



Instructions for authors, subscriptions and further details:

<http://redimat.hipatiapress.com>

Early Childhood Mathematics Education: Research, Curriculum, and Educational Practice

Angel Alsina¹

1) Departamento de Didácticas Específicas, Universidad de Girona, Spain.

Date of publication: February 24th, 2013

To cite this article: Alsina, A. (2013). Early Childhood Mathematics Education: Research, Curriculum, and Educational Practice. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2 (1), 100-153. doi: <http://doi.dx.org/10.4471/redimat.2013.22>

To link this article: <http://dx.doi.org/10.4471/redimat.2013.22>

PLEASE SCROLL DOWN FOR ARTICLE

The terms and conditions of use are related to the Open Journal System and to Creative Commons Non-Commercial and Non-Derivative License.

Early Childhood Mathematics Education: Research, Curriculum, and Educational Practice

Angel Alsina
Universidad de Girona

Abstract

This article reviews data obtained through research into early childhood mathematics education in Spain. It analyses the current curricular directions in mathematics education with early learners. It also provides an overview of mathematical practices in early childhood education classrooms to analyse the commonalities and differences between research, curriculum and educational practice. A review of the research presented at SEIEM symposia from 1997 until 2012 demonstrates: a) very little research has been done, a trend that is repeated in other areas, such as the JCR-Social Sciences Edition or the PME; b) the first steps have been taken to create a more and more cohesive body of research, although until now there has not been enough data to outline the curricular directions; and c) some discrepancies still exist between the mathematical practices in early childhood education classrooms and the official guidelines.

Keywords: research in early childhood mathematics education, mathematics curriculum, mathematical practice.

Educación Matemática en Infantil: Investigación, Currículum, y Práctica Educativa

Angel Alsina
Universidad de Girona

Resumen

En este artículo se revisan los datos aportados por la investigación en Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil en España; se analizan las orientaciones curriculares vigentes en relación a la enseñanza de las matemáticas en la primeras edades; y se presenta el panorama de las prácticas matemáticas en las aulas de Educación Infantil para analizar los encuentros y desencuentros entre investigación, currículum y práctica educativa. La revisión de las investigaciones presentadas en la SEIEM desde 1997 hasta 2012 muestra: a) una escasa producción de investigaciones, tendencia que se repite en otros ámbitos como el JCR-Social Sciences o el PME; b) el inicio de la creación de un cuerpo de investigaciones cada vez más cohesionado, aunque hasta el momento no se han aportado suficientes datos para diseñar las orientaciones curriculares; c) algunas discrepancias entre las prácticas matemáticas en las aulas de Educación Infantil y las directrices oficiales.

Palabras Clave: investigación en Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil, currículum de matemáticas, práctica matemática.

Rico, Sierra y Castro (2000) distinguen la *Didáctica de las Matemáticas* de la *Educación Matemática*. Para estos autores la Didáctica de las Matemáticas es la disciplina que estudia e investiga los problemas que surgen en educación matemática y propone actuaciones fundadas para su transformación, mientras que la Educación Matemática se refiere a todo el sistema de conocimientos, instituciones, planes de formación y finalidades formativas que conforman una actividad social compleja y diversificada relativa a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En el mundo anglosajón, en cambio, se usa la expresión *Mathematics Education* para referirse al área de conocimiento que en Francia, Alemania, España, etc. se denomina Didáctica de las Matemáticas (Godino, 2010). En este trabajo se asume esta acepción, y se focaliza en la etapa de Educación Infantil (0-6 años) al tratarse de un periodo educativo de enorme importancia para el desarrollo del pensamiento matemático (Alsina, 2006, 2011a).

Llinares (2008) identifica cuatro ámbitos de investigación para esta área de conocimiento, y diversas agendas para cada uno de estos ámbitos:

Tabla 1

Ámbitos temáticos y agendas de investigación (Llinares, 2008)

A. Análisis didáctico y organización del contenido matemático.	A.1. Perspectivas teóricas, componentes del análisis didáctico y organización del contenido. A.2. Análisis de libros de texto.
B. Estudiante para profesor, profesor y el formador de profesores: aprendizaje y desarrollo profesional.	B.1. Aprender el conocimiento y destrezas útiles para enseñar matemáticas y desarrollo profesional. Variables y factores que influyen. B.2. Relación entre la teoría y la práctica como elemento para el desarrollo profesional del formador e investigador.

C. La construcción del conocimiento y procesos matemáticos.

C.1. Propuesta de modelos teóricos para describir y explicar

C.2. Lo que influye en el desarrollo de los procesos matemáticos: RP, generalización, y prueba.

C.3. Diseño de la enseñanza y su influencia en el desarrollo de la comprensión.

C.4. Comprensión de tópicos específicos.

C.5. Creencias y dominio afectivo: actitudes y cognición.

D. Interacción, contexto y práctica del profesor.

D.1. Interacción, participación y comunicación en el aula.

D.2. Práctica del profesor.

D.3. Conocimiento, concepciones profesor.

Considerando estos diferentes ámbitos y agendas de investigación, en los que se incluyen aspectos como la organización del contenido, el diseño de la enseñanza o las destrezas útiles para enseñar matemáticas, en mi opinión una de las finalidades de la investigación en Didáctica de las Matemáticas debería ser aportar datos válidos y fiables para que los Ministerios de Educación de los diferentes países pudieran elaborar orientaciones curriculares que facilitarían el desarrollo social a través de prácticas educativas ajustadas a las necesidades de los aprendices. Este planteamiento conduce de forma inmediata a plantear diversos interrogantes: ¿cuál es el estado actual de la investigación en Didáctica de las Matemáticas en las primeras edades?; ¿los gobiernos parten de los datos que aporta la investigación en Didáctica de las Matemáticas para diseñar las orientaciones curriculares de la etapa de Educación Infantil?; o bien ¿la práctica educativa se lleva a cabo a partir de estas orientaciones curriculares?

Desde este marco, en este artículo se revisan en primer lugar los datos aportados por la investigación en Didáctica de las Matemáticas en

Educación Infantil en España; en segundo lugar se analizan las orientaciones curriculares vigentes; y finalmente se expone el panorama de las prácticas matemáticas que se llevan a cabo en las aulas de Educación Infantil en nuestro país, para indagar en qué medida se fundamentan en los datos aportados por la investigación en Educación Matemática y/o en las orientaciones curriculares vigentes. En otras palabras, este trabajo trata de analizar los encuentros y desencuentros entre investigación, currículum y práctica educativa en relación a la Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil en España.

Estado de la Investigación en Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil en España

En términos generales, la investigación en Didáctica de las Matemáticas es relativamente reciente en nuestro país. Blanco (2011), por ejemplo, señala que la década de los 70 del S. XX marca el inicio de la investigación en este campo en España, y que ha recibido un fuerte impulso sobre todo en los últimos veinte años. Este impulso ha permitido realizar ya algunos estudios bibliométricos que revisan algunas de las investigaciones más relevantes en Didáctica de las Matemáticas en las primeras edades (Sierra y Gascón, 2011); los métodos de investigación usados (Godino et al., 2011); los temas investigados (Gómez, Cañadas, Bracho, Respreto y Aristizábal, 2011); la producción científica en referencia a la elaboración de tesis doctorales (Vallejo, Fernández, Torralbo y Maz, 2007); o bien el impacto internacional de nuestras publicaciones (Llinares, 2008), entre otros aspectos.

El marco de referencia que se usa en este trabajo para analizar el estado actual de la investigación en Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil en España son las investigaciones presentadas en los diferentes Simposios de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). Para realizar dicho estudio se parte del trabajo realizado por Sierra y Gascón (2011) que en su momento aportaron datos sobre las investigaciones en Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil y Educación Primaria presentadas en las SEIEM desde el año 1997 hasta 2010, atendiendo al contenido matemático tratado. En las tablas 2 y 3 se incluyen, además, las investigaciones correspondientes a las ediciones de 2011 y 2012,

considerando que en el año 2011 se creó el Grupo de Investigación en Educación Matemática Infantil (IEMI) en el marco de la SEIEM:

Tabla 2

Investigaciones en Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil en España desde 1997 hasta 2012 en las Actas de la SEIEM.

Autores/año	Contenido matemático	Resultados / Conclusiones
Fernández (2002)	Conocimiento lógico-ordinal de la secuencia numérica en niños de 3 a 6 años.	Se categoriza a los niños de 3 a 6 años en seis niveles evolutivos de competencias ordinales que van desde el etiquetaje a las relaciones lógicas ordinales entre los términos de la secuencia numérica. Estos niveles pueden ser usados para que el maestro pueda conocer el nivel real de sus alumnos. Que un niño sepa contar no es garantía de que se encuentre en los últimos niveles, por lo que se debe ser cauto al presentar conocimientos numéricos a los niños.
Ruesga, Giménez y Orozco (2003)	Tareas de transformación (operadores lógicos directos e inversos) en niños de 3 a 6 años.	Los operadores lógicos inversos conllevan acciones y observaciones diferentes a las de modo directo. Las diferencias significativas entre modo directo e inverso muestran que no se produce total equilibración en el

Autores/año	Contenido matemático	Resultados / Conclusiones
Wilhelmi y Lacasta (2007)	Formación de maestros de Educación Infantil	<p>sentido piagetiano (en 4 y 5 años las diferencias son mínimas).</p> <p>La formación matemática y didáctica de las futuras maestras de Educación Infantil debe partir del modelo epistemológico (ME) que éstas tienen de las matemáticas, puesto que este modelo restringe el tipo de tareas que se plantean realizar en su futura actividad docente.</p> <p>La experiencia personal (afectiva y psicológica) debe ser afrontada antes de la determinación de un modelo docente. Este modelo se constituye entorno al ME como instrumento integrador en una perspectiva de desarrollo global del niño. Esta función integradora de las matemáticas puede manifestarse en situaciones de enseñanza de comunicación entre niños.</p>
Lacasta y Wilhelmi (2008)	Propuestas de enseñanza-aprendizaje del número en	<p>Persiste la huella conjuntista (por ejemplo, empezar a contar a partir de 0).</p> <p>Permanece la reducción del</p>

Autores/año	Contenido matemático	Resultados / Conclusiones
Salgado y Salinas (2009)	Educación Infantil durante las últimas cuatro décadas. Actividades sobre el número en libros de texto de tres editoriales en Educación Infantil.	campo numérico (0-9). Una enseñanza basada en las fichas corre el riesgo de que los niños no comprendan la utilidad y el sentido de los aprendizajes. En general en una misma editorial se observa la misma línea metodológica y las mismas actividades de números en los tres niveles (3-6 años), aumentando progresivamente el grado de dificultad. A medida que avanza el nivel, se aprecian más actividades de evaluación de conocimientos.
Núñez, de Castro, del Pozo, Mendoza y Pastor (2010)	Evolución de las competencias numéricas en niños de 4-5 años. Elaboración y progresivo refinamiento de un producto curricular (taller de problemas).	Se presentan los datos de la fase inicial del estudio: se detectan rendimientos medios semejantes en el grupo experimental y en el grupo normativo a partir de la aplicación del TEMA-3, aunque ciertos aspectos muestran demoras en su adquisición. Después del taller de problemas volverá a administrarse el TEMA-3

Autores/año	Contenido matemático	Resultados / Conclusiones
Alsina (2011b)	Proceso de adquisición de la notación numérica en Educación Infantil.	<p>para conocer el progreso natural de los alumnos y la eficacia del taller.</p> <p>Se establecen tres niveles: a) ausencia de código simbólico, con notaciones concretas (dibujos, etc.); aparición de código simbólico, con notaciones pictóricas (cruces, etc.); consolidación del código simbólico (alfabetización), con números en su notación convencional, aunque con múltiples inversiones. La práctica docente basada en dedicar buena parte del tiempo a copiar, seguir el trazo o dibujar números en Educación Infantil repercute negativamente en la alfabetización de los alumnos por tres motivos: a) se propicia que se aprendan a escribir números sin haber garantizado su comprensión; b) conlleva habilidad motriz, lo que consume mucho tiempo dado que los niños de estas edades todavía no tienen la suficiente madurez; c) tendencia a invertir los números.</p>

Autores/año	Contenido matemático	Resultados / Conclusiones
Sierra y Gascón (2011)	Investigación en Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil y Primaria	Las investigaciones relativas a la Educación Elemental son escasas y, especialmente escasas las de Infantil tanto dentro de la SEIEM, como dentro del Enfoque Ontosemiótico (EOS) y la Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD). Son numerosos los trabajos de esta temática en el ámbito de PME entre los años 1976 y 1986, y asimismo se encuentra una amplia investigación didáctica sobre las matemáticas en infantil y primaria en el marco de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD).
Gutiérrez y Berciano (2012a)	Formación de maestros de Educación Infantil	Los resultados muestran que, a través del aprendizaje basado en problemas (ABP), el aprendizaje colaborativo y el uso de plataformas virtuales (Moodle), los estudiantes mejoran la percepción respecto a la enseñanza-aprendizaje de la matemática e integran sus conocimientos matemáticos y sobre la enseñanza de las

Autores/año	Contenido matemático	Resultados / Conclusiones
Lacasta, Lasa y Wilhelmi (2012)	Actividad lógica y relacional en Educación Infantil	<p>matemáticas en la búsqueda de soluciones a un problema profesional.</p> <p>Las actividades de tipo lógico y relacional deben ser apreciadas por sus finalidades propias y no por su supuesto carácter prenumérico.</p> <p>Los niños presentan grandes dificultades en la realización de actividades abundantes en las colecciones de fichas, tales como seriación, tablas de doble entrada y códigos de representación.</p> <p>En las fichas predomina la reducción del envite epistemológico (series), la intervención de la maestra (tablas), y los códigos de representación (que condicionan la interpretación de las situaciones).</p>

Además de las investigaciones recogidas en las diferentes Actas de los Simposios de la SEIEM, se han analizado también los trabajos presentados en los diferentes grupos de investigación de la SEIEM desde 2005 hasta 2012, ya que en el marco de estos diferentes grupos también hay algunas investigaciones centradas en la etapa de Educación Infantil, sobre todo a partir de la creación del Grupo de Investigación IEMI:

Tabla 3

Comunicaciones sobre Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil en España desde 2005 hasta 2012 en los grupos de investigación de la SEIEM.

Autores/año Grupo de investigación	Contenido matemático	Resultados / Conclusiones
Bosch, Castro y Segovia (2005)/ Pensamiento numérico y algebraico	Desarrollo del pensamiento multiplicativo en niños de 5 años.	Se presentan resultados parciales de una tesis doctoral: La mayoría de niños subitizan al saltar de 2 en 2 y de 3 en 3; en cambio, necesitan contar a partir de 4. Más de 2/3 de los alumnos son capaces de detectar el multiplicando, en cambio les es mucho más difícil encontrar el multiplicador. Hay una gran disparidad en las tareas de pensamiento relacional. No desean ni necesitan representaciones gráficas.
Salgado y Salinas (2011) / Pensamiento numérico y algebraico	Competencias numéricas de los niños de 3 años.	Los niños llegan a la Educación Infantil con conocimientos sobre los números, pero no saben para qué son, ni cómo son, ni cómo se pueden y deben usar. Identifican grafías pero desconocen cómo representarlas.

Autores/año Grupo de investigación	Contenido matemático	Resultados / Conclusiones
Alsina, A. (2012a)/ Investigación en Educación Matemática Infantil	Formación de maestros de Educación Infantil.	No dominan la posición ordinal de los números en la serie numérica. Se plantea una posible manera de desarrollar el pensamiento matemático de los niños a través de situaciones de aprendizaje en contextos de vida cotidiana, siguiendo el modelo de la Educación Matemática Realista (EMR) de Freudenthal. Se presentan actividades implementadas en diferentes centros escolares de la geografía española, que parten de este modelo.
Edo, M. (2012)/ Investigación en Educación Matemática Infantil	Formación de maestros de Educación Infantil.	Se presenta una asignatura de didáctica de las matemáticas de los nuevos planes de estudio de la formación de maestros de Educación Infantil, y se describe una unidad docente para trabajar la competencia “conocer, analizar y diseñar situaciones didácticas interdisciplinarias, identificando los contenidos matemáticos y los de otras áreas”.

Autores/año Grupo de investigación	Contenido matemático	Resultados / Conclusiones
de Castro y Flecha (2012)/ Investigación en Educación Matemática Infantil	Desarrollo del currículo geométrico en Educación Infantil	<p>Se analiza el tipo de trabajo que se puede desarrollar en el aula de infantil, de juego de construcción con piezas de madera, para abordar el estudio de los sólidos (en el ámbito de la geometría tridimensional). El objetivo es detectar indicadores del desarrollo del juego de construcción infantil, que sean alternativos y complementarios a los que aparecen en la literatura, y sirvan para describir con detalle la evolución de este tipo de juego. Para ello, se realiza un estudio longitudinal con un grupo de alumnos de 2-3 años que se centra en cuatro posibles indicadores: repetición, equivalencia, posición relativa de los bloques, y forma global de la construcción. En cuanto a las acciones de los niños, se centra la atención en indicadores verbales y de cooperación.</p>

Autores/año Grupo de investigación	Contenido matemático	Resultados / Conclusiones
Fernández (2012)/ Investigación en Educación Matemática Infantil	Evolución del pensamiento matemático en niños de 3 a 7 años	<p>El objetivo general es dar a conocer una nueva herramienta para profesionales de la educación y de la psicología del aprendizaje que facilite la evaluación del pensamiento matemático en escolares de Educación Infantil.</p> <p>Se presentan datos de una investigación en curso para obtener nuevos conocimientos sobre la evolución del pensamiento matemático en escolares de 3 a 7 años, y, por otra, confeccionar un material informático de fácil manejo para diagnosticar el pensamiento matemático tanto a nivel de individuos concretos como a nivel de pequeñas y grandes muestras de población.</p>
Gutiérrez y Berciano (2012b)/ Educación Matemática Infantil	Formación de maestros de Educación Infantil.	<p>Se expone una experiencia didáctica llevada a cabo en la asignatura Desarrollo del pensamiento Matemático y su didáctica de la Diplomatura de Magisterio en Educación Infantil. En</p>

Autores/año Grupo de investigación	Contenido matemático	Resultados / Conclusiones
Salgado y Salinas (2012)/ Educación Matemática Infantil	Resolución de problemas numéricos.	dicha experiencia se detallan las principales actividades que se han llevado a cabo, basándose principalmente en el aprendizaje reflexivo y en el uso de la plataforma Moodle. Tras el balance de las ventajas y de los puntos débiles detectados, se plantean las bases de mejora para el desarrollo de la misma asignatura en formato b-learning en el Grado de Educación Infantil.
		Se presenta un estudio en el que se describe el grado de abstracción en estrategias matemáticas utilizadas en la resolución de problemas numéricos de sumar y restar en Educación Infantil. Las tareas empíricas consisten en resolver cuestiones con fichas y cuestiones verbales, descritas todas ellas en el test de competencia matemática básica (TEMA-3). Los resultados muestran la diversidad de respuestas en un grupo de iguales, conviene destacar la excesiva utilización de estrategias

Autores/año Grupo de investigación	Contenido matemático	Resultados / Conclusiones
Bosch, Castro y Segovia (2012)/ Pensamiento numérico y algebraico	Conocimiento del pensamiento multiplicativo y relacional en niños de 4 a 6 años.	sociales para la resolución de las tareas. Finalmente, se señalan algunas aplicaciones educativas a partir de los resultados de este estudio. En tareas de conteo, se constata que los niños tienen mayor dificultad para contar saltos (de 2 en 2, etc.) que no contar objetos (piedras). En los problemas de división más de la mitad de los alumnos han sido capaces de resolverlos correctamente. En relación al pensamiento relacional, se presentan algunos de los razonamientos más habituales de los niños.

En la Tabla anterior no figuran los trabajos presentados por los diferentes Grupos de Investigación en el último Simposio de la SEIEM, celebrado en Baeza en Septiembre de 2012 (cuatro en el caso del Grupo de Investigación IEMI), ni tampoco los trabajos presentados en seminarios intermedios organizados durante el año 2012, puesto que las distintas investigaciones se encuentran en vías de publicación (en el caso del grupo IEMI, cabe destacar que en marzo de 2012 se celebró en Madrid el “I Seminario de Investigación en Educación Matemática Infantil” en el que se presentaron quince trabajos que publicarán próximamente en la revista “Edma 0-6: Educación matemática en la infancia” o en la plataforma <http://www.edma0-6.es/OCS>).

Los datos expuestos ponen en evidencia dos aspectos: a) la escasa producción de investigaciones sobre Didáctica de las Matemáticas en

Educación Infantil en la SEIEM desde 1997 hasta 2010, y el cambio de tendencia que se ha producido a partir de 2011; b) el inicio, en mi opinión, de un cuerpo de investigaciones sobre Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil cada vez más cohesionado.

La escasa producción de investigaciones es un dato de tipo cuantitativo, que ya se puso de manifiesto en los resultados del estudio comparativo realizado por Gómez, Cañadas, Bracho, Restrepo y Aristizábal (2011), en el que señalan la importancia de los trabajos que se refieren a la Educación Secundaria. En este mismo estudio se concluye que la Educación Primaria, la Formación Profesional y el título de Grado Universitario aparecen en segundo lugar de importancia, y destacan la reducida proporción de documentos que se refieren a la Educación Infantil. La proporción de trabajos que no se refieren a ningún nivel educativo específico representan también una proporción importante de la totalidad de trabajos (ver Figura 1):

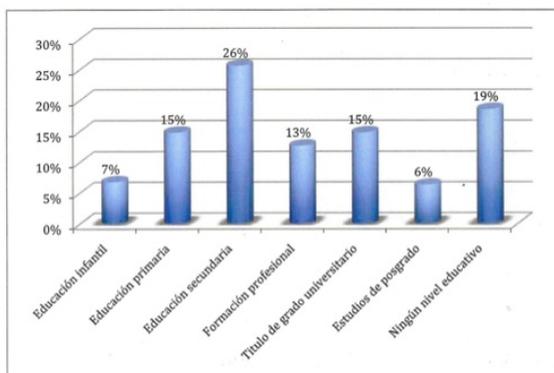


Figura 1. Porcentaje de trabajos por niveles educativos en la SEIEM entre 1997 y 2008 (Gómez, Cañadas, Bracho, Restrepo y Aristizábal, 2011)

También Sierra y Gascón (2011), a partir de la revisión de algunas de las más relevantes investigaciones en Didáctica de las Matemáticas de la Educación Infantil y Primaria concluyen que las relativas a la Educación Elemental son escasas, y especialmente escasas las de Educación Infantil dentro de la SEIEM. Sin embargo, esta tendencia se ha empezado a modificar a partir del año 2011, en el que se ha producido un punto de inflexión al aumentar considerablemente la cantidad de

trabajos presentados como consecuencia, sobre todo, de la creación del Grupo de Investigación IEMI.

La progresiva creación de un cuerpo cada vez más cohesionado de investigaciones sobre Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil, en cambio, es un dato de tipo más cualitativo, que se sustenta en el análisis del contenido matemático que aparece en los trabajos revisados. Desde este criterio de interpretación se aprecia que hasta el momento los trabajos se centran sobretodo en tres temas:

- La formación inicial de maestros de Educación Infantil: este campo de investigación se trata, en algunas ocasiones, desde un enfoque didáctico concreto como por ejemplo la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) o la Educación Matemática Realista (EMR); en otros trabajos se aportan datos a partir de diferentes métodos de formación activa, como por ejemplo el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) o el Aprendizaje Colaborativo; se analizan también los referentes internacionales a nivel curricular (NCTM, 2003); etc.
- La adquisición y el desarrollo del pensamiento matemático infantil: la mayoría de los estudios se centran, hasta el momento, en el numeración y el cálculo, lo cual tiene su explicación ya que, de acuerdo con la NCTM (2003), es uno de los bloques con mayor peso en esta etapa educativa (ver Figura 2):

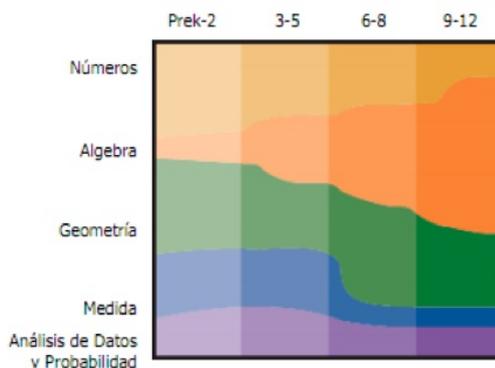


Figura 2. Nivel de atención que deberían recibir los diferentes estándares de contenidos (NCTM 2003)

Cabe destacar que algunos de los trabajos clasificados dentro de este bloque se fundamentan ya en un enfoque didáctico concreto, como por ejemplo los realizados desde la perspectiva de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) o bien la Educación Matemática Realista (EMR).

- Existe un tercer grupo de trabajos, con menor peso hasta el momento, que analizan algunos recursos o contextos de aprendizaje para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático como los contextos de vida cotidiana, los juegos, los cuentos, los gráficos, etc.

Como puede apreciarse a partir de este criterio formal de clasificación de trabajos según su contenido, en mi opinión estamos ante el inicio de la creación progresiva de un cuerpo cohesionado de investigaciones sobre Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil en nuestro país. Para seguir avanzando será necesario ir dando mayor coherencia a este campo de investigación a partir de los postulados expuestos por Sierra y Gascón:

Si pretendemos tomar en consideración el contenido de los trabajos y, en especial, el tipo y la naturaleza de los problemas didácticos que éstos formulan y abordan, entonces deberemos situarnos necesariamente en un enfoque didáctico concreto y elaborar criterios con ayuda de las herramientas teóricas y metodológicas que dicho enfoque nos proporciona. Creemos que sólo así será posible valorar y comparar adecuadamente el alcance y las limitaciones de los diferentes trabajos de investigación y potenciar el necesario diálogo y desarrollo mutuo, que no necesariamente integración, de los enfoques teóricos en didáctica de las matemáticas que sustentan los trabajos en cuestión. (Sierra y Gascón, 2011, pág. 153)

Es desde este punto de vista que puede hablarse del inicio de la creación en España de un campo de investigación en Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil que debe ir cohesionándose progresivamente realizando investigaciones que se sustenten en un determinado enfoque teórico, una metodología de investigación

concreta, y un contenido claro que se aborde desde un enfoque didáctico concreto.

La Didáctica de las Matemáticas en las Orientaciones Curriculares Vigentes en España

El Ministerio de Educación y Ciencia en general, y las Consejerías de Educación de cada Comunidad Autónoma en particular, son los organismos públicos responsables de legislar en nuestro país los contenidos a trabajar en las aulas de Educación Infantil. Desde este marco, los documentos legislativos vigentes en España son actualmente la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación y, más concretamente, la Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación Infantil. En esta Orden Ministerial se presentan los contenidos organizados en dos ciclos: primer ciclo (0-3 años) y segundo ciclo (3-6 años); y en tres áreas de conocimiento: “Conocimiento de sí mismo y Autonomía Personal”; “Conocimiento del Entorno; y “Lenguajes: Comunicación y Representación”.

Para identificar los contenidos matemáticos que se establecen en el currículum español vigente se ha analizado en profundidad esta Orden, y se han organizado dichos contenidos en cinco bloques (Tablas 2 a 6) que mantienen un paralelismo con los estándares de contenido de la NCTM (2003): cualidades sensoriales; números; geometría, medición; y estadística y probabilidad. Una vez expuestos los contenidos del currículum oficial en las diversas Tablas, se realiza un análisis de dichos contenidos y se contrastan con los principales referentes a nivel internacional: los estándares de contenido (NCTM, 2003) y los estándares comunes para las matemáticas (CCSSI, 2010).

En la tabla 4 se presenta el extracto de los contenidos de cualidades sensoriales identificados:

Tabla 4

Contenidos de cualidades sensoriales en la Orden ECI/3960/2007.

Área 1. Conocimiento de sí mismo y autonomía personal	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
Percepciones sensoriales diversas: visuales, táctiles,	Percepción de los cambios físicos propios y de su relación con el

Área 1. Conocimiento de sí mismo y autonomía personal	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
<p>auditivas, etc., en situaciones educativas cotidianas como juegos, corros, comidas o aseos. Expresión de preferencias.</p>	<p>paso del tiempo. Identificación y utilización de los sentidos, expresión verbal de sensaciones y percepciones. Gusto e interés por la exploración sensoriomotriz para el conocimiento personal, el de los demás y la relación con los objetos en situaciones de aula que favorezcan la actividad espontánea. Exploración y valoración de las posibilidades y limitaciones perceptivas, motrices y expresivas propias y de los demás. Juegos motores, sensoriales, simbólicos y de reglas.</p>
Área 2. Conocimiento del entorno	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
<p>Exploración y observación de objetos y materiales presentes en el medio a través de la realización de acciones como acariciar, golpear, recoger, arrastrar, enroscar, abrir, soplar..., verbalizando los procesos al descubrir sensaciones, características y utilidades.</p>	<p>Percepción de semejanzas y diferencias entre los objetos. Discriminación de algunos atributos de objetos y materias. Interés por la clasificación de elementos. Relaciones de pertenencia y no pertenencia. Identificación de cualidades y sus grados. Ordenación gradual de elementos.</p>

Área 2. Conocimiento del entorno	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
<p>Interés por la indagación sobre elementos y materias (agua, arena, ...), descubriendo algunos de sus atributos y cualidades como frío, caliente, seco, mojado, grande o pequeño.</p> <p>Establecimiento de algunas semejanzas y diferencias.</p> <p>Clasificaciones atendiendo a un criterio y ordenaciones de dos o tres elementos por tamaño.</p> <p>Interés por observar los elementos de la naturaleza (tierra, agua, nubes, etc.) y animales y plantas, y descubrir algunas de sus características.</p> <p>Identificación de algunos fenómenos del medio natural (día y noche, sol, lluvia...) y establecimiento de algunas relaciones con actividades y situaciones habituales.</p>	<p>Relaciones de pertenencia y no pertenencia.</p> <p>Identificación de cualidades y sus grados. Ordenación gradual de elementos.</p> <p>Detección de algunas características, comportamientos, funciones y cambios en los seres vivos.</p> <p>Observación, discriminación y clasificación de animales y plantas.</p> <p>Observación de los fenómenos del medio natural (alternancia de día y noches, lluvia...) y valoración de la influencia que ejercen en la vida humana.</p>

Área 3. Lenguajes: comunicación y representación	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
<p>Percepción y exploración, mediante la manipulación, de las características de materiales diversos (ceras, agua, arena, masas, arcilla, ...), utilización de diferentes instrumentos (pinceles, esponjas, rodillos, ...) y</p>	<p>Exploración de las propias posibilidades expresivas y comunicativas en relación con objetos y materiales.</p> <p>Ajuste corporal y motor ante objetos de diferentes características con finalidad</p>

Área 3. Lenguajes: comunicación y representación	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
descubrimiento de texturas, colores, olores, en la realización de producciones plásticas. Identificación e imitación de sonidos cotidianos y discriminación de sus rasgos distintivos y de algunos contrastes básicos (ruido-silencio, largo-corto, fuerte-suave), disfrutando con las realizaciones propias o de sus compañeros.	expresiva o comunicativa.

A partir del análisis de la tabla 4 se aprecia que dichos contenidos hacen referencia básicamente a tres aspectos: la identificación de las características sensoriales de los objetos a partir de su exploración con los diferentes sentidos; la comparación de estas características sensoriales a partir de dos tipos de relaciones básicas: clasificaciones y ordenaciones; y la observación de los cambios que se producen en los objetos y en el entorno inmediato. Sin embargo, se omiten algunos aspectos importantes que se mencionan en las orientaciones internacionales referentes a la comprensión de los patrones (CCSSI, 2010; NCTM, 2003). Más concretamente, no se hace referencia al reconocimiento, descripción y ampliación de patrones tales como secuencias de sonidos y formas o sencillos patrones numéricos, y pasar de una representación a otra; así como analizar cómo se generan patrones de repetición y de crecimiento. El trabajo de estos contenidos en Educación Infantil es de enorme importancia para favorecer el desarrollo progresivo del pensamiento algebraico, y ayudar a que progresivamente los alumnos entiendan, por ejemplo, la noción de función.

Tabla 5

Contenidos de números en la Orden ECI/3960/2007

Área 1. Conocimiento de sí mismo y autonomía personal	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
Exploración e identificación de algunas partes del propio cuerpo y del de los demás, señalándolas y nombrándolas en juegos y actividades cotidianas como vestirse, desvestirse, aseo personal, reconociendo algunas características propias y consiguiendo progresiva competencia.	Exploración y reconocimiento del propio cuerpo. Identificación, valoración y aceptación progresiva de las características propias.
Área 2. Conocimiento del entorno	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
Realización de acciones sobre elementos y colecciones como juntar, distribuir, hacer correspondencias y contar elementos, aproximándose a la cuantificación no numérica (muchos, pocos, algunos) y numérica (uno, dos y tres), manifestando satisfacción por los logros conseguidos.	Cuantificación no numérica de colecciones (muchos, pocos). Comparación cuantitativa entre colecciones de objetos. Relaciones de igualdad y de desigualdad (igual que, más que, menos que). Estimación cuantitativa exacta de colecciones y uso de números cardinales referidos a cantidades manejables. Utilización oral de la serie numérica para contar. Observación y toma de conciencia del valor funcional de los números y de su utilidad en la vida cotidiana.

Área 3. Lenguajes: comunicación y representación	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
Gusto e interés por manipular textos escritos en diferentes soportes (libros, revistas, periódicos, carteles o etiquetas), participando en la interpretación de imágenes e iniciándose en la diferenciación entre las distintas formas de expresión gráfica (dibujos, números, lengua escrita).	Diferenciación entre las formas escritas y otras formas de expresión gráfica. Iniciación en el uso de la escritura para cumplir finalidades reales. Interés y disposición para comunicarse por escrito y por el uso de algunas convenciones del sistema de la lengua escrita como linealidad, orientación y organización del espacio, y gusto por producir mensajes con trazos cada vez más precisos y legibles.

En la tabla 5 se observa que el tipo de sustantivos usados para expresar los contenidos de números son: exploración, identificación, realización de acciones, comparaciones, relaciones, estimación, observación, utilización, etc. De ello se desprende una visión del aprendizaje de contenidos numéricos que tiene en cuenta las necesidades de los alumnos de las primeras edades para aprender: observar los números del entorno y comprender su utilidad; realizar acciones con cantidades para favorecer su comprensión e interiorización; etc.

En el documento legislativo español se hace hincapié en la representación de las cantidades, aunque se obvian algunas fases imprescindibles. Mientras que en las orientaciones internacionales (CCSSI, 2010, NCTM, 2003) se manifiesta la necesidad de comprender las diferentes formas de representar los números, en el currículo español se menciona únicamente la iniciación en el uso de la escritura para cumplir finalidades reales, sin subrayar en ningún momento que la evolución de la representación de cantidades discretas debería contemplar diferentes fases o niveles: 1) ausencia de código simbólico, en el que los niños usan dibujos para representar cantidades. En sus representaciones, que son concretas, realizan una correspondencia

término a término; 2) aparición de código simbólico, en el que los niños usan cruces, círculos, palitos, etc., para representar cantidades. En sus representaciones, que son pictóricas, todavía mantienen la correspondencia término a término; 3) consolidación del código simbólico (alfabetización), en que los niños usan códigos simbólicos, transmitidos culturalmente, para representar cantidades discretas. Estos símbolos tienen una particularidad muy abstracta, y es que un solo símbolo permite representar muchos objetos (Alsina, 2011b).

Otro aspecto especialmente controvertido es que en las orientaciones curriculares españolas no se hace referencia a los cambios de cantidades, es decir, las operaciones aritméticas elementales de suma y resta. Si tenemos en cuenta las orientaciones internacionales, en las que se destaca la necesidad de comprender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras, o bien calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables, entonces las orientaciones españolas relativas al cálculo en las primeras edades son, sin duda, deficientes.

Tabla 6
Contenidos de geometría en la Orden ECI/3960/2007

Área 1	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
Exploración y toma de conciencia de sus posibilidades, intereses y limitaciones motrices en actividades como gatear, andar, subir y bajar, saltar, deslizarse o rodar, disfrutando con sus logros. Adaptación progresiva del tono, equilibrio y coordinación de movimientos a las características de los objetos que se le ofrecen y a diferentes acciones como chupar, golpear, apretar, enroscar, encajar, juntar o pedalear,	Percepción y estructuración de espacios interpersonales y entre objetos, reales e imaginarios, en experiencias vitales que permitan sentir, manipular y transformar dichos espacios. Establecimiento de las referencias espaciales en relación con el propio cuerpo. Gusto e interés por la exploración sensoriomotriz para el conocimiento personal, el de los demás y la relación con los objetos en situaciones de aula que favorezcan la actividad

Área 1	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
mostrando iniciativa y curiosidad por aprender nuevas habilidades.	<p>espontánea.</p> <p>Exploración y valoración de las posibilidades y limitaciones perceptivas, motrices y expresivas propias y de los demás. Iniciativa para aprender habilidades nuevas y deseo de superación personal.</p> <p>Exploración y progresivo control de las habilidades motrices básicas más habituales como la marcha, la carrera, el salto y los lanzamientos.</p> <p>Juegos motores, sensoriales, simbólicos y de reglas.</p> <p>Nociones básicas de orientación (hacia, hasta, desde...) y coordinación de movimientos.</p>
Área 2	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
Reconocimiento y verbalización de algunas nociones espaciales básicas como abierto, cerrado, dentro, fuera, arriba, abajo, interior y exterior.	<p>Situación de sí mismo y de los objetos en el espacio.</p> <p>Posiciones relativas.</p> <p>Identificación de formas planas y tridimensionales en elementos del entorno. Exploración de algunos cuerpos geométricos elementales. Nociones topológicas básicas (abierto, cerrado, dentro, fuera, cerca, lejos, interior, exterior...) y realización de desplazamientos orientados.</p>

Área 3

Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
<p>Descubrimiento y experimentación de las posibilidades expresivas y comunicativas del propio cuerpo (gestos, movimientos, miradas, llanto, sonrisa...), en actividades individuales y de grupo.</p> <p>Representación de personajes, hechos y situaciones mediante juegos simbólicos, disfrutando en las actividades de dramatización, imitación, danza y en otros juegos de expresión corporal.</p>	<p>Descubrimiento y experimentación de gestos y movimientos como recursos corporales para la expresión y la comunicación.</p> <p>Utilización, con intención comunicativa y expresiva, de las posibilidades motrices del propio cuerpo con relación al espacio y al tiempo.</p> <p>Ajuste corporal y motor ante objetos de diferentes características con finalidad expresiva o comunicativa.</p> <p>Participación en actividades de dramatización, danzas, juego simbólico y otros juegos de expresión corporal.</p> <p>Exploración del teclado y el ratón del ordenador y experimentación de su uso para realizar actividades apropiadas como escribir su nombre, rellenar calendarios, agendas, mensajes, carteles, dibujar, transformar imágenes o jugar.</p> <p>Asociación de gestos y movimientos cotidianos a expresiones lingüísticas en lengua extranjera para favorecer la adquisición de léxico y la comunicación.</p>

Al analizar con detalle la tabla 6, se aprecia que la mayor parte de contenidos hacen referencia a la posición en el espacio (orientación y estructuración espacial). Se hace referencia, por ejemplo, a la “coordinación de movimientos” o “nociones topológicas básicas (abierto, cerrado, dentro, fuera, cerca, lejos, interior, exterior, ...) y realización de desplazamientos orientados”. Una primera apreciación a partir del análisis de los contenidos relativos a la posición en el espacio es que en el segundo ciclo, a diferencia del primer ciclo, aparece la expresión “nociones topológicas básicas”. Como ya se menciona en Alsina (2006), este término se arrastra desde que, en el contexto de la Matemática Moderna, se adoptó la clasificación de Klein (1849-1925) para clasificar los diferentes tipos de geometría a través de la teoría de grupos. La idea fundamental de este autor era clasificar las distintas geometrías según las propiedades geométricas que se mantienen invariantes respecto de un grupo de transformaciones, lo que le llevó a establecer tres grupos: geometría topológica, geometría proyectiva y geometría métrica. Si se mantiene el uso de esta terminología kleiniana en las orientaciones curriculares vigentes, entonces debería haberse hecho referencia, también, a las nociones proyectivas y métricas. Dado que no realiza este paralelismo a nivel terminológico en ambos ciclos, probablemente hubiese sido mejor obviar la expresión “nociones topológicas básicas” para no confundir al profesorado, y referirse a “nociones espaciales básicas”, tal como se hace ya en el primer ciclo de Educación Infantil.

Al margen de este matiz, nos parece interesante destacar que en la Orden ECI/3960/2007 se enfatice la importancia que tiene el desarrollo motriz –y lógicamente, psicomotriz– para que los alumnos puedan aprender paulatinamente a orientarse en el espacio que les rodea y a organizarlo. Así, se hace referencia por ejemplo a “las posibilidades y limitaciones motrices”; “exploración sensoriomotriz”; o “habilidades motrices básicas”. Además, se incide también en algunos recursos para llevar a cabo este desarrollo: “juegos motores”; “movimiento”; “danza y otros juegos de expresión corporal”; etc. De todo ello se deduce que la psicomotricidad es una actividad esencial en el aprendizaje de la geometría en estas primeras edades.

En relación a las formas, únicamente se menciona un contenido relativo a este aspecto: “identificación de formas planas y tridimensionales en elementos del entorno. Exploración de algunos cuerpos geométricos elementales”. Tomando como referencia las orientaciones internacionales (CCSI, 2010; NCTM, 2003) se omiten las transformaciones geométricas, es decir, el conjunto de operaciones geométricas que permiten cambiar la posición (giros, simetrías, translaciones) o la forma (deformaciones, composición y descomposición de formas).

Tabla 7

Contenidos de medición en la Orden ECI/3960/2007

Área 1	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
Percepciones sensoriales diversas: visuales, táctiles, auditivas..., en situaciones educativas cotidianas como juegos,orros, comidas o aseos. Adaptación progresiva de los ritmos biológicos propios a las rutinas socialmente establecidas, anticipándose y colaborando en las actividades de la vida diaria.	Percepción de los cambios físicos propios y de su relación con el paso del tiempo. Apreciación inicial del tiempo cronológico y del tiempo subjetivo a partir de vivencias.
Área 2	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
Interés por la indagación sobre elementos y materias (agua, arena...), descubriendo algunos de sus atributos y cualidades como frío, caliente, seco, mojado, grande o pequeño. Establecimiento de algunas semejanzas y diferencias.	Los objetos y materias presentes en el medio, sus funciones y usos cotidianos. Interés por su exploración y actitud de respeto y cuidado hacia objetos propios y ajenos y cuidado de los mismos. Percepción de semejanzas y diferencias entre los objetos.

Área 2	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
<p>Clasificaciones atendiendo a un criterio y ordenaciones de dos o tres elementos por tamaño.</p> <p>Realización de acciones sobre elementos y colecciones como juntar, distribuir, hacer correspondencias y contar elementos, aproximándose a la cuantificación no numérica (muchos, pocos, algunos) y numérica (uno, dos y tres), manifestando satisfacción por los logros conseguidos.</p> <p>Anticipación de algunas rutinas o actividades diarias experimentando las primeras vivencias del tiempo (como hora de comer o del patio) y estimación intuitiva de su duración.</p> <p>Interés por observar los elementos de la naturaleza (tierra, agua, nubes, etc.) y animales y plantas, y descubrir algunas de sus características.</p> <p>Adaptación de los ritmos biológicos propios a las secuencias de la vida cotidiana, ajustando su comportamiento a dichas situaciones y desarrollando actitudes de ayuda y colaboración.</p>	<p>Discriminación de algunos atributos de objetos y materias. Interés por la clasificación de elementos. Relaciones de pertenencia y no pertenencia.</p> <p>Identificación de cualidades y sus grados. Ordenación gradual de elementos. Uso contextualizado de los primeros números ordinales.</p> <p>Observación y toma de conciencia del valor funcional de los números y de su utilidad en la vida cotidiana.</p> <p>Exploración e identificación de situaciones en que se hace necesario medir. Algunas unidades convencionales y no convencionales e instrumentos de medida. Aproximación a su uso.</p> <p>Interés y curiosidad por los instrumentos de medida.</p> <p>Estimación intuitiva y medida del tiempo. Ubicación temporal de actividades de la vida cotidiana.</p> <p>Detección de regularidades temporales, como ciclo o frecuencia.</p> <p>Observación de algunas modificaciones ocasionadas por el paso del tiempo en los elementos del entorno.</p>

Área 3	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
Utilización progresivamente ajustada de la lengua oral en situaciones de comunicación habituales para denominar la realidad.	Uso progresivo, acorde con la edad, de léxico variado y con creciente precisión, estructuración apropiada de frases, entonación adecuada y pronunciación clara.

El análisis de los contenidos de la tabla 7 pone de manifiesto que en el documento legislativo vigente en España se enfatiza la exploración física de los atributos de los objetos: “discriminación de algunos atributos de objetos y materias”; “identificaciones de cualidades”; etc., son algunas de las propuestas que van apareciendo para ayudar a los alumnos a comprender los atributos en general y los atributos medibles en particular.

Su comprensión se consigue a partir de experiencias directas de comparación de objetos, contar unidades y realizar conexiones entre conceptos espaciales y el número (Alsina 2006). Algunos contenidos de la tabla 7 mencionan estos aspectos, como por ejemplo: “percepción de semejanzas y diferencias entre los objetos”; “interés por la clasificación de elementos”; “ordenación gradual de elementos”; etc. De todas formas, estos contenidos se refieren mayoritariamente a relaciones cualitativas entre objetos, pero no hacen referencia directa a las magnitudes. Únicamente aparece un contenido en el 2º ciclo que se refiere explícitamente a este bloque de contenidos matemáticos: “Exploración e identificación de situaciones en que se hace necesario medir. Algunas unidades convencionales y no convencionales e instrumentos de medida. Aproximación a su uso. Interés y curiosidad por los instrumentos de medida”, además de otro contenido que hace referencia a la medida del tiempo: “estimación intuitiva y medida del tiempo”. En términos generales, pues, las orientaciones curriculares recogen los principales aspectos a considerar en el trabajo de la medida en las primeras edades, aunque hacen poco hincapié en el proceso de medición.

Tabla 8

Contenidos de estadística y probabilidad en la Orden ECI/3960/2007

Área 1	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
Área 2	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)
	<p>Cuantificación no numérica de colecciones (muchos, pocos).</p> <p>Comparación cuantitativa entre colecciones de objetos.</p> <p>Relaciones de igualdad y de desigualdad (igual que, más que, menos que).</p> <p>Estimación cuantitativa exacta de colecciones y uso de números cardinales referidos a cantidades manejables.</p> <p>Utilización oral de la serie numérica para contar.</p> <p>Observación y toma de conciencia del valor funcional de los números y de su utilidad en la vida cotidiana.</p>
Área 3	
Primer ciclo (0-3 años)	Segundo ciclo (3-6 años)

A partir del análisis realizado se evidencia que todavía hay una escasa presencia de contenidos de estadística y probabilidad en las

orientaciones curriculares nacionales. Aunque se empiezan a señalar algunos contenidos muy relacionados con el conocimiento numérico, como por ejemplo la comparación cuantitativa entre colecciones de objetos, o el uso de la serie numérica para contar, todavía no se explicitan contenidos relacionados con la organización de datos, su su representación a través de gráficos sencillos y su posterior interpretación, como se señala en Alsina (2013).

Las Prácticas Matemáticas en las Aulas de Educación Infantil

En España, las orientaciones curriculares vigentes que se han analizado en el apartado anterior abogan por trabajar con los niños de las primeras edades desde un enfoque interdisciplinar y globalizado:

El currículo se estructura en tres áreas diferenciadas, describiendo para cada una de ellas los objetivos y criterios de evaluación para el conjunto de la etapa y los contenidos para cada uno de los dos ciclos; no obstante, buena parte de los contenidos de un área adquieren sentido desde la perspectiva de las otras dos, con las que están en estrecha relación, dado el carácter globalizador de la etapa. (BOE, 2008, pág. 1016)

Se trata, como indica Fourez (2008), de partir de un enfoque interdisciplinar que permita construir saberes adecuados para una situación, utilizar diferentes disciplinas con esta finalidad y que no implique la desvalorización de conocimientos de las disciplinas usadas ni de las personas que los aplican.

En estas mismas instrucciones se ofrecen pautas metodológicas para que los profesionales de esta etapa educativa planifiquen su actividad docente en base a las necesidades de los alumnos:

Los métodos de trabajo en ambos ciclos se basarán en las experiencias, en la actividad infantil y en el juego, y se aplicarán en un ambiente de seguridad, afecto y confianza para potenciar la autoestima y la integración social”; “los contenidos de la Educación infantil se abordarán por medio de propuestas integradas que tengan interés y sean significativas. (Fourez, 2008, pág. 1017)

Se defiende, pues, la implementación de prácticas educativas que consideren las formas de adquisición de conocimiento de los niños de las primeras edades -situaciones de aprendizaje significativas centradas en la acción- con el propósito de favorecer en niños y niñas el proceso de descubrimiento y representación de los diferentes contextos que componen el entorno infantil, así como facilitar progresivamente su inserción y participación en ellos. Desde este marco curricular, se aprecia que la finalidad de la Educación Infantil es favorecer el desarrollo integral y armónico de los niños para que progresivamente adquieran las competencias necesarias que les permitan desenvolverse mejor en su contexto inmediato, entendiendo por contexto la realidad en la que se aprende y sobre la que se aprende.

Desde el ámbito de la Educación Matemática, Lacasta y Wilhelmi (2008) señalan que este principio de globalización de la enseñanza -junto con el carácter elemental de los conocimientos logico-matemáticos, la atención a la diversidad y el respeto al proceso cognitivo individual- puede dificultar la determinación de propuestas de enseñanza para Educación Infantil puesto que, en muchas ocasiones, según estos autores desemboca en una utilización empirista de los recursos disponibles (temporales, materiales y personales) que producen situaciones de riesgo, donde la actividad de los niños es sólo una caricatura de nociones, procesos y significados pretendidos (o potencialmente admisibles) en la etapa. Ello conlleva la necesidad de replantear las prácticas matemáticas que se llevan a cabo en las aulas de Educación Infantil. En Alsina (2010) se postulan los principales contextos de aprendizaje que se usan en las aulas para desarrollar el pensamiento matemático, y se realiza una propuesta para establecer su frecuencia de uso más recomendable.

En esta propuesta no se descarta ningún contexto, sólo se informa sobre la conveniencia de restringir algunos contextos de aprendizaje a un uso ocasional durante las primeras edades de escolarización y, por eso, se plantea como una herramienta que puede ser útil para el profesorado preocupado por hacer de su metodología una garantía de educación matemática.

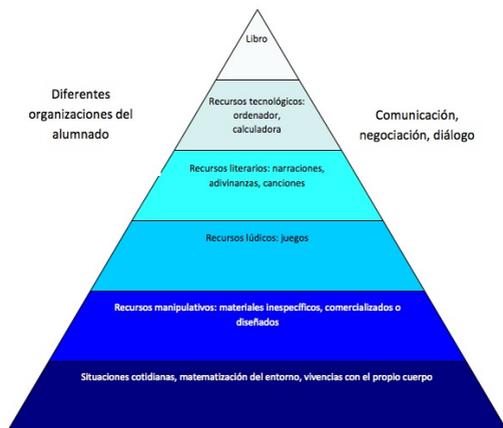


Figura 3. Pirámide de la Educación Matemática (Alsina, 2010)

En la base de este diagrama piramidal están los contextos que necesitan todos los niños para aprender y que, por lo tanto, se podrían y deberían “consumir” diariamente para desarrollar el pensamiento matemático. Ahí están actividades que se fundamentan en la EMR de Freudenthal (1991), como por ejemplo las situaciones problemáticas que surgen en la vida cotidiana de cada día; la observación y el análisis de los elementos matemáticos de nuestro contexto, etc. Después aparece la manipulación con materiales diversos, dado que la acción sobre los objetos posibilita que los alumnos puedan elaborar esquemas mentales de conocimiento, en la línea planteada por Piaget (1950), o posteriormente por autores como Canals (2001) o Berdonneau (2008), entre otros; o bien el uso de juegos, entendidos como la resolución de situaciones problemáticas. Después aparecen los recursos que deben “consumirse” alternativamente varias veces a la semana, como las situaciones de aprendizaje mediante recursos literarios con un contenido matemático: cuentos populares, narraciones, novelas, canciones, adivinanzas, etc. (Whitin, 1994; Torra, 1997a); o los recursos tecnológicos como el ordenador y la calculadora. Por último, en la cúspide, se encuentran los contextos de aprendizaje que deberían usarse de forma ocasional: los libros o cuadernos de actividades, que han sido analizados por múltiples autores (Salgado y Salinas, 2009, Ferreira y

Mayorga, 2010). Alsina (2010) y Olmos y Alsina (2010) señalan que en la práctica diaria de muchos profesionales este organigrama piramidal está invertido en el sentido que en la base están los cuadernos de actividades, mientras que la matematización del entorno, el uso de materiales manipulables, juegos, etc. “se consumen muy poco”, a la vez que plantean que la inversión de este organigrama piramidal conlleva dificultades como por ejemplo aprendizajes poco significativos, desmotivación, falta de comprensión, etc., que han dado lugar, en términos generales, a una escasa alfabetización matemática.

Para evitar algunas de estas dificultades, junto con las que señalan Lacasta y Wilhelmi (2008) sobre el posible uso empirista de los recursos disponibles en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil, Alsina (2010) plantea que un contexto de aprendizaje (o un recurso) no es garantía de aprendizaje matemático si no va acompañado de una buena planificación y gestión por parte de los maestros. En este sentido se aporta una batería de diez preguntas sobre el planteamiento y la gestión de las prácticas matemáticas elaborada por expertos en educación matemática (CREMAT, 2009), que se propone al profesorado de Cataluña para analizar el nivel competencial de las actividades:

Tabla 9

Preguntas que pueden servir de indicadores del nivel de riqueza competencial de una actividad (CREMAT, 2009)

Las siguientes preguntas pueden orientar el profesorado sobre el grado en que en una actividad se trabajan las competencias del alumnado. Que una actividad sea rica para desarrollar las competencias depende de cómo se plantea la actividad, es decir, de sus características, pero también de cómo se gestiona en el aula. Por esta razón se agrupan las preguntas en dos bloques:

Con respecto al planteamiento, es interesante preguntarse:

- ¿Es una actividad que tiene por objetivo responder una pregunta, resolver un reto? La pregunta puede referirse a un contexto cotidiano, puede enmarcarse en un juego, puede tratar de una regularidad o hecho matemático.

- ¿Permite aplicar conocimientos ya adquiridos y hacer nuevos aprendizajes?
- ¿Ayuda a relacionar conocimientos diversos dentro de la matemática o con otras materias?
- ¿Es una actividad que se puede desarrollar de diferentes formas y estimula la curiosidad y la creatividad del alumnado?
- ¿Implica el uso de instrumentos varios como por ejemplo material que se pueda manipular, herramientas de dibujo, software, calculadora, etc.?

En la gestión de la actividad, es interesante preguntarse:

- ¿Se fomenta la autonomía y la iniciativa del alumnado?
- ¿Se interviene a partir de preguntas adecuadas más que con explicaciones?
- ¿Se pone en juego el trabajo y el esfuerzo individual pero también el trabajo en parejas o en grupos que conduce a hablar, argumentar, convencer, consensuar, etc.?
- ¿Implica razonar sobre lo que se ha hecho y justificar los resultados?
- ¿Se avanza en la representación de manera cada vez más precisa y se usa progresivamente lenguaje matemático más adecuado?

Si se analizan con detalle las diez preguntas de la tabla 9 se aprecia que en la base de su formulación están los diferentes procesos de pensamiento matemático descritos por la NCTM (2003): la resolución de problemas, el razonamiento y la demostración, la comunicación, las conexiones y la representación.

En esta línea, Alsina (2012b) formula que las prácticas matemáticas en el aula de Educación Infantil deberían ir más allá de los contenidos para centrarse en los procesos de pensamiento matemático, en sintonía con diversos organismos internacionales como la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico de la Unión Europea (OCDE, 2006) o bien el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos (NCTM, 2003), que han ido alertando sobre el problema que supone enseñar matemáticas a partir de un currículo orientado exclusivamente a la adquisición de contenidos. De manera muy sintética, estos organismos señalan que una enseñanza de las matemáticas centrada sólo en los contenidos puede ser útil para tener un

buen rendimiento matemático en la escuela, pero ello no presupone la capacidad necesaria para aplicar los contenidos aprendidos a la vida cotidiana. Desde este marco, de Guzmán (2001) ya puso de manifiesto que la matemática es, sobre todo, saber hacer, es una ciencia en la que el método predomina claramente sobre el contenido, por lo que los procesos deberían ser el centro de la educación matemática. En este sentido, también Niss (2002) señala que la mirada del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas focalizada en los contenidos se centra exclusivamente en la adquisición de símbolos y de técnicas, y no tanto en su uso significativo.

La combinación de contenidos y procesos matemáticos favorece nuevas miradas que enfatizan no sólo el contenido y el proceso, sino -y especialmente- las relaciones que se establecen entre ellos. Desde esta perspectiva, Torra (2007b) plantea una organización cartesiana en la que cada espacio relaciona un contenido con un proceso (ver tabla 10).

Partir de este enfoque globalizado del conocimiento matemático ya desde las primeras edades, en el que todo está integrado, nos parece especialmente significativo, dado que cuando los niños usan las relaciones existentes en los contenidos matemáticos, en los procesos matemáticos y las existentes entre ambos, progresa su conocimiento de la disciplina y crece la habilidad para aplicar conceptos y destrezas con más eficacia en diferentes ámbitos de su vida cotidiana.

Tabla 10

Relación cartesiana entre contenidos y procesos matemáticos (Torra, 2007b)

	Álgebra	Números y operaciones	Geometría	Medida	Análisis de datos
Resolución de problemas					
Razonamiento y demostración					
Comunicación					
Conexiones					
Representación					

En el marco de una tesis doctoral en curso, Coronata y Alsina (2012) analizan la presencia de los estándares de procesos en las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil. Para ello, entrecruzan los diferentes contextos de aprendizaje planteados por Alsina (2010) con los procesos matemáticos de la NCTM (2003) al partir de la base que para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático es necesario considerar, por un lado, diferentes contextos de aprendizaje para atender a la diversidad de niños que hay en las aulas; y por otro lado, considerar las diferentes herramientas para trabajar los contenidos. Los resultados preliminares se muestran en la tabla 11.

Tabla 11

Relación entre la “Pirámide de la Educación Matemática” y los procesos matemáticos (Coronata y Alsina, 2012)

Pirámide de la
Educación
Matemática
(Alsina, 2010)

Procesos matemáticos (NCTM, 2003)

Situaciones
cotidianas,
matematización
del entorno,
vivencias con el
propio cuerpo.

Resolución de Problemas
Generan estrategias para matematizar el entorno y despejar incógnitas que se les presentan.
En los diversos contextos (aula, patio, plaza, playa, parque, etc) observan, exploran, relacionan, cuentan, comparan para generar situaciones problemas y encontrar solución.
Razonamiento y demostración
Vivencian distintas estrategias, las argumentan, verifican su estado y las modifican si es necesario.
Comunicación
Explican su razonamiento matemático a través de un lenguaje matemático simple y claro.
Trabajan la resolución de situaciones problemáticas en forma colectiva para generar discusión, análisis y justificaciones a las respuestas encontradas.

	<p>Conexiones Conectan las ideas matemáticas entre sí y aplican las ideas matemáticas a otros contextos. Establecen conexiones de las matemáticas con otras disciplinas como por ejemplo la psicomotricidad (movimiento).</p> <p>Representaciones Diseñan y usan representaciones para organizar, registrar y comunicar ideas matemáticas de la vida cotidiana.</p>
Recursos manipulativos, materiales inespecíficos comercializados	<p>Resolución de Problemas Resuelven problemas matemáticos utilizando diversos recursos manipulativos concretos según la estrategia seleccionada. Razonamiento y demostración</p>
Recursos manipulativos, materiales inespecíficos comercializados o diseñados.	<p>Resolución de Problemas Resuelven problemas matemáticos utilizando diversos recursos manipulativos concretos según la estrategia seleccionada. Razonamiento y demostración Hacen investigación matemática, desarrollan conjeturas y evalúan los argumentos y pruebas con apoyo de material concreto manipulativo.</p> <p>Comunicación Comunican su pensamiento matemático con apoyo concreto, de manera coherente y clara a los profesores y demás compañeros y compañeras.</p> <p>Conexiones Comprenden cómo se relacionan y organizan las ideas matemáticas. Aplican los descubrimientos matemáticos en otros contextos no matemáticos.</p> <p>Representaciones Seleccionan y aplican ideas matemáticas con apoyo de recursos manipulativos para modelizar e interpretar distintos fenómenos (físicos, sociales y matemáticos)</p>

Recursos lúdicos. Juegos	Resolución de Problemas Simulan a través de juegos las estrategias aplicadas para solucionar las diversas situaciones problemáticas. Razonamiento y demostración Revisan el razonamiento y evalúan argumentos matemáticos a través de recursos lúdicos. Comunicación Organizan y consolidan el pensamiento matemático a través de la comunicación en situaciones lúdicas colectivas. Conexiones Reconocen y aplican las ideas matemáticas en contextos no matemáticos a través de juegos y situaciones lúdicas.
Recursos literarios: Narraciones, adivinanzas, canciones, etc.	Resolución de problemas Construyen nuevo conocimiento matemático a través de la comprensión de situaciones que parecen en los cuentos y en las canciones, o en los retos planteados a través de adivinanzas. Conexiones Establecen conexiones de las matemáticas con otras disciplinas como por ejemplo el lenguaje (cuentos) o la música (canciones).
Recursos tecnológicos, computadoras, calculadoras, software.	Resolución de Problemas Resuelven problemas matemáticos que le presenta la tecnología, en algunos software se puede aplicar distintas estrategias según necesidad.
Libros, textos material impreso, guías, fichas	Resolución de Problemas Reflexionan sobre el proceso que desarrolla al resolver un problema que se le da. Se espera que pueda aplicar distintas estrategias de solución.

En la tabla 11 se pone de manifiesto que desde la base de la pirámide, en los tres primeros niveles (las situaciones cotidianas, los recursos manipulativos y los recursos lúdicos) se observa mayor facilidad para trabajar los procesos matemáticos, mientras que a medida que se avanza hacia aquellos contextos más cercanos a la cúspide de la pirámide, al ser más restrictivos, rígidos y “pobres”, resulta más difícil poder abordar en ellos todos los procesos matemáticos porque pareciera que viene todo dado, lo cual limita la indagación, expresión y normal exploración infantil.

La combinación de contextos de aprendizaje y procesos matemáticos ofrece algunos elementos para reflexionar sobre la propia práctica docente. Desde esta perspectiva, el rol que ejerce el profesorado de Educación Infantil es determinante, puesto que las diversas estrategias metodológicas que considera con mayor frecuencia en el trabajo pedagógico con los alumnos van en directa relación al logro de la alfabetización matemática de los alumnos de las primeras edades de escolarización.

Conclusiones

En este artículo se ha presentado, en primer lugar, el estado de la investigación en Didáctica de las Matemáticas en España. A partir de la revisión de los trabajos presentados en la SEIEM desde 1997 hasta 2012, se ha puesto de manifiesto en primer lugar la escasa producción de investigaciones sobre Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil en la SEIEM desde 1997 hasta 2010 (Gómez, Cañadas, Bracho, Restrepo y Aristizábal, 2011; Sierra y Gascón, 2011), y el cambio de tendencia que se ha producido a partir de 2011, cuando se crea el Grupo de investigación IEMI en el marco de la SEIEM. En términos generales, diversos estudios bibliométricos señalan que esta tendencia se da también en otros contextos. Así, por ejemplo, Llinares (2008) concluye a partir de un extenso trabajo de revisión que la investigación española en revistas situadas en los listados de JCR-Social Sciences tenía, en el momento de redactar el informe de su estudio, una presencia pequeña, que en parte vincula al poco reconocimiento que las revistas de Educación Matemática tienen en este listado. Sierra y Gascón (2011) concluyen que en el marco del PME (The International Group for the Psychology of Mathematics Education) son numerosos estos trabajos

exclusivamente entre los años 1976 y 1986. Todo ello permite llegar a la conclusión que la presencia de la investigación española en Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil en el panorama internacional es, en términos generales, parecido al nacional, lo que podría atribuirse a la relativa juventud de la investigación en Educación Matemática en España, como señala Blanco (2011).

En segundo lugar, se ha concluido que se está empezando a crear un campo de investigación en Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil que irá cohesionándose a medida que las investigaciones que se realicen se sustenten en un determinado enfoque teórico, una metodología de investigación concreta, y un contenido claro que se aborde desde un enfoque didáctico concreto (Sierra y Gascón, 2011). Hasta el momento, y usando un criterio formal de clasificación en base al contenido matemático que aparece en los trabajos revisados, se han detectado tres grandes temas: a) la formación inicial de maestros de Educación Infantil, que se trata desde un enfoque didáctico concreto como por ejemplo la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) o la Educación Matemática Realista (EMR); o bien a partir de diferentes métodos de formación activa, como por ejemplo el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) o el Aprendizaje Colaborativo; b) la adquisición y el desarrollo del pensamiento matemático infantil en general, y más concretamente el desarrollo del pensamiento numérico, con algunos trabajos que se fundamentan ya en un enfoque didáctico concreto, como por ejemplo los realizados desde la perspectiva de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) o bien de la Educación Matemática Realista (EMR); c) los recursos o contextos de aprendizaje para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático como los contextos de vida cotidiana, los juegos, los cuentos, los gráficos, etc.

A partir de los datos aportados hasta el momento por la investigación en Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil en España, parece obvio concluir que no hay un cuerpo de trabajos suficientemente consolidado que permita diseñar las orientaciones curriculares de la etapa de Educación Infantil en relación a los conocimientos matemáticos que deberían enseñarse en las primeras edades. Como se ha señalado, la mayoría de trabajos que tratan aspectos relacionados con los contenidos curriculares se refieren a la numeración (Fernández,

2002; Bosch, Castro y Segovia, 2005; Lacasta y Wilhelmi, 2008; Salgado y Salinas, 2009, 2011, 2012; Nuñez, de Castro, del Pozo y Mendoza, 2010; Alsina, 2011b; entre otros). En estas investigaciones se tratan temas relacionados con el conocimiento de la secuencia numérica, la adquisición de la competencia numérica, las propuestas de enseñanza-aprendizaje del número o la notación numérica, que en términos generales se recogen en las orientaciones curriculares vigentes, aunque se han detectado también algunas omisiones en dichas instrucciones como por ejemplo las fases de adquisición de la notación simbólica, que se destaca aquí dado el tiempo que se dedica a practicar el trazo de los números durante la etapa de Educación Infantil, y que por lo tanto deja de dedicarse a otras propuestas de enseñanza-aprendizaje encaminadas a favorecer la comprensión de los números, antes que su representación convencional (Alsina, 2011b).

Por otro lado, son prácticamente inexistentes o no existen datos que provengan de la investigación en Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil en nuestro país sobre otros bloques de contenido como la geometría, la estadística y la probabilidad, etc., por lo que resulta imposible hasta el momento poder organizar el currículum de matemáticas en las primeras edades a partir de los datos aportados por la investigación. En este sentido, existen actualmente diversos documentos de referencia a nivel internacional que establecen los estándares de contenido (NCTM, 2003) o bien los estándares comunes para las matemáticas (CCSSI, 2010) que pueden contribuir a diseñar currículos que faciliten la alfabetización matemática en las primeras edades. En este artículo se han contrastado estos referentes internacionales con las orientaciones curriculares vigentes en nuestro país, y hay diversos aspectos que deben ser mencionados: en primer lugar, los referentes internacionales tratan exclusivamente sobre educación matemática, mientras que las orientaciones curriculares españolas exponen, desde un enfoque globalizado, los diferentes contenidos. Así, mientras los estándares de contenido se organizan en cinco bloques (álgebra, numeración y cálculo, geometría, medición, y análisis de datos y probabilidad), y se ofrecen orientaciones para los diferentes niveles educativos organizados por grupos de edades (las orientaciones correspondientes a la Educación Infantil se encuentran en los niveles Pre-K-2, de los 4 a los 8 años aproximadamente); en el currículum

español los contenidos se organizan en tres áreas de conocimiento (conocimiento de sí mismo y autonomía personal; conocimiento del entorno; y lenguajes: comunicación y representación); y en dos grupos de edades (primer ciclo: 0-3 años; y segundo ciclo: 3-6 años). Como se ha indicado, desde el punto de vista de la educación matemática, Lacasta y Wilhelmi (2008) señalan las posibles desventajas de este enfoque globalizado, mientras que otros abogan por lo contrario, como por ejemplo Canals, (1993), quien pone de manifiesto que a pesar del esfuerzo realizado por ofrecer un enfoque globalizado, en realidad se vuelve a ofrecer una visión parcelada del conocimiento ya que las asignaturas se incluyen dentro de un área. De todas formas, a partir del análisis realizado en este artículo puede concluirse que las matemáticas se encuentran presentes, aunque de diferentes formas, en las tres áreas de conocimiento del currículum de Educación Infantil y, por lo tanto, se presentan desde una perspectiva globalizada que debe favorecer el desarrollo integral y armónico de los niños, más que la consecución de contenidos conceptuales o de procedimientos específicos de un área (Lacasta y Wilhelmi, 2008).

A partir del contraste entre los referentes internacionales y el currículum de Educación Infantil, se aprecia que en el documento legislativo español se realizan omisiones importantes en relación a contenidos matemáticos que sería muy oportuno trabajar en las primeras edades como por ejemplo los patrones (series de repetición y de crecimiento), por su relación con el conocimiento de las funciones en particular y del álgebra en general; las operaciones aritméticas de suma y resta, su comprensión, o las relaciones entre ambas operaciones; las transformaciones geométricas, como por ejemplo los giros y la simetría; o bien los contenidos de estadística y probabilidad.

La tercera cuestión que se ha tratado en este artículo son las prácticas matemáticas que se realizan en las aulas de Educación Infantil en nuestro país, y los vínculos que mantienen dichas prácticas con la investigación en Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil y las orientaciones curriculares. Desde un punto de vista genérico, Murillo (2006) expone que la indagación empírica en el ámbito de la investigación educativa no ha sabido ser útil para la fundamentación de la práctica docente, no ha creado un cuerpo de conocimientos sólidos e

indiscutibles, ni siquiera ha conseguido que los pocos resultados encontrados llegasen a los destinatarios, haciendo patente el abismo que separa la práctica y la investigación educativa, los docentes y los investigadores. En esta línea, se han podido identificar algunos estudios del ámbito de la Didáctica de las Matemáticas que señalan la discrepancia entre las prácticas matemáticas y las directrices oficiales, como por ejemplo el trabajo de Lacasta y Wilhelmi (2008), en el que se pone de manifiesto un desajuste entre el peso de las matemáticas en las colecciones de fichas y en las directrices oficiales, lo que para estos autores es un indicador de que las nociones matemáticas se confían a este material. También Alsina (2010) y Olmos y Alsina (2010) postulan que los cuadernos de actividades siguen siendo el recurso más utilizado para enseñar matemáticas en las primeras edades, mientras que la matematización del entorno, el uso de materiales manipulables, juegos, etc. se utilizan muy poco. En diversos estudios comparativos entre la enseñanza de las matemáticas y la lengua en las primeras edades, Alsina y Llach (2012) y Llach y Alsina (2012) llegan también a conclusiones similares.

Es en este sentido que en este artículo se ha planteado la necesidad de replantear las prácticas matemáticas que se llevan a cabo en el aula de Educación Infantil. Para ello se han tomado en consideración los diferentes contextos de aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades (Alsina, 2010) con los procesos matemáticos NCTM (2003) al partir de la base que para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático es necesario considerar, por un lado, diferentes contextos de aprendizaje para atender a la diversidad de niños que hay en las aulas; y por otro lado, considerar las diferentes herramientas para trabajar los contenidos. Los resultados preliminares de una tesis doctoral en curso (Coronata y Alsina, 2012) sugieren que los contextos de aprendizaje de las matemáticas que parten de situaciones cotidianas, recursos manipulativos y recursos lúdicos se observa mayor facilidad para trabajar los procesos matemáticos, mientras que otros contextos como los cuadernos de actividades, al ser más restrictivos, rígidos y “pobres”, dificultan poder abordar en ellos todos los procesos matemáticos ya que limitan la indagación, expresión y normal exploración infantil. A partir de estos datos se concluye que el rol que ejerce el profesorado de Educación Infantil es muy relevante, puesto que los saberes docentes

(disciplinares y didácticos) determinan el grado de alfabetización matemática de los alumnos de Educación Infantil.

Referencias

- Alsina, A. (2006). *Como desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años*. Barcelona: Editorial Octaedro.
- Alsina, A. (2010). La “pirámide de la educación matemática”. Una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16. Retrieved from: http://centros.educacion.navarra.es/caps/primaria2/matematicas/alsina_09_10/Articulo_Aula_piramide_matematica_alsina.pdf
- Alsina, A. (2011a). *Educación matemática en contexto de 3 a 6 años*. Barcelona: ICE-Horsori.
- Alsina, A. (2011b). La notación numérica en Educación Infantil: un estudio sobre el proceso de adquisición. En M. Marín, G. Fernández, L.J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 237-246). Ciudad Real: SEIEM.
- Alsina, A. (2012a). Contextos de vida cotidiana para desarrollar el pensamiento matemático en Educación Infantil. En M. Marín y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 409-426). Ciudad Real: SEIEM.
- Alsina, A. (2012b). Más allá de los contenidos, los procesos matemáticos en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 1(1), 1-14. Retrieved from: http://funes.uniandes.edu.co/1970/1/Edma0-6_v1n1_1-14.pdf
- Alsina, A. (2013). La estadística y la probabilidad en Educación Infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Revista Electrónica de Didácticas Específicas*. Retrieved from: <http://www.didacticasespecificas.com/inicio.php?sec=revista&n=7>
- Alsina, A. y Llach, S. (2012). La enseñanza de los sistemas externos de representación matemáticos y lingüísticos en la Educación Infantil. *Revista de Investigación Educativa*, 30(1), 131-144. Retrieved from: <http://revistas.um.es/rie/issue/view/10622/showToc>

- Berdonneau, C. (2008). *Matemáticas activas (2-6 años)*. Barcelona: Editorial Graó.
- Blanco, L. (2011). La investigación en educación matemática. *Education S. XXI*, 29(1), 109-128.
- BOE (2008). Boletín Oficial del Estado, de 19 de diciembre. Orden ECI/3960/2007.
- Bosch, M.A., Castro, E. y Segovia, I. (2012). Pensamiento multiplicativo en los primeros niveles. Una tesis en marcha. En M. Marín y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 229-240). Ciudad Real: SEIEM.
- Bosch, M.A., Castro, E. y Segovia, I. (2005). El pensamiento multiplicativo en los primeros niveles. Una investigación en curso. En A. Maz, B. Gómez y M. Torralbo (Eds.) *Investigación en Educación Matemática. IX Simposio SEIEM* (pp. 1-10). Córdoba: SEIEM.
- Canals, M^a.A. (1993). Les matemàtiques a l'educació infantil, una llengua o alguna cosa més? *In-fàn-ci-a*, 73, 2-5.
- Canals, M^a.A. (2001). *Vivir las matemáticas*. Barcelona: Rosa Sensat.
- Common Core State Standards Initiative (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Retrieved from: http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf.
- Coronata, C. y Alsina, A. (2012). Hacia la alfabetización numérica en Educación Infantil: algunos avances en Chile y España. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*.
- CREAMAT (2009). *Preguntas que pueden servir de indicadores del nivel de riqueza competencial de una actividad*. Retrieved from: <http://phobos.xtec.cat/creamat>.
- de Castro, C. y Flecha, G. (2012). Buscando indicadores alternativos para describir el desarrollo del juego de construcción con niños de 2 y 3 años. En M. Marín y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 455-472). Ciudad Real: SEIEM.
- de Guzmán, M. (2001). Tendencias actuales de la educación matemática. *Sigma*, 19, 5-25.

- Edo, M. (2012). Situaciones interdisciplinarias para el desarrollo del pensamiento matemático en Educación Infantil en la formación de maestros. En M. Marín y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 427- 453). Ciudad Real: SEIEM.
- Fernández, C. (2002). Entrevistas clínicas individuales a escolares de 3 a 6 años: una modelización de las competencias ordinales en Educación Infantil. En J. Murillo, P.M. Arnal, R. Escolano y J.M. Gairín (Eds.), *Actas del VI Simposio de la SEIEM* (pp. 95-136). Logroño: SEIEM.
- Fernández, C. (2012). Diagnóstico del pensamiento matemático en escolares de 3 a 6 años. Proyecto. En M. Marín y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 473-487). Ciudad Real: SEIEM.
- Ferreira, M.A., y Mayorga, L.P. (2010). Propuesta para la evaluación de los libros de texto de matemática de todos los niveles educativos. *Revista Ciencias de la Educación*, 20(35), 15-38.
- Fourez, G. (2008): *Cómo se elabora el conocimiento: la epistemología desde un enfoque socioconstructivista*. Madrid: Narcea, S.A. de Ediciones.
- Freudenthal, H. (1991). *Revising mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Godino, J. (2010). Perspectiva de la didáctica de la matemáticas como disciplina tecnocientífica. Retrieved from: <http://www.ugr.es/local/jgodino>.
- Godino, J.D., Carrillo, J., Castro, W.F., Lacasta, E., Muñoz-Catalán, M.C. y Wilhelmi, M.R. (2011). Métodos de investigación en Educación Matemática. Análisis de los trabajos publicados en los Simposios de la SEIEM (1997-2010). En M. Marín, G. Fernández, L.J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 33-50). Ciudad Real: SEIEM.
- Gómez, P., Cañadas, M.C., Bracho, R., Restrepo, A.M. y Aristizábal, G. (2011). Análisis temático de la investigación en Educación Matemática en España a través de los Simposios de la SEIEM. En M. Marín, G. Fernández, L.J. Blanco y M. Palarea (Eds.),

- Investigación en Educación Matemática XV* (pp.371-382). Ciudad Real: SEIEM.
- Gutiérrez, G. y Berciano, A. (2012a). Desarrollo del pensamiento matemático y su didáctica en el Grado de Educación Infantil. De la manipulación a la comunicación visual. En M. Marín y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 489-503). Ciudad Real: SEIEM.
- Gutiérrez, G. y Berciano, A. (2012b). Un experimento de enseñanza sobre la influencia del ABP en la competencia matemática con futuras maestras de Educación Infantil. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 353 - 362). Jaén: SEIEM.
- Lacasta, E. y Wilhelmi, M. R. (2008). Juanito tiene cero naranjas. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L.J. Blanco (Eds.), *Investigación en educación matemática XII* (pp. 403-414). Badajoz: SEIEM.
- Lacasta, E., Lasa, A. y Wilhelmi, M.R. (2012). Actividad lógica y relacional en Educación Infantil. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M.C. Penalva, F.J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 363 - 373). Jaén: SEIEM.
- Llach, S. y Alsina, A. (2012). ¿Cómo enseñar la notación lingüística y matemática? Un triple enfoque: epistémico, interdisciplinar y sociocultural. *Revista Española de Pedagogía*, 252, 321-335.
- Llinares, S. (2008). Agendas de investigación en Educación Matemática en España. Una aproximación desde “ISI-web of knowledge” y ERIH. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L.J. Blanco (Eds), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 25-54). Badajoz: SEIEM.
- Murillo, F.J. (2006). Retos de la innovación para la investigación educativa. En T. Escudero y A.D. Correa (Eds.), *Innovación e investigación educativa: algunos ámbitos relevantes* (pp. 23-54). Madrid: La Muralla.

- National Council of Teachers of Mathematics (2003). *Principios y estándares para la Educación Matemática*. Sevilla. SAEM Thales.
- Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish Kom Project*. Roskilde: Roskilde University.
- Núñez, C., de Castro, C., del Pozo, A., Mendoza, C. y Pastor, C. (2010). Inicio de una investigación de diseño sobre el desarrollo de competencias numéricas con niños de 4 años. En M. Moreno, J. Carrillo, A. Estrada y T.A. Sierra (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 463-474). Lleida: SEIEM.
- Olmos, G. y Alsina, A. (2010). El uso de cuadernos de actividades para aprender matemáticas en educación infantil. *Aula de Infantil*, 53, 38-41.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (2006). *Assessing scientific, reading and mathematical literacy: A framework from PISA 2006*. París: OCDE.
- Piaget, J. (1950). *Introduction à l'épistémologie génétique. Vol. 1. La pensée mathématique*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Rico, L, Sierra, M. y Castro, E. (2000). Didáctica de la Matemática. En L. Rico y D. Madrid (Eds.), *Fundamentos didácticos de las áreas curriculares* (pp. 351-406). Madrid: Síntesis.
- Ruesga, M.P., Giménez, J. y Orozco, M. (2003). Sobre la equilibración y la introducción de tareas de transformación mediante flechas en educación infantil. En E. Castro (Ed.), *Investigación en educación matemática: séptimo Simposio de la SEIEM* (pp. 323-338). Granada: Universidad de Granada.
- Salgado, M. y Salinas, M.J. (2009). El número en los libros de texto de Educación Infantil. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 487-497). Santander: SEIEM.
- Salgado, M. y Salinas, M.J. (2011). Competencias numéricas de los niños/as al comenzar la Educación Infantil. En M.M. Moreno y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación de la SEIEM. XIV Simposio de la SEIEM* (pp. 439-451). Lleida: SEIEM.

- Salgado, M. y Salinas, M.J. (2012). Estrategias de resolución de problemas numéricos de sumar y restar en la etapa Infantil. En M. Marín y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 505-517). Ciudad Real: SEIEM.
- Sierra, T.A. y Gascón, J. (2011). Investigación en Didáctica de las Matemáticas en la Educación Infantil y Primaria. En M. Marín, G. Fernández, L.J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 125-163). Ciudad Real: SEIEM.
- Torra, M. (2007a). Los cuentos en la clase de matemáticas ... algo más que un recurso. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 11, 107-116.
- Torra, M. (2007b). El profesor como promotor de su desarrollo profesional. En M^a.I. Berenguer, A. Carrillo, B. Cobo, P. Flores, M.Á. Fresno, M. García, F. Izquierdo, M^a.J. Jiménez, B. López, J.L. Lupiáñez, M^a.L. Marín, A. Moreno, J.M^a Navas, M. Peñas, R. Ramírez, O. Romero, M. Toquero y L. Berenguer (Eds.). *Actas XIII JAEM. Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas* (pp. 1-8). Badajoz: Servicio de Publicaciones de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM) y SAEM Thales.
- Vallejo, M., Fernández, A., Torralbo, M. y Maz, A. (2007). La investigación española en educación matemática desde el enfoque conceptual inserto en sus tesis doctorales. *Enseñanza de las Ciencias*, 25(2), 259-266. Retrieved from: <http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/87877/216411>
- Whitin, D.J. (1994). Literature and mathematics in preschool and primary: The right connection in young children. *Young Children*, 49(2), 4-11.
- Wilhelmi, M.R. y Lacasta, E. (2007). Un modelo docente para la formación en geometría de maestros en educación infantil. En M. Camacho, P. Flores, M.P. Bolea (Eds.), *Investigación en educación matemática* (pp. 315-324). San Cristóbal de la Laguna, Tenerife: SEIEM.

Àngel Alsina es profesor agregado en la Universidad de Girona, en el departamento de Didácticas Específicas; España.

Dirección de Contacto: Para correspondencia directa con el autor, diríjense a Universitat de Girona, Plaça Sant Domènec, 9; 17071, Girona. Dirección de E-mail: angel.alsina@udg.edu.