

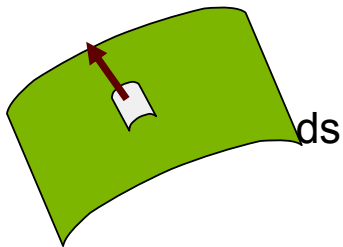
1ra Part

Camps elèctrics

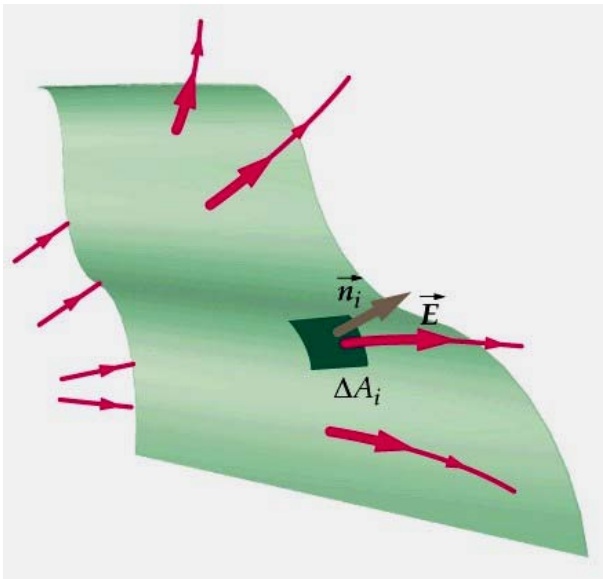
Camp elèctric degut a una distribució de càrrega uniforme

B/ Deducció a partir de la llei de Gauss

Conceptes previs



Vector superfície:



1/ Concepte de flux elemental

$$d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{s} = E \cdot ds \cdot \cos \theta$$

$$\phi_{\text{Res}} = \int_S E \cdot ds \cdot \cos \theta$$

$\phi \equiv$ flux elèctric a través d'una superfície $\left[\frac{N \cdot m^2}{C^2} \right]$

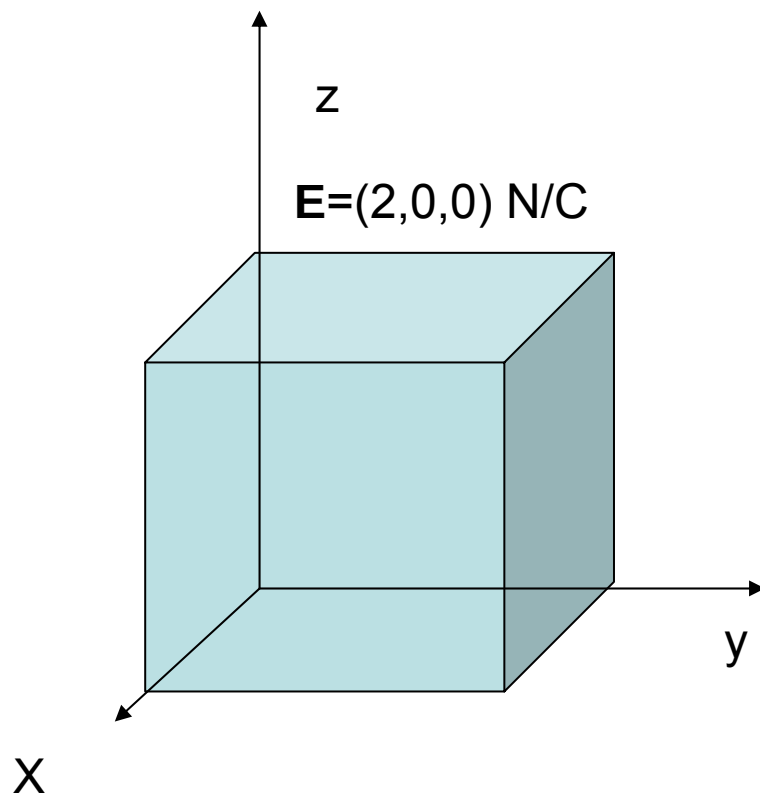
$\theta \equiv$ angle de separació entre els vectors $\vec{E}$ i $d\vec{s}$

Conveni de signes :

Flux entrant en una superfície: $\Phi < 0$

Flux sortint en una superfície: $\Phi > 0$

Fes-ho tu!



Demostra que el flux total que travessa el cub d'aresta 2 m és nul

Llei de gauss

Definició: El flux total que travessa una superfície tancada (superfície gaussiana) és directament proporcional a la càrrega neta que es troba en el seu interior.

$$\phi_{\text{Res}} = 4\pi \cdot k \cdot Q_{\text{int}} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon}$$

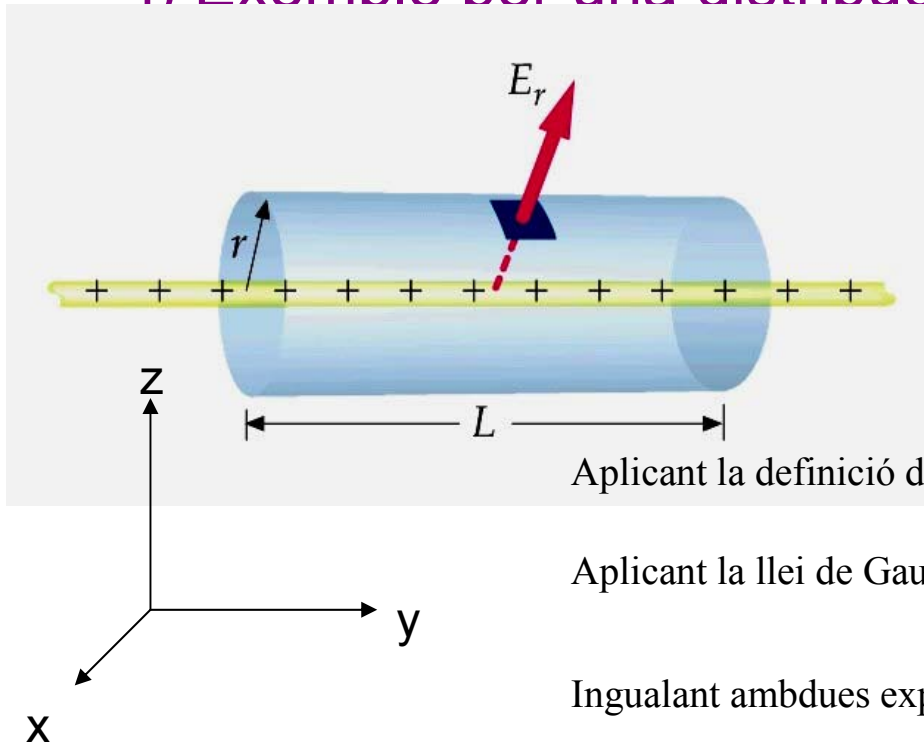
Aplicacions en problemes físics

Càlcul del camp elèctric $\vec{E}$ per a distribucions de càrrega amb alta simetria:

- Distribucions lineals de càrrega.
- Distribucions superficials de càrrega.
- Distribucions volúmiques de càrrega.

i) Exemple per una distribució lineal de càrrega: Cas d'un fil infinit

amb densitat de càrrega λ



Aplicant la definició de flux s'obté : $\phi_{net} = E_r \oint dA = E_r \cdot 2\Pi \cdot r \cdot L$

Aplicant la llei de Gauss: $\phi_{tal} = \frac{Q_{int}}{\epsilon}$

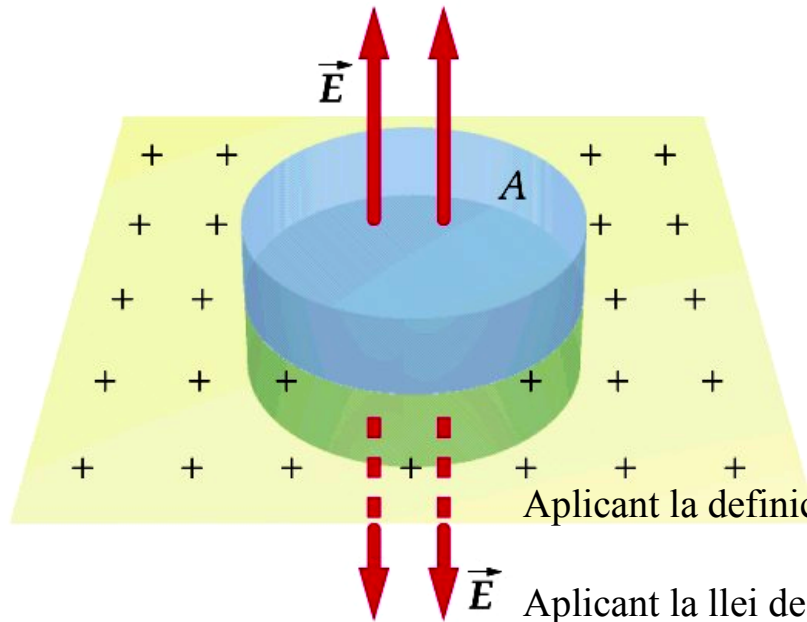
Ingualant ambdues expressions i tenint en compte que $Q_{int} = \lambda \cdot L$:

$$E_r = \frac{\lambda \cdot L}{\epsilon} \Rightarrow E_r = \frac{\lambda}{2\Pi \cdot \epsilon \cdot r}$$

Observacions:

1. Aquest resultat correspon al mateix que trobem en aplicar la llei Coulomb
2. El camp és directament proporcional a la densitat de càrrega (λ).
3. El camp és inversament proporcional a la distància perpendicular al fil (r).
4. El camp és inversament proporcional a la permissivitat del medi (ϵ)

ii) Exemple per una distribució superficial de càrrega: Cas d'un
pla infinit amb densitat de càrrega σ



Aplicant la definició de flux s'obté : $\phi_{net} = E_z \oint dA = 2 \cdot E_z \cdot A$

Aplicant la llei de Gauss: $\phi_{net} = \frac{Q_{int}}{\epsilon}$

Ingualant ambdues expressions i tenint en compte que $Q_{int} = \sigma \cdot A$:

$$E_z = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon}$$

Observacions:

1. El camp és independent de la distància (z) al punt de l'espai on estiguem avaluant-lo. Per tant, és constant en tot l'espai.
2. El camp és directament proporcional a la densitat de càrrega (σ).
3. El camp és inversament proporcional a la permitivitat del medi (ϵ).

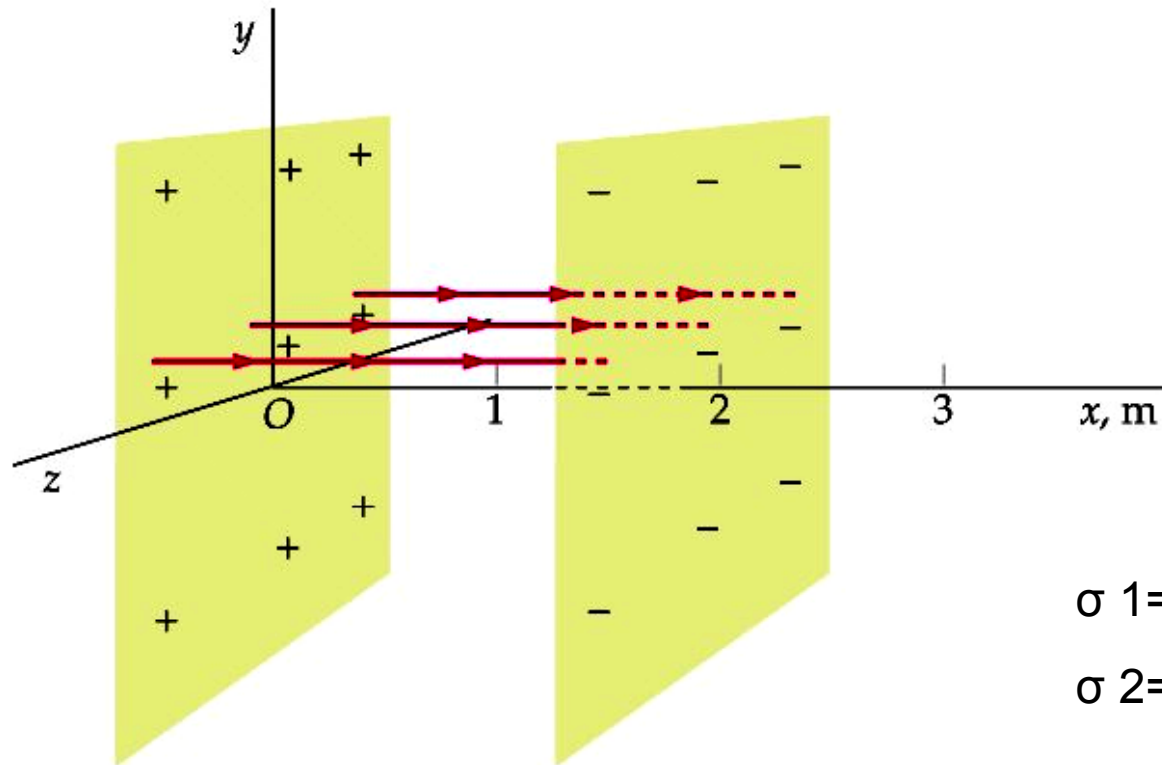
11

Fes-ho tu!

Determinar el camp elèctric generat per la superposició dels dos plans infinits de la figura:

a) en $x=1'8\text{m}$ b) en $x=5\text{ m}$

c) Compareu i analitzeu el camp en les 3 regions geomètriques delimitades per les superfícies (direcció, sentit, modul etc...)



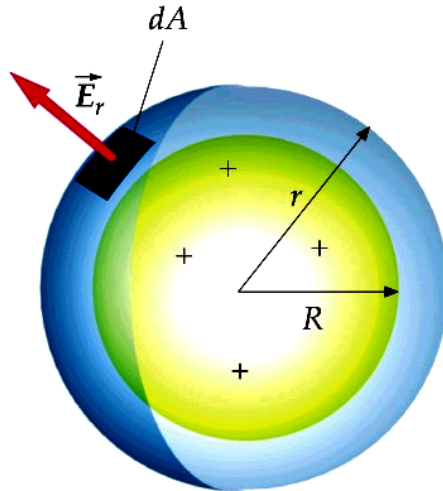
$$\sigma_1 = +4'5 \text{ nC/m}^2$$

$$\sigma_2 = -4'5 \text{ nC/m}^2$$

iii) Exemple d'una distribució volúmica de càrrega:

Cas d'una esfera massissa de densitat volumètrica de càrrega ρ

1. En l'exterior $r \geq R$



El camp electric és radial i perpendicular a dA . Així

$$\Phi_e = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \int E dA = E 4\pi r^2 = Q_{\text{int}}/\epsilon_0 = Q/\epsilon_0$$

d'acord amb la llei de Gauss i el concepte de flux.

Si aïllem $\mathbf{E}$ s'obté

$$\mathbf{E} = Q/(4\pi\epsilon_0 r^2)\mathbf{n}.$$

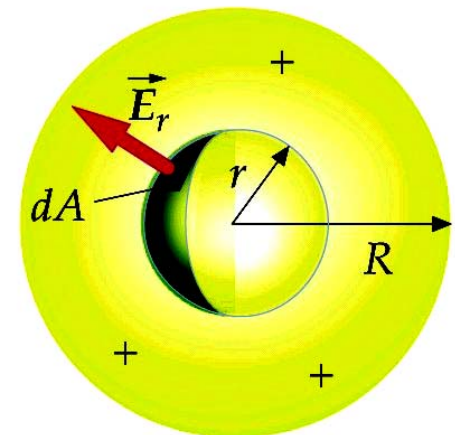
2. En l'interior $r \leq R$

Ara la càrrega interior Q_{int} és la corresponent a la donada per la densitat de càrrega $\rho = Q/V$. On el volum correspondrà al volum de l'esfera interior, delimitada per la superfície gaussiana ($4\pi r^3/3$)

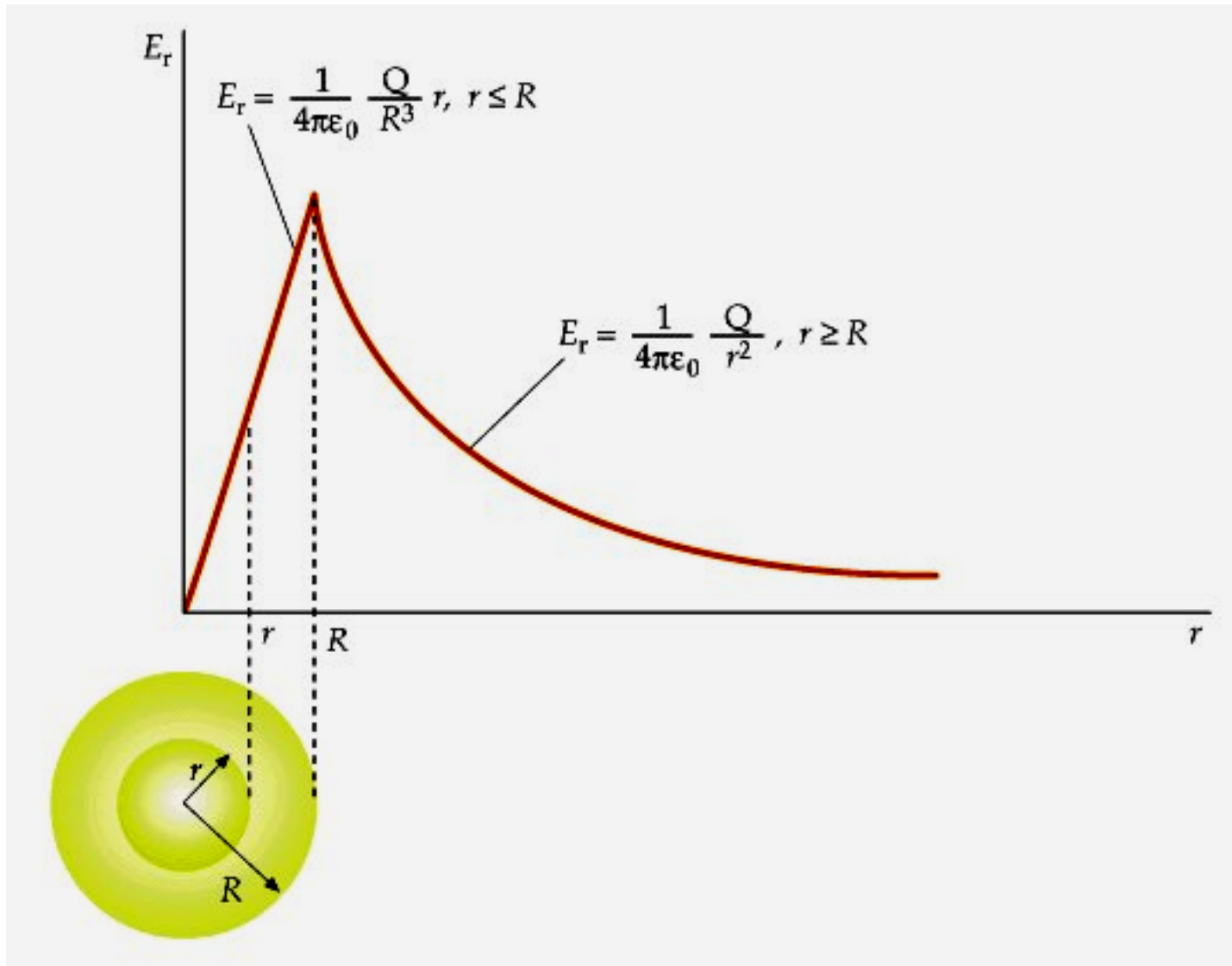
Fent els càlculs, s'obté:

$$\mathbf{E} = \rho r / (3\epsilon_0) \mathbf{n}.$$

El camp en l'interior de l'esfera massissa, augmenta linealment amb el radi. Mentre el camp exterior a l'esfera decreix inversament segons la distància al quadrat, com en el cas d'una càrrega puntual.



Representació gràfica del camp generat per una distribució esfèrica massissa de càrrega



Fes-ho tu!

1. Qüestió:

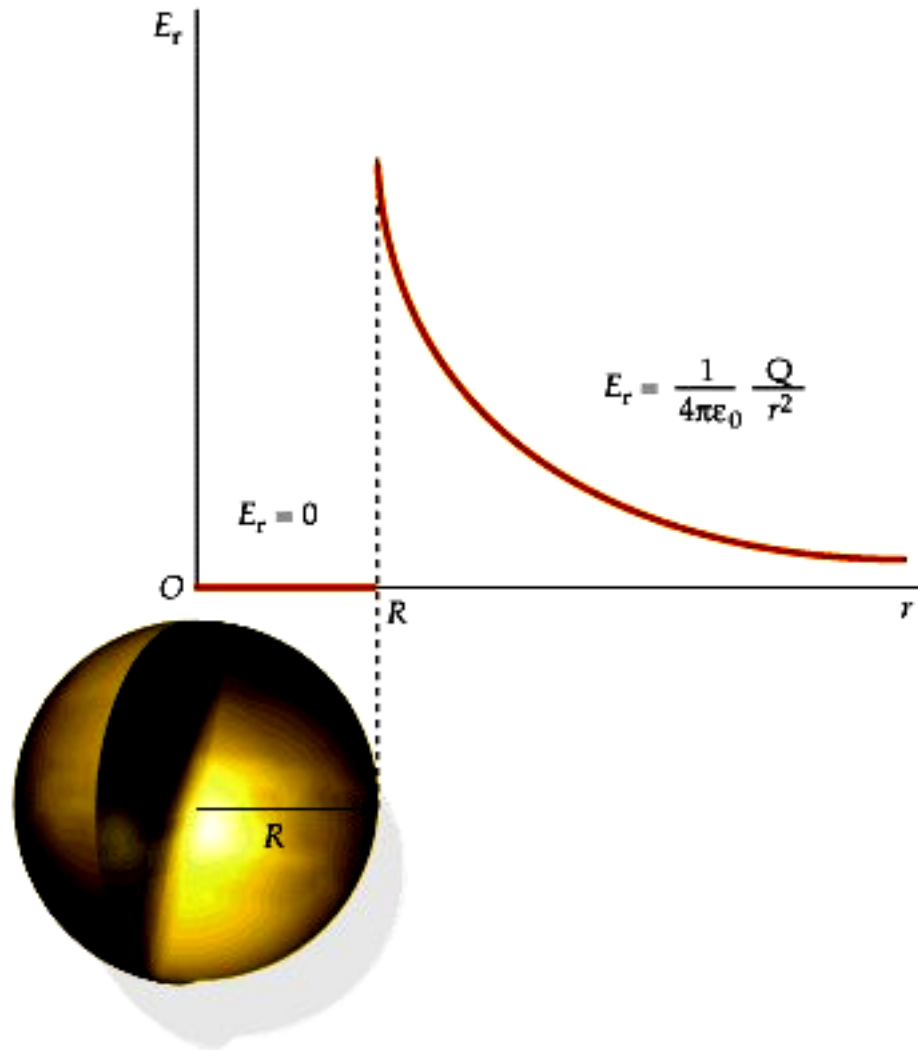
A partir de l'expressió matemàtica d'E obtinguda per un disc a partir de la llei de Coulomb dedueix la corresponent a un pla infinit

2. Qüestió:

Compareu l'expressió matemàtica d'E deduïda anteriorment amb l'obtinguda per la llei de Gauss.

13

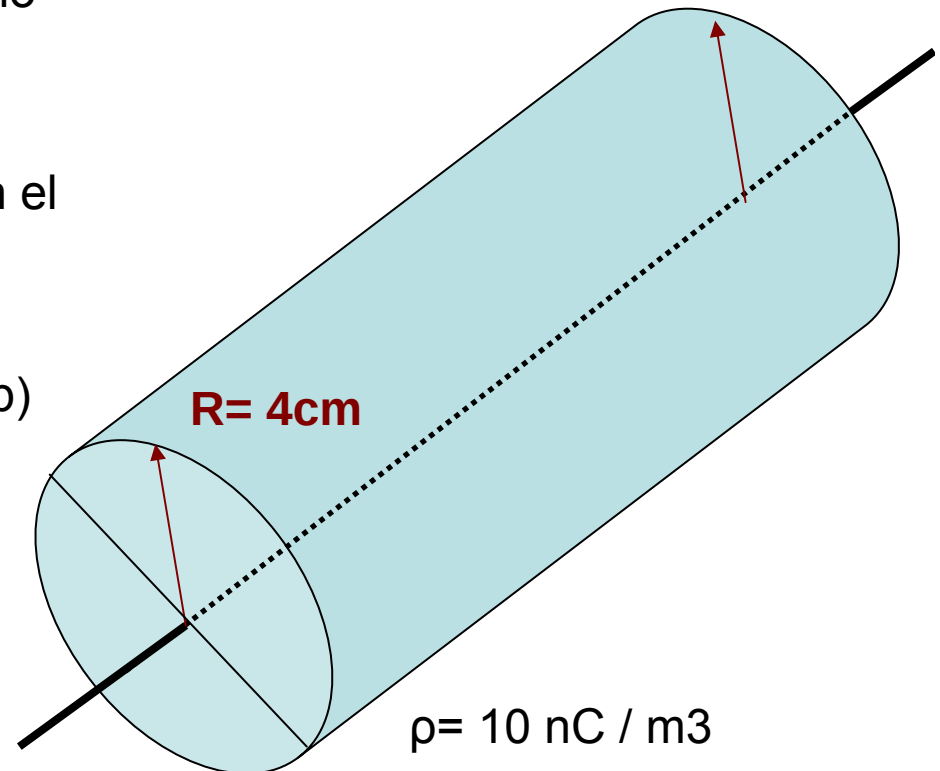
Fes-ho tu! Interpretant el gràfic de E en funció de r ,
justifica com està distribuïda la carrega elèctrica en
aquesta figura geomètrica



Fes-ho tu!

Un cilíndre massís de radi R i longitud infinita, té una densitat volúmica de càrrega ρ .

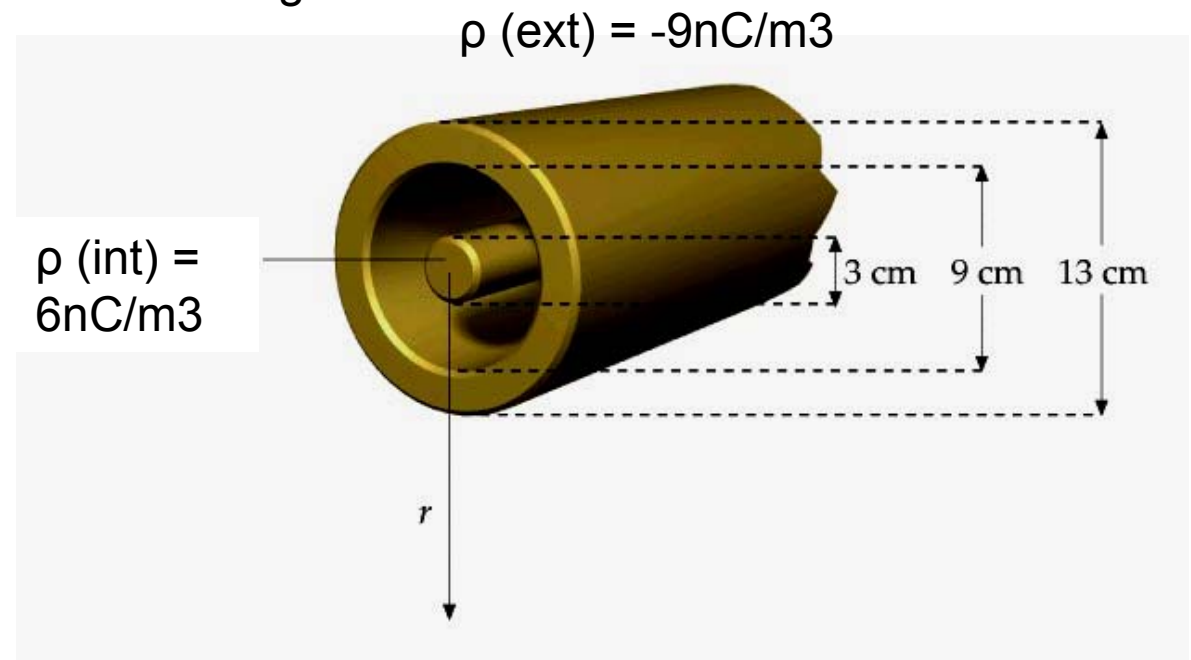
- a) Representa el camp elèctric en funció de la distància radial a l'eix longitudinal.
- b) Com seria aquesta representació en el cas de una closca cilíndrica de longitud infinita.
- c) Com variarien les respostes de a) i b) si les longituds fossin finites (L)



Fes-ho tu!

La figura representa una porció de cable concèntric, infinitament llarg en secció transversal. Les distribucions de càrrega es troben indicades en el dibuix.

- a) Determinar el camp elèctric aplicant el teorema de Gauss en les quatre regions delimitades pel cable.
- b) Representa les línies del les diferents regions.



Fes-ho tu!

Una esfera sòlida, no conductora, de radi **a**, té una cavitat esfèrica de radi **b** (tal com indica la figura).

Demostreu que el camp elèctric en la cavitat és uniforme i ve donat per:

$$E_x = \frac{\rho \cdot b}{3 \cdot \varepsilon}$$

$$E_y = 0$$

Indicació: substituir la cavitat per esferes de igual densitat de càrrega positiva i negativa.

