).

En el momento de la redacción de este artículo la ley de educación vigente en España es la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (BOE 106, de 4 de mayo de 2006) por parte de las Cortes Generales. La aplicación del currículum de Educación Infantil es la consecuencia de dos actuaciones de ámbito político necesariamente correlativas en el tiempo:

- La aprobación de la ORDEN ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil (MEC, 2008).
- y la aprobación en cada Comunidad Autónoma del Decreto por el cual se establece la ordenación de las enseñanzas de la etapa de Educación Infantil.

La Orden ECI/3960/2007 establece, entre otros aspectos, los contenidos educativos de la Educación infantil, que se organizan en tres áreas, para los dos ciclos de la etapa (0-3 y 3-6): conocimiento de sí mismo y autonomía personal; conocimiento del entorno; y lenguajes: comunicación y representación. Así, pues, no se presentan dichos contenidos organizados propiamente por las clásicas materias escolares, por lo que para poder establecer los contenidos de numeración y cálculo se ha realizado una lectura global del documento y, se han extraído, a criterio de los autores, los contenidos relacionados con este bloque que se presentan en la Tabla 5.

En la esta Tabla se observa que, a pesar de que el peso de los contenidos sobre el conocimiento de los números y las operaciones aritméticas que deberían trabajarse en la etapa de Educación Infantil aparecen en el área 2, estos contenidos también están presentes en el resto de áreas. Este aspecto es

muy significativo dado que permite al profesorado superar una visión fragmentada de los contenidos de matemáticas, y favorecer un enfoque globalizado estableciendo relaciones entre los contenidos de las diferentes áreas.

Tabla 5. Contenidos de numeración y cálculo para el 2º ciclo de Educación Infantil (MEC, 2008)

Área 1. Conocimiento de sí mismo y autonomía personal	Exploración y reconocimiento del propio cuerpo. Identificación, valoración y aceptación progresiva de las características propias.
	Cuantificación no numérica de colecciones (muchos, pocos). Comparación cuantitativa entre colecciones de objetos. Relaciones de igualdad y de desigualdad (igual que, más que, menos que).
Área 2. Conocimiento del entorno	Estimación cuantitativa exacta de colecciones y uso de números cardinales referidos a cantidades manejables. Utilización oral de la serie numérica para contar. Observación y toma de conciencia del valor funcional de los números y de su utilidad en la vida cotidiana.
Área 3. Lenguajes: comunicación y representación	Diferenciación entre las formas escritas y otras formas de expresión gráfica. Iniciación en el uso de la escritura para cumplir finalidades reales. Interés y disposición para comunicarse por escrito y por el uso de algunas convenciones del sistema de la lengua escrita como linealidad, orientación y organización del espacio, y gusto por producir mensajes con trazos cada vez más precisos y legibles.

Un segundo aspecto destacable es el tipo de sustantivos usados para expresar los contenidos: exploración, identificación, realización de acciones, comparaciones, relaciones, estimación, observación, utilización, etc. De ello se desprende una visión del aprendizaje de los contenidos de numeración y cálculo que tiene en cuenta las necesidades de los alumnos de las primeras edades para aprender: observar los números del entorno y comprender su utilidad; realizar acciones con cantidades para favorecer su comprensión e interiorización; etc. Desde este punto de vista, las orientaciones curriculares españolas mantienen cierto paralelismo con los referentes internacionales, que enfatizan la comprensión de los números.

En el documento legislativo español, como ocurre también en las orientaciones internacionales, se hace hincapié en la representación de las cantidades, aunque se obvian algunas fases imprescindibles. Mientras que en las orientaciones internacionales se manifiesta la necesidad de comprender las diferentes formas de representar los números, en el currículo español se menciona únicamente la iniciación en el uso de la escritura para cumplir finalidades reales, sin subrayar en ningún momento que la evolución de la representación de cantidades discretas pasa por diferentes fases o niveles: 1) ausencia de código simbólico, en el que los niños usan dibujos para representar cantidades. En sus representaciones, que son concretas, realizan una correspondencia término a término; 2) aparición de código simbólico, en el que los niños usan cruces, círculos, palitos, etc., para representar cantidades. En sus representaciones, que son pictóricas, todavía mantienen la correspondencia término a término; 3) consolidación del código simbólico (alfabetización), en el que los niños usan códigos simbólicos, transmitidos culturalmente, para representar cantidades discretas. Estos símbolos tienen una particularidad muy abstracta, y es que solo el símbolo permite representar muchos objetos (Alsina, 2011).

Otro aspecto especialmente controvertido es que en las orientaciones curriculares españolas no se hace referencia a los cambios de cantidades, es decir, las operaciones aritméticas elementales de suma y resta. Si tenemos en cuenta las orientaciones internacionales, en las que se destaca la necesidad de

comprender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras, o bien calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables, entonces las orientaciones españolas relativas al cálculo en las primeras edades son, sin duda, deficientes.

Además de los contenidos, en el documento legislativo analizado también se evidencia la presencia de algunos de los procesos matemáticos que permiten dar aplicabilidad a los diferentes contenidos expuestos:

Tabla 6. Procesos matemáticos para el 2º ciclo de Educación Infantil (MEC, 2008)

Área 1. Conocimiento de sí mismo y autonomía personal	<p>Juegos motores, sensoriales, simbólicos y de reglas. Exploración de la entorno a través del juego. Sentimiento de seguridad personal en la participación en juegos diversos. Gusto por el juego. (resolución de problemas)</p> <p>Comprensión y aceptación de reglas para jugar, participación en su regulación y valoración de su necesidad y del papel del juego como medio de goce y de relación con los otros. (resolución de problemas)</p>
Área 2. Conocimiento del entorno	<p>Utilización y valoración progresiva de la lengua oral para evocar y relatar hechos, para explorar conocimientos, expresar y comunicar ideas y sentimientos y como ayuda para regular la propia conducta y la de los otros. (comunicación)</p> <p>Uso progresivo, de acuerdo con la edad, de léxico variado y con creciente precisión, estructuración apropiada de frases, entonación adecuada y pronunciación clara. (comunicación)</p> <p>Participación y escucha activa en situaciones habituales de comunicación. Acomodación progresiva de sus enunciados a los formatos convencionales, así como acercamiento a la interpretación de mensajes, transmitidos por medios audiovisuales. (comunicación)</p>
Área 3. Lenguajes: comunicación y representación	<p>Utilización adecuada de las normas que rigen el intercambio lingüístico, respetando el turno de palabra, escuchando con atención y respeto. (comunicación)</p> <p>Acercamiento a la lengua escrita como medio de comunicación, información y goce. Interés para explorar algunos de sus elementos. (representación)</p> <p>Diferenciación entre las formas escritas y otras formas de expresión gráfica. Identificación de palabras y frases escritas muy significativas y usuales. Percepción de diferencias y parecidos entre ellas. (representación)</p> <p>Iniciación al conocimiento del código escrito a través de estas palabras y frases. Expresión y comunicación de hechos, sentimientos y emociones, vivencias, o fantasías a través del dibujo y de producciones plásticas realizadas con diferentes materiales y técnicas. (representación)</p> <p>Exploración de las propias posibilidades expresivas y comunicativas en relación con objetos y materiales. (comunicación)</p>

En la Tabla 6 se aprecia que aparecen algunos procesos vinculados sobre todo a la resolución de problemas, a la comunicación y a la representación, pero desde nuestro punto de vista no se enfatiza suficientemente el razonamiento y la demostración, que subraya que desde las primeras edades los alumnos deberían explicar, justificar, argumentar o razonar sus acciones, a la vez que comprobar sus resultados; o bien las conexiones entre las ideas matemáticas, aunque sí se señala su aplicación en contextos no matemáticos cuando se incide, por ejemplo, en la observación y toma de conciencia del valor funcional de los números y de su utilidad en la vida cotidiana.

4. ¿Cómo trabajar los conocimientos numéricos? Una propuesta de intervención en el aula de Educación Infantil

En las últimas décadas han surgido múltiples estudios sobre la adquisición de la noción de número en la etapa infantil. En este momento queremos profundizar desde el Modelo Lógico Piagetiano (Piaget y Szeminska, 1967) al Modelo de Integración de Habilidades (Baroody, 1998, 2000; Fuson, 1988; Bermejo, 1990, entre otros).

Piaget y Szeminska (1967) planteaban que el desarrollo del razonamiento lógico es la base del desarrollo del número y las habilidades aritméticas, sin embargo, posteriormente surgen los planteamientos de que el desarrollo matemático va a la par con el desarrollo del pensamiento lógico, es decir, los alumnos comprenden el número en la medida que posean enriquecedoras experiencias de conteo, las cuales suponen procesos cognitivos complejos para el logro de la noción de número y el manejo de las operaciones lógicas. Aún más, de acuerdo con Baroody (1998, 2000), existe escasa evidencia que demuestre que es necesario el entrenamiento lógico para el desarrollo del concepto de número, sin embargo, se encuentra considerable evidencia que demuestra que las experiencias de conteo están directamente relacionadas a la comprensión del sentido numérico. En esta línea, Bermejo (1990) se inclina por un enfoque integral debido a la complementariedad necesaria al logro de la noción de número a través de la enseñanza de las operaciones lógicas y de las habilidades numéricas. Paralelamente a los aspectos mencionados, surge la necesidad de considerar diferentes contextos de aprendizaje en los que es posible favorecer la adquisición progresiva de conocimientos numéricos. Así, por ejemplo, Freudenthal (1991) menciona los contextos reales, entendidos como situaciones de la vida cotidiana u otras situaciones que son reales en la mente de los alumnos; Canals (2001) y Berdonneau (2008), entre otros, fundamentan el papel de la manipulación de materiales en el aprendizaje ya que apoya la elaboración de representaciones mentales; permite centrar el aprendizaje en una acción específica donde el niño se involucra en forma íntegra; y es un indicador de la actividad intelectual que permite al educador reorientar mejor el proceso de enseñanza-aprendizaje.



Figura 2. Pirámide de la Educación Matemática (Alsina, 2010)

Desde esta perspectiva, Alsina (2010) propone una “Pirámide de la Educación Matemática” (Figura 2) en la que se presentan de forma sencilla distintos contextos para desarrollar el pensamiento matemático y su frecuencia de uso más recomendable. En la base de este diagrama piramidal están los contextos que necesitan todos los niños para aprender y que, por lo tanto, se podrían y deberían “consumir” diariamente para desarrollar la competencia matemática. Ahí están las situaciones

problemáticas que surgen en la vida cotidiana de cada día; la observación y el análisis de los elementos matemáticos de nuestro entorno; el movimiento como actividad básica para interiorizar, por ejemplo, conocimientos geométricos diversos; la posibilidad de vivenciar elementos matemáticos a través del propio cuerpo; la manipulación con materiales diversos, dado que la acción sobre los objetos posibilita que los alumnos puedan elaborar esquemas mentales de conocimiento; o bien el uso de juegos, entendidos como la resolución de situaciones problemáticas. Después aparecen los que deben “tomarse” alternativamente, como las situaciones de aprendizaje mediante recursos literarios con un contenido matemático (cuentos populares, narraciones, novelas, canciones, adivinanzas, etc.) o los recursos tecnológicos. Por último, en la cúspide, se encuentran los contextos de aprendizaje que deberían usarse de forma ocasional, como por ejemplo los libros o cuadernos de actividades.

Con el objeto de avanzar en el conocimiento didáctico relativo a la enseñanza de los números, se presenta una propuesta en la que se entrecruzan los diferentes contextos de aprendizaje planteados por Alsina (2010) con los procesos matemáticos de la NCTM (2003). Partimos de la base que para favorecer el desarrollo del sentido numérico y, por lo tanto, la adquisición progresiva de la alfabetización y la competencia numérica, es necesario considerar, por un lado, diferentes contextos de aprendizaje para atender a la diversidad de niños que hay en las aulas; y por otro lado, considerar las diferentes herramientas para trabajar los contenidos.

Tabla 7. Relación entre la “Pirámide de la Educación Matemática” y los procesos matemáticos

Pirámide de la Educación Matemática (Alsina, 2010)	Procesos matemáticos (NCTM, 2003)
Situaciones cotidianas, matematización del entorno, vivencias con el propio cuerpo	<p><i>Resolución de Problemas.</i> Generan estrategias para matematizar el entorno y despejar incógnitas que se les presentan. En los diversos contextos (aula, patio, plaza, playa, parque, etc.) observan, exploran, relacionan, cuentan, comparan para generar situaciones problemas y encontrar solución. <i>Razonamiento y demostración.</i> Vivencian distintas estrategias, las argumentan, verifican su estado y las modifican si es necesario. <i>Comunicación.</i> Explican su razonamiento matemático a través de un lenguaje matemático simple y claro. Trabajan la resolución de situaciones problemáticas en forma colectiva para generar discusión, análisis y justificaciones a las respuestas encontradas. <i>Conexiones.</i> Conectan las ideas matemáticas entre sí y aplican las ideas matemáticas a otros contextos. Establecen conexiones de las matemáticas con otras disciplinas como por ejemplo la psicomotricidad (movimiento). <i>Representaciones.</i> Diseñan y usan representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas de la vida cotidiana.</p>
Recursos manipulativos, materiales inespecíficos comercializados o diseñados.	<p><i>Resolución de Problemas.</i> Resuelven problemas matemáticos utilizando diversos recursos manipulativos concretos según la estrategia seleccionada. <i>Razonamiento y demostración.</i> Hacen investigación matemática, desarrollan conjeturas y evalúan los argumentos y pruebas con apoyo de material concreto manipulativo. <i>Comunicación.</i> Comunican su pensamiento matemático con apoyo concreto, de manera coherente y clara a los profesores y demás compañeros y compañeras. <i>Conexiones.</i> Comprenden cómo se relacionan y organizan las ideas matemáticas. Aplican los descubrimientos matemáticos en otros contextos no matemáticos. <i>Representaciones.</i> Seleccionan y aplican ideas matemáticas con apoyo de recursos manipulativos para modelizar e interpretar distintos fenómenos (físicos, sociales y matemáticos).</p>

Tabla 7 (cont.). Relación entre la "Pirámide de la Educación Matemática" y los procesos matemáticos

Recursos lúdicos. Juegos	<p><i>Resolución de Problemas.</i> Simulan a través de juegos las estrategias aplicadas para solucionar las diversas situaciones problemáticas.</p> <p><i>Razonamiento y demostración.</i> Revisan el razonamiento y evalúan argumentos matemáticos a través de recursos lúdicos.</p> <p><i>Comunicación.</i> Organizan y consolidan el pensamiento matemático a través de la comunicación en situaciones lúdicas colectivas.</p> <p><i>Conexiones.</i> Reconocen y aplican las ideas matemáticas en contextos no matemáticos a través de juegos y situaciones lúdicas.</p>
Recursos literarios: Narraciones, adivinanzas, canciones, etc.	<p><i>Resolución de problemas.</i> Construyen nuevo conocimiento matemático a través de la comprensión de situaciones que parecen en los cuentos y en las canciones, o en los retos planteados a través de adivinanzas.</p> <p><i>Conexiones.</i> Establecen conexiones de las matemáticas con otras disciplinas como por ejemplo el lenguaje (cuentos) o la música (canciones).</p>
Recursos tecnológicos, computadoras, calculadoras, software.	<p><i>Resolución de Problemas.</i> Resuelven problemas matemáticos que les presenta la tecnología, en algún software se pueden aplicar distintas estrategias según necesidad.</p>
Libros, textos material impreso, guías, fichas	<p><i>Resolución de Problemas.</i> Reflexionan sobre el proceso que desarrolla al resolver un problema que se le da. Se espera que pueda aplicar distintas estrategias de solución.</p>

En la Tabla 5 se pone de manifiesto que desde la base de la pirámide, en los tres primeros niveles (las situaciones cotidianas, los recursos manipulativos y los recursos lúdicos) se observa mayor facilidad para trabajar los procesos matemáticos, mientras que a medida que se avanza hacia aquellos contextos más cercanos a la cúspide de la pirámide, al ser más restrictivos, rígidos y "pobres", resulta más difícil poder abordar en ellos todos los procesos matemáticos porque pareciera que viene todo dado, lo cual limita la indagación, expresión y normal exploración infantil.

La combinación de contextos de aprendizaje y procesos matemáticos ofrece algunos elementos para reflexionar sobre la propia práctica docente. Desde esta perspectiva, el rol que ejerce el profesorado de Educación Infantil es determinante, puesto que las diversas estrategias metodológicas que considera con mayor frecuencia en el trabajo pedagógico con los alumnos van en directa relación al logro de la alfabetización numérica de los alumnos de las primeras edades de escolarización.

5. Conclusiones

En este artículo se ha revisado, en primer lugar, como ha evolucionado el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos de numeración y cálculo en las primeras edades desde inicios del S. XX, cuando la enseñanza se basaba en postulados asociacionistas que enfatizaban la importancia de la repetición y la práctica de algoritmos (Thorndike, 1922), hasta la visión contemporánea, que se centra en la comprensión de los números y las operaciones elementales para que puedan usarse de forma eficaz (NCTM, 2003, CCSSI, 2010).

En las últimas décadas se ha ido introduciendo con fuerza una visión que prioriza el sentido numérico, que se adquiere cuando los números tienen un significado para la persona. En otras palabras, Dantzig

(1967) y Devlin (2000) lo describen como un “sentido intuitivo” que permite dar explicación y uso a los números; que permite apreciar diversos niveles de precisión o errores aritméticos; y estimar y/o poder discriminar diversas estrategias para calcular eficientemente. Así, pues, el sentido numérico se asocia a la comprensión y el uso de los conocimientos numéricos, que es la visión que se ofrece en los diferentes referentes internacionales.

Tanto en los Principios y Estándares para la educación Matemática (NCTM, 2003) como en los Estándares Comunes para las Matemáticas (CCSSI, 2010) se enfatiza que es necesario favorecer la comprensión de los números, las formas de representarlos y las relaciones entre ellos, así como la comprensión de las operaciones, las relaciones entre ellas y la habilidad en el cálculo mental. Con este planteamiento se pretende, además, romper con una enseñanza centrada en el dominio de los contenidos de numeración y cálculo tradicionales para poder obtener éxito en el rendimiento escolar (escribir números en su forma convencional; calcular correctamente operaciones escritas). En su lugar, se plantea una visión orientada a usar los contenidos que se aprenden en la escuela en diferentes contextos significativos de la vida cotidiana de los niños. Por este motivo, junto con los contenidos se señalan diferentes herramientas o procesos matemáticos (resolución de problemas, razonamiento y demostración, comunicación, conexiones y representación) que favorecen su aplicación en el momento necesario y con un objetivo concreto. Se trata de una visión que enfatiza la alfabetización numérica, que en este artículo se concibe como la capacidad de comprender los conocimientos numéricos fundamentales y saberlos aplicar en diferentes contextos.

En segundo lugar se ha analizado en qué grado las orientaciones curriculares de Chile y España han adoptado estas orientaciones internacionales. A partir del contraste realizado se observan diversos aspectos destacables: dejando de lado algunas diferencias como la ausencia de contenidos de cálculo en el currículo español, que se ha subsanado incorporando estos contenidos en los diferentes Decretos de las Comunidades Autónomas, en ambos países los documentos legislativos han ido avanzando hacia una visión de la enseñanza del número asociada a su comprensión y a su conexión con la vida cotidiana, aunque en ambos casos se detecta que se hace poco énfasis en las relaciones entre números o entre operaciones. Asimismo, se aprecia que no se abordan suficientemente todos los procesos matemáticos, de manera que los maestros de ambos países no reciben orientaciones explícitas para plantear el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos numéricos a través de las diferentes herramientas que ayudan a los niños a aprender a usar estos contenidos en diferentes contextos.

Para avanzar en este aspecto, el artículo concluye con una propuesta que parte de los contextos de aprendizaje descritos en la Pirámide de la Educación Matemática (Alsina, 2010) y los procesos matemáticos (NCTM, 2003). En esta propuesta se entrecruzan los contextos y los procesos y, a partir de la relación cartesiana entre ambos, se llega a la conclusión que en los contextos de aprendizaje de vida cotidiana, los materiales manipulativos y los juegos intervienen los diferentes procesos, ya que es muy factible plantear retos que lleven a resolver problemas; a razonar, argumentar, explicar o justificar los procesos de resolución y experimentación realizados, y la vez comprobarlos; fomentar la negociación, la interacción y el diálogo; las conexiones con el entorno o con otras disciplinas; o la representación. En contrapartida, los recursos de los últimos niveles de la pirámide, como por ejemplo los cuadernos de actividades, se manifiestan como recursos pobres ya que no favorecen de la misma manera la intervención de los diferentes procesos. Desde este punto de vista se concluye que para favorecer la alfabetización numérica de los niños de las primeras edades son necesarias prácticas de aula basadas en los contextos de vida cotidiana, los materiales manipulativos y los juegos básicamente, siempre acompañadas de una buena planificación y gestión.

Referencias

- Alsina, A. (2012). Más allá de los contenidos, los procesos matemáticos en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 1(1), 1-14.
- Alsina, A. (2011). Consideraciones didácticas para la enseñanza de los números escritos en las primeras edades. *Suma*, 67, 21-26.
- Alsina, A. (2010). La "pirámide de la educación matemática". Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16.
- Baroody, A. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. Mahwah, Nueva Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Baroody, A. (2000). El pensamiento matemático de los niños: un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial. Madrid: Visor.
- Berdonneau, C. (2008). *Matemáticas activas (2-6 años)*. Barcelona: Editorial Graó.
- Bermejo, V. (1990). *El niño y la aritmética*. Barcelona: Editorial Paidós.
- Canals, M. A. (2001). *Vivir las matemáticas*. Barcelona: Rosa Sensat.
- Common Core State Standards Initiative (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Recuperado el 30 de Septiembre de 2011, de http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf
- Dantzig, T. (1967). *Number: The language of science*. Nueva York: Free Press.
- Devlin, K. (2000). *The math gene: How mathematical thinking evolved and why numbers are like gossip*. Nueva York: Basic Books
- Dienes, Z. P., y Golding, E. W. (1966). *Los primeros pasos en matemática. 2: conjuntos, números y potencias*. Barcelona: Editorial Teide.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática en los Estados Unidos*. Sevilla: SAEM Thales.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Fuson, K. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2008). ORDEN ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil. *Boletín Oficial del Estado*, 5, de 5 enero de 2008, pp. 1016-1036. Recuperado de: <http://www.boe.es/boe/dias/2008/01/05/pdfs/A01016-01036.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla. SAEM Thales.
- Piaget, J., y Szeminska, A. (1967). *Génesis del número en el niño*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Guadalupe
- Rowan, T., y Bourne, B. (1999). *Pensando como matemáticos. La enseñanza de la matemática de preescolar a 4to EGB*. Buenos Aires, Argentina: Ediciones Manantial.
- Thorndike, E. L. (1922). *The Psychology of Arithmetic*. Nueva York: The Mcmillan Co.

Claudia Coronata. Profesora de Didáctica de las Matemáticas. Ha participado activamente en el diseño de la nueva carrera de Pedagogía en Educación Parvularia de la Pontificia Universidad Católica de Chile, sede Villarrica, para la admisión 2013. Durante muchos años ha sido maestra de Educación Parvularia, obteniendo una amplia experiencia contrastada como maestra de escuela antes de acceder a la formación inicial del profesorado.

Email: ccoronata@uc.cl

Angel Alsina. Profesor de Didáctica de las Matemáticas. Sus líneas de investigación están centradas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades y en la formación del profesorado. Ha publicado numerosos artículos científicos y libros sobre cuestiones de educación matemática, y ha llevado a cabo múltiples actividades de formación permanente del profesorado de matemáticas en toda la geografía española y en América Latina.

Email: angel.alsina@udg.edu