

## **El món corbat: espirals i hèlixs. Estructuració d'una intervenció a l'aula: mirar, fer i imaginar**

**Maria Lluïsa Fiol i Mora**

Universitat Autònoma de Barcelona (UAB)

**Josep Callís i Franco**

Universitat de Girona (UdG)

---

### **Introducció**

En termes generals, es pot dir que en l'estudi de les formes en 3D s'ha prioritzat el que és recte, i així el model del món que es presenta als currículums per mitjà de la geometria en 2D i 3D està centrat prioritàriament en tot allò que és rectilini: rectes, segments, plans... sols o agrupats (polígons, poliedres, mosaics, puzles), de manera que són les imatges i concepcions espacials que es creen en la ment social, i curiosament, es mantenen al que podem anomenar *imaginari escolar*, malgrat les imatges tan insistents i diverses que ens presenten els mitjans de comunicació, especialment la televisió i el cinema. Sembla que el que més pot influir en diversificar aquesta mirada cap a estructures més corbades és treballar amb activitats que tinguin a veure directament amb elles. Però, és cert que en les construccions realitzades pels humans sembla que predomina tot el que és recte, o és que ja partim d'una mirada condicionada?

Si mirem al nostre entorn i observem amb un esguard més desbloquejat els objectes fabricats per homes i dones, els animals i les plantes, i en general les formes de la naturalesa tal com se'ns presenten, es reproduïxen i creïxen, es belluguen, es desplacen, veïem que més aviat allò que és rodó, el que és arrodonit, corbat amb diversos graus de curvatures i amb formes i estructures diverses, és el que més abunda al nostre voltant. Són les formes que haurem d'intentar visibilitzar a partir d'ara.

A més, la realitat del nostre entorn (objectes, moviments, relacions), pot ser modelitzada i amb freqüència modelitzada geomètricament, però això s'ha de fer per tempteigs, per aproximacions successives, fent un ball a dos de la teoria i del real tal com se'ns presenta sigui a la feina o a l'escola. El món és complex i l'apropament que hi fem o l'intercanvi d'informació, el flux que s'estableix entre l'observat i l'observador no fa més que emfatitzar aquesta complexitat.

La comprensió dels fenòmens que ens envolten porta inexorablement a la necessitat de comprendre el món de les corbes, que es configuren tant en el micromón de les trajectòries i moviments de les partícules atòmiques com en el macromón de les estructures, fenòmens i moviments astronòmics, passant per la realitat del mesomón en el que ens movem (creixement d'estructures vives, moviments de líquids i gasos; formes de la realitat...).

De manera encara més globalitzadora, des de l'ensenyança-aprenentatge de les matemàtiques necessitem canviar el nostre punt de vista del que pot significar per un infant o per un adolescent el que afirmem de la relació entre la realitat i les matemàtiques. Perquè una cosa és afirmar-ho i no hi

ha dificultat en dir que és certa, però una altre qüestió és com es fa aquesta presentació de la relació d'una forma que produeix, i d'això en tenim reiterades mostres, bloqueigs.

La realitat és complexa, en certa forma caòtica, molt difícil de percebre en tota la seva gran diversitat de presentació. Des de l'escola necessitem donar a poc a poc una certa estructura al que percebem i posar-hi signes per a què la comunicació entre nosaltres estigui plena de sentit i sigui fluïda. Per tant, cal d'evitar, sempre que sigui possible, donar signes sense sentit o fins i tot que siguin contradictoris o limitadors respecte al que un intueix o coneix –encara que sigui d'una manera parcial– de forma inconscient.

La nostra proposta passa per una estructuració del que podríem dir estudi multidisciplinar de formes i moviments o canvis. Cada edat, cada nivell demana un tipus d'activitat. Ens és necessari que els nens i les nenes mentre creixen puguin connectar amb la realitat que els envolta de manera que a cada nivell quedin reconegudes i recolzades les seves potencialitats. Ja Froebel va dir que l'autèntica educació ha d'ajudar als nens (així que també val per les persones...) a entendre la seva pròpia naturalesa d'éssers creatius.

Però aquest entendre o entendre's ni es produeix de cop, ni es pot ensenyar en la seva totalitat. Una part serà desenvolupada des de l'interior de l'infant, serà desplegada –en part també perquè es va produint una maduració del sistema nerviós– i a més com a mínim en part aquesta realitat necessita passar a ser representada. Aquesta representació, que dóna molta importància des de l'escola a les paraules i als números –per tant a les funcions de l'hemisferi esquerre– ha de potenciar també el visual i més endavant modelitzar amb els llenguatges o sistemes de signes adequats, assumint que les funcions del cervell dret, imaginació, fantasia, síntesis, globalització, no es poden arraconar sinó que han de ser positivades. En una paraula, un hemisferi ha de completar-se amb el que és propi de l'altre, i sobretot evitar que la sobre actuació d'un, acabi per produir bloquejos diversos. Això significa que és millor no formalitzar massa aviat. No formalitzar fins que no hi hagi hagut una bona observació, una bona creació i recreació d'imatges. Una formalització precipitada pot col·lapsar i així arribem a «No sé resoldre aquest problema perquè no recordo la fórmula!» o a «Quina fórmula he d'aplicar aquí?»

### **Objectius**

- Integrar l'aprenentatge matemàtic per ser congruent en la comprensió de la realitat de l'entorn, de manera que la geometria permeti augmentar la consciència de la complexitat del món físic i del món imaginat.
- Generar coneixement sobre el món de les corbes i en especial de les espirals i hèlixs, per tal que permeti saber llegir el llenguatge de la naturalesa.
- Inter relacionar les formes com a fruit i confluència de moviments generadors.
- Generar coneixement de les formes corbes atenent la relació existent entre moviment i fixació de punts en el segment o el pla generador.
- Saber diferenciar les tipologies d'espirals i hèlixs i la seva modelització.
- Saber entendre les expressions algebraiques dels models matemàtics d'algunes corbes de manera que permetin la comprensió de les seves potencialitats i limitacions.

### **La proposta**

La proposta es centra en:

- Observar la realitat natural que ens envolta i constatar l'existència de les corbes i les seves varietats.
- Observar la realitat artística i tecnològica per detectar-hi l'existència i sentit de les corbes.
- Les corbes i el sentit mític. La seva transmissió en el folklore popular.
- Creació de formes corbes segons les condicions i interconnexions en què intervenen determinats moviments.
- Les propietats, optimitzacions i característiques de les corbes (espirals, hèlixs).

- Corbes i llenguatge. La semàntica de les paraules.
- Saber diferenciar tipologies d'espivals i hèlixs diverses.
- Adquisició de tècniques i estratègies d'estimació mètrica en els cercles i les espivals.
- Estimulació de la capacitat de creació artística personal a partir de les corbes.

### Estructura

Com que la proposta d'intervenció que proposem pot fer-se des de tants centres de interès diversos i utilitzar també materials tan diferents, la puntualització a nivell d'estructura, de categorització i descripció d'algunes activitats concretes i nivells, s'ha de prendre com un exemple que s'haurà de modificar, adequar segons es trobi convenient.

Bàsicament l'estructura és:

1. S'ha d'observar i actuar sobre el món que ens envolta a tres nivells: objectes, animals, vegetals; moviments, trajectòries; canvis, desenvolupaments.
  - a. observar: observar objectes que ens envolten tot cercant formes espivals i hèlixs, observar fotografies, imatges diverses localitzades a internet;
  - b. actuar: dibuixar, en un principi dibuixos lliures a mà alçada, i més endavant tècnics amb compàs i regla, si cal; utilitzar paper i roba per enrotllar.
  
2. Donar la importància que es mereix a la part d'imaginària pròpia de la nostra cultura, que a més de ser presentada a partir d'imatges visuals ho ha de ser des de la paraula. Des de fer rodolins amb els més menuts a buscar paraules diverses que indiquin rodonesa en general i buscar el significats que a nivell de mitologia o llegendes tenen les paraules i els signes de les espivals o hèlixs.

Vet aquí alguns exemples diversos per treballar segons l'estructura proposada:

*Treballar la identificació en la realitat del nostre entorn*

- Art: Dibuixos prehistòrics molt interessants pel disseny que algunes vegade presenten ajuntant dues o tres espivals; disc de Festos, a Creta; Jacek Yerka i Tomasz



Espiral neolítica de Tazzarine (Marroc)

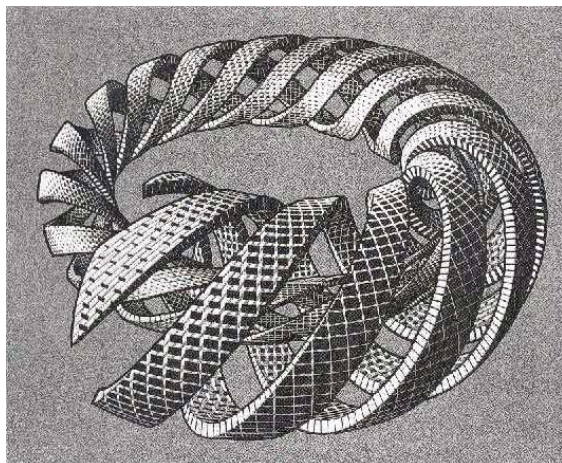


Remedios Varo





Jacek Yerka



Escher: Espirals



Escher: Escorça

Setowski, (cal curiosejar el seu Museu de la Imaginació); dues obres de Remedios Varo: «Naturaleza muerta resucitando» i «Ciutat en espiral»; de Gaudí; l'escala de la Sagrada Família; de Maurits C. Escher: cares espiralades i diversos gravats, ...; de van Gogh: «La nit estrellada»; Matisse; mandales, torre de Babel, laberint de la catedral de Chartres -el dibuix es pot fer sobre una espiral d'Arquímedes-; les rajoles en forma d'hexàgon regular del passeig de Gràcia de Barcelona, reixes a les finestres i a portes; papiroles: fer una espiral retallant un cercle, espirals plegant un quadrat, cargols i enrotllar paper per fer tires, arbres, helicòpters, etc. i també papiroles fetes per plegadors, per exemple: espiral de J.D. López i el fòssil d'A. Sierra; joieria (arracades, penjolls, braçalets,...)...

- Naturalesa: Diverses estructures en espiral de nebuloses; dibuixos de Haeckel de foraminífers i altres éssers microscòpics; alguns dibuixos de Leonardo que descriuen l'estructura d'algunes flors o fruits i els remolins que formen els fluïts; formes d'alguns troncs t'enrederares; petxines de cargols, nàutils, etc. i falgueres, trajectòria d'algunes llavors com les d'aurons o oms...



Nautiloideny parcialment enroscat (Lituites lituus)  
(Ordonicà, 470 m.a)

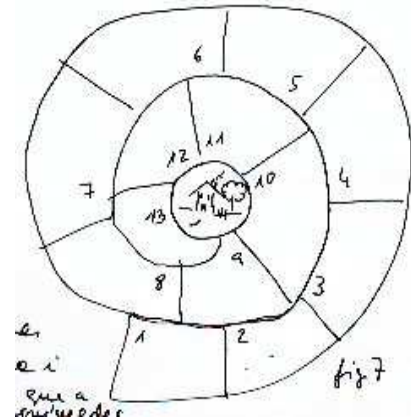


Ammonites heliomorf parcialment enrrollat.  
(Cretaci superior 70 milions d'anys)



Ammonit heteromorf (*Ancyloceras* sp) (Cretaci inferior, 125 m.a.)

- Teles i brodats: Gestos i eines d'una filadora; fils diversos amb una estructura d'hèlix cilíndrica; flors i branques a l'Índia i a la Mediterrània; lletres espiralades ...
- A la taula, a la cuina: Taps i obre taps; diversos pastissos: braç de gitano, ensaïmada, etc; carn farcida enrotllada; paper de cuina i el cilindre de cartró central; pinces d'estendre roba i llibretes amb espiral...
- Danses i jocs: Alguns balls populars plens de simbolisme, com el ball de la grulla; el joc de l'oca; estructura d'algunes xarranques; dansa d'enrotllar diverses cintes a un tronc.
- Dibuixos de còmics i logotips: Als còmics apareixen amb una certa freqüència les espirals per representar cabells, ulls, destacar les galtes, que s'està marejat,... I en molts logotips comercials hi són presents.



Xarranca peruana

### Treballar des d'una perspectiva multidisciplinària

És necessari, per tal d'aconseguir potenciar el que és corbat, el que és arrodonit, treballar l'observació, desenvolupar la fantasia i la imaginació i presentar els aspectes més formals integrats en possibles modelitzacions

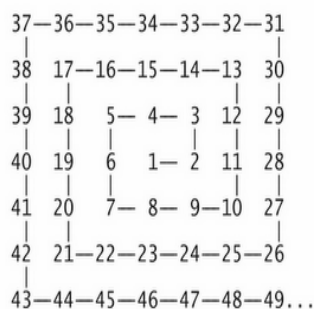
Continuant amb l'estructura de la proposta i en segon lloc en el temps quan ja en alguns nivells s'han treballat les corbes que ens interessen a nivell d'imatges, gestos, psicomotricitat i paraules, es pot anar introduint la representació gràfica de les corbes que han aparegut amb més freqüència.

Tal com hem presentat als exemples anteriors, es tracta de l'espiral arquimediana (com un cilindre enrotllat), l'espiral logarítmica o equiangular (com una forma cònica enrotllada) i, entre les hèlixs, la cilíndrica.

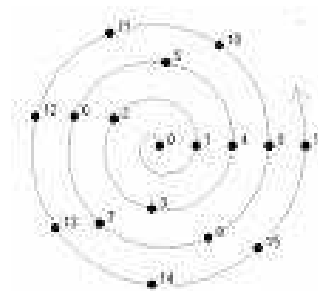
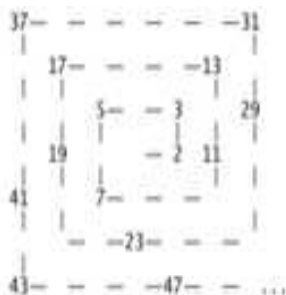
Entre d'altres activitats:

- Buscar definicions de les paraules espiral i hèlix a diferents diccionaris i, per què no, en diferents idiomes. Demanar, si es considera prudent algunes, traduccions. Discutir, argumentar quina és la que s'entén millor, la que es considera més adequada.
- Buscar informació sobre quiralitat i sobre les dues possibles hèlixs cilíndriques de sentit contraris.
- Llista de objectes, personatges, obres d'art, etc., que tenen a veure amb les espirals i hèlixs.
- Recollir informacions d'actualitat lligades a les espirals i les hèlixs. Com la recerca actual de

patrons numèrics sobre estructures espiralades. De 1963 és l'espiral de Ulam, una espiral quadrada i una variació de la d'Ulam és l'espiral de R. Sacks. De les dues se'n troba informació a diversos blogs.



Espirals d'Ulam (nombres primers)



Espirals de R. Sacks

Les dues lliguen l'estructura geomètrica de les espirals amb els nombres primers. Són un tema atractiu per a nois i noies a qui agradi fer proves amb números, buscant regularitats, buscant pautes. I els nombres primers donen per molt.

- Crear i recrear propostes artístiques de pintors, escultors, orfebres, arquitectes, ...



Matisse: "El cargol" (1953) - Tate Galery (Londres)

Una selecció de propostes es poden trobar a "La xia de Gala. El mundo de las espirales" (Callis, J.; Fiol, M.Ll., 2005)

### A nivell de conclusions

És necessari, per tal d'aconseguir potenciar el que és corbat, el que és arrodonit, treballar l'observació, desenvolupar la fantasia i la imaginació i presentar els aspectes més formals integrats en possibles modelitzacions.

Ja que l'educació significa descobriment i foment dels potencials de la persona que ensenya i de la que aprèn, és un principi fonamental desenvolupar tots plegats alumnes i mestres les competències que flueixen de:

- veure els conceptes, les idees o les accions a realitzar des d'un punt de vista interdisciplinari.
- donar més importància a les preguntes que a les respostes; i ensenyar preguntes i a fer-les.
- estimular els mètodes de temps lúdic, no sols mètodes rígids de treball.

L'educació actual planteja preguntes amb respostes concretes, tancades i conegudes, el que produeix en el millor dels casos un emmagatzemament d'informació. Però tots sabem que el

veritable aprenentatge és un procés que gràcies a la utilització activa de la imaginació possibilita formular noves hipòtesis a partir d'accions i pensaments.

I el que tots desitgem és que l'alumne es pugui trobar a gust adoptant una actitud de tempteig i recerca independent. Per això cal com a mínim fer de tant en tant una intervenció a la classe, estructurada sota aquesta perspectiva.

### **Punts de debat**

- Si la natura està construïda sobre la corba i la humanitat sempre ha tingut en les corbes l'expressió més íntima de la seva essència, com és que avui estan tan allunyades de la transmissió cultural?
- Resulta possible poder entendre el món només amb la geometria rectilínia?
- Quines són les causes que han generat el seu oblit en els processos d'aprenentatge de la geometria?
- Com generar interès per aconseguir que l'estudi de les corbes s'introdueixi en els currículum?

### **Bibliografia**

- AAVV. (2003): «Les Formes», a PERSPECTIVA ESCOLAR núm. 275, Rosa Sensat, Barcelona.
- BACHELARD, G. (1994): *La tierra y los ensueños de la voluntad*, Fondo de cultura Económica, Mèxic.
- BLANCO, M<sup>a</sup>. F. (2004): *Metodología y aplicaciones de las matemáticas en la ESO*, Ministerio de Educación y Ciencia, Madrid.
- BRESSAN, Paole (2007): *Los colores de la Luna. Cómo vemos y por qué*, Ariel, Barcelona.
- CALLÍS, J. (2003): «Forma, funció i fons: de la natura a l'aprenentatge», a PERSPECTIVA ESCOLAR núm. 275 (pàgs. 43-51), Rosa Sensat, Barcelona.
- CALLÍS, J.; FIOL, M.LI. (2005): "La 'xia' de Gala. El mundo de las espirales", UNO núm. 40 (pàgs. 11-26), Graó, Barcelona.
- CIRLOT, J.E. (1981): *Diccionario de los símbolos*, Labor, Barcelona.
- CLAXTON, G. (1999): *Cerebro de liebre, mente de tortuga*, Urano, Barcelona.
- FIOL, M. LI. (2003): «Els infants, l'espai i la forma de les coses», a PERSPECTIVA ESCOLAR núm. 275 (pàgs. 4-16), Rosa Sensat, Barcelona.
- GHYKA, M. (1983): *Estética de las proporciones en la Naturaleza y el Arte*, Poseidón.
- JOHSON, M. (1991): *El cuerpo y la mente. Fundamentos corporales del significado, la imaginación y la razón*, Debate, Madrid.
- JUNG, C.G. (1966): *Recuerdos, sueños y pensamientos*, Seix Barral, Barcelona.
- KANDINSKY, V. (2002): *Escrito sobre arte y artistas*, Síntesis, Madrid.
- LUELMO, M.J. (1986): *Geometría en la Naturaleza*, Ministerio de Educación y Ciencia, Madrid.
- NÉRET, G. (2006): *Matisse*, Taschen, Madrid.
- ROOT-BERSTEIN, J. (2004): *La rebelión de las formas*, Tusquets, Barcelona. STEVENS, P. (1986): *Patrones y pautas en la Naturaleza*, Salvat, Barcelona. Cap. 4: Espirales, formas sinuosas y explosiones, pàgs. 95 a 132.
- THOMPSON, D'A. W. (1980): *Sobre el crecimiento y la forma*, Blume, Madrid.
- WAGENSBERG, J. (2004): *La rebelión de las formas*, Tusquets, Barcelona.

### **Pàgines web**

Vegeu la filosofia de Froebel a la pàgina oficial de la fundació Froebel:

<http://www.froebelfoundation.org/philosophy.html>

Mathcurves <http://www.mathcurve.com/courbes2d/courbes2d.shtml>

Epsilonles. Curves <http://www.epsilonles.com/paginas/i-curvas.html>

Robert Sacks <http://www.numberspiral.com>



Jacek Yerka <http://www.yerkaland.com>

Com una aranya teixeix la seva tela:

[http://www.espace-science.org/science/images/images-maj/Perso/spiderweb/index\\_html](http://www.espace-science.org/science/images/images-maj/Perso/spiderweb/index_html)