

Quants n'hi ha?

Continguts

	<i>Pàgina</i>
A Introducció	27
B Quants peixos hi ha?	28
B1 Mètode de pesca-repesca	28
B2 Quants peixos hi ha a la bassa?	30
B3 Números més complicats	32
C Quantes boletes hi ha?	34
C1 Repesca 20	34
C2 Repesca 40	35
C3 Pesca 40, repesca 20	36
C4 Pesca 40, repesca 40	36
D Des d'un punt de vista més pràctic	37
*D1 Un exemple real	37
D2 Dificultats pràctiques	38
E Interpretació de les respostes	39
E1 Truites	39
E2 Esquirols vermells	39
E3 Esquirols grisos	40
E4 Balenes	40

Algunes seccions estan marcades amb un asterisc (*). El vostre professor us indicarà si heu de fer o no aquestes seccions.

Fulls R El vostre professor us proporcionarà aquests fulls.



A Introducció

Si volguéssiu saber quants habitants viuen a la vostra ciutat, podríeu preguntar-ho a les oficines de l'Ajuntament. És força senzill, comptar persones; però com es podrien comptar els peixos que hi ha en una bassa? Penseu i discutiu els següents problemes.

Fa uns quants anys, es pensava que el nombre de balenes blaves als oceans era menor de 10.000 i per això se'n va prohibir la seva pesca.

a Com creieu que es va deduir que el nombre de balenes era inferior a 10.000?

En els últims anys diversos governs han estat discutint quants bacallans i arenegades hi ha en els mars que rodegen el Regne Unit.

b Com poden calcular la quantitat d'aquests peixos que hi ha al mar?

Qualsevol que sigui el mètode que s'utilitzi per calcular les respostes a aquestes preguntes, mai aquestes respostes podran ser absolutament precises.

c Per què no poden ser exactes?

B Quants peixos hi ha?

B1 Mètode de pesca-repesca

En una mostra hi ha 100 peixos. Amb molt de compte se'n treu una mostra de 25 peixos, es marquen amb un punt vermell -impermeable a l'aigua-, i es tornen a la bassa.

Ara una quarta part dels peixos de la bassa estan marcats amb un punt vermell.

L'endemà, quan els peixos ja han tingut temps de nedar per tota la bassa, es pren una segona mostra de 40 peixos. Com que una quarta part dels peixos estan marcats, s'espera que també una quarta part dels peixos de la mostra estiguin marcats. És a dir, s'espera que uns 10 peixos de la segona mostra tinguin el puntet vermell.

Aquests números es mostren a la taula 1.

Taula 1 25 peixos marcats en una bassa de 100 peixos

	A la bassa	A la 2na mostra
Peixos marcats	25	(10)
Total de peixos	100	40

La primera mostra dels 25 peixos marcats constitueixen tots els peixos marcats de la bassa. El número 10 està entre parèntesis perquè és una estimació del nombre de peixos marcats que s'obtindran en la segona mostra. S'espera que hi hagi més o menys aquesta quantitat.

a **Escriviu què representen el número 100 i el número 40 de la taula 1.**

Com que s'agafen dues mostres i alguns peixos són pescats dues vegades, aquest procés s'anomena mètode de PESCA-REPESCA.

D'una altra bassa de 200 peixos, es pren una mostra de 40 peixos i es marquen amb un punt blau amb tinta impermeable.

- b Anoteu aquestes dades a la taula 4 del full R1.
- c Quina proporció de peixos d'aquesta bassa s'ha marcat amb un punt blau?

L'endemà s'agafa una altra mostra de 50 peixos.

- d Anoteu aquesta dada a la taula 4.
- e ¿Quina proporció de peixos de la segona mostra espereu que estaran marcats?
- f ¿Quants peixos de la segona mostra espereu que estaran marcats? Escriviu aquest nombre entre parèntesis a la taula 4.

- g N'esteu segurs que s'obtindrà aquest nombre de peixos?

Observeu que s'espera:

Que la proporció de peixos marcats a la segona mostra sigui aproximadament la mateixa que la proporció de peixos marcats a la bassa.

- h ¿Per quina raó creieu que, abans de prendre la segona mostra, cal esperar que els peixos marcats hagin pogut nedar per tota la bassa?



B2 Quants peixos hi ha a la bassa?

Normalment es deconeix el nombre total de peixos que hi ha a una bassa. El problema consisteix justament a estimar aquest nombre.

Suposeu que s'ha obtingut una mostra de sis peixos d'una bassa petita, s'han marcat els peixos amb un punt vermell i s'han tornat a la bassa.

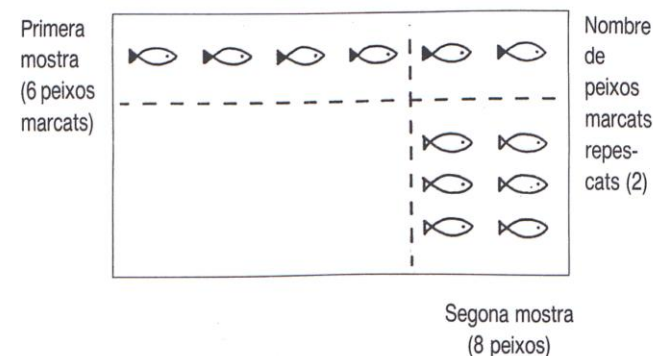
Hi ha sis peixos marcats a la bassa.



Més tard s'ha pres una segona mostra de vuit peixos i n'han resultat dos d'ells marcats.

Aquests números estan indicats a la figura 1 i enregistrats a la taula 2.

Figura 1 Sis peixos marcats en una bassa petita



Taula 2 Sis peixos marcats en una bassa petita

	A la bassa	A la 2na mostra
Peixos marcats	6	2
Total de peixos		8

S'espera que la proporció de peixos marcats a la segona mostra sigui aproximadament la mateixa que la proporció de peixos marcats a la bassa.

Observeu la figura 1 o la taula 2.

a Estimeu el nombre total de peixos que hi ha a la bassa.

Una manera de fer el càlcul és la següent:

A la segona mostra el nombre de peixos (8) és quatre vegades el nombre de peixos marcats (2).

Així doncs, el nombre de peixos a la bassa hauria de ser quatre vegades el nombre de peixos marcats (6).

I, per tant, s'estima que hi ha $4 \times 6 = 24$ peixos a la bassa.

D'una altra bassa s'agafa i es marca una mostra de cinc peixos. Posteriorment, es pren una segona mostra de 12 peixos i resulta que dos d'ells estan marcats.

b Anoteu aquestes dades a la taula 5 del full R.

c Copieu i completeu:

A la segona mostra, el nombre de peixos () és vegades el nombre de peixos marcats ().

d Estimeu el nombre de peixos que hi ha a la bassa.

Estimeu el nombre de peixos que hi ha en els següents casos.

	1ra mostra marcats i retornats	2na mostra	
		Total peixos	Peixos marcats
e	2	9	3
f	15	8	2
g	16	9	6
*h	18	10	2
*i	20	15	3
*j	30	12	3

Potser trobareu adequat utilitzar taules en blanc com la taula 5 que heu utilitzat abans.

B3 Números més complicats

De vegades el nombre de peixos pescats crea problemes de càlcul i no és fàcil fer estimacions. La taula 3 mostra les dades de l'apartat **B2g**.

Taula 3 Dades de l'apartat **B2g**

	A la bassa	A la 2na mostra
Peixos marcats	16	6
Total de peixos	N	9

N indica el nombre de peixos que hi ha a la bassa.

Hi ha diferents mètodes per calcular N .

Si s'usa el mètode explicat a **B2**, s'obté:

A la segona mostra el nombre de peixos (9) és aproximadament $9/6$ vegades el nombre de peixos marcats (6).

Així, a la bassa, el nombre de peixos (N) és aproximadament $9/6$ vegades el nombre de peixos marcats (16). És a dir,

$$N \text{ és aproximadament } 9/6 \cdot 16 = \frac{9 \cdot 16}{6} = 24 \text{ peixos.}$$

Aquest mètode es pot utilitzar sigui quin sigui el nombre de peixos. Observeu atentament el que es fa:

$$N = \frac{(\text{nbre. de peixos a la 2na mostra}) \times (\text{nbre. de peixos marcats a la bassa})}{(\text{nbre. de peixos marcats a la 2na mostra})}$$

$$\text{Aplicant la fórmula resulta: } N = \frac{8 \cdot 11}{5} = 17,6 \text{ peixos.}$$

Però com que a la bassa hi ha un número enter de peixos, s'ha d'estimar que hi ha aproximadament 18 peixos a la bassa.

Utilitzeu la fórmula anterior per estimar el nombre de peixos en les següents basses:

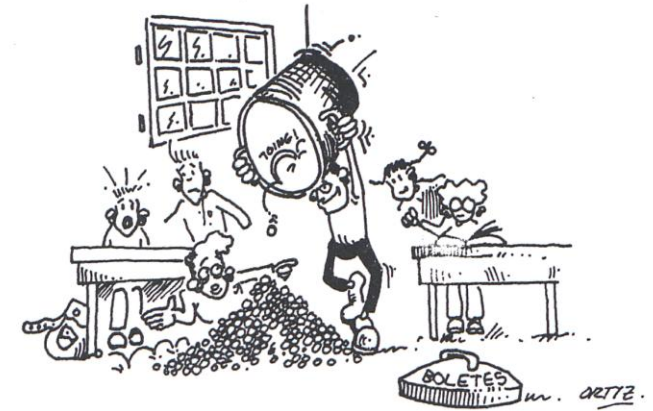
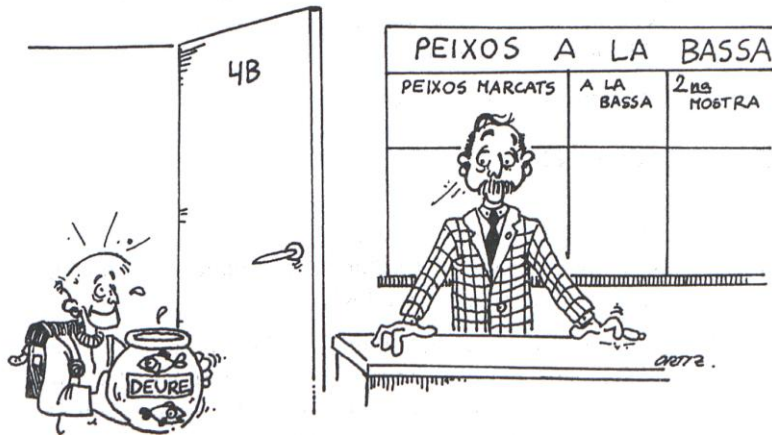
	1ra mostra marcats i retornats	2na mostra	
		Total peixos	Peixos marcats
a	14	9	6
b	10	20	8
c	14	13	6
d	25	15	10
e	12	7	5

Suposeu que no hi ha cap peix marcat a la 2na mostra.

f **Quan pot passar això? Quina estimació faríeu en aquest cas?**

Suposeu ara que tots els peixos a la segona mostra estan marcats.

g **Quan pot passar això? Quina estimació faríeu en aquest cas?**



C Quantes boletes hi ha?

En aquest apartat feu servir el mètode de pesca-repesca per estimar el nombre de boletes que hi ha en un contenidor. Si repetiu el mètode, obtindreu diferents estimacions del mateix número. D'aquesta manera esbrinareu el grau de precisió de les estimacions i el paper que hi juga la mida de la mostra en la fiabilitat de les estimacions.

Treballau en grups reduïts.

C1 Repesca 20

Necessiteu:

Un contenidor amb boletes d'un mateix color, 20 boletes d'un altre color i la taula 6 del full R1.

- Traieu 20 boletes del contenidor i substituiu-les per les 20 boletes de l'altre color. Aquestes seran les 20 boletes «marcades» del contenidor. Barregeu bé totes les boles del contenidor.
- Preneu una mostra de 20 boletes del contenidor. Compteu quantes boles estan marcades. Useu aquest número per obtenir una estimació del nombre total de boles

que hi ha al contenidor. Enregistreu a la taula 6 el nombre de boles marcades i l'estimació que heu fet. Retorneu les boletes al contenidor i barregeu-les bé amb les altres.

- c Repetiu l'apartat b anterior nou vegades per tal d'obtenir 10 estimacions del total i anoteu les dades a la taula 6.
- d Calculeu la mitjana de les 10 estimacions (Sumeu les 10 estimacions i dividiu el resultat per 10).
- e Compteu el nombre de boletes que hi ha al vostre contenidor. Hi ha alguna de les vostres estimacions que hagi estat força acurada? I la mitjana de les estimacions, ha estat una aproximació millor?

C2 Repesca 40

Necessiteu:

Un contenidor amb boletes d'un mateix color, 20 boletes d'un altre color i la taula 7 del full R1.

- a Traieu 20 boletes del contenidor i substituïu-les per les 20 boletes de l'altre color. Aquestes seran les 20 boletes «marcades» del contenidor. Barregeu bé totes les boles del contenidor.
- b Preneu una mostra de 40 boletes del contenidor. Compteu quantes boles estan marcades. Useu aquest número per obtenir una estimació del nombre total de boles que hi ha al contenidor. Enregistreu a la taula 7 el nombre de boletes marcades i l'estimació que heu fet. Retorneu les boletes al contenidor i barregeu-les bé amb les altres.
- c Repetiu l'apartat b anterior nou vegades per tal d'obtenir 10 estimacions del total i anoteu les dades a la taula 7.
- d Calculeu la mitjana de les 10 estimacions (sumeu les 10 estimacions i dividiu el resultat per 10)

- e Compteu el nombre de boletes que hi ha al vostre contenidor. Hi ha alguna de les vostres estimacions que hagi estat força acurada? I la mitjana de les estimacions, ha estat una aproximació millor?
- f Compareu aquestes 10 estimacions amb les 10 que heu obtingut a l'apartat C1. Quines aproximacions són en general més bones?
- g Com afecta la mida de la mostra de repesca la precisió de les vostres estimacions?

*C3 Pesca 40, Repesca 20

Necessiteu:

Un contenidor amb boletes d'un mateix color i 40 boletes d'un altre color.

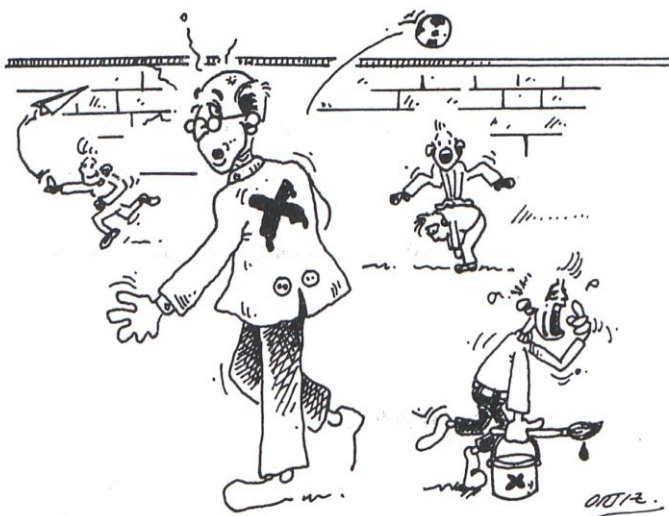
- a Traieu 40 boletes del contenidor i substituïu-les per les 40 boletes de l'altre color.
- b Preneu una mostra de 20 boletes del contenidor. Utilitzeu aquesta mostra per estimar el nombre de boletes que hi ha al contenidor. Retorneu les boletes al contenidor i barregeu-les bé amb les altres. Repetiu aquest procés fins a obtenir 10 estimacions del total de boletes.
- c Compareu aquestes estimacions amb les obtingudes a l'apartat C1. Com afecta la mida de la mostra de pesca la precisió de les vostres estimacions?

*C4 Pesca 40, Repesca 40

Necessiteu:

Un contenidor amb boletes d'un mateix color i 40 boletes d'un altre color.

- a Traieu 40 boletes del contenidor i substituïu-les per les 40 boletes de l'altre color.
- b Preneu una mostra de 40 boletes del contenidor. Utilitzeu aquesta mostra per estimar el nombre de boletes que hi ha al contenidor. Retorneu les boletes al contenidor i barregeu-les bé amb les altres. Repetiu aquest procés fins a obtenir 10 estimacions del total de boletes.
- c Compareu aquestes estimacions amb les de l'apartat C2. Com afecta la mida de la mostra de pesca la precisió de les vostres estimacions?



*D Des d'un punt de vista més pràctic

*D1 Un exemple real

Si a la vostra escola hi ha una zona on un nombre gran però desconegut d'alumnes hi va cada dia (per exemple, el pati a l'hora d'esbarjo) podeu intentar estimar aquest nombre usant el mètode de pesca-repesca.

Aneu un dia a aquesta zona i «marqueu» alguns alumnes.

El dia següent, un altre alumne ha d'anar a la mateixa zona i preguntar a alguns estudiants, per indagar si va ser marcat o no el dia anterior.

Discutiu els següents punts:

- a Com marcareu els alumnes?
 - b Com escollireu els alumnes que voleu marcar?
 - c Quants alumnes marcareu?
 - d Quants alumnes preguntareu el segon dia?
 - e Què els preguntareu?
 - f) Quines altres dificultats pràctiques haureu de resoldre?
- Feu una discussió final amb el vostre professor:
- g **Realitzeu l'experiència, anoteu les resultats i calculeu les vostres estimacions.**
 - h **Quins problemes us heu trobat en la realització d'aquesta experiència?**

D2 Dificultats pràctiques

Quan a la secció B s'ha calculat el nombre de peixos que hi havia en una bassa, s'han fet algunes suposicions.

S'ha suposat que:

Hi havia els mateixos peixos a la bassa quan es van prendre les dues mostres de pesca i repesca.

Els peixos marcats es van barrejar completament amb els altres abans de prendre la segona mostra.

Cada peix tenia la mateixa probabilitat de ser pescat quan s'obtenien les mostres.

- a **Penseu si es van fer altres suposicions.**

Repasseu les qüestions plantejades a la introducció d'aquesta unitat referides a com comptar balenes, bacallans, arengades i l'exemple de l'apartat *D1*. Per algun d'aquests exemples contesteu les preguntes *b*, *c*, *d* que segueixen:

- b** Per quin motiu és probable que siguin falses les hipòtesis fetes?
- c** Com creieu que aquest fet pot afectar les estimacions?
- d** Se us acut algun altre problema que dificulti l'aplicació del mètode de pesca-repesca?
- e** Penseu alguns problemes que puguin ser resolts pel mètode de pesca-repesca.

E Interpretació de les respostes

E1 Truites

Un pagès vol estimar el nombre de truites que hi ha en un embassament. Pesca 100 peixos, els marca i els torna a l'aigua. Unes setmanes més tard, pesca 200 peixos dels quals en troba 8 de marcats.

- a** Quina és la seva estimació del nombre de truites?
- b** Per què la seva estimació no és del tot fiable?
- c** Com podria obtenir una estimació millor?

E2 Esquirols vermells

Un guarda vol saber quants esquirols vermells hi ha en un bosc. Atrapa 10 d'aquests animals, els marca i els deixa anar. Una setmana més tard, agafa 9 esquirols vermells i resulta que 5 d'ells estan marcats.

a Quina és la seva estimació del nombre d'esquirols vermells en el bosc?

b Com podia haver millorat la seva estimació?

Suposeu que el guarda atrapa els animals sempre al mateix lloc.

c Creieu que és probable que la seva estimació sigui massa gran o massa petita? Per què?

E3 Esquirols grisos

Un altre guarda vol estimar el nombre d'esquirols grisos que hi ha en el seu bosc. Obté una primera mostra de 15 esquirols i una segona de 20, dels quals 6 estan marcats.

a Quina és l'estimació del nombre d'esquirols que hi ha en el seu bosc?

Suposeu que la segona mostra l'ha presa dos anys després de la primera.

b Com hauria de canviar la seva estimació per tal que fos més acurada?

Suposeu que en aquest bosc hi van caçadors que intenten caçar esquirols.

c Com hauria de tenir present aquest fet?

E4 Balenes

Quan es marquen balenes, s'acostuma a disparar una marca a un costat de l'animal. És possible que la marca caigui o que les persones que repesquin la balena no trobin la marca.

a Com podrien aquests problemes afectar l'estimació de la mida de la població de les balenes?