

Situaciones de aprendizaje para desarrollar el sentido estocástico: Contribuyendo a formar una ciudadanía crítica desde la educación matemática

Ángel Alsina (Universidad de Girona. España)
Ester Bosch (Escola Pompeu Fabra. España)

Fecha de recepción: 07 de octubre de 2024

Fecha de aceptación: 31 de octubre de 2024

Resumen

Se presentan orientaciones al profesorado de Educación Infantil y Primaria para diseñar e implementar situaciones de aprendizaje que contribuyan a desarrollar el sentido estocástico. Con este propósito, el artículo se estructura en dos partes: en primer lugar, se caracteriza el sentido estocástico a partir de las entradas del currículo español, analizando las competencias específicas, los criterios de evaluación y los saberes de las etapas de infantil y primaria; y, en segundo lugar, se describen algunas cuestiones esenciales para el diseño e implementación de situaciones de aprendizaje y se presentan dos ejemplos para las etapas de infantil y primaria, respectivamente. Se concluye que este tipo de situaciones en las que el alumnado co-construye conocimiento estocástico son el punto de partida imprescindible para formar una ciudadanía más crítica.

Palabras clave

Sentido estocástico, alfabetización estadística, enseñanza de la estadística, pensamiento crítico, Educación Infantil, Educación Primaria.

Abstract

Guidelines are presented for Early Childhood and Primary Education teachers to design and implement learning situations that contribute to the development of stochastic sense. To this end, the article is structured in two parts: firstly, stochastic sense is characterised on the basis of the inputs of the Spanish curriculum, analysing the specific competences, assessment criteria and knowledge of the early childhood and primary education; and, secondly, some essential issues for the design and implementation of learning situations are described and two examples are presented for these stages, respectively. It is concluded that these kinds of situations in which students co-construct stochastic knowledge are the essential starting point for training a more critical citizenship.

Keywords

Stochastic sense, statistical literacy, statistics teaching, critical thinking, Early Childhood Education, Primary Education.

1. Introducción

El currículum educativo es una herramienta pedagógica propia del profesorado que incluye planes de estudio, criterios, metodología y fundamentos necesarios para ofrecer al alumnado de diferentes niveles una formación académica apropiada y completa (Boschman et al., 2014). Así, por ejemplo, en el caso de la legislación educativa española vigente de Educación Infantil y Primaria (MEFP, 2022a, 2022b) se indica que el currículo define los objetivos, fines y principios generales y pedagógicos del conjunto de cada etapa, así como las competencias clave cuyo desarrollo deberá iniciarse desde el



Sociedad Canaria de Profesorado de Matemáticas

Luis Balbuena Castellano

comienzo mismo de la escolarización. Además, para cada una de las áreas, se fijan las competencias específicas previstas para cada etapa, así como los criterios de evaluación y los saberes básicos establecidos para cada ciclo. Adicionalmente, y con el fin de facilitar al profesorado su propia práctica, se propone una definición de situación de aprendizaje y se enuncian orientaciones para su diseño.

Se incorpora, pues, el término *situación de aprendizaje* como un elemento substancial para organizar y orientar la práctica docente. Desde esta perspectiva, Beltrán-Pellicer et al. (2023) señalan que se trata de un organizador curricular, asumiendo que los distintos organizadores curriculares -entre los que se incluyen también las competencias específicas, la metodología o la evaluación- “pueden ser oportunidades para mejorar la práctica docente” (p. 10). Este es un rasgo distintivo relevante pues, si bien coexisten una diversidad de nociones como *ejercicio*, *tarea* o *actividad* para referirse a la práctica docente, el término *situación de aprendizaje* lleva implícito el sello competencial. Desde esta perspectiva, las situaciones de aprendizaje se materializan como:

Propuestas pedagógicas que, partiendo de los centros de interés de los alumnos y las alumnas, les permitan construir el conocimiento con autonomía y creatividad desde sus propios aprendizajes y experiencias. Las situaciones de aprendizaje representan una herramienta eficaz para integrar los elementos curriculares de las distintas áreas y actividades significativas y relevantes para resolver problemas de manera creativa y cooperativa, reforzando la autoestima, la autonomía, la reflexión y la responsabilidad (MEFP, 2022b, p. 108).

De manera un tanto confusa, en la práctica docente ha ido calando la idea de que las situaciones de aprendizaje deben partir de un contexto y que, dicho contexto, se refiere a una situación real o de vida cotidiana (Beltrán-Pellicer et al., 2023). Para romper con esta visión sesgada, desde los planteamientos teórico-metodológicos del Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM), Alsina (2023) ha aclarado que efectivamente un contexto puede ser una situación real, pero también puede ser un material manipulativo, un juego, un recurso literario, tecnológico o incluso gráfico. Según este autor, a partir de todos estos contextos se puede diseñar e implementar una situación de aprendizaje, lo cual implica plantear un reto e involucrar distintos saberes matemáticos que se trabajan a través de diversos procesos matemáticos, habilidades o competencias específicas.

Desde este marco competencial, este artículo se focaliza en la práctica docente para desarrollar el sentido estocástico en Educación Infantil y Primaria. Para ello, el artículo se estructura en dos partes: en primer lugar, se caracteriza el sentido estocástico a partir de las entradas del currículo español, analizando las competencias específicas, los criterios de evaluación y los saberes de las etapas de infantil y primaria (MEFP, 2022a, 2022b); y, en segundo lugar, se describen algunas cuestiones esenciales para el diseño e implementación de situaciones de aprendizaje desde la perspectiva del EIEM y se presentan dos ejemplos para las etapas de infantil y primaria, respectivamente.

2. El sentido estocástico: competencias específicas, saberes y criterios de evaluación en educación infantil y primaria

El término *sentido estocástico* es, al igual que *situación de aprendizaje*, un término de reciente incorporación en el currículo español con el que la mayoría de docentes de las primeras etapas no están todavía familiarizados. De ello se desprende que, para diseñar e implementar situaciones de aprendizaje

cuyo propósito sea desarrollar el sentido estocástico, previamente hace falta conocer con precisión su conceptualización.

El sentido estocástico deriva del término *estocástica*, que se refiere a la dependencia mutua del conocimiento y razonamiento sobre probabilidad y estadística, que están conectadas y deben enseñarse conjuntamente (Batanero, 2019). Desde esta perspectiva, esta autora indica que:

prefiero hablar de estocástica, porque la estadística y la probabilidad están ligadas indisolublemente, puesto que no recogemos datos estadísticos de fenómenos deterministas, cuyos datos se generan mediante fórmulas matemáticas. Hay también cierta incertidumbre en los datos estadísticos, por lo que la aleatoriedad siempre subyace, incluso si sólo nos interesamos en el estudio descriptivo de los datos recogidos. Más aún, aparte de los juegos de azar, es difícil estimar la probabilidad de los sucesos o actualizar su probabilidad si no se dispone de datos estadísticos, por lo que el muestreo y la estimación están incardinados en las concepciones frecuenciales y bayesiana de la probabilidad, cuyas aplicaciones son mucho mayores que las de la probabilidad clásica (p. 3).

Tomando en consideración con esta caracterización, Alsina (2022a) indica que la estocástica “incluye lo que está sometido al azar y que es objeto de análisis estadístico” (p. 183). Así, por ejemplo, si se lanza un dado y sale un 2 estamos frente a un hecho aleatorio que depende del azar (probabilidad); pero si lanzamos el mismo dado 20 veces y registramos en una tabla estadística los números que van saliendo para contar la frecuencia, usamos la estadística para analizar cómo se comporta el azar (probabilidad y estadística), situándonos en el marco de la estocástica. En definitiva, pues, la incorporación del término sentido estocástico pretende enfatizar la relación intrínseca que existe entre la probabilidad y la estadística.

Desde este marco conceptual, el CEMat (2021) introduce el término *sentido estocástico* en las *Bases para la elaboración de un currículo de Matemáticas en Educación no Universitaria*:

El sentido estocástico es la capacidad para hacer frente a una amplia gama de situaciones cotidianas que implican el razonamiento y la interpretación de datos, la elaboración de conjeturas y la toma de decisiones a partir de la información estadística, su valoración crítica y la comprensión y comunicación de fenómenos aleatorios, y la capacidad de realizar algunas predicciones. Su desarrollo es progresivo, pero se inicia en los primeros niveles de escolarización, pues está ligado a la intuición sobre la incertidumbre y, por ello, es necesario evitar que se generen sesgos o falsas concepciones (p. 35).

Los autores de estas Bases mencionan que esta capacidad se concreta en las siguientes tres habilidades: llevar a cabo investigaciones estadísticas básicas, reconocer cómo este proceso es crucial para todo razonamiento estocástico que incluye datos y reconocer la necesidad de los datos, para transnumerar. Para el desarrollo progresivo de estas habilidades, sugieren abordar tres grandes ideas, presentes en todas las etapas: distribución, inferencia y predictibilidad e incertidumbre.

El currículo español de matemáticas de educación primaria incorpora también, como se ha señalado, el término *sentido estocástico* y los saberes básicos asociados (MEFP, 2022b), mientras que en el currículo de infantil brilla por su ausencia (Alsina, 2022b). A continuación, se analizan con mayor detalle ambos currículos.



2.1. El sentido estocástico en el currículo de Educación Infantil

La legislación española vigente de Educación Infantil (MEFP, 2022a) prácticamente no considera este sentido matemático, a diferencia de los currículos de educación infantil de otros países, como Australia o Estados Unidos (Vásquez y Cabrera, 2022).

A partir del análisis de contenido realizado por Alsina (2022b), se concluye que no hay competencias específicas y, en consecuencia, criterios de evaluación que mantengan vínculos estrechos con el sentido estocástico. En relación a los saberes básicos, en el primer ciclo aparece un único saber básico asociado a la probabilidad, que se puede relacionar con la identificación de la posibilidad de ocurrencia de los hechos; y en el segundo ciclo dos saberes asociados a la estadística: por un lado, se hace referencia a las estrategias de búsqueda, reelaboración y comunicación de información, pero sin especificar a qué información se refiere ni nombrar ninguna estrategia (p. ej., tablas estadísticas de recuento y frecuencias, etc.); y, por otro, si bien se menciona la interpretación crítica de información recibida a través de medios digitales, no se consideran por ejemplo los datos que surgen de contextos reales cercanos a los niños. Cabe precisar también que, aunque se hace referencia al conteo, no se establece ningún vínculo con la estadística.

De este modo, el currículo español no incorpora las recomendaciones de diversos autores y organismos que, desde hace ya años, apuestan por la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil (e.g., Alsina, 2012, 2017, 2018, 2021a; Batanero et al., 2021; CEMat, 2021; NCTM, 2003; Rodríguez-Muñiz et al., 2021; Vásquez et al., 2018). Estas recomendaciones responden a la necesidad de desarrollar la alfabetización estadística y probabilística desde las primeras edades, con el propósito de que los niños aprendan progresivamente a analizar críticamente la gran avalancha de datos y puedan tomar decisiones informadas en situaciones de incertidumbre.

2.2. El sentido estocástico en el currículo de Educación Primaria

La legislación española vigente de Educación Primaria (MEFP, 2022b) incluye el sentido estocástico y los saberes básicos asociados, como ya se ha señalado. En concreto, dicho sentido se caracteriza de la siguiente forma:

El sentido estocástico se orienta hacia el razonamiento y la interpretación de datos y la valoración crítica, así como la toma de decisiones a partir de información estadística. También comprende los saberes vinculados con la comprensión y la comunicación de fenómenos aleatorios en situaciones de la vida cotidiana (p. 93).

Para que el alumnado pueda desempeñarse en actividades o situaciones cuyo abordaje requiere de los saberes básicos asociados al sentido estocástico, en la Tabla 1 se muestran las competencias específicas y los vínculos con las tres grandes ideas del sentido estocástico que considera el currículo de primaria: 1) organización y análisis de datos; 2) incertidumbre; 3) inferencia.

Organización y análisis de datos	<p>CE1. Interpretar situaciones de la vida cotidiana, proporcionando una representación matemática de las mismas mediante conceptos, herramientas y estrategias, para analizar la información más relevante.</p> <p>CE3. Explorar, formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de tipo matemático en situaciones basadas en la vida cotidiana, de forma guiada, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación, para contrastar su validez, adquirir e integrar nuevo conocimiento.</p> <p>CE4. Utilizar el pensamiento computacional, organizando datos, descomponiendo en partes, reconociendo patrones, generalizando e interpretando, modificando y creando algoritmos de forma guiada, para modelizar y automatizar situaciones de la vida cotidiana.</p>	<p>CE2. Resolver situaciones problematizadas, aplicando diferentes técnicas, estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder, obtener soluciones y asegurar su validez desde un punto de vista formal y en relación con el contexto planteado.</p> <p>CE5. Reconocer y utilizar conexiones entre las diferentes ideas matemáticas, así como identificar las matemáticas implicadas en otras áreas o en la vida cotidiana, interrelacionando conceptos y procedimientos, para interpretar situaciones y contextos diversos.</p> <p>CE7. Desarrollar destrezas personales que ayuden a identificar y gestionar emociones al enfrentarse a retos matemáticos, fomentando la confianza en las propias posibilidades, aceptando el error como parte del proceso de aprendizaje y adaptándose a las situaciones de incertidumbre, para mejorar la perseverancia y disfrutar en el aprendizaje de las matemáticas.</p>
Incertidumbre	<p>CE3. Explorar, formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de tipo matemático en situaciones basadas en la vida cotidiana, de forma guiada, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación, para contrastar su validez, adquirir e integrar nuevo conocimiento.</p>	<p>CE8. Desarrollar destrezas sociales, reconociendo y respetando las emociones, las experiencias de los demás y el valor de la diversidad y participando activamente en equipos de trabajo heterogéneos con roles asignados, para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, fomentar el bienestar personal y crear relaciones saludables</p>
Inferencia	<p>CE6. Comunicar y representar, de forma individual y colectiva, conceptos, procedimientos y resultados matemáticos, utilizando el lenguaje oral, escrito, gráfico, multimodal y la terminología apropiados, para dar significado y permanencia a las ideas matemáticas.</p>	

Tabla 1. Competencias específicas vinculadas al sentido estocástico en el currículo de primaria (MEFP, 2022b)

En la tabla 1 se muestra que la mayoría de competencias específicas tienen vínculos con *la organización y análisis de datos*, que permite desempeñarse en la toma de decisiones basadas en dichos datos; en menor medida, algunas competencias específicas se relacionan con *la incertidumbre*, que permite desempeñarse en situaciones en las que no se conocen todos los eventos posibles y no es claro cuáles son los eventos equiprobables y con *la inferencia*, que permite inducir, a partir de la información empírica proporcionada por una muestra, cual es el comportamiento de una determinada población con un riesgo de error medible en términos de probabilidad. Como cuestión adicional, se observa que algunas de las competencias específicas pueden vincularse con las tres grandes ideas a la vez.

Un análisis más pormenorizado de los saberes básicos organizados según las tres grandes ideas se presenta en las Tablas 2 a 4.

En relación a la organización y análisis de datos, en la Tabla 2 se ponen de relieve diversas cuestiones relevantes: 1) sorprende el enorme salto que se produce entre el primer ciclo de primaria y la etapa de educación infantil, en la que no prácticamente se incluyen saberes asociados a la organización y análisis de datos, como ya se ha mencionado; 2) se contemplan de manera progresiva los principales saberes asociados al ciclo de investigación estadística, pero con algunas lagunas y/o desfases respecto a la literatura (e.g., Alsina, 2019; Alsina et al., 2020; Rodríguez-Muñiz et al., 2021; Santaengracia et al., 2023): el planteamiento de un reto que determina la variable y desencadena una investigación estadística no se menciona hasta el tercer ciclo; la recogida de datos se introduce ya en el primer ciclo, pero sin

hacer hincapié en la identificación de las categorías de la variable; la organización de datos considera el recuento desde el primer ciclo, pero las tablas estadísticas de recuento y frecuencias no se mencionan hasta el tercer ciclo; la representación y/o la lectura de los datos en gráficos es la fase del ciclo de investigación con mayor protagonismo, introduciendo progresivamente diversos tipos de gráficos convencionales, pero sin hacer hincapié en otras representaciones abundantes en la prensa como coropletas, mapas de burbujas, etc.; finalmente, la interpretación de los datos a través de estadísticos descriptivos y medidas de centralización y/o dispersión se introduce a partir del segundo ciclo.

<p>Primer ciclo (6-8 años)</p>	<p>Estrategias de reconocimiento de los principales elementos y extracción de la información relevante de gráficos estadísticos sencillos de la vida cotidiana (pictogramas, gráficas de barras...).</p> <p>Estrategias sencillas para la recogida, clasificación y recuento de datos cualitativos y cuantitativos en muestras pequeñas.</p> <p>Representación de datos obtenidos a través de recuentos mediante gráficos estadísticos sencillos y recursos manipulables y tecnológicos.</p>
<p>Segundo ciclo (8-10 años)</p>	<p>Gráficos estadísticos de la vida cotidiana (pictogramas, gráficas de barras, histogramas...): lectura e interpretación.</p> <p>Estrategias sencillas para la recogida, clasificación y organización de datos cualitativos o cuantitativos discretos en muestras pequeñas mediante calculadora y aplicaciones informáticas sencillas. Frecuencia absoluta: interpretación.</p> <p>Gráficos estadísticos sencillos (diagrama de barras y pictogramas) para representar datos, seleccionando el más conveniente, mediante recursos tradicionales y aplicaciones informáticas sencillas.</p> <p>La moda: interpretación como el dato más frecuente.</p> <p>Comparación gráfica de dos conjuntos de datos para establecer relaciones y extraer conclusiones.</p>
<p>Tercer ciclo (10-12 años)</p>	<p>Conjuntos de datos y gráficos estadísticos de la vida cotidiana: descripción, interpretación y análisis crítico.</p> <p>Estrategias para la realización de un estudio estadístico sencillo: formulación de preguntas, y recogida, registro y organización de datos cualitativos y cuantitativos procedentes de diferentes experimentos (encuestas, mediciones, observaciones...). Tablas de frecuencias absolutas y relativas: interpretación.</p> <p>Gráficos estadísticos sencillos (diagrama de barras, diagrama de sectores, histograma, etc.): representación de datos mediante recursos tradicionales y tecnológicos y selección del más conveniente.</p> <p>Medidas de centralización (media y moda): interpretación, cálculo y aplicación.</p> <p>Medidas de dispersión (rango): cálculo e interpretación.</p> <p>Calculadora y otros recursos digitales, como la hoja de cálculo, para organizar la información estadística y realizar diferentes visualizaciones de los datos.</p> <p>Relación y comparación de dos conjuntos de datos a partir de su representación gráfica: formulación de conjeturas, análisis de la dispersión y obtención de conclusiones.</p>

Tabla 2. Saberes básicos de la organización y análisis de datos en el currículo de primaria (MEFP, 2022b)

Por lo que se refiere a la incertidumbre, los saberes básicos organizados por ciclos (Tabla 3) muestran que no se introduce hasta el segundo ciclo de primaria, lo cual supone un desajuste respecto a lo que se viene aportando desde la investigación en este ámbito (e.g., Alsina, 2019; Batanero et al., 2021). En concreto, se consideran de forma genérica los significados intuitivo, frecuencial, clásico y subjetivo de la probabilidad (Batanero, 2005); sin embargo, no se concreta con precisión qué aspectos

abordar de cada significado. En contrapartida, algunos autores han hecho propuestas concretas sobre la organización del contenido a enseñar, que pueden ayudar a desarrollar de forma más precisa lo prescrito en el currículo (e.g., Alsina, 2019; Vásquez y Alsina, 2019).

Segundo ciclo (8-10 años)	La probabilidad como medida subjetiva de la incertidumbre. Reconocimiento de la incertidumbre en situaciones de la vida cotidiana y mediante la realización de experimentos. Identificación de suceso seguro, suceso posible y suceso imposible. Comparación de la probabilidad de dos sucesos de forma intuitiva.
Tercer ciclo (10-12 años)	La incertidumbre en situaciones de la vida cotidiana: cuantificación y estimación subjetiva y mediante la comprobación de la estabilización de las frecuencias relativas en experimentos aleatorios repetitivos. Cálculo de probabilidades en experimentos, comparaciones o investigaciones en los que sea aplicable la regla de Laplace: aplicación de técnicas básicas del conteo.

Tabla 3. Saberes básicos de la incertidumbre en el currículo de primaria (MEFP, 2022b)

Finalmente, en la Tabla 4 se observa que la inferencia también se introduce a partir del segundo ciclo, para empezar a explorar la relación entre las características de las muestras con las de la población, a fin de considerar qué datos y cómo recopilarlos hasta extraer conclusiones con un cierto grado de certeza.

Segundo ciclo (8-10 años)	Formulación de conjeturas a partir de los datos recogidos y analizados, dándoles sentido en el contexto de estudio.
Tercer ciclo (10-12 años)	Identificación de un conjunto de datos como muestra de un conjunto más grande y reflexión sobre la población a la que es posible aplicar las conclusiones de investigaciones estadísticas sencillas.

Tabla 4. Saberes básicos de la inferencia en el currículo de primaria (MEFP, 2022b)

Una vez descrito el panorama del sentido estocástico en el currículo español de infantil y primaria, a continuación, se describen algunas cuestiones esenciales para el diseño e implementación de situaciones de aprendizaje para desarrollar el sentido estocástico desde la perspectiva del EIEM y se presenta un ejemplo para cada etapa.

3. Diseño e implementación de situaciones de aprendizaje para el desarrollo del sentido estocástico en infantil y primaria

En diversos trabajos precedentes, Alsina (2017, 2019, 2020a, 2020b, 2022a) ha descrito diversas orientaciones a partir de los planteamientos teórico-metodológicos del EIEM (Alsina, 2020c). Dichas recomendaciones se pueden categorizar en dos grandes grupos: la planificación y la gestión.

3.1. Planificación de situaciones de aprendizaje competenciales

El EIEM tiene su origen en la Pirámide de la Educación Matemática (Alsina, 2010), que trataba de comunicar de una manera sencilla y visual los distintos contextos y recursos para planificar la enseñanza de las matemáticas y su frecuencia de uso más recomendable, en función de la posición que ocupa cada recurso: de más o menos frecuencia desde la base hacia la cúspide. En este diagrama piramidal no se descartaba ningún recurso, sino que solo se pretendía informar sobre la conveniencia de

restringir algunos de ellos a un uso ocasional y, por esto, se consideró que podía ser una herramienta útil para el profesorado preocupado por hacer de su metodología una garantía de educación matemática.

En la base se situaban los contextos que necesitan todos los niños y las niñas y que, por lo tanto, se podrían y deberían “consumir” diariamente para aprender matemáticas: las situaciones reales y los retos que surgen en la vida cotidiana de cada día, la observación y el análisis de los elementos matemáticos del entorno, la manipulación con materiales diversos y los juegos, entendidos como la resolución de situaciones problemáticas. Después seguían los que deben “tomarse” alternativamente varias veces a la semana, como los recursos literarios y los recursos tecnológicos. Y, por último, en la cúspide, se ubicaban los recursos que deberían usarse de forma ocasional, concretamente los libros de texto, por las razones que ya se han expuesto en la introducción.

Con los años, este planteamiento ha evolucionado hacia el EIEM ya que, por un lado, se pretende reforzar la idea de que es recomendable planificar la enseñanza a partir de una variedad de recursos, desde lo concreto a lo abstracto; y, por otro, se considera imprescindible hacer mayor hincapié en las estrategias didácticas implicadas y la demanda cognitiva asociada a cada recurso (Figura 1).

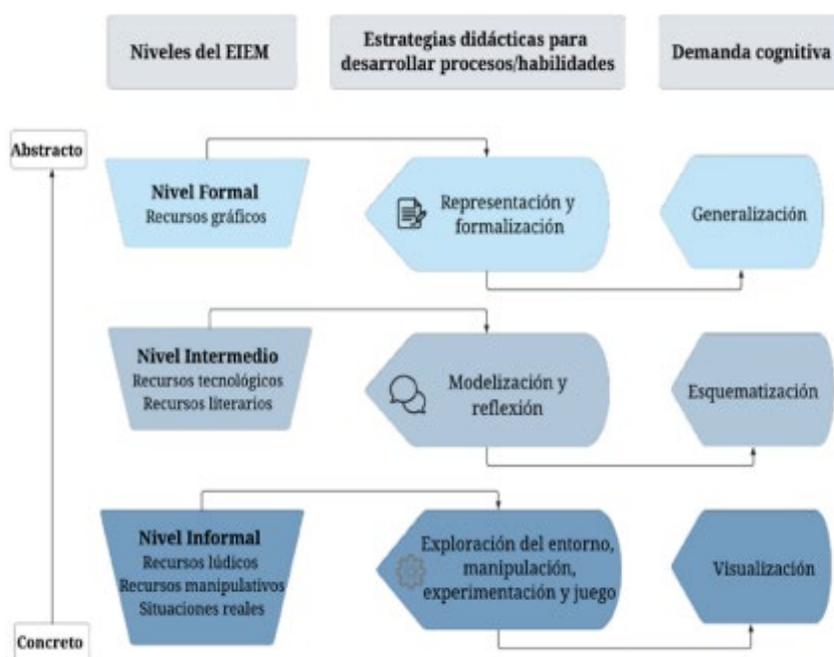


Figura 1. Recursos del EIEM: estrategias didácticas y demanda cognitiva. Fuente: Alsina (2019, 2022a).

Como se observa en la Figura 1, el EIEM considera recursos organizados en tres niveles para la planificación de la enseñanza de las matemáticas:

1. Enseñanza en contextos informales: la enseñanza de los saberes matemáticos se inicia en situaciones reales o realistas de los niños y las niñas, como por ejemplo su entorno inmediato, o bien materiales manipulativos y juegos, en los que el conocimiento de la situación y las

estrategias se visualizan en el contexto de la situación misma, apoyándose en los conocimientos informales, el sentido común y la experiencia.

2. Enseñanza en contextos intermedios: la enseñanza prosigue en contextos que hacen de puente entre los contextos reales o realistas de la fase previa y los contextos formales de la fase posterior, como por ejemplo algunos recursos literarios (cuentos y canciones) y tecnológicos (applets, robots educativos programables, etc.), que a través de la modelización y la reflexión conducen a la esquematización progresiva del conocimiento matemático.
3. Enseñanza en contextos formales: la enseñanza finaliza en contextos gráficos y simbólicos, como por ejemplo las fichas y los libros de texto, en los que se trabaja la representación y formalización del conocimiento matemático con procedimientos y notaciones convencionales para completar de esta forma el aprendizaje desde lo concreto hasta lo simbólico.

De ello se desprende, tal como se ha indicado en la introducción, que es posible diseñar situaciones de aprendizaje a partir de una gran diversidad de contextos y recursos.

3.2. Gestión de situaciones de aprendizaje competenciales

Para el EIEM, el aspecto central en la gestión de las prácticas de enseñanza de las matemáticas es que los saberes básicos (contenidos matemáticos) se deben enseñar a través de las competencias específicas (procesos o habilidades matemáticas). Esta orientación se inspira en el NCTM (2003) cuando propuso estándares de contenido (Números y Operaciones, Álgebra, Geometría, Medida y Análisis de datos y Probabilidad) y de procesos matemáticos (Resolución de problemas, Razonamiento y prueba, Comunicación, Conexiones y Representación), remarcando que estos últimos “ponen de relieve las formas de adquisición y uso de dichos contenidos” (p. 31).

El currículo español derivado de la LOMLOE ha adoptado este planteamiento, cuando explícitamente indica que las competencias específicas se refieren a “los desempeños que el alumnado debe poder desplegar en actividades o situaciones cuyo abordaje requiere de los saberes básicos de cada área o ámbito” (MEFP, 2022b, p. 6). Desde esta perspectiva, al implementar una situación de aprendizaje, es altamente recomendable tomar decisiones acerca de qué competencias específicas van a seleccionarse para trabajar un determinado saber o conjunto de saberes matemáticos. Con base en ello, Alsina (2021b) materializa esta recomendación para el desarrollo del sentido estocástico en Educación Infantil y Primaria (Figura 2).

Resolución de problemas	Razonamiento y prueba	Conexiones	Comunicación y representación
¿Qué reto voy a plantear al alumnado? una investigación estadística a partir de un contexto de vida cotidiana; un experimento estocástico con un material manipulativo; un juego de azar, etc.	¿Qué buenas preguntas/preguntas efectivas voy a plantear para que expliquen, argumenten y justifiquen sus acciones?	¿Con qué otros sentidos matemáticos se puede relacionar el aprendizaje? ¿Desde qué disciplina voy a plantear el reto?;	¿Cómo voy a fomentar la interacción? por parejas, en pequeño grupo, etc. ¿Qué vocabulario específico deben aprender? ¿Qué tipo de representación deben hacer? Verbal, tabular, gráfica, ...

Figura 2. Gestión de la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad a través de los procesos matemáticos.

Fuente: Alsina (2021b, p. 53)

Con ello, se quiere reforzar la idea de que, para fomentar el desarrollo del sentido estocástico, la práctica docente no puede limitarse a enseñar saberes de manera aislada, sino que es necesario trabajar de manera integrada a través de diversas competencias específicas, explorando como se potencian y usándolas sin prejuicios. Ello exige trabajar para favorecer la autonomía mental del alumnado, potenciando la elaboración de hipótesis, las estrategias creativas de resolución de problemas, la discusión, el contraste, la negociación de significados, la construcción conjunta de soluciones y la búsqueda de formas para comunicar planteamientos y resultados. En definitiva, pues, se trata de ayudar, a través de las competencias específicas, a gestionar el conocimiento, las habilidades y las emociones para conseguir un objetivo a menudo más cercano a situaciones funcionales y en contextos reales que a su uso académico.

4. Ejemplos de situaciones de aprendizaje para desarrollar el sentido estocástico en infantil y primaria

Considerando los fundamentos descritos, a continuación, se describe una situación de aprendizaje para educación infantil y otra para primaria.

4.1. Educación Infantil

4.1.1. Principales elementos descriptivos de la situación de aprendizaje: *Quin menjar agrada més als ocells de Lladurs?* (¿Qué comida gusta más a los pájaros de Lladurs?)

A continuación, se describen los elementos descriptivos de la situación de aprendizaje (Tabla 5):

Principales elementos descriptivos	
Escuela	Escola de Lladurs/Zer El Sonsonès (Lladurs, Lleida)
Curso/edad	Educación Infantil (3-6 años)
Descripción	En la escuela de Lladurs hay un comedero lleno de comida por los pájaros, pero pocos pájaros se encuentran. Los más pequeños de la escuela se preguntan el porqué y no encuentran respuesta. Pero no se quedan con los brazos cruzados, con un poco de ayuda inicial y poniendo en marcha todos sus conocimientos matemáticos, buscan una posible solución.
Competencias específicas	<p>Área 1: Crecimiento en Armonía CE3. Adoptar modelos, normas y hábitos, desarrollando la confianza en sus posibilidades y sentimientos de logro, para promover un estilo de vida saludable y ecosocialmente responsable.</p> <p>Área 2: Descubrimiento y Exploración del Entorno CE2. Desarrollar, de manera progresiva, los procedimientos del método científico y las destrezas del pensamiento computacional, a través de procesos de observación y manipulación de objetos, para iniciarse en la interpretación del entorno y responder de forma creativa a las situaciones y retos que se plantean. CE3. Reconocer elementos y fenómenos de la naturaleza, mostrando interés por los hábitos que inciden sobre ella, para apreciar la importancia del uso sostenible, el cuidado y la conservación del entorno en la vida de las personas.</p> <p>Área 3: Comunicación y Representación de la Realidad</p>

	<p>CE2. Interpretar y comprender mensajes y representaciones apoyándose en conocimientos y recursos de su propia experiencia para responder a las demandas del entorno y construir nuevos aprendizajes.</p> <p>CE3. Producir mensajes de manera eficaz, personal y creativa, utilizando diferentes lenguajes, descubriendo los códigos de cada uno de ellos y explorando sus posibilidades expresivas, para responder a diferentes necesidades comunicativas.</p>
Criterios de evaluación	<p>Área 1: Crecimiento en Armonía</p> <p>3.2 Respetar la secuencia temporal asociada a los acontecimientos y actividades cotidianas, adaptándose a las rutinas establecidas para el grupo y desarrollando comportamientos respetuosos hacia las demás personas.</p> <p>Área 2: Descubrimiento y Exploración del Entorno</p> <p>2.1 Gestionar situaciones, dificultades, retos o problemas mediante la planificación de secuencias de actividades, la manifestación de interés e iniciativa y la cooperación con sus iguales.</p> <p>2.4 Utilizar diferentes estrategias para la toma de decisiones con progresiva autonomía, afrontando el proceso de creación de soluciones originales en respuesta a los retos que se le planteen.</p> <p>2.6 Participar en proyectos utilizando dinámicas cooperativas, compartiendo y valorando opiniones propias y ajenas, y expresando conclusiones personales a partir de ellas.</p> <p>Área 3: Comunicación y Representación de la Realidad</p> <p>2.2 Interpretar los mensajes transmitidos mediante representaciones o manifestaciones artísticas, también en formato digital, reconociendo la intencionalidad del emisor y mostrando una actitud curiosa y responsable.</p> <p>3.1 Hacer un uso funcional del lenguaje oral, aumentando su repertorio lingüístico y construyendo progresivamente un discurso más eficaz, organizado y coherente en contextos formales e informales.</p> <p>3.2 Utilizar el lenguaje oral como instrumento regulador de la acción en las interacciones con los demás con seguridad y confianza.</p> <p>3.3 Evocar y expresar espontáneamente ideas a través del relato oral.</p>
Saberes	<p>Área 1/Crecimiento en Armonía.</p> <p>Hábitos y prácticas sostenibles y ecosocialmente responsables relacionados con la alimentación, la higiene, el descanso, el autocuidado y el cuidado del entorno.</p> <p>Asentamientos y actividades del entorno.</p> <p>Área 2/Descubrimiento y Exploración del Entorno. Pautas para la indagación en el entorno: interés, respeto, curiosidad, asombro, cuestionamiento y deseos de conocimiento.</p> <p>Estrategias de construcción de nuevos conocimientos: relaciones y conexiones entre lo conocido y lo novedoso, y entre experiencias previas y nuevas; andamiaje e interacciones de calidad con las personas adultas, con iguales y con el entorno.</p> <p>Modelo de control de variables. Estrategias y técnicas de investigación: ensayo-error, observación, experimentación, formulación y comprobación de hipótesis, realización de preguntas, manejo y búsqueda en distintas fuentes de información.</p> <p>Estrategias de planificación, organización o autorregulación de tareas. Iniciativa en la búsqueda de acuerdos o consensos en la toma de decisiones.</p> <p>Estrategias para proponer soluciones: creatividad, diálogo, imaginación y descubrimiento.</p> <p>Procesos y resultados. Hallazgos, verificación y conclusiones.</p> <p>Área 3/Comunicación y Representación de la Realidad.</p> <p>Respeto y protección del medio natural.</p> <p>Empatía, cuidado y protección de los animales. Respeto de sus derechos.</p>
Temporalización	Dos semanas

Tabla 5. Ficha descriptiva de la situación de aprendizaje: ¿Qué comida gusta más a los pájaros?

4.1.2. Desarrollo de la situación de aprendizaje: ¿Qué comida gusta más a los pájaros?

La situación de aprendizaje se desarrolla durante cinco fases de trabajo, que se corresponden con las cinco fases del ciclo de investigación estadística: Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusión (Wild y Pfannkuch, 1999). El objetivo principal que se persigue es descubrir qué comida les gusta más a los pájaros para que vengan más a comer.

Fase 1: ¿Qué comida gusta más a los pájaros? (Problema)

En la escuela había un comedero lleno de comida por los pájaros, pero pocos pájaros se acercaban. Los más pequeños de la escuela se preguntaban el motivo y no encontraban respuesta. Con un poco de ayuda inicial, decidieron que pondrían cuatro tipos de semillas: maíz, cacahuetes, mijo y semillas de nabo (Figura 3).



Figura 3. Selección de las semillas. Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=Ui7iRz7cWNo>

Fase 2. Preparación de la recogida de datos (Plan)

Una vez elegido el objetivo a alcanzar, realizaron dos tareas para poder recoger los datos:

- Colocación de los cuatro tipos de semillas en el comedero (tres vasos de cada tipo, en cuatro recipientes diferentes)
- Colocación de una cámara con sensor de movimiento cada día para identificar qué pájaros iban a comer y qué comían (Figura 4).



Figura 4. Colocación de las semillas, la cámara con sensor y plantilla para la recogida de datos. Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=Ui7iRz7cWNo>

Fase 3. Registro (Datos)

Cada día miraban las fotografías de la cámara para identificar los pájaros que habían venido y qué habían comido; seguidamente, registraban los datos en una tabla a partir de imágenes de los distintos tipos de pájaros: jilgueros, gorriones y pinzones (Figura 5).



Figura 5. Registro de los datos en una tabla. Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=Ui7iRz7cWNo>

Fase 4. El Recuento (Análisis)

Después de las dos semanas registrando los datos, realizaron el recuento. Para ello, realizaron dos procesos:

- a) Para saber la cantidad de comida que habían comido de cada tipo, con la ayuda de la maestra, completaron la tabla de la Figura 6 con cuatro filas (tipos de semillas) y tres columnas (cantidad que habían puesto: tres vasos; cantidad que recogieron; y, finalmente, cantidad que habían comido).



Figura 6. Identificación de la cantidad de semillas que han comido de cada tipo. Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=Ui7iRz7cWNo>

- b) Para saber los pájaros que habían venido y qué habían comido, consultaron las fotografías y utilizaron policubos de tres colores para hacer el recuento (Figura 7): rojo (jilgueros), verde (gorriones) y amarillo (pinzones).



Figura 7. Recuento de los datos. Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=Ui7iRz7cWNo>

Fase 5. Interpretación de los datos (Conclusión)

Una vez elaborado el recuento, pudieron concluir que el tipo de semilla que más habían comido era la de nabos (16 pájaros) y la que menos los cacahuets (4 pájaros). También pudieron ver otros datos como por ejemplo que el tipo de pájaro que más había venido era el gorrión y el que menos el jilguero.

4.2. Educación Primaria

4.2.1. Principales elementos descriptivos de la situación de aprendizaje: La nueva circunvalación de nuestro pueblo.

A continuación, se describen los elementos descriptivos de la situación de aprendizaje (Tabla 6):

Principales elementos descriptivos	
Escuela/maestra	Escola Pompeu Fabra (Anglès, Girona) / Ester Bosc i Casas
Curso/edad	3º de Educación Primaria (8-9 años)
Descripción	<p>En el pueblo de Anglès se está construyendo una circunvalación. Aprovechando que el alumnado muestra interés en esta obra, que incluye la construcción de un túnel, se ha propuesto una situación de aprendizaje para conocer el objetivo de la circunvalación, los motivos que han originado escoger el trazado concreto, los materiales y herramientas utilizadas, el papel del Ayuntamiento, los acuerdos medioambientales...</p> <p>La hipótesis principal del alumnado es que el objetivo de la circunvalación es reducir el tráfico dentro del pueblo. Se propone realizar un estudio estadístico para comprobar si la construcción de la variante reduce los vehículos que circulan por el interior del pueblo.</p>
Competencias específicas (CE)	<p>CE2. Resolver situaciones problematizadas, aplicando diferentes técnicas, estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder, obtener soluciones y asegurar su validez desde un punto de vista formal y en relación con el contexto planteado.</p> <p>CE3. Explorar, formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de tipo matemático en situaciones basadas en la vida cotidiana, de forma guiada, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación, para contrastar su validez, adquirir e integrar nuevo conocimiento.</p> <p>CE5 Reconocer y utilizar conexiones entre las diferentes ideas matemáticas, así como identificar las matemáticas implicadas en otras áreas o en la vida cotidiana,</p>

	<p>interrelacionando conceptos y procedimientos, para interpretar situaciones y contextos diversos.</p> <p>CE6. Comunicar y representar, de forma individual y colectiva, conceptos, procedimientos y resultados matemáticos, utilizando el lenguaje oral, escrito, gráfico, multimodal y la terminología apropiados, para dar significado y permanencia a las ideas matemáticas.</p> <p>CE 8. Desarrollar destrezas sociales, reconociendo y respetando las emociones, las experiencias de los demás y el valor de la diversidad y participando activamente en equipos de trabajo heterogéneos con roles asignados, para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, fomentar el bienestar personal y crear relaciones saludables.</p>
Criterios de evaluación	<p>2.1 Comparar entre diferentes estrategias para resolver un problema de forma pautada.</p> <p>3.2 Dar ejemplos de problemas sobre situaciones cotidianas que se resuelven matemáticamente.</p> <p>5.2 Interpretar situaciones en contextos diversos, reconociendo las conexiones entre las matemáticas y la vida cotidiana.</p> <p>6.1 Reconocer el lenguaje matemático sencillo presente en la vida cotidiana en diferentes formatos, adquiriendo vocabulario específico básico y mostrando la comprensión del mensaje.</p> <p>6.2 Explicar los procesos e ideas matemáticas, los pasos seguidos en la resolución de un problema o los resultados obtenidos, utilizando un lenguaje matemático sencillo en diferentes formatos.</p> <p>8.2 Participar en el reparto de tareas, asumiendo y respetando las responsabilidades individuales asignadas y empleando estrategias sencillas de trabajo en equipo dirigidas a la consecución de objetivos compartidos.</p>
Saberes	<p>SENTIDO ESTOCÁSTICO</p> <p>1. Organización y análisis de datos.</p> <p>Gráficos estadísticos de la vida cotidiana (pictogramas, gráficas de barras, histogramas...): lectura e interpretación.</p> <p>Estrategias sencillas para la recogida, clasificación y organización de datos cualitativos o cuantitativos discretos en muestras pequeñas mediante calculadora y aplicaciones informáticas sencillas. Frecuencia absoluta: interpretación.</p> <p>Gráficos estadísticos sencillos (diagrama de barras y pictogramas) para representar datos, seleccionando el más conveniente, mediante recursos tradicionales y aplicaciones informáticas sencillas.</p> <p>La moda: interpretación como el dato más frecuente.</p> <p>Comparación gráfica de dos conjuntos de datos para establecer relaciones y extraer conclusiones.</p> <p>3. Inferencia.</p> <p>Formulación de conjeturas a partir de los datos recogidos y analizados, dándoles sentido en el contexto de estudio.</p> <p>SENTIDO SOCIOAFECTIVO</p> <p>2. Trabajo en equipo, inclusión, respeto y diversidad.</p> <p>Sensibilidad y respeto ante las diferencias individuales presentes en el aula: identificación y rechazo de actitudes discriminatorias.</p> <p>Participación activa en el trabajo en equipo, escucha activa y respeto por el trabajo de los demás.</p>
Temporalización	6 sesiones

Tabla 6. Ficha descriptiva de la situación de aprendizaje: La nueva circunvalación de nuestro pueblo

5.1.2. Desarrollo de la situación de aprendizaje: La nueva circunvalación de nuestro pueblo

Como en el caso del ejemplo de infantil, la situación de aprendizaje se desarrolla durante cinco fases de trabajo, siguiendo las cinco fases del ciclo de investigación estadística (Wild y Pfannkuch, 1999). El objetivo principal que se persigue es descubrir la cantidad y el tipo de vehículos que circulan por la calle principal del pueblo antes y después de la construcción de la circunvalación.

Fase 1. ¿La circunvalación reducirá el tráfico que pasa por el pueblo? (Problema)

La escuela está situada cerca de la calle principal que también tiene la función de carretera (calle de la Industria). El alumnado vive a diario la cantidad de tráfico, accidentes y problemas que comporta convivir con camiones, coches y otros vehículos. Al empezar la situación de aprendizaje tienen claro que la construcción de la circunvalación repercutirá positivamente en los habitantes del pueblo. Surgen diferentes hipótesis, pero la que todos defienden es: Cuando la circunvalación de Anglès esté acabada, pasarán menos vehículos. A continuación, se realiza un debate para concretar esta hipótesis y descubrir los pasos a seguir para contestar las preguntas: ¿Cuántos vehículos pasan actualmente?, ¿De qué tipo?, ¿Pasarán menos vehículos?

El alumnado opina que el número total de vehículos se reducirá, pero que dependerá del tipo. Surgen diálogos interesantes como:

Los autobuses continuarán pasando por el interior porque tienen que recoger a la gente, pero también hay autobuses que no paran en el pueblo porque llevan niños y jubilados de excursión.

Casi todos los camiones pasarán por la variante, pero algunas furgonetas tienen que repartir material en el pueblo.

El número de bicicletas y patinetes no cambiará porque la mayoría viven en el pueblo o se paran a comer.

El debate sirve para que se den cuenta de que estas opiniones no se pueden dar por válidas, sino que se tienen que comprobar. Si se pretende contestar la pregunta, es necesario ser rigurosos, recoger datos y analizarlos.

Fase 2. Preparación de la recogida de datos (Plan)

Un aprendizaje relevante asociado al sentido estocástico es que sea el propio alumnado quien descubra los aspectos que se tienen que observar, que escojan las variables, que elaboren las tablas estadísticas, que acuerden los tiempos de observación ... Es por este motivo que esta fase es una de las más importantes y a la que se dedica más tiempo.

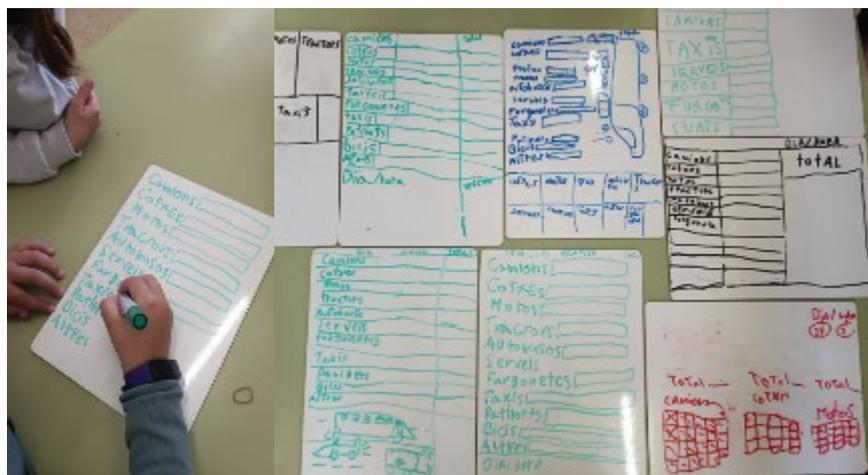
A partir de un diálogo colectivo, se establecen los puntos que vertebran todo el estudio estadístico. Los puntos claves que acuerda el alumnado son los siguientes:

- Para saber si se cumple la hipótesis tenemos que recoger datos del tráfico real que pasa por la calle en dos momentos distintos: ahora, que todos los vehículos pasan por dentro del pueblo y cuando la circunvalación ya esté funcionando.
- Tenemos que apuntar en un papel los vehículos observados para no descontarnos y necesitamos buscar una manera rápida para no tener que apuntar el tipo de vehículo.
- Si construimos una tabla será más fácil.
- La lista de los vehículos previstos es demasiado larga y decidimos agrupar algunos (vehículos de camping, vehículos de emergencia...) y añadir la variable “otros”.
- Se tienen que realizar observaciones en distintas horas del día y en diferentes días porque el tráfico es muy distinto: una clase las realizará un martes y la otra un viernes. Cuando la variante funcione repetiremos la observación los mismos días y horas.
- Algunos niños y niñas se ofrecen voluntarios para realizar la observación durante el fin de semana. Dado que el tiempo dedicado a cada observación tiene que tener la misma duración, se acuerda realizar las observaciones durante 20 minutos.

Seguidamente, se procede a la elaboración de la tabla estadística (de recuento y frecuencias): cada grupo realiza un diseño de cómo podría ser la tabla para registrar los datos y entre todos se perfecciona.

El proceso de realización es más importante que el resultado conseguido. Las dudas, errores y modificaciones ayudan a entender los aspectos más importantes para que la recogida de datos sea eficaz y coherente con el objetivo de estudio. Por este motivo, cada grupo trabaja sobre una pizarra blanca para poder modificar su trabajo sin necesidad de volver a empezar. Durante la elaboración de la tabla, las maestras acompañan con buenas preguntas para que vayan mejorando las propuestas: ¿Dónde aparecen los tipos de vehículos?, ¿Están todos? ¿Dónde pondremos las marcas de los que pasan? ¿Cómo sabremos el día de observación? ¿Y la hora? ¿Cómo sabremos que estamos observando? ¿Habéis pensado cómo haréis el recuento?...

Durante la exposición de cada propuesta, el resto de alumnado puede hacer preguntas u observaciones para mejorar la tabla. Las tablas propuestas son muy distintas, como se observa en la imagen izquierda de la Figura 8: se estructuran los vehículos en una o dos columnas, algunos dibujan muchos cuadrados para poder hacer una cruz en ellos, unos dejan poco espacio para las cruces, otros demasiado... Entre todos, se eligen los aspectos más funcionales de cada una y se elabora una tabla que cumpla los criterios imprescindibles.





Realiza un vídeo sobre este tema

DIA DE LA SEMANA DATA HORA

QUANTS VEHICLES PASSEN PEL CARRER INDUSTRIAL?
 Observació realitzada durant de la plaça de la Rada de les
 vehicles que van direcció a

Vehicles	Quants se passen?	Total
Camions		
Autobusos		
Cotxes		
Plugguets		
Caravanes Autocaravanes		
Autobusos Autobusos		
Taxis		
Parkings		
Motos		
Bicis		
Altres		

Figura 8. Construcción de distintas tablas de registro y la tabla final consensuada. Fuente: elaboración propia.

Fase 3. Registro (Datos)

El día de la observación cada clase se divide en dos grupos (12 niños/as) que realizan el registro en dos momentos distintos. Se acuerda que para registrar los datos se utiliza una raya para cada vehículo y que la quinta se pondrá inclinada sobre las otras para tener un paquete de 5, de manera que se utilizan signos ordenados.

Para agilizar las anotaciones, el alumnado se subdivide en grupos de seis alumnos a los dos lados de la calle para observar los vehículos que circulan en un sentido y en el otro de manera independiente (Figura 9).

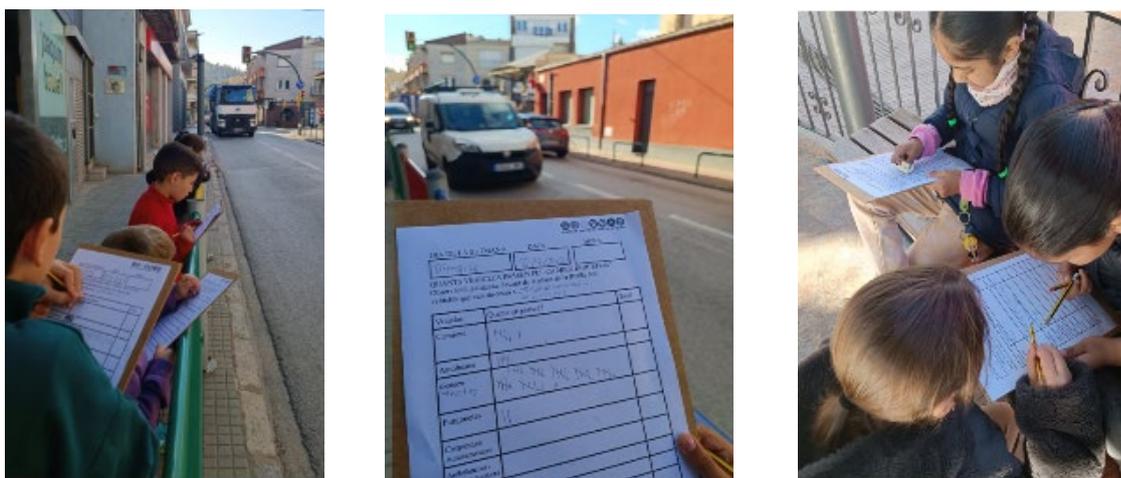


Figura 9. Registro de los datos en una tabla a partir de la observación directa. Fuente: elaboración propia.

Fase 4. El Recuento (Análisis)

El alumnado ha planteado su estudio de manera completa y coherente (observaciones en distintos días y distintas horas), pero a causa de su edad se consideró conveniente realizar la organización y representación de datos de manera independiente. Es decir, cada aula organiza y analiza únicamente sus datos, sin compararlos con los de la otra clase. En este artículo se presentan los datos obtenidos de la observación realizada el martes en dos períodos de tiempo distintos en los que se han recogido datos de los dos saberes.

Organización de datos

A partir de las cuatro tablas de registro se realiza la tabla de frecuencia del total de vehículos que han circulado el martes 12 de marzo de las 9:25 a las 9:45 y de las 10:05 a las 10:25 en las dos direcciones (Figura 10). La tabla final obtenida es de una gran complejidad y el alumnado no la podía construir previamente. Por este motivo, esta tabla de recuento se ha ido realizando progresivamente en la pizarra digital partiendo de la tabla utilizada por cada grupo. Al principio la tabla solo tenía dos columnas: tipo de vehículos y otra vacía. Un representante del primer grupo dicta la cantidad de vehículos que observaron y rellena el día, hora y sentido. El segundo grupo se da cuenta que tenemos que añadir otra

columna para sus datos y otra para sumar el resultado del primer turno. A continuación, los del segundo grupo añaden sus columnas y proponen pintarlas de color distinto para diferenciarlas. Cómo queremos saber el total de vehículos del martes tenemos que contabilizar el total de cada tipo de vehículos. No proporcionar la tabla hecha es la base para ser competentes en la realización de tablas parecidas.

QUANTS VEHICLES PASSEN PEL CARRER INDÚSTRIA |

Vehículos	Dijars 9:25-9:45 Direcció a la Cellera	Dijars 9:25-9:45 Direcció a Santja Colònia	TOTAL vehicles de les 9:25-9:45	Dijars 10:05 Direcció a la Cellera	Dijars 10:05 Direcció a Santja Colònia	TOTAL Vehicles de les 9:25-9:45	TOTAL de VEHICLES DIJARS
Camions	12	4	16	8	7	15	31
Autobusos	2	4	6	1	4	5	11
Cotxes	73	40	113	60	26	86	199
Furgonetes	17	2	19	17	11	28	47
Caravanes Autocaravanes	0	0	0	0	0	0	0
Ambulàncies i camions bombers	1	0	1	0	0	0	1
Taxis	0	0	0	0	0	0	0
Patinetes	0	0	0	0	0	0	0
Motos	2	2	4	2	0	2	6
Bicis	2	1	3	0	0	0	3
Altres	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL			162			136	298

Vehículos	TOTAL DE VEHICLES QUE HAN PASSAT EN 40 MINUTS
Camions	31
Autobusos	11
Cotxes	199
Furgonetes	47
Caravanes Autocaravanes	0
Ambulàncies i camions bombers	1
Taxis	0
Patinetes	0
Motos	6
Bicis	3
Altres	0
TOTAL	298

El dijars 12 de març de 2024 van passar 298 vehicles durant 40 minuts

Figura 10. Tabla de frecuencia del martes 12 de marzo de 2024. Fuente: elaboración propia

Representación de datos en gráficos

Nuestra intención en esta fase es ayudar al alumnado a determinar los intervalos de cuantificación del eje vertical y por esto se realizan primero las gráficas con material para facilitar la representación correcta. Están acostumbrados a realizar gráficos de barras con números pequeños y dibujan los ejes de la gráfica de manera correcta: las distintas categorías de la variable (tipos de vehículos) en el eje horizontal y la cantidad de vehículos en el vertical (Figura 11).

Primero realizan el gráfico con regletas que simbolizan la cantidad de vehículos (1 ambulancia, 6 motos, 11 autobuses, ...). Al representar los 199 coches se dan cuenta que la columna es demasiado grande y que tienen que cambiar los parámetros. Prueban de 2 en 2, de 5 en 5 y finalmente de 10 en 10. Una vez determinados los números del eje vertical representan el gráfico en papel milimetrado para poder visualizar la proporción de los números.

Durante la realización del diagrama de barras, una alumna propone realizar un pictograma para solucionar el problema de la diferencia entre los vehículos observados. Se realiza con muñecos de distinto tamaño para simbolizar el 1, el 5 y el 10.

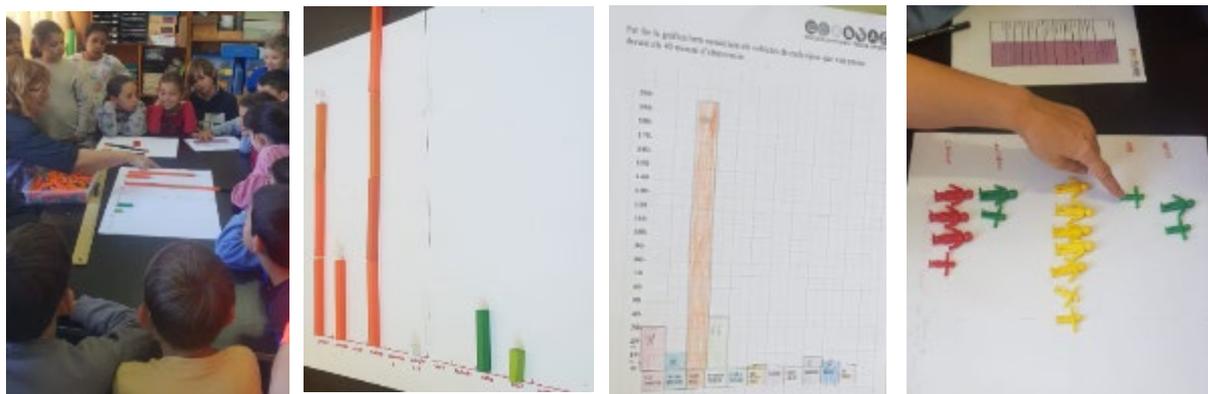


Figura 11. Realización de gráficos con material y gráficamente. Fuente: elaboración propia.

Fase 5. Interpretación de los datos (Conclusión)

Una vez elaborado el recuento, pudieron comprobar que en 40 minutos se identificaron casi 300 vehículos, muchos más de los que se habían predecido al empezar la investigación. De estos, 199 son coches y 99 otro tipo de vehículos, casi el doble, de manera que pudieron determinar que la moda del gráfico son los coches. También descubrieron que a esta hora había más tráfico en un sentido que otro. Durante la observación no pasaron vehículos de cuatro categorías distintas. El segundo tipo de vehículo más frecuente fueron las furgonetas; adicionalmente, se dieron cuenta que si al decidir las categorías hubiesen unido camiones y furgonetas no hubieran podido identificar este dato. También sorprendió que pasaran 11 autobuses, pero que solo 3 de ellos eran de línea regular; o bien que la cantidad de motos y bicicletas fue más reducida de lo previsto.

Después de analizar los datos por clases, se compararon con las otras observaciones realizadas en los otros días y turnos. Entre los martes y los viernes los resultados eran muy parecidos, pero el fin de semana variaba mucho: menos camiones y furgonetas, más motos, bicicletas y vehículos de camping. Cantidades parecidas de coches y autobuses.

Como observación final, cabe señalar que, al tratarse de una situación real, pueden ocurrir imprevistos: la inauguración de la variante estaba prevista para mayo y se había planificado repetir las mismas observaciones (día, hora y duración) durante el mes de junio para poder comprobar la hipótesis planteada. A causa de problemas en la obra, la variante no se finalizará hasta agosto, por lo que el próximo curso se realizará la observación con la variante construida para analizar los cambios en la cantidad y el tipo de vehículos que continúan pasando por el interior del pueblo para comprobar nuestra hipótesis.

Consideraciones finales

En este artículo se han ofrecido orientaciones al profesorado de educación infantil y primaria para diseñar e implementar situaciones de aprendizaje que contribuyan a desarrollar el sentido estocástico desde los tres años de edad.

Para ello, en primer lugar, se ha caracterizado el sentido estocástico a partir de las entradas del currículo español, analizando las competencias específicas, los criterios de evaluación y los saberes de las etapas de infantil y primaria (MEFP, 2022a, 2022b). A partir de esta caracterización, se ha evidenciado que en las orientaciones curriculares españolas existe una falta de transición enorme entre las etapas de infantil y primaria respecto al sentido estocástico. A pesar de que el CEMat (2021) hizo una propuesta interesante para promover de manera progresiva el desarrollo del sentido estocástico de los 3 a los 12 años, este planteamiento no se ha recogido en los respectivos currículos de infantil y primaria. De este modo, el currículo de infantil omite prácticamente todo lo que tenga que ver con el sentido estocástico (Alsina, 2022b), mientras que primaria sí que hay cierta sintonía con las recomendaciones del CEMat y se organiza dicho sentido en tres grandes apartados: organización y análisis de datos, incertidumbre e inferencia. Aun así, un análisis más pormenorizado ha permitido identificar diversas lagunas respecto a las aportaciones que provienen de la investigación sobre la enseñanza de la estadística y la probabilidad en estas etapas, como por ejemplo algunas omisiones referentes a la organización y análisis de datos en el marco del ciclo de investigación estadística (e.g., Alsina, 2019; Alsina et al., 2020; Rodríguez-Muñoz et al., 2021) o algunos desajustes en relación a la introducción de la incertidumbre (e.g., Alsina, 2019; Batanero et al., 2021; Vásquez y Alsina, 2019).

En segundo lugar, se han descrito algunas cuestiones esenciales para el diseño e implementación de situaciones de aprendizaje desde la perspectiva del EIEM (Alsina, 2020c) y se han presentado dos ejemplos para promover el desarrollo del sentido estocástico para las etapas de infantil y primaria, respectivamente. Ambas situaciones de aprendizaje se han planificado considerando el ciclo de investigación estadística propuesto por Wild y Pfannkuch (1999), que considera cinco fases: Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusión. Estas dos situaciones, considerando las posibilidades del alumnado de cada etapa, han permitido aprender a determinar las variables y categorías requeridas, la contabilización de las frecuencias y la construcción de tablas y gráficos. Con ello, por un lado, se ha pretendido romper con una visión sesgada de la enseñanza del sentido estocástico orientada solo a la representación gráfica (construcción y/o lectura de datos); y, por otro lado, se ha mostrado que el sentido estocástico es especialmente útil para desarrollar el pensamiento matemático crítico. En este sentido, hace ya varias décadas el Ministerio de Educación británico encargó un informe, elaborado por el equipo de Downs y Perry (1987), sobre las características a promover en toda educación crítica. La UNESCO (1997a, 1997b) acabaría asumiendo las líneas de este informe. De acuerdo con el informe de Downs y Perry (1987), por medio de la resolución crítica de problemas, el aprendiz: debe responsabilizarse de su aprendizaje y adoptar un papel activo; debe saber distinguir entre lo que tiene que memorizar y lo que tiene que comprender; debe tomar decisiones y hacer preguntas para asegurarse de qué comprende; debe sentirse seguro con el fin de aprovechar nuevas oportunidades de aprendizaje; y debe darse cuenta de las dificultades que se le presentan y de las múltiples causas de estas dificultades. Asumiendo estos planteamientos, Alsina y Planas (2008), señalaron que para promover el pensamiento matemático crítico hay que tender a fomentar grupos donde no se le suponga todo el conocimiento a ninguno de los miembros o, cuando menos, donde todo el mundo esté dispuesto a considerar a los demás como interlocutores válidos.

Las dos situaciones de aprendizaje descritas en este artículo se inscriben en este planteamiento, asumiendo que se aprende a pensar críticamente por contacto y contraste con el pensamiento de los demás. En definitiva, pues, ofrecer la oportunidad de co-construir el conocimiento es un marco idóneo para que el alumnado tenga un pensamiento más crítico a medida que va desarrollando su sentido estocástico, lo cual es un punto de partida imprescindible para formar una ciudadanía crítica desde la educación matemática.

Bibliografía



- Alsina, Á. (2010). La “pirámide de la educación matemática”, una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16.
- Alsina, Á. (2012). La estadística y la probabilidad en educación infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Didácticas Específicas*, 7, 4-22.
- Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Épsilon*, 95, 25-48.
- Alsina, Á. (2018). El número natural para organizar, representar e interpretar la información (estadística, azar y probabilidad). En M.C. Muñoz-Catalán y J. Carrillo (Eds.), *Didáctica de las Matemáticas para maestros de Educación Infantil* (pp. 173-211). Editorial Paraninfo.
- Alsina, Á. (2019). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*. Graó.
- Alsina, Á. (2020a). Enseñar estadística en Educación Primaria: primeras recomendaciones desde el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas. En C. Ribeiro y A. Pavan (Eds.), *Investigações hispanobrasileiras em Educação Estatística* (pp. 107-112). Editora Akademy.
- Alsina, Á. (2020b). Aplicación del enfoque de los itinerarios de enseñanza de las matemáticas a la enseñanza de la estadística en educación primaria. En M. M. Gea, R. Álvarez-Arroyo y J.A. Garzón (Eds.), *Seminario Hispano Brasileño de Educación Estadística* (pp. 57-60). Grupo PAI FQM-126.
- Alsina, Á. (2020c). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *TANGRAM – Revista de Educação Matemática*, 3(2), 127-159. <https://doi.org/10.30612/tangram.v3i2.12018>.
- Alsina, Á. (2021a). “Ça commence aujourd'hui”: alfabetización estadística y probabilística en la educación matemática infantil. *PNA*, 15(4), 243-266. <https://doi.org/10.30827/pna.v15i4.21357>
- Alsina, Á. (2021b). ¿Qué puede hacer el profesorado para mejorar la enseñanza de la Estadística y la Probabilidad? Recomendaciones esenciales desde el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas. *NÚMEROS, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 108, 49-74.
- Alsina, Á. (2022a). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (3-6 años)*. Graó.
- Alsina, Á. (2022b). Los contenidos matemáticos en el currículo de Educación Infantil: contrastando la legislación educativa española con la investigación en educación matemática infantil. *Épsilon – Revista de Educación Matemática*, 111, 67-89.
- Alsina, Á. (2023). Conocimientos esenciales sobre los procesos, habilidades o competencias matemáticas: orientaciones para implementar situaciones de aprendizaje. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 12(2), 65–108. <https://doi.org/10.24197/edmain.2.2023.65-108>
- Alsina, Á. y Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva. Propuestas para una educación matemática accesible*. Narcea S.A. de Ediciones.
- Alsina, Á., Vásquez, C, Muñiz-Rodríguez, L. y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2020). ¿Cómo promover la alfabetización estadística y probabilística en contexto? Estrategias y recursos a partir de la COVID-19 para Educación Primaria. *Épsilon - Revista de Educación Matemática*, 104, 99-128.
- Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *RELIME*, 8(3), 247-264.
- Batanero, C. (2019). Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html.
- Batanero, C., Álvarez Arroyo, R., Hernández-Solís, L. A. y Gea, M. M. (2021). El inicio del razonamiento probabilístico en educación infantil. *PNA*, 15(4), 267-288. <https://dx.doi.org/pna.v15i4.22349>
- Beltrán-Pellicer, P., Martínez-Juste, S. y Alsina, Á. (2023). Organizadores curriculares y finalidades de la educación: oportunidades para la mejora docente. *Márgenes Revista de Educación de la Universidad de Málaga*, 4(2), 7-30. <https://doi.org/10.24310/mgnmar.v4i2.17177>

- Boschman, F., McKenney, S. y Voogt, J. (2014). Understanding decision making in teachers' curriculum design approaches. *Educational Technology Research and Development*, 62, 393–416. <https://doi.org/10.1007/s11423-014-9341-x>
- CEMat (2021). *Bases para la elaboración de un currículo de Matemáticas en Educación no Universitaria*. <https://matematicas.uclm.es/cemat/wp-content/uploads/bases2021.pdf>
- Downs, S. y Perry, P. (1987). *Developing skilled learners*. DfEE.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional (MEFP) (2022a). Real Decreto 95/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Infantil. MEFP.
- Ministerio de Educación y Formación Profesional (MEFP) (2022b). Real Decreto 157/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria. MEFP.
- NCTM (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Rodríguez-Muñiz, L. J., Muñiz-Rodríguez, L. y Aguilar González, Á. (2021). El recuento y las representaciones manipulativas. Los primeros pasos de la alfabetización estadística. *PNA*, 15(4), 311-338. <https://doi.org/10.30827/pna.v15i4.22511>
- Santaengracia, J. J., Rodríguez-Muñiz, L. y Palop, B. (2023). Una situación de aprendizaje para el desarrollo del sentido estocástico en Educación Primaria. *NÚMEROS, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 113, 63-80.
- UNESCO (1997a). *The Hamburg Declaration: The Agenda for the Future*. UNESCO-Institute of Education.
- UNESCO (1997b). *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos*. UNESCO-Santiago.
- Vásquez, C. y Alsina, Á. (2019). Observing Mathematics Teaching Practices to Promote Professional Development: An Analysis of Approaches to Probability. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 14(3), 719-733. <https://doi.org/10.29333/iejme/5866>.
- Vásquez, C. y Cabrera, G. (2022). La estadística y la probabilidad en los currículos de matemáticas de educación infantil y primaria de seis países representativos en el campo. *Educación Matemática*, 34(2), 245-274. <https://doi.org/10.24844/EM3402.09>
- Vásquez, C., Díaz-Levicoy, D., Coronata, C. y Alsina, Á. (2018). Alfabetización estadística y probabilística: primeros pasos para su desarrollo desde la Educación Infantil. *Cadernos Cenpec*, 8(1), 154-179.
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265. <https://doi.org/10.1111/j.1751-5823.1999.tb00442.x>

Ángel Alsina. Departamento de Didácticas Específicas, Área de Didáctica de las Matemáticas. Facultad de Educación y Psicología, Plaça Sant Domènec, 9, 17004 Girona (Catalunya). Profesor Catedrático de Didáctica de las Matemáticas y Director de la Cátedra de Didáctica de las Matemáticas M^a. Antonia Canals de la Universidad de Girona. Sus líneas de investigación están centradas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades y en la formación del profesorado de matemáticas. Ha publicado artículos científicos y libros sobre cuestiones de educación matemática, y ha llevado a cabo actividades de formación permanente del profesorado de matemáticas en España y en América Latina.

Ester Bosch. Escola Pompeu Fabra (Anglès, Girona). Maestra responsable del Gabinet de Materials i de Recerca per a la Matemàtica a l'Escola (GAMAR), vinculado a la Cátedra de Didáctica de las Matemáticas M^a. Antonia Canals de la Universidad de Girona. Ha publicado artículos sobre cuestiones de educación matemática y ha llevado a cabo actividades de formación permanente del profesorado de matemáticas.

