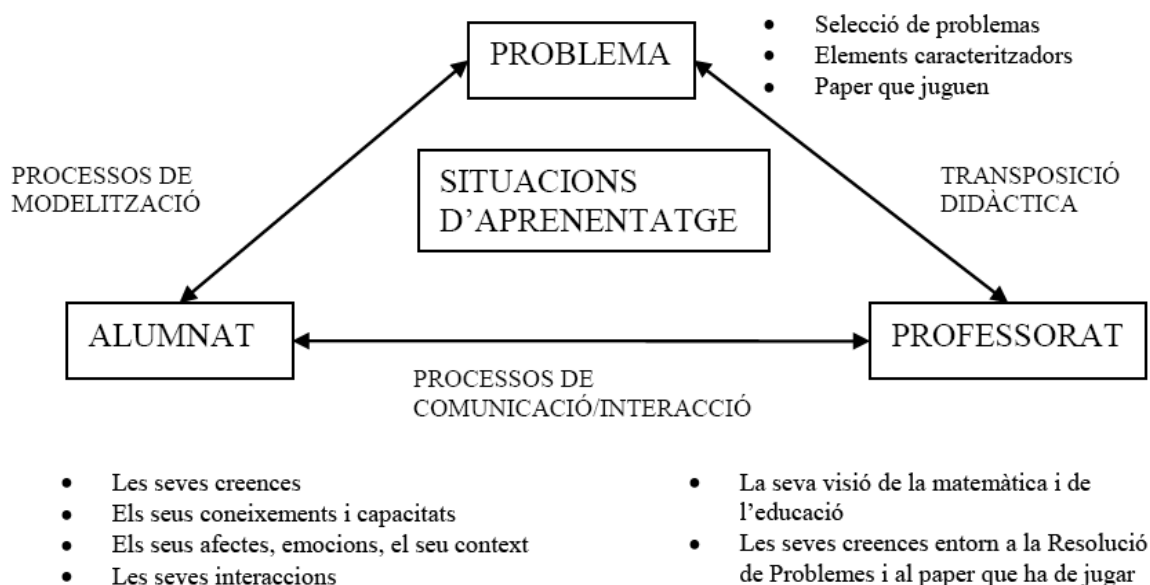


Didàctica de la resolució de problemes per al desenvolupament de la competència matemàtica

Albert Mallart Solaz
Departament d'Estadística
Universitat de Barcelona

El paper que juguen els problemes dins l'escola i dins la societat

Els problemes són un mitjà per posar l'èmfasi en els alumnes, en els seus processos de pensament i en els mètodes inquisitius; una eina per formar subjectes amb capacitat autònoma de resoldre problemes, crítics i reflexius, capaços de preguntar-se pels fets. És convenient seleccionar problemes que siguin accessibles als alumnes però que al mateix temps els suposi un repte, encoratjant l'exposició d'idees, l'argumentació i l'esperit crític. Han de fomentar el treball en grup entre els estudiants, la comunicació d'idees, el contrast i el diàleg. Han d'interessar als estudiants en processos generadors de coneixement com definir, fer-se preguntes i preguntar, observar, classificar, particularitzar, generalitzar, conjecturar, demostrar i aplicar.



Quadre 3.1: Elements bàsics que componen l'ambient d'aprenentatge a l'aula. (Antoni Vila i M.L. Callejo, 2004)

Kilpatrick (1985) analitza el problema i els seus processos de resolució distingint: a)pedagògicament és un mitjà o vehicle (ajuda a com ensenyar a resoldre problemes); b)matemàticament és una construcció (formulació i resolució de problemes); c)psicològicament el

problema és una activitat lligada al subjecte; d) socioantropològicament és una tasca pròpia d'una situació de transacció a la classe;.

La paraula problema també pot enfocar-se des de tres angles diferents: des del paper que se li assigna de forma inclusiva a la tasca, des dels destinataris i des del professorat. En primer lloc, es podria abordar el fet de plantejar problemes a classe com una simple tasca a realitzar. Així només importaria la seva estructura matemàtica a l'anàlisi o a la selecció de problemes, i per planificar les classes només caldria esforçar-se en efectuar una anàlisi de tasques (tradicció conductista). El que se li exigeix a l'alumnat consisteix en el fet que la seva resolució identifiqui i desenvolupi l'estructura matemàtica suposadament apresada. Per a la formació matemàtica aquesta consideració sobre la resolució de problemes té poc interès. En segon lloc, si es pensés en els destinataris s'observaria la diferència de dificultats amb què es troben els diferents alumnes. Això donaria importància als coneixements previs del resolutor, a les distintes capacitats personals, a les idees d'aplicació significativa i d'aplicació rutinària i, per tant a distingir tipologies de tasques en una escala que es denomina exercici-problema... És a dir, es donaria importància a un gran conjunt d'aspectes cognitius. En tercer lloc, si es considera que un mateix problema pot ser proposat a uns mateixos alumnes amb distintes finalitats, i que pot obtenir-se per distints objectius, es pot admetre la rellevància d'un tercer personatge, el professorat, algú més que un planificador o prescriptor. Així se li dóna importància tant al paper que el professorat doni a cada problema i a la resolució de problemes, com a la situació o context en el qual aquest es desenvolupi. També hi apareixen aspectes afectius del resolutor. L'existència de dificultats no és una característica intrínseca d'una situació, però les dificultats centren la dependència en els coneixements i experiències del resolutor.

Centrant-nos en el tercer enfocament, en el context escolar un problema no pot deslligar-se dels alumnes ni de la intencionalitat del professor que l'ha seleccionat per a una situació concreta d'ensenyament-aprenentatge. Aquests tres elements s'interrelacionen i la situació a analitzar pot ser molt complexa en funció de les variables a analitzar. No és el mateix observar el procés de resolució d'un problema per part d'un alumne, que observar a més les interaccions alumne-alumne i professor-alumne que es produeixen a l'aula durant aquest procés.

Concepte de problema. Tipus i característiques

El terme problema pot reservar-se per designar una situació plantejada amb finalitat educativa, que proposa una qüestió matemàtica amb mètode de solució no immediatament accessible a l'alumne resolutor o grup d'alumnes que intenta resoldre'l, perquè no disposa d'un algorisme que relacioni les dades i la incògnita o d'un procés que identifiqui automàticament les dades amb la conclusió, i per tant, haurà de buscar, investigar, establir relacions, implicar els seus afectes, etc., per afrontar una situació nova. Això condueix a la idea de problema entesa com a eina per pensar matemàticament i aleshores és important la creació d'un ambient de resolució de problemes a l'aula com al que Abrantes i Serrazina (1996) es refereixen quan parlen de la resolució de problemes com ambient i com naturalesa d'activitats d'aprenentatge.

Existeix un intent de caracteritzar la idea de problema com a contraposició a la idea d'exercici, associant a la idea d'exercici l'existència de procediment o algorisme que condueix a una solució, pressuposant-ne un caràcter mecànic i immediat, i reservant la idea contrària a la idea de problema. El concepte de problema ha d'associar-se a l'aplicació significativa i no mecànica del coneixement matemàtic a situacions no familiars.

La majoria dels problemes proposats a la classe són tancats: tenen resposta única i les dades necessàries per a la seva resolució es troben a l'enunciat. A més poden resoldre's aplicant regles o procediments habituals amb els quals ja està familiaritzat l'alumne. Convé proposar també problemes oberts per fomentar que l'alumne identifiqui les parts rellevants, que dedueixi les dades necessàries per resoldre el problema, que avalui críticament les fonts d'informació...

Els problemes no estàndard són proposats als alumnes amb la finalitat de facilitar un ús significatiu dels coneixements matemàtics presentats a l'aula. Com a característiques podrien destacar-se: acostumen a admetre més d'un procediment de resolució; són proposats fora de la unitat didàctica on són presentats els procediments matemàtics que hi estan implicats, o bé són proposats dins però necessiten més d'un camp de procediments, o bé les estratègies generals necessàries són més transcendents en el procés de resolució que els propis coneixements matemàtics implicats; reclamen una argumentació del procés de resolució seguit; acostumen a ser singulars, i no formen part de relacions o llistes de qüestions, o si en formen part, no hi ha cap tipus de relació entre ells (ni en context ni en contingut); en la seva resolució els processos i estratègies de tipus intel·lectual hi juguen un paper transcendent.

Competència matemàtica segons el currículum vigent

Hans Freudenthal fou un matemàtic i un dels creadors de la nostra visió moderna de la didàctica de les matemàtiques, nascut a Alemanya al 1905. Una idea molt important és la d'invertir el punt de partida del desenvolupament del currículum. Mentre que uns enfocaments d'alguna reforma del passat s'iniciaren a partir de perspectives sobre com ensenyar les matemàtiques, el punt de partida de Freudenthal és com aprèn el nen les matemàtiques. Aquest punt de vista obra un ampli camp d'observació indeterminat, d'experimentació, evolució provisional dels materials, prova, revisió i avaluació. La idea que l'ensenyament s'organitzi segons les condicions del desenvolupament cognitiu no és nova, és la base de la psicologia cognitiva.

L'estudi PISA (2000, 2003, 2006) pretén valorar la preparació dels alumnes de quinze anys per resoldre situacions quotidianes. L'any 2003 el projecte PISA es centrà a l'avaluació de la competència matemàtica. Es defineix la competència matemàtica com "l'aptitud d'un individu per identificar i comprendre el paper que juguen les matemàtiques en el món, aconseguir raonaments ben fonamentats i utilitzar i participar en les matemàtiques segons les necessitats de la seva vida com ciutadà constructiu, compromès i reflexiu" (PISA 2006: Consell Superior d'Avaluació, 2008, 151).

El domini de la competència matemàtica segons OCDE/PISA comprèn tres eixos: les situacions o contextos on s'ubiquen els problemes, el contingut matemàtic requerit per a resoldre els problemes organitzat d'acord amb certes nocions clau, i les competències que han de ser aplicades per connectar el món real, en que es generen els problemes, amb les matemàtiques per resoldre així els problemes.

La principal novetat a la Llei Orgànica d'Educació (LOE, 2006), a la Llei d'Educació de Catalunya (LEC, 2009) i als currículums que se'n desprenen és que s'han seleccionat vuit competències bàsiques que haurien d'adquirir tots els alumnes. Aquestes formen els pilars sobre els quals es construeixen els aprenentatges i el lloc on conflueixen totes les matèries del currículum. Aquestes competències bàsiques a les quals es fa referència inclouen la competència matemàtica. Així, els currículums s'han hagut de replantejar donant un enfocament més global de l'aprenentatge, possibilitant una interacció amb el món itinerant. Es tracta de que l'aprenentatge dels continguts segueixi una metodologia que condueixi a l'adquisició de competències; transformar l'ensenyament en aprenentatge. La metodologia ha de ser activa, reflexiva i participativa fomentant l'autocrítica i el desenvolupament de la capacitat de superació.

La resolució de problemes i la seva interdisciplinarietat

El llenguatge de les matemàtiques està basat en regles que han de ser apreses. Els alumnes han de ser capaços d'expressar coses en el llenguatge de les matemàtiques. Aquesta transformació suggereix canvis en el contingut curricular i a l'estil instruccional. Cal buscar solucions (no només memoritzar els procediments), cal explorar patrons (no només memoritzar fórmules), i cal formular conjectures (no només fer exercicis). Tot això es treballa resolent problemes. Per aquest motiu, a la

dècada del 1980 començà amb el NCTM posant de manifest en la seva Agenda for Action que la resolució de problemes havia de ser el focus de les matemàtiques de l'escola.

La selecció de problemes efectuada per les escoles rares vegades es correspon amb els problemes del món real. Ningú ha demostrat com Freudenthal ha fet que aquest malentès o distorsió de les matemàtiques constitueix la font de la majoria dels fracassos que es produeixen en la didàctica de les matemàtiques. Freudenthal ha insistit repetides vegades en el fet que les matemàtiques són una activitat, un comportament, un estat mental..., una actitud, una forma d'atacar els problemes.

Des de totes les disciplines científiques es pot suggerir la relació de processos i capacitats següents: observació, identificació, relació, codificació i representació, interpretació, inferència i anàlisi, modelització. No obstant, es creu també convenient assumir dos aspectes importants: la necessitat de provocar permanentment la reflexió explícita sobre aquestes capacitats, afavorint una aprehensió implícita, i considerar aquestes capacitats com a no estàtiques. Aquesta podria ser la contribució a una concepció transdisciplinària i interdisciplinària de l'educació matemàtica. El panorama científic actual intenta acostar el coneixement que fins ara es trobava separat en compartiments estancs. La disciplinarietat, la pluridisciplinarietat, la interdisciplinarietat i la transdisciplinarietat estan vinculades al coneixement d'igual manera. La metodologia de resolució de problemes és objecte d'interdisciplinarietat, ja es tractin de problemes matemàtics, físics... o fins i tot socials o procedents de la vida quotidiana, ja que aquesta no fa distinció de matèries. (Mallart, 2009)

La metodologia de resolució de problemes (matemàtics, físics, socials, de la vida quotidiana...) és objecte d'interdisciplinarietat doncs no fa distinció de matèries. En aquest discurs derivat del pensament d'Edgar Morin (Dequeker i Truong, 2007) s'il·luminen especialment els llaços, els punts comuns, els marges i els ponts entre les ciències. La nostra pràctica docent constata com es fan servir esquemes de raonament comuns en tot el pensament científic.

Els protocols convé que utilitzin un marc contextual proper a l'alumne per tal de tenir en compte al màxim la cultura de l'individu. Es defensa una matemàtica de "baix a dalt", en la qual els alumnes poden redescobrir els resultats. És una matemàtica on els contextos destaquen en la fase de presentació i exploració.

Estratègies didàctiques per treballar la resolució de problemes. Cas pràctic amb la Matemàtica recreativa a l'aula

Ensenyar matemàtiques podria ser equivalent a ensenyar a resoldre problemes. Estudiar matemàtiques no ha de ser una altra cosa, per a ell, que pensar en la solució de problemes. Es pot treballar la resolució de problemes escollint recreacions matemàtiques d'una forma planificada i recurrent amb la utilització de contextos diferents (problemes veritables, atacables amb diferents estratègies per poder arribar a algun resultat significatiu).

La matemàtica recreativa no té una bona fama en l'ensenyament per l'accepció de diversió de la paraula recreativa. Però hi ha hagut un oblit sobre la seva etimologia: re-crear, tornar a crear. Ambdues accepcions han d'estar unides a la pràctica diària de l'aprenentatge de les matemàtiques, amb la recerca del plaer com a principi generalitzat. Són una recerca i pràctica del plaer com a camí principal per la necessitat que els alumnes facin matemàtiques, les recreïn, no que vegin les que altres fan o feren, plaer que deixa una petjada més duradora.

En relació amb l'aplicació dels jocs a l'ensenyament, és de fàcil comprovació que són molt ben rebuts pels alumnes i són de gran utilitat per a l'aprenentatge de les grans estratègies de resolució de problemes. Se sol objectar que l'aprenentatge per descobriment és més lent però la intensitat amb què es tracten i l'interès en ells (sobretot en els jocs per les ganes de guanyar i descobrir) fan que a la llarga siguin més rendibles. (Informe Cockcroft, 1985)

L'alumnat de secundària arriba a classe sovint amb molts prejudicis, encara més, amb una certa desmotivació. Els alumnes arriben a creure que les úniques necessitats socials d'estudiar són aquelles que es deriven de l'escola. El fet de recórrer a la matemàtica recreativa a l'aula augmenta la motivació de l'alumnat, i permet fer millor els processos inductius. Alguns propòsits d'utilitzar els jocs matemàtics consisteixen en desenvolupar conceptes, reforçar habilitats (com la resolució de problemes), desenvolupar habilitats formatives i potenciar el raonament lògic tan útil en altres disciplines.

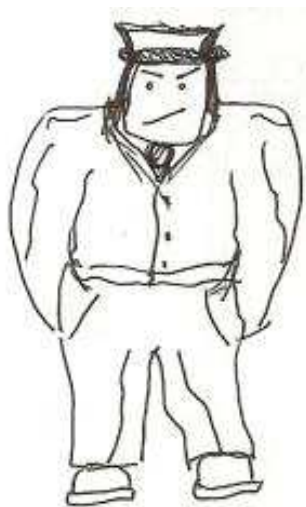
Cas pràctic

La resolució de problemes consta de diverses parts i el cas pràctic explicat a continuació es preocupa per la recollida de dades i l'obtenció de totes les dades importants oferides pels enunciats. Aquesta activitat s'ha pensat contemplant un treball personal i en grup.

Es comença recollint tot el material que tenen sobre les taules a excepció d'un llapis i d'una goma. Seguidament es reparteix una fotocòpia de l'activitat sobre la que cada alumne individualment i en absolut silenci ha de llegir i rellegir atentament per ser capaç de respondre a la pregunta. Però per arribar a la resposta, l'estudiant és guiat mitjançant una estratègia dissenyada en forma de taula en la qual la informació de l'enunciat ha de ser classificada.

El procés de resolució també contempla un treball en grup que consisteix en una correcció grupal guiada pel professor. Després de corregir la taula amb les dades ben complimentades, es procedeix a contestar la pregunta. Però sempre les dades de les caselles i la resposta han de ser consensuades i raonades pel grup, mai imposades pel professor. Ell com a màxim orienta i provoca la reflexió. L'orientació que ha de guiar al professor és la d'indicar la importància de dedicar-li el temps suficient per capturar totes les dades. Un temps orientatiu per a l'activitat és de quinze minuts per a la seva resolució individual i de cinc minuts per a la seva correcció grupal. Malgrat aquesta orientació, si l'activitat presenta dificultats, s'ha de ser flexible i deixar el temps necessari per tal que sigui compresa per tots; l'objectiu no és fer-ho ràpid, sinó que és entendre l'activitat.

Aquesta activitat planteja en què ocupa el temps un guarda nocturn d'un hotel anomenat Walter. Amb els noms dels hostes, llur nacionalitat, professió i número d'habitació es planteja un embolic de relacions el qual ha d'entendre l'alumne per aconseguir respondre a la pregunta final que es formula. S'adjunta una taula per ajudar a entendre el problema i a organitzar les dades, i encara que no sigui imprescindible per respondre a la pregunta, sí que resulta de gran ajuda per comprendre l'enunciat. Cal insistir als alumnes que l'objectiu de l'activitat no és només respondre a la qüestió; també s'ha d'entendre l'enunciat en la seva totalitat.



Hostes residents “El guarda nocturn de l'Hotel Internacional, en Walter, entreté les seves llargues hores de vigilància plantejant problemes de lògica, en els que es barregen els noms, les nacionalitats, professions i números d'habitació d'alguns hostes. Podries ajudar-lo a organitzar les dades?”

1. Justament a sobre de l'habitació del violinista es troba la del pianista. Cap és de nacionalitat danesa.
2. El Sr. Planxat està dos pisos més amunt que l'hoste de nacionalitat hongaresa i un pis més amunt que el Sr. Pla.
3. L'hoste de nacionalitat danesa té la seva habitació a sobre de la del cantant.
4. El Sr. Llis està dos pisos més amunt que l'hoste de nacionalitat txeca.
5. El compositor està tres pisos més amunt que el Sr. Tort.
6. Com s'anomena l'hoste de nacionalitat irlandesa?”

Hoste	Nacionalitat	Professió	Habitació
			157
			257
			357
			457

Conclusions i prospectiva

En la resolució de problemes s'hi troben presents: l'observació, la identificació, la relació, la codificació i la representació, la interpretació, la inferència i l'anàlisi. La matemàtica recreativa ajuda a treballar aquestes capacitats tot contribuint a la formació interdisciplinària i promovent:

- L'esperit científic
- La reflexió explícita permanentment sobre les capacitats esmentades
- La consideració d'aquestes capacitats com a no estàtiques

Bibliografia

ABRANTES, P. i SERRAZINA, L. (1996). Matemática para todos (cap.2). Como se aprende. Dins Abrantes, Paulo i Serrazina, Lurdes: A matemática na Educação Básica. Lisboa: Ministério da Educação / Departamento de Educação Básica.

COCKROFT, W.H. [dir.] (1985). Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft. Madrid: MEC.

DEQUEKER, E. i TRUONG, N. (2007). Edgar Morin. Repenser le savoir pour réformer l'école. Le Monde de l'Éducation, 360, pp. 30-31.

KILPATRICK, J. (1985). A Retrospective Account of the Past 25 Years of Research on Teaching Mathematical Problem Solving. Dins E.A. Silver [eds.]: Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives, p. 1-15. Hillsdale: Lawrence Erlbaum.

MALLART, A. (2009). Enseñar matemáticas con conciencia transdisciplinar. Dins de la Torre, S. i Pujol, M.A. Educar con otra conciencia. Una mirada ecoformadora y creativa de la enseñanza. Mataró: Davinci, pp. 215-224.

PISA 2006: Consell Superior d'Avaluació, 2008, 151

VILA, A. y CALLEJO, M.L. (2004). Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas. Madrid: Narcea.