

Estimació Mètrica. Factors determinats de la capacitat intuïtiva Una proposta didàctica pel seu aprenentatge

Callís, Josep

Universitat de Girona

Fiol, M. Lluïsa

Universitat Autònoma de Barcelona

Contextualització prèvia

Els continguts formatius, considerats objectius fonamentals en un determinat context espacial-temporal, poden resultar inadequats o insuficients en un altre, i d'altres objectius no tinguts en compte, poden, en la nova situació, resultar imprescindibles per poder integrar-se a la vida amb plenitud. Així per exemple fa pocs anys era freqüent que la família demanés als fills quant els encarregaven d'anar a comprar que havia de vigilar tant la compra com el canvi. Mentre pesaven l'encàrrec (dues unces, mitja lliura, ..) en la balança de creu, es podia controlar l'horitzontalitat i si s'havia posat les peses correctes; alhora que també es podia repassar les operacions del càlcul fet per calcular l'import. Tenir un bon domini de la mecànica operatòria i del procés físic de mesuratge resultava beneficiós, doncs eren procediments adequats per resoldre situacions de vida. Les balances anaren evolucionant amb plat únic i posteriorment amb calculadora integrada; en aquestes situacions ja no es podia controlar la comparació de masses però sí el què indicava el fiell o agulla marcadora i, el control del càlcul dels imports només en les primeres; l'únic control possible era vigilar que la balança marqués la massa demanada i si es premien les tecles que calia prémer.

Amb la progressiva supressió de les vendes a doll on tot estava ja mesurat i amb el preu marcat, desapareix la balança i ja només resta com a possibilitat de control, el fet d'observar si teclejaven bé l'import de cada producte. Avui, amb els lectors de codis i el tiquet de compra ja s'ha perdut el control de qualsevol mesurament i càlcul mecànic. Aquesta evolució, sintèticament exemplificada, posa en evidència la pèrdua de la necessitat de la comparació mètrica i del domini de la mecànica operatòria, fet que es repeteix de manera similar en multitud de situacions de la vida quotidiana, afectant, també, a d'altres magnituds (temps, capacitat,...). Els procediments i estratègies que havien estat vàlids, ara no serveixen. Avui necessitem estar dotat de capacitats diferents, més poderoses que l'exactitud del comptatge o de la comparació mètrica directa per tal de poder predir intuïtivament i amb antelació a la màquina, quin deu ser l'import aproximat de la compra. Calen estratègies i capacitats d'estimació que possibilitin valorar les diferents situacions.

L'estimació és una capacitat que apliquem constantment i la trobem present des del moment que calculem l'hora que hem de sortir de casa per tal d'arribar a temps al treball o a qualsevol lloc i, per tant, el temps que tenim per fer d'altres accions; fins a la quantitat de patates, arròs o pastes que hem de posar a la cassola per tal que hi hagi suficient menjar per a totes les persones que estaran a taula, o bé la quantitat de sal o d'espècies per a que el menjar no quedi salat o fort; cal estimar la distància amb el cotxe del davant segons la velocitat en que hom circula, per evitar una col·lisió;

saber valorar l'hora aproximada d'arribada segons el trànsit; intuir el que representa en euros un determinat valor en pessetes o a la inversa; saber valorar quantes persones estan reunides i adonar-se de resultats i imports incorrectes segons la quantitat o capacitat del producte, això i molt més, són només algunes de les moltes estimacions amb que ens enfrontem cada dia.

L'estimació és una tècnica d'anàlisi present tant en les ciències quantitatives com en les qualitatives. Entre les primeres, en el món natural i antropològic, s'utilitza per exemple, en les prediccions meteorològiques; en les datacions de radioactivitat o de carboni catorze; en les perspectives de mercat i en les estimacions tributàries entre d'altres. També a nivell qualitatiu s'aplica quan es fa un obsequi esperant que agradi, quan un metge diagnostica una malaltia fruit d'unes determinades simptomatologies, etc.

L'estimació és una capacitat que permet treballar amb números i metrismes aplicats a situacions reals per tal de poder valorar de manera ràpida aquell context tot garantint el control de la validesa del resultat. El món quantificable ha estat sempre un objectiu matemàtic i en ell, multitud de camps d'estudi com poden ser l'estadística i la probabilitat són formes específiques d'estimació, però també, el món qualitatiu es va convertint en quantificable i estimatiu a conseqüència del treball de la matemàtica i la lògica borrosa que pretén a través d'uns determinats indicadors, poder estimar la previsió dels resultats.

Necessitat de la competència estimativa

El domini de la competència estimativa cada vegada és més necessària i imprescindible degut a:

- Tots els estudis relatius al domini social de les capacitats matemàtiques (PISA, IREM COPIRELEM, NCTM, ICMI, Cockroft, National Science Board, ...) demostren la baixa competència mètrica i tots, alhora, indiquen la importància i necessitat d'aquests dominis per poder fer front a les demandes professionals i tecnològiques i, a la vida en general. Es destaca d'una manera molt especial, com a signe i capacitat de domini real de la matemàtica i de la mesura el fet de posseir una bona capacitat estimativa i d'aproximació mètrica; posant més èmfasi, en la importància d'adquirir aptituds que capacitin per l'apreciació de solucions aproximades per poder comprendre i donar resposta a la immensa quantitat d'informació que arriba a la persona que no pas en l'adquisició de rigor matemàtic o en l'exactitud dels resultats.
- Les programacions curriculars d'arreu del món, cada vegada posen més èmfasi, com a objectiu terminal el fet de posseir una bona capacitat estimativa i d'aproximació per sobre de les mecàniques cercadores d'exactitud. La flexibilitat tant de raonament com de resolució i l'acceptació de la variabilitat de solucions, per tant de la creativitat personal, són alguns dels factors implícits derivats de l'estimació.
- Hi ha molta recerca relativa a l'estimació numèrica (integrada com a estratègies de càlcul mental) però resta pràcticament oblidada l'atenció i la recerca relativa a l'estimació mètrica.
- Existeix molt poc domini social d'aquesta capacitat estimativa i es recomana capacitació però en contraposició a l'escola aquesta competència resta sense atenció i sense treballar-ne el seu aprenentatge. Els estudis de Jonhson ⁽¹⁾, Reys ⁽²⁾, Edwards ⁽³⁾, Carlow ⁽⁴⁾, Hope ⁽⁵⁾, Trafton

¹Johson, D. (1979). Taching Estimation and Reasonableness Results. Aritmetics Teacher. Septiembre (V.27)

²Reys, B. (1984) . Mental Computation and Estimation: Past, Present and Future. The Elementary School Journal. (V. 5)

³Edwards, A. (1984). Computational Estimation for Numeracy. Educational Studies in Mathematics (V.15)

⁴Carlow, C. (1986). Critical Balances and Payoffs of an Estimation Program. En H.L. Schoen & M.Y. Zweng (eds.) Estimation and mental computation. Reston, VA. NCTM

⁶) centrats en l'ús i importància de l'estimació en la formació matemàtica als Estats Units, demostren la poca incidència que l'estimació té en els currículum, alhora que evidencien, també, un mal plantejament didàctic; conclusions que es poden fer extensibles a la nostra pròpia realitat (Segovia, Segovia i Rico, Gómez, B 1999).

- Manca coneixement del procés d'adquisició i aprenentatge de l'estimació i adquisició de la intuïció mètrica i, conseqüentment, de la seva didàctica.

Objectius

- Determinar els factors i característiques que configuren la capacitat estimativa i la intuïció mètrica.
- Conèixer el procés genètic de la capacitat estimativa
- Potenciar la intuïció matemàtica com a nivell d'alta competència matemàtica i la necessitat del seu aprenentatge.
- Dissenyar propostes didàctiques que ajudi a potenciar la capacitat estimativa.

Estructuració de la recerca

La present comunicació forma part d'una recerca molt més àmplia sobre la capacitat estimativa mètrica longitudinal si bé aquí es centrarà exclusivament en una síntesi relativa a la conceptualització i adquisició de la intuïció mètrica. La recerca, a grans trets, presenta dos objectius generals:

1. Constatar el grau de domini social de la capacitat d'estimació mètrica longitudinal.
2. Detectar i definir els factors que configuren la capacitat d'estimació mètrica longitudinal i la intuïció mètrica.

1.- El primer objectiu es va investigar a partir d'una recollida de dades obtingudes amb l'aplicació d'un test on cada subjecte havia d'estimar les mesures longitudinals d'uns determinats objectes físics (llistons, ondulades, circumferències, espirals, formes diverses). La mostra es va estructurar controlant les variables de gènere, edat, formació, contrast cultural (societat occidental-comunitat de tercer món). Entre d'altres resultats, es detectà:

- Un molt baix nivell de domini estimatiu a nivell general
- Cada context mètric necessita de processos específics diferenciats. Les persones que posseïen capacitat per estimacions rectilínies, davant els contextos curvilinis perdien la capacitat demostrada.
- No existia, globalment, diferenciacions significatives relatives al domini estimatiu degudes a gènere ni origen i que les parcialment existents no eren degudes al procés formatiu sinó al context de la realitat i experiència que genera l'entorn. Les mostres occidentals tenien, per exemple, major domini en l'estimació rectilínia però no existien diferències en espirals; i, idènticament succeïa entre nois/noies.

2.- El segon es va tractar a partir d'estudi de casos. Considerant les variables que es tingueren en compte en la mostra inicial, aquí es seleccionaren les persones representatives de cada variable que havien obtingut els millors resultats estimatius. La comunicació present es centra, exclusivament, en alguns aspectes d'aquest bloc.

Problemàtica general de l'estimació de mesures longitudinals

L'estimació tant de longituds rectilínies com especialment de les curvilínies resultà difícil per a tots els subjectes de la mostra i per extensió, per a qualsevol persona. Aquesta dificultat queda palesa en

⁵Hope, F. (1986). Mental Calculation: Anachronism of Basic Skill. En H.L. Schoen & M.Y. Zweng (eds.) Estimation and mental computation. Reston, VA. NCTM

⁶Trafton, P. (1986). Teaching Computational Estimation: Establishing and Estimation Mid Set. A: H.L. Schoen & M.Y. Zweng (eds.) Estimation and mental computation. Reston, VA. NCTM

els comentaris, observacions i reflexions sobre l'estimació que se'ls demanà al finalitzar l'experiència. En ells es fan presents sentiments d'impotència i frustració, però també de capacitat d'autoreflexió i anàlisi, juntament amb reflexions sobre filosofia educativa i prospectiva metodològica. És aquesta barreja de sentiments, reflexions, crítica i propostes la que fa rica i interessant l'anàlisi i les conclusions que se'n poden extreure. Com a mostra d'aquesta complexa estructura que incideix en l'estimació, s'expliciten a continuació algunes respostes que a títol individual i com a conjunt són clarificadores de les línies a analitzar.

- ". Penso que és força complex intentar conèixer aquestes mesures a simple vista. Cal un esforç força gran d'imaginació almenys utilitzant el mètode que he fet servir jo. Segurament hi ha altres maneres més fàcils de fer-ho, però encara no les he pogut descobrir". (2-2HME) "
- ". He acabat amb la sensació que m'he passat anys fent problemes de mesures, passant de cm a m, de m a dm, ... tot per a què?. Perquè em posin un objecte al davant i no sàpiga dir el què fa ..." (3-3HME)".
- "A vegades no sabia com posar-me a calcular la longitud. També senties com una mena d'impotència mental pel fet de no poder calcular amb exactitud. Com més recargolada era la figura, més esforç requeria" (6-6HME)
- "Sempre ens sembla que som molt exactes i precisos quan es fan les coses, però els recursos emprats i la poca imaginació que una persona pugui arribar a tenir, és el que veritablement ens mostra com n'arriben a ser d'imperfectes" (10-1HEF)
- "Penso que has d'estar molt acostumat a mesurar visualment una sèrie d'objectes de diferents formes geomètriques i amb una referència real per a poder saber què fan de llarg aquests objectes" (13-4HEF)
- "... Estic jugant un joc que només puc perdre. Considero que l'escola "normal" educa a la gent per fer-la "normal" i si sortim al carrer a fer aquesta prova, la gent "normal" es quedarà tan fotuda i sense recursos com jo em sento ara " (14-5HEF)
- " ... interessant l'acostament a la realitat, però alhora frustrant al adonar-me que no tenia prou mecanismes per imaginar o trobar prou tècniques per a la resolució d'aquests problemes plantejats. M'adono que segurament, al llarg del meu aprenentatge, no he explorat suficientment el medi, sinó que ja m'ho ve donat" (27-1DME)
- "Ho he trobat difícil perquè no ho podies mesurar sinó que ho havies de fer mentalment i això consistia que havies de tenir un concepte molt clar de mesures " (32-6DME)
- "En tot moment m'he sentit "perduda" per intentar intuir quan feia cadascuna de les figures, sense recursos, sense saber identificar a ull quant medeix..." (40-14DME)
- "Quan he tingut que intentar mesurar m'ha assetjat sempre la intenció de palpar, tocar, ... Se m'ha fet difícil fer-ho sense poder-ho manipular" (65-12DEF).
- "Penso que és molt complicat saber calcular les mesures així a ull ja que primer no hi estem acostumats, si més no, només mesurem a llarga distància com per exemple a 100 metres. També sempre mirem cap a la línia recta i aquí al trobar-nos amb espirals, línies corbes o també línies rectes però en vertical i horitzontal fa que sigui una experiència diferent i que ens adonem "o almenys" que m'adoni que no estem acostumats a mesurar cossos" (110-1DP)

- "Quan hem començat a fer la pràctica he vist que no tenia gaires representacions mentals creades, ja que no tenia molts recursos, però a mesura que he anat fent, he observat que podia tenir més recursos dels que m'imaginava, però el que em faltava, era conèixer una mica més les mesures, és a dir si volia comparar aquells objectes amb els altres de la realitat, no ho podia fer perquè tampoc coneixia la mesura de la realitat, ni d'un foli ni res, només de la mà i perquè m'ho havien dit algun cop. I a l'escola no es poden fer utilitzar altres recursos que no siguin el regle per a mesurar?" (130-21DP)

La dificultat estimativa, segons els propis subjectes, ve determinada bàsicament per:

- L'aprenentatge de l'estimació depèn d'una gran varietat de factors i aquesta mateixa multifactorialitat intervinent fa difícil la seva integració i interiorització.
- L'adquisició no es treballa de manera conscient ni tampoc sota una seqüenciació educativa del seu aprenentatge sinó que el seu domini s'adquireix com a fruit i conseqüència de processos inconscients produïts per la interacció amb la realitat de manera que és fonamentalment la pràctica i el contacte amb la realitat el que genera la creació i adquisició de les habilitats necessàries.
- Es necessiten potents capacitats de manipulació de les representacions mental i les imatges i no únicament n'hi ha prou amb la manipulació física que és el que la vida quotidiana aporta.
- La capacitació en el poder estimatiu necessita de tècniques, mètodes, recursos, estratègies ... molt específics i diferenciats per a cada cas d'estimació mètrica. El domini del metrisme longitudinal no serveix pel superficial, volumètric, de capacitat... cadascun d'ells necessita d'especificitats pròpies.
- La manca d'habilitat genera una sensació d'impotència que dificulta la pròpia creativitat i reflexió.

Factors i estructuració de l'acte estimatiu

Les respostes donades posteriorment a cada estimació, davant la pregunta "*com o què has fet per saber el valor de la mesura que donaves*"; i de les quals n'extractem algunes de prou significatives, permeten una anàlisi realment rica i variada respecte al procés estimatiu.

- ".he intentat mentalment estirar la circumferència i després medint amb pams .Ho he fet en la meitat de la circumferència i després ja sabia quant media l'altra meitat perquè són iguals (32-6DME) "
- ". primer he mirat les quatre i he deduït que la B era la de metre ja que és una mida o com una mida "standart". Segon, a partir d'aquest B i fent-lo servir com a punt de referència he intentat calcular les altres (3-3HME)".
- ". primer he mirat a terra, observant quan és un metre realment, amb les rajoles de 30 cm i he intentat girar mentalment aquesta mida i comparar-la amb els pals. Un cop estimat el que s'aproxima més al metre he comparat entre els pals (12-3HEF)".
- ". he calculat que la primera circumferència cabia dins d'una llosa del terra, així que he calculat el perímetre d'aquesta, a pams. Com era més petita he reduït una mica el resultat, obtenint la mesura d'A. Després he usat el seu tamany per mesurar B i B per mesurar C i C per mesurar D (106-1HP)".

Una primera anàlisi de les respostes anteriors, transcrites literalment, juntament amb els comentaris inicialment esmentats, permeten detectar paraules clau com: *mètode, representació mental, recursos, capacitat d'imaginació, acció mental, tècnica, procediments, càlcul, unitat...* Una observació més fina i detallada d'aquestes respostes apropa a aspectes diversos de l'acció estimativa i de manera especial a: *les unitats emprades, la forma d'efectuar el mesurament estimatiu, les interrelacions que s'estableixen entre els objectes o bé el tractament de la informació obtinguda*

per obtenir-ne el valor de la mesura; és a dir que en quasi tots els raonaments si detecten i diferencien:

- l'acció efectuada: “Vaig intentar estirar la circumferència ...” “Vaig girar-la i comparar-la amb pals ...” “Vaig calcular que la primera circumferència hi cabia dins d'un mosaic de 30 cm”...
- el medi o recurs emprat: “medint amb pams ...” he mirat al terra observant quant és un metre realment amb les rajoles de 30 cm ..” “He calculat el perímetre d'aquesta amb pams...”
- la representació mental que entra en joc: “Ho he fet amb la meitat de la circumferència i després ja sabia quan media l'altre meitat ...” “A partir d'aquest B i fent-lo servir com a punt de referència he intentat calcular les altres...” “He comparat amb els pals...” ” Com era més petita he reduït una mica el resultat que havia calculat, obtenint la mesura d'A. Després he usat el seu tamany per mesurar B i B per mesurar C i C per mesurar D...” ...

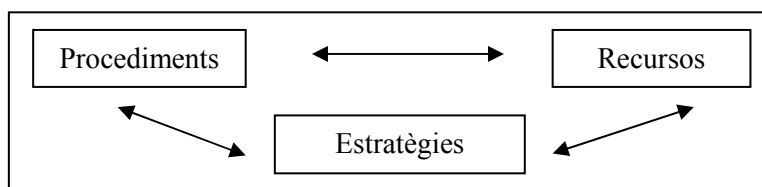
Procediments, recursos i estratègies.

Les tres característiques detectades anteriorment coincideixen amb les orientacions que dona l'informe Cockcroft per a l'aprenentatge matemàtic. En ell, en el paràgraf 240 s'indica que : “en l'ensenyament matemàtic cal diferenciar tres elements clau: fets i habilitats per un costat, les estructures conceptuals per un altre i, per últim, les estratègies generals i d'apreciació”. Entén per habilitats els procediments i tècniques que s'estableixen i s'estructuren a través de adquisicions que s'interioritzen com a rutina, de manera que es fonamenten per una seqüenciació determinada d'accions que segueixen un procés ordenat i definit. Les estructures conceptuals, al contrari, són cossos de coneixements interconnexionats entre ells de manera que les habilitats i tècniques hi resten incloses, estructurant-se a nivell de memòria de manera que proporciona significat als fets i a les tècniques i, a la inversa, dota de capacitat i sentit als coneixements. Les estratègies generals les defineix com “els procediments que orienten en l'elecció de les habilitats que cal utilitzar o dels coneixements al que cal recórrer en cada estadi resolutori d'un problema o en el desenvolupament d'una investigació”; en aquest cas, la seva finalitat és la de comprendre el context situacional i organitzar l'acció coherent que ha de possibilitar-ne la pertinent resolució, de manera que en cada situació cal organitzar la seva específica i diferencial seqüència.

En certa mesura, aquesta diferenciació, està en consonància amb el “pensament instrumental” i el “pensament relacional”, de Skemp que també diferencia en l'aprenentatge, la necessitat de l'adquisició d'estructures que possibilitin l'acció rutinària i l'algorismització dels fets i, la capacitat de poder aplicar continguts a noves situacions.

En base a això i coincidint, per tant, amb les justificacions raonades del test, queda evident, que cal diferenciar en l'acte estimatiu, tres factors fonamentals i imprescindibles:

- Procediments de mesuratge: és el procediment actuant que explicita com s'efectua i es fa l'acte del mesurament.
- Recursos de mesurament: element material o mental que s'utilitza per fer el mesurament.
- Estratègies de mesurament: són els procediments representatius o relacionals o sigui els procediments mentals que s'utilitzen en el mesuratge fruit dels procediments actuants i dels recursos que es fan servir.



Factors constitutius de la competència estimativa

La diferenciació entre procediments i estratègies queda definida per (Rico, L.; i altres, 1989): “Els procediments són una forma d'actuació mecànica que finalitza amb la consecució de l'objectiu mentre que les estratègies són més generals, en ella cal complementar la informació, definir i

delimitar amb precisió l'objectiu a obtenir, seleccionar, combinar i posar a prova diferents recursos i procediments ... L'estratègia no es redueix a un únic procediment, per això resulta més difícil, no solament la seva transmissió, sinó també conèixer i controlar la seva adquisició.”

Es el domini i conjunció dels procediments, recursos i estratègies qui consolida i sedimenta el poder de la Intuïció Mètrica com una forma més de la capacitat d'Intuïció Matemàtica.

La Intuïció Estimativa Mètrica

Els fragments que reproduïm a continuació de l'entrevista feta a en Josep, xapista-carrosser amb estudis primaris, corresponent a la prova d'estimació de segments rectilinis, on demostra tenir una gran capacitat i precisió, resulten molt alligadores i clarificadores per poder comprendre el que és, implica i significa la *intuïció mètrica estimativa*.

- E.(Entrevistador)- Dius que ho has fet així de cop, què vols dir amb això?
- J.(Josep) - Doncs això, que ho he fet de cop, a cop d'ull, sense pensar-hi massa. He vist que feien les mesures que t'he dit !.
- E.- Però ... com t'ho fas?. Com ho saps que fa cent vint o vuitanta o un metre o una altra mesura?
- J.- No ho sé. Suposo que per la pràctica. Cada dia treballo mesurant coses i necessiten coses d'una determinada mesura. Je, je, je ... Més faltaria que sempre hagués d'anar amb el metre a la mà !. Je, je, je... Perdria molt de temps !.
- E.- Però a veure, quan dones la mesura què fas o què has fet, per donar les que donaves?
- J.- Doncs,... ostres !... ja t'ho he dit. Veig que fa aquella mesura, així per les bones. Veig que fa allò i que no en fa altres. Si fa metre i mig sé que no fa un metre.
- E.- Josep, quant veus aquestes mesures, ho fas comparant amb alguna cosa o unitat?
- J.- No. Per exemple quan he vist les de metre vint, he vist que era això, que era més de metre, però no he pensat amb el metre, he vist que era de metre vint. O quan he dit vuitanta, també he vist que podia ser de vuitanta i no he pensat amb el metre.
- E.- Segons això, no fas servir el metre, tens com una "intuïció" de saber o de reconèixer les mesures de les coses. La tens amb tot i totes les longituds, per exemple en mesures molt petites o en llargades més àmplies com d'unes desenes de metre?
- J.- Home ... A veure ... Mmmm... Sí,... segurament és com si tingués com un metre dins que ja veu la mesura, més o menys, eh !... però això és només en algunes, les que jo utilitzo. Mira, en les més petites, vull dir de centímetres o mil·límetres també, més o menys, faig igual perquè sempre treballem fent-los servir, per exemple amb tornillos, femelles, bisos, gruixos de xapa... però.. no sé amb mesures més grans. Home també veus que una paret més o menys, quant té !. Bé, també crec que força, perquè jugant a futbol sempre més o menys sabies la distància i ara amb el golf o el tenis o en l'esquí també ho necessito i més o menys ho sé.
- E.- Sempre ho has fet així. Sempre has "vist" la mesura o creus que has necessitat un aprenentatge?
- J.- Home, és clar !. Ni pensar-hi que sempre ho he sabut. Quant vaig començar a treballar poc ho sabia veure, necessitava el metre.
- E.- Així doncs, ho has après !. I com ha estat aquest aprenentatge?. Com ho has fet per arribat aquí?
- J.- No sé.. no sé com ... com explicar-ho. Ha estat així, sense fer-hi res, de pràctica... de fer.. de...
- E.- Vols dir que per aprendre-ho cal viure-ho?. Creus que es possible adquirir-ho sense l'experiència del treball?
- J.- Home... No ho sé. Em sembla que deu ser difícil. Jo ho he après per la necessitat del treball, però també ja t'ho he dit que d'altres coses com el futbol, el tenis, el golf, l'esquí també ho faig sense pensar-hi. Suposo que més coses m'hi deuen haver ajudat però sí,.. segurament sí que el treball ha estat el més important..

- E.- Josep, Abans t'he preguntat com havies arribat a tenir aquesta intuïció, ara dius que ha estat per necessitat del treball, i també has explicat que al principi tenies que fer servir el metre. Com has anat passant del metre a aquesta situació d'ara?. No tens ja el metre?.
- J.- Sí que el tinc !. El tinc a dintre. Sempre el puc veure si m'interessa.
- E.- Què vols dir quan dius el tinc a dintre?.
- J.- Dintre del cap. No sé el tinc... el tinc com una imatge que si vull la puc fer servir.
- E.- Escolta, aquesta imatge del metre és la imatge d'un objecte o no?. I...recorda, què vas fer per arribar a tenir-la com a recurs?.
- J.- A veure, ostres !... anem per pams...!. La imatge que tinc no és de cap objecte, ni metres, ni regles, ni cap cosa... és... com ho diria... com un espai.. No sé, si el poso sobre un objecte que he de mesurar, li poso i només veig on comença i acaba el metre... però no hi ha cap metre ni cap regla, només veig la peça o la paret. No sé... és... això.. una distància que sé que és un metre.
- E.- I ...
- J.- Sí lo de com ho he après !... .. Ja t'he dit que primer necessitava el metre, després a tot li posava el metre sense posar-li i poc a poc va anar desapareixent aquesta necessitat fins que al veure una cosa, saps sense pensar-hi quant mesura aproximadament, perquè es clar si ha de ser una cosa precisa, llavors cop de metre. No sé ... és un cop d'ull !. "

De tot el que anteriorment se'n desprèn, es pot deduir que la intuïció mètrica estimativa s'efectua de manera quasi inconscient podent-se definir com aquella *habilitat mental interioritzada que hom posseeix i que li permet determinar la mesura d'una longitud sense necessitat d'efectuar un procés comparatiu directe i conscient..*

Considerant que, epistemològicament, l'estimació té una significació entesa com a valoració i judici de valor, aquesta, pot efectuar-se sobre multitud de situacions i fets de vida, i tant sobre aspectes materials amb valoracions quantitatives com en d'altres que la valoració afectarà magnituds no mesurables (criteris, judicis de valor, moralitat o sentiments...). L'estimació, evidentment, segons l'àmbit incident, podrà ser classificada en *qualitativa* o *quantitativa*, sent la quantitativa matemàtica sobre la que ens interessa centrar-hi l'atenció.

L'estimació matemàtica per tal tenir la seva corresponent essència epistemològica ha de reunir unes determinades condicions i Rico (1989) seguin Reys, en senyala sis⁷ si bé les concreten en l'estimació numèrica. Per la nostra part i centrant-la en l'estimació mètrica, necessitem ampliar aquest anàlisi i en remarquem i diferenciem deu:

- *Habilitat mental.* L'estimació mètrica és una capacitat que utilitza procediments i estratègies exclusivament mentals. Tota l'acció es fa sense l'aplicació física de cap comparació directa ni per mecàniques algorísmiques sobre paper.
- *Individual.* L'acció estimativa s'efectua a nivell personal.
- *Representativa.* Tota estimació necessita imprescindiblement de l'aportació d'imatges i representacions mentals, per tant, d'experiència i referències d'aquell context estimatiu.
- *Adquirida.* La capacitat estimativa no es posseeix d'entrada sinó que aquesta s'adquireix a posteriori de la possessió i interiorització de certes capacitats prèvies.
- *Evolutiva.* El domini de l'estimació es produeix a través d'un procés maduratiu, canviant i educable.

7

- a. consisteix en valorar una quantitat o el resultat d'una operació
- b. el subjecte que fa l'estimació té alguna informació, referència o experiència sobre la situació.
- c. es realitza, generalment, de manera mental
- d. es fa amb rapidesa i fent servir quantitats el més senzilles possibles.
- e. el valor assignat no té que ser exacte però sí adequat per a poder prendre decisions
- f. el valor assignat admet diferents aproximacions depenen de qui realitzi la valoració

- *Específica*. Els procediments, recursos i estratègies que es necessiten i es posen en joc són diferents dels aplicats en contextos no estimatius, alhora que són diferenciats, també, per a cada context matemàtic.
- *Aproximativa*. Les valoracions estimatives no pretenen l'exactitud de la resposta sinó l'aproximació; conseqüentment té múltiples respostes vàlides.
- *Rendible*. La valoració realitzada s'ha d'efectuar amb rapidesa i amb una clara reducció temporal respecte a d'altres procediments.
- *Numèrica*. Tota estimació tracta de valorar matemàticament una determinada situació problemàtica, donant-ne el seu resultat numèric, sigui operatiu o mètric.
- *Significativa*. La valoració realitzada ha de permetre prendre decisions.

Dins el camp del coneixement, l'estimació és un procediment cognitiu més i com a tal, es veu immers en els processos d'adquisició que estructuraven el coneixement, de manera que si per a qualsevol aprenentatge resulta fonamental el fet de poder tenir representacions mentals, en l'estimació, aquesta necessitat es fa imprescindible, especialment per l'estimació mètrica. És un procediment recursiu biunívoc on l'habilitat que hom pugui tenir adquirida permet la qualitat valorativa de l'estimació, però també la perfecció d'aquesta estimació, millora l'habilitat i els recursos que es puguin tenir interioritzats.

Entre les característiques més importants que determinen la possessió d'aquesta capacitat estimativa cal destacar:

- És una habilitat interioritzada que ha perdut la consciència del procés (procediment, recursos i estratègies) que s'apliquen.
- L'estimació es fa sense efectuar un mesuratge per comparació directa.
- Existeix una visió global de la longitud sense acció de comparació unitària.
- El potencial estimatiu unitari és molt divers i en cada cas s'adapta a la situació sense que existeixi el predomini d'una unitat determinada.
- Les amplituds longitudinals unitàries han perdut les seves connotacions materials i són dimensions magnitudinals "transparentes" amb la força perceptiva en els seus extrems.
- Els valors longitudinals poden ser visualitzats, si cal, com a multitud d'elements objectals on prenen valor significatiu.

La possessió de la capacitat d'intuïció mètrica estimativa que a nivell global de la mostra selectiva no arriba al 6%, representa un domini d'un sector molt reduït de la mostra i en menor mesura, de la població en general, com ho demostra la seva pràcticament nul·la presència en els resultats de la recerca inicial. Els resultats evidencien que quan una persona finalitza el seu període de formació acadèmica, generalment, no està en possessió d'aquesta competència i la seva habilitat es manifesta, quasi exclusivament, en estadis adults de vida professional.

Les característiques generals que configuren la intuïció estimativa demostren que aquesta adquisició es fruit d'un procés d'aprenentatge i d'integració a la realitat. És la necessitat de donar resposta a situacions problemàtiques la causa que genera la seva adquisició, fet que explica en Joan, al justificar en l'estimació dels segments rectilinis, sobre l'ús que fa de les mesures antropomòrfiques i que, d'una altra manera, ratifiquen també les explicacions anteriors d'en Josep:

- "... És clar!. És el que conec i el que l'experiència m'ha portat a dominar. És igual que un paleta o un fuster que dominaran el metre perquè el necessiten i l'utilitzen. El recurs que un fa servir és el que la seva experiència li ha fet servir " (Joan)

Sembla deduir-se del que diuen, que aquest domini s'inicia en el món rectilini i que no es pot extrapol·lar de forma immediata a un nou context que no es controla ni domina. Així en Josep, que en la seva activitat necessita i es mou molt poc en el món de les formes corbes, davant les ondulades, circumferències i espirals, perd el domini demostrat en les rectes i en Pere amb més contacte amb les corbes, tot i que en el moment de fer l'estimació utilitza fonamentalment d'altres

procediments no intuïtius per tal de garantir-ne més la precisió, també, en certs moments, aplica aquest sentit intuïtiu amb l'objectiu que, conjuntament, facin de ratificadors dels resultats estimats. La capacitat mètrica estimativa forma part del seu bagatge de procediments globals d'anàlisi mètric, però el grau de confiança en ella, no és suficientment contrastat en l'acció diària com per poder aplicar-lo en el món curvilini. Aquesta diferenciació evidencia, doncs, l'existència de nivells madurats en el procés de domini de la intuïció estimativa, manifestant-se a través del grau d'interconnexió o dependència d'aquesta intuïció respecte a d'altres procediments.

La intuïció estimativa creativa: procés d'adquisició i nivells

L'adquisició de l'aprenentatge de la mesura té importants connotacions amb l'evolució neurològica dels hemisferis cerebrals i en quant a l'estimació amb la integració d' "smart mechanism" que possibilitin la construcció d'hàbits de respostes cognitives a estímuls perceptuals. Aquest procés que interrelaciona el món cognitiu amb el perceptual és el que configura la base de la intuïció; facultat "misteriosa que tots tenim però que resulta difícil de captar i encara més d'explicar (Fiol, M.L., 2002 p.28)". També en el mateix sentit es refereix a ella, Charon, J.E (1968) o Zeki, S. (1993). Intuïció i imaginació queden íntimament interrelacionades i sovint enteses com una mateixa capacitat.

La seva validesa com a facultat cognitiva ha tingut al llarg de la història, els seus detractors i defensors. Uns l'han considerat com a procediment acientífic i no precís ni exacte; d'altres, la valoren com a element transcendental per l'acció creadora sigui artística o científica, de manera que forma part de l'essència del propi pensament. Sovint la intuïció s'aparella i relaciona amb el coneixement intuïtiu, entenent aquest com una forma de coneixement sensorial perceptiu sense entrar en les seves connotacions de domini abstracte, que també pot arribar a posseir. La intuïció, per tant, forma part de la forma de conèixer i relacionar aquest coneixement amb les respostes que donem a l'entorn o a la nostra pròpia interioritat. Percepció i intuïció resten íntimament entrelaçades i influenciant-se mútuament.

La importància de la intuïció pel coneixement queda prou palesa a través de diversos anàlisis realitzades sobre les potencialitats cognitives dels matemàtics, entre elles les de Davis i Hearth (1988) destaquen els camps no verbals, espacials i holístics del pensament com a factors essencials del que fan i com treballen realment els matemàtics, encara que no es destaquí al explicar la seva tasca. Així doncs, és evident que el desenvolupament matemàtic va més enllà del pur raonament lògic deductiu i és aquí on la intuïció pren sentit per tal d'arribar a la capacitació matemàtica, camp totalment descuidat en la formació i aprenentatge, degut al poc coneixement que es té d'ella i de com enfocar-ne el seu aprenentatge i millora. Fiol (2002) seguint Fischbeib (1987) distingeix diferents nivells o significacions de la intuïció:

- a. Com a font i origen del coneixement vertader o aparentment vertader. És el sentit amb que l'utilitzen tant Descartes com Spinoza.
- b. Com a mètode. És quelcom com un mètode mental que ens permet captar l'essència d'un fenomen. En aquesta direcció l'utilitza Bergson.
- c. Com a forma de coneixement. Aprehensió realitzades directament sense necessitar cap tipus de comentari, explicació o justificació explícita. En aquest sentit l'utilitza Piaget encara que en fa una diferenciació entre elles considerant-les amb particularitats per a cadascuna: espacials, temporals, empíriques, operacionals, etc.
- d. Com a facultat cognitiva. A través de la qual es capten els coneixements directament. Kant pren aquest enfoc tot diferenciant-ne els intel·lectuals que permeten els coneixements de manera immediata i els sensibles relacionats amb el coneixement sensorial.

El conjunt d'aquestes diferents interpretacions porta a entendre la intuïció com un procediment o estil cognitiu que possibilita el coneixement immediat sense l'aplicació de procediments racionals conscients. La seva adquisició es produeix a conseqüència de la necessitat de donar solució a

situacions problemàtiques, les quals van cercant per assaig i error la resposta adequada, de manera que l'adquisició necessita d'una pràctica més o menys constant i permanent.

La intuïció, semblaria ser que funciona a partir d'estructures perceptuals que són "identificades" comparativament respecte a d'altres estructures de representacions mentals integrades com a *smarts mechanism*. És obvi doncs, que no existirà possibilitat de crear-se o madurar la intuïció (Charon, J.; 1968) sense aquest desenvolupament perceptual i contacte amb la realitat. La capacitat de la intuïció, aplicable tant a l'estimació mètrica com a d'altres camps de coneixement, pot tenir diferents gradents d'eficàcia i aplicació. De manera simplista podríem arribar a diferenciar en aquesta evolució, tres nivells, de manera que s'evoluciona des de l'inicial o intuïció perceptual al de la intuïció relacional per arribar a la intuïció creativa.

- Intuïció perceptual: forma d'estimació que funciona a posteriori de rebre uns determinats estímuls perceptuals, els quals actuen com a arcs reflexes cognitius basats en experiències anteriors. Són clars exemples d'aquesta tipologia estimativa: la capacitat de poder valorar la mesura d'un objecte, o la posició que aquest prendrà degut a uns determinats moviments, o el resultat d'una operació ...
- Intuïció relacional: capacitat de poder aplicar estratègies estimatives en contextos inicialment no dominats. Aquesta capacitat s'adquireix fruit de posseir diferents capacitats estimatives aplicables a contextos diferenciats i relacionar-ne els seus trets específics amb les seves característiques comunes, alhora que amb els continguts conceptuals específics d'aquell camp de coneixement. En aquesta direcció es situaria aquella intuïció que en el cas de l'estimació mètrica de superfícies, sap integrar la pròpia percepció sensorial amb la capacitat algorísmica deguda al domini de la formulació o bé que integra capacitats de manipulació de les imatges o les representacions mentals; en seria un bon exemple la capacitat de poder rectificar una corba al mateix temps que de curvalitzar una recta.
- Intuïció associativa: la capacitat relacional s'aplica no únicament en el món de la pròpia intuïció i manipulació de representacions sinó que a més, també, interacciona amb d'altres continguts cognitius i emocionals. Aquesta intuïció, seria el que podria anomenar-se també, intuïció creativa ja que és la que possibilita l'acte creatiu. En aquest estadi, les connexions neurològiques de l'hemisferi dret amb l'esquerra, el sistema límbic, el cerebel i el bulb raquidi, tenen la màxima incidència. En aquesta integració el pensament intuïtiu, no lineal, subjectiu, sintètic de l'hemisferi dret, s'associa amb el pensament lògic lineal, crític, analític i racional de l'hemisferi esquerra juntament amb el món emocional, imaginatiu del sistema límbic i l'instintiu del bulb; d'aquesta interdependència sorgeix, sembla ser, la capacitat creativa.

Els gradents o nivells de domini de la Intuïció mètrica perceptual

L'evolució de la intuïció perceptual a la intuïció creativa, necessita d'un progressiu procés que va incorporant, mica en mica, i fruit de l'experiència, nous procediments, recursos i estratègies. Cal dir que per conquerir l'estadi d'intuïció perceptual, on s'arriba a perdre la consciència pròpiament dita del procés actuant i que permet solucionar situacions més o menys repetitives d'un mateix estil estimatiu, no resulta suficient o vàlida per poder-la aplicar a noves situacions que necessiten del domini de la intuïció relacional i la creativa. Per arribar a un eficient domini de la intuïció perceptual el camí no resulta gens fàcil. A través de les respostes dels subjectes de la mostra es pot diferenciar una gènesi en la seva adquisició, consistent en:

Intuïció com a procediment inconscient de tècnica comparativa

En aquest cas, és freqüent utilitzar terminologies parasemàntiques de la intuïció, com poden ser: "*a cop d'ull*", "*per intuïció*", "*es veu*",...sense que realment tinguin el veritable sentit d'intuïció mètrica. Darrera seu solen existir-hi processos de comparació unitària fets amb gran rapidesa però

sense conscienciació. Un exemple el tenim amb en Vicens en l'estimació dels radis de circumferència:

- E.- Què has fet per saber el diàmetre?
- V.- No tinc fixació per trossejar-ho... per tallar-ho a trossets, però com que les mides del diàmetre no són molt exagerades, per intuïció... m'he atrevit...
- E.- És a dir, intuïció global?
- V.- Global !. Aquí he hagut de fer servir la mida global perquè no tinc referències visuals.
- E.- I tu tens aquestes mesures globals?. Les fas servir amb referència a alguna cosa o utilitzes el metre i això ho compares amb el metre... o... ?.
- V.- Més que el metre, en aquest cas...
- E.- O continues pensant? Perquè sembla que...
- V.- A pams.
- E.- Parlaves de pams...?.
- V.- Pams, pams,,, Sí, pams.
- E.- Per tant seria que anaves sobreposant els pams aquí al... ?.
- V.- Sí. Però... així hi tot, sense punts fixos.

o en la Glòria:

- G.- Aquest l'he fet a ull. No sé, més o menys, un pam fa vint, doncs... no sé...
- E.- Per tant no és a ull... Tu has dit, pam i has mirat quants pams hi cabien.
- G.- Sí, però clar, és que...
- E.- Però, ho has mirat quants pams hi cabien ?.
- G.- No. No ho he mirat a mà, ho he mirat a ull i tinc molt mal ull. ..

Intuïció estimativa com a tècnica subordinada i complementària d'una altra que n'és la principal

El procediment bàsic on es posa la confiança estimativa és de tipus perceptual o algorísmic; la intuïció complementa part d'aquest treball o bé actua com a procés ratificador i validatiu dels resultats prèviament obtinguts. Depenent del nivell de confiança personal en les pròpies habilitats, en situacions de confrontació entre els dos mètodes, es produirà la modificació de resultats adequant-los al sentit intuïtiu o es mantindran els mateixos obtinguts pel mètode principal. En base a aquest comportament es podria subdividir aquesta etapa en dues. Una mostra palpable d'aquest estadi el trobem amb en Vicens o en la Blanca en l'estimació dels segments rectilinis que després d'efectuar l'estimació per mètodes de comparació unitària, les parts excedents d'aquesta longitud les mesuren per intuïció.

- E.- I per tant, aquesta mica més ... Has aplicat després, alguna cosa...?
- V. (Vicens).- No. Intuïció i prou.
- B. (Blanca).- He vist que era una mica més llarg que el tercer i com que sobrava una mica, només, he vist que eren quinze centímetres més.
- E.- Respecte al tercer també has posat el pam o no?
- B.- No.
- E.- No?. Només has vist un tros i has dit, això deu fer quinze?.
- B.- Sí.
- E.- I...això de dir quinze, com ho saps que més o menys devia de fer quinze aquest trosset?.
- B.- No ho sé.

O amb en Joan que en l'estimació de circumferències, la intuïció el fa entrar en confrontació amb els resultats algorísmics,

- E.- A veure, de cop al arribar a l'última has modificat tots els resultats... Per què?.
- Jn. (Joan).- Doncs perquè m'ha semblat que no tenia més de dos metres.
- E.- Ha estat una intuïció global o què ha passat o què has fet per canviar els valors?.
- Jn.- Sí. Ha estat per la imatge. He vist que no podia ser tant grossa com més de dos metres.

Domini parcial de la intuïció

El control d'aquesta habilitat només és produeix i és possible dins uns determinats límits d'amplituds magnitudinals. Un cas prou clarificador és el d'en Joan en l'estimació d'ondulades on precisa:

- E.- Segueixes utilitzant el pam?.
- Jn.- No. Ara no. Degut a que les mesures són més petites, les distàncies les domino més i intueixo la mesura que crec que té.
- E.- Vols dir que globalment dius, fa set, vuit, deu... centímetres?.
- Jn.- Sí.
- E.- O sigui que en aquest cas tens una percepció de la distància entre els extrems, sense fer cap comparació amb res?.
- Jn.- Exactament.

Intuïció en contextos d'igualtat procedimental

En aquest cas, la intuïció participa de forma conjunta amb les altres tècniques procedimentals, de manera que entre elles interactuen com a processos de validació mútua i amb consciència de la relativa habilitat que hom posseeix. En Pere, en l'estimació d'espivals en mostra un exemple:

- E.- ..., el que m'ha sorprès és la rapidesa en què has pogut donar el resultat. Perquè quan has donat el resultat, de veritat, has fet tot aquest procés (càlcul de l'espival a partir de la circumferència mitja) ...?.
- P. (Pere).- "A veiam"... més o menys... Intuïció... i...
- E.- Una intuïció?.
- P.- I... i fer càlcul. Tot, tot... Tot hi suma!.

Domini integral de la intuïció perceptual

L'habilitat ja plenament contrastada permet la utilització de l'estimació com a procediment habitual i sense necessitar validar amb d'altres procediments. Correspondria, per exemple, al nivell d'en Josep en l'estimació de segments rectilinis.

La gradació de l'adquisició de la intuïció estimativa que es detalla, queda centrada, exclusivament en la *intuïció perceptual*, la qual dona resposta a estímuls exteriors concrets i específics, nivell previ a la *intuïció creativa* que capacita per qualsevol procés cognitiu i de gestació d'idees i que en cap cas s'ha pogut detectar.

D'aquests gradents de domini, és obvi que es desprèn uns clars interrogants:

- l'adquisició de l'habilitat estimativa es produeix a través d'uns gradents maduratiu longitudinals?.
- l'habilitat estimativa s'adquireix i pot funcionar només dintre una amplitud de mesura determinada o uns límits magnitudinals?.

La seva resposta necessita d'un estudi més profund i rigorós, però d'entrada les respostes que donen tant en Vicens com en Joan respecte al seu domini parcial i limitat de l'estimació en amplituds controlables manualment orienten una mica en el fet que semblaria ser que les més fàcils per començar a dominar són les incloses entre els 10 i 50 centímetres; també confirmat per d'altres respostes d'altres subjectes de la mostra. No obstant, les respostes més clarificadores en aquesta direcció són les que donen en Josep i en Pere que al ser preguntats sobre els límits de la seva capacitat, que expliquen respectivament:

- E.- Aquesta intuïció la tens en totes les mesures?. Veus una distància entre dos punts i automàticament dius dotze metres seixanta o nou trenta o vint-i-dos vint?.
- J.- ... No arribo a tant !. En les mesures amb que em moc normalment a la feina sí, però en d'altres és més aproximada. Veus més o menys el que deu mesurar.
- E.- Així doncs el que tens interioritzat és el metre i per tant tot està mesurat en base al metre o hi ha d'altres imatges?.

- J.- ... el metre en tot cas em serveix per mesures d'aquestes normals, però en d'altres casos sé més o menys quant és dos metres o cinc o deu .. Per certes mesures llavors es veure quantes vegades hi quep alguna d'aquestes imatges de distància que un té.
- E.- I per mesures petites, també tens imatges?
- J.- Es clar !. El pam, mig metre, deu centímetres, centímetre, dos centímetres, cinc, ...
- E.- Segons sembla tens com una "intuïció" de saber o de reconèixer les mesures de les coses. La tens amb qualsevol longituds, per exemple en mesures molt petites o en llargades més àmplies com d'unes desenes de metre?.
- P. (Pere).- Doncs.. què et diré... més o menys, però amb unes me'n surto més bé que en unes altres. Amb les que més o menys em trobo cada dia són amb les que ho faig amb les altres potser utilitzo més comparar-ho amb alguna altra mesura com per exemple deu metres, cinquanta, ...

Les informacions sobre el procés d'adquisició de la intuïció estimativa perceptual si bé denoten la prioritat indicada per en Vicens, Joan, Quim i d'altres persones de la mostra, les quals amb paraules diferents diuen més o menys el mateix, és a dir que aquesta depèn del context on un es mou i viu les necessitats, de manera que si la realitat obligués a dominar les macro i micromesures, llavors serien, aquestes, les primeres en adquirir-se. El comentari següent d'en Josep sobre si és possible adquirir l'habilitat estimativa fora del món del treball, ratifica la possibilitat del domini estimatiu que supera el mesomón de la vida quotidiana.

- Home... No ho sé. Em sembla que deu ser difícil. Jo ho he après per la necessitat del treball, però també ja t'ho he dit que d'altres coses com el futbol, el tenis, el golf, l'esquí també ho faig sense pensar-hi. Suposo que més coses m'hi deuen haver ajudat però sí... segurament sí que el treball ha estat el més important..

Segurament però, que si ens centrem en el món infantil, seria correcte el que es desprèn dels comentaris d'en Vicens i en Quim ja que la realitat vital d'un nen o nena en edat escolar es mou, generalment, en les mesures que antropomòrficament es controlen i que en Joan, ja anteriorment, ha explicat que són les que primer es dominen ja que el primer que hom viu és el seu propi cos. A partir d'aquí es plantegen dos interrogants prou importants per seguir aprofundit:

- Fins a quin punt, doncs, hi pot haver relació entre les primeres adquisicions numèriques i les primeres adquisicions estimatives?.
- Hi ha necessitat d'adquisició d'una unitat determinada per poder seguir endavant en l'aprenentatge mètric igual que succeeix amb el món numèric amb l'1 ?.

Algunes conclusions

El conjunt d'observacions i constatacions efectuades en les dues recerques posa en evidència que les diferències de domini estimatiu (precisió, correcció, coherència, contrast, ...) sempre són superiors en el món rectilini que en les corbes i en aquestes, les circumferències són més dominades que qualsevol altra tipus de corba, arribant-se en les espirals a la major igualació entre les mostres de manera que desapareix qualsevol tipus de diferència entre variables culturals o d'edat, de formació o de gènere). Per altra banda, la nul·la significació correlacional de les variables i las interrelacions entre formes permet deduir-ne que:

1. la capacitat estimativa és producte d'una síntesi multifactorial
2. la capacitat estimativa és fruit de la vivència.
3. l'estimació i intuïció mètrica resulten diferents per a cada context estimatiu
4. la diversitat de procediments, recursos i estratègies de mesurament millora la potencia estimativa.
5. la formació cultural i la consciència moral incideixen sobre l'estimació.
6. l'evolució no és un procés permanentment progressiu sinó que manifesta regressions.
7. l'escolarització no potencia la capacitat i millora del domini estimatiu.

La capacitat estimativa és una síntesi multifactorial

Sovint el fet d'encertar o aproximar una estimació puntual pot entendre's com a capacitat estimativa; però aquesta, realment ho és si la precisió es manifesta de manera més o menys permanentment i amb possibilitat de ser aplicada en contextos diversos (diferenciacions d'amplituds longitudinals, o de formes perimetrals,...). La capacitat estimativa és, doncs, més que tenir habilitat dintre d'uns marges d'amplituds longitudinals o de poder-ho aplicar, únicament en una determinades formes, fonamentalment i exclusiva de tipus rectilini. Existeix capacitat estimativa quan hom posseeix procediments, recursos i estratègies que permeten afrontar qualsevol tipus d'estimació.

La capacitat estimativa és fruit de la vivència

L'error estimatiu efectuat en les diferents formes o en les diferents proves s'incrementa o redueix a través d'una graduació que va des dels segments rectilinis a les espirals. Aquest nivell diferencial de domini que demostren les mostres de cada variable analitzada (origen, edat, formació, gènere,...) ve determinat segons el coneixement que es té d'elles o sigui de la normalitat de trobar-les o de poder viure-les quotidianament.

L'estimació i la intuïció mètrica és diferent per a cada context estimatiu

Els valors correlacionals analitzats, en cap cas, demostren que els nivells de precisió en les estimacions rectilínies tinguin cap incidència en les estimacions de corbes. Així doncs, la capacitat estimativa que hom pot posseir per determinar longituds rectilínies no genera capacitat per l'estimació curvilínia, de manera que els procediments, recursos i estratègies que s'estructuren en l'estimació rectilínia, necessiten de un procés de readaptació per afrontar la curvilínia o altres dimensionalitats i altres magnituds.

Dominar procediments i estratègies diverses de mesurament i de sistemes unitaris millora la intuïció mètrica estimativa

La millora estimativa es veu reforçada en totes les situacions on el subjecte aplica criteris diversos, siguin procediments (tècniques de sobreposició, rectificació...), recursos (unitats mètriques antropomètriques o objectals diferents, algorismes,...) o estratègies (visualització, revisualització, composició, descomposició...) o sigui que resulta imprescindible per a un bon desenvolupament d'aquest aprenentatge, potenciar al màxim, la variabilitat pràctica de manera que els contextos siguin per ells mateixos, factors que impulsin la diversificació. És obvi, per tant, que la rutina i repetició contextual de situacions no és la millor forma d'estimular l'aprenentatge estimatiu.

La consciència moral i social incideix en la tipologia estimativa

L'estructuració de la personalitat, determinada per la incidència de multitud de factors, no queda exclosa de les empremtes morals que la societat elabora. Una d'aquestes empremtes morals configurada a través de la consideració i valor de la humilitat o el fet d'intentar no sobresortir, de "ser menys", forma part conscient o inconscientment de nosaltres, concepció que no simplement incideix en els judicis de valor sinó també en la manera d'entendre i "veure" l'entorn. Si afegim a això el procés educatiu que "passar-se" sempre és signe d'error i equivocació i on sovint les indicacions sorgides de l'educador són les de no "passar-se" (de la ratlla, marges, full, quantitat límit a la que cal arribar, nombre d'errors acceptats, ...) per tal d'evitar catalogacions i avaluacions negatives, és obvi que l'estructuració de la ment es fa sota aquests paràmetre i així, el marc social segueix funcionant amb aquest mateix prisma d'arribar i no passar-se, com així mateix s'aplica en tants i tants jocs. Tot el que ens envolta i lògicament la mesura no en queda exempta, es veu influenciada per aquesta visió inconscient d'humilitat interior i l'estimació resta doncs impregnada i immersa sota aquest prisma de consciència social moral i, normalment, sempre es fa, per "defecte".

L'ensenyament es fonamenta sempre o quasi sempre, en un procés reductor. Tot per a fer-ho efectiu, es redueix; el món cultural sigui del camp científic que sigui cal representar-lo reduït a través d'imatges o representacions a través de la televisió, llibres, pissarra, ... però alhora l'alumnat

ha de seguir reduint per a la seva llibreta o quadern. Generalment doncs tot es fonamenta en aquest procés reductor i on el dibuix n'és un bon exemple, ja que davant qualsevol model, a tots en resulta més fàcil i còmode, reproduir-lo en mesures més petites que no pas engrandir-lo. La preparació per "reduir" està fortament i molt més interioritzada.

El nostre món i la nostra vida es mou bàsicament en l'horitzontalitat. Caminen i ens movem per carrer, passadissos, locals...; els moviments de cotxes, avions, rius... ens passen horitzontalment pel davant, utilitzem la llargada i amplada dels objectes (taules, llits, coberts, esquís, ...) Mirem i vivim, bàsicament, sobre l'horitzontalitat. I, també el procés educatiu treballa fonamentalment en el món horitzontal tant per posicionar els elements de treball com el papers, llibretes, llibres, ... com per la pròpia escriptura. No es sol treballar massa en posicions verticals, se solen fer mesurar més les llargades i amplades que no pas les alçades ja que el desplaçament en el pla horitzontalitat és més còmode que en el del pla vertical. A tots ens resulta més fàcil, també, fer un dibuix en un paper en posició horitzontal que en un de vertical. Culturalment estem més preparats per l'estimació horitzontal que no per la vertical i evidentment l'error estimatiu vertical resulta més generalitzat i superior

L'evolució no és un procés lineal progressiu sinó que manifesta regressions

Quan hom es troba en un context que d'entrada s'escapa a les pròpies capacitats i estratègies resolutòries tal i com descriu la teoria madurativa de van Hiele, llavors es retorna a nivells anteriors per reestructurar el coneixement. Així doncs poden aparèixer en certs moments i circumstàncies, nivells ja suposadament superats. En l'estimació d'espivals, davant el fet de no tenir recursos o estratègies resolutòries, l'estimació pot ser matisada i influenciada per concepcions que afecten al procés de conservació de la mesura i així pot ser afectada per la longitud global del diàmetre de l'espival o bé per una certa visió-interpretació quantitativa de tipus subjectiu. Entre aquestes interpretacions es poden destacar aquelles en la que l'espival amb més dilatació diametral fa destacar-ne el seu diàmetre i s'apropa més a una concepció relacionada amb la circumferència aplicant per transitivitat que a major diàmetre major longitud; l'altra visió a destacar fa referència a la concentrada, on veure-la més gran té connotacions de tipus quantitatiu composicional, moltes voltes és sinònim de més gran i més longitud. D'entre les dues, la de la incidència diametral és la predominant, tal vegada per ser la que més relaciona, de les dues, geometria i mesura i, per tant relativament més evolucionada que la purament quantitativa.

L'educació formal prepara molt poc per l'estimació i intuïció mètrica

El fet d'inexistència de significativitat dels resultats entre les mostres d'estudiants universitaris, de secundària, primària, comunitats del tercer món, ... demostren la no incidència del procés acadèmic en aquest domini. També les correlacions fetes entre les seves notes acadèmiques de mates y els resultats de la prova no tenen cap tipus de correlació.

Importància de l'estimació en l'educació i en la capacitat mètrica

Sovint, l'estimació en l'àmbit educatiu generalment es centra i es prioritza com a exclusivament numèrica i, també, com a sinònim de matemàtica mental: "*La matemàtica mental* –terme que integra el càlcul mental juntament amb l'estimació del càlcul i el treball oral que es fa a l'aula amb les mateixes- *és una habilitat socialment útil...*" (Castro, C.; 2002) oblidant-se d'aspectes estimatius tan importants com els mètrics i espacials i no tenint en compte que en el marc de la matemàtica mental hi intervenen molts d'altres factors com poden ser, entre ells, les imatges, visualitzacions, representacions i la intuïció; elements inseparables de l'estimació.

El tractament escolar de l'estimació sol estar plantejat amb una òptica superficial d'aplicació d'activitats dirigides i fetes de forma més o menys mecànica, sense estar integrades a la realitat i sense connexions amb d'altres apartats de formació matemàtica de manera que les valoracions extretes, demostren una contradicció entre les necessitats formatives i el disseny educatiu, o entre el *saber empíric* i el *saber ensenyat*, contradicció que crea un *saber après* que no permet afrontar les

demandes reals (Brousseau, 1983; Vergnaud, 1990). El perquè d'aquesta disfuncionalitat són molt diverses i, en bona part, estan íntimament lligades a unes concepcions de filosofia educativa i d'epistemologia matemàtica, encorades en enfoc fonamentats en processos de repetició mecànica d'algorismes, exercici sobre paper, valor de l'exactitud i penalització de l'error. Carlow⁸, Segovia (1986, 1995), Segovia, Castro, E., Castro En. i Rico (1986), Segovia i Rico (1986),

Castro, C. (2002) valorant la realitat escolar, senyala les avantatges per a la inclusió de l'estimació en el currículum de formació matemàtica, que podríem resumir en:

1. Les aplicacions de les propietats dels sistemes numèric són molt rígids i formals, mentre que les experiències d'estimació, al contrari, són simples i directes
2. L'estudi tradicional de la mesura utilitzant materials concrets, porta a que cada concepte apareixi després dels processos de comptar i mesurar; en canvi, si prèviament s'introdueix l'estimació, el concepte és anterior i els processos de comptar i mesurar serveixen, llavors, com a procediment de validació dels resultats.
3. Les activitats d'arrodoniment fetes ocasionalment i a través de rutines, no aporta l'adquisició del sentit de número ni tampoc prepara per comprendre l'estructura que permet entendre fets matemàtics i les seves relacions. Aquest aprofundiment solament és possible a partir d'un enfoc permanent i habitual.

Didàctica de l'aprenentatge de la intuïció i estimació mètrica

L'estimació mètrica resta molt menys analitzada que la de càlcul i el relatiu coneixement que es té d'ella neix del que es coneix de l'estimació i aproximació numèrica. Rico (1989) considera que, en part, és degut al fet que l'estimació mètrica és més subjectiva que la de càlcul, ja que d'entrada, la unitat que cal emprar és ja per ella mateixa, una estimació, fet que no succeeix en l'estimació numèrica on els valors operatius i les operacions tenen uns procediments i regles molt precises per tal de transformar la situació inicial en d'altres que resultin, operativament, més simples.

La inclusió de l'estimació en els currículums podem entendre que té una doble direccionalitat. Per un costat l'aprenentatge permet adquirir un perfeccionament funcional i de dotació de capacitats personals, però per l'altre, potencia la transformació metacognitiva de l'alumnat i de l'educador.

a) Capacitació personal

- Aportar la capacitació necessària per entendre i actuar en l'entorn
- Millorar les dotacions personals per una formació integral
 - Perfeccionar el raonament
 - Generar estratègies mentals
 - Perfeccionar les capacitats d'observació i representació
 - Millorar les capacitats crítiques

b) Transformació metacognitiva

- Canvis conceptuals i metodològics sobre educació
- Canvis conceptuals i metodològics sobre la matemàtica

L'aprenentatge de la intuïció mètrica, tal com hem constatat anteriorment, necessita d'una estructuració molt complexa i la seva competència necessita d'uns dominis i unes habilitats sense les quals resulta impossible qualsevol procés estimatiu, les quals es concreten en tres grans blocs:

1. Disponibilitat de recursos
2. Procediments de comparació
3. Estratègies de mesurament

8 Carlow (1986). Idem

Disponibilitat de recursos

Com a habilitats prèvies que potencien l'estimació, cal destacar:

Domini i interiorització de les unitats de mesura: resulta imprescindible per a una bona estimació la possessió interioritzada d'unitats, les quals cal que estiguin plenament integrades amb el propi context de vida o amb el propi cos.. *"interiorització" referències perceptives que té cada subjecte respecte de les unitats de mesura.... Direm que una unitat està interioritzada quan un nen és capaç de reconèixer-la, construir-la o determinar dimensions i distàncies que la seva longitud sigui aproximadament la de cadascuna d'aquestes unitats"⁹.*

La referència antropomètrica i objectal, de parts del cos, accions, objectes i situacions que generin la concepció del valor unitari són fonamentals per adquirir aquesta interiorització, no obstant, una formació estimativa global ha de procurar que s'interioritzin el màxim nombre d'unitats possibles si bé amb algunes prioritats. Podríem destacar entre d'altres:

- longitud (metre, decímetre, centímetre, mil·límetre);
- massa (quilo, mig quilo, quart de quilo);
- capacitat (litre, mig litre, 250 cm³, 10 cm³);
- amplituds (90°, 45°; 180°; 360°, 270°; 30°);
- àrea (1 m², 1 cm², 100 cm², 10 m²);
- volum (1 dm³, 1 m³, 1 cm³)

Interiorització de referents o d'unitats objectals i antropomètriques:

És el domini del control mètric d'objectes quotidians i de parts del nostre cos. Resulta un bon recurs dominar i conèixer el valor des unitats respecte al nostre cos, o sigui dominar les unitats antropomètriques i la seva relació amb les del sistema mètric decimal (el que és un metre respecte al nostre cos (passes, punt on es troba des del terra en direcció al cap o a la inversa, separació de braços,...), o un litre (glopades, conca feta entre les dues mans,...) o qualsevol altre unitat; i, les unitats objectals (capacitat d'un got, una cullera de sopa, de postre, la longitud d'un mosaic, l'alçada d'una porta, la longitud perimetral de la roda d'un cotxe o d'una bicicleta, l'alçada d'un habitatge o d'un graó d'escala, ... i sempre cercant la seva relació respecte les del SMI. No només el domini de referents mètrics ajuda a l'estimació, també els indirectes, com pot ser el coneixement de contextos generadores d'il·lusions òptiques, possibilita més la precisió estimativa.

Domini de tècniques indirectes: domini d'algorismes que possibiliten el càlcul (fórmules, teoremes, ...)

Procediments de comparació

Els procediments de comparació corresponen al que anomenarem com a *procediment actuant* o com s'efectua física o mentalment, l'acte estimatiu. Darrera qualsevol mesura existeix sempre l'acte comparatiu entre magnitud i unitat, la qual, en la mesura longitudinal, pot fer-se a partir de dos procediments bàsics:

Sobreposició. La mesura s'obté per aplicació de la unitat sobre l'objecte a mesurar. El procediment comparatiu de sobreposició genera estratègies diferents, segons:

- existeix una relativa igualtat magnitudinal entre unitat i magnitud de l'objecte
- l'objecte té una mesura més o menys múltiple de la unitat
- la unitat és múltiple de l'objecte.

Descomposició-recomposició:

En determinats contextos on la sobreposició total resulta difícil d'aplicar, la magnitud de l'objecte es pot descomposar en part o unitats internes. S'hi poden diferenciar:

- la unitat és menor que la magnitud a mesurar. En aquest cas l' objecte es pot subdividir en unitats internes igualades o bé en parts diferenciades entre elles

9 Rico, L. i altres (1989) (pp. 153)

- l'objecte és menor que la unitat de manera que es cerquen relacions proporcionals entre ambdós. En tots els processos de descomposició, sempre hi ha una activitat prèvia i una de posterior a la comparació, descomposant-se inicialment i recomposant-se al final per tal de cercar la valoració global. En l'estimació de les longituds curvilínies, prendrà molta importància el procés de descomposició, i no únicament entesa com descomposició unitària sinó com a transformació de la representació mental. En aquest cas, els procediments de rectificació o de transformació de corba a recta i els de quadratura o transformació de superfícies corbes a superfícies quadrades, apareixen com a procediments actuant molt utilitzats i per tant essencials per l'adquisició de la capacitat estimativa en el món de la corba.

Estratègies de mesurament

Es configura pel que anomenem *procediment representatiu o relacional* que fa referència a l'estructura cognitiva lògico-matemàtica que s'utilitza a nivell mental per poder aconseguir la valoració mètrica de l'estimació. A grans trets es poden diferenciar l'aplicació de les estructures següents:

- lògiques a través de relacions d'ordenació i d'igualació
- matemàtiques amb l'ús d'estratègies operatives fonamentades en l'estructura additiva o en la multiplicativa segons les possibilitats de complementarietat que es produeix en la relació entre magnitud i unitat; o la de composició-descomposició de la magnitud o la unitat, segons l'existència d'unitats internes.
- algorísmiques degudes a dominis conceptuals.

A part, apareixen situacions on l'estratègia que s'utilitza no és matemàtica sinó que es fa a través de *revisualitzacions* icòniques o d'imatges, i en d'altres, per la representació de posicions corporals o la relació amb l'ús d'objectes; situacions que actuen de constatació contrastable per poder fer la metrització adient.

Consideracions didàctiques per l'aprenentatge de la intuïció mètrica

Centrant l'atenció en algunes de les conclusions que s'han anat constatant permeten atalaiar la realitat de la formació i en base a aquestes realitats, tota proposta didàctica ha d'enfocar-se centrant-la en:

- Validar la seva significativitat i integració en la realitat
 - Les activitats, sempre que sigui possible, han d'integrar-se en la realitat sorgint d'ella i retornant a ella. És important que neixin com a fruit de situacions problemàtiques o de necessitats reals.
 - Potenciar el coneixement i descoberta de les arrels de la pròpia comunitat a través de les seves mesures i de l'evolució cultural-matemàtica de la Humanitat.
- Intensificar la varietat de plantejaments
 - S'han de realitzar estimacions presentades en formes i plantejaments variats tot evitant la resolució única i puntual de manera que s'impulsin l'ús de diferents procediments, diferents recursos i diferents estratègies.
 - Cal impulsar la presentació amb diferenciacions perceptuals actuant sempre amb reversibilitat d'acció. Entre elles:
 - variar la posició en l'espai tot passant de l'horitzontalitat a la verticalitat i a la inversa, alhora que posicions amb inclinacions diverses.
 - modificar el perfil perimetral, com pot ser transformant la recta en diferents formes poligonals o corbes, de polígons a altres polígons, de corbes a corbes, ...
 - produint més o menys concentració o dilatació respecte al seu centre.
 - variant el suport visual de la percepció de la longitud tot presentant objectes amb gruixos destacables; fils; senyalitzant només punts extrem
 - integrant elements distorsionadors de la longitud. Elements fraccionats, distàncies entre punts amb elements intermedis, ...

- Atendre l'evolució ontogènica i filogènica
 - Plantejar propostes que permetin evolucionar des de la pura comparació a l'adquisició de la unitat objectiva.
 - Procurar generar sistemes mètrics tant antropomètrics com objectals o de qualsevol tipus.
 - Conèixer les mesures tradicionals del propi entorn i la seva utilitat tot relacionant-t'ho amb el SIM.
 - Analitzar i comparar els diferents recursos emprats al llarg de l'evolució humana o entre comunitats, sectors productius, ...

- Desenvolupar l'adquisició de la capacitat estimativa i aproximativa:
 - Plantejar situacions on la resolució per estimació sigui la millor opció.
 - Analitzar situacions reals amb plantejament de solucions estimatives.
 - Capacitat de domini del llenguatge implícit en l'estimació.
 - Saber aplicar l'estimació pertinent en situacions diferencials.
 - Saber aplicar el grau de precisió adient segons contextos.
 - Treballar sobreestimacions i subestimacions i aproximacions per defecte i per excés.
 - Ajustar i perfeccionar estimacions i aproximacions fetes en uns contextos determinats.
 - Saber valorar la raonabilitat de les estimacions.

- Potenciar l'estimació de les corbes
 - Cal incloure les corbes com a longituds a tenir en compte en l'aprenentatge, ja que prioritzar exclusivament la rectilínia no garanteix ni possibilita suficientment el domini de les formes corbes.
 - Intensificar el treball d'estimacions de formes corbes per tal que es posin en joc, procediments, recursos i estratègies que d'altra manera i només en estimacions rectilínies no s'utilitzarien.

- Potenciar la representació mental i posterior interiorització
 - És transcendental que tota acció estimativa s'acompanyi d'activitats de revisualització (enactives, icòniques, verbals ...) per a que hom estableixi més relacions perceptives.
 - Fer conscient a través d'expressió oral, gràfica o enactiva del què es fa, tot destacant-ne i diferenciant els elements (procediments, recursos i estratègies) que hi intervenen i s'utilitzen.
 - Cal potenciar activitats que portin a la interiorització del metre interconnexionant-lo amb adquisicions antropomètriques i objectals
 - Cal treballar molt la diversificació del domini del metre tant a nivell de variabilitat antropomètrica com objectal i magnitudinal.
 - Intensificar els treballs de tipus comparatiu.
 - Cal potenciar l'adquisició d'aquells procediments, recursos i estratègies que s'han demostrat com a més eficaços per aconseguir més precisió.
 - Treballar la rectificació i quadriculació com a objectiu prioritari de l'activitat.

- Desenvolupar capacitats analítiques, de composició i descomposició
 - Plantejar activitats amb formes que possibilitin cercar-hi elements que actuïn o puguin actuar d'unitats estructurals o conceptuals.
 - Potenciar la composició i descomposició de formes.
 - Treballar la igualació comparativa tant de tipus additiu com substractiu.

- Estimular la descoberta i la recerca
 - Enfocar activitats amb reversibilitat de pensament de manera que no només siguin propostes directes sinó també inverses.
 - Aprendre a mesurar una magnitud a través de mesures indirectes o de relacions intermagnitudinals (control de temps per la longitud mantenint velocitat o ritme,...).

- Potenciar l'ús d'unitats projectives atenent enfoc diversos de proporcionalitat.
- Saber establir criteris d'interrelació i equivalència mètrica entre diferents unitats i sistemes.
- Potenciar les mesures algorísmiques de tipus deductiu.

Consideracions didàctiques generals

L'adquisició o millora de la mesura i de la capacitat estimativa comporta un complex procés d'aprenentatge en el que la planificació didàctica ha de tenir en compte, evidentment, els factors intrínsecs del subjecte de l'aprenentatge i els intrínsecs del propi element a aprendre, però també les pròpies conceptualitzacions de l'educador resulten determinants en quant a l'enfoc global i objectius que es plantegen. El conjunt de les concepcions i objectius determina l'adequació de les activitats i la metodologia. La direccionalitat de qualsevol activitat tot i ser la mateixa, pot ser molt diferent segons la conceptualització de qui la proposa i orienta, ja que des del procés metodològic que es potenciarà fins al procés avaluatori que s'aplicarà, poden arribar a ser fins i tot antagònics.

A manera de síntesi d'aquestes implicacions, podem destacar que cal tenir en consideració :

- Concepcions i objectius de l'educador
- Adequació de les propostes a les característiques de l'aprenentatge
- Activitats
- Metodologia de treball

Concepcions i Objectius

- Mesurar és la capacitat de dominar les magnituds i l'espai, no el domini algorísmic per passar de complex a incomplex o a la inversa o per cercar les equivalències quantitatives.
- Mesurar és la capacitat de comparar i intuir no de calcular.
- La manipulació és un pas imprescindible en l'aprenentatge matemàtic, no pèrdua de temps.
- L'error és un recurs que cal aprofitar per l'aprenentatge, no per penalitzar l'avaluació.
- L'aprenentatge és la creació personal de coneixements, no la repetició d'ells.
- L'aprenentatge ha de sorgir de l'entorn i situacions de vida per retornar a ells, no del llibre i la fitxa.

Adequació de l'aprenentatge

- Enfoc amb evolució metodològic que passi d'activitats vivencials i manipulatives a verbals, gràfiques i finalment simbòliques
- Aprenentatges de tècniques, procediments i estratègies per evolució i tenint en compte el desenvolupament maduratiu.
- Utilitzar el S.M.D. en el moment oportú i no abans.

Activitats

- Que siguin necessàries eines i instruments de mesura adequats, variats i alternatius.
- Potenciïn l'ús de recursos unitaris, procediments i estratègies variades i diferents
- Variades en tècnica resolutòria: manipulatives, simbòliques de generalització; dirigides orientades i de descoberta
- Evitar les repeticions i automatismes mecànics i no centrades exclusivament en el càlcul
- Treball inicial a partir de mesures arbitràries
- Arrelades a la realitat i entorn

Metodologia

- Utilització d'eines, instruments i materials variats
- Estimulació de tècniques d'aproximació i intuïció
- Aprofitar l'error com a forma d'aprenentatge
- Estimulació dels sentits i de la manipulació
- Crear situacions de necessitat de mesura
- Desenvolupar la imaginació i creativitat

- Plantejar situacions problemàtiques i de descoberta
- Avaluar en base a situacions mètriques reals i no de càlcul

El recull de les consideracions didàctiques indicat, presenta de manera sintètica i des d'una perspectiva genèrica, aspectes essencials a tenir en consideració per a cadascun dels factors que hem indicat com a més significatius per l'aprenentatge mètric, o a la inversa, la concepció i enfoc contrari al que en ella s'explicita són causa suficient de desenfocament de la mesura i d'un incorrecte aprenentatge i interiorització de la capacitat mètrica estimativa.

Bibliografia

- BLAKEMORE, S.J. i FRITH, U. (2008): *Cómo aprende el cerebro. Las claves para la educación*. Ariel, Barcelona.
- BROUSSEAU, G. (1983): *Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques*. Recherches en Didactique des Mathématiques. Vol. 4.3 /165-198). Grenoble
- CALLÍS, J. (2002): Estimació de mesures rectilínies i curvilínies. Procediments, Recursos i estratègies. Tesi Doctoral. UAB. <http://www.tdx.cat/TDX-0224103-185956>
- CALLÍS, J. i FIOL, M.LL. (2003): "Características y factores incidentes en la estimación métrica longitudinal", en CASTRO, E. y otros (eds.): *Investigación en Educación Matemática*, Actas VIII Simposio de la SEIEM. Universidad de Granada, Granada.
- CHARON, J. (1968): *El conocimiento del Universo*. Martínez Roca. Barcelona
- DAVIS, P.J.; HERSH, R. (1988): *Experiencia matemática*. Labor-MEC. Barcelona
- FIOL, M.LL. (2002): "Duendes en el desván: Tanteo, Intuición, Creatividad", a Penalva, C., Torregrosa, G. i Valls, J.: *Aportaciones de Didáctica de la Matemática a Diferentes Perfiles Profesionales*, Universitat d'Alacant, Alacant.
- FISCHBEIN, E. (1987): *Intuition in Science and Mathematics*. Reidel. Dordrecht.
- MORGADO, I. (2005): *Psicología del aprendizaje y la memoria*, CIC (Cuadernos de Información y Comunicación), 10.
- REYS, B; REYS, R. (1986): *One point of View: Mental Computation and Computational Estimation*. Their Time Has Come. *Arithmetics Teacher*. V. 33, n.7 (4-5)
- RICO, L. (1983): *Estimación: Nuevas propuestas parav el currículum de matemáticas en secundaria*. (p.123-151). Zaragoza
- SEGOVIA, I.; RICO, L. (1996): *La estimación en medida*, a UNO, núm. 10, pàgs. 28-42.
- VERGNAUGD, G. (1990): *La théorie des champs conceptues*. Recherches en Didactique des Mathématiques. Vol. 10.2.3 /133-170). Grenoble