

Nuevos materiales manipulativos para mejorar la comprensión de las fases del ciclo de investigación estadística en Educación Infantil

Ángel Alsina (Universidad de Girona. España)

Fecha de recepción: 11 de junio de 2024
Fecha de aceptación: 31 de octubre de 2024

Resumen

La estadística es una poderosa herramienta para interpretar críticamente la realidad y tomar decisiones informadas, por lo que paulatinamente se ha ido incorporando en los currículos de las primeras edades. Desde esta perspectiva, el objetivo de este artículo es ofrecer orientaciones y recursos para promover el aprendizaje con comprensión de las diferentes fases del ciclo de investigación estadística. Para ello, en primer lugar, se describen los principales saberes que debe movilizar el profesorado de Educación Infantil; y, en segundo lugar, se presentan nuevos materiales manipulativos para apoyar el aprendizaje de las fases de recogida, organización y representación de datos. Se concluye que estos recursos permiten mejorar la comprensión del ciclo de investigación estadística a través de la visualización y la manipulación y, consecuentemente, sirven para empezar a descubrir que aprender estadística es mucho más que representar datos en gráficos o leerlos en gráficos previamente elaborados.

Palabras clave

Aprendizaje de la estadística, ciclo de investigación estadística, materiales manipulativos, educación infantil

Abstract

Statistics is a powerful tool for critically interpreting reality and making informed decisions, which is why it has gradually been incorporated into early childhood curricula. From this perspective, the aim of this article is to offer guidelines and resources to promote learning with understanding of the different phases of the statistical investigative cycle. To this end, firstly, the main knowledge that early childhood education teachers must mobilize is described; and, secondly, new manipulatives are presented to support the learning of the phases of data collection, organisation and representation. It is concluded that these resources allow to improve the understanding of the statistical investigative cycle through visualisation and manipulation and, consequently, they serve to begin to discover that learning statistics is much more than representing data in graphs or reading them in previously elaborated graphs.

Keywords

Learning statistics, statistical investigative cycle, manipulatives, early childhood education.

1. Introducción

La ciudadanía tiende a tener una visión sesgada de la estadística, orientada exclusivamente a eventos puntuales del entorno que les rodea como las votaciones en unas elecciones o, más en general, las avalanchas de gráficos en los distintos medios de comunicación. Esto se debe, en buena medida, a una enseñanza también sesgada a lo largo de la escolaridad, que se ha focalizado principalmente en



proporcionar datos inventados para después representarlos en diferentes tipos de gráficos; leer gráficos e interpretarlos; o bien hacer cálculos descontextualizados para practicar saberes como la media aritmética.

Sin embargo, desde la educación estadística se viene señalando desde hace muchos años que hacer estadística en la escuela es mucho más que representar datos en gráficos, leer gráficos ya elaborados o hacer cálculos. En este sentido, una de las aportaciones que más ha contribuido a ampliar la visión de lo que implica educar estadísticamente es, sin duda, la descripción de las fases del ciclo de investigación estadística propuesto por Wild y Pfannkuch (1999). Este ciclo, que se muestra en la Figura 1, considera cinco fases: Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusiones, razón por la que se conoce con el acrónimo de PPDAC.

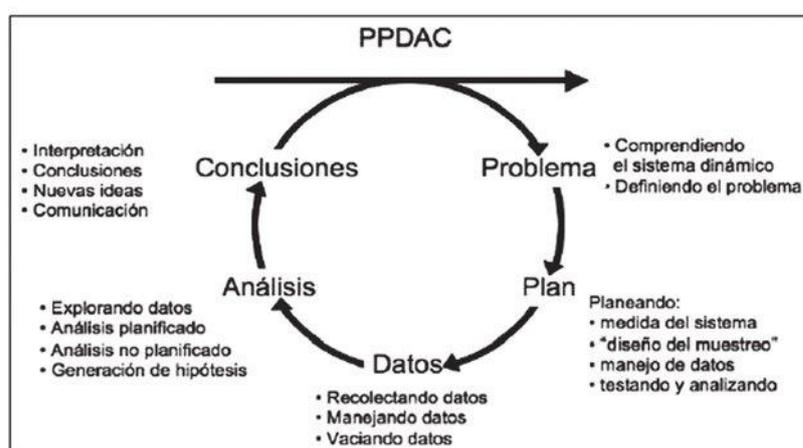


Figura 1. Fases del ciclo de investigación estadística. Fuente: Wild y Pfannkuch (1999)

Unos años más tarde, en el marco del Proyecto GAISE (Guía para la Evaluación e Instrucción en la Educación Estadística), también se proporcionó un ciclo que tenía cuatro componentes principales: formular preguntas, recopilar datos, analizar datos e interpretar los resultados (Bargagliotti et al., 2020; Franklin et al., 2007). Como señala Estrella (2017), estas fases comparten las ideas del modelo PPDAC, aunque en el Proyecto GAISE no hay una fase específica para planear las estrategias para resolver las preguntas de investigación; sin embargo, la fase de recolección de datos involucra un plan.

Hasta finales del siglo XX, los saberes asociados al ciclo de investigación estadística estaban relegados a las etapas de escolarización obligatoria, con especial énfasis en la educación secundaria o media (NCTM, 1989). Sin embargo, a las puertas del siglo XXI se produjo un punto de inflexión muy relevante cuando, desde una perspectiva sistémica, se planteó una propuesta constructiva para el desarrollo de la educación matemática que incluyó estándares de contenidos de análisis de datos y probabilidad a partir de los 3 años (NCTM, 2000). Desde entonces, se ha desplegado paulatinamente un nuevo ámbito de estudio focalizado en la Didáctica de la Estadística y la Probabilidad en Educación Infantil, cuya principal finalidad es proporcionar orientaciones y recursos al profesorado de esta etapa

para iniciar la enseñanza de los primeros saberes asociados a este estándar de contenidos de manera eficaz.

Con este propósito, el objetivo de este artículo es doble: primero, proporcionar una síntesis de los principales saberes asociados al ciclo de investigación estadística que se deberían movilizar para enseñar estadística en Educación Infantil; y, segundo, presentar nuevos materiales manipulativos para apoyar la enseñanza de las diversas fases del ciclo de investigación estadística y, de este modo, garantizar la comprensión de las niñas y los niños de 3 a 6 años.

2. Principales saberes del ciclo de investigación estadística de 3 a 6 años

Como se ha señalado en la introducción, Wild y Pfannkuch (1999) propusieron el ciclo PPDAC, que incluye cinco fases: Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusiones; y, posteriormente, desde el Proyecto GAISE se propuso un ciclo con cuatro componentes: formular preguntas, recopilar datos, analizar datos e interpretar los resultados (Bargagliotti et al., 2020; Franklin et al., 2007). Considerando estos marcos de referencia, diversos organismos y autores han realizado aportaciones que han contribuido a organizar el contenido a enseñar respecto de una o diversas fases del ciclo de investigación estadística en educación infantil (e.g., Alsina, 2012, 2017; 2018; Estrella, 2017; Leavy et al., 2018; NCTM, 2000; Rodríguez-Muñiz et al., 2021; Sheffield et al., 2002; Vásquez et al., 2018).

Teniendo en cuenta, por un lado, las aportaciones para definir las fases del ciclo de investigación estadística y, por otro lado, las aportaciones acerca de su implementación en educación infantil, Alsina (2022) sintetiza los saberes de estadística que debe movilizar el profesorado de infantil, organizados en cinco fases: Planteamiento del problema (reto), Recogida de los datos, Organización de los datos, Representación de los datos e Interpretación de los datos. Para ello, asume la noción de *matemáticas importantes*, que se refieren a unas matemáticas que preparen para un estudio continuado, de manera que su buena articulación a través de los diferentes niveles incentive a los niños para ir aprendiendo ideas matemáticas cada vez más complejas a medida que avanzan los estudios y, de este modo, apoyar el aprendizaje para la resolución de problemas en diferentes entornos: el aula, la casa o el trabajo (NCTM, 2000).

Fase 1. Planteamiento del problema (reto)

Al plantear proyectos de investigación estadística sencillos en los que el alumnado tenga que recoger datos cercanos, a partir de la observación, es necesario tener en cuenta que el reto que se formula determina la variable de estudio:

- Variables cualitativas: se refieren a aspectos no numéricos, es decir, calidades que no se pueden ordenar numéricamente (p. ej., la fruta preferida).
- Variables cuantitativas: se refieren a características que toman valores numéricos (p. ej., el número de hermanos).

Alsina (2012, 2017) señala que las primeras investigaciones estadísticas sean a partir del planteamiento de retos que emerjan de situaciones cercanas y de interés de las niñas y los niños de las primeras edades, focalizadas principalmente en variables de naturaleza cualitativa, como el color preferido, el tipo de desayuno que llevan a la escuela, la mascota que tienen en casa, etc.

Fase 2. Recogida de datos

Esta fase viene determinada, en primer lugar, por el conjunto de elementos (o individuos) que son de interés para realizar una investigación estadística, que se denomina población. Hay dos grandes tipos de estudios:

- Censo: cuando se realiza una investigación sobre la totalidad de una población.
- Muestra: cuando se realiza una investigación con una parte de la población. En la estadística escolar se trabaja habitualmente con este tipo de investigaciones estadísticas (p. ej.: todos los niños y niñas de la clase).

Para iniciar la recogida de los datos, deben definirse bien las categorías de la variable. De acuerdo con Rodríguez-Muñoz et al. (2021), hay dos estrategias posibles:

- Definir las categorías previamente: p. ej., si la variable es “¿cuál es tu fruta preferida?”, se hace un listado previo de las categorías: plátano, manzana, naranja, etc. ...
- Analizar los datos recogidos y decidir, entre todos, las categorías: p. ej., si la variable es “¿de qué color es tu cabello?”, se analizan los casos entre todos y se deciden las categorías: rubio, negro, castaño, ... (si surge algún caso ambiguo, se tiene que decidir en qué categoría se ubica).

Como se puede apreciar, en esta fase del ciclo de investigación estadística entra en juego otro saber matemático intrínsecamente relacionado, la clasificación. De esto modo, la clasificación de los datos a partir de las categorías es la que permite recogerlos de manera organizada y, posteriormente, hacer el recuento. Por este motivo, esta es una fase muy importante del ciclo al cual se le debe prestar mucha atención, ya que se no se determinan adecuadamente las categorías y no se clasifican correctamente los datos, es imposible después organizarlos y hacer el recuento para responder al reto planteado.

Fase 3. Organización de los datos

Para la organización de los datos es imprescindible prestar atención, como se ha mencionado, a la definición de las categorías y a la comprensión de las tablas estadísticas de recuento y de frecuencias, asumiendo que la comprensión incluye la confección y la interpretación de dichas tablas.

Las tablas estadísticas son un tipo de representación estadística que tienen un papel muy relevante en la recogida y organización de datos. Estrella (2014, p. 6) define dichas tablas como:

[...] un arreglo rectangular con una estructura que comprende un conjunto de filas y columnas [...], permite presentar los datos correspondientes a una o más variables (características del fenómeno bajo estudio) en forma clasificada y

resumida, para permitir la visualización del comportamiento de los datos y facilitar la comprensión de la información que se puede extraer.

Las tablas estadísticas son de dos tipos: las tablas de recuento, que se asocian principalmente a las fases concreta y pictórica expresadas por Hoong et al. (2015), y las tablas de frecuencia, que se asocian a la fase abstracta. Esta última fase implica el tránsito a los números mediante la transnumeración (Pfannkuch y Wild, 2004; Wild y Pfannkuch, 1999), que consiste en obtener nueva información respecto de las características de un conjunto de datos a partir del uso de diferentes representaciones, identificando diferentes aspectos de los mismos datos, con el fin de promover la comprensión de una situación real, es decir, se trata de una forma de obtener una nueva información al cambiar de un sistema de representación a otro (Díaz-Levicoy et al., 2018).

Aunque en la práctica hay bastante variabilidad, Estrella (2014) señala algunos de los elementos que pueden contener las tablas estadísticas: el título, que transmite la idea principal sobre la información representada y su contexto; el cuerpo de datos, que corresponde al bloque rectangular interior compuesto por el grupo de celdas formadas por la intersección de filas y columnas; el encabezado lateral (primera columna), que refleja las categorías de la variable; el encabezado superior, que presenta el nombre del contenido de las columnas, por ejemplo, las frecuencias; y los totales, relativos a las sumas por fila o columna y/o totales.

Las primeras tablas estadísticas que debería elaborar el alumnado de infantil son *tablas de recuento concretas con el propio alumnado o bien objetos asociados a ellos* como marcas de cuenta (e.g., Alsina y Escola Annexa, 2021; Rodríguez-Muñiz et al., 2021). Estas tablas permiten relacionar las “elecciones” de los niños con los elementos que aparecen en el recuento, tal como se muestra en la Figura 2, donde un grupo de niños se clasifican según su disfraz y después utilizan sus propios nombres como objetos para hacer el recuento. Concretamente, parten de las categorías para iniciar el recuento.



Figura 2. Recuento a partir de los propios niños u objetos que los representan. Fuente: Alsina y Annexa (2021)

Otra posibilidad es utilizar *tablas de recuento pictóricas con dibujos y signos diversos (palitos, cruces, etc.)* como marcas de recuento (Rodríguez-Muñiz et al., 2021). En estos casos, algunas recomendaciones importantes a considerar son las siguientes: 1) no se trata de imponer nunca el tipo de marca, sino que es necesario dar libertad al alumnado para que elijan las que prefieran, en la línea expresada por English (2013); 2) en todos los casos, es muy importante promover que se interprete adecuadamente el significado de dichas marcas mediante la interacción, la negociación y el diálogo con el alumnado; 3) debe permitirse que transiten de unos registros de representación a otros (transnumeración), usando distintos signos y promover que se comprendan las distintas representaciones tabulares.

Así, por ejemplo, en la Figura 3 (izquierda) se muestra una tabla de recuento en la que se utilizan dibujos, a partir de la variable cualitativa *tipo de fruta*. Los dibujos representan figurativamente el objeto observado o alguna característica reseñable de él; mientras que en la Figura 3 (derecha) se presenta una tabla de recuento de diez lanzamientos de dados con signos diversos (cruces, palitos, etc.), que pueden ser no organizados y organizados.

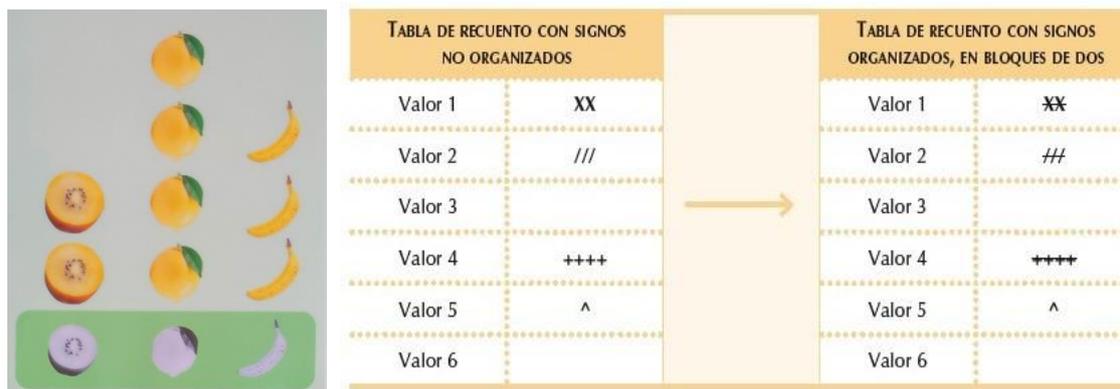


Figura 3. Recuento a partir de imágenes y signos (no organizados y organizados, respectivamente). Fuente: Alsina (2022)

Después de la tabla de recuento es necesario transitar a la tabla de frecuencias, que se puede entender como la fase abstracta que culmina el proceso (Rodríguez-Muñiz et al., 2021). De acuerdo con Díaz-Levicoy et al. (2018), en este tipo de tabla se representan las frecuencias (obtenidas mediante agrupación o recuento de datos iguales) asociadas a los valores o categorías de la variable: p. ej., en la Figura 4 se presenta la tabla de frecuencias a partir del recuento de diez lanzamientos de dados.

TABLA DE FRECUENCIAS	
Valor 1	2
Valor 2	3
Valor 3	0
Valor 4	4
Valor 5	1
Valor 6	0

Figura 4. Ejemplo de tabla de frecuencias. Fuente: Alsina (2022)

En la construcción o representación de dichas tablas es importante también el componente estético, como por ejemplo que las filas y las columnas sean proporcionadas, que haya una correspondencia entre cada categoría y los datos o frecuencia absoluta correspondientes, etc. Desde este prisma, en la Figura 5 se muestran algunos ejemplos con diversos errores: en la izquierda, una vez anotadas las categorías de la variable peso en la pizarra, los niños de las categorías más altas “no caben” y tienen que colocarse fuera de la pizarra, sin que haya una correspondencia con su categoría (Alsina et al., 2021); en el centro se muestra una tabla de recuento a partir de dibujos, sin la descripción de las categorías en la parte inferior (Alsina, 2022); y, finalmente, en la derecha se muestra una tabla de frecuencia sin una correspondencia entre las categorías y las frecuencias (Alsina et al., 2023)

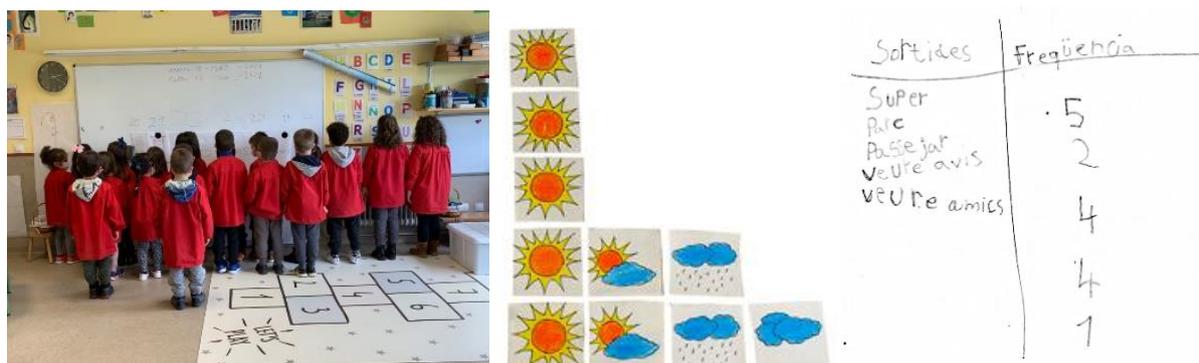


Figura 5. Errores habituales en los recuentos. Fuente: Alsina et al. (2021); Alsina (2022); Alsina et al. (2023)

Fase 4. Representación de datos

Rodríguez-Muñiz et al. (2021) subrayan que lo que caracteriza a un gráfico estadístico es la representación de información estadística, que pasa por clasificar, organizar y, en su caso, agrupar los datos y resumirlos; en otras palabras, la generación de información a partir de datos. Representar estadísticamente la información forma parte sustancial de la transnumeración, una de las componentes del razonamiento estadístico (Wild y Pfannkuch, 1999), ya que incluye los cambios de representación en los datos (tablas, gráficos, texto, etc.) encaminados a obtener información.

A partir de estas experiencias de recuento, mediante la manipulación se accede a las primeras experiencias estadísticas, se avanza en la sustitución de los objetos por algún tipo de marca de cuenta física (policubos, fichas, autoadhesivos, etc.) o gráfica (rayas, cruces, puntos, etc.), y se aprende a aplicar criterios de clasificación. Reforzando estas prácticas mediante procesos comunicativos en las que los niños tengan que explicar lo que han hecho o preguntar por producciones ajenas, se logra profundizar tanto en la construcción y lectura de gráficos como en su interpretación en contexto (Konold y Higgins, 2003).

Con base en estos fundamentos, debe considerarse que los primeros gráficos son concretos, normalmente con material, y respetando una correspondencia término a término (Figura 6). Al final de la etapa, pueden elaborarse también los primeros pictogramas usando signos diversos (dibujos de valor 1, cruces, etc.).

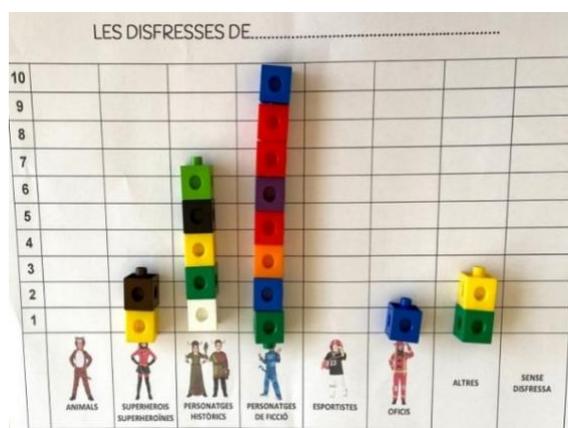


Figura 6. Gráfico concreto usando policubos. Fuente: Alsina y Annexa (2021)

Cabe señalar que diversos autores han tratado de describir y caracterizar los diferentes niveles de comprensión para tablas y gráficos estadísticos. Por ejemplo, Curcio (1989) y Friel et al. (2001) proponen diferentes niveles para la lectura de gráficos, que se han adaptado en diferentes investigaciones con tablas estadísticas (Díaz-Levicoy et al., 2015; entre otros). Con base en estos estudios, Díaz-Levicoy et al. (2018) exponen cuatro niveles de comprensión desde el más elemental al más complejo:

1. Leer los datos: requiere una lectura literal de la información presentada en la tabla, como por ejemplo leer una frecuencia, una categoría o el título general de la misma. No requiere interpretación.
2. Leer dentro de los datos: requiere encontrar un valor por medio de comparaciones u operaciones aritméticas sencillas, además incluye la interpretación de la información contenida en ella, como por ejemplo calcular la cantidad total de estudiantes que participaron en la encuesta, entre otras.
3. Leer más allá de los datos: requiere determinar una información ausente en la tabla por medio de predicciones o estimaciones, como por ejemplo hacer una inferencia estadística (inferir la temperatura máxima a partir de las temperaturas máximas de una ciudad mostradas en la tabla).
4. Leer detrás de los datos: requiere valorar críticamente la manera en que se recogieron los datos, interpretar la crítica que otras personas hacen del mismo o bien cuestionar la calidad de los datos. Supone una reflexión del conocimiento matemático y del contexto. Por ejemplo, analizar si la pregunta utilizada para recoger los datos es la apropiada o no.

Hasta el momento, los datos obtenidos en diversos estudios (Alsina et al., 2021; Díaz-Levicoy et al., 2018; entre otros), han puesto de manifiesto que el alumnado de infantil se ubica principalmente en el nivel 1 (leer los datos) y en el nivel 2 (leer dentro de los datos), aunque no utilizan todavía operaciones aritméticas propiamente.

Fase 5. Interpretación de datos

Para llevar a cabo la interpretación de los datos y, con ello, dar respuesta al reto planteado, pueden utilizarse tanto las tablas estadísticas de recuento y de frecuencias como los gráficos concretos. A partir de los datos, se pueden hacer oralmente comparaciones cuantitativas de las frecuencias de cada categoría, usando los comparativos *más...que, menos...que, tanto...como*, lo cual permite identificar la categoría con mayor frecuencia, comparar las frecuencias de dos categorías, ordenar todas las categorías de menor a mayor frecuencia o a la inversa, etc.

3. Nuevos materiales manipulativos para la enseñanza de las diversas fases del ciclo de investigación estadística en educación infantil

Existe un acuerdo generalizado acerca de que el tipo de contexto de enseñanza más idóneo para la implementación del ciclo de investigación estadística son los contextos reales cercanos a los intereses de las niñas y los niños de las primeras edades (e.g., Alsina, 2012, 2017, 2018, 2021, 2022; Vázquez et al., 2018). Aún así, aquí se asume que los materiales manipulativos pueden ser un apoyo interesante para facilitar la comprensión de diversas fases del ciclo, en especial las que han sido más olvidadas, teniendo en cuenta que la estadística se ha asociado sobre todo a la representación de datos. En este sentido, Alsina y Planas (2008), indican que:

La manipulación es en ella misma una manera de aprender que ha de hacer más eficaz el proceso de aprendizaje sin hacerlo necesariamente más rápido. Por otra parte, el uso de materiales es una manera de promover la autonomía del aprendiz ya que limita la participación de los otros, principalmente del adulto, en momentos cruciales del proceso de aprendizaje (p. 50)

Desde esta perspectiva, a continuación, se presentan diversos materiales manipulativos de nueva creación para apoyar la comprensión de las fases de recogida y organización de datos del ciclo de investigación, al tratarse de fases imprescindibles que, o bien no se consideran, o se les dedica muy poco tiempo, como ya se ha señalado con anterioridad. Adicionalmente, se presenta también un material para la fase de la representación, con el objeto de aprender a distinguir las características distintivas de las tablas de recuento y los gráficos. Para el diseño de estos materiales, se han tenido en cuenta los siguientes criterios: a) *sencillos*, que se puedan crear manualmente con facilidad; b) *económicos*, que no requieran un coste elevado; c) *abiertos*, que permitan realizar actividades variadas y usar el mismo material para diferentes edades; y, sobre todo, d) *eficaces*, que permitan no solo practicar saberes sino descubrirlos experimentando, visualizarlos para tener referencias, crear conexiones e investigar.

3.1. Materiales manipulativos para promover la comprensión de la recogida de datos

Como se ha señalado anteriormente, la recogida de datos debe planificarse de manera eficaz, puesto que de lo contrario todo el ciclo se vería afectado negativamente y no sería posible responder adecuadamente al reto planteado.

Planificar la recogida de datos implica tomar decisiones sobre las categorías que emergen de la variable objeto de estudio. En fases muy iniciáticas es aconsejable que el docente ofrezca las categorías, pero progresivamente también hay que dejar tiempo para que el alumnado piense, discuta y defina las categorías que van a permitir recoger los datos, clasificándolos según dichas categorías.

Para acompañar este aprendizaje, se presentan dos materiales de nueva creación cuyo propósito es ayudar a los niños y las niñas a seleccionar las categorías necesarias para, posteriormente, organizar

los datos en una tabla y hacer el correspondiente recuento. Desde esta perspectiva, el material 1 se focaliza exclusivamente en la selección de las categorías y el material 2, además, promueve una estrategia para iniciar el recuento, por lo que puede considerarse un material para apoyar la transición entre las fases de recogida y la organización de los datos.

Material 1. ¿De qué color hay más monstruos?

Edad	3 años en adelante
Objetivo	Apoyar visualmente el proceso de selección de categorías de una variable cualitativa (el color de los monstruos). Identificar las categorías necesarias en función de los datos disponibles.
Saber estocástico	Selección de las categorías de una variable cualitativa
Procesos matemáticos, habilidades o competencias específicas	Resolución de problemas Razonamiento y prueba Comunicación y representación
Descripción del material	Colección de monstruos de diferentes colores y etiquetas con diversos colores representados, tanto los de los monstruos como otros (Figura 7).
Propuesta de tarea	Presentamos los monstruos a los niños y se establece un diálogo con ellos para describir sus características. Seguidamente, se reparten los monstruos (uno a cada niño) y planteamos el reto: ¿cuántos monstruos hay de cada color? Se incentiva que hagan hipótesis y, a continuación, explicamos que clasificaremos los monstruos según el color a partir de etiquetas para facilitar el recuento posterior. Finalmente, se pide qué etiquetas necesitamos y por qué.
Preguntas intencionadas	¿Qué diferencias ves entre los monstruos? ¿Todos los monstruos son del mismo color? De todas las etiquetas, ¿cuáles son de los mismos colores que los monstruos?; ¿sobra o falta alguna etiqueta?

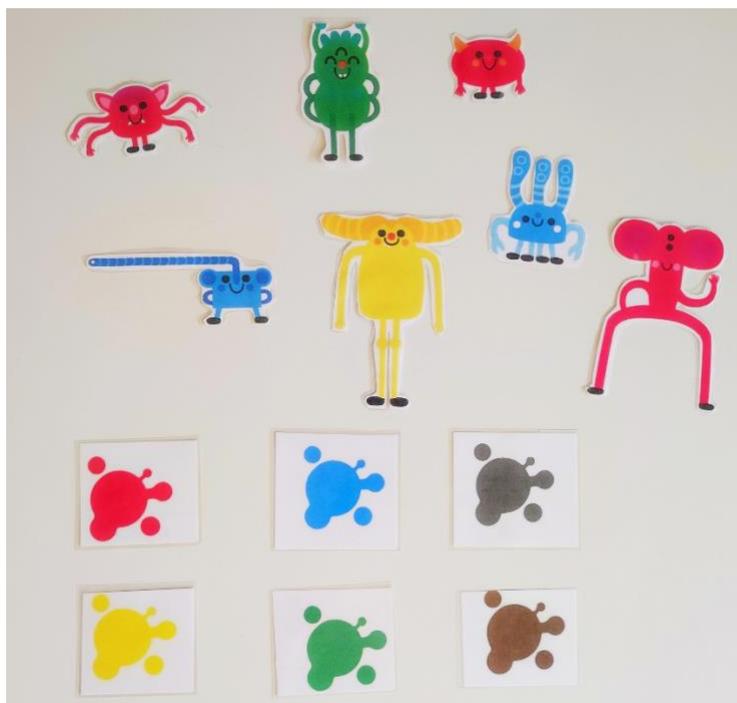


Figura 7. Monstruos de colores y etiquetas para la selección de las categorías. Fuente: elaboración propia a partir de Alsina (2024a).

Material 2. ¿Cuántos animales hay de cada tipo?

Edad	4 años en adelante
Objetivo	Apoyar visualmente el proceso de selección de categorías de una variable cualitativa (los animales del bosque). Identificar las categorías necesarias en función de los datos disponibles. Aprender estrategias para hacer el recuento.
Saber estocástico	Selección de las categorías de una variable cualitativa Preparación del recuento
Procesos matemáticos, habilidades o competencias específicas	Resolución de problemas Razonamiento y prueba Comunicación y representación
Descripción del material	Lámina con un bosque repleto de diversos animales y etiquetas con diversos animales representados, tanto presentes en el bosque como no (Figura 8). Material contable.
Propuesta de tarea	Presentamos la lámina del bosque de animales a los niños y se establece de nuevo un diálogo con ellos para describir cómo es el bosque, qué animales ven, etc. Seguidamente, planteamos el reto: ¿cuántos animales hay de cada tipo? Después de hacer las correspondientes hipótesis, explicamos de nuevo que los clasificaremos según el tipo de animal para hacer el recuento posterior

	<p>y, para ello, se presentan diversas etiquetas de animales. Se les indica que elijan las que necesitan para hacer dicho recuento y, finalmente, se reparten policubos de tantos colores como tipos de animales hay (en este caso concreto, policubos de tres colores) para que los coloquen encima de los animales correspondientes (por ejemplo, un policubo de color verde encima de cada caballo, etc.). De esta forma, aprenden una posible estrategia para iniciar el recuento de los animales que hay de cada tipo.</p>
Preguntas intencionadas	<p>¿Qué animales hay en el bosque?</p> <p>¿Todos los animales son iguales?</p> <p>De todas las etiquetas, ¿cuáles son de los animales que hay en el bosque?; ¿sobra o falta alguna etiqueta?</p> <p>¿Cuántos cubos verdes has puesto en la lámina?</p>



Figura 8. Bosque de animales y etiquetas para la selección de las categorías. Fuente: elaboración propia a partir de Alsina (2024b).

Una vez seleccionadas las categorías, se puede iniciar el recuento con apoyo de material (Figura 9).



Figura 9. Inicio del recuento con apoyo de material. Fuente: elaboración propia a partir de Alsina (2024b).

Estos ejemplos pueden servir de plataforma para presentar otros retos similares que sirvan para iniciar un ciclo de investigación estadística como, por ejemplo, preguntar cuál es el color o el animal preferido de los alumnos de la clase. En estos casos, se puede preguntar a los alumnos qué etiquetas van a necesitar para clasificar los datos que recojan y realizar el recuento posterior.

3.2. Materiales manipulativos para promover la comprensión de la organización de datos

La organización de los datos es otro momento fundamental en una investigación estadística, al que hay que dedicar el tiempo necesario para que las niñas y los niños aprendan a representar los datos en tablas estadísticas de recuento y de frecuencias y, de este modo, organizar bien dichos datos a partir de las categorías previamente establecidas en la fase anterior. Como se ha señalado, y con el propósito de respetar su ritmo evolutivo, es recomendable que los primeros recuentos se hagan clasificando a los propios niños y niñas, pero progresivamente se pueden introducir las tablas de recuento propiamente dichas, con el apoyo de dibujos u objetos. En este momento, es cuando entra en juego la manipulación que, como se ha señalado, contribuye a hacer más eficaz el proceso de aprendizaje, sin hacerlo necesariamente más rápido (Alsina y Planas, 2008).

Desde esta perspectiva, a continuación, se presenta un material manipulativo de nueva creación para apoyar el aprendizaje con comprensión de las tablas de recuento con dibujos u objetos.

Material 3. Cartas de datos y tablas de recuento

Edad	4 años en adelante
Objetivo	Apoyar visualmente el proceso de organización de datos en tablas de recuento. Promover la comprensión de las tablas de recuento con objetos y signos, a través de su lectura. Relacionar los datos con su organización a partir de una tabla de recuento.
Saber estocástico	Organización y recuento de datos en tablas estadísticas.
Procesos matemáticos, habilidades o competencias específicas	Razonamiento y prueba Comunicación y representación
Descripción del material	Juego de cuatro familias de cartas, con diez cartas en cada familia: 1) frutas (plátanos, limones y kiwis amarillos sin ninguna organización); 2) tabla de recuento con las frutas, en horizontal; c) tabla de recuento con las frutas, en

	vertical; 3) tabla de recuento con palitos, en horizontal; 4) tabla de recuento con cruces, en vertical.
Propuesta de tarea	<p>Presentamos la familia de carta de frutas (plátanos, limones y kiwis amarillos sin ninguna organización) e iniciamos un diálogo con ellos para describirlas: los tipos de fruta que hay, el color de las frutas, si hay o no la misma cantidad de frutas en cada carta, cuántas frutas de cada tipo hay en una carta en concreto, etc. Seguidamente, seleccionamos una segunda familia de cartas (p. ej., las tablas de recuento con las frutas, en horizontal) y planteamos las mismas cuestiones. Finalmente, se pide qué emparejen las cartas de las dos familias que tienen las mismas cantidades de fruta de cada tipo.</p> <p>(Otra alternativa puede ser dar las parejas ya hechas, y adivinar el criterio con las que se han emparejado).</p>
Preguntas intencionadas	<p>En todas las cartas de frutas sin organizar, ¿hay la misma cantidad de frutas? (esta misma pregunta se puede adaptar a todas las otras familias de cartas)</p> <p>¿Cómo podemos organizar las frutas?</p> <p>Si hacemos una tabla, ¿podemos poner en la base peras, naranjas y manzanas? ¿por qué?</p> <p>Tenemos cartas de frutas sin organizar y frutas organizadas en horizontal, ¿cómo las podemos emparejar?, ¿por qué?</p>

A modo de ejemplo, en la Figura 10 se muestra una pareja de cartas con las frutas sin organizar y su respectiva tabla de recuento con imágenes de las frutas en disposición horizontal.



Figura 10. Pareja de cartas con las frutas sin organizar y su respectiva tabla de recuento. Fuente: elaboración propia.

La misma propuesta se puede ir variando con el resto de familias de cartas: frutas en vertical, palitos en horizontal y cruces en vertical (Figura 11).

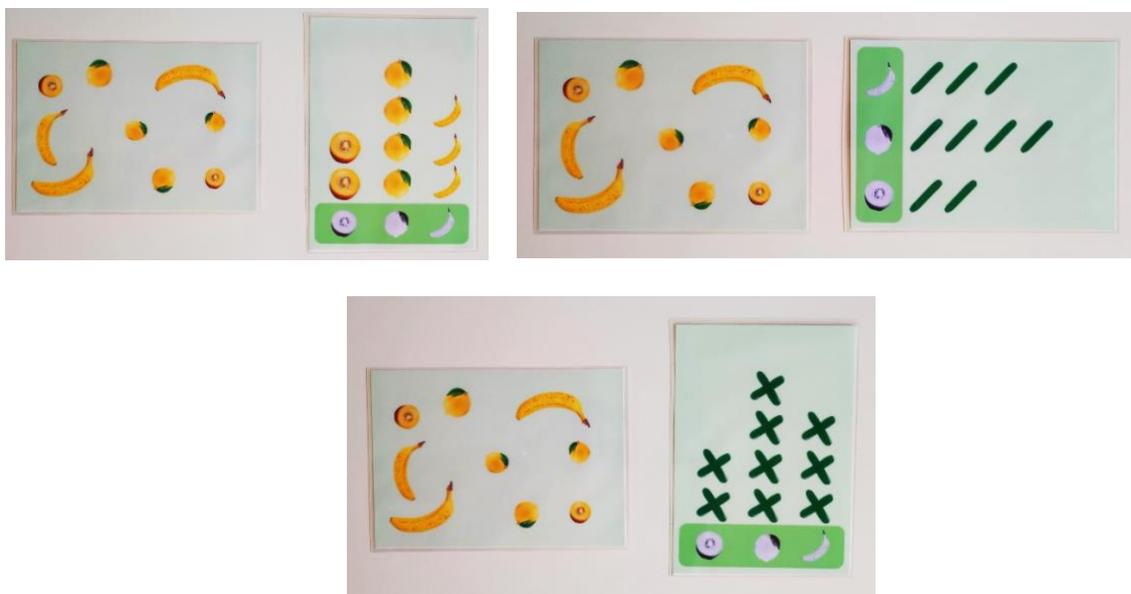


Figura 11. Parejas de cartas con las frutas sin organizar y su respectiva tabla de recuento con: las frutas en vertical, palitos en horizontal, cruces en vertical. Fuente: elaboración propia.

Finalmente, la propuesta se puede complicar pidiendo que hagan grupos de tres/cuatro o cinco cartas de familias distintas en las que hay representadas las mismas cantidades de fruta (Figura 12).

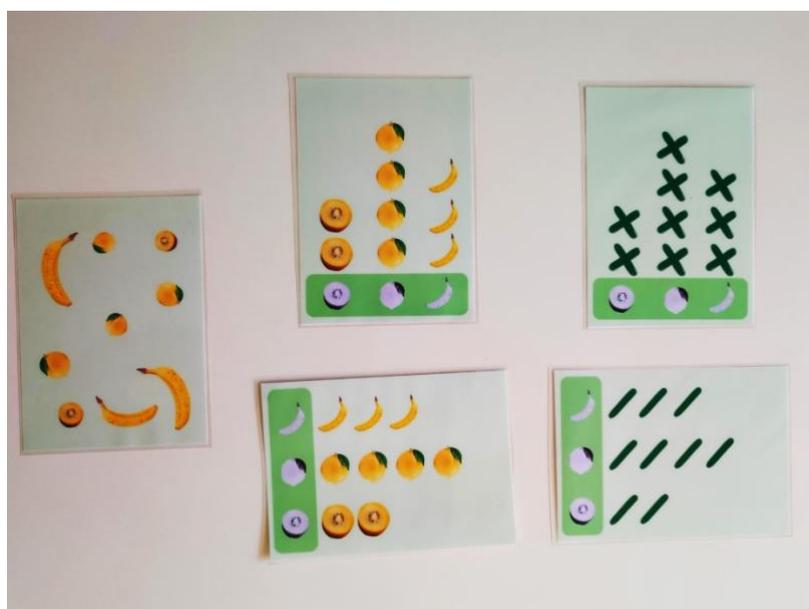


Figura 12. Grupos de tres/cuatro cartas con distintas tablas para organizar y hacer el recuento de las mismas cantidades de fruta de cada tipo. Fuente: elaboración propia.

A partir de todas estas propuestas, es fundamental que el alumnado aprenda que en las tablas estadísticas de recuento es necesario indicar las categorías de la variable para organizar los datos, ya sea en disposición horizontal o vertical. Otro aprendizaje relevante es que, como ya se ha venido señalando, el recuento se puede hacer con los propios elementos (en nuestro caso, frutas) o bien con signos (palitos, cruces, etc.).

Finalmente, a partir de las tablas de recuento pueden contar la frecuencia absoluta de cada categoría (el n° de casos) y, mediante la transnumeración, construir una tabla de frecuencias.

3.1. Materiales manipulativos para promover la comprensión de la representación de datos en gráficos estadísticos

Los gráficos estadísticos son el saber matemático del ciclo de investigación más presente en las escuelas, aunque en ocasiones se promueven algunas confusiones o errores, como por ejemplo considerar que una tabla estadística de recuento es un gráfico estadístico. Si bien en los dos casos se trata de representaciones de datos, es necesario promover que las niñas y los niños aprendan, desde bien pequeños, las principales diferencias entre ambas: mientras que en las tablas de recuento o de frecuencias sólo es necesario indicar las categorías de la variable en un eje de la tabla, en los gráficos estadísticos es imprescindible, además, indicar el intervalo frecuencial en el otro eje.

A continuación, se presenta un material para acompañar y fomentar este aprendizaje:

Material 4. Memory de gráficos

Edad	5 años en adelante
Objetivo	Apoyar visualmente el proceso de representación de datos en gráficos estadísticos. Promover la comprensión de los gráficos estadísticos, a través de su lectura. Relacionar los datos con su representación en un gráfico estadístico.
Saber estocástico	Representación de datos en gráficos de barras simples, con materiales (dibujos, objetos, etc.).
Procesos matemáticos, habilidades o competencias específicas	Razonamiento y prueba Comunicación y representación
Descripción del material	Diez tarjetas con datos agrupados de tres tipos (pelotas, flores y mariposas) y diez tarjetas con gráficos de barras simples con los datos representados (Figura 13).
Propuesta de tarea	Mostramos una tarjeta con elementos agrupados de tres tipos (4 pelotas, 1 flor y 2 mariposas) y otra tarjeta con el gráfico de barras simple correspondiente en el que hay representados estos datos. A continuación,

	<p>iniciamos un diálogo para que observen las dos tarjetas: p. ej., qué y cuántos elementos hay en la tarjeta con datos agrupados; cómo se han colocado los datos en la tarjeta con el gráfico, qué hay en el eje horizontal, qué hay en el eje vertical, etc.</p> <p>Seguidamente, se pide que formen otras parejas, con las tarjetas boca arriba.</p> <p>Para aumentar la complejidad, finalmente se propone un memory: se colocan en un lado las 10 tarjetas con los datos agrupados y en el otro lado las tarjetas con los gráficos de barras simples, boca abajo. Deben levantar una tarjeta de cada lado e intentar formar parejas: si no corresponden se vuelven a dejar y si corresponden, se retira.</p>
Preguntas intencionadas	<p>En todas las tarjetas de elementos sin organizar, ¿hay la misma cantidad?</p> <p>En las tarjetas con gráficos, ¿qué hay en el eje horizontal? ¿y en el vertical?</p> <p>¿Qué hay que cumplir para poder emparejar una tarjeta de elementos sin organizar con otra tarjeta con un gráfico?</p>



Figura 13. Material del *memory* de gráficos. Fuente: elaboración propia.

A continuación, se muestra a modo de ejemplo una pareja (Figura 14).



Figura 14. Emparejamiento de una tarjeta con los datos agrupados y otra tarjeta con el gráfico de barras simple correspondiente. Elaboración propia.

4. Consideraciones finales

En este artículo se han ofrecido orientaciones y recursos para promover el aprendizaje con comprensión las diferentes fases del ciclo de investigación estadística en Educación Infantil: por un lado, se ha descrito una síntesis de los principales saberes asociados al ciclo de investigación estadística que debe movilizar el profesorado de Educación Infantil, tomando en consideración las aportaciones de diversos organismos y autores (e.g., Alsina, 2012, 2017; 2018; Estrella, 2018; Leavy et al., 2018; NCTM, 2003; Rodríguez-Muñoz et al., 2021; Sheffield et al., 2002; Vázquez et al., 2018); y, por otro lado, se han presentado nuevos materiales manipulativos para apoyar la enseñanza de las fases de recogida, organización y representación de datos y, de este modo, garantizar el aprendizaje de las niñas y los niños de 3 a 6 años.

Este doble propósito responde, primero, al hecho de que la estadística se ha empezado a introducir en los currículos de Educación Infantil a partir de los 3 años (e.g., NCTM, 2000; Vázquez y Alsina, 2022; Vázquez y Carrera, 2022), lo cual requiere que el profesorado de esta etapa incorpore o actualice sus conocimientos tanto disciplinares como didácticos sobre este eje de contenidos. Sin embargo, la enseñanza de estos conocimientos profesionalizadores durante la formación inicial docente sigue siendo escasa o incluso nula: en el caso de las universidades públicas españolas que imparten el Grado en Maestro en Educación Infantil, por ejemplo, sólo 11 de las 39 universidades (28,2%) impartieron formación sobre enseñanza de la estadística, la probabilidad y su didáctica durante el año académico 2022-2023 (Alsina y García-Alonso, 2023); y, adicionalmente, las universidades que imparten esta formación, dedican como máximo 1 crédito (10 horas) dentro de asignaturas con un rango de créditos entre 6 y 18 créditos, lo que supone entre un 5.6% y un 16.6% del total (Alsina et al., 2024).

Segundo, se ha optado por diseñar y presentar nuevos materiales manipulativos porque, en esta etapa especialmente, es un recurso imprescindible para impulsar el aprendizaje de las matemáticas con comprensión (Alsina y Planas, 2008). Además, es necesario hacer hincapié también en el hecho de lo que se pretende con estos nuevos materiales no es que el alumnado de infantil “se divierta más” mientras aprende estadística, sino de ofrecerles oportunidades para *visualizar de manera concreta* las ideas matemáticas *a través de la manipulación*, atendiendo de esta forma tanto al tipo de demanda cognitiva como a las estrategias didácticas que las niñas y niños de infantil necesitan para aprender matemáticas en las primeras edades, de acuerdo con los planteamientos teórico-metodológicos propuestos por Alsina (2020, 2022) desde el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM).

Desde esta perspectiva, se han presentado cuatro nuevos materiales manipulativos. Los tres primeros materiales sirven para apoyar visualmente el aprendizaje de cuestiones esenciales de la recogida y organización de datos, ya que diversos autores (e.g., Alsina et al., 2021; delMas, 2004; Rodríguez-Muñoz et al., 2021) han indicado que para iniciar la alfabetización estadística en Educación Infantil como cimiento de un futuro razonamiento estadístico, es necesario que el alumnado experimente de primera mano los procesos tanto de recogida y organización de datos como de exploración de su naturaleza. Con base en ello, los dos primeros materiales han sido diseñados para que, una vez planteado un reto, el alumnado de Educación Infantil aprenda a seleccionar las categorías necesarias para clasificar los datos y recolectarlos adecuadamente; mientras que el tercero se ha diseñado para aprender tanto a organizar los datos a partir de tablas de recuento con dibujos, objetos o signos que facilitan la identificación de las frecuencias de cada categoría como para aprender las características específicas que debe tener una tabla de recuento (las categorías de la variable en uno de sus ejes).

Finalmente, el cuarto material se ha diseñado para apoyar visualmente el aprendizaje de la fase de representación de datos a través de gráficos de barras simple de tipo concreto. Con este último material se pretende que los niños y las niñas de infantil aprendan progresivamente a relacionar datos con su representación gráfica correspondiente, además de aprender las características distintivas básicas que debe tener un gráfico estadístico (las categorías de la variable en un eje y el intervalo frecuencial en el otro). En su conjunto, el aprendizaje de estas cuestiones permite al alumnado transitar entre los dos primeros niveles de comprensión de gráficos planteados por Díaz-Levicoy et al. (2018): leer los datos (nivel 1) y leer dentro de los datos (nivel 2).

En futuros estudios, será necesario indagar en torno al impacto de estos materiales para favorecer la comprensión del ciclo de investigación estadística en Educación Infantil, tanto desde la perspectiva del desarrollo profesional del profesorado como del aprendizaje del alumnado. Todo ello, para lograr que las nuevas generaciones tengan una visión más amplia del papel de la estadística en general y de la recogida, organización, representación e interpretación de datos en particular, lo cual va a contribuir tanto a mejorar la comprensión de dichos datos como su análisis crítico.

Bibliografía

- Alsina, Á. (2012). La estadística y la probabilidad en Educación Infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Didácticas Específicas*, 7, 4-22.
- Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Épsilon*, 95, 25-48.
- Alsina, Á. (2018). El número natural para organizar, representar e interpretar la información (estadística, azar y probabilidad). En M.C. Muñoz-Catalán y J. Carrillo (Eds.), *Didáctica de las Matemáticas para maestros de Educación Infantil* (pp. 173-211). Editorial Paraninfo.



- Alsina, Á. (2020). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *TANGRAM – Revista de Educação Matemática*, 3(2), 127-159. <https://doi.org/10.30612/tangram.v3i2.12018>.
- Alsina, Á. (2021). *Ça commence aujourd'hui*: alfabetización estadística y probabilística en la educación matemática infantil. *PNA, Revista de Investigación en Educación Matemática*, 15(4), 243-266. <https://doi.org/10.30827/pna.v15i4.21357>.
- Alsina, Á. (2022). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (3-6 años)*. Editorial Graó.
- Alsina, Á. (2024a). *Capicúa+ Sentido estocástico 1 (3 años)*. Editorial Casals.
- Alsina, Á. (2024b). *Capicúa+ Sentido estocástico 3 (5 años)*. Editorial Casals.
- Alsina, Á. y Annexa, E. (2021). Estadística en contexto: desarrollando un enfoque escolar común para promover la alfabetización. *Tangram – Revista de Educação Matemática*, 4(1), 71-98.
- Alsina, Á. y García-Alonso, I. (2023). La estadística y la probabilidad y su didáctica en la formación inicial de maestros en España. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 6(2), 11-27.
- Alsina, Á. y Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva. Propuestas para una educación matemática accesible*. Narcea S.A. de Ediciones.
- Alsina, Á., Muñoz-Rodríguez, L., Rodríguez-Muñoz, L., García-Alonso, I., Vázquez, C., y López-Serentill, P. (2023). Alfabetizando estadísticamente a niños de 7-8 años a partir de contextos relevantes. *Revista Complutense de Educación*, 34(1), 95-108. <https://doi.org/10.5209/rced.77186>
- Alsina, Á., Salgado M., Toalongo-Guamba, X. y Trelles-Zambrano, C. (2021). Estadística en Educación Infantil: recomendaciones previas a la representación de datos. *RIDEMA, Revista de Investigación e Divulgação em Educação Matemática*, 5(1), 1-21.
- Alsina, Á., Vázquez, C., García-Alonso, I. y Berciano, A. (2024). Educación estadística y probabilística para maestros en España: explorando los rasgos más relevantes en la formación inicial. Artículo enviado para su publicación
- Bargagliotti, A., Franklin, C., Arnold, P., Gould, R., Johnson, S., Perez, L. y Spangler, D. (2020). *Pre-K-12 guidelines for assessment and instruction in statistics education II (GAISE II)*. American Statistical Association and National Council of Teachers of Mathematics. <https://www.amstat.org/docs/default-source/amstat-documents/edu-set.pdf>
- Curcio, F. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- delMas, R. C. (2004). A Comparison of Mathematical and Statistical Reasoning. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 79-96). Springer. https://doi.org/10.1007/1-4020-2278-6_4
- Díaz-Levicoy, D., Batanero, C. y Arteaga, P. (2018). Dificultades de los estudiantes chilenos de educación básica en la construcción de diagramas de barra. *Paradigma*, 2, 107-129.
- Díaz-Levicoy, D., Morales, R., y López-Martín, M.M. (2015). Tablas estadísticas en libros de texto chilenos de 1º y 2º año de Educación Primaria. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 4(7), 10-39.
- English, L. D. (2013). Reconceptualizing Statistical Learning in the Early Years. En L. English y J. Mulligan (Eds.), *Reconceptualizing Early Mathematics Learning* (pp. 67-82). Springer.
- Estrella, S. (2014). El formato tabular: una revisión de literatura. *Revista Actualidades Investigativas en Educación*, 14(2), 1-23.

- Estrella, S. (2017). Enseñar estadística para alfabetizar estadísticamente y desarrollar el razonamiento estadístico. En A. Salcedo (Ed.). *Alternativas Pedagógicas para la Educación Matemática del Siglo XXI* (pp. 173-194). Universidad Central de Venezuela.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2007). *Guidelines and Assessment for Instruction in Statistics Education (GAISE) Report: A Pre-K-12 Curriculum Framework*. ASA.
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Hoong, L.Y., Kin, H.W. y Pien, C. L. (2015). Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its Origins and Charting its Future. *The Mathematics Educator*, 16(1), 1-18.
<https://doi.org/10.34019/2594-4673>
- Konold, C. y Higgins, T. (2003). Reasoning about data. En J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (eds.), *A research companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 193-215). The National Council of Teachers of Mathematics.
- Leavy, A., Meletiou-Mavrotheris, M. y Papanastasiou, E. (2018). *Statistics in Early Childhood and Primary Education: Supporting Early Statistical and Probabilistic Thinking*. Springer.
- NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics.
- Pfannkuch, M. y Wild, C. (2004). Towards an understanding of statistical thinking. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 17-46). Springer.
- Rodríguez-Muñiz, L.J., Muñiz-Rodríguez, L. y Aguilar, Á. (2021). El recuento y las representaciones manipulativas: los primeros pasos de la alfabetización estadística. *PNA, Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 15(4), 331-338. <https://doi.org/10.30827/pna.v15i4.22511>.
- Sheffield, L. J., Cavanagh, M., Dacey, L., Findell, C. R., Greens, C. E. y Small, M. (2002). *Navigating through Data Analysis and Probability in Prekindergarten-Grade 2*. NCTM.
- Vásquez, C. y Cabrera, G. (2022). La estadística y la probabilidad en los currículos de matemáticas de educación infantil y primaria de seis países representativos en el campo. *Revista Educación Matemática*, 34(2), 245-274. <https://doi.org/10.24844/EM3402.09>
- Vásquez, C., Díaz-Levicoy, D., Coronata, C. y Alsina, Á. (2018). Alfabetización estadística y probabilística: primeros pasos para su desarrollo desde la Educación Infantil. *Cadernos Cenpec*, 8(1), 154-179.
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2022). La estadística y la probabilidad en los currículos de infantil y primaria: implicaciones para la formación del profesorado. En A. Salcedo y D. Díaz-Levicoy (Eds.), *Formación del Profesorado para Enseñar Estadística: Retos y Oportunidades* (pp. 189-214). Universidad Católica del Maule.
- Wild, C. J. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-248. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x>

Ángel Alsina Pastells. Departamento de Didácticas Específicas, Área de Didáctica de las Matemáticas. Facultad de Educación y Psicología, Plaça Sant Domènec, 9, 17004 Girona (Catalunya). Profesor Catedrático de Didáctica de las Matemáticas y Director de la Cátedra de Didáctica de las Matemáticas M. Antònia Canals en la Universidad de Girona. Sus líneas de investigación están centradas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades y en la formación del profesorado de matemáticas. Ha publicado numerosos artículos científicos y libros sobre cuestiones de educación matemática, y ha llevado a cabo múltiples actividades de formación permanente del profesorado de matemáticas en España y en América Latina. Email: angel.alsina@udg.edu

