Núria Planas,Àngel Alsina. (2006). Uno. [Versión electrónica]. Revista Uno 42

Argumentos para los futuros maestros en torno al conocimiento matemático

Núria Planas
Àngel Alsina

Este artículo analiza, desde la perspectiva de la formación inicial en Didáctica de las Matemáticas, diversas creencias de los futuros maestros respecto al conocimiento matemático. Algunas de estas creencias son un auténtico obstáculo para avanzar hacia una educación matemática de calidad, por lo que los autores reproducen cinco argumentos dados a grupos de futuros maestros con la intención de incidir en parte de sus creencias acerca de las matemáticas, para que así construyan, modifiquen o consoliden una imagen más compleja del conocimiento matemático y del trabajo de matemáticas en el aula.

Palabras clave: didáctica de las matemáticas, formación inicial del profesorado, creencias, conocimiento matemático

Arguments on mathematical knowledge for future teachers

Departing from initial training on Mathematics teaching, this article analyses several beliefs held by future teachers regarding mathematical knowledge. Some of these beliefs are an authentic obstacle for an advance towards quality Mathematics teaching, therefore, the authors reproduce five arguments given to groups of future teachers in order to tackle some of their beliefs on Mathematics and making them build, modify or consolidate a more complex image of mathematical knowledge and Mathematics work in the classroom.

Las conversaciones que se tienen los primeros días de clase con los estudiantes acostumbran a ser muy interesantes. Los estudiantes todavía no han tenido tiempo de saber cuáles son las expectativas de su profesor y, por lo tanto, acostumbran a opinar abiertamente sobre temas que, avanzado el curso, son mucho más difíciles de explorar. La visión del conocimiento matemático de estos estudiantes condicionará el método de enseñanza y el tipo de conocimiento matemático que promoverán en sus alumnos. Desde nuestra experiencia en la formación inicial de maestros, hemos podido identificar año tras año, en las asignaturas de didáctica de la matemática, creencias muy persistentes en torno al conocimiento matemático. Algunas de estas creencias son un auténtico obstáculo para avanzar hacia una educación matemática de calidad.

En este artículo reproducimos cinco argumentos dados a grupos de futuros maestros con la intención de incidir en parte de sus creencias acerca de las matemáticas, para que así construyan, modifiquen o consoliden una imagen más compleja del conocimiento matemático y del trabajo de matemáticas en el aula. Todos los argumentos están basados en situaciones reales de aulas de educación infantil, primaria o secundaria. Cada uno de ellos se centra en una creencia, sobre la naturaleza del conocimiento matemático y sobre las condiciones de acceso a él, con una influencia directa sobre la práctica matemática escolar. Resumimos las cinco creencias, y a partir de ellas desarrollamos nuestros argumentos:

Sobre la certeza del conocimiento matemático

Creencias en relación a si el conocimiento matemático admite interpretaciones diversas o si es absoluto y da lugar a interpretaciones incuestionables. Esta variable tiene que ver con un trabajo de clase basado en una imagen impersonal de las matemáticas en el que el contexto del alumno no se considera relevante en el proceso de interpretación de los significados de las ideas matemáticas.

Sobre la estructura del conocimiento matemático

Creencias en relación a si los distintos componentes del conocimiento matemático existen por separado o si, por el contrario, están estrechamente interconectados hasta el punto de no ser posible una comprensión profunda de cada uno de ellos de forma aislada. Esta variable tiene que ver con un trabajo de clase basado en actividades compartimentadas de cálculo, geometría, medida, estadística, etc.

Sobre el control del conocimiento matemático

Creencias en relación a si el conocimiento matemático es el resultado de una habilidad que sólo tienen algunas personas al nacer, o si se trata de una habilidad que cualquier persona puede desarrollar con el entreno adecuado. Esta variable tiene que ver con un trabajo de clase en el que se piensa que ciertos alumnos están capacitados para el aprendizaje de las matemáticas mientras que otros pueden avanzar con muchas limitaciones.

Sobre la rapidez del conocimiento matemático

Creencias en relación a si el conocimiento matemático es el resultado de un proceso de aprendizaje rápido y lineal o si, por el contrario, es el resultado de un proceso de adquisición lento y progresivo. Esta variable tiene que ver con un trabajo de clase en el que se evalúan contenidos matemáticos concretos sin considerar los distintos momentos y las distintas influencias en los procesos de aprendizaje de estos contenidos.

Sobre la autoridad del conocimiento matemático

Creencias en relación a si el conocimiento matemático se establece a partir de un acto de autoridad o si es, más bien, el resultado de un proceso de argumentación colectivo. Esta variable tiene que ver con un trabajo de clase en el que los procesos de discusión, negociación y justificación de los razonamientos matemáticos son escasos ya que el profesor decide unívocamente la validez de los distintos razonamientos y propone los significados a seguir.

Desde estas creencias, los futuros maestros concretan su interpretación y comprensión de las matemáticas, respondiendo de una manera, y no de otra, en las distintas situaciones del aula universitaria. A continuación resumimos un argumento para cada una de las creencias. Veremos que cuando varias personas hablan de matemáticas en el contexto del aula, no siempre están hablando de lo mismo.

Ejemplos de argumentos

En nuestro caso, los argumentos sirven para explicar. Los futuros maestros han de conocer los principios epistemológicos de las matemáticas para poder estar en posición de éxito como profesionales de la enseñanza y como aprendices de "más" matemáticas. Aunque una parte fundamental de cualquier argumento es la tesis, posición o principio epistemológico que se sostiene, conviene que la tesis central vaya acompañada de ejemplos y razonamientos para "explicar mejor". En una clase, podemos afirmar repetidamente que el conocimiento matemático es interpretable, pero sin ejemplos que cuestionen el carácter absoluto de dicho conocimiento, esta tesis puede ser entendida como un posicionamiento del profesor en lugar de relacionarse directamente con la naturaleza del conocimiento matemático. Aún así, dar ejemplos no es suficiente para modificar determinadas creencias. Los futuros maestros pueden escuchar con atención los ejemplos que se les proporcionan, e incluso pueden cuestionar en parte sus creencias a partir de estos ejemplos. Sin embargo, para facilitar el paso de la "matemática absoluta" a la "matemática interpretable", habrá que proporcionarles otros tipos de evidencias como, por ejemplo, contraargumentos para las tesis opuestas. En Planas (2004) se han desarrollado otros tipos de argumentos.

Conocimiento matemático: ¿absoluto o interpretable?

El futuro maestro ha de ser consciente que, ante el planteamiento de cualquier actividad matemática y en cualquier etapa educativa, además de las competencias matemáticas programadas previamente, hay muchos otros contenidos que el alumno puede usar. En particular, los argumentos dados a los futuros maestros han de mostrar el conocimiento matemático como un conocimiento a elaborar a partir del conocimiento que el alumno trae consigo al aula. Desde esta perspectiva, los futuros maestros deberían ser capaces de observar la cotidianidad con la sorpresa de lo inédito, para favorecer el descubrimiento de fenómenos matemáticos nuevos que puedan convertirse en situaciones de aprendizaje ricas. Las situaciones problemáticas son un marco especialmente idóneo para favorecer este objetivo, dado que son el marco de aplicación de cualquier bloque de contenido matemático: geometría, cálculo, medida, etc.; conllevan un proceso de descubrimiento de estrategias para llegar a una solución, es decir, implican pensar; y acostumbran a tener un planteamiento abierto, de manera que tanto la solución como el proceso para llegar a ella pueden ser múltiples (Alsina, 2004).

Se expone a los estudiantes una situación descrita en un artículo de Canals (1998):

Una maestra planteó a niños de cuatro años un problema de tres secuencias; en la primera secuencia la maestra mostró el dibujo de una tienda en la que aparecía un niño que compraba seis huevos. A continuación la maestra explicó a sus alumnos que al niño se le rompían dos huevos en el camino de regreso a su casa, y les pedía que hicieran un dibujo de los huevos rotos. Sin ninguna dificultad, todos los niños de la clase representaron dos huevos rotos. Lo más interesante apareció cuando, para finalizar, la maestra les preguntó a sus alumnos qué ocurría después. Les dio un papel para que dibujaran la respuesta, es decir, la continuidad lógica de la situación planteada. El resultado fue muy diverso y ninguno de los niños optó por una solución aritmética. La maestra se mostró decepcionada al ver que nadie había dibujado cuatro huevos enteros. Muchos niños habían resuelto la situación con un dibujo en el que, desafortunadamente, la madre pegaba al niño. Otro dibujó la tienda de nuevo, ya que si a su madre le hacían falta seis huevos, el niño debía volver a comprar los dos huevos que faltaban. También hubo otro niño, Pol, que dibujó una tortilla, tal como hacían en casa cuando los huevos se rompían. Finalmente, otro niño optó por representar los huevos que quedaban: seis, cuatro enteros y dos rotos. Las respuestas fueron todas distintas y en ninguna aparecía la interpretación que la maestra hubiese querido.

Este ejemplo hace reflexionar a los futuros maestros sobre la diversidad de interpretaciones posibles ante una misma situación matemática. Al resolver situaciones problemáticas, sobre todo si son abiertas, no debe pretenderse un cálculo o resultado único. Tampoco debe aislarse el conocimiento matemático adquirido en la práctica cotidiana y el desarrollado en la práctica escolar. Conviene que los niños piensen y aprendan a expresar lo que han pensado, ya sea mediante dibujos, esquemas, razonamientos orales, etc. Y conviene que el maestro sepa interpretar el razonamiento desarrollado por los niños y lo acepte, si este es correcto, aunque sea distinto al esperado inicialmente por él. La actividad matemática da lugar a soluciones múltiples y un pensamiento matemático complejo, tanto por parte del maestro como de los alumnos, es aquel capaz de identificar y comparar las distintas soluciones.

Conocimiento matemático: ¿compartimentado o cíclico?

Se explica a los futuros maestros que hay personas con una gran habilidad en el manejo de situaciones aritméticas mientras que otras, por ejemplo, son más hábiles ante situaciones geométricas. Las matemáticas incluyen habilidades diferentes, muchas de ellas complementarias. Se pone el ejemplo de un episodio de una clase de sexto curso de primaria (11-12 años) en la que algunos de los alumnos resolvieron el problema propuesto por la maestra pero fueron incapaces de entender la resolución elaborada por una compañera. Esta alumna, Mónica, ha integrado contenidos matemáticos que algunos de sus compañeros insisten en mantener separados. El enunciado del problema es el siguiente:

Un padre deja un terreno en herencia a sus tres hijos. Al hijo mayor le deja la mitad del terreno, al hijo mediano la tercera parte y al hijo pequeño la novena parte. ¿Qué parte del terreno le deja a su mejor amigo?

Se comentan las resoluciones de dos alumnos y el diálogo que se genera a partir de ellas:

Resolución de Juan

Resolución de Mónica

Diálogo en el aula

Juan: Yo no estoy de acuerdo con lo que ha hecho Mónica.

Maestra: ¿Por qué?

Juan: No ha encontrado las fracciones.

Maestra: Pero sin escribir fracciones las ha usado en su dibujo, ¿no?

Juan: Ha hecho un dibujo porque no sabe hacer las fracciones.

Luís: Quiere decir que a Mónica le salen bien los dibujos...

Maestra: ¿Y qué pasa con los dibujos?

Juan: Pues que estamos trabajando fracciones...

Luis: Xenia [la maestra del curso pasado] nos hacía dibujar para explicarnos las fracciones.

Juan: Sí, pero los dibujos no eran las fracciones.

La noción de fracción es una de las más complejas de entre las nociones matemáticas que deben tratarse en la etapa de educación obligatoria. El dominio de esta noción implica, entre otras cuestiones, ser capaz de usar fracciones en contextos matemáticos muy distintos y bajo representaciones muy variadas. Juan ha ubicado el problema en el ámbito de la aritmética y dentro del tema de fracciones. Esto le impide reconocer y aceptar el conocimiento matemático usado por Mónica. Se discute con los futuros maestros hasta qué punto la separación del conocimiento matemático en bloques de contenidos (en este caso, aritmética y geometría) es un obstáculo en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Con la enseñanza de las matemáticas se persigue un conocimiento cíclico que tenga sentido en su aplicación práctica. La división escolar en distintos bloques de conocimiento tiene que ver con la necesidad de un cierto orden, pero no es una característica estructural del conocimiento matemático.

Conocimiento matemático: ¿excluyente o inclusivo?

Una situación ocurrida en un aula de tercer curso de ESO (14-15 años) sirve para discutir el carácter inclusivo del acceso al conocimiento matemático. Habiendo pasado por dos años de asesoramientos y pruebas desde que le diagnosticaron "inmadurez de aprendizaje" y "falta de atención", un alumno de 15 años, Alberto, trabajaba ahora con cuadernos de matemáticas y comprensión lectora para educación primaria. Durante las horas de matemáticas, este alumno salía fuera del aula junto con otros dos alumnos para ser atendido por la maestra del equipo de asesoramiento psicopedagógico asignada a la escuela. Un día, a mediados de curso, al faltar esta maestra, los tres alumnos se quedaron con todo el grupo clase. La tarea planteada era la siguiente:

Dado un cuadrado, construye dentro de él un polígono cuya área sea la mitad. Imagina que el resultado final va a ser un azulejo para decorar tu casa. Busca el azulejo que más te guste.

Este es un problema sencillo si nos conformamos con unas pocas soluciones y si conseguimos que los alumnos acepten que el triángulo y el rectángulo son casos particulares de polígonos. Pero en cuanto se plantea una cuestión más abierta del tipo "Busca el azulejo que más te guste", la tarea se complica porque se está sugiriendo al alumno que investigue más de una solución. En esta clase, la mayoría de alumnos dibujaron un cuadrado, tomaron los puntos medios de dos lados opuestos y los unieron con un segmento, como se ve en la primera figura de la izquierda. Otros pocos dibujaron el triángulo que aparece en el cuadrado de la derecha. Natalia, por ejemplo, dibujó dos azulejos y dijo: "Los dos están bien para decorar". Cuando la maestra pidió que buscaran otras soluciones, estuvieron pensando durante unos minutos con sus compañeros de mesa y no consiguieron encontrar soluciones distintas. Alberto fue el único alumno que propuso hasta tres soluciones distintas a las anteriores, diciendo que prefería "la solución del rombo porque me parece el azulejo más bonito". Dijo, también, que había buscado más soluciones porque "los azulejos de mis compañeros no me han gustado nada".


La maestra nos confesó que no había pensado en dibujar un rombo cuya área fuera la mitad que el área del cuadrado inicial, como se ve en la figura de la derecha. Alberto estaba aquel día casualmente en el aula junto con todos sus compañeros. Con los futuros maestros se reflexiona en torno a las posibilidades perdidas para todos los alumnos (y para la profesora) cuando se decide que algunos de ellos deben asistir a clases especiales. Las capacidades y habilidades matemáticas no deben pensarse como exclusivas de unos pocos alumnos, aunque a menudo determinadas dinámicas de aula favorecen la participación de unos alumnos en detrimento de otros.

Conocimiento matemático: ¿acelerado o progresivo?

Hasta los contenidos matemáticos que nos pueden parecer más sencillos requieren un aprendizaje lento y progresivo a lo largo del tiempo. En una clase de primer curso de primaria (6-7 años), la maestra dedicó una semana a enseñar las figuras geométricas planas básicas (cuadrado, triángulo y círculo) por medio de materiales diversos. Durante toda la semana, se diseñaron situaciones de aprendizaje en torno a estos conceptos geométricos. Al final de la semana, cuando le preguntamos a la maestra de qué modos tenía previsto completar el aprendizaje de estos conceptos durante el curso, nos respondió que el aprendizaje ya se había realizado con éxito. Al cabo de un par de días, con el permiso de la maestra, enseñamos a los alumnos una ficha con dos triángulos dibujados (ver figura 4) y les preguntamos: "¿Cuál es el nombre de estas figuras?". La mayoría de alumnos reconoció un triángulo en la figura de la izquierda, pero no supo dar un nombre a la segunda figura.

En relación con la figura de la derecha, hubo respuestas muy diversas:

- "No tiene nombre".
- "Es una figura que no hemos estudiado".
- "Es como un palo".
- "Es un trozo de espada muy afilada".
- "Se parece a un triángulo pero no lo es".
- "Si fuera un dibujo más flaco se parecería a una línea".
- "No me acuerdo", después de haber dicho triángulo para la figura de la izquierda.

Jaume, uno de los alumnos, dibujó en su cuaderno la secuencia de la figura 5:

El concepto de triángulo no se había adquirido por completo. Es probable que nos hubiéramos encontrado con resultados similares si hubiéramos dibujado un cuadrado con una rotación de 90º respecto al cuadrado clásico con lados paralelos a los márgenes de la hoja de papel. O bien, si hubiéramos dibujado un círculo con un diámetro muy pequeño; los alumnos podrían haberlo confundido con un punto, al igual que algunos compararon el triángulo con una línea. En el caso del triángulo, quedan muchos ejemplos no "prototípicos" que convendría trabajar en el aula para completar progresivamente su aprendizaje. El ejemplo de lo ocurrido en esta clase se usa como argumento para explicar a los futuros maestros que el conocimiento matemático es el resultado de un proceso más o menos largo, pero, en ningún caso, inmediato, donde los significados matemáticos se construyen por aproximaciones sucesivas. Hay más argumentos posibles, basados en los entornos de resolución de problemas, que muestran la construcción de explicaciones y demostraciones por aproximaciones sucesivas, por medio de procesos que requieren gran cantidad de trabajo mental, además de ejemplos y contraejemplos.

Conocimiento matemático: ¿autoritario o participativo?

Los futuros maestros deberían tener clara la importancia del racionalismo crítico en el proceso de apropiación de significados matemáticos. El trabajo en matemáticas requiere integrar los procesos de interacción, diálogo y negociación en torno a los contenidos matemáticos y su gestión. La falta de acciones que promuevan la interacción social en el aula de matemáticas dificulta, entre otros aspectos, el diálogo. Sin diálogo no hay negociación posible, y en consecuencia se coarta la posibilidad de reflexionar y discutir colectivamente para consensuar nuevos significados desde la pluralidad, para identificar la solución más efectiva entre diferentes opciones, o bien, para contribuir a crear mentes creativas y personas heterogéneas. En contraposición, se corre el peligro de ofrecer una visión estereotipada de los procesos de resolución matemática, donde todos debemos pasar por el mismo filtro. Se comenta a los futuros maestros una situación vivida por un alumno de cuarto curso de primaria (9-10 años). Tal como puede apreciarse en la imagen, se le propuso un ejercicio de descomposición de monedas con el enunciado:

Escribe las monedas que necesitarías para obtener el valor indicado en cada caso.

En la descomposición de 0,68 céntimos el niño escribió como resultado una moneda de 50 céntimos, una de 10 y cuatro de 2. El maestro no aceptó tal descomposición; en lugar de 4 monedas de 2 céntimos, señaló que la solución correcta era una moneda de 5, una de 2 y otra de 1, valorando el ejercicio como mal resuelto. Parece que el maestro esperaba descomposiciones donde se usara un número mínimo de monedas, aunque ni en el enunciado del ejercicio ni en el discurso del aula se habló de esta condición. Durante la corrección del ejercicio, el maestro actuó como si se tratara de un trabajo rutinario donde el camino para la acción se hubiera especificado con anterioridad. La sorpresa de Jordi fue mayúscula y lo comentó en casa. Sus padres le explicaron que es posible tener esta descomposición en el monedero, con lo que el niño se tranquilizó en parte. Su madre hizo una intervención muy moderada, para no repercutir negativamente en la situación de su hijo en el aula. Pidió una aclaración al maestro y al derivar este la conversación hacia otros temas, la madre no insistió en el motivo que la había llevado a pedir una entrevista con él.

Se reflexiona en torno al rol de los distintos participantes (maestro, alumno y madre del alumno) en dicha situación. Paralelamente, se discute sobre el criterio usado por el profesor en la corrección del ejercicio y sobre cuál debería haber sido la actuación del maestro tanto en el aula como en su entrevista con la madre del alumno.

Para terminar

A las clases de didáctica de la matemática se les supone un interés por cómo se aprende y cómo se enseña el conocimiento matemático. En este artículo, nos hemos referido a la necesidad de reflexionar acerca de la caracterización de este conocimiento. Conviene que los futuros maestros aprendan a no confundir los rasgos del conocimiento matemático en tanto que disciplina científica con los rasgos de este conocimiento en tanto que disciplina escolar en un contexto de enseñanza y aprendizaje. El conocimiento matemático está dotado de una singularidad y unas características que le son propias (carácter acumulativo, universal, abstracto, etc.) y que no deben confundirse con la singularidad propia del conocimiento matemático en tanto que disciplina escolar. La preparación y las habilidades requeridas en cada caso son distintas, así como las normas de proceder y de validar, las formas de comunicación y los resultados esperados.

Los cinco argumentos presentados han de contribuir a la caracterización de un conocimiento matemático interpretable, cíclico, inclusivo, progresivo y participativo. Courant y Robbins (1941) indicaron años atrás las características expuestas en relación a la certeza, el control y la autoridad del conocimiento matemático. En su libro, estos autores insisten en la necesidad de distinguir entre matemática formal y práctica matemática, del mismo modo que en cualquier lenguaje se distingue entre sintaxis y semántica. La matemática formal tiene que ver con aplicar correctamente determinadas reglas de tipo sintáctico. La práctica matemática es, sin embargo, algo mucho más complejo que tiene que ver con la semántica y, por lo tanto, con los significados. Los argumentos elaborados para los futuros maestros muestran elementos sintácticos de la matemática (obtención de denominador común, procedimiento para trazar el punto medio de un segmento, descomposición de un número natural en otros números naturales, etc.) y, a su vez, elementos semánticos (significado del numerador y del denominador de una fracción en una situación concreta, división de un cuadrado en dos figuras iguales de acuerdo con un cierto sentido estético, unión de monedas hasta conseguir alcanzar un valor determinado, etc.). Es fundamental que cada argumento gire en torno a una historia interesante acerca de la práctica matemática donde se conjuguen aspectos sintácticos y semánticos.

Bibliografía

ALSINA, À. (2004): Com desenvolupar el pensament matemàtic dels 0 als 6 anys. Vic. Eumo Editorial.

CANALS, M.A. (1998): "Problemes i jocs en fer matemàtiques" en In-fàn-ci-a, n. 101, pp. 24-27.

COURANT, R.; ROBBINS, H. (1941): What is mathematics? An elementary approach to ideas and methods. Nueva York. Oxford University Press (Edición de 1996).

PLANAS, N. (2004): ""Situacions riques" per a treballar competències bàsiques a l'educació matemàtica universitària" en CARRASCO, S. y otros (coord.): Docencia universitaria e innovación (CD-Rom). Girona. Publicacions de la Universitat de Girona.

Dirección de contacto

Núria Planas

Àngel Alsina