

# La música dels llacs

Xavier Casamitjana<sup>a)</sup> i Javier Vidal-Hurtado<sup>b)</sup>

<sup>a)</sup>Departament de Física, Campus de Motilivi, Universitat de Girona, 17071 Girona

xavier.casamitjana@udg.edu

<sup>b)</sup>Instituto del Agua, Universidad de Granada, C/ Ramón y Cajal 4, 18071 Granada

*Els llacs i embassaments es comporten com oscil·ladors multi modals forçats pel vent. Els modes propers als de l'agent forçant són seleccionats d'entre tot l'espectre possible, com a modes d'oscil·lació de la massa d'aigua. En general els modes predominants són els modes baixos, és a dir els modes amb pocs nodes. Això passa especialment als llacs que es poden considerar formats per dues capes. No obstant, als embassaments mediterranis l'estratificació és quasi continua degut sobretot a l'extracció d'aigua i es poden aproximar per sistemes formats per moltes capes. En aquests casos l'espectre possible d'ones internes és fa molt més gran. Als embassaments de Sau i Béznar el vent té una periodicitat de 24 hores i força modes alts d'oscil·lació. Concretament, a l'embassament de Sau hi hem detectat modes amb 2 i 3 nodes verticals i 2 nodes horitzontals (V2H2 i V3H2) i a l'embassament de Béznar modes de fins a 5 nodes verticals i un node horitzontal (V5H1). Hem fet simulacions numèriques per veure l'estructura oscil·latòria en aquests modes de vibració.*

## 1 Introducció

Les ones estacionàries que es produeixen en els instruments musicals, ja siguin de corda o de vent, són les responsables de la música amb què ens deliten. Els músics, bufant o colpejant amb la mà, exciten aquestes ones que es propaguen per l'aire fins a arribar a la nostra oïda. Investigacions recents en llacs i embassaments ens mostren que el seu comportament s'assembla molt al d'un instrument musical. A la primavera i estiu en els llacs, com en el mar, la radiació solar estratifica la columna d'aigua i la divideix en dues capes ben diferenciades: l'anomenada *capa de barreja superficial* (a vegades també epilímnion), on els efectes de mescla del vent són notoris i la capa del fons o hipolímnion està relativament aïllada de l'exterior; ambdues capes estan separades per un fort gradient tèrmic anomenat *termoclina*. Molts embassaments mediterranis s'allunyen d'aquest patró, a causa sobretot de la forta extracció d'aigua que s'hi dona; això origina una barreja addicional de la columna d'aigua i la divideix en moltes més capes, cadascuna de les quals té una temperatura diferent. El vent excita ones estacionàries en aquestes capes (vegeu la figura 1) i origina el que en podríem dir *la música dels llacs*.

El mecanisme d'excitació de les ones estacionàries en un llac funciona de la manera següent. El vent que bufa apilona l'aigua en un extrem del llac. Això crea un excés de pressió que es balanceja amb una inclinació de la primera de les capes que forma el llac o epilímnion (vegeu la figura 1). Quan el vent para de bufar es crea un corrent superficial en direcció contrària al vent que tendeix a portar l'aigua altra vegada a la seva posició d'equilibri. A les

capes més profundes es van creant corrents, la direcció dels quals es va alternant, i que són cada vegada més fe-

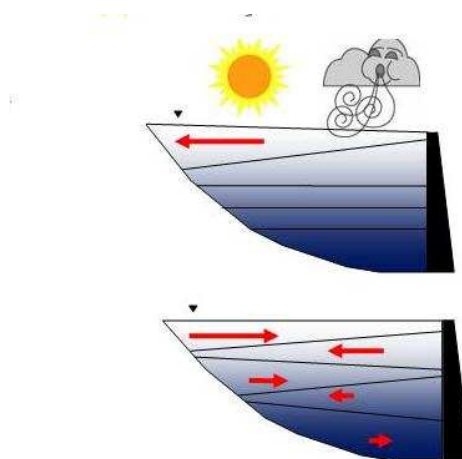


Figura 1: Aquesta figura explica com es produeix la «música dels llacs». L'energia solar estratifica la columna d'aigua i el vent la barreja. Als embassaments mediterranis s'hi dona una extracció abundant d'aigua. Tot plegat origina que aquests estiguin formats per diverses capes de diferent temperatura i, per tant, de diferent densitat. El vent que bufa apilona l'aigua en un extrem del llac. Quan el vent para de bufar es crea un corrent superficial en direcció contrària al vent que tendeix a portar l'aigua altra vegada a la seva posició d'equilibri. Al mateix temps les capes internes també oscil·len, però la velocitat és cada cop més petita

bles ja que la viscositat els va esmorteïnt. L'oscil·lació de la superfície de l'aigua es coneix amb el nom d'*oscil·lació barotròpica* mentre que les oscil·lacions de les capes internes són baroclíniques. En una aproximació bidimensional les ones estacionàries es classifiquen segons el nombre de nodes i segons la seva posició vertical o horitzontal utilitzant la notació  $V_i H_j$  on  $i$  indica el nombre de nodes verticals i  $j$  el nombre de nodes horitzontals. En la figura 2 veiem com a exemple els modes  $V_1 H_1, V_2 H_1$ , i  $V_3 H_1$  a la columna de la dreta i els modes  $V_1 H_2, V_2 H_2$  i  $V_3 H_2$  a la columna de l'esquerra. Cada un d'aquests modes té una freqüència (o període) característica de vibració que depèn sobretot de l'estratificació, és a dir del nombre de capes i de la seva temperatura. Quan una d'aquestes freqüències és igual que la del vent, l'agent forçant, hi ha ressonància i el llac vibra sobretot en el mode corresponent a aquesta freqüència.

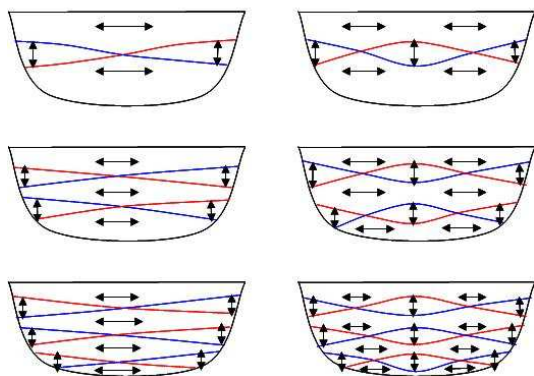


Figura 2: Diferents modes d'oscil·lació de les ones estacionàries als llacs. A la columna de l'esquerra els modes  $V_1 H_1$  (1 node vertical i 1 node horitzontal),  $V_2 H_1$  (2 nodes verticals i 1 node horitzontal) i  $V_3 H_1$  (3 nodes verticals i 1 node horitzontal) i a la de la dreta els modes  $V_1 H_2$  (1 node vertical i 2 nodes horitzontals),  $V_2 H_2$  (2 nodes verticals i 2 nodes horitzontals) i  $V_3 H_2$  (3 nodes verticals i 2 nodes horitzontals)

Mentre que el mode  $V_1 H_1$  ha estat observat moltes vegades, els modes superiors ho han estat molt menys. Això segurament es deu al fet que als llacs europeus, estudiats des de fa més anys, l'aproximació de dues capes és més vàlida; en canvi ja hem dit que als embassaments mediterranis la forta extracció d'aigua origina una estratificació més contínua (vegeu per exemple l'article de Casamitjana et al. (2003)). En sistemes formats per dues capes que no tinguin una batimetria gaire irregular les ones dominants seran de tipus  $V_1 H_1$ . Els modes horitzontals tendiran a aparèixer en llacs o embassaments amb canvis sobtats, per exemple de la seva amplada. Münnich et al. (1992) van veure que el mode  $V_2 H_1$  era el dominant a Alpnacher See, un braç lateral del llac de Lucerna. Pérez Losada et al. (2003) van presentar evidències que a l'em-

bassament de Boadella hi podien haver modes verticals  $V_3$ .

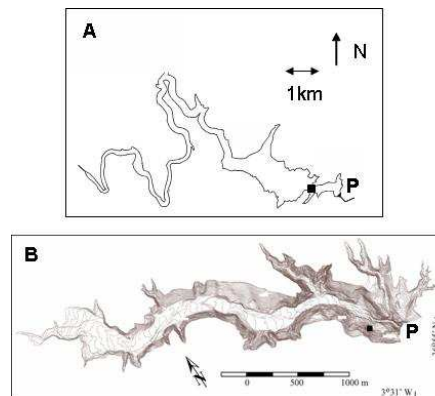


Figura 3: Mapa dels embassaments de Sau i de Bézna. Amb un quadrat negre s'indica el punt on s'han fet els perfils experimentals i amb una P el lloc on es troba la presa

En aquest article farem una revisió dels treballs recents de Vidal et al. (2005, 2007, 2008) on es mostra clarament el domini dels modes verticals d'oscil·lació elevats als embassaments de Sau i Bézna. Com hem dit abans, l'existència d'aquests modes elevats no havia estat mai estudiada. Veurem que a l'embassament de Sau hi predominen modes verticals  $V_3$  i a l'embassament de Bézna se n'hi poden observar de fins a  $V_5$ . Veurem que el factor clau en l'excitació d'aquests modes és la ressonància amb el cicle diari del vent. Quan un d'aquests modes té un període propi de 24 hores és seleccionat d'entre tot el possible espectre de modes de vibració. Llavors l'embassament es posa a vibrar en aquest mode. Cal dir, però, que aquesta vibració se superposa amb tot el seguit d'altres moviments que també hi haurà com per exemple els corrents de densitat, barreja induïda per la turbulència, convecció nocturna, etc. (Wüest et al., 2003).

## 2 L'embassament de Sau

Els embassaments mediterranis, com el de Sau i el de Bézna (vegeu la figura 3), tenen una forma allargada i es troben encaixonats al fons d'una vall que el riu ha anat excavant. Solen tenir un règim de vent amb una periodicitat molt marcada de 24 hores, la direcció del qual és la de l'eix principal de la vall. L'embassament de Sau té 18,2 km i juntament amb els de Susqueda i el del Pasteral formen una sèrie de tres embassaments al curs mitjà del riu Ter, que té 200 km de longitud. A la part més ampla, quan està ple, pot tenir una longitud de 3,6 km. Durant la major part del dia el vent bufa cap a la presa (direcció positiva en la figura 4); cap a la tarda el vent canvia de direcció i bufa riu amunt. En el moment del canvi és quan es registren els valors més alts de velocitat; cal dir, però, que el pas esporàdic de fronts meteorològics fa canviar el

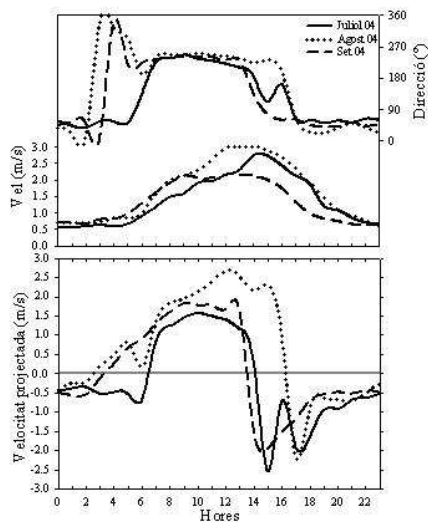
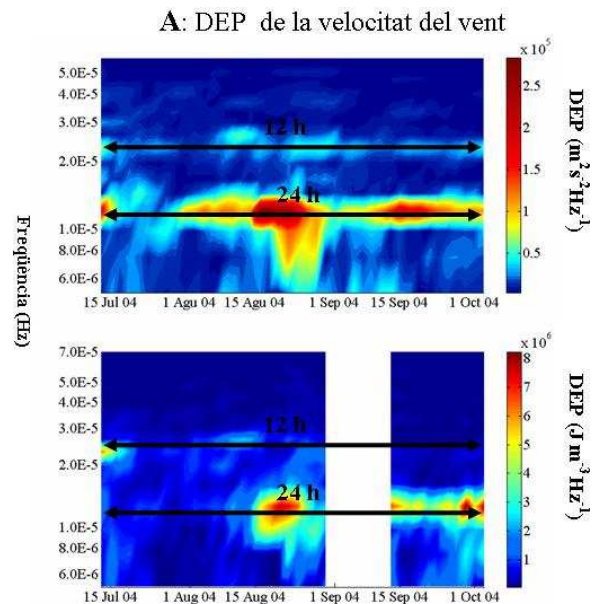


Figura 4: Mitjana de la velocitat i direcció del vent durant 24 hores durant els mesos de juliol, agost i setembre de 2004 a l'embassament de Sau. A baix: velocitat del vent projectada sobre l'eix principal. Els valors positius de la velocitat indiquen que l'aigua es mou en direcció a la presa

patró de vents que hem descrit.

El que volem ara és comparar el patró de velocitat del vent, que és l'agent forçant, amb les oscil·lacions que es produeixen a l'embassament. El sistema, tot i que ens recorda l'oscil·lador harmònic forçat, és molt més complicat ja que a l'embassament es produeixen molts altres tipus de moviments hidrodinàmics que emmascaren la resposta típicament oscil·latòria. Per estudiar les oscil·lacions a l'embassament hem utilitzat cadenes de termistors que registren la temperatura a diferents punts de la columna d'aigua, des de la superfície fins al fons; també hem mesurat el corrent mitjançant ADCP (correntímetre d'efecte Doppler). L'ADCP es col·loca a la superfície de l'aigua i envia ones acústiques cap al fons. Aquestes ones xoquen amb les partícules en suspensió que hi ha a l'aigua i s'hi reflecteixen tornant al correntímetre que en dedueix la seva velocitat mitjançant l'efecte Doppler. Com que les partícules estan en suspensió, la velocitat de les partícules és la mateixa que la de l'aigua. L'estudi de les sèries temporals de temperatura i velocitat és el que ens permetrà conèixer la resposta oscil·latòria de l'embassament.

En la figura 5A veiem l'evolució de la densitat espectral de potència (DEP) de la velocitat del vent projectada sobre l'eix principal de l'embassament de Sau durant els mesos d'estiu de l'any 2004. Aquesta magnitud es basa en la descomposició de Fourier d'una sèrie periòdica i ens indica les freqüències (o períodes) predominants de la sèrie. En la figura 5A hem calculat la DEP cada dos dies, agafant sèries de 10 dies. Els màxims de DEP del vent (zones amb color vermell en la figura 5A) tenen períodes de 24



**B:** DEP de l'energia potencial de la columna d'aigua

Figura 5: Densitat espectral de potència (DEP) de la velocitat del vent projectada sobre l'eix principal de l'embassament (A) i de l'energia potencial per unitat de volum de la columna d'aigua (B) des del 15 de juliol fins a l'1 d'octubre de 2004 a l'embassament de Sau. S'hi indiquen els períodes de 12 hores i 24 hores, on s'hi veuen màxims, tant per al vent com per a l'energia potencial

hores, com era d'esperar ja que aquest és el patró principal del vent, i de 12 hores. Ambdós períodes corresponen als primers harmònics en la descomposició de Fourier d'una ona quadrada de període de 24 hores; podem dir, per tant, que el vent força el nostre embassament amb periodicitats de 24 hores (la més important) però també amb la de 12 hores. La figura 5B ens dona idea de la resposta de l'embassament a les pulsacions que fa el vent; hi hem representat la DEP de les sèries d'energia potencial per unitat de volum (EP) de la columna d'aigua. L'EP de la columna d'aigua la calculem utilitzant l'expressió

$$EP(t) = \frac{1}{2} N^2(t) \rho_0(t) \xi^2(t) \quad (1)$$

on

$$N^2 = -\frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho}{dz} \quad (2)$$

és el quadrat de la freqüència d'estratificació,  $g$  és l'acceleració de la gravetat,  $\rho$  és la densitat de l'aigua,  $t$  és el temps i  $\xi$  és el desplaçament de la isoterma que es trobi on els desplaçaments són màxims; els valors de  $N^2$  i de  $\rho_0$  són valors mitjans durant tot el període. Per mesurar  $\xi$  hem utilitzat les dades de la cadena de termistors que hem deixat al punt de mesura indicat en la figura 3. Veiem aquí

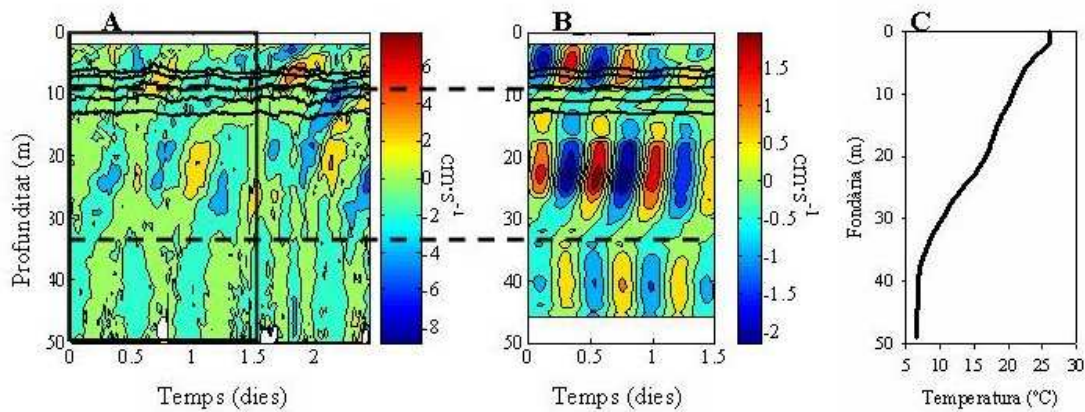


Figura 6: A: velocitat projectada obtinguda amb l'ADCP a l'estació 1 de l'embassament de Sau i B: utilitzant un filtre de 12 hores. El dia 0 correspon al 27 de juliol de 2004. Les línies de punts serveixen per il·lustrar l'estructura de 3 capes característica del mode V2; les línies contínues de color negre ens mostren l'evolució de les isoterms. C: perfil de mitjana de temperatura a l'estació 1 el dia 20 de juliol de 2004

també una dominància dels modes de 12 hores a mitjan juliol i el de 24 hores des de mitjan agost, coincidint amb màxims de DEP de la sèrie de vent. En canvi, a principis d'agost, quan el període dominant del vent també és de 24 hores, no trobem cap període destacable en la resposta de l'embassament.

Ara ens preguntem si podem atribuir els modes de 12 hores i 24 hores que hem vist en la figura 5B a ones estacionàries com les descrites en la figura 2. Veurem que el mode de 12 hores correspondrà a un mode vertical V2 i el mode de 24 hores a un mode V3. A principis d'agost observem que encara que hi hagi un forçament clar del vent amb període de 24 hores, la DEP de l'EP no presenta màxims rellevants, cosa que indica que no s'han seleccionat modes característics de vibració a l'embassament. Això es deu al fet que l'estratificació no permet cap mode de vibració que tingui un període característic proper a 24 hores. Deixarem per a més endavant saber el tipus de mode horitzontal al qual correspondrien els modes verticals V2 i V3.

En la figura 6A veiem la velocitat obtinguda mitjançant l'ADCP al punt indicat en la figura 3. Per veure més clarament l'estructura de tres capes característica del mode V2 hem passat un filtre de 12 hores als valors de la velocitat de la figura 6A (fig. 6B). Fixem-nos com els màxims i els mínims de les isoterms, que estan representades en la figura, tenen lloc quan el corrent canvia de direcció, com és d'esperar en l'estructura d'un mode oscil·latori; en la figura 6C hi hem representat el perfil tèrmic mitjà obtingut el 20 juliol de 2004. Hi veiem un canvi força continu de la temperatura amb la fondària i per tant l'estratificació s'allunya de les dues capes característiques de què hem parlat anteriorment.

Si abans hem comprovat l'existència del mode V2 mit-

jançant perfils de velocitat, ara comprovarem l'existència del mode V3 mitjançant perfils de temperatura. En la figura 7 el desplaçament vertical de tres isoterms (22, 13,5, 8,5 °C) ens mostra clarament unes oscil·lacions de 24 hores; això és especialment clar a partir del dia 19 de setembre de 2004 (dia 9 en la figura 7). A més els desplaçaments de la isoterma de 22 °C es troben en fase oposada als de la de 13,5 °C i en fase amb els de la de 8,5 °C (vegeu les línies discontinües en la figura 7A) com és característic en un mode V3. En la figura 7B hi hem representat dos perfils de temperatura mesurats al temps indicats per les dues línies discontinües de la figura 7A i separats per 12 hores de diferència; hi apreciem també l'estructura característica del mode V3 amb 3 nodes, o punts fixos i tres panxes, o punts de màxima oscil·lació.

### 3 Ús de models tridimensionals

En la figura 8 presentem les simulacions obtingudes amb el model ELCOM de durant un cicle de 24 hores per tres isoterms (22 °C, 16 °C i 8,5 °C). Aquest model resol les equacions de Navier-Stokes amb l'aproximació de Boussinesq juntament amb equacions de transport de magnituds escalars. Entre els processos simulats hi ha les respostes barotròpiques i baroclíniques dels llacs, els efectes de la rotació de la Terra, els esforços del vent i tots els processos tèrmics que es donen a la superfície dels llacs deguts als fluxos d'ona curta, d'ona llarga, a la calor latent i a la calor sensible; també se simulen els fluxos d'entrada d'aigua i la seva evolució al llarg del llac així com els efectes de les extraccions i altres sortides d'aigua. Per a una descripció amb més detall del model es poden consultar els articles de Hodges et al., (2000, 2001). La utilització d'un model numèric com l'ELCOM ens permet de conèixer l'estructura tèrmica a tots els punts de l'embassament; atès que

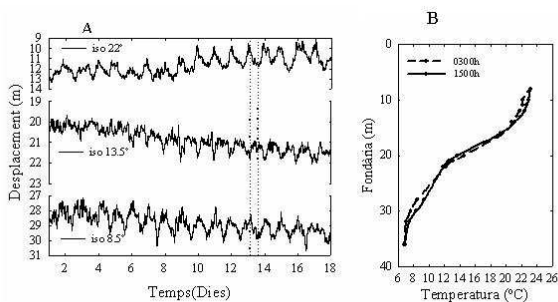


Figura 7: A: variació de les isoterms a l'estació 1 de l'embassament de Sau. El dia 0 correspon al 10 de setembre de 2004. Les línies de punts serveixen per demostrar l'evidència experimental del mode V3. B: perfils de temperatura a l'estació 1 en dos instants de temps diferents a l'estació 1 el 22 de setembre de 2004

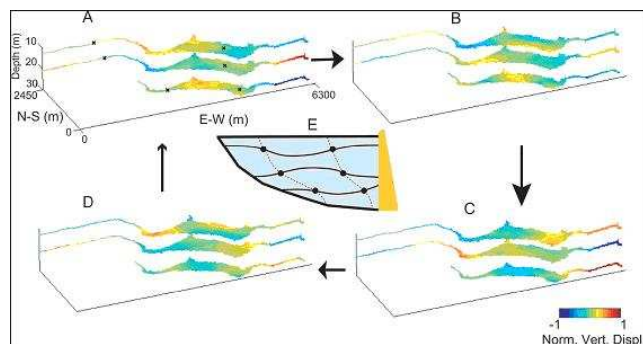


Figura 8: A-D: evolució del desplaçament vertical de les isoterms de 22, 16 i 8,5 °C a l'embassament de Sau predit mitjançant el model ELCOM, corresponent al dia 20 de setembre de 2004; els gràfics estan separats per intervals de 6 hores; les creus a A ens mostren els punts nodals. E: Sketch de l'estructura vertical corresponent a C, seguint l'eix principal de l'embassament i exagerant els desplaçaments verticals

només tenim dades experimentals de temperatura en un sol lloc (fig. 3).

La figura 8A correspon al 20 de setembre de 2004 a les 15.00 hores i l'interval de separació temporal entre les figures A-D és de 6 hores. El model s'inicialitza el dia 16 de setembre de 2000 i s'utilitzen les dades de vent mesurades a l'estació meteorològica que hi ha prop de l'embassament. Hi veiem clarament l'estructura d'un mode V3 amb 4 capes oscil·lant, com hem esquematitzat en la figura 8E. Fixem-nos com en les figures 8A i 8C els desplaçaments són màxims i oposats. També veiem que

el mode és V3H2 ja que a més dels tres nodes verticals hi ha dos nodes horitzontals, representats per les dues línies discontinües de la figura 8E. A més, els desplaçaments verticals són més petits lluny de la presa (a l'esquerra en les figures 8A-E), ja que aquesta part està més resguardada del vent i les ones internes s'originen més a la vora de la presa. La utilització del model ELCOM durant el període de mitjan juliol també ens permetria de veure que al mode vertical V2 que s'hi dona li correspon un me horitzontal H2 i que per tant el mode resultant és un mode V2H2.

#### 4 L'embassament de Béznar

L'embassament andalús de Béznar (fig. 3) té moltes similituds amb el de Sau. Recull aigües de la Sierra Nevada i té els cabals màxims a l'hivern i a la primavera coincidint amb el desglaç de la neu. Quan està ple ocupa una superfície de 107,26 ha i la seva fondària màxima és de 102 m. En aquest embassament també hem obtingut els registres del vent d'una estació meteorològica propera i els de la temperatura d'una cadena de termistors situada al punt indicat en la figura 3. El nostre objectiu també és comparar la resposta de l'embassament al forçament periòdic exercit pel vent. Per això, hem analitzat les sèries temporals utilitzant la transformada contínua de *wavelets* del quadrat de la velocitat del vent. Com més gran sigui la part real dels coeficients d'aquesta transformada, representats en la figura 9A, més important serà el període a la sèrie temporal; igual que a l'embassament de Sau, hi veiem un predomini molt clar el període de 24 hores.

La figura 9B analitza la resposta de l'embassament a les pulsacions del vent; també ho fem utilitzant la transformada contínua de *wavelets* ara de l'energia potencial per unitat de volum (EP) de la columna d'aigua, definida segons l'expressió (1): hi veiem també una forta resposta de l'embassament en el mode de 24 hores. Com abans, ens preguntem a quin mode estacionari dels de la figura 2 correspon aquesta resposta. Donada la forma clarament bidimensional de l'embassament utilitzarem un model que resol l'equació generalitzada de valors propis de la funció corrent  $\phi$ , on  $x$  i  $z$  són les dimensions horitzontal i vertical i  $\omega$  és la freqüència angular de l'ona estacionària.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\omega^2}{N^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad (3)$$

La solució d'aquesta equació, per a diferents valors de l'estratificació representada per  $N^2$ , ens permet de trobar els modes oscil·latoris de l'embassament, que hem representat en la figura 9B; per fer-ho hem utilitzat la tècnica d'elements finits descrita per Münnich et al. (1992) i que consisteix a prendre la direcció  $x$  seguint l'eix principal del llac, discretitzar el domini i resoldre (3) mitjançant diferències finites centrades. D'entre tots els modes possibles d'oscil·lació que ens apareixen al model, en la figu-

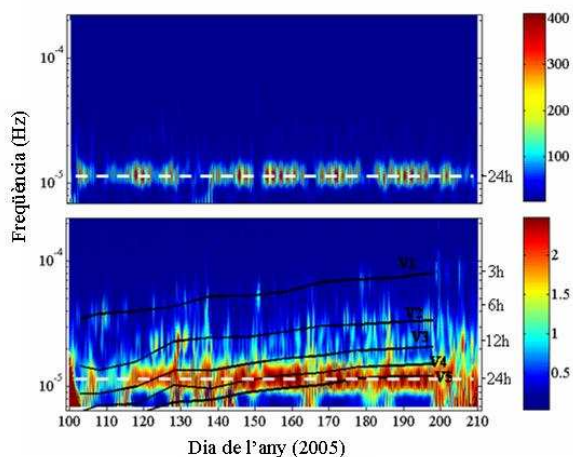


Figura 9: Part real dels coeficients de la transformada contínua per wavelets a l'embassament de Béznar. A: del quadrat de la velocitat del vent i B de l'energia potencial per unitat de volum (EP) de la columna d'aigua. Els cercles ens indiquen l'evolució dels modes V1H1, V2H1, V3H1, V4H1 i V5H1 obtinguda mitjançant el model bidimensional que s'explica al text

ra 9B hem representat la freqüència dels modes verticals V1H1 fins al V5H1, que són els que podem trobar-nos a l'embassament. Com que l'estratificació canvia amb el temps, la freqüència dels modes, que en depèn, també va canviant; en la figura 9B es pot veure com augmenta lleugerament amb el pas dels dies. És interessant observar que els modes V1H1 i V2H1 només són excitats quan el vent predominant deixa de ser el de 24 hores, en canvi habitualment s'exciten els modes alts com el V4H1 o V5H1. Podem interpretar això de la manera següent. El vent força el nostre embassament amb un període de 24 hores. Quan algun dels modes propis de l'embassament és proper a 24 hores aquest és el que s'excita i els altres queden esmorteïts. Quan el vent no força el nostre sistema el mode d'oscil·lació predominant serà el mode V1H1 que és el que s'excita més habitualment en els llacs.

Hi ha diferents factors que controlen les ones estacionàries que es donen als llacs: la morfologia, l'estratificació i l'agent forçant (el vent en la majoria dels casos). En general els modes predominants són els modes baixos (V1H1). Això passa especialment als llacs que es poden considerar formats per dues capes (l'epilímnion i l'hipolímnion). No obstant això, als embassaments mediterranis on l'estratificació és quasi contínua a causa sobretot de l'extracció d'aigua i que podem aproximar per sistemes formats per moltes capes, l'espectre possible d'ones internes es fa molt més gran. Aquest és el cas dels embassaments de Sau, on s'han detectat modes V2H2 i V3H3, i de Béznar, on s'hi observen modes verticals fins

al V5H1. Encara que la presència de modes tan alts en embassaments no havia estat mai descrita, aquest estudi mostra que aquests modes no són tan estranys. Els embassaments, per tant, es comporten com a oscil·ladors multimodals on els modes propers als de l'agent forçant són seleccionats d'entre tot l'espectre possible de modes d'oscil·lació. Hem vist també com els modes baixos són importants quan els patrons de vent deixen de ser els habituals, sobretot quan les condicions meteorològiques s'alteren amb el pas de fronts.

## Bibliografia

- CASAMITJANA, X.; SERRA, T.; BASERBA, C. i PÉREZ, J. "J. Effects of the water withdrawal in the stratification patterns of a reservoir". *Hydrobiologia*. Vol. 504 (2003), p. 21–28.
- HODGES, B. R. i IMBERGER, J. "Simple curvilinear method for numerical methods of open channels". *J. Hydraul. Eng.*. Vol. 127–11(2001), p. 949–958.
- HODGES, B. R.; IMBERGER, J.; SAGGIO, A. i WINTERS, K. "Modeling basin-scale internal waves in a stratified lake". *Limnol. Oceanogr.*. Vol. 45 (2000), p. 1603–1620.
- MÜNNICH, M.; WÜEST, A. i IMBODEN, D. M. "Observations of the second vertical mode of the internal seiche in an alpine lake". *Limnol. Oceanogr.*. Vol. 37(8) (1992), p. 1705–1719.
- VIDAL, J.; CASAMITJANA, X.; COLOMER, J. i SERRA, T. "The internal wave field in Sau reservoir. Observation and modelling of a third vertical mode". *Limnol. Oceanogr.*. Vol. 50(4) (2005), p. 1326–1333.
- VIDAL, J.; RUEDA, F.; CASAMITJANA, X. "The seasonal evolution of high vertical-mode internal waves in a deep reservoir". *Limnol. Oceanogr.*. Vol. 52(6) (2007), p. 2656–2667.
- VIDAL, J.; CASAMITJANA, X. "Forced resonant oscillations as a response to periodic winds in a stratified reservoir". *J. Hydr. Engrg.*. Vol. 134(4) (2008), p. 416–425.
- WÜEST, A. i LORKE, A. "Small-Scale Hydrodynamics in Lakes". *Annu. Rev. Fluid Mech.*. Vol. 35 (2003), p. 373–412.