



EPS

Escola Politècnica
Superior

Projecte/Treball Fi de Carrera

Estudi: Enginyeria Tècn. Ind. Mecànica. Pla 2002

Títol: Disseny d'un muntatge experimental per les pràctiques de Resistència de materials

Document: Memòria

Alumne: Víctor Mayol Conde

Director/Tutor: Jordi Renart i Xavier Cahís
Departament: Eng. Mecànica i de la Construcció Industrial
Àrea: MMCTE/EC

Convocatòria (mes/any): Juny 2012

ÍNDEX

1. INTRODUCCIÓ	3
1.1 Antecedents	3
1.2 Objecte.....	5
1.3 Especificacions.....	6
2. MUNTATGE EXPERIMENTAL 1	10
2.1 Disseny antic.....	10
2.2 Nou disseny	11
2.2.1 Disseny estructural	11
2.2.2 Proveta	13
2.2.3 Anàlisi del muntatge.....	14
2.2.4 Resultats experimentals obtinguts	17
3. MUNTATGE EXPERIMENTAL 1	19
3.1 Disseny antic.....	19
3.2 Nou disseny	20
3.2.1 Disseny estructural	20
3.2.2 Proveta	21
3.2.3 Anàlisi del muntatge.....	21
3.2.4 Resultats experimentals obtinguts	23
4. RESUM ECONÒMIC	24
5. CONCLUSIONS	25
6. RELACIÓ DE DOCUMENTS	26
ANNEXOS	27
ANNEX A. ANÀLISIS DELS MUNTATGES ANTICS.....	28
A.1 Muntatge 1 antic: descripció.....	28
A.1.1 Característiques	28
A.1.2 Funcionament.....	29
A.2 Muntatge 2 antic: descripció.....	31
A.2.1 Característiques	31
A.2.2 Funcionament.....	31
A.2.3 Resultats experimentals obtinguts	32
ANNEX B. CÀLCULS.....	34
B.1 Muntatge 1: Pràctica d'allargaments longitudinals en bigues sotmeses a compressió i tracció simple.	34

B.1.1 Dimensionament de l'estructura, comprovació de la resistència mecànica dels elements.....	34
B.1.2 Càrregues aplicades a la proveta	36
B.1.3 Càlcul de la fletxa	38
B.1.4 Pes de l'estructura.....	42
B.1.5 Anàlisi de la Bolcada	43
B.1.6 Allargament de la proveta.....	44
B.2 Muntatge 2: Pràctica de la deformada d'una biga biarticulada amb voladís	50
B.2.1 Dimensionament de l'estructura, comprovació de la resistència mecànica dels elements.....	50
B.2.2 Càlcul de l'elàstica.....	51
ANNEX C. GUIONS DE PRÀCTIQUES.....	60
C.1 Pràctica 1: de Deformacions longitudinals en bigues sotmeses a compressió i tracció simple.....	61
1. Introducció a la deformació lineal.....	61
2. Principi de superposició	63
3. Anàlisi de la bolcada.....	63
4. Treball al laboratori	64
3. Informe a presentar.....	68
C.2 Pràctica 2: Equacions de l'elàstica d'una biga biarticulada i amb voladís.....	73
1. Introducció: Concepte d'elàstica o deformada.....	73
2. Equació diferencial de l'elàstica	73
3. Mètode de l'àrea del diagrama de moments:	74
4. Treball al laboratori	83
5. Informe a presentar.....	85

1. INTRODUCCIÓ

1.1 Antecedents

En l'Àrea de Mecànica de Medis Continus i Teoria d'Estructures (MMCTE) de l'escola politècnica d'Enginyeria Tècnica Mecànica, es realitzen *pràctiques* per a *calcular els allargaments en bigues d'acer sotmeses a traccions i compressions simples*. També es realitzen *pràctiques per a calcular la deformada d'una biga amb voladís*.

Actualment, a l'Àrea de Mecànica de Medis Continus i Teoria d'Estructures, per a dur terme aquestes pràctiques s'utilitzen dos tipus de muntatges:

En el primer muntatge (**Muntatge 1**) s'hi estudien els allargaments i deformacions unitàries d'una barra tubular d'acer (veure Figura 1.1). En aquest muntatge hi intervenen forces de compressió i tracció generades per un pes sobre la pròpia barra (veure apartat 2.1. *Anàlisi del muntatge 1 actual*).

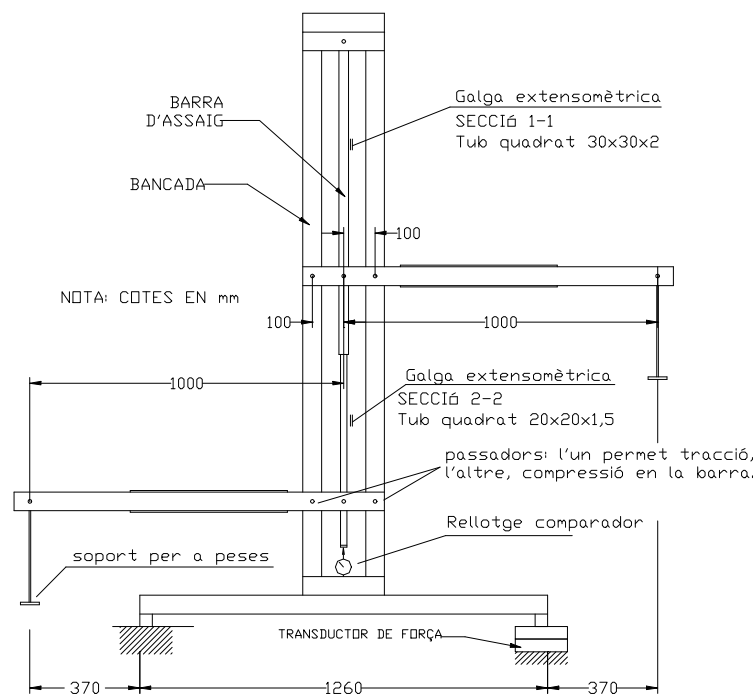


Figura 1.1: Esquema Muntatge 1 antic

En el segon muntatge (**Muntatge 2**) s'hi estudien les deformacions en una biga rectangular d'acer i amb voladís (veure Figura 1.2). En aquest cas hi intervien forces de flexió també generades per un pes (veure apartat 3.1. *Anàlisi del muntatge 2 actual*).

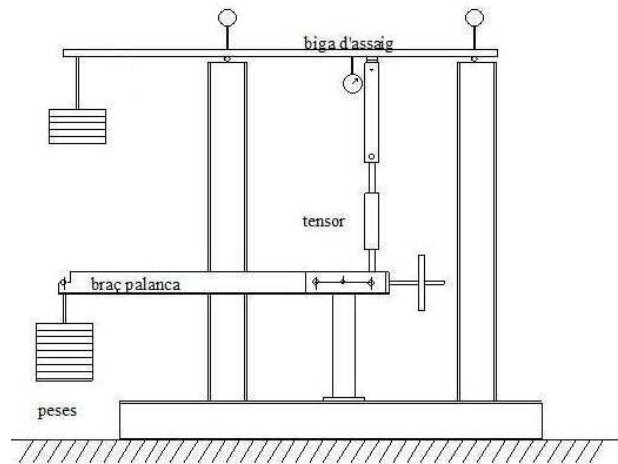


Figura 1.2: Esquema Muntatge 2 antic

Aquests muntatges tenen unes dimensions, que fan que actualment, en el cas concret de l'escola d'Enginyeria Mecànica, el Muntatge 1 estigui col·locat en el Taller de Resistència de Materials i el Muntatge 2 en el Laboratori de Resistència de Materials.

Degut a la reestructuració d'espais i classes de l'àrea MMCTE, està previst utilitzar únicament el Laboratori de Resistència de Materials per a dur a terme totes les pràctiques relacionades amb aquesta àrea. És per això que es fa necessari adequar les dimensions dels Muntatges per a poder utilitzar l'espai del Laboratori.

Un altre element important a tenir en compte és l'adquisició d'uns nous pòrtics per part de l'Àrea de MMCTE (veure Figura 1.3). Aquests pòrtics serveixen com a element de suport per a la realització de pràctiques i permeten una visualització més fàcil dels resultats experimentals.



Figura 1.3: Pòrtic utilitzat per bancada

És per tot això, que l'Àrea de MMCTE requereix d'un *Projecte per l'adequació d'uns nous Muntatges pel nou espai del Laboratori*.

1.2 Objecte

L'objectiu del present projecte és realitzar els muntatges per a dur a terme les pràctiques de Resistència de Materials al Laboratori de l'Àrea MMCTE, utilitzant els nous pòrtics adquirits recentment.

Aquestes pràctiques són:

- Una pràctica per a calcular allargaments de bigues de PVC sotmeses a traccions i compressions simples.
- Una pràctica per a calcular la deformada d'una biga amb voladís i l'angle que formen les tangents de dos punts de l'elàstica.

En aquest treball es realitza el disseny, construcció i muntatge de les dues pràctiques, així com també es detallen els guions per a dur-los a terme.

L'objecte de la primera pràctica és el muntatge experimental i l'estudi d'un sistema en equilibri de forces, estudi de bolcament d'un mecanisme i d'allargaments unidireccionals de barres sotmeses a compressió i tracció simple. La pràctica tindrà en compte la capacitat per entendre i utilitzar aparells de mesura tal com rellotges comparadors i cèl·lules de càrrega.

L'objecte de la segona pràctica és el muntatge experimental d'una biga biarticulada i amb voladís per l'estudi de la deformada i de l'angle que formen dos tangents en dos punts de l'elàstica. Aquesta segona pràctica també tindrà en compte la capacitat per entendre i utilitzar aparells de mesura tal com rellotges comparadors, inclinòmetres i cèl·lules de càrrega.

1.3 Especificacions

Per dur a terme aquest projecte s'han tingut en compte les condicions mostrades a la taula 1.1. Primerament s'han tingut en compte les especificacions generals per les dos pràctiques i seguidament les específiques per cada muntatge. El **Muntatge 1** correspon a la pràctica d'allargaments longitudinals de barres sotmeses a compressió i tracció simple i el **Muntatge 2** a la pràctica de la deformada d'una biga amb voladís.

Especificació	Especificacions generals
1	Els dissenys experimentals han de tenir unes dimensions reduïdes. Mida màxima de l'aparell: 1m x 1m (dimensions del pòrtic)
2	El muntatge s'ha de realitzar sobre el pòrtic recentment adquirit (veure figura 1.1.)
3	El muntatge i la realització de la pràctica s'ha de poder dur a terme en menys de 2h (durada d'una pràctica)
4	Fàcil muntatge i fàcil lectura dels aparells de mesura.
5	El muntatge ha de tenir una vida útil major de 10 anys i amb poc manteniment.
6	Es disposa de pesos de 2 Kg i 5 Kg per generar les forces a l'estructura

Muntatge 1: Allargament longitudinal en barres sotmeses a compressió i tracció.	
1.1	Disseny similar a l'actual, és a dir, amb la possibilitat de generar compressió i tracció per separat o simultàniament en una biga de perfil qualsevol.
1.2	Factor multiplicador del braç de palanca ha de ser de 1 és a 10.
1.3	La proveta ha de tenir 2 seccions diferents per tal d'analitzar l'efecte de l'àrea de la secció a l'hora de mesurar els allargaments.
1.4	El desplaçament total que ha de tenir la proveta en al menys un cas de càrrega ha de ser superior a 0,2 mm. (Lectura rellotge comparador)

1.5	Col·locació de cèl·lules de càrrega per l'estudi del bolcament del muntatge.
-----	--

Muntatge 2: Deformada d'una biga amb voladís.	
2.1	Angle θ mínim que formen les tangents externes de dos punts de l'elàstica ha de ser de 1º Grau (0,0174 Rad). (Lectura de l'inclinòmetre)
2.2	Elàstica mínima entre suports i al voladís ha de ser superior o igual a 1 mm en al menys un dels dos estats possibles de càrrega. (Lectura rellotge comparador)
2.3	Longitud de biga amb voladís ha de ser inferior a 1 m.
2.4	L'amplada de la biga no pot superar els 50 mm.

Taula 1.1: Especificacions

1.4 Abast

En aquest projecte s'ha dut a terme el disseny, la fabricació i el muntatge de les pràctiques experimentals complint amb els requeriments imposats en la taula d'especificacions.

En *primer lloc* s'ha dissenyat el model mitjançant un programa 3D (SolidWorks). En les figures 1.4 i 1.5 es mostra el modelatge realitzat amb 3D dels dos muntatges.

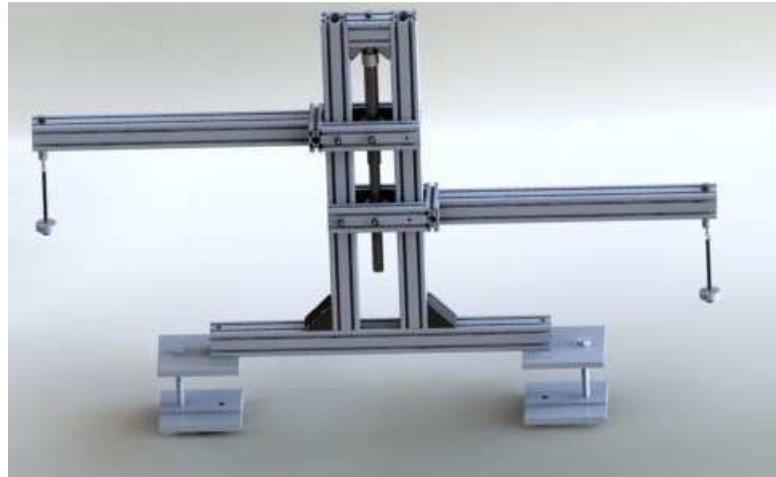


Figura 1.4: Modelitzat 3D del muntatge 1



Figura 1.5: Modelitzat 3D del muntatge 2

En *segon lloc* s'ha definit el material i geometria de la proveta per tal de complir les especificacions tècniques. Per al Muntatge 1 s'ha utilitzat material PVC i per al Muntatge 2 s'ha utilitzat acer.

En *tercer lloc* s'han realitzat els plànols i càlculs necessaris per als dos muntatges. Aquests es poden consultar al document Plànols i l'Annex de Càlculs.

Finalment s'han realitzat assajos al Laboratori MMCTE per comprovar el bon funcionament de la pràctica i s'ha procedit a redactar els guions de les pràctiques. En els següents apartats es descriuen els dissenys de les noves pràctiques.

2. MUNTATGE EXPERIMENTAL 1

2.1 Disseny antic

El muntatge que fins ara s'ha utilitzat per a la *pràctica de deformacions lineals de bigues sotmeses a tracció i compressió simple* té unes dimensions aproximades de 2,5x2 m i està format per dos braços de palanca biarticulats al pòrtic i a la proveta. A l'altre extrem dels braços s'hi col·loquen els pesos per fer forces de tracció i compressió a la proveta. Aquest muntatge, per qüestions d'espai no s'ha pogut traslladar al nou laboratori. (Veure figura 2.1)



Figura 2.1: Muntatge antic de la pràctica de deformacions en bigues sotmeses a tracció i compressió

L'estructura d'aquest muntatge és d'acer, el pòrtic està format per perfils tubulars units per soldadura i els braços de palanca són dos passamans d'acer units a la proveta i a cada pilar del pòrtic.

Els braços de palanca es poden articular per cada costat de la proveta per tal d'obtenir una força de compressió o tracció a la proveta amb un efecte multiplicador de 1 és a 10.

La proveta està composta per dues seccions tubulars de 30x30x2 mm i 20x20x1,5 mm i s'encasta al pòrtic per la part superior. A la seva superfície hi ha unides dues galgues extensiomètriques per mesurar la deformació en les dues seccions. (Veure Annex A per una descripció més detallada del muntatge).

2.2 Nou disseny

2.2.1 Disseny estructural

El disseny del nou muntatge de la pràctica d'allargaments longitudinals en barres sotmeses a compressió i tracció simple estudiat en aquests projecte, es mostra a la Figura 2.2 i presenta un esquema similar a l'antic però de dimensions més reduïdes. A més a més el nou muntatge es pot muntar sobre el pòrtic adquirit per l'àrea de MMCTE. (veure figura 1.1)

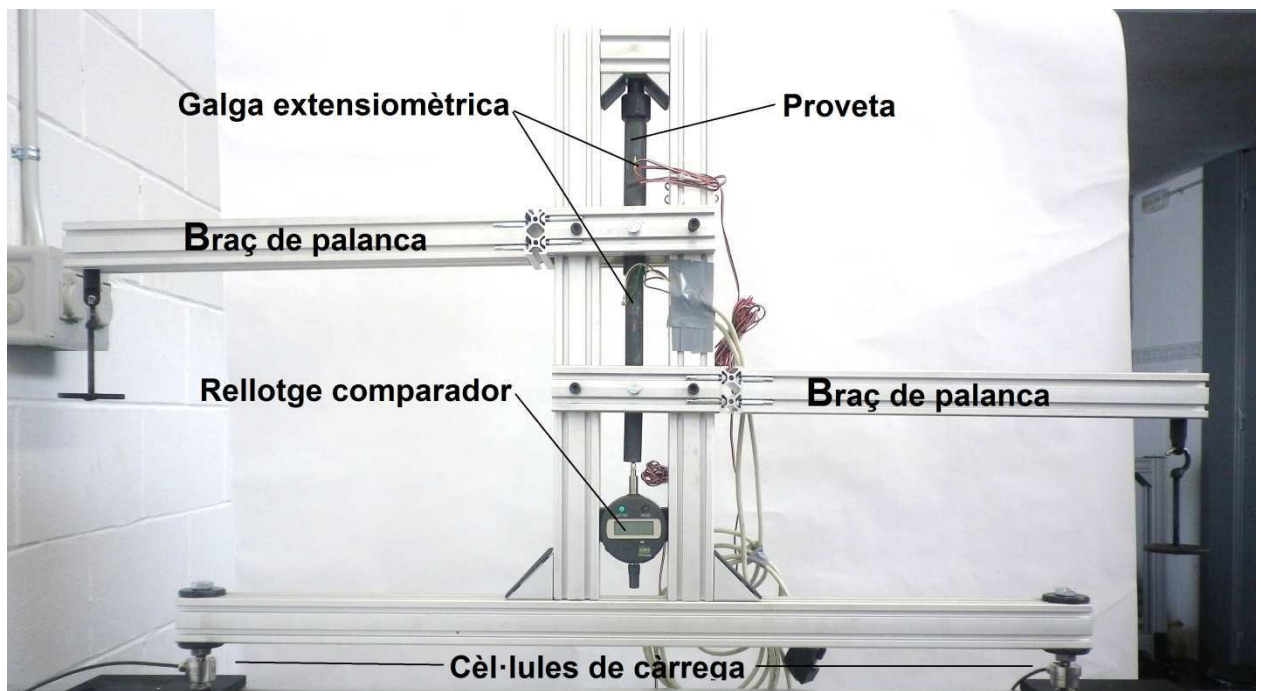


Figura 2.2: Muntatge 1 nou

Com a material per a la fabricació de l'estructura s'ha escollit l'alumini. Les raons per la qual s'ha escollit aquest material és perquè presenta una bona relació entre la resistència i el pes i entre la rigidesa i el pes.

El Muntatge està fabricat amb perfils tubulars d'alumini de densitat de 2.700 kg/m^3 i una resistència a la tracció de $160\text{-}200 \text{ N/mm}^2$. S'han utilitzat aquest tipus de perfils de secció quadrada perquè permeten mecanitzar forats i acoblar perfils entre ells d'una forma senzilla.

Tant per construir el pòrtic que serveix per subjectar la proveta, com els braços de palanca que produiran la tensió a la pròpia proveta, s'utilitzen *perfils tubulars ITEM* (veure catàleg a www.item24.com). Aquests, són perfils utilitzats per la construcció de components modulars

que es poden combinar de múltiples maneres per la construcció de màquines, utilitats i línies de fabricació completa. La geometria d'aquests perfils permet la possibilitat de construir tot tipus de mòduls, dissenyats per suportar càrregues molt superiors a les demanades en aquest projecte. També es podrien utilitzar altres perfils de geometria i material diferent que requeririen d'un projecte paral·lel per a dur a terme els càlculs corresponents.

Tot seguit es mostren les propietats dels perfils utilitzats:

PERFIL (mm)	I_x (cm ⁴)	I_y (cm ⁴)	I_t (cm ⁴)	m (Kg/m)
40x20	1,41	5,14	0,97	0,98
40x40	9,3	9,3	5,42	1,39

Taula 2.1: Inèrcies perfils

Els perfils de 40x20 s'utilitzen per formar el braç de palanca. El muntatge comptarà amb dos braços de palanca biarticulats a la bancada i a la proveta (veure Figura 2.3: Braç de palanca). Per realitzar el moviment de palanca s'utilitza un braç suportat per dos biguetes que enllacen el pòrtic i la proveta per cada costat del pilar. Segons al pilar que s'articula el braç de palanca es produeix una força de compressió o tracció a la proveta (consultar Annex A per més informació sobre el braç de palanca). A la figura 2.3 s'hi observa el braç de palanca que ha de permetre un moviment de 360° sense cap fregament amb els pilars (veure document Plànols). El factor multiplicador del braç de palanca és de 1 és a 10 (veure Annex de Càlculs).



Figura 2.3: Braç de palanca

Per unir tots perfils s'utilitzen *esquadres i unions cargolades* (en les figures 2.2. i 2.3. es pot observar les diferents unions que es faran servir per construir el Muntatge 1).



Figura 2.4: Unió automàtica



Figura 2.5: Unió en esquadra

Les unions en esquadra (veure figura 2.3) s'utilitzen a les bigues longitudinalment més llargues en el pla vertical, que corresponen a les dos bigues anomenades pilars (veure plànol 1103). Les esquadres són de 20x20 mm a la part superior i de 40x40 mm a la part inferior del pilar.

Totes les altres utilitzades unions són automàtiques.(veure figura 2.4)

Hi haurà un total de 4 unions en esquadra i 18 unions automàtiques en tot el muntatge.

La base de l'estructura (veure plànol 1105) està muntada sobre el pòrtic adquirit per l'Àrea de MMCTE (veure figura 1.1.). Aquesta estructura estarà unida a dos guies (veure plànol 1104) que llisquen per l'estructura del pòrtic.

2.2.2 Proveta

Per tal que es pugui mesurar el desplaçament total de la proveta un cop aplicada la càrrega (mesurar-la per exemple amb un rellotge comparador), cal que la seva rigidesa sigui molt inferior a la de l'estructura i que permeti valors de la deformada detectables pel rellotge comparador. S'ha optat per utilitzar el PVC perquè té un mòdul elàstic baix i és fàcil d'obtenir i mecanitzar. El PVC que s'ha escollit té una constant elàstica de 2100MPa que permet obtenir allargaments detectables pel rellotge comparador. (Veure Annex B: Càlculs per comparar diferències d'allargaments segons la secció del tub.)

La proveta consta d'un perfil tubular massís de PVC amb dos trams de diàmetre diferents: un de 20 mm i l'altre de 16mm. La part superior (20mm) està unida amb el capçal de la proveta (veure plànol 1106) mitjançant rosca. Cada braç de palanca es fixa a la proveta a

diàmetre diferent mitjançant unes peces anomenades suports de proveta (veure plànol 1003 i 1003.1).

Per mesurar l'allargament produït a cada tram de la proveta s'han utilitzat galgues extensiomètriques i per mesurar l'allargament total a l'extrem lliure de la proveta un rellotge comparador.

Les galgues s'han adherit a cada tram de la proveta i el rellotge comparador s'ha muntat a la base de l'estructura, sota la proveta (veure plànol 1105). Per l'estudi s'ha aplicat forces de 5Kg en el porta-peses. (veure Annex de Càlculs)

2.2.3 Anàlisi del muntatge

En aquest apartat es descriu el procés de comparació dels resultats teòrics i experimentals que s'han obtingut pel muntatge experimental per tal de validar-ne el seu funcionament. A partir d'aquests resultats s'ha definit un guió de la pràctica per l'estudiant (veure Annex C.1). els càlculs teòrics s'han detallat a l'Annex B de Càlculs.

2.2.3.1 Anàlisi de l'allargament i les tensions en la proveta

Per tal de disposar de diferents estats de càrrega sobre la proveta, combinant traccions i compressions, s'han col·locat peses als braços de palanca superior i inferior del muntatge experimental.

El disseny de l'estructura permet aplicar càrregues a compressió o tracció en funció de la disposició dels pins dels braços de palanca (veure figura 2.6)

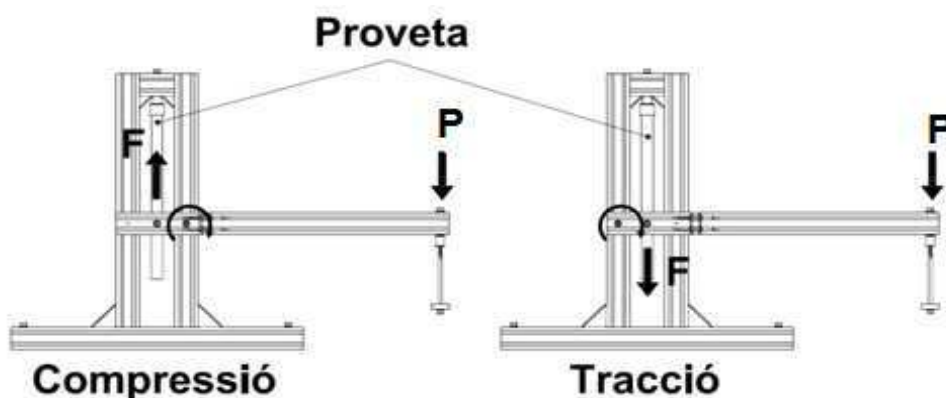


Figura 2.6: Funcionament del braç de palanca

No obstant s'ha de tenir en compte que la longitud de la palanca no és la mateixa si es vol aplicar tracció o compressió.

Pel cas d'un braç de palanca, si s'hi aplica un pes de 5 Kg a l'extrem, degut a l'efecte multiplicador del braç de palanca la proveta rep una força de compressió de 441 N i una de tracció de 539 N.

En la taula 2.2 s'indiquen els diferents casos de càrrega que s'han tingut en compte en la validació del muntatge experimental i les forces aplicades sobre la proveta.

Estat de tensió	Braç Superior (Kg)	Braç Inferior (Kg)	Força a la proveta (N)
Compressió	5	5	882
	0	5	441
	5	0	441
Tracció	5	5	1078
	0	5	539
	5	0	539

Taula 2.2: Casos estudiats per validar el muntatge

Per cada cas de càrrega que s'ha aplicat, s'han mesurat les deformacions de la proveta i el seu allargament total. Per mesurar les deformacions s'han adherit dues galgues extensiomètriques a cada costat de la proveta i en dues seccions diferents. (veure figura 2.7)



Figura 2.7: Galgues extensiomètriques

Les deformacions de la galga s'han mesurat amb un pont de Wheatstone. El muntatge per prendre la lectura de les galgues s'ha realitzat amb un muntatge en ¼ de pont. Per altra part,

a l'extrem lliure de la proveta s'hi ha muntat un rellotge comparador per tal de mesurar el desplaçament total de la proveta. (veure figura 2.8)



n3.86

Figura 2.8: Rellotge comparador

2.2.3.2 Anàlisi de la bolcada de l'estructura

Per dur a terme l'anàlisi s'han mesurat les reaccions en els recolzaments mitjançant dues cèl·lules de càrrega acoblades a la base del muntatge. L'anàlisi consisteix en augmentar el pes en braç de palanca i mesurar el canvi en les reaccions per així poder determinar quina és la càrrega necessària que fa que es produeixi la bolcada de l'estructura. (Per més informació veure Annex de càlculs apartat B.1.5)

2.2.4 Resultats experimentals obtinguts

Un cop realitzat l'anàlisi teòric, es procedeix a la realització de la pràctica per a obtenir uns resultats experimentals per poder contrastar. El contrast de resultats es mostra en la següent taula:

ALLARGAMENT DE LA PROVETA SEGONS L'ESTAT DE TENSIONS					
Estat de tensió	Braç Superior (Kg)	Braç Inferior (Kg)	Allargament Total Teòric (mm)	Allargament Total Experimental (mm)	Error Relatiu (%)
Compressió	5	5	-0,321	-0,32	0,31
	0	5	-0,141	-0,19	25,78
	5	0	-0,180	-0,14	28,57
Tracció	5	5	0,392	0,39	0,51
	0	5	0,282	0,25	12,8
	5	0	0,110	0,10	10

Taula 2.3: Contrast de resultats teòrics i experimentals del nou muntatge 1

Per obtenir els resultats experimentals finals s'ha fet la mitjana aritmètica d'una mostra de 20 repeticions. Els valors de compressió són negatius perquè al comprimir-se la barra perd longitud.

S'observen variacions menyspreables dels valors experimentals respecte als càlculs teòrics (veure taula 2.3). Les variacions provoquen molta alteració en valors tan petits.

Aquestes variacions es deuen a:

- El muntatge presenta petits jocs que baixen el rendiment de l'estructura.
- L'aproximació dels decimals dels valors teòrics poden variar notablement el resultat final, ja que es treballa amb valors petits.

Per altre banda, els resultats mesurats mitjançant el pont de galgues extensiomètriques es consideren erronis. Després d'una mostra de 20 repeticions s'observa que els resultats mesurats amb les galgues no segueixen cap patró i no concorden amb els valors teòrics i experimentals (mesurats amb el rellotge comparador). Aquest problema és degut a la flexió que pateix la proveta quan està sotmesa a càrregues de compressió o tracció. Aquesta flexió es deu a la gran ductilitat del PVC. Per solucionar el problema s'hauria de canviar la proveta habitualment o instal·lar guies que impedeixin el vinclament de la proveta.

3. MUNTATGE EXPERIMENTAL 1

3.1 Disseny antic

El muntatge antic per la pràctica de Deformada d'una biga amb voladís té unes dimensions aproximades de 2x1,6 m i es troba al laboratori de Resistència de Materials. L'estructura està formada per una biga amb voladís, biarticulada a una bancada. La bancada té incorporat un braç de palanca que transmet la força a la proveta. Per altra banda, el voladís de la proveta té subjectat un porta-peses per fletjar la biga. (veure figura 3.1)

Tant l'estructura de suport com la proveta són d'acer. La proveta és una biga rectangular d'acer de base 6 cm i altura 2 cm.

Per mesurar l'angle de gir s'utilitzen inclinòmetres i un rellotge comparador per mesurar la fletxa. Per una descripció més detallada del disseny antic consultar l'Annex A.

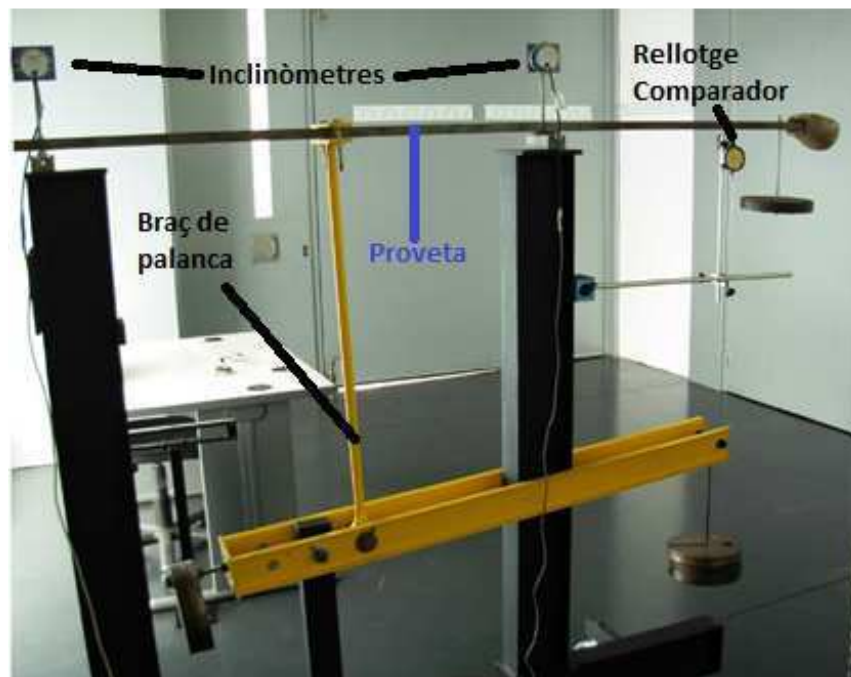


Figura 3.1: Muntatge 2, disseny antic

3.2 Nou disseny

3.2.1 Disseny estructural

El nou muntatge per la pràctica de Deformada d'una biga amb voladís presenta un esquema similar a l'actual amb dimensions reduïdes (veure la figura 3.2). El muntatge està muntat sobre el pòrtic adquirit per l'àrea de MMCTE. (veure Figura 1.1)

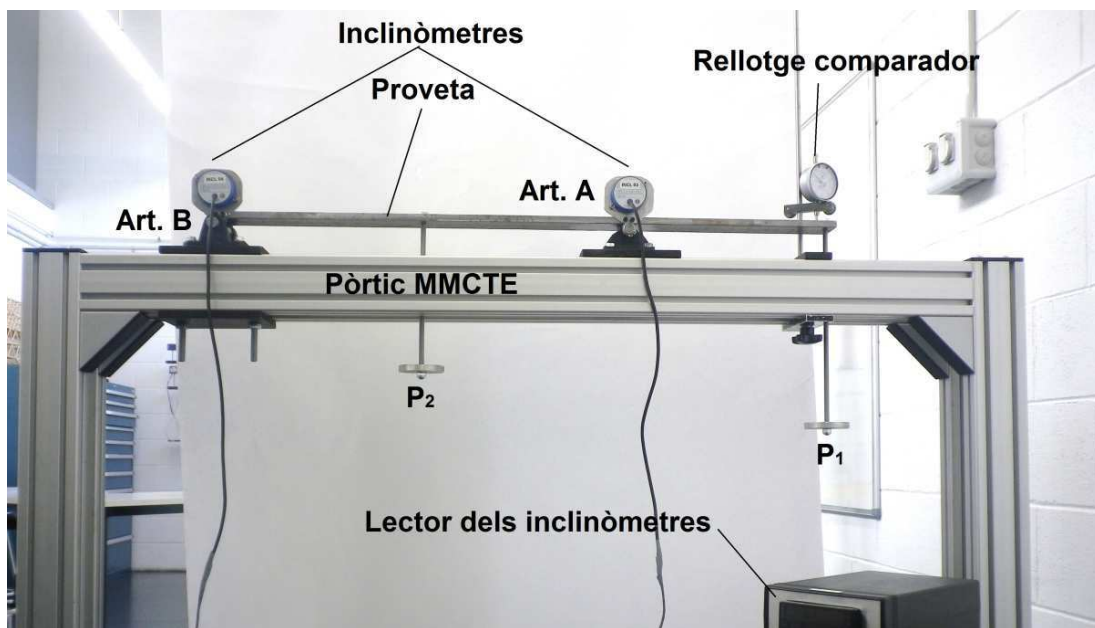


Figura 3.2: Muntatge 2 nou

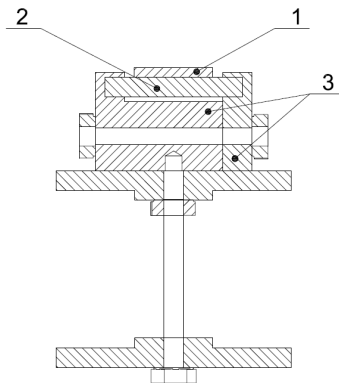
S'ha optat per construir tot el muntatge (incloent la proveta) amb acer UNE-EN 10020:2001. L'estructura consta d'una biga amb voladís articulada per dos punts A i B (veure figura 3.2). Les articulacions van fixades sobre dos guies que s'uneixen al pòrtic utilitzat com a bancada.

Per efectes de bolcament i a fi de reduir riscos es fixa un extrem de la biga amb l'articulació (B) de manera que només permeti el moviment de rotació. Per altre banda l'articulació que cau en un punt mig de la biga és un simple recolzament. Fixant l'articulació (B) de l'extrem de la biga implicarà que totes les càrregues aplicades sobre la biga provoquin un moment flector a l'articulació (B) en sentit antihorari, és a dir, que el sentit de totes les forces externes seran verticalment cap avall i absorbides pel recolzament (A).

Per construir les articulacions s'ha optat per soldar dos cilindres d'acer de 5mm de radi i una longitud igual a l'amplada de la biga. D'aquesta manera es permet que les articulacions

connectin amb els cilindres i no la biga i així permetre una deformació angular lliure quan la biga és sotmesa a forces externes.

La figura 3.3 mostra un esquema de l'articulació de l'extrem de la biga (B), el cilindre soldat a la biga no pot escapar del recolzament però sí que permet el moviment de rotació.



Llegenda:

1: Biga o proveta

2: Cilindre soldat a la biga

3: Components de l'articulació B

Figura 3.3: Articulació fixa (B)

3.2.2 Proveta

La proveta és una biga tubular de perfil rectangular amb una secció de 50x10 mm (AxH) i una longitud de 0,9m. La biga és d'acer, amb una constant de elàstica de $2,1 \cdot 10^5$ MPa.

Per articular la biga sobre les guies s'utilitzen dos cilindres de diàmetre 10mm i una llargada igual a la base de la biga. Aquests cilindres es solden de tal manera que la seva llargada sigui paral·lela a la base de la biga. Un es solda a 15mm d'un extrem de la biga i l'altre a 300 d'aquest. Mitjançant els cilindres, la biga podrà fletjar lliurement sense fregaments i xocs amb les articulacions. (veure Annex de Càlculs).

3.2.3 Anàlisi del muntatge

En aquest apartat es descriu el procés de comparació dels resultats teòric i experimentals que s'han realitzat en el muntatge per tal de validar-lo experimentalment. De la mateixa manera en el Muntatge 1, a partir d'aquestes dades s'ha definit un guió de la pràctica per l'estudiant (veure Annex C.2). Els càlculs teòrics de la pràctica s'han detallat a l'Annex B

La proveta té dos punts d'aplicació de càrrega, la part central de la biga birrecolzada i l'extrem del voladís (veure figura 3.4), que permeten tres casos possibles d'estats de tensió: un primer cas només aplicant la càrrega a la part central de la biga birrecolzada (P_2), un segon cas només aplicant la càrrega a la biga en voladís (P_1), i un tercer i últim cas que és la combinació del dos anteriors (P_1 i P_2).

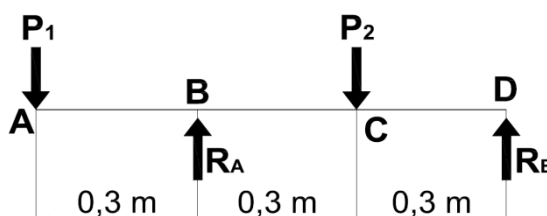


Figura 3.4: Provena Muntatge 2

A la taula 2.3 es mostren els diferents casos de càrrega, el valor de les càrregues aplicades a cada cas i el valor de les reaccions a articulacions.

PARÀMETRES	CAS 1	CAS 2	CAS 3
P_1 (N)	98	98	0
P_2 (N)	98	0	98
R_A (N)	196	147	49
R_B (N)	0	-49	49

Taula 2.3: casos de càrrega aplicats

Per cada cas de càrrega s'han dut a terme mesures de l'angle de gir en els dos recolzaments i de la fletxa en l'extrem del voladís. L'angle girat s'ha mesurat amb 2 inclinòmetres situats just a sobre dels dos recolzaments i el valor de la fletxa amb un rellotge comparador situat a sobre l'aplicador de càrrega de la part en voladís.

3.2.4 Resultats experimentals obtinguts

Un cop realitzat l'anàlisi teòric, es procedeix a la realització de la pràctica per a obtenir uns resultats experimentals per poder contrastar. El contrast de resultats es mostra en la següent taula:

ANGLE GIRAT I FLETXA D'UNA BIGA BIARTICULADA AMB VOLADÍS									
	Cas 1			Cas 2			Cas 3		
	Teòric	Exp.	Error Rel.	Teòric	Exp.	Error Rel.	Teòric	Exp.	Error Rel.
Fletxa al Voladís (mm)	2,26	2,2	2,7%	3,02	2,91	3,8%	-0,75	-0,65	15,4%
Angle Art. A (°)	-0,241	-0,271	11,0%	-0,386	-0,425	9,1%	0,144	0,144	0%
Angle Art. B (°)	0,048	0,041	10,7%	0,193	0,175	10,3%	-0,144	-0,144	0%

Taula 2.4: Contrast de resultats teòrics i experimentals del nou muntatge 2

Per obtenir els resultats experimentals finals s'ha fet la mitjana aritmètica d'una mostra de 20 repeticions. Els valors de compressió són negatius perquè al comprimir-se la barra perd longitud.

S'observen variacions menyspreables del valors experimentals respecte als càlculs teòrics (veure taula 2.4). Les variacions provoquen molta alteració en valors tan petits.

Aquestes variacions es deuen a:

- El suport A és mòbil i pot quedar mal centrat.
- L'aproximació dels decimals dels valors teòrics poden variar notablement el resultat final, ja que es treballa amb valors petits.
- El mòdul de Young utilitzat als càlculs teòrics pot variar respecte al de la proveta.

4. RESUM ECONÒMIC

El pressupost total per realitzar una unitat de cada muntatges, incloses les despeses generals, IVA i el benefici industrial, en el cas de la construcció d'una sola unitat per muntatge, serà de:

Descripció Preu

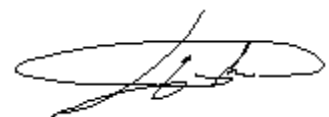
Pressupost d'execució material	798,25 €
Despeses generals 13%	103,77 €
Benefici industrial 6%	47,89 €
Pressupost d'execució per contracte sense impostos	919,91 €
IVA 18%	170,98 €
TOTAL	1090,89 €

MIL NORANTA EUROS AMB VUITANTA NOU CÈNTIMS..... **1090,89 €**

5. CONCLUSIONS

- S'ha realitzat el disseny de les dues pràctiques (pràctica d'*Allargaments longitudinals en bigues sotmeses a compressió i tracció simple* i pràctica de la *Deformada d'una biga biarticulada i amb voladís*) de manera que s'han reduït les seves dimensions per poder adaptar-les als nous laboratoris i s'ha modificat el seu disseny de manera que es poguessin muntar sobre els nous pòrtics. Els muntatges han complert amb les especificacions que inicialment s'havien imposat en la taula d'especificacions.
- El nou muntatge 1 permet realitzar el mateix tipus de pràctica que el muntatge antic. Però s'han reduït les seves dimensions de manera que resulta molt més fàcil la seva manipulació per part de l'alumne dins el laboratori. El nou disseny de la proveta de PVC permet que hi hagi desplaçaments més grans aplicant càrregues més petites, i que aquests desplaçaments puguin ser mesurats per un rellotge comparador. En el muntatge antic com que la proveta era metàl·lica els desplaçaments eren molt petits i aquesta mesura no es podia dir a terme.
- S'ha redimensionat el muntatge experimental 2 per tal que la biga fós molt més petita i flexible de manera que calguéssin càrregues molt més petites per tal de provocar angles i fletxes mesurables en la proveta.
- En la comparació entre els resultats teòrics i experimentals no s'han obtingut resultats del tot idèntics deguts als paràmetres escollits per al càlcul teòric (mòdul elàstic, decimals aproximats, etc). No obstant la similitud entre els resultats permet validar els dos muntatges.
- S'han realitzat dos guions de pràctiques a partir dels càlculs exposats en el present projecte.

L'autor del projecte:



Víctor Mayol Conde

A Girona, dimecres 16 de maig de 2012.

6. RELACIÓ DE DOCUMENTS

A continuació es llisten el conjunt de documents que formen el present projecte:

DOCUMENT 1 : MEMORIA I ANNEXOS

- Annex A: Anàlisi dels muntatges antics
- Annex B: Càlculs
- Annex C: Guions de les pràctiques

DOCUMENT 2: PLANOLS

DOCUMENT 3: PLEC DE CONDICIONS

DOCUMENT 4: ESTAT D'AMIDAMENTS

DOCUMENT 5: COST DEL PROJECTE

ANNEXOS

ANNEX A. ANÀLISIS DELS MUNTATGES ANTICS

A.1 Muntatge 1 antic: descripció

A.1.1 Característiques

El muntatge antic que s'havia dut a terme en la pràctica de deformació lineal d'una barra sotmesa a compressió i tracció simple és d'acer (UNE-EN 10020: 2001) i està format per una bancada en forma de pòrtic de dimensions 2300x300 mm que articula dos braços de palanca de 1100mm de llargada amb un efecte multiplicador de forces de 1 és a 10. (veure figura 2.1)



Figura 2.1: Muntatge antic de la pràctica de deformacions en bigues sotmeses a tracció i compressió

Per muntar el pòrtic s'han utilitzat unions roscades assegurades per soldadura. A la base del pòrtic hi ha una biga soldada a cada extrem de la base de forma perpendicular que impedeix el bolcament del muntatge

A.1.2 Funcionament

Per entendre el funcionament només cal fixar-se amb el braç de palanca. El passador que connecta el braç de palanca amb els pilars del pòrtic permet el moviment de rotació. Mentre que el passador connectat a la proveta està encastat i no permet cap moviment. Si es carrega el braç de palanca amb un pes (P), i s'articula el passador del primer pilar, el situat més a prop del porta-peses, s'obté una força de compressió a la proveta. (veure figura A.1)

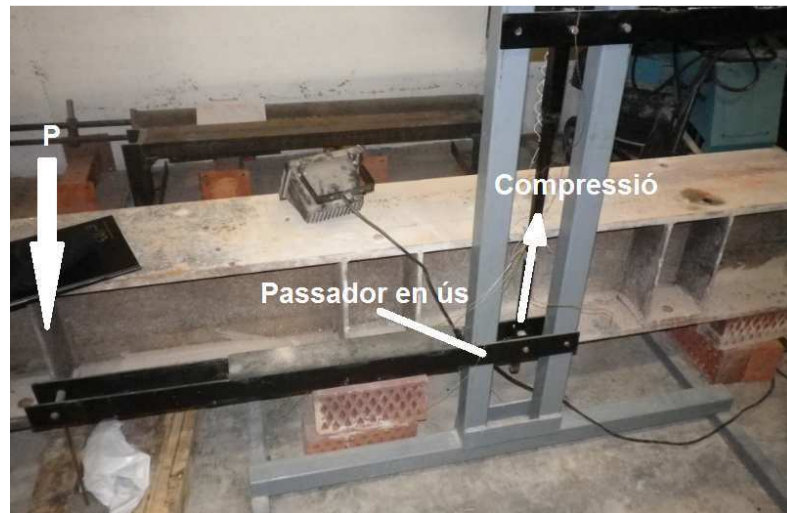


Figura A.1: Provetta a compressió

Si es carrega el braç de palanca amb un pes (P), i s'articula el passador del segon pilar, el situat al final del braç de palanca, s'obté una força de tracció a la proveta. (veure figura A.2)

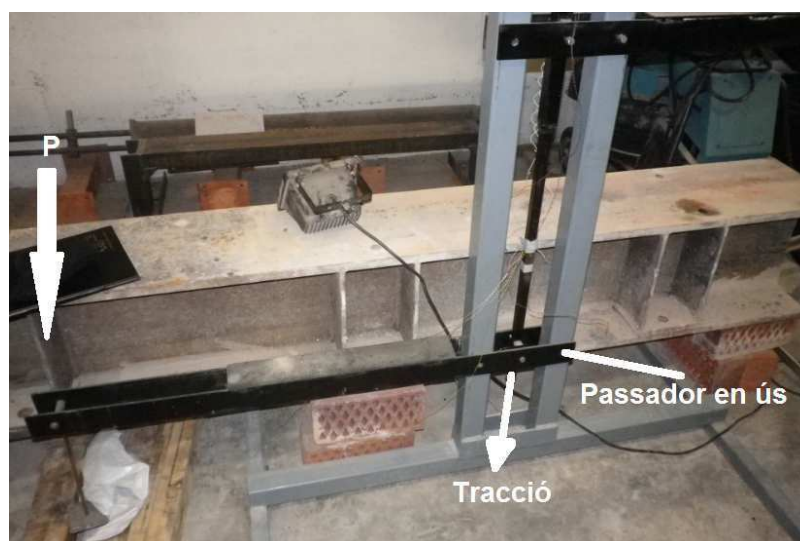


Figura A.2: Provetta a tracció

La proveta és un tub de secció quadrada construït en acer compost de dos seccions diferents. Per la part superior el tub o proveta està encastada al pòrtic mitjançant un espàrrec i assegurat per soldadura. La secció de la part superior de la proveta és de 30x30 mm i el gruix de la paret és de 2 mm. La secció inferior és de 20x20 mm amb un gruix de paret de 1,5 mm. A cada secció s'hi connecta un braç de palanca i un pont de galgues extensiomètriques.

Les galgues extensiomètriques ens permeten mesurar les deformacions unitàries per cada tram de secció diferent. Per obtenir el valor de l'allargament total del tub, es col·loca un rellotge comparador sota la proveta, a la base del pòrtic.

En un dels extrems de la base s'hi acoblava un transductor de força (cèl·lula de càrrega) que indicava la força en els recolzaments per tal de fer l'anàlisi de bolcada.. (veure figura A.3)

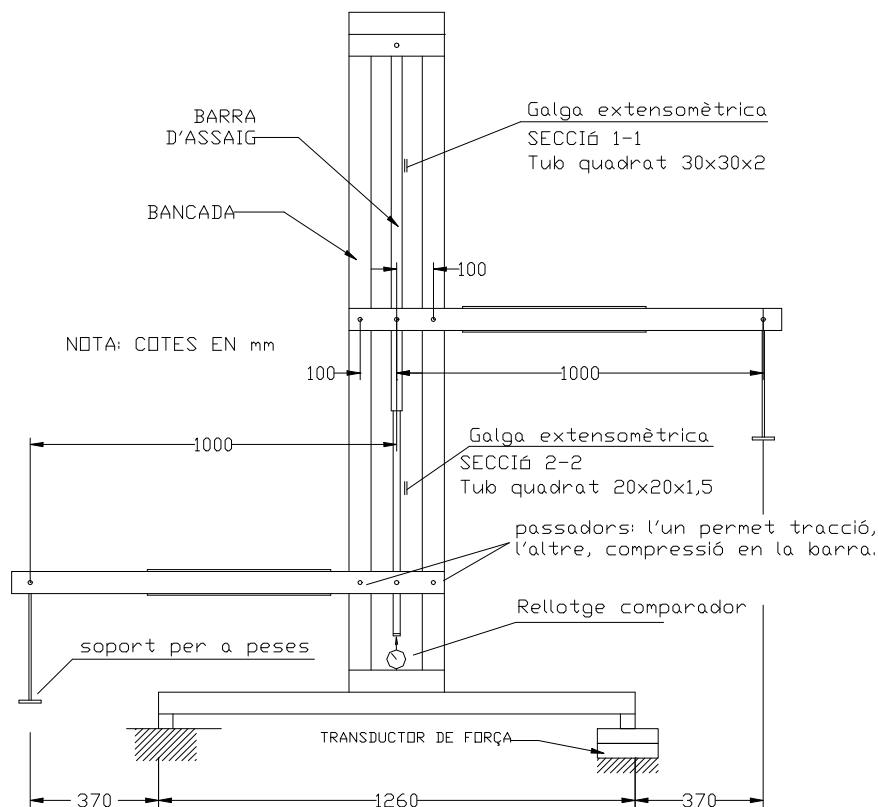


Figura A.3: Esquema de muntatge del pòrtic antic

Per produir el sistema de forces al braç de palanca s'utilitzaven peses de 10 Kg per a produir les traccions i compressions a la proveta.

A.1 Muntatge 2 antic: descripció

A.1.1 Característiques

El muntatge antic es realitza sobre una bancada (veure figura A.4) formada per dos pilars i un aplicador de càrrega. Sobre la bancada s'hi recolza una proveta en forma de passamà de secció 60x20 mm i longitud de 166 cm. Tal i com mostra la figura un dels extrems de la proveta queda en voladís.



Figura A.4: Muntatge 2, disseny antic

Al mig de la bancada s'hi troba articulat un braç de palanca (muntatge pintat de groc de la figura A.4) on mitjançant un pes s'aconsegueix produir una força vertical i cap avall sobre la proveta en el punt entre els dos suports.

A l'extrem del voladís hi ha subjectat un porta-peses i entre les dos articulacions s'hi connecta un braç de palanca (mecanisme groc de la figura A.4) que produiran la deformació de la biga.

A.2.2 Funcionament

A través del braç de palanca (mecanisme groc de la figura A.4) s'obté una força (P) verticalment i cap a baix que impacta en la proveta i provoca la seva deformació.

Mitjançant el porta-peses col·locat a l'extrem del voladís s'obté una força (P_2) verticalment i cap a baix que impacta en la proveta i també provoca deformació.

La Figura A.5 mostra el diagrama de cos lliure del muntatge 2 antic:

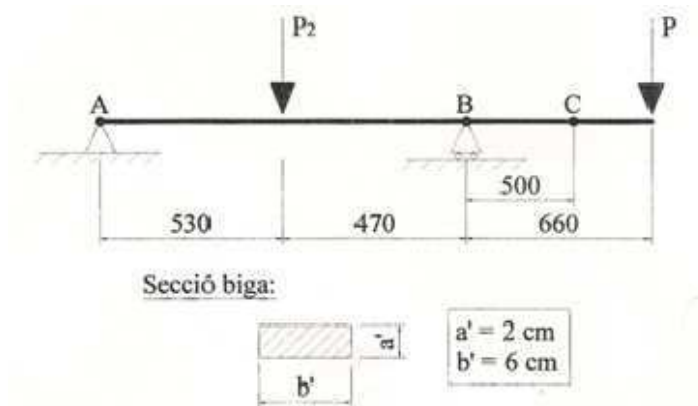


Figura A.5: Diagrama de cos lliure del muntatge 2 antic

Per mesurar la fletxa produïda en el voladís s'utilitza un rellotge comparador (punt C) i per mesurar l'angle produït en els suports (punt A i B) s'utilitzen dos inclinòmetres, un per cada suport.

A.2.3 Resultats experimentals obtinguts

S'han estudiat els resultats obtinguts tant experimentalment com teòricament per a 3 casos de càrrega (A, B i C). (veure taula A.2)

Cas de càrrega	A	B	C = A + B
P (Kg)	0	10	10
P_2 (Kg)	10	10	20

Taula A.2: Cassos d'estudi per la deformada de la biga

La taula A.3 permet comparar els valors teòrics i experimentals del muntatge 2 antic, referent a la pràctica de la deformada d'una biga biarticulada i amb voladís.

Paràmetre	Unitats	Valor teòric	Valor exp.
Cas de càrrega A: $P=0$ i $P_2=10\text{Kg}$			
Angle de rotació produït en el recolzament A: θ_A	rad	$7,53 \cdot 10^{-3}$	$8,02 \cdot 10^{-3}$
Angle de rotació produït en el recolzament B: θ_B	rad	$-7,31 \cdot 10^{-3}$	$-7,32 \cdot 10^{-3}$
Fletxa total al voladís: f	mm	-3,22	-3,79
Cas de càrrega B: $P=10\text{Kg}$ i $P_2=10\text{Kg}$			
Angle de rotació produït en el recolzament A: θ_A	rad	$5,95 \cdot 10^{-3}$	$6,75 \cdot 10^{-3}$
Angle de rotació produït en el recolzament B: θ_B	rad	$-4,94 \cdot 10^{-3}$	$-4,90 \cdot 10^{-3}$
Fletxa total al voladís: f	mm	-1,737	-2,36
Cas de càrrega C (A+B): $P=10\text{Kg}$ i $P_2=20\text{Kg}$			
Angle de rotació produït en el recolzament A: θ_A	rad	$13,22 \cdot 10^{-3}$	$14,85 \cdot 10^{-3}$
Angle de rotació produït en el recolzament B: θ_B	rad	$-12,5 \cdot 10^{-3}$	$-12,4 \cdot 10^{-3}$
Fletxa total al voladís: f	mm	-5,518	-5,56

Taula A.3: Taula de resultats Muntatge antic

Com s'observa a la taula anterior el muntatge és vàlid, ja que els valors teòrics i experimentals són molt similars.

ANNEX B. CÀLCULS

B.1 Muntatge 1: Pràctica d'allargaments longitudinals en bigues sotmeses a compressió i tracció simple.

B.1.1 Dimensionament de l'estructura, comprovació de la resistència mecànica dels elements

En aquest apartat es comprova que l'estructura del Muntatge 1 suporta les càrregues aplicades en condicions de servei. Els càlculs que s'han dut a terme són estàtics i només han tingut en compte el càlcul d'aquells elements a on es preu que les sol·licitacions seran més grans. Aquestes sol·licitacions són produïdes al braç de palanca i sobre la proveta. S'ha tingut en compte un pes de 10 Kg al braç de palanca per tal de treballar amb un coeficient de seguretat de 2, doncs les càrregues que finalment s'aplicaran en cada braç seran de 5 Kg.

a) **Càlcul dels travessers del braç de palanca.** Aquests elements estan sotmesos a torsió. Per calcular la tensió tallant màxima a la secció es simplifica el perfil de la biga a un quadrat tubular de 23mm de costat i 2mm de paret (veure figura B.1). Les fletxes en vermell de la figura B.1 marquen el camí que segueix la tensió tallant provocada pel torsor. Un cop conegut el perfil equivalent, mitjançant l'equació 1 es troba el valor de la tensió tallant màxima i es comprova que és molt inferior a la tensió tallant màxima de fluència que és de $S_{y_{al}} = 200$ MPa.

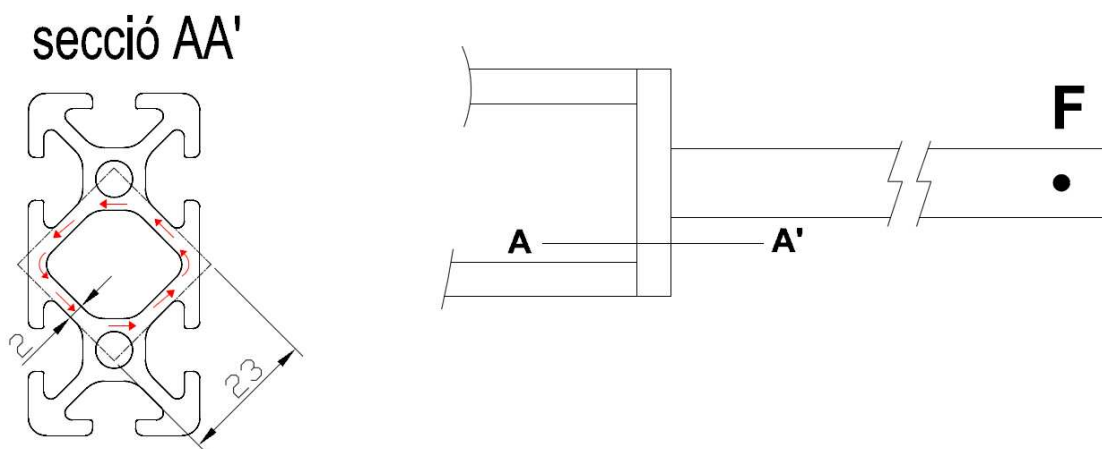


Figura B.1: Perfil equivalent (AA')

$$\tau(t) = \frac{T}{4A_m \cdot e} = 11,58 \text{ MPa} \quad (\text{Eq.1})$$

On:

- T: moment torsor (40866N/mm)
- A_m : Àrea mitjana de la secció (441mm²)
- e: Gruix paret (2mm)

b) Comprovació del diàmetre del passador. Per fer una comprovació del diàmetre del passador s'ha tingut en compte l'efecte de les tensions tallants i les tensions normals degudes a la flexió. El passador escollit té un diàmetre de 6mm i ha estat construït d'acer 8.8 (Sut:800Mpa, Sy:640Mpa). Tal i com mostra la figura A.2 es pretén simular el cas més desfavorable on el braç de palanca s'ha situat en un costat (veure figura B.2). en aquesta posició la distància màxima entre el pòrtic i el passador és de 4mm. si a més a més se li afegeix 1mm per possibles errors de tolerància i ajustatge, en total s'obté una distància entre punts de suport del passador de 6mm.

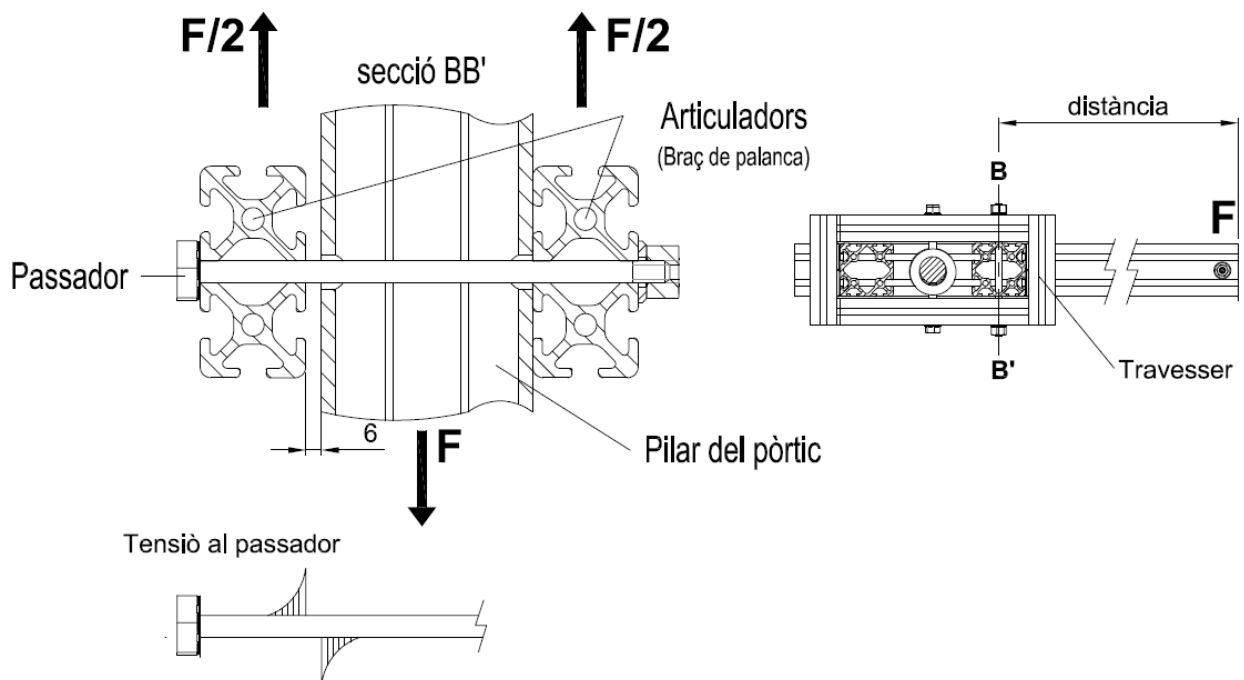


Figura B.2: Passador (BB')

La Força F que transmet la pesa a través del braç de palanca és de 441 N, aquesta es bifurca a través del travesser en dos biguetes anomenades articuladors. La força que provocarà moment al passador de la figura B.2 és per tant de 220,5 N. A través de les equacions 2 i 3 obtenim els valors de les tensions a les quals està sotmès el passador. És comprova analíticament com el valor de les tensions obtingudes és inferior al límit de fluència de l'acer 8.8 (Sy:640Mpa).

$$\tau_{(v)} \approx \frac{V}{A} = 7,79 \text{ MPa} \quad (\text{Eq.2})$$

$$\sigma_{(Mf)} = \frac{M \cdot 32}{\pi \cdot \phi^3} = 62,38 \text{ MPa} \quad (\text{Eq.3})$$

On:

- V: Tallant (220,5N)
- A: Àrea passador (28,27mm²)
- M: Moment Flector: F/2·distància del braç de palanca (1323Nmm)
- Ø: Diàmetre passador (6mm)

B.1.2 Càrregues aplicades a la proveta

En aquest apartat es calcula la càrrega aplicada a la proveta al posar un pes de 5 Kg a l'extrem del braç de palanca. En funció de la configuració del suport, és a dir, segons a quin costat de la proveta articulem el braç de palanca, la proveta treballarà a compressió o tracció. Per determinar la càrrega aplicada a la proveta cal fer un sumatori de moments respecte el suport on F és el valor de la reacció aplicada a la proveta i 49N la força produïda per la massa de 5 Kg. En les figures B.3 i B.4 s'observen els dos casos de càrrega.

Cas1 (compressió): S'obté una força de compressió (cap a munt) sobre la proveta en la direcció contrària a la càrrega aplicada.

$$\sum M_{\text{suport}} = 0$$

$$49 \text{ N} \cdot 450 \text{ mm} = F \cdot 50 \text{ mm}$$

$$F = 441 \text{ N}$$

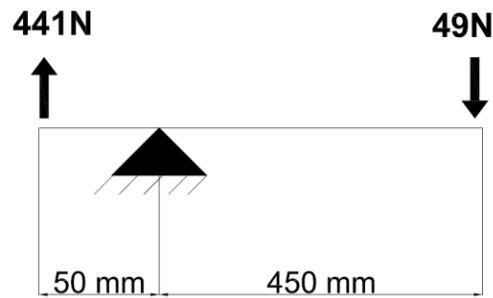


Figura B.3: Acció del multiplicador sobre la proveta quan està sotmesa a càrregues de compressió

Cas 2 (tracció): S'obté una força de tracció (cap a baix) sobre la proveta en la direcció contrària a la càrrega aplicada.

$$\sum M_{\text{suport}} = 0$$

$$49 \text{ N} \cdot 550 \text{ mm} = F \cdot 50 \text{ mm}$$

$$F = 539 \text{ N}$$

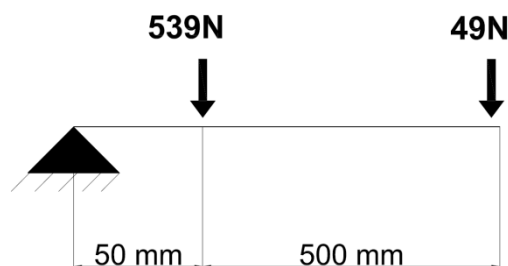


Figura B.4: Acció del multiplicador sobre la proveta quan està sotmesa a càrregues de tracció

Si es sotmet la proveta a compressió s'aplica una força de 441 N, si en canvi es sotmet a tracció la força és de 539 N.

B.1.3 Càlcul de la fletxa

Introducció

En aquests apartat es comprova la rigidesa dels aplicadors de càrrega del pòrtic mitjançant el càlcul de la fletxa del braç de palanca (o aplicador de càrrega). Per tal d'obtenir un bon rendiment del muntatge es necessari que a l'hora de transmetre la càrrega a la proveta l'estructura no perdi rigidesa. Cal evitar que es produeixin desplaçaments verticals a l'estructura del braç de palanca o aplicador de càrrega quan estan sotmesos a forces externes i així reduir l'error del valor de desplaçament experimental. El braç de palanca consta de tres bigues de perfil 40x20 mm i una quarta de 40x40 mm tal i com mostra la Figura B.5. en els càlculs s'ha tingut en compte un cas hipotètic en el qual es sobrecarreguen els braços de palanca amb 10 Kg per tal de treballar amb un coeficient de seguretat de 2.

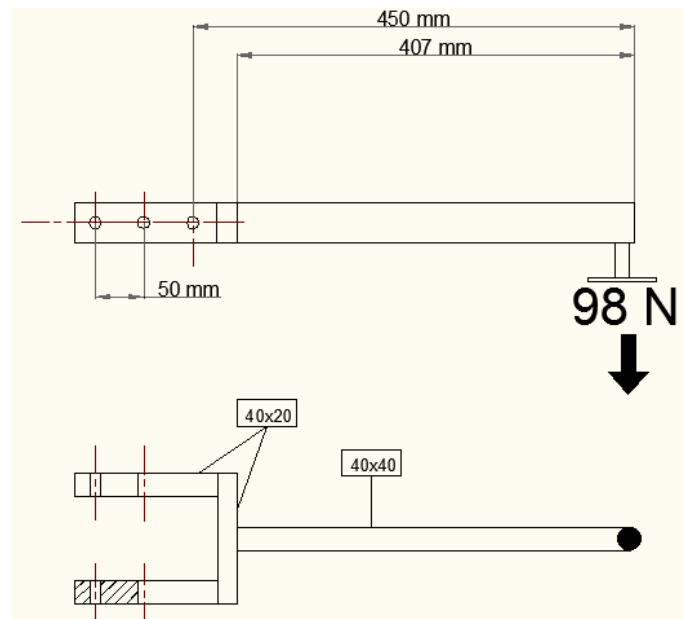


Figura B.5: Plànol braç de palanca

La biga transversal de secció 40x20 mm que fa d'unió entre les bigues longitudinals és l'única que està sotmesa a torsió. Mitjançant l'equació del moment torçor s'obté que el torçor produït a la cara petita del perfil és de 11,58 MPa. Consultades les dades del fabricant del perfil es comprova que un perfil d'alumini de característiques similars pot suportar tensions molt superiors a les que sotmet l'estructura.

La biga transversal transmetrà el moment produït pels 98 N a les dos bigues de secció més petita i biarticulades. Aquestes dos tenen la mateixa deformació, així doncs per fer el càlcul de la fletxa del braç de palanca es pot considerar com una biga biarticulada amb un voladís. Per tal de dur a terme els càlculs, la fletxa al final del voladís s'ha calculat considerant el voladís com una biga encastada i de li ha sumat el gir que té la biga real en el punt de l'encastament (recolzament més proper al voladís). El voladís té una longitud de 407 mm i s'hi aplica la força en un extrem. La part de la biga que està biarticulada al pòrtic i la proveta.

Mètode de càlcul

La fletxa total a l'extrem del braç de palanca s'obté de la suma de les fletxes provocades per la longitud del voladís (δ_1) i el gir en el recolzament de la dreta de la biga biarticulada (δ_2), veure Figura B.6 i B.7:

$$\delta_t = \delta_1 + \delta_2$$

El fabricant dona les següents dades:

Mòdul de Young de l'alumini: 68.000 MPa

Perfil de 40x20 $\{I_x = 1,41 \text{ cm}^4 ; I_y = 5,14 \text{ cm}^4\}$

Perfil de 40x40 $\{I_x = I_y = 9,3 \text{ cm}^4\}$

El càlcul de la fletxa en una biga encastada ve donada per l'equació 4:

$$\delta_1 = \frac{PL^3}{3E_{al}I_y} = 0,348 \text{ mm} \quad (\text{Eq.4})$$

On:

P: càrrega (N)

E_{al} : mòdul elàstic de l'alumini (MPa)

L: longitud (mm)

I_y : Inèrcia del perfil 40x40 (mm^4)

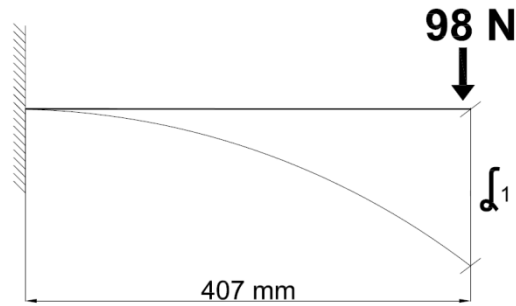


Figura B.6: Biga encastada

Es procedeix al càlcul de la fletxa de la biga biarticulada. Primer es fa necessari saber quines forces suporta la biga. El pes propi es pot considerar menyspreable, la única força que intervé és la de 10 Kg que crea un moment flector a la biga a estudiar.

$$M_{FL} = \text{Força} \cdot \text{dist} = 98\text{N} \cdot 0,5\text{m} = 49\text{Nm}$$

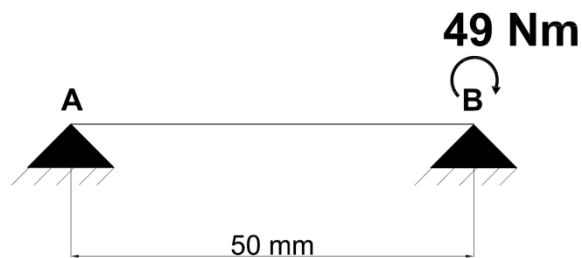


Figura B.7: Biga biarticulada

Per tal de trobar δ_2 es necessita conèixer l'angle girat en el punt B i la fletxa del punt B, després trobarem δ_2 amb l'equació 5:

$$\delta_2 = \Theta_B \cdot L_{AB} \quad (\text{Eq.5})$$

On:

Θ_B : angle girat al recolzament B de la figura B.5 (rad)

L_{AB} : longitud AB (mm)

Per trobar l'angle girat i el desplaçament ho farem mitjançant l'equació 6:

$$\Theta_B = \frac{[V_B]}{EaI_y} = \frac{-[R_B]}{EaI_y} = 2,31 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \quad (\text{Eq.6})$$

On:

$[R_B]$: Reacció de la biga conjugada al punt B

E_{al} : Constant elàstica (E: 68000 MPa)

I_y : Inèrcia (I_y : 5,14 cm⁴)

Es troba la reacció en B mitjançant el mètode de biga conjugada (veure Figura B.8).

$$[R_B] = \frac{1}{3} \cdot M_{FL} \cdot Long = 0,81 \text{ Nm}^2 \quad (\text{Eq.7})$$

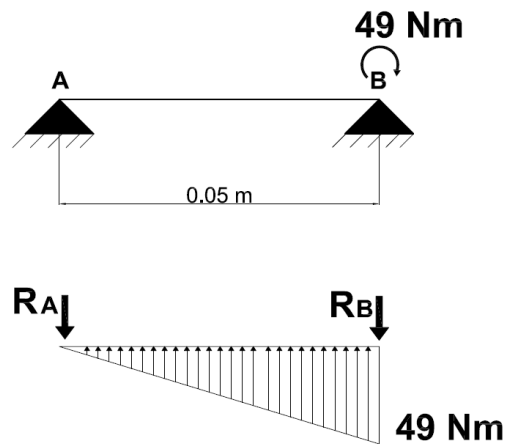


Figura B.8: Biga conjugada

Ara es pot calcular la fletxa de la biga biarticulada, s'utilitzarà l'Equació 2:

$$\delta_2 = \Theta_B \cdot L_{AB} = 50 \text{ mm} \cdot 2,31 \cdot 10^{-4} \text{ rad} = 0,0117 \text{ mm}$$

Resultat

Un cop conegudes les dos fletxes es sumem per obtenir el total:

$$\delta_T = \delta_1 + \delta_2 = 0,348 + 0,0117 = 0,360 \text{ mm}$$

S'obté una fletxa de 0,360 mm inferior a $Y = \frac{L}{750}$ de manera que s'obté un coeficient de seguretat de $n = 1,85$, i per tant es pot utilitzar aquest perfil en la fabricació del braç de palanca.

B.1.4 Pes de l'estructura

El pes total de l'estructura és de 9,5 Kg (mesurat mitjançant un dinamòmetre). L'estructura del muntatge és d'alumini, i tots els elements de suport o auxiliars són d'acer.

El fabricant dels perfils d'alumini dona les següents dades: el perfil de 40x20 mm té una massa de 0,89 Kg/m i el perfil de 40x40 mm una massa de 1,39 Kg/m. Mitjançant la Taula B.1 s'obté el pes total de l'estructura d'alumini.

Nom dels perfils d'alumini	Perfil (mm ²)	Longitud (m)	Pes (Kg)	Quantitat (uts)	Pes total (Kg)
Articulador	40x20	0,143	0,127	4	0,509
Junta braç	40x20	0,083	0,074	2	0,148
Braç	40x40	0,407	0,566	2	1,131
Base	40x40	0,8	1,112	1	1,112
Pilar	40x40	0,5	0,695	2	1,390
Travesser	40x40	0,06	0,083	1	0,083
PES TOTAL DE L'ALUMINI DEL MUNTATGE					4,373

Taula B.1: Pes de l'alumini estructural

Per tan el pes del muntatge està compost per 4,4 Kg d'alumini i 5,1 Kg d'acer.

B.1.5 Anàlisi de la Bolcada

B.1.5.1 Anàlisi teòric

Es fa l'anàlisi de bolcada per un cas hipotètic en que és realitzes la pràctica sense subjecció. A la figura B.9 es mostra un esquema de tota l'estructura en el cas de càrrega on s'aplica un pes en un dels braços de palanca. Les dimensions de l'estructura són: des del centre de la base als seus extrems (recolzaments) mesura 780 mm i des del punt d'aplicació de la càrrega al centre de l'estructura mesura 500 mm. El pes de l'estructura és de 9,5 Kg (veure apartat B.1.4).

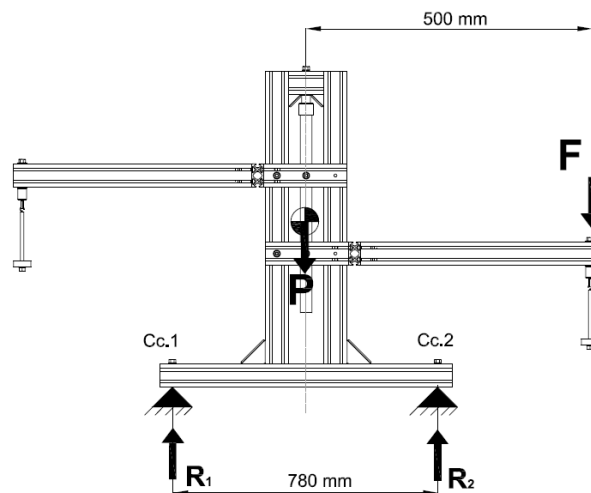


Figura B.9: Muntatge 1

Per tal d'estudiar el bolcament partim d'un estat d'equilibri estàtic de l'estructura, és a dir, el sumatori de moments produïts per forces o moments externs a de ser igual al sumatori de moments produïts per el propi pes de l'estructura.

Per tal de que no bolqui l'estructura, s'ha de complir: $\sum M_0 = 0$. Si s'aplica una càrrega (i per tant una força F a l'extrem del braç de palanca dret, just en l'instant que comenci la bolcada la reacció R_1 valdrà 0.

Es troba per tant el valor de R_1 aplicant sumatori de moments a la reacció R_2 :

$$\sum M_2 = 0$$

$$R_1 = -0,36 \cdot F + 4,75$$

Si $R_1=0$, càrrega màxima per tal de que no bolqui: $F=13,20$ Kg.

Cal recordar que el muntatge és simètric en l'eix vertical, doncs si es carreguen simultàniament els dos braços amb la mateixa càrrega no bolcarà mai.

B.1.5.2 Anàlisi Experimental

La Taula B.2 mostra els valors de les reaccions del muntatge obtinguts a partir de les cèl·lules de càrrega quan s'apliquen pesos de 5 Kg als braços de palanca. La cèl·lula de càrrega 1 (Cc.1) està al mateix costat que el braç de palanca superior i la cèl·lula de càrrega 2 (Cc.2) al costat del braç de palanca inferior (veure Figura B.9). Totes les unitats de la taula són Kg.

Valor de les reaccions (Cc.1 i Cc.2) segons l'estat de càrrega			
Braç de palanca superior	Braç de palanca inferior	Cèl·lula de càrrega 1 (Cc.1)	Cèl·lula de càrrega 2 (Cc.2)
5	5	10,03	8,93
0	5	-2,21	12,11
5	0	13,11	-1,97

Taula B.2: Reaccions experimentals a les articulacions segons l'estat de càrrega del muntatge

Les reaccions a les articulacions obtingudes mitjançant les cèl·lules de càrrega concorden amb els resultats teòrics, ja que si es substitueix el valor de la força (F) per el nostre pes (5Kg) a l'equació de R_1 ($R_1 = -0,36 \cdot F + 4,75$) s'obté que $R_1 = 2,95$ Kg.

B.1.6 Allargament de la proveta

Introducció

El present projecte comporta l'estudi d'una proveta unidireccional formada per dos materials, alumini i PVC. Per calcular l'allargament d'una proveta sotmesa a càrregues de tracció i/o compressió simple s'ha realitzat a través de l'equació 8.

$$L_{AB} = \sum \frac{N_{xx'} \cdot L_{xx'}}{A_{xx'} \cdot E_{xx'}} \quad (\text{Eq.8})$$

On:

N: esforç normal de la proveta (N)

L: Longitud de la proveta (mm)

A: Àrea de la proveta (mm²)

E: Mòdul elàstic (MPa)

xx' : Tram seleccionat per l'estudi

Com que hi ha dos braços de palanca es poden aplicar les forces de tracció i compressió en dos punts de la proveta, i per tant es poden tenir estats de càrrega diferents tal i com s'indica en les figures de la B.10 a la B.12. Pel que fa les dimensions de la proveta, tant de l'encastament fins al braç de palanca superior, com del braç de palanca superior al braç de palanca inferior hi ha una distància de 135 mm.

S'han estudiat els següents casos:

- Proveta sotmesa a compressió-compressió.
- Proveta sotmesa a tracció-tracció.
- Proveta sotmesa a compressió-tracció i el cas de càrrega oposat.

El tercer cas de càrrega es pot sotmetre el primer braç de palanca a compressió i el segon a tracció i a l'inversa. Com a propietats del material s'ha considerat que el mòdul de Young de l'alumini és de 68000 MPa i el del PVC de 2100 MPa. Per dur a terme l'experiment s'han utilitzat masses de 5 Kg com a generador de forces.

Mètode de càlcul

El procediment de càlcul que s'ha utilitzat és el següent:

- 1.- Sumatori de forces verticals per trobar la reacció de l'encastament (R_A).
- 2.- Sumatori de forces verticals per trobar l'esforç normal al tram analitzat ($N_{xx'}$).
- 3.- Obtenció de l'allargament de cada tram mitjançant la l'Equació 8. (Un cop conegudes totes les normals resultants es substitueixen els valors a l'Equació 8 per trams i es deixa en funció de l'àrea, ja que el que es busca és conèixer quin serà el diàmetre apropiat per l'allargament desitjat)
- 4.- Sumatori dels allargaments de cada tram.

Es realitza el sumatori de forces vertical a la proveta per trobar la reacció de l'encastament. La Figura B.10 mostra l'exemple de la proveta sotmesa a compressió, la reacció del sistema estàtic és de 882 N que és la suma de les dos forces produïdes per la massa de 5 Kg.

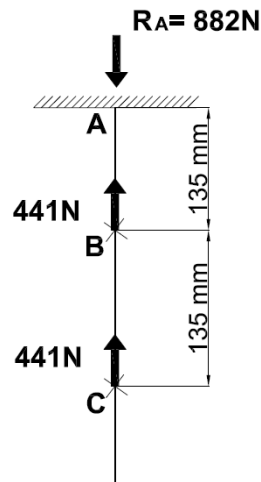


Figura B.10: Proveta a compressió

La Figura B.11 mostra la proveta amb els dos braços de palanca aplicant càrregues a tracció, el tram AB va de l'encastament fins just abans del punt d'aplicació de la carrega B, la normal resultant del sumatori de forces verticals és de 1078 N. L'esforç normal resultant del tram BC és de 539 N.

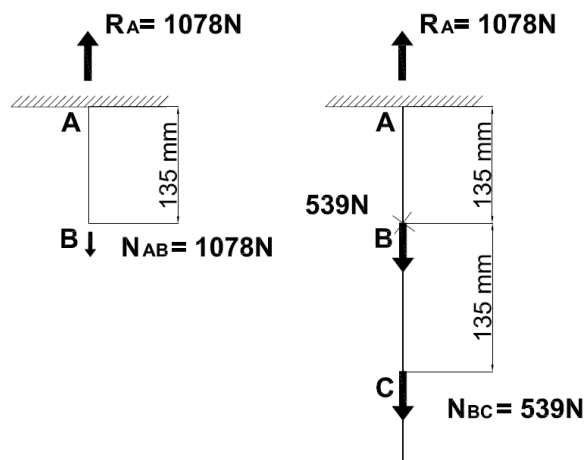


Figura B.11: Normals resultants de cada tram amb la proveta a tracció

Pel tercer cas de càrrega on s'aplica compressió i tracció, aquestes es poden aplicar de manera diferents: cas 1 amb el braç superior a compressió amb la proveta i el segon a tracció i el cas 2 a l'inversa del cas 1. A la Figura B.12 s'observen els dos casos de càrrega amb les forces aplicades.

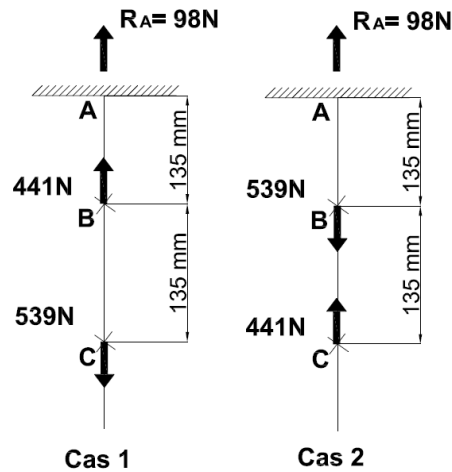


Figura B.12: 2 casos de compressió i tracció simultànies

A la Taula B.2 es mostren els allargaments produïts a la proveta per cada tram i material en funció de l'àrea.

Material	Estat proveta	R_A (N)	N_{AB} (N)	N_{BC} (N)	L_{AB} (mm)	L_{BC} (mm)	
ALUMINI	compressió	882	-882	-441	$-\frac{1,751}{A_{ab}}$	$-\frac{0,875}{A_{bc}}$	
	tracció	1078	1078	539	$\frac{2,140}{A_{ab}}$	$\frac{1,070}{A_{bc}}$	
	compressió	98	98	539	$\frac{0,194}{A_{ab}}$	$\frac{1,070}{A_{bc}}$	Cas1
	tracció	98	98	-441	$\frac{0,194}{A_{ab}}$	$-\frac{0,875}{A_{bc}}$	Cas2

PVC	compressió	882	-882	-441	$-\frac{56,69}{A_{ab}}$	$-\frac{28,34}{A_{bc}}$	
	tracció	1078	1078	539	$\frac{69,29}{A_{ab}}$	$\frac{34,64}{A_{bc}}$	
	compressió	98	98	539	$\frac{6,28}{A_{ab}}$	$\frac{34,64}{A_{bc}}$	Cas1
	tracció	98	98	-441	$\frac{6,28}{A_{ab}}$	$-\frac{28,35}{A_{bc}}$	Cas2

Taula B.2: Allargaments per trams segons el material i en funció de l'àrea en mm.

Un cop coneguts els allargaments per trams es proposen els diàmetres normalitzats. Com que l'alumini té un mòdul de Young molt més alt que el del PVC, per poder obtenir allargaments mesurables amb un rellotge comparador s'han escollit els diàmetres de perfil més petits possibles dins dels catàlegs de l'empresa *Lumetal.SL* (www.lumetalplastic.com). Per tal de que la proveta d'alumini presenti allargaments significatius s'han d'utilitzar diàmetres molt petits i que fan que no sigui viable a l'hora de construir el muntatge. No s'inclou la taula d'allargaments de l'alumini ja que degut a la alta rigidesa del material i la poca tensió a la que està sotmès no presenta deformacions significatives per al rellotge comparador.

Resultats

La taula B.3 mostra els allargaments totals produïts al PVC segons: el tram de proveta, el diàmetre de la proveta i el tipus de càrrega a la que està sotmesa la proveta. Els allargaments son en mil·límetres.

PVC		COMPRESSIÓ		TRACCIÓ		CAS 1		CAS 2	
Ø (mm)	A (mm ²)	TRAM 1 (mm)	TRAM 2 (mm)	TRAM 1 (mm)	TRAM 2 (mm)	TRAM 1 (mm)	TRAM 2 (mm)	TRAM 1 (mm)	TRAM 2 (mm)
5	19,635	-2,887	-1,443	3,529	1,764	0,320	1,764	0,320	-1,444
6	28,274	-2,005	-1,002	2,451	1,225	0,222	1,225	0,222	-1,003
8	50,265	-1,128	-0,564	1,378	0,689	0,125	0,689	0,125	-0,564
10	78,540	-0,722	-0,361	0,882	0,441	0,080	0,441	0,080	-0,361
12	113,097	-0,501	-0,251	0,613	0,306	0,056	0,306	0,056	-0,251
16	201,061	-0,282	-0,141	0,345	0,172	0,031	0,172	0,031	-0,141
20	314,159	-0,180	-0,090	0,221	0,110	0,020	0,110	0,020	-0,090

Taula B.3: Allargaments totals en barres de PVC.

La proveta que s'ha escollit per tal de fer les mesures i que compleixi amb els requeriments imposats en les especificacions és de PVC de 20mm de diàmetre en el primer tram i 16mm de diàmetre en el segon tram, (veure resultats teòrics de l'allargament a la taula B.3).

B.2 Muntatge 2: Pràctica de la deformada d'una biga biarticulada amb voladís

B.2.1 Dimensionament de l'estructura, comprovació de la resistència mecànica dels elements

En aquest apartat és comprovarà que el muntatge de la biga biarticulada amb voladís suporta les càrregues aplicades sense superar el límit elàstic del material. L'únic element susceptible a patir un trencament per sobrecàrrega és la biga d'estudi. El punt més crític és el suport A, tal i com mostra la Figura B.13. El punt A aguanta un tallant de 98 N i un flector de 29,4 Nm quan s'apliquen càrregues de 10 Kg als dos porta-peses. Utilitzant les equacions (9) i (10) s'observa que cap de les dos tensions resultants no sobrepassa el límit de fluència de l'acer ($S_y:640\text{MPa}$).

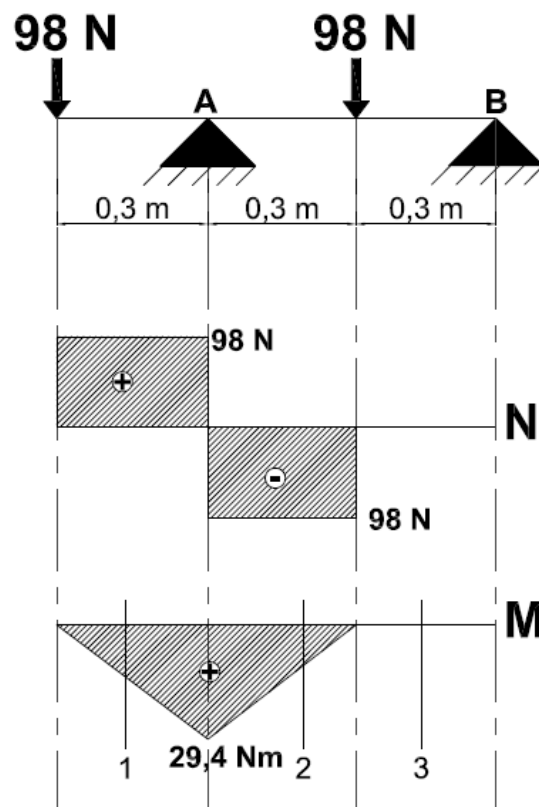


Figura B.13: Diagrama de tensions del muntatge 2

$$\tau (v) = \frac{v \cdot M_e}{b \cdot I_x} = 0,293 \text{ MPa} \quad (\text{Eq.9})$$

$$\sigma(M_{FL}) = \frac{M \cdot y}{I_x} = 35,27 \text{ MPa} \quad (\text{Eq.10})$$

On:

- V: Esforç Tallant (98N)
- Me: Moment estàtic (625mm³)
- I_x: Inèrcia x (4166,7mm⁴)
- b: Amplada de la biga (50mm)

On:

- M_{FL}: Moment flector (29,4Nm)
- y: distància centre a punt d'estudi (5mm)
- I_x: Inèrcia de l'eix x (4166,67mm⁴)

B.2.2 Càlcul de l'elàstica.

Per tal d'obtenir uns valors de fletxa que compleixin amb les especificacions del present projecte es deixaran els resultats en funció de la constant elàstica i l'inèrcia del material.

Per trobar el valor de la fletxa s'utilitzarà l'equació diferencial de l'elàstica (Eq.11):

$$E \cdot I \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = -M \quad (\text{Eq.11})$$

Integrant dues vegades s'obté l'equació de l'elàstica de la biga (Eq.12):

$$y = f(x) = ELASTICA \quad (\text{Eq.12})$$

El muntatge experimental consisteix en l'estudi de fletxa d'una biga biarticulada de 0,9 m de longitud i amb un voladís sotmesa a dos càrregues de 10 Kg. La Figura B.11 mostra el diagrama de cos lliure del muntatge 2.

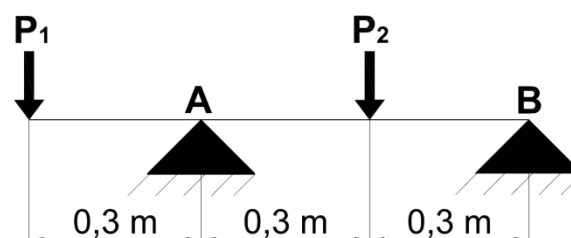


Figura B.13: Proveta màquina 2

Es defineixen 3 casos de càrrega possibles:

1 cas: s'aplica una càrrega de 98N a l'extrem (P_1) de la biga i una altre de igual força col·locada entre els dos suports (P_2). En aquest cas es tenen tres trams: el primer va de la càrrega de l'extrem al primer suport (A), el segon tram va del primer suport (A) fins la càrrega situada entre suport i suport i finalment el tercer tram correspon al que va des de la càrrega entre suports fins el segon suport (B).

2 cas: S'aplica una càrrega de 98N a l'extrem de la biga, al voladís (P_1). En aquest cas només existeixen dos trams. El primer va des de la càrrega fins el primer suport (A), i el segon que va del suport (A) fins els suport (B).

3 cas: S'aplica una càrrega de 98N entre els dos recolzaments (P_2). Hi hauran tres tram: el primer anirà de l'extrem de la biga al primer suport (A), el segon va del primer suport (A) fins el punt d'aplicació de la càrrega i el tercer tram va del punt d'aplicació del la càrrega fins el segon suport (B).

La taula B.4 mostra els 3 casos de càrrega possibles en el muntatge 2:

	CAS 1	CAS 2	CAS 3
P_1 (N)	98	98	0
P_2 (N)	98	0	98

Taula B.4: Estat de càrregues possibles en el muntatge 2

En primer lloc s'han obtingut les reaccions en els recolzaments A i B fent un equilibri estàtic de l'estructura, és a dir, aplicant sumatori de forces verticals i sumatori de moments en el punt A.

$$\sum F_v = 0$$

$$P_1 + P_2 = R_A + R_B$$

$$R_A = 1,5P_1 + 0,5P_2$$

$$\sum M_A = 0$$

$$R_B = (P_2 - P_1)0,5$$

$$P_1 \cdot 0,3 - P_2 \cdot 0,3 + R_B \cdot 0,6 = 0$$

A continuació es mostra a la Taula B.5 les reaccions en els dos recolzaments segons l'estat de càrrega:

	CAS 1	CAS2	CAS 3
R_A (N)	196	147	49
R_B (N)	0	-49	49

Taula B.5: Reaccions segons l'estat de càrregues

En segon lloc es troben els moments flectors en funció de la distància (x) de la biga. La biga es divideix en 3 trams tal i com mostra la figura B.12.

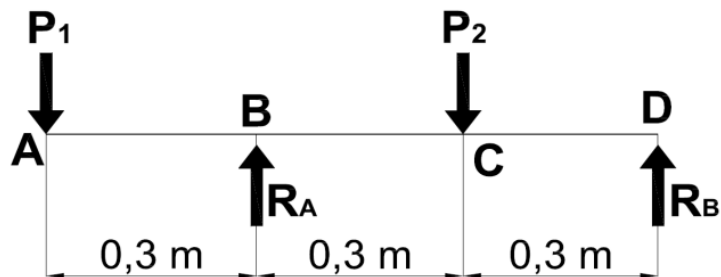
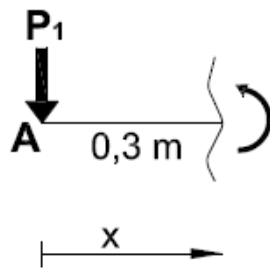


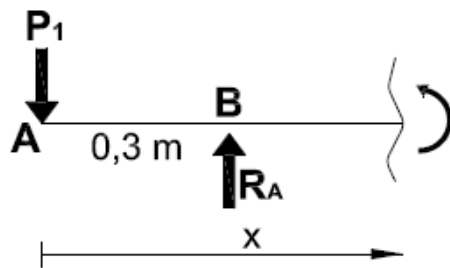
Figura B.12: Trams de la biga

Seguidament es fa l'anàlisi de l'evolució del moment flector:



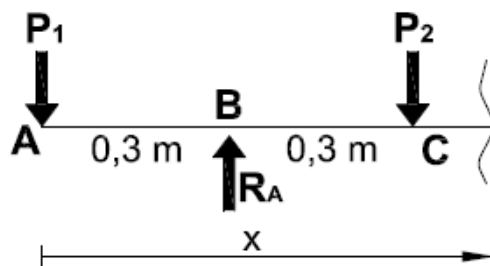
Tram AB $0 \leq x \leq 0,3$

$$M_{AB} = -P_1 \cdot x$$



Tram BC $0,3 \leq x \leq 0,6$

$$M_{BC} = -P_1 \cdot x + R_A(x-0,3)$$



Tram CD $0,6 \leq x \leq 0,9$

$$M_{CD} = -P_1 \cdot x + R_A(x-0,3) - P_2(x-0,6)$$

En tercer lloc s'integra les equacions del moment flector respecte x per als diferents trams per tal d'obtenir les equacions de l'elàstica.

Tram AB

$$\theta_{AB} = -\frac{P_1 x^2}{2} + C_1$$

$$\delta_{AB} = -\frac{P_1 x^3}{6} + C_1 \cdot x + C_2$$

Tram BC

$$\theta_{BC} = -\frac{P_1 \cdot x^2}{2} + \frac{R_A(x-0,3)^2}{2} + C_3$$

$$\delta_{BC} = -\frac{P_1 \cdot x^3}{6} + \frac{R_A(x-0,3)^3}{6} + C_3 \cdot x + C_4$$

Tram CD

$$\theta_{CD} = -\frac{P_1 \cdot x^2}{2} + \frac{R_A(x-0,3)^2}{2} - \frac{P_2(x-0,6)^2}{2} + C_5$$

$$\delta_{CD} = -\frac{P_1 \cdot x^3}{6} + \frac{R_A(x-0,3)^3}{6} - \frac{P_2(x-0,6)^3}{6} + C_5 \cdot x + C_6$$

En quart lloc es troben les constants d'integració (C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , C_5 i C_6) mitjançant les condicions de contorn conegudes

Condicions de Contorn

$$x = 0,3 \longrightarrow \downarrow_{AB} = 0, \downarrow_{BC} = 0, \Theta_{AB} = \Theta_{BC}$$

$$x = 0,6 \longrightarrow \downarrow_{AB} = \downarrow_{CD}, \Theta_{BC} = \Theta_{CD}$$

$$x = 0,9 \longrightarrow \downarrow_{CD} = 0$$

Les equacions de l'elàstica en funció de les càrregues i les reaccions per cada tram són:

Tram AB

$$\theta_{AB} = -\frac{P_1 \cdot x^2}{2} + (0,195P_1 + 7,5 \cdot 10^{-3} P_2 - 0,06R_A)$$

$$\delta_{AB} = -\frac{P_1 \cdot x^3}{6} + (0,195P_1 + 7,5 \cdot 10^{-3} P_2 - 0,06R_A) \cdot x + (-0,054P_1 - 2,25 \cdot 10^{-3} P_2 + 0,018R_A)$$

Tram BC

$$\theta_{BC} = -\frac{P_1 \cdot x^2}{2} + \frac{R_A(x-0,3)^2}{2} + (0,195P_1 + 7,5 \cdot 10^{-3} P_2 - 0,06R_A)$$

$$\delta_{BC} = -\frac{P_1 \cdot x^3}{6} + \frac{R_A(x-0,3)^3}{6} + (0,195P_1 + 7,5 \cdot 10^{-3} P_2 - 0,06R_A) \cdot x + (-0,054P_1 - 2,25 \cdot 10^{-3} P_2 + 0,018R_A)$$

Tram CD

$$\theta_{CD} = -\frac{P_1 \cdot x^2}{2} + \frac{R_A(x-0,3)^2}{2} - \frac{P_2(x-0,6)^2}{2} + (0,195P_1 + 7,5 \cdot 10^{-3} P_2 - 0,06R_A)$$

$$\delta_{CD} = -\frac{P_1 \cdot x^3}{6} + \frac{R_A(x-0,3)^3}{6} - \frac{P_2(x-0,6)^3}{6} + (0,195P_1 + 7,5 \cdot 10^{-3} P_2 - 0,06R_A) \cdot x + (-0,054P_1 - 2,25 \cdot 10^{-3} P_2 + 0,018R_A)$$

.

Per obtenir les equacions de l'angle girat i l'elàstica de la biga amb voladís, es substitueixen els valors de les forces P_1 i P_2 i de les reaccions R_A i R_B a les diferents equacions. Els valors de les variables es troben a les taules B.4 i B.6.

Seguidament la taula B.6 mostra les equacions de l'elàstica per cada tram segons l'estat de càrrega a la qual està sotmesa la biga.

CAS	FUNCIÓ	TRAM AB	TRAM BC	TRAM CD
1	θ	$-\frac{98 \cdot x^2}{2} + 8,085$	$-\frac{98 \cdot x^2}{2} + \frac{196(x-0,3)^2}{2} + 8,085$	$-\frac{98 \cdot x^2}{2} + \frac{196(x-0,3)^2}{2} - \frac{98(x-0,6)^2}{2} + 8,085$
	δ	$-\frac{98 \cdot x^3}{6} + 8,085 \cdot x - 1,984$	$-\frac{98 \cdot x^3}{6} + \frac{196(x-0,3)^3}{6} + 8,085 \cdot x - 1,984$	$-\frac{98 \cdot x^3}{6} + \frac{196(x-0,3)^3}{6} - \frac{98(x-0,6)^3}{6} + 8,085 \cdot x - 1,984$
2	θ	$-\frac{98 \cdot x^2}{2} + 10,29$	$-\frac{98 \cdot x^2}{2} + \frac{147(x-0,3)^2}{2} + 10,29$	$-\frac{98 \cdot x^2}{2} + \frac{147(x-0,3)^2}{2} + 10,29$
	δ	$-\frac{98 \cdot x^3}{6} + 10,29 \cdot x - 2,646$	$-\frac{98 \cdot x^3}{6} + \frac{147(x-0,3)^3}{6} + 10,29 \cdot x - 2,646$	$-\frac{98 \cdot x^3}{6} + \frac{147(x-0,3)^3}{6} - 2,646$
3	θ	$-2,205$	$\frac{49(x-0,3)^2}{2} - 2,205$	$\frac{49(x-0,3)^2}{2} - \frac{98(x-0,6)^2}{2} - 2,205$
	δ	$-2,205x - 0,661$	$\frac{49(x-0,3)^3}{6} - 2,205 \cdot x - 0,661$	$\frac{49(x-0,3)^3}{6} - \frac{98(x-0,6)^3}{6} - 2,205 \cdot x + 0,661$

Taula B.6: Angle girat i Elàstica per trams en els 3 casos possibles

Finalment es vol conèixer l'altura d'una biga d'acer de 50 mm d'amplada i 900 mm de longitud, i es vol que produeixi en qualsevol dels 3 casos: una deformació angular de 1 grau (0,0147Rad) a les articulacions A i B i una fletxa de mínima de 1mm a l'extrem del voladís.

Es substitueixen els valors de les equacions i es deixen en funció de la inèrcia i el mòdul de Young. Se sap que la proveta és d'acer amb un mòdul de Young de $2,1 \cdot 10^5$ MPa. Així només cal aïllar el valor de l'altura a l'equació de l'inèrcia en un perfil rectangular ($I_y = (bh^3)/12$).

Com a exemple, tot seguit s'analitza l'altura necessària de la biga en el punt del voladís, per al cas 1, per tal de complir l'especificació d'obtenir com a mínim un mil·límetre de fletxa al voladís.

S'igualava la fletxa del Tram AB a 1 mm respectant les demés unitats i es deixa en funció de l'inèrcia.

$$\delta_{AB} = \frac{-1,984 \cdot Nm^3}{-EI \cdot Nmm^2} = 1$$

S'obté:

$$I = \frac{1,984 \cdot 10^9}{2,1 \cdot 10^5} = 9447,62 mm^4$$

S'igualava l'equació anterior a l'inèrcia en un perfil rectangular i s'aïlla l'altura.

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} = 9447,62 mm^4$$

Finalment l'altura per tal de que es produeixi una fletxa de 1mm a voladís de la biga, sotmès a l'estat de càrregues del cas hipotètic 1 és de:

$$h = 131,3 mm$$

La taula B.7 mostra les altures que ha de formar la biga per cada cas perquè es compleixin les especificacions esmentades.

CAS	<u>Voladís</u> (mm)	<u>Articulació A</u> (mm)	<u>Articulació B</u> (mm)
1	13,13	6,22	13,14
2	14,57	9,36	5,52
3	9,10	5,25	5,25

Taula B.7: Altura necessària per complir les especificacions en cada tram

Observant la taula B.7 s'arriba a la conclusió que una altura de 10 mm per la biga de la proveta serà suficient per atendre a les deformacions desitjades al projecte.

Si es coneix l'altura de la biga (10mm) no cal fer l'últim pas. Només cal substituir els valors a les equacions de l'elàstica. Els valors de la fletxa al voladís i de l'angle a les articulacions per als tres casos possibles de càrrega es poden veure a l'anàlisi teòric del Muntatge 2. (Veure Memòria apartat: 3.2.3: Anàlisi teòric)

ANNEX C. GUIONS DE PRÀCTIQUES

A partir dels càlculs realitzats en el projecte s'elabora dos guions de pràctiques per l'alumnat i professorat docent.

El guió de la pràctica 1 referent a *Deformacions longitudinals en bigues sotmeses a compressió i tracció simple* utilitza el Muntatge 1 com a experiment per assolir els coneixements de: comprovació de la llei de Hooke, equilibri estàtic, bolcament, càlcul d'allargaments longitudinals i principi de superposició.

El guió de la pràctica 2 referent a *Equacions de l'elàstica d'una biga biarticulada amb voladís* utilitza el Muntatge 2 com experiment per assolir els coneixements de: teoremes de Morh, equacions de l'angle girat, elàstica i condicions de contorn i continuïtat.

C.1 Pràctica 1: de Deformacions longitudinals en bigues sotmeses a compressió i tracció simple

OBJECTIUS	
1	Aplicar el concepte d'equilibri estàtic en diagrama de cos lliure.
2	Càlcul d'allargaments longitudinals.
3	Mesura de deformacions unitàries a partir de galgues exten.
4	Comprovació de la llei de Hooke.

1. Introducció a la deformació lineal.

1.1 Tensions i deformacions en comportament lineal i elàstic.

En una barra prismàtica on hi actuen dos forces d'igual direcció i sentit contrari envers al cos, exerceixen una compressió i per tant redueix la llargada d'aquesta. En cas contrari la força es produeix un allargament positiu a la barra, és el cas de tracció (veure figura 1.1).

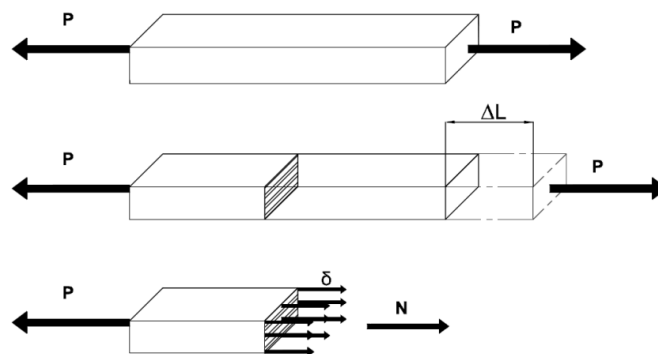


Figura 1.1: Tracció en un biga.

Si s'analitza una secció suficientment allunyada del punt d'aplicació de la càrrega la distribució de tensions és normal i uniforme per tota la secció de la biga i és calcula mitjançant l'Equació 1. On N és l'esforç normal a la secció i A l'àrea de la secció transversal, en el cas de compressió es considera la tensió negativa per efectes pràctics a l'hora de calcular l'allargament.

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (\text{Eq.1})$$

En un material homogeni l'allargament axial es reparteix uniformement en tota la proveta. Es defineix com a deformació unitària (o per unitat de longitud) la relació entre la variació de longitud i la longitud inicial, veure Equació 2.

$$\varepsilon = \frac{\Delta_L}{L} \quad (\text{Eq.2})$$

Si el comportament del material és lineal i elàstic es pot caracteritzar el mòdul de Young o mòdul d'elasticitat longitudinal (E) mitjançant un assaig universal de tracció. Quan hi ha una relació de proporcionalitat entre tensions i les deformacions, es considera que el material és lineal i elàstic o que treballa en règim lineal i la relació entre les tensions (σ) i les deformacions (ε) es pot expressar mitjançant l'equació 3.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (\text{Eq.3})$$

On E és el mòdul de Young o mòdul d'elasticitat del material.

Substituint els valors de les equacions (1) i (2) a l'equació 3 es pot deixar l'allargament de la barra en funció de la càrrega aplicada, veure equació 4.

$$\Delta_L = \frac{N \cdot L}{E \cdot A} \quad (\text{Eq.4})$$

On:

N: esforç normal de la proveta (N)

L: Longitud de la proveta (mm)

A: Area de la proveta (mm²)

E: Mòdul elàstic (MPa)

2. Principi de superposició

El principi de superposició aplicat a un sistema de forces anuncia que “l'efecte produït per un sistema de forces actuant conjuntament és igual a la suma dels efectes produïts per cada força actuant de forma aïllada”. La seva aplicació és vàlida sempre que es compleixi comportament lineal i elàstic del material, i linealitat en la resposta de l'element sol·licitat.

Per tant si ens trobem en un cas amb més d'una càrrega axial, més d'un material o més d'una secció de material (veure Figura 1.2) podem expressar la deformació total de la barra com:

$$\Delta_L = \sum \Delta_L = \sum \frac{P_i \cdot L_i}{E_i \cdot A_i} \quad (\text{Eq.5})$$

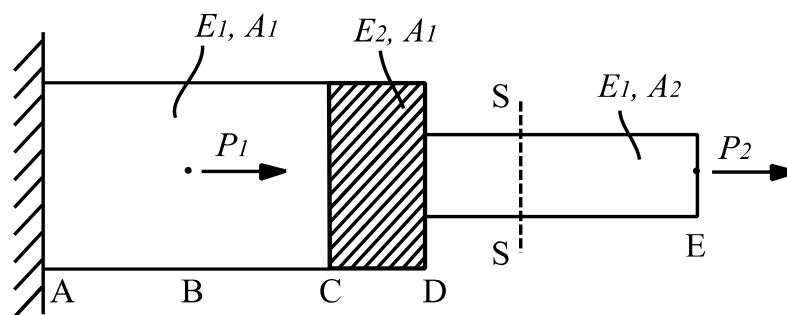


Figura 1.2: Exemple d'una barra a tracció amb més d'una càrrega, material i secció.

3. Anàlisi de la bolcada

Per tal d'estudiar el bolcament es parteix d'un cos o una estructura estàtica, és a dir, el cos es manté en estat d'equilibri, això implica que el sumatori de moments produïts per forces o moments externs a de ser igual al sumatori de moments produïts per el propi pes de l'estructura.

A la figura 1.3a) es disposa d'una estructura en estat d'equilibri que reposa sobre els recolzaments 1 i 2, aplicat el pes en el centre de gravetat es poden conèixer les reaccions en els dos suports aplicant sumatori de moments en un dels suports, en aquest cas s'aplica sumatori de moments respecte R_1 i es deixa l'equació en funció de R_2 . (Veure Eq.6)

$$R_2 = \frac{P \cdot L_1}{L_1 + L_2} \quad (\text{Eq.6})$$

A la figura 1.3b) s'aplica una força a una distància x del centre gravetat, fent el sumatori de forces i moments es podrà calcular novament el valor de les reaccions R_1 i R_2 . Aquest cop la Reacció en R_2 valdrà:

$$R_2 = \frac{P \cdot L_1 - F \cdot (x - L_1)}{L_1 + L_2} \quad (\text{Eq.7})$$

Si es desitja conèixer a partir de quina distància bolcarà l'estructura es deixa l'equació en funció de x . Si s'augmenta la distància l'estructura suportada per R_1 i R_2 perdrà la condició d'equilibri i R_2 perdrà contacte amb el terra, $R_2 = 0$.

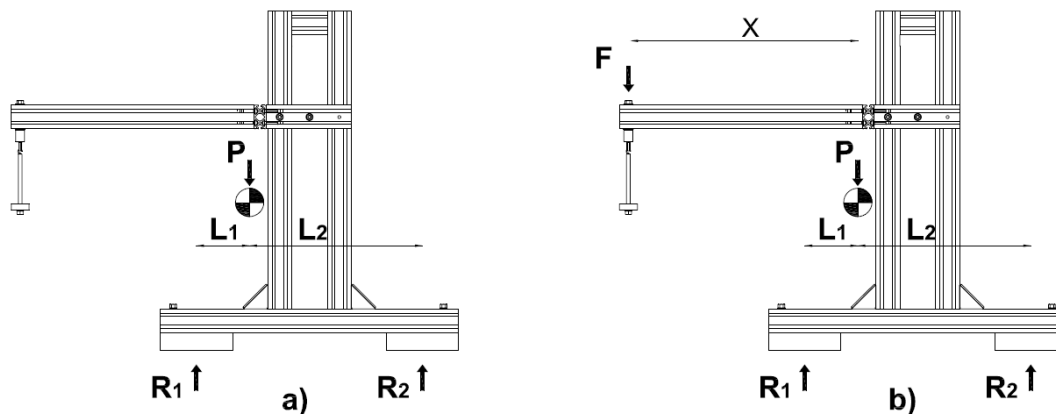


Figura 1.3: Exemple d'anàlisi de la bolcada d'una estructura sotmesa a càrregues verticals.

4. Treball al laboratori

En la figura 1.4 es pot apreciar l'equipament que s'utilitzaria en un cas pràctic. A nivell descriptiu, la màquina bàsicament consta d'una bancada, on es fixa la barra d'assaig i dos elements de palanca, que permeten sol·licitar la barra sota condicions diverses en funció de la posició dels passadors (per cada braç de càrrega un passador permet traccionar la barra d'assaig i l'altre comprimir-la).

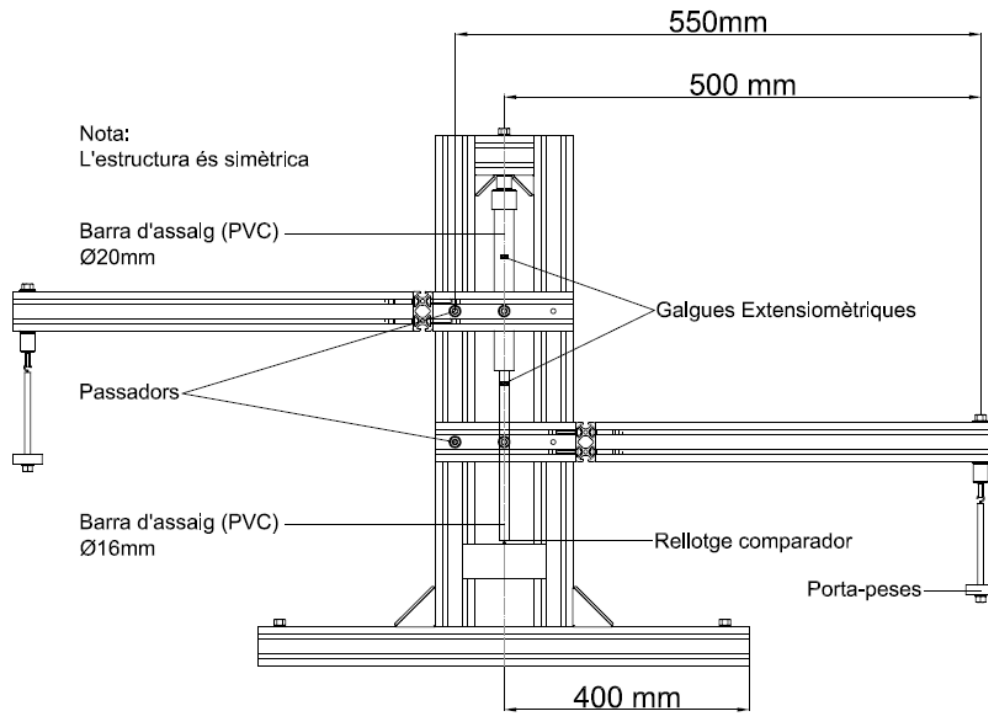


Figura 1.4: Esquema de la pràctica

Per mesurar deformacions, s'utilitzen els següents aparells:

- Transductor de força: una cèl·lula de càrrega que permet la mesura de la reacció vertical de les forces.
- Rellotge comparador: situat a la part inferior permet la mesura dels allargaments totals.

Partint d'aquest muntatge es realitzaran els passos següents:

Calcular el pes màxim que es pot aplicar al braç superior sense provocar la pèrdua d'equilibri estàtic (bolcada).

Aplicant totes les hipòtesis de càrrega possibles, calcular el desplaçament a la zona on hi ha el rellotge comparador.

El mòdul de la barra d'assaig és de $E = 2100 \text{ MPa}$.

Muntatge experimental:

Per realitzar el muntatge de l'estructura es seguiran els següents passos:

Pas 1: Situar el muntatge experimental sobre la bancada.

Pas 2: Afegir el porta-peses i pre-tensar l'estructura amb 2 Kg a cada braç de palanca.

Pas 3: Connectar i tarar els aparells de mesura i rellotge comparador.

Un cop realitzat els 3 passos es pot donar inici a la practica.

2.1 Realització de la pràctica.

Els passos que s'han de seguir per realitzar la pràctica s'indiquen a continuació:

2.1.1 Anàlisi de la bolcada de l'estructura

Calcular el pes i la posició del centre de gravetat de la màquina a partir dels valors de les reaccions verticals obtinguts de l'assaig experimental, col·locar la base amb els dos transductors de força.

Valor de les reaccions (Cc.1 i Cc.2) segons l'estat de càrrega			
Braç de palanca superior	Braç de palanca inferior	Cèl·lula de càrrega 1 (Cc.1)	Cèl·lula de càrrega 2 (Cc.2)
5	5	10,03	8,93
0	5	-2,21	12,11
5	0	13,11	-1,97

Taula 1.1: Valors de les reaccions de la bancada amb el terra

A partir de les dades del pas anterior calcular el pes màxim que es pot aplicar al braç superior de la bancada sense provocar la pèrdua d'equilibri estàtic de l'estructura.

2.1.2 Anàlisi de tensions

Determinar la direcció de l'acció de les carregues aplicades als braços de palanca si: en els dos braços de palanca hi tenim passadors al mig i a la dreta o al mig i a l'esquerra. També analitzar amb un braç de cada.

Dibuixar el diagrama de cos lliure dels braços de palanca inferior i superior. I determinar la força que apliquen sobre la barra d'assaig.

2.1.3 Anàlisi de la barra d'assaig.

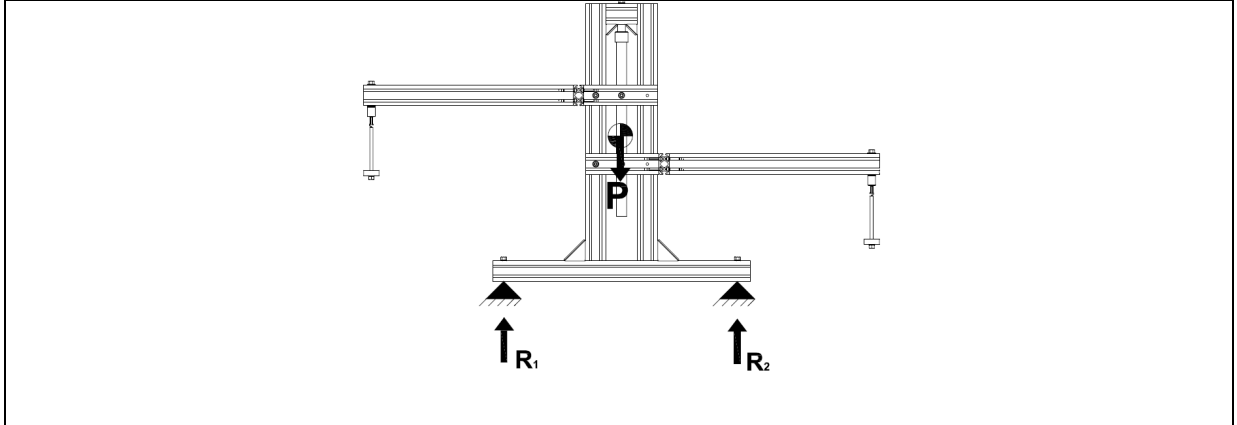
A partir de les hipòtesis de càrrega de la taula 2 calcular els valors de l'allargament de la proveta al punt de mesura de la barra d'assaig (punt de contacte amb el rellotge comparador) i comparar els seus valors amb els experimentals. Comprovar l'aplicació del principi de superposició. Calcular els allargaments produïts per les 3 hipòtesis tan per tracció com per compressió.

Hipòtesi	P braç de palanca superior	P braç de palanca inferior
1	5 Kg	5 Kg
2	0 Kg	5 Kg
3	5 Kg	0 Kg

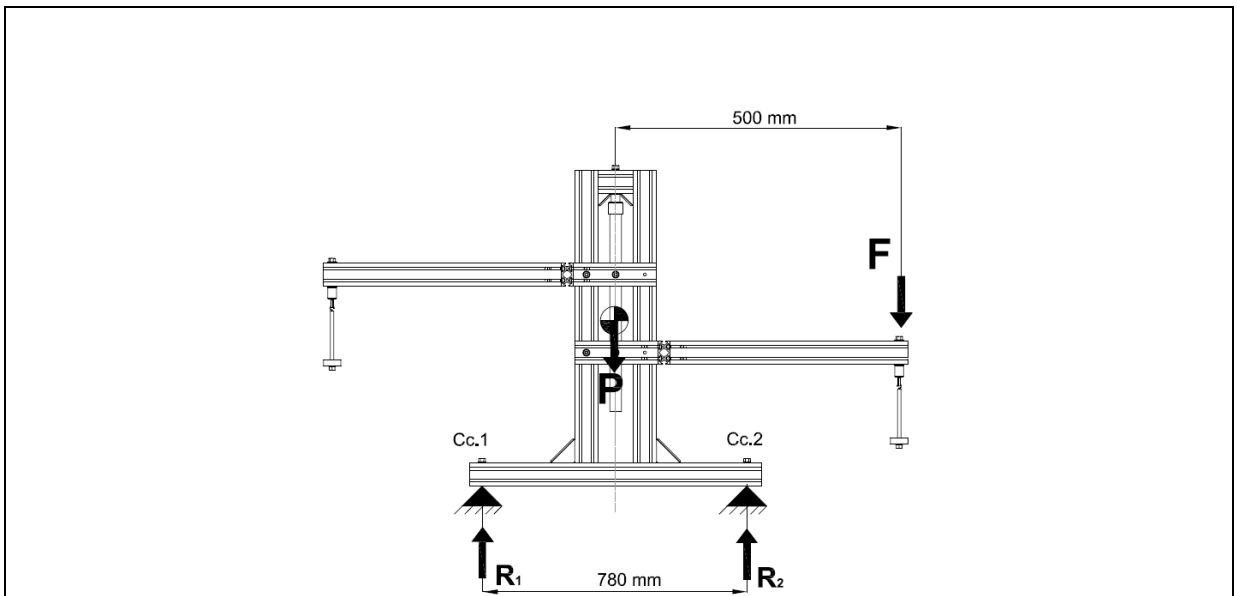
Taula 1.2: Hipòtesis de càrrega al braç de palanca

3. Informe a presentar

Croquis de la bancada, determinació de la posició del centre de gravetat aproximat.



Anàlisi de la bolcada. Determinació de la càrrega màxima al braç inferior per tal de que no bolqui l'estructura



Per tal de que no bolqui l'estructura, s'ha de complir: $\sum M_0 = 0$. Quan comenci a bolcar la reacció R_1 valdrà 0.

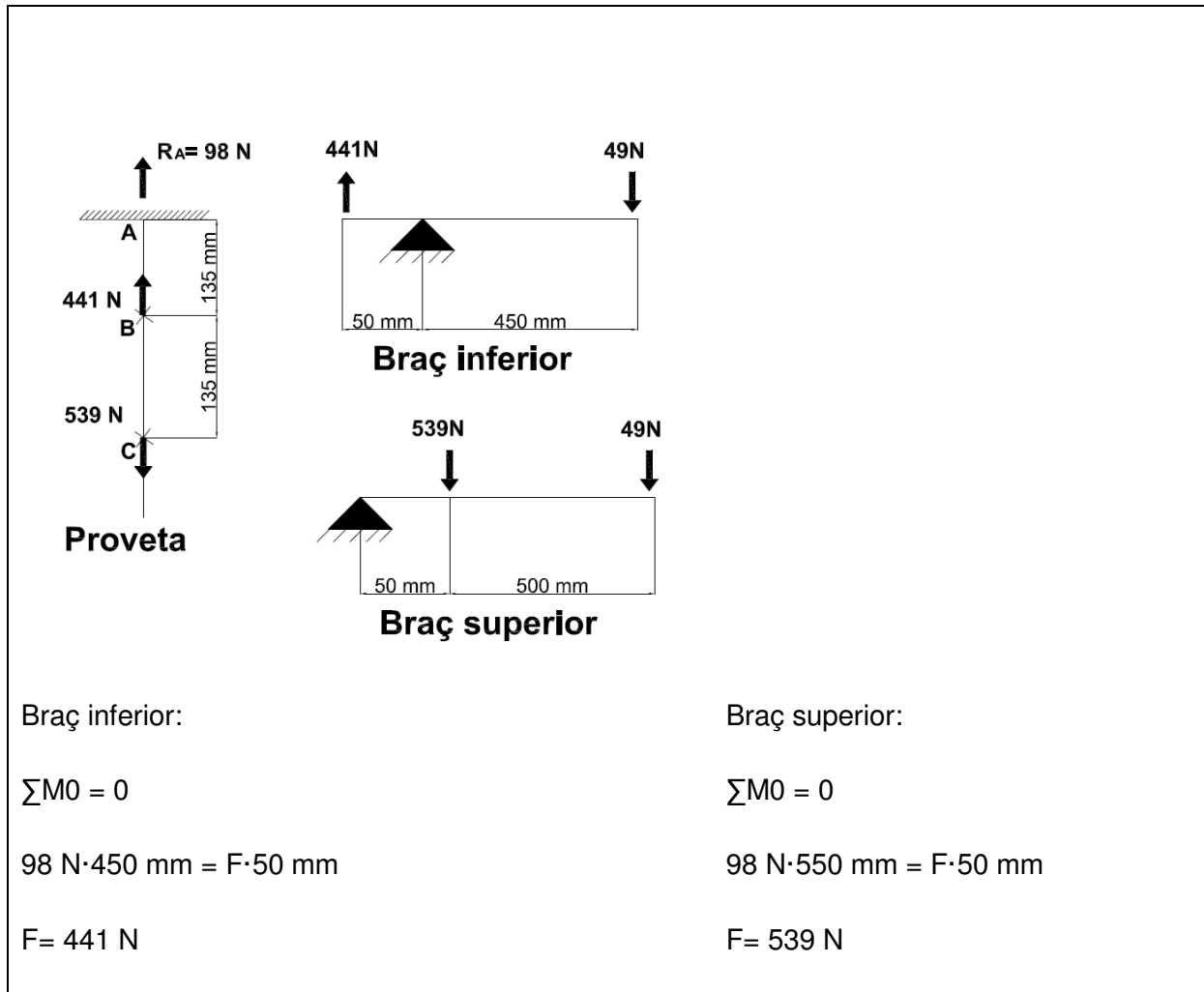
Es troba el valor de R_1

$$\sum M_2 = 0$$

$$R_1 = -0,36 \cdot F + 4,75$$

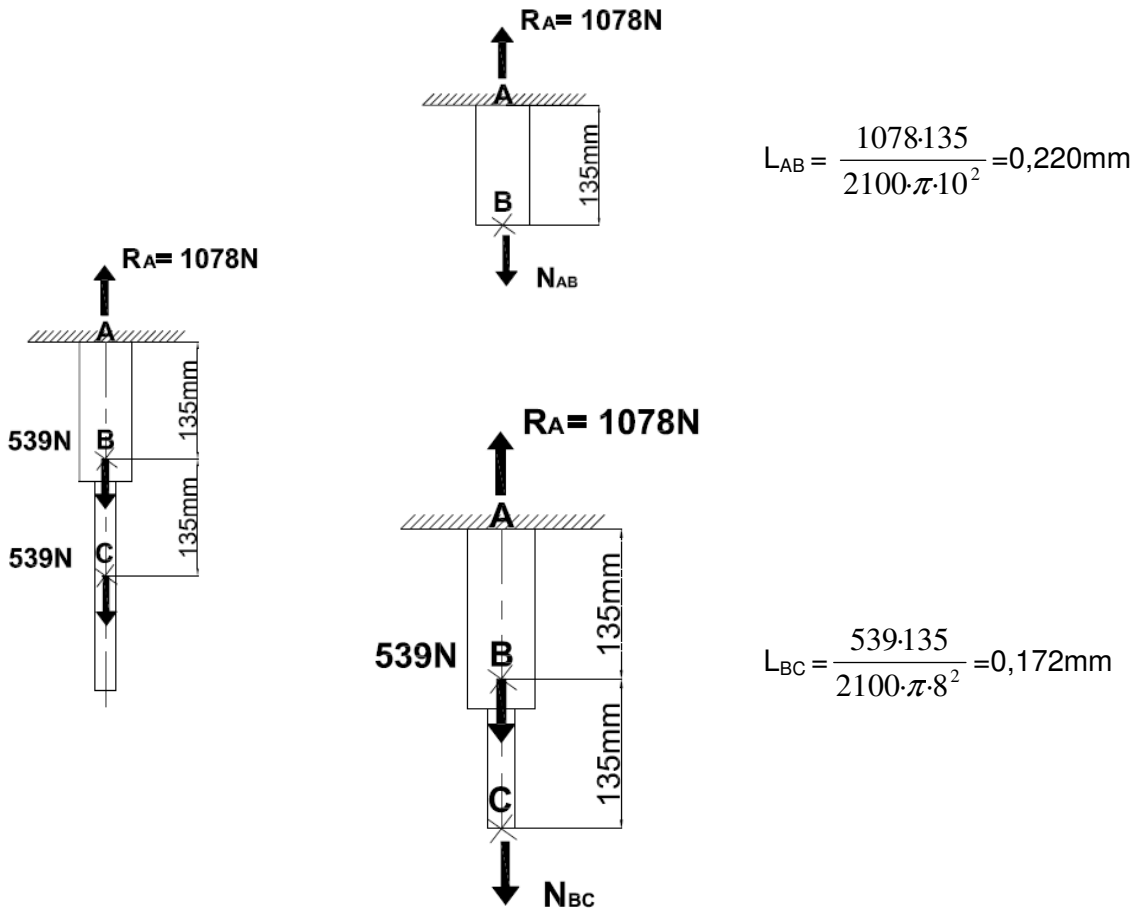
Si $R_1=0$, càrrega màxima per tal de que no bolqui: $F=13,20$ Kg.

Diagrames de cos lliure: braços de palanca inferior i superior i barra d'assaig. Càlcul dels valors teòrics de tensió a la proveta amb el braç inferior a tracció i el superior a compressió.



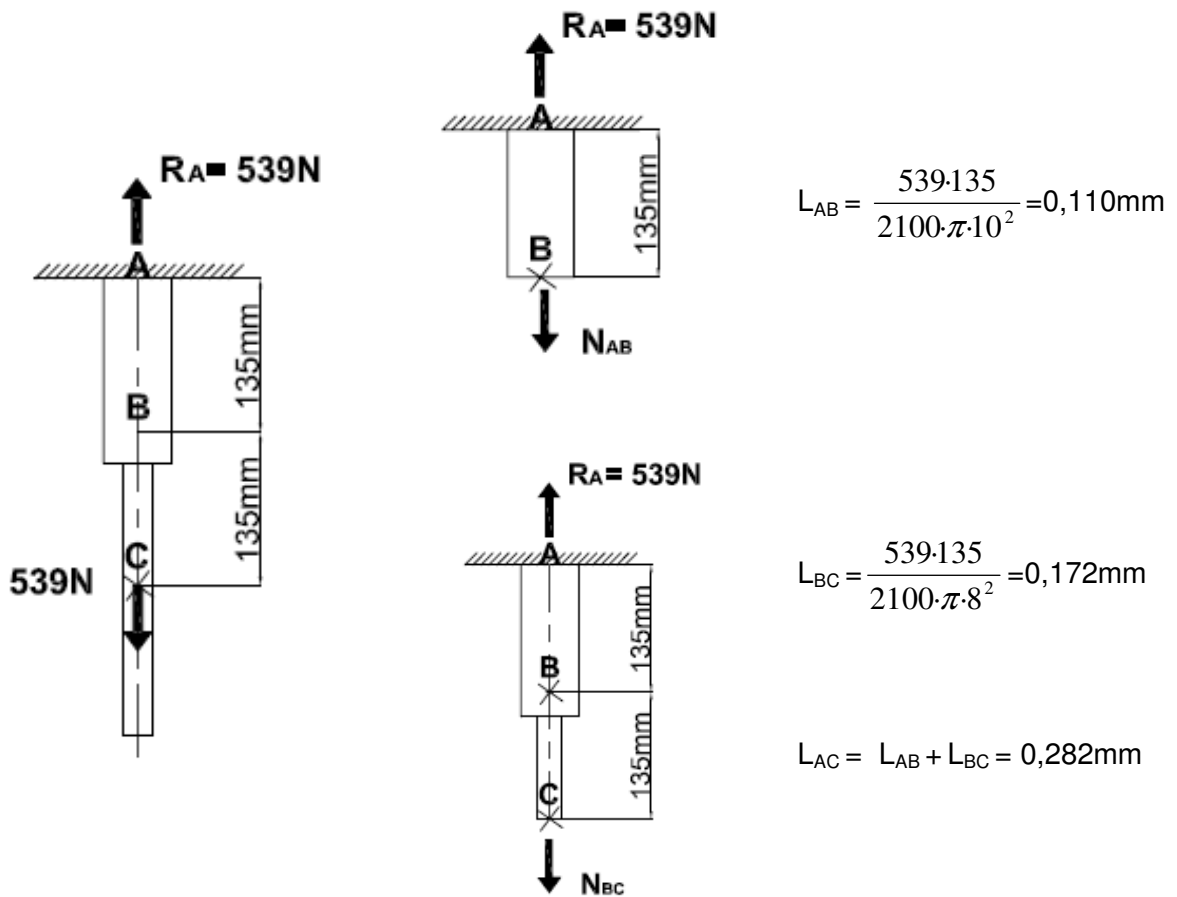
Calcular els valors dels allargaments produïts a la proveta per les càrregues a tracció en els estats de càrrega de la Taula 1.2. Comprovar el Principi de Superposició.

Hipòtesi 1

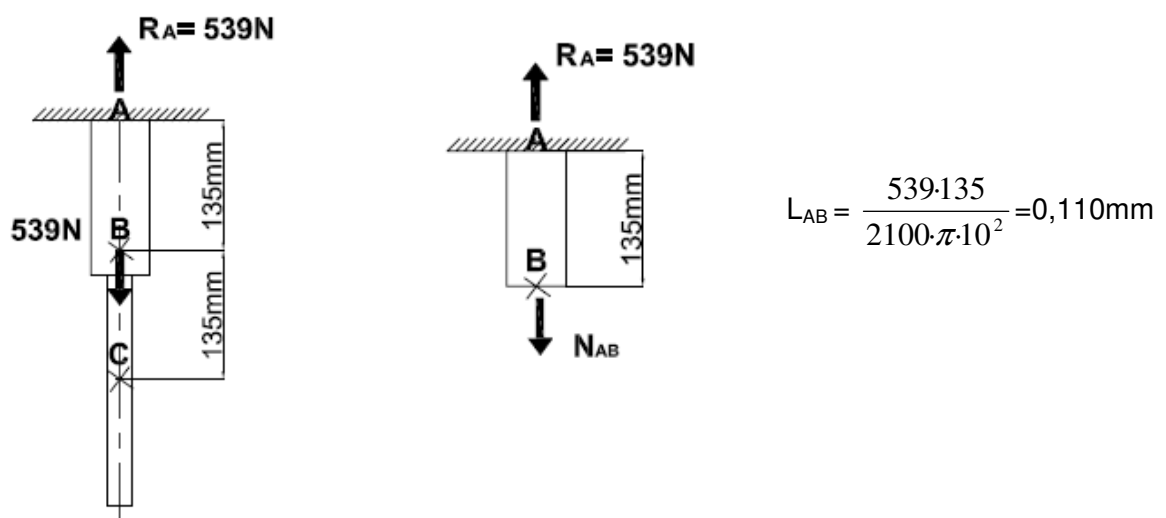


$$L_{AC} = L_{AB} + L_{BC} = 0,392\text{ mm}$$

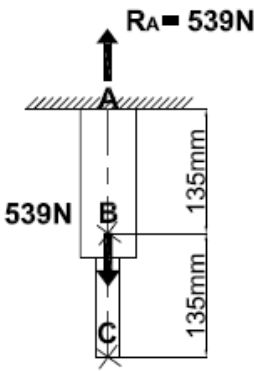
Hipòtesi 2



Hipòtesi 3



$L_{AC} = L_{AB} + L_{BC} = 0,110\text{mm}$



$L_{BC} = 0$

Principi de Superposició:

Hipòtesis 1 = Hipòtesis 2 + Hipòtesis 3 $0,392 = 0,282 + 0,110$ (és correcte)

Omplir la següent taula:

ALLARGAMENT DE LA PROVETA SEGONS L'ESTAT DE TENSIONS					
Estat de tensió	Braç Superior (Kg)	Braç Inferior (Kg)	Allargament Total Teòric (mm)	Allargament Total Experimental (mm)	Error Relatiu (%)
Compressió	5	5	-0,321	-0,32	0,31
	0	5	-0,141	-0,19	25,78
	5	0	-0,180	-0,14	28,57
Tracció	5	5	0,392	0,39	0,51
	0	5	0,282	0,25	12,8
	5	0	0,110	0,10	10

C.2 Pràctica 2: Equacions de l'elàstica d'una biga biarticulada i amb voladís

OBJECTIUS	
1	Assolir el concepte d'angle girat i elàstica d'una biga.
2	Càlcul teòric dels conceptes anteriors.
3	Diferenciar el concepte de condició de contorn del concepte de condició de continuïtat.

1. Introducció: Concepte d'elàstica o deformada

En aquesta pràctica s'estudiarà la determinació de la deformada d'una biga produïda pel moment flector, sense tenir en compte les ocasionades per l'esforç tallant, que en la majoria dels casos es poden considerar menyspreables en front de les primeres.

La deformada o elàstica d'una biga és la forma que adopta el seu eix longitudinal un cop carregada.

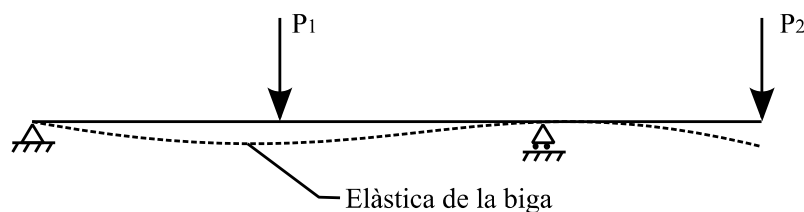


Figura 2.1: Elàstica d'una biga en voladís sotmesa a càrregues que produeixen flexió

2. Equació diferencial de l'elàstica

$$E \cdot I \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = -M \quad (\text{Eq.1})$$

On E és el mòdul de Young, I la inèrcia de la secció, $y=f(x)$ l'equació de l'elàstica de la biga i M l'equació del moment flector en funció de la seva longitud (x), $M=f(x)$.

Integrant dues vegades l'equació 1 s'obté l'equació de l'elàstica de la biga:

$$y = f(x) = -\frac{1}{EI} \iint M(x) dx \quad (\text{Eq.2})$$

Com que la funció $M(x)$ varia segons el tram de la biga que s'estudii, també ho farà l'equació diferencial de l'elàstica. Així doncs per tal de representar l'elàstica d'una biga, s'haurà de fer per trams, al igual que es fa la representació del diagrama de moments flectors d'una biga.

3. Mètode de l'àrea del diagrama de moments:

Un altre mètode per determinar la deformació o l'angle girat en un punt qualsevol de l'element es mitjançant els teoremes de Mohr. Aquests teoremes s'obtenen a partir de l'equació diferencial de l'elàstica i són expressions simples que permeten donar un resultat numèric de l'angle girat o de la fletxa en un punt concret de l'element.

3.1 Primer teorema de Mohr

El primer teorema de Mohr serveix per calcular l'angle que formen entre si dues tangents a l'elàstica.

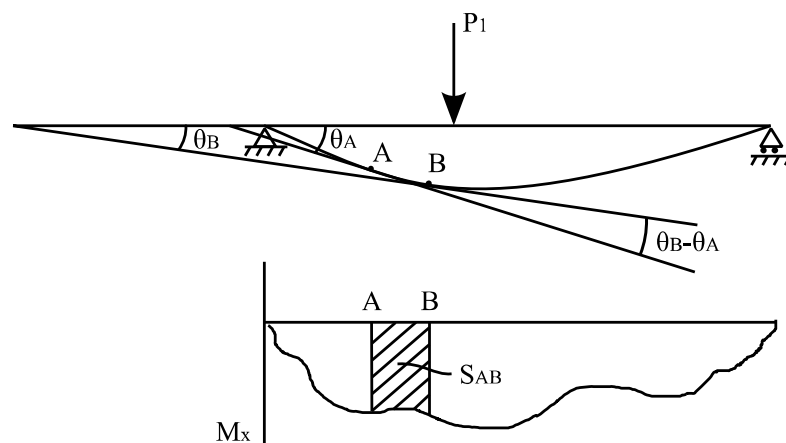


Figura 2.2: Primer teorema de Mohr

L'angle que formen entre sí dues tangents a dos punts de l'elàstica és igual al quocient entre l'àrea del diagrama de moments flectors compresa entre els dos punts i el producte EI (Eq.3). Al aplicar aquest teorema cal tenir en compte que el signe del moment flector influeix en l'àrea del diagrama de moments flectors.

$$\theta_B - \theta_A = -\frac{1}{EI} \int_A^B M \cdot dx = -\frac{S_{AB}}{E \cdot I} \quad (\text{Eq.3})$$

Essent S_{AB} l'àrea del diagrama de moments flectors compresa entre els punts A i B.

En bigues encastades com la de la Figura 2.3 la tangent a l'elàstica a l'encastament coincideix amb la directriu inicial de la biga, és a dir que l'angle girat en la secció de l'encastament és nul ($\theta_A = 0$) i per tant ($\theta_B - \theta_A = \theta_B$).

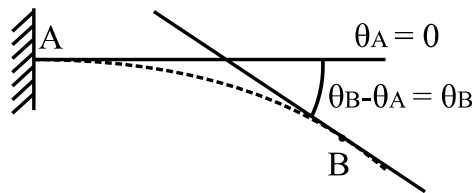


Figura 2.3: Primer teorema de Mohr en una biga encastada

3.2. Segon teorema de Mohr

El segon teorema de Mohr ens permet calcular la distància entre la tangent a un punt de l'elàstica i un altre punt d'aquesta elàstica (Δ_{AB}).

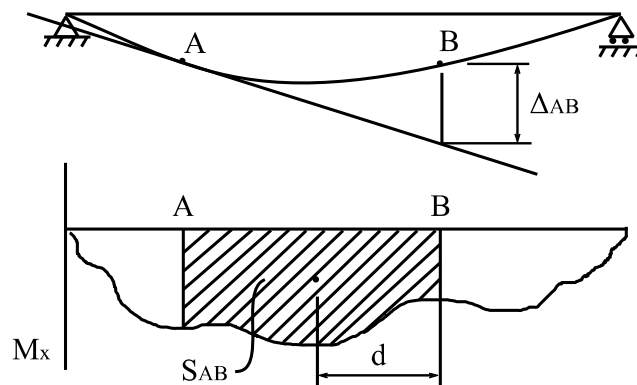


Figura 2.4: Segon teorema de Mohr

$$\Delta_{AB} = -\frac{S_{AB} \cdot d}{E \cdot I} \quad (\text{Eq.4})$$

Essent S_{AB} l'àrea del diagrama de moments flectors entre els punts A i B i d la distància entre el centre de gravetat de l'àrea S_{AB} i el punt B.

De forma anàloga al que passa amb el primer teorema de Mohr, en bigues encastades com que l'angle a l'encastament és nul el valor de Δ_{AB} coincideix amb el valor de la fletxa al punt B.

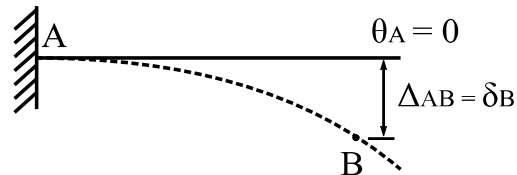


Figura 2.5: Aplicació del segon teorema de Mohr en una biga encastada en voladís

3.3. Biga conjugada

La biga conjugada és defineix com una biga fictícia carregada amb el diagrama de moments (amb el seu signe) de la biga real. En la Figura 2.6 s'indica el procediment que s'ha de seguir per construir la biga conjugada.

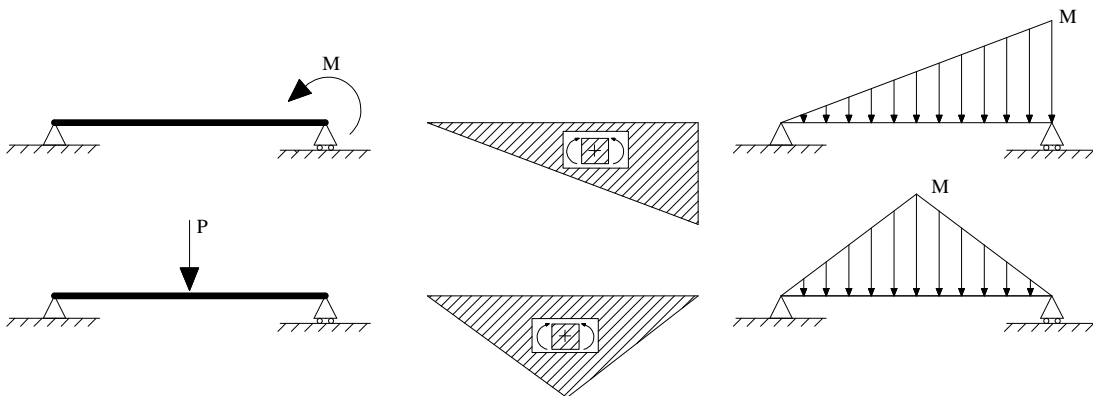


Figura 2.6: Procediment per construir la biga conjugada

Es parteix d'un esquema on es representa la longitud de la biga, les càrregues aplicades i els tipus de recolzaments. En segon lloc, es determina el diagrama de moments flectors i,

finalment, es defineix una biga fictícia amb una càrrega igual al diagrama de moments flectors.

Aquest mètode s'aplica única i exclusivament a bigues isostàtiques d'un sol tram del tipus recolzament fix - recolzament mòbil (com les de la Figura 2.6), i en cap cas es pot aplicar a bigues en voladís com les de la Figura 2.5.

3.4 Tercer teorema de Mohr

El tercer teorema de Mohr, també anomenat primer teorema de la biga conjugada, permet calcular l'angle que forma la tangent a l'elàstica en un punt amb l'eix longitudinal de la biga abans de deformar-se (angle girat per la secció). (veure Eq.5)

Per aplicar aquest teorema, primerament, cal construir la biga conjugada de la biga real i, seguidament, calcular l'esforç de tallant a la secció que ens interessa a la biga conjugada.

$$\theta_A = \frac{[V_A]}{EI} \quad (\text{Eq.5})$$

On θ_A és l'angle girat per la secció A (amb el seu signe corresponent) i $[V_A]$ és el valor de l'esforç tallant a la secció A de la biga conjugada (amb el seu signe corresponent).

3.5 Quart teorema de Mohr

El quart teorema de Mohr, també anomenat segon teorema de la biga conjugada, permet calcular la fletxa en un punt qualsevol de la biga. (Eq.6)

Per aplicar aquest teorema, primerament, cal construir la biga conjugada de la biga real i, seguidament, calcular el moment flector a la secció que ens interessa a la biga conjugada.

$$\delta_A = \frac{[M_A]}{EI} \quad (\text{Eq.6})$$

On δ_A és la fletxa a la secció A (amb el seu signe corresponent) i $[M_A]$ és el valor del moment flector a la secció A de la biga conjugada (amb el seu signe corresponent).

L'aplicació d'aquest mètode coincideix amb l'aplicació del tercer teorema de Mohr, només és per bigues d'un sol tram del tipus recolzament fix – recolzament mòbil i cal ser coherent amb les unitats.

3.6 Principi de superposició

El principi de superposició diu que l'efecte produït per un sistema de forces actuant conjuntament és igual a la suma dels efectes produïts per cada força actuant de forma aïllada.

Aquest principi de superposició es pot aplicar en el càlcul d'angles girats i de deformacions en bigues perquè hi ha una relació lineal entre el moment flector i la deformada. Per exemple, per calcular la fletxa d'una biga biarticulada amb voladís en un extrem es pot descompondre la biga en sistemes equivalents, tal i com es representa a la Figura 2.7.

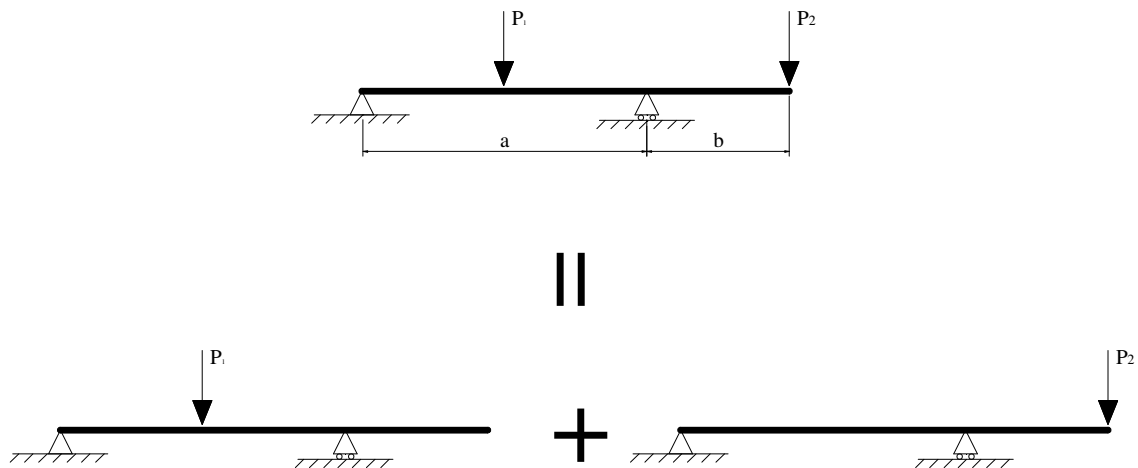


Figura 2.7: Principi de superposició

3.7 Anàlisi d'una biga en voladís mitjançant els teoremes de Mohr

Suposem que volem determinar l'angle girat o la fletxa en un punt qualsevol de la biga birrecolzada amb voladís.



Figura 2.8: Biga birrecolzada amb voladís.

Per analitzar el tram de biga AC podem passar la càrrega del voladís al punt C tal i com es mostra a la figura 2.9.

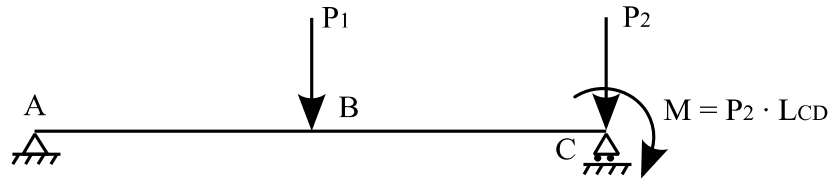


Figura 2.9: Anàlisi del tram AC

Es poden descomposar les càrregues aplicades a la biga mitjançant el principi de superposició.

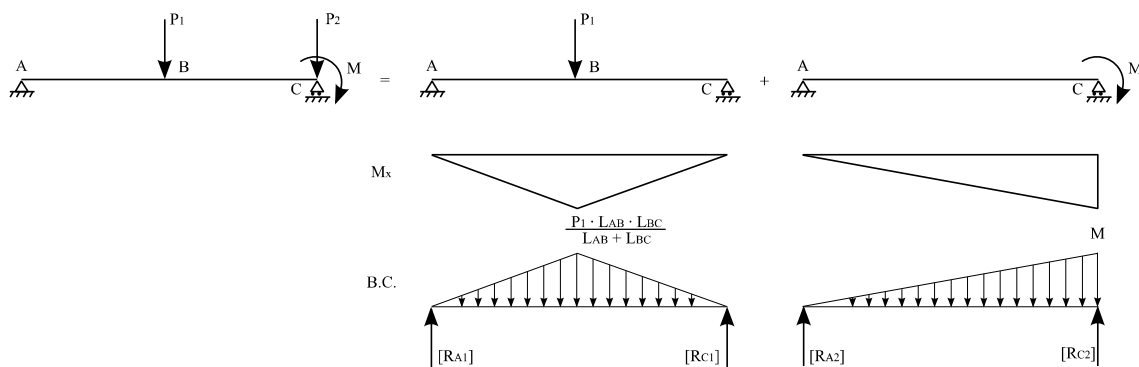


Figura 2.10: Anàlisi del tram AC, aplicació del principi de superposició

La càrrega P_2 no té cap efecte sobre l'angle girat i per tant no s'inclou en la descomposició. En la figura 10 també s'observa com s'ha trobat el diagrama de moments i la biga conjugada.

L'angle girat als punts A i B es trobarà a partir dels tallants de la biga conjugada (Eq.7 i 8):

$$\theta_A = \frac{[V_A]}{EI} = \frac{[R_{A1}] + [R_{A2}]}{EI} \quad (\text{Eq.7})$$

$$\theta_B = \frac{[V_B]}{EI} = \frac{-[R_{B1}] - [R_{B2}]}{EI} \quad (\text{Eq.8})$$

La fletxa en qualsevol punt (E) es trobarà tallant les bigues conjugades a partir de $[M_E]$:

$$\delta_E = \frac{[M_E]}{EI} = \frac{[M_{E1}] + [M_{E2}]}{EI} \quad (\text{Eq.9})$$

Per analitzar el tram CD hem de considerar-lo com una biga en voladís encastada en el punt C en la qual hi ha un gir inicial θ_C .

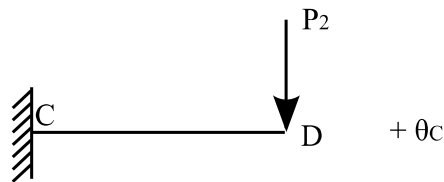


Figura 2.11: Anàlisi del tram CD

Per tant, la fletxa a l'extrem del voladís serà igual a la fletxa produïda per la càrrega P₂ més la fletxa deguda a la inclinació inicial de la biga en voladís ($\theta_C \cdot L_{CD}$). Veure Eq.10.

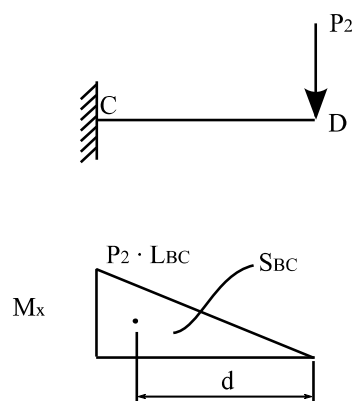


Figura 2.12: Anàlisi de la fletxa en el tram CD

$$\delta_C = \delta_C(P_2) + \delta_C(\theta_C) = \frac{-S_{BC} \cdot d}{EI} + L_{BC} \cdot \theta_C \quad (\text{Eq.10})$$

3.8 Fletxa per integració del moment flector: condicions: contorn, continuïtat i simetria

Un cop s'ha deduït l'equació de l'elàstica, es procedeix a realitzar les integracions on apareixen dos coeficients C1 i C2, anomenats constant d'integració, a cada regió de la biga. Per tal de determinar els valors d'aquests coeficients cal plantejar un sistema de dues equacions, les quals es deduiran a partir de dues condicions que compleixi la biga que s'està estudiant. Les condicions poden ser de tres tipus:

Condicions de contorn:

Fan referència a les deflexions i pendents en els suports de la biga. En un recolzament simple (passador o corró), la deflexió és zero (figura 2.13) i en un encastament, tant la deflexió com la pendent són zero (figura 2.14).

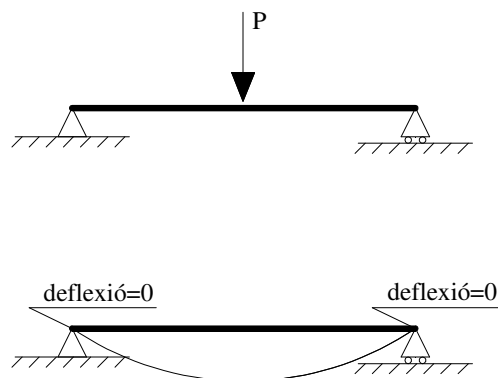


Figura 2.13: Condicions de frontera en suports simples

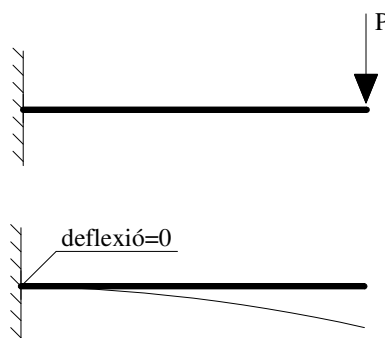


Figura 2.14: Condicions de frontera en un suport encastat

Condicions de continuïtat:

Es presenta en punts on les regions d'integració conflueixen, com en el punt C de la Figura 2.15. La corba de deflexió d'aquesta biga és físicament continua en el punt C. Per tant, la deflexió en el punt C determinada per la part esquerra de la biga ha de ser igual a la deflexió en el punt C determinada per la part dreta.

També, la pendent trobades per les dos bandes han de ser iguals en el punt C.

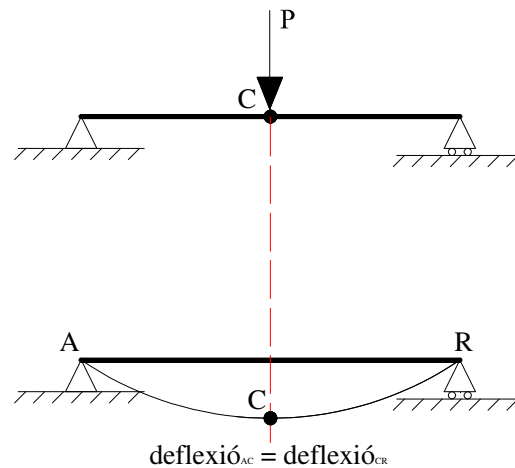


Figura 2.15: Condicions de continuïtat en el punt C

Condicions de simetria:

També pot està present, per exemple si una biga simple suporta una càrrega uniforme en tota la seva longitud, la pendent de la corba de deflexió en el centre del vano ha de ser zero.

Per determinar el sistema de dues equacions es suficient utilitzar les condicions de contorn i les de continuïtat. Qualsevol de les condicions de simetria proporcionen equacions addicionals, però no són independents de les altres equacions.

4. Treball al laboratori

En el problema plantejat a la pràctica disposa d'una biga de secció rectangular 50x10mm (AxH) i una longitud de 900mm. La biga està biarticulada i disposa d'un voladís en un extrem. Amb dos càrregues aplicades P_1 a l'extrem del voladís i P_2 en el centre del vano, entre recolzaments. (veure Figura 2.16).

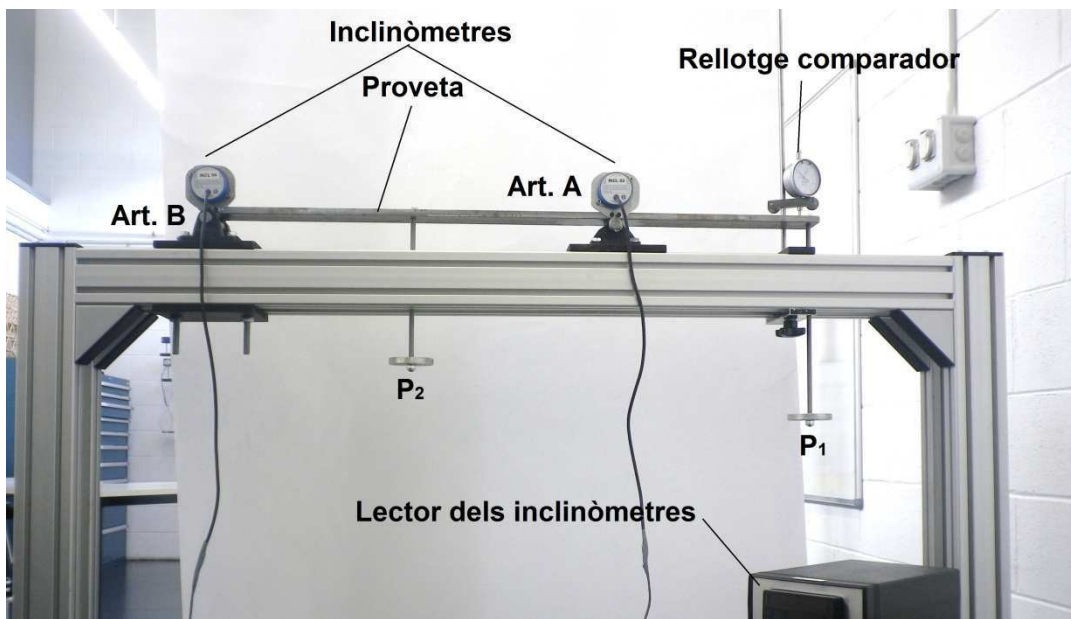


Figura 2.16: Esquema de la pràctica

Muntatge es realitzarà en dos parts:

Càlculs teòrics: on es determinaran les equacions dels girs i la fletxa mitjançant l'equació de l'elàstica i els teoremes de Morh, i es calcularan els valors dels girs en els recolzaments i la fletxa en el punt d'aplicació de la càrrega P_1 (a l'extrem del voladís).

Es realitzarà el càlcul amb $P_1 = 10 \text{ Kp}$ i $P_2 = 10 \text{ Kp}$. Per als 3 casos de càrrega de la Taula 2.1.

Part experimental: on es realitzarà l'experiment amb la biga descrita anteriorment i amb l'ajuda de dos inclinòmetres i d'un relotge comparador, s'observaran els resultats dels angles de gir i de la fletxa a l'extrem del voladís

.Es realitzaran 3 experiments suposant els següents casos de càrrega:

Cas de càrrega:	A	B	C
P1	10Kp	10Kp	0
P2	10Kp	0	10Kp

Taula 2.1: 3 Cassos de flexió

En primer lloc es determinarà, teòricament, els valors dels angles de gir en els recolzaments i la fletxa al voladís, tenint en compte els 3 casos possibles de càrrega.

En segon lloc, a partir del muntatge que es descriu a continuació mesurar els valors dels angles de gir que s'extrauran mitjançant els inclinòmetres i el de la fletxa al voladís amb el rellotge comparador.

Muntatge experimental:

Per realitzar el muntatge de l'estructura es seguiran els següents passos:

1 Pas: Col·locar les guies sobre el pòrtic. Fixar l'articulació de l'extrem (Art.B) amb la guia inferior.

2 Pas: Recolzar l'articulació central (Art.A)

3 Pas: Col·locar i preparar els aparells de mesura, el rellotge comparador a l'extrem del voladís i els inclinòmetres sobre les articulacions.

6 Pas: Lectura d'aparells.

Finalment, els valors determinats experimentalment del cas A es compararan amb els resultats teòrics obtinguts a partir de l'anàlisi del problema i s'extrauran conclusions.

A continuació es mostren els passos que s'han de seguir per realitzar la pràctica:

Pas 1: Mesurar el perfil de la biga d'assaig amb el peu de rei.

Pas 2: Mesurar les distàncies de cada tram de la biga.

Pas 3: Calcular l'angle de gir a cada recolzament i la fletxa al voladís, mitjançant l'equació de l'elàstica o de la deformada en el cas 1. (Mètode teòric)

Pas 4: Diagrama de cos lliure de la proveta.

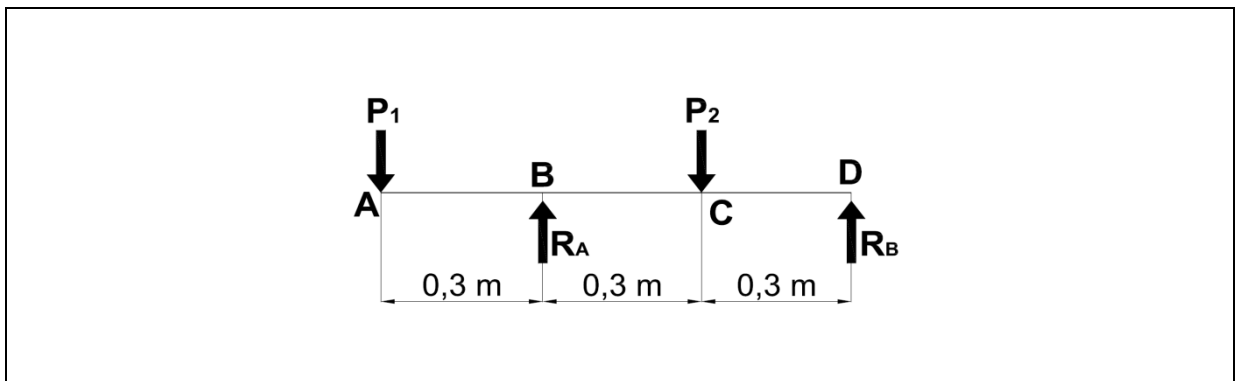
Pas 5: Fer la lectura dels inclinòmetres i apuntar els valors dels angles de gir a cada recolzament, de cada un dels tres experiments.

Pas 6: Fer la lectura inicial del rellotge comparador i una segona lectura un cop s'hagi aplicat les càrregues sobre la biga d'assaig. Repetir aquest pas, per cada un dels tres experiments.

5. Informe a presentar

L'alumne haurà de presentar un informe de la pràctica on s'hi inclogui:

Diagrama de cos lliure de la proveta.



Determinar les equacions de l'elàstica per cada cas.

La resposta es troba a l'Annex de Càlculs apartat B.2.2. Per tal de no fer més extens el projecte repetint càlculs ja esmentats, es decideix fer referència a la solució ja descrita anteriorment. (Solució: Taula B.9 del Annex B, apartat 2.1)

Omplir la taula de resultats:

Resultats teòrics:

Paràmetre	Unitats	Valor
Cas de càrrega A:		
Angle de rotació produït en el recolzament A: θ_A	graus	-0,241
Angle de rotació produït en el recolzament B: θ_B	graus	-0,048
Fletxa total al voladís: f	mm	2,26

Cas de càrrega B:		
Angle de rotació produït en el recolzament A: θ_A	graus	-0,386
Angle de rotació produït en el recolzament B: θ_B	graus	0,193
Fletxa total al voladís: f	mm	3,02
Cas de càrrega C:		
Angle de rotació produït en el recolzament A: θ_A	graus	0,144
Angle de rotació produït en el recolzament B: θ_B	graus	-0,144
Fletxa total al voladís: f	mm	-0,75

Dades experimentals:

Paràmetre	Unitats	Valor
Cas de càrrega A:		
Angle de rotació produït en el recolzament A: θ_A	graus	2,2
Angle de rotació produït en el recolzament B: θ_B	graus	-0,271
Fletxa total al voladís: f	mm	0,041
Cas de càrrega B:		
Angle de rotació produït en el recolzament A: θ_A	graus	-0,425
Angle de rotació produït en el recolzament B: θ_B	graus	0,175
Fletxa total al voladís: f	mm	2,91
Cas de càrrega C:		
Angle de rotació produït en el recolzament A: θ_A	graus	0,144
Angle de rotació produït en el recolzament B: θ_B	graus	0,144
Fletxa total al voladís: f	mm	-0,65

Després d'obtenir els valors dels angles de gir de cada recolzament i de les fletxes en el voladís de la biga, compara'ls i analitza'ls per treure'n conclusions.

S'observen variacions menyspreables del valors experimentals respecte als càlculs teòrics. Les variacions provoquen molta alteració en valors tan petits.

Aquestes variacions es deuen a:

- El suport A és mòbil i pot quedar mal centrat.
- L'aproximació dels decimals dels valors teòrics poden variar notablement el resultat final, ja que es treballa amb valors petits.
- El mòdul de Young utilitzat als càlculs teòrics pot variar respecte al de la proveta.