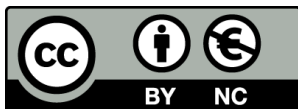


CARACTERIZACIÓN MEDIANTE MÉTODOS
INVERSOS NUMÉRICOS Y CORRELACIÓN
DIGITAL DE IMÁGENES DE LAS PROPIEDADES
ELÁSTICAS EN EL PLANO DE MATERIALES
COMPUESTOS LAMINADOS PRODUCIDOS CON
FABRICACIÓN ADITIVA

Juan José Arbeláez Toro



<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/deed.ca>

Aquesta obra està subjecta a una llicència Creative Commons Reconeixement-NoComercial

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial licence



TESIS DOCTORAL

CARACTERIZACIÓN MEDIANTE MÉTODOS
INVERSOS NUMÉRICOS Y CORRELACIÓN
DIGITAL DE IMÁGENES DE LAS PROPIEDADES
ELÁSTICAS EN EL PLANO DE MATERIALES
COMPUESTOS LAMINADOS PRODUCIDOS CON
FABRICACIÓN ADITIVA

Juan José Arbeláez Toro

2023



TESIS DOCTORAL

**Caracterización mediante métodos inversos
numéricos y correlación digital de imágenes de las
propiedades elásticas en el plano de materiales
compuestos laminados producidos con fabricación
aditiva**

Juan José Arbeláez Toro

2023

PROGRAMA DE DOCTORADO EN TECNOLOGÍA

Dirigida por:

Dr. Daniel Trias Mansilla Dr. Norbert Blanco Villaverde
Universitat de Girona Universitat de Girona

Dr. Joan Andreu Mayugo Majó
Universitat de Girona

Memoria presentada para optar al título de doctor por la Universidad de Girona

Juan José Arbeláez Toro

Caracterización mediante métodos inversos numéricos y correlación digital de imágenes de las propiedades elásticas en el plano de materiales compuestos laminados producidos con fabricación aditiva

Tesis Doctoral, 2023

Programa de Doctorado en Tecnología

Asesores: Dr. Daniel Trias Mansilla, Dr. Norbert Blanco Villaverde y Joan Andreu Mayugo Majó

Universitat de Girona

AMADE Research Group

Escola Politècnica Superior

Dept. d'Enginyeria Mecànica i de la Construcció Industrial

Carrer de Maria Aurèlia Capmany i Farnés, 61 - Campus Montilivi

17003 Girona

Agradecimientos

El autor expresa su agradecimiento a las personas e instituciones que han contribuido de alguna manera a la realización de esta tesis doctoral, en especial:

Al Instituto Tecnológico Metropolitano-ITM, por concederme la comisión de estudios doctorales en la Universitat de Girona.

A la Universitat de Girona, por la gestión y oferta académica y administrativa

A los directores Daniel Trias y Norbert Blanco, por sus aportes y orientaciones puntuales y rigurosas; igualmente por la paciencia, el apoyo en cada momento y consejos en el desarrollo de esta tesis.

Al tutor Joan Andreu Mayugo, por ser el gestor, orientador inicial de esta tesis doctoral.

Al profesor Josep Costa, por su invitación a iniciar estudios doctorales al interior del grupo AMADE.

A cada uno de los profesores de AMADE, por compartir experiencias y saberes.

Al equipo de trabajo del laboratorio de ensayos de AMADE, por su apoyo y asesoría durante las campañas experimentales.

A mi madre, hija, hermana y sobrina, por su inagotable cariño y motivación.

A mi esposa, por su inmensa paciencia e infinito amor y cariño.

A mis amigos Sergio, Aravind, Javi, Iván, Oriol, Younes, Edwin, Yi y Lina, por cada uno de los momentos vivenciados.

A Gabriel, Alex, Maria E, Mario y Zulu, por su apoyo y motivación.

A Hugo, por su asesoría en la escritura de este documento.

Publicaciones

- J.Arbeláez, D. Trias, N. Blanco, J. Mayugo. Identification of the constitutive properties of additive manufacturing composites using the finite element method updating, en la 7th thematic conference on the mechanical response of composites (ECCOMAS), Girona, España, 18-20 septiembre 2019.
- J.Arbeláez, D. Trias, N. Blanco, J. Serrano. Patrones digitales de puntos impresos en papel de transferencia para la generación de campos heterogéneos de deformación, en el congreso internacional de materiales (Xi CIM 2022), Santa Marta, Colombia, 26-28 octubre 2022.

Declaración



El Dr. Daniel Trias Mansilla, de Universitat de Girona,

El Dr. Norbert Blanco Villaverde, de Universitat de Girona,

El Dr. Joan Andreu Mayugo Majó, de Universitat de Girona,

DECLARAMOS:

Que el trabajo titulado *Caracterización mediante métodos inversos numéricos y correlación digital de imágenes de las propiedades elásticas en el plano de materiales compuestos laminados producidos con fabricación aditiva*, que presenta Juan José Arbeláez Toro para la obtención del título de doctor, se ha realizado bajo mi dirección.

Y para que así conste y tenga los efectos oportunos, firmamos el presente documento.

Daniel Trias Mansilla
Universitat de Girona

Norbert Blanco Villaverde
Universitat de Girona

Joan Andreu Mayugo Majó
Universitat de Girona

Girona, 2023

Lista de abreviaturas

FRP	Polímeros reforzados con fibra
AM	Manufactura aditiva
FDM	Deposición de material fundido
ASTM	Sociedad estadounidense para pruebas y materiales
ISO	Organización internacional de normalización
DIC	Correlación digital de imágenes
CCD	Cámara digital de carga acoplada
FEMU	Método de elementos finitos con ajuste
NURBs	B-splines racionales no uniformes
PVC	Policloruro de vinilo
MO	Método de optimización
GN	Gauss-Newton
LM	Levenberg-Marquardt
RL	Regresión lineal
AG	Algoritmo genético
S	Simplex
MC	Monte carlo
B	Bayesiano
HFSA	Híbrido con recocido simulado
HFBBC	Híbrido con <i>Big Bang-big crush</i>
IS	Interferómetro de patrón electrónico de <i>speckles</i>
IM	Interferómetro de Moiré
MEF	Modelo de elementos finitos
MEFE	Modelo de elementos finitos experimental

ROI Región de interés

RB Ruido blanco

FS Funciones sinusoidales

OHT *Open-hole tension*

E Módulo de Young

G Módulo de rigidez a cortante

CC Correlación cruzada

SAD Suma de diferencias absoluta

SSD Suma de diferencia cuadradas

PSSD Suma paramétrica de diferencias cuadradas

ZN Parámetros normalizados de media cero

PETG poliéster de glicol

DEE Desviación estándar espacial

DET Desviación estándar temporal

VSG Galga extensiométrica virtua

CLT Teoría clásica de laminados

Índice general

Agradecimientos	V
Publicaciones	VII
Lista de abreviaturas	XI
Índice de figuras	XVII
Índice de tablas	XXIII
I Introducción & Revisión bibliográfica	1
1 Introducción	3
1.1 Contexto y motivación	3
1.2 Objetivos	5
1.3 Visión general de la tesis	6
2 Revisión Bibliográfica	7
2.1 Medición de campos de desplazamiento	9
2.2 Soluciones al problema inverso orientado a la caracterización elástica	11
2.2.1 Solución mediante métodos de optimización	11
2.2.2 Solución empleando la inversa de la ecuación	16
2.3 Análisis comparativo de las metodologías de solución	18
2.4 Resumen	24
II Metodología	27
3 Desarrollo de la herramienta numérica para la caracterización elástica	29
3.1 Conceptos iniciales	29
3.1.1 Método de optimización	29
3.1.2 Ensayo experimental, geometría del espécimen y campos de deformación .	35
3.1.3 Modelo directo	36
3.2 Elaboración del algoritmo de caracterización elástica	39
3.2.1 Implementación matemática	39
3.2.2 Funcionamiento y características del algoritmo de inferencia FEMU . . .	41
3.2.3 Ajustes a los campos de deformación	42

3.2.4	Criterios de convergencia	44
3.3	Pruebas del algoritmo FEMU	45
3.3.1	Selección de la expresión de gradiente	46
3.3.2	Análisis de los puntos de inicio y velocidad de convergencia del algoritmo FEMU	47
3.3.3	Análisis de la malla	48
3.3.4	Evaluación del algoritmo ante la presencia de ruido	50
3.3.5	Estudio de la región de interés	52
3.4	Resumen	54
4	Medición y evaluación de campos heterogéneos de deformación	55
4.1	Conceptos iniciales	56
4.1.1	Correlación digital de imágenes	56
4.1.2	Análisis de la incertidumbre	59
4.2	Materiales	61
4.3	Diseño, manufactura y evaluación del patrón de puntos	63
4.3.1	Diseño y manufactura de los patrón de <i>speckles</i>	64
4.3.2	Evaluación de los patrones de <i>speckles</i> manufacturados	67
4.4	Configuración del equipo de correlación de imágenes	73
4.4.1	Selección del <i>Stereo rig</i>	74
4.4.2	Análisis de la apertura	78
4.4.3	Calibración de estéreo DIC	81
4.5	Generación de campos de deformación	83
4.6	Resumen	89
III	Resultados y Discusión	91
5	Caracterización de materiales compuestos laminados utilizando FEMU	93
5.1	Información preliminar a la evaluación de los especímenes con FEMU	93
5.1.1	Características de los especímenes a ensayar	93
5.1.2	Parámetros de referencia	94
5.1.3	Criterios de evaluación de las propiedades elásticas inferidas	96
5.1.4	Región óptima de la curva de experimentación para evaluar la metodología FEMU	96
5.2	Caracterización de las propiedades elástica con FEMU	100
5.2.1	Laminados unidireccionales	101
5.2.2	Laminados multidireccionales con $E_{xx} > E_{yy}$	105
5.2.3	Laminados cuasi-isotrópicos	109
5.2.4	Laminados con $E_{xx} < E_{yy}$	114
5.2.5	Especímenes impresos con recubrimiento de polímero	114
5.2.6	Resumen caracterización elástica con FEMU	117
5.3	Estrategias de mejora del método FEMU con DIC	117
5.3.1	Incidencia de los parámetros de correlación en la inferencia con FEMU . .	118

5.3.2	Filtrado de puntos con baja correlación	130
5.3.3	Reducción de la región de interés	133
5.3.4	Influencia del tamaño del agujero en el campo de deformaciones	135
5.3.5	Evaluación de los valores iniciales del algoritmo FEMU en condiciones de experimentación	137
5.4	Resumen	138
 IV Conclusiones y Trabajo Futuro		141
 6 Conclusiones y Trabajos Futuros		143
6.1	Introducción	143
6.2	Herramienta numérica	144
6.3	Medición y evaluación de campos experimentales de deformación	145
6.4	Evaluación del método de inferencia con FEMU	146
6.5	Trabajos futuros	149
 Bibliografía		151
 A Apéndice		159
A.1	Análisis de los puntos de inicio y velocidad de convergencia del algoritmo FEMU	159
A.2	Tamaño y forma de la malla en la inferencia elástica con FEMU, material cuasi- isotrópico	160
A.3	Efecto de la apertura en el error de <i>bias</i>	160
A.4	Campos de deformación ε_{yy} y γ_{yy} , con plantillas de calibración 3, 1.78, 1.34 y 0.89 mm	161
A.5	Curvas experimentales carga-desplazamiento del ensayo a tensión, especímenes Mr-M45-1, Mr-Q-1, P21-An-M y Ac-Q-1	162
A.6	Variación de las propiedades elásticas inferidas en función del nivel de carga aplicado	164
A.7	Análisis VSG	166
A.8	Propiedades elásticas en el plano a diferentes valores de Filtro con <i>step</i> igual a 1/4	168

Índice de figuras

2.1	Sólido elasto-estático sujeto a carga mecánica	7
2.2	Esquema de solución del problema inverso a través de optimización.	12
3.1	Características geométricas <i>Open-Hole Tension</i> según norma ASTM D-5766.	35
3.2	Región de interés en la geometría de la probeta de ensayo OHT.	36
3.3	Ejemplo de campos de deformación medidos con DIC en la ROI de una probeta OHT: (a) deformación vertical, (b) deformación horizontal y (c) deformación cortante.	36
3.4	Modelo Open-Hole de elementos finitos, a) Malla elementos Quad-S4R, b) Esfuerzo a cortante σ_{xy} y c) Deformación transversal ϵ_{yy}	38
3.5	Algoritmo FEMU para la inferencia elástica de compuestos ortotrópicos en probetas OHT.	42
3.6	Área de ajuste entre el modelo de elementos finitos y el espécimen de prueba, (a) área seleccionada para el ajuste, (b) malla estructurada de elementos cuadráticos y (c) deformaciones derivadas en la región de interés.	43
3.7	Camino de puntos generado en el modelo de elementos finitos a partir de las coordenadas de puntos medidos en el espécimen.	44
3.8	Representación gráfica del emparejamiento de puntos realizado por el algoritmo de búsqueda de par más cercano. Los puntos negros corresponden a la malla de puntos DIC y los rojos a los nodos del MEF.	44
3.9	Análisis inferencia FEMU material unidireccional, diferentes puntos de inicio.	48
3.10	Puntos correlación digital de imágenes.	49
3.11	Mallas para análisis de inferencia con FEMU, (a) Estructurada con elementos tipo cuadrilátero con integración reducida (S4R) y (b) Libre de elementos triangulares integración reducida (S3R).	50
3.12	Campos de deformación ϵ_{xx} con ruido, (a) Ruido blanco con desviación de 0.001 y (b) ruido blanco con desviación de 0.001 junto a funciones sinusoidales	51
3.13	Líneas de sección transversal	52
3.14	Regiones de interés para análisis de inferencia con FEMU	53
4.1	Proceso de experimentación para medir campos heterogéneos de deformación.	56
4.2	Patrón de manchas o puntos (<i>speckles</i>).	56
4.3	Tipos de correlación digital de imágenes (a) DIC 2D y (b) DIC 3D.	57
4.4	<i>Subsets</i> no deformado y deformado, imagen de referencia (izquierda) y objetivo (derecha).	57
4.5	Preparación región de interés especímenes <i>Open-Hole Tension</i> : (a) sin tratamiento, (c) lijado (b) aplicación de base o fondo en pintura mate.	64

4.6	Fabricación de patrones de puntos con aerógrafo: : (1) entrada de caudal de aire (2) entrada de inyección de tinta.	65
4.7	Fabricación de patrones de puntos con estampador de rodillo.	65
4.8	Diseño de speckles obtenidos con los scripts desarrollados en Processing: a) 3 speckles por subset, b) 4 speckles por subset, c) distribución polar y d) distribución horizontal.	66
4.9	Script 5, asignación aleatoria de grises a cada píxel de la imagen.	67
4.10	Grabado del patrón de puntos en papel de transferencia al agua en la probeta: (a) recorte de grabado y retiro de película protectora, (b) fijación del grabado en la región de interés, (c) y (d) liberación del grabado, (e) y (f) secado y retiro de restantes.	68
4.11	Mapas de co-varianza, <i>software</i> VIC SNAP.	69
4.12	<i>Speckles</i> fabricados manualmente con aerógrafo, aerosol y estampador de rodillo, imágenes de 120×80 píxeles.	69
4.13	<i>Speckles</i> elaborados con el <i>software</i> <i>Speckle Generator</i> , imágenes de 120×80 píxeles.	69
4.14	Speckles elaborados con Processing en función de 3 píxeles por <i>subset</i> , imágenes de 120×80 píxeles.	70
4.15	<i>Speckles</i> fabricados por asignación aleatoria de grises en Processing (<i>script</i> 5).	70
4.16	Curvas diámetro de <i>speckles</i> vs área acumulada en porcentaje.	71
4.17	Selección óptica y accesorios, <i>software</i> MachVis.	75
4.18	Distancias ópticas seleccionadas empleando el <i>software</i> MachVis.	75
4.19	Estéreo ángulo.	76
4.20	Posicionamiento del sistema de iluminación en el montaje DIC: (1) lamparas, (2) máquina universal, (3) cámaras y (4) probeta.	77
4.21	Noise-floor a diferentes aperturas, para los distintos patrones de <i>speckles</i> ; los códigos para cada tipo de speckle identifica cada configuración según las tablas 4.2 y 4.3.	79
4.22	Error de <i>bias</i> (a) y su desviación estándar (b), patrón de puntos con Aerógrafo para distintas aperturas.	80
4.23	Error de <i>bias</i> (a) y su desviación estándar (b), patrón de puntos SpeckGen-23 en papel de transferencia al agua, para distintas aperturas.	80
4.24	Valores de correlación a diferentes aperturas, para distintas configuraciones de <i>speckles</i>	81
4.25	Ejemplo de plantilla de calibración 9×9 puntos de 3 mm.	82
4.26	Campos de deformación ε_{xx} , con plantillas de calibración 3, 1.78, 1.34 y 0.89 mm.	82
4.27	Ejemplo de resultados proceso de calibración.	83
4.28	Montaje completo del sistema DIC: (1) fondo oscuro, (2) ventilador, (3) probeta, (4) cámaras estéreo, (5) máquina de ensayos e (6) iluminación.	84
4.29	Análisis de la resolución espacial (VSG) en la zona demarcada (Linea de color negro) del campo de deformación en la región de interés de una probeta <i>open-hole</i> . La línea corresponde a zona con alto gradiente de desplazamientos/deformaciones.	85
4.30	Variación de los campos de deformación y resolución especial de la VSG en función de su tamaño.	87
4.31	Variación de los campos de deformación y resolución espacial de la VSG <i>step</i>	88
4.32	Variación de los campos de deformación y resolución espacial de la VSG en función del filtro.	88
4.33	Variación de los campos de deformación y resolución espacial de la VSG <i>subset</i>	89

5.1	Comparación de la variación de la deformación cortante γ_{xy} en la sección 1/4 de la ROI medida con DIC y las obtenidas con el modelo directo usando las propiedades de referencia y las inferidas con el algoritmo FEMU	97
5.2	Curva experimental carga-desplazamiento del ensayo a tensión: (a) espécimen Mr-U-2 (unidireccional) y (b) espécimen An-M30-1 ($E_{xx} < E_{yy}$ multidireccional).	98
5.3	Interrupciones del continuo de la ROI: (a) fallas en la preparación de la superficie de <i>speckles</i> , (b) daño en el material (c) problemas de iluminación o tamaños de <i>subset</i>	98
5.4	Variación de las propiedades elásticas inferidas para el cupón Mr-U-2 (unidireccional) en función del nivel de carga aplicado.	99
5.5	Variación de las propiedades elásticas inferidas para el cupón An-M30-1 ($E_{xx} < E_{yy}$ multidireccional) en función del nivel de carga aplicado.	100
5.6	Metodología FEMU para la obtención de las propiedades elásticas de un laminado.	101
5.7	Campos de deformación a 1/4 de la ROI, para DIC, FEMU y referencias, izquierda espécimen Mr-U-1 (Markforged) y derecha espécimen An-U-2 (Anisoprint), <i>speckles</i> en aerógrafo	103
5.8	Campos de deformación a 3/4 de la ROI para DIC, FEMU y referencia, espécimen An-U-2 con <i>speckles</i> en papel de transferencia al agua.	105
5.9	Campos de deformación a 1/4 de la ROI, especímenes Mr-M45-1 (Markforged) y An-M30-2 (Anisoprint) laminados con $E_{xx} > E_{yy}$ no unidireccionales	108
5.10	Campos de deformación 1/4 de la ROI, especímenes Mr-Q-2 (Markforged) y An-Q-1 (Anisoprint) laminados cuasi-isotrópicos	111
5.11	Campos de deformación, espécimen Ac-Q-2 (autoclave) laminado cuasi-isotrópico	112
5.12	Alteraciones campo de deformación ε_{xx} debido a fisuras de capa superficial orientada a 90°	112
5.13	Campos de deformación para 1/4 de la ROI. DIC, FEMU y referencia, espécimen An-M30-2 laminados con $E_{xx} < E_{yy}$	115
5.14	Compuesto con recubrimiento superficial de PETG	116
5.15	Análisis VSG para el módulo de Young E_{yy} en la probeta An-U-1 con patrón de puntos en aerógrafo	119
5.16	Análisis VSG para el módulo de Young E_{yy} , en la probeta An-U-1 en patrón de puntos con aerógrafo	119
5.17	Análisis VSG para la relación de Poisson ν_{xy} en la probeta An-U-1 con patrón de puntos en aerógrafo	119
5.18	Análisis VSG para el módulo de rigidez G_{xy} en la probeta An-U-1 con patrón de puntos en aerógrafo	120
5.19	Propiedades elásticas en el plano, cupón An-U-1 a diferentes valores de filtro; los marcadores de cuadros corresponden a un <i>step</i> de 1/4 y los de triángulo a 1/2	121
5.20	Análisis VSG para el módulo de Young E_{xx} en la probeta An-U-1, patrón de puntos en papel de transferencia al agua (Script4-40).	122
5.21	Análisis VSG para el módulo de Young E_{yy} en la probeta An-U-1, patrón de puntos en papel de transferencia al agua (Script4-40)	122
5.22	Análisis VSG para la relación de Poisson ν_{xy} en la probeta An-U-1, patrón de puntos en papel de transferencia al agua (Script4-40)	122

5.23	Análisis VSG para el módulo de rigidez G_{xy} en la probeta An-U-1, patrón de puntos en papel de transferencia al agua (Script4-40)	123
5.24	Ajuste de la metodología FEMU para mejorar la inferencia elástica	124
5.25	Campos de deformación para DIC y FEMU, izquierda espécimen Mr-U-2 (Markforged) y derecha espécimen An-U-1 (Anisoprint), <i>speckles</i> en aerógrafo	127
5.26	Histogramas de valores Sigma discriminados por especímenes: Mr-M45-1 a Mr-Q-2 corresponden a Markforged, Ac-Q-1 a autoclave y An-U-1 a An-M30-1 a Anisoprint.131	
5.27	Zonas de la ROI discriminados por Sigma, espécimen Mr-U-2.	132
5.28	Regiones de interés para análisis con FEMU	135
5.29	Variación a lo largo de la longitud transversal de la probeta de la deformación transversal ε_{yy} normalizada respecto a valor máximo de ε_{yy} para distintos diámetros de agujero.	137
A.1	Análisis inferencia FEMU material cuasi-isotrópico, diferentes puntos de inicio . . .	159
A.2	Error de <i>bias</i> (a) y su desviación estándar (b), patrón de puntos Script 3-33 en papel de transferencia al agua, para distintas aperturas	160
A.3	Error de <i>bias</i> (a) y su desviación estándar (b), patrón de puntos Script4-40 en papel de transferencia al agua, para distintas aperturas	161
A.4	Campos de deformación ε_{yy} , con plantillas de calibración 3, 1.78, 1.34 y 0.89 mm .	161
A.5	Campos de deformación ε_{yy} , con plantillas de calibración 3, 1.78, 1.34 y 0.89 mm .	161
A.6	Curva experimental carga-desplazamiento del ensayo a tensión, espécimen Mr-M45-1.162	
A.7	Curva experimental carga-desplazamiento del ensayo a tensión, espécimen Mr-Q-1. 162	
A.8	Curva experimental carga-desplazamiento del ensayo a tensión, espécimen An-M30-1.163	
A.9	Curva experimental carga-desplazamiento del ensayo a tensión, espécimen Ac-Q-1. 163	
A.10	Variación de las propiedades elásticas inferidas para el cupón Mr-M45-1 (multidireccional) en función del nivel de carga aplicado.	164
A.11	Variación de las propiedades elásticas inferidas para el cupón Mr-Q-1 (cuasi-isotrópica) en función del nivel de carga aplicado.	165
A.12	Variación de las propiedades elásticas inferidas para el cupón An-M60-1 (unidireccional) en función del nivel de carga aplicado.	165
A.13	Variación de las propiedades elásticas inferidas para el cupón Ac-Q-1 (cuasi-isotrópica) en función del nivel de carga aplicado.	166
A.14	Análisis VSG para el módulo de Young E_{yy} en la probeta An-U-2 con patrón de puntos en aerógrafo	166
A.15	Análisis VSG para el módulo de Young E_{yy} , en la probeta An-U-2 en patrón de puntos con aerógrafo	167
A.16	Análisis VSG para la relación de Poisson ν_{xy} en la probeta An-U-2 con patrón de puntos en aerógrafo	167
A.17	Análisis VSG para el módulo de rigidez G_{xy} en la probeta An-U-2 con patrón de puntos en aerógrafo	167
A.18	Propiedades elásticas en el plano, cupón P19-An-M a diferentes valores de filtro; valor del <i>step</i> igual a 1/4	168

A.19 Propiedades elásticas en el plano, cupón P6-An-Q a diferentes valores de filtro; valor del *step* igual a 1/4 168

Índice de tablas

2.1	Tipos de problemas inversos [14]	8
2.2	Porcentaje de error en la inferencia elástica de materiales compuestos ortotrópicos empleando técnicas de optimización basado en gradientes	22
2.3	Porcentaje de error en la inferencia elástica de materiales compuestos ortotrópicos empleando técnicas de optimización global	23
2.4	Porcentaje de error en la inferencia elástica de materiales compuestos ortotrópicos empleando el método de los campos virtuales	23
3.1	Derivadas de los campos de deformación respecto a las parámetros elásticos cuando $S_{12} = \frac{-\nu_{yx}}{E_{yy}}$ y $S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_{xx}}$	40
3.2	Derivadas de los campos de deformación respecto a las parámetros elásticos cuando $S_{12} = S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_{xx}}$ [15]	40
3.3	Propiedades elásticas material fabricado con manufactura aditiva empleado para evaluar el algoritmo FEMU a nivel numérico	45
3.4	Valores de inferencia elástica considerando dos tipos de gradiente, uno con $S_{12} = \frac{-\nu_{yx}}{E_{yy}}$ y $S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_{xx}}$, y otro con $S_{12} = S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_{xx}}$	47
3.5	Caracterización elástica a nivel numérico a diferentes parámetros iniciales, lámina de compuestos fabricada con manufactura aditiva	48
3.6	Comparación entre las propiedades elásticas usadas en el modelo FEMU y las inferidas por el algoritmo FEMU con malla de elementos triangulares a diferentes tamaños	50
3.7	Comparación entre las propiedades elásticas usadas en el modelo FEME y las inferidas por el algoritmo FEMU con malla de elementos cuadriláteros a distintos tamaños	50
3.8	Valores de inferencia con FEMU partiendo de campos perturbados con ruido blanco (RB)	52
3.9	Valores de inferencia con FEMU partiendo de campos perturbados con ruido blanco y funciones sinusoidales (RB+FS)	52
3.10	Valores de inferencia con FEMU en diferentes regiones de interés del espécimen a ensayar	53
4.1	Características de los especímenes manufacturados para la inferencia con FEMU	62
4.2	Evaluación de los patrones de <i>speckles</i> manufacturados de forma manual (igual iluminación y apertura).	72

4.3	Evaluación de los patrones de <i>speckles</i> manufacturados de forma digital para papel de transferencia al agua (igual iluminación y apertura)	73
4.4	Características equipo DIC Correlated Solutions	74
4.5	Configuración DIC para la adquisición imágenes en ensayos a tensión para operar con FEMU	84
4.6	Determinación de la longitud de galga virtual de deformación (L_{VSG}) en función de la configuración de <i>subset</i> , filtro y <i>step</i>	86
5.1	Características de los especímenes manufacturados para la inferencia con FEMU	94
5.2	Propiedades de las láminas a la luz de las normas ASTM D3039/D3518	95
5.3	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes unidireccionales Markforged	102
5.4	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes unidireccionales Anisoprint	102
5.5	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes unidireccionales Anisoprint, patrón de puntos SpeckGen-23 y Script3-33 en papel de transferencia al agua	105
5.6	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU, especímenes multidireccionales con $E_{xx} > E_{yy}$ Markforged	106
5.7	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes multidireccionales con $E_{xx} > E_{yy}$ Anisoprint	107
5.8	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes cuasi-isotrópicos Markforged	109
5.9	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para cuasi-isotrópicos Anisoprint	110
5.10	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para cuasi-isotrópicos en autoclave	110
5.11	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes cuasi-isotrópicos Anisoprint. patrón de puntos SpeckGen-23 y Script3-33 en papel de transferencia al agua	113
5.12	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes cuasi-isotrópicos en autoclave, patrón de puntos mediante sello de rodillo	113
5.13	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes multidireccionales con $E_{xx} < E_{yy}$ Anisoprint	114
5.14	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes unidireccionales Anisoprint con recubrimiento de polímero superficial PETG	116
5.15	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU, especímenes cuasi-isotrópico Anisoprint con recubrimiento de polímero superficial PETG	117
5.16	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU y FEMU modificado para especímenes unidireccionales Markforged	125
5.17	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU y FEMU modificado para especímenes unidireccionales Anisoprint	125
5.18	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU y FEMU modificado, espécimen multidireccional con $E_{xx} > E_{yy}$ Markforged (Mr-M45-1)	128

5.19	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU y FEMU modificado, especímenes multidireccional con $E_{xx} > E_{yy}$ Anisoprint	128
5.20	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU y FEMU modificado, especímenes cuasi-isotrópico Markforged	129
5.21	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU y FEMU modificado, especímenes cuasi-isotrópico Anisoprint	129
5.22	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU y FEMU modificado, especímenes cuasi-isotrópico autoclave	130
5.23	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU y FEMU modificado, especímenes con $E_{xx} < E_{yy}$ Anisoprint	130
5.24	Propiedades elásticas, FEMU con filtrado de puntos de baja correlación	134
5.25	Propiedades elásticas obtenidas con FEMU en diferentes regiones de interés	135
5.26	Comparación de las propiedades elásticas inferidas con FEMU para dos valores de diámetro	136
5.27	Ensayos pruebas iniciales	138
A.1	Caracterización elástica a nivel numérico a diferentes parámetros iniciales, propiedades de laminado compuesto cuasi-isotropico fabricado con manufactura aditiva	159
A.2	Comparación entre las propiedades elásticas usadas en el modelo FEMU y las inferidas por el algoritmo FEMU con malla de elementos triangulares a diferentes tamaños	160
A.3	Comparación entre las propiedades elásticas usadas en el modelo FEME y las inferidas por el algoritmo FEMU con malla de elementos cuadriláteros a distintos tamaños	160

Abstract

In recent years, additive manufacturing technologies (3D printing) have been introduced in different fields, such as locomotion and bioengineering, among others. Extrusion by Fused Deposition Modeling (FDM) or Fused Filament Fabrication (FFF) is striking among the different 3D printing techniques for its versatility and capabilities. The mechanical properties of the materials manufactured with this type of manufacturing technology depend on factors associated to machine parameters, material density, manufacturing orientation, working parameters and environmental conditions. Due to the process of manufacturing, materials printed through these techniques can be considered as laminated materials. Therefore, identifying the elastic and mechanical properties of these materials is essential for its correct use and application. This characterization of properties is usually carried out under standards that involve varied experimental tests in a repetitive way for each one of the constants to be identified.

New forms of identification have appeared to reduce the number of tests in the elastic characterization of laminated composites. In these, numerical techniques of inverse solution and of measurement of heterogeneous fields of deformation are considered, as well as the natural characteristics of the material. The inverse procedure only requires one experiment (on the plane) to characterize composites of carbon fibers or glass (among others). For this, methodologies based on optimization techniques and direct solutions on reverse mathematics are used. Different experimental tests are also used as measurement techniques. Previous research has identified a set of difficulties to be solved, corresponding to deviations in the inferred parameters, implementation in composites manufactured with additive manufacturing, effects of the surface finish on the inference, efficiency of the method according to the degree of orthotropy of the material, types of optical configurations based on standardized geometries, limitations associated with the type of reverse solution implemented, among others.

The aim of this doctoral thesis is to improve the process of elastic identification with inverse methods using a single experimental test of laminated composites to reduce the existing gaps in the implementation of this methodology. For this, an algorithm based on gradient optimization methods is designed and developed in order to minimize the adjustment of the deformation fields of a numerical finite element model with respect to a reference obtained by non-contact measurement in an experimental test. The evaluation of the algorithm developed for elastic characterization is performed with 22 open-hole geometry specimens; additive manufacturing of continuous carbon fiber and thermoplastic matrix, in symmetrical and balanced stacks with different orthotropic grades, is used in the manufacturing of the coupons. The experimental process is carried out in a quasi-static tensile test, where the deformation fields are captured with digital image correlation (DIC) equipment in an appropriate configuration and with proper preparation of the specimen surfaces.

The results show high efficiency of the inverse method to infer elastic properties in highly orthotropic and multidirectional materials with $E_{xx} > E_{yy}$, and low efficiency of the method for inference in quasi-isotropic and multidirectional materials with $E_{xx} < E_{yy}$. To reach these results, the appropriate combinations of the parameters associated with DIC were obtained, the areas of low correlation were reduced and in some cases the optimization process was modified. As possible causes of low inference, it was found presence of noise in the measurement, as well as difficulty in capturing transverse deformations in materials with greater transverse rigidity. The characterization method implemented proved to be of rapid convergence and not very sensitive to the initial parameters, in addition of being robust in reduced areas of the region of interest or area of measurement of the deformations. Likewise, the patterns of speckles manufactured with airbrush showed larger effectiveness than those printed on water transfer paper. Finally, little influence of hole size on the process of inference of elastic properties was evidenced.

Resum

Recentment les tecnologies de fabricació additiva (impressió 3D) s'han anat implantant en sectors com el de la locomoció o la bioenginyeria, entre d'altres. De les diferents tècniques d'impressió 3D, destaca per la seva versatilitat i possibilitats la d'extrusió per deposició de material fos (FDM¹ o FFF²). Les propietats mecàniques dels materials fabricats mitjançant aquest tipus de procés de fabricació depenen de factors associats als paràmetres de la màquina, la densitat material, l'orientació de fabricació, els paràmetres de treball i les condicions ambientals. En cas que s'usi filament continu els materials impresos amb aquestes tècniques, es poden considerar com a materials laminats. Ara bé, identificar les propietats elàstiques y mecàniques d'aquests materials és fonamental per al seu correcte ús i aplicació. Tradicionalment, aquesta caracterització de propietats es realitza seguint normes que involucren de forma repetitiva diferents assajos experimentals per a cada constant a identificar.

Amb la intenció de reduir el nombre d'assajos en la caracterització elàstica de compòsits, han sorgit noves formes d'identificació on es consideren tècniques numèriques de solució inversa i la mesura dels camps heterogenis de deformació o les característiques naturals del material. El procediment invers requereix només un experiment (en el pla) per a caracteritzar compòsits de fibres de carboni o vidre (entre altres). Per a això s'utilitzen metodologies basades en tècniques d'optimització i solucions directes sobre la matemàtica inversa. Així mateix, s'empren diferents assajos experimentals com a tècniques de mesura. En els treballs de recerca realitzats fins ara s'han identificat un conjunt de dificultats per resoldre: desviacions en els paràmetres inferits, implementació en compòsits fabricats amb manufactura additiva; efectes de l'acabat superficial en la inferència; capacitat del mètode segons el grau d'ortotropia del material; tipus de configuracions òptiques en funció de geometries estandarditzades, limitacions associades al tipus de solució inversa implementades, entre altres.

L'objectiu d'aquesta tesi doctoral s'enfoca a millorar el procés d'identificació elàstica amb mètodes inversos d'un sol assaig experimental de compòsits laminats, per a reduir les bretxes existents en la implementació d'aquesta metodologia. Per a això, es va dissenyar i va elaborar un algorisme basat en mètodes d'optimització per gradients, a fi de minimitzar l'ajust dels camps de deformació d'un model numèric d'elements finits respecte a una referència obtinguda per la mesura sense contacte en un assaig experimental. L'avaluació de l'algorisme desenvolupat es va realitzar en 22 probetes de geometria open-hole. Aquestes van ser produïdes amb fabricació additiva de fibra continua de carboni i matriu termoplàstica, amb apilaments simètrics i balancejats de diferents grau d'ortotropia. El procés experimental es va dur a terme en un assaig de tensió quasi-estàtic, on els camps de deformació es van capturar amb un equip de correlació digital d'imatges (DIC³) amb una configuració apropiada i amb una correcta preparació de les superfícies de les probetes.

¹De l'anglès *fused deposition modeling*

²De l'anglès *fused filament fabrication*

³De l'anglès *digital image correlation*

fabricades amb fabricació additiva amb diferents apilaments i grau ortotròpic. El procés experimental es va dur a terme en un assaig de tensió quasi-estàtic, on els camps de deformació es van capturar amb un equip de correlació digital d'imatges (DIC) amb una configuració apropiada i amb una correcta preparació de les superfícies de les probetes.

Els resultats mostren una bona capacitat del mètode invers per a inferir les propietats elàstiques en laminats altament ortotròpics i multidireccionals amb $E_{xx} > E_{yy}$; i baixa capacitat del mètode per a la inferència en laminats quasi-isòtrops i multidireccionals amb un $E_{xx} < E_{yy}$. Per a arribar a aquests resultats, es van obtenir les combinacions adequades dels paràmetres associats al DIC, es van reduir les zones de baixa correlació i en alguns casos es va modificar el procés d'optimització. Com a possibles causes de la baixa inferència, es va trobar presència de soroll en les mesures i dificultat de captar les deformacions transversals en laminats amb major rigidesa transversal. El mètode de caracterització implementat ha demostrat tenir una ràpida convergència i ser poc susceptible als paràmetres inicials, a més de ser robust malgrat emprar àrees reduïdes de la regió d'interès o zona de mesura de les deformacions. Així mateix, es va determinar major efectivitat dels patrons de speckels fabricats amb aerògraf respecte als impresos en paper de transferència a l'aigua. Finalment, es va evidenciar la poca influència del diàmetre del forat en el procés d'inferència de les propietats elàstiques.

Resumen

Recientemente, las tecnologías de manufactura aditiva (impresión 3D) se han implantado en sectores como el de la locomoción o la bioingeniería, entre otros. Entre las diferentes técnicas de impresión 3D destaca, por su versatilidad y posibilidades, la de extrusión por deposición de material fundido (FDM⁴ o FFF⁵). Las propiedades mecánicas de los materiales fabricados mediante este tipo de manufactura dependen de factores asociados a los parámetros de la máquina, de la densidad del material, de la orientación de fabricación, de los parámetros de trabajo y de las condiciones ambientales. En el caso que se use filamento continuo (de fibra de carbono, por ejemplo), los materiales impresos mediante estas técnicas se pueden considerar como laminados. Ahora bien, identificar las propiedades elásticas y mecánicas de estos materiales se considera fundamental para su uso y aplicación correctas. Tradicionalmente, esta caracterización de propiedades se realiza bajo estándares que involucran de forma repetitiva distintos ensayos experimentales para cada constante a identificar.

Con la intención de reducir el número de ensayos en la caracterización elástica de compuestos laminados, han aparecido nuevas formas de identificación en donde se consideran técnicas numéricas de solución inversa y medición de los campos heterogéneos de deformación o las características naturales del material. El procedimiento inverso requiere sólo un experimento (en el plano), para caracterizar compuestos de fibras de carbono o vidrio (entre otros). Para ello, se utilizan metodologías basadas en técnicas de optimización y soluciones directas sobre la matemática inversa. Así mismo, se emplean diferentes ensayos experimentales como técnicas de medición. En las investigaciones hasta ahora realizadas, se han identificado un conjunto de dificultades por resolver, correspondientes a: desviaciones en los parámetros inferidos; implementación en compuestos fabricados con manufactura aditiva; efectos del acabado superficial en la inferencia; capacidad del método según el grado de ortotropía del material; tipos de configuraciones ópticas en función de geometrías estandarizadas; limitantes asociadas al tipo de solución inversa implementadas, entre otras.

El objetivo de esta tesis doctoral se enfoca en mejorar el proceso de identificación elástica con métodos inversos a un solo ensayo experimental de compuestos laminados, para reducir las brechas existentes en la implementación de esta metodología. Para esto, se diseña y elabora un algoritmo basado en métodos de optimización por gradientes, a fin de minimizar el error del ajuste de los campos de deformación de un modelo de elementos finitos respecto a una referencia obtenida por medición sin contacto en un ensayo experimental. La evaluación del algoritmo desarrollado, para la caracterización elástica, se realiza en 22 especímenes de geometría *open-hole*; en la fabricación de las probetas se emplea manufactura aditiva de fibra continua de carbono y matriz termoplástica, en apilamientos simétricos y balanceados con diferentes grados

⁴Del inglés *fused deposition modeling*

⁵Del inglés *fused filament fabrication*

ortotrópicos. El proceso experimental se lleva a cabo en un ensayo de tensión cuasi-estático, donde los campos de deformación se capturan con un equipo de correlación digital de imágenes (DIC⁶) en una configuración apropiada y con una correcta preparación de las superficies de los especímenes.

Los resultados muestran una buena capacidad del método inverso, para inferir las propiedades elásticas en laminados altamente ortotrópicos y multidireccionales con $E_{xx} > E_{yy}$; y baja capacidad para la inferencia en laminados cuasi-isótropos y multidireccionales con un $E_{xx} < E_{yy}$. Para llegar a estos resultados, se obtuvieron las combinaciones adecuadas de los parámetros asociados al DIC, se redujeron las zonas de baja correlación y en algunos casos se modificó el proceso de optimización. Como posibles causas de la baja inferencia, se encontraron presencia de ruido en la medición y dificultad para captar las deformaciones transversales en laminados con mayor rigidez transversal. El método de caracterización implementado demostró ser de rápida convergencia y poco susceptible a los parámetros iniciales, además de ser robusto a pesar de usar áreas reducidas de la región de interés o zona de medición de las deformaciones. Así mismo, se determinó mayor efectividad de los patrones de *speckles* manufacturados con aerógrafo sobre los impresos en papel de transferencia al agua. Finalmente, se evidenció la poca influencia del tamaño del agujero en el proceso de inferencia de las propiedades elásticas.

⁶Del inglés *digital image correlation*

Parte I

Introducción &
Revisión bibliográfica

Introducción

1.1 Contexto y motivación

Los materiales compuestos, fabricados a partir de matriz polimérica y reforzados con fibras (FRP¹), se utilizan ampliamente en estructuras mecánicas, especialmente en el sector transporte y particularmente en la industria aeroespacial. La mayoría de estos compuestos usan matriz termoestable, especialmente para aplicaciones de altas prestaciones estructurales; el interés en su estudio ha crecido gracias a sus ventajas sobre los metales en: resistencia al desgaste, alta relación rigidez-peso, bajo coeficiente de expansión térmica, resistencia y rigidez a medida, entre otros [1]. Aunque existen diferentes métodos para manufacturar materiales FRP, en general, el proceso lo conforman tres etapas: apilamiento, consolidado y curado. Las limitaciones geométricas derivadas del proceso y los equipamientos necesarios, para aplicar presión en la consolidación y curado, encarecen los procesos de fabricación y en consecuencia el uso de estos materiales exclusivos se ve limitado a ciertos sectores productivos.

En los años recientes, ha surgido una nueva tecnología de fabricación conocida como manufactura aditiva (AM²), comúnmente llamada prototipado rápido o impresión 3D. En este proceso, las piezas se crean, a partir de la solidificación de capas dispuestas una sobre otra, hasta formar el modelo deseado. Hoy en día, esta tecnología se utiliza en aplicaciones de construcción, prendas de vestir [2], electrónica [3], medicina [4], odontología [5], automotriz [6], aeroespacial [7], entre otras.

De las diferentes tecnologías empleadas en la manufactura aditiva para materiales plásticos o polímeros reforzados, una en particular llama la atención. Se trata de la tecnología de extrusión que se denomina deposición de material Fundido (FMD³) en su versión patentada o fabricación de filamento fundido (FFF⁴) en su versión libre. En la manufactura con FMD/FFF, las piezas se fabrican apilando capas en diferentes direcciones, empleando un polímero termoplástico que puede internamente integrar fibras continuas o cortas [8]. Los materiales derivados de este proceso pertenecen a la categoría de compuestos laminados, de bajo costo de producción y alto grado de automatización. No obstante, las prestaciones mecánicas de estos materiales son mucho menores a las mismas configuraciones obtenidas en procesos con autoclave.

Por otra parte, la identificación de los parámetros elásticos de un material se define en el contexto de la mecánica del continuo como un problema inverso. Cada constante (módulos de Young, módulo de cortante y relación de Poisson) se determina a partir de ensayos estandarizados (ASTM⁵ o ISO⁶); donde un espécimen que garantiza una zona de esfuerzo homogéneo (geometría

¹Del inglés *Fibre Reinforced Polymer*

²Del inglés *Additive Manufacturing*

³Del inglés *Fused Deposition Modeling*

⁴Del inglés *Fused Filament Fabrication*

⁵Del inglés American Society for Testing and Materials

⁶Del inglés International Organization for Standardization

plana o *dog-bone*) se somete a carga de manera controlada, mientras se mide su respuesta en deformación. Luego, la propiedad se deduce desde una expresión analítica cerrada [9]. En el caso específico de estructuras de compuestos laminados (FRP), se necesitan identificar nueve propiedades para un estado general de carga, o cuatro para una condición de esfuerzo plano. En este último se requieren, al menos, tres ensayos cada uno con un mínimo de cinco o seis repeticiones; esto supone un proceso largo y costoso económicamente [10].

En la reducción del número de ensayos y especímenes en el proceso de identificación de las propiedades elásticas aparentes de los laminados, en las últimas dos décadas han surgido nuevas metodologías que conectan un solo ensayo experimental y técnicas numéricas [11]. Estos métodos involucran computación intensiva con técnicas sofisticadas de medición de campos de desplazamiento, en el caso estático, o de las características naturales de la estructura, en el caso dinámico. Este tipo de problema inverso se identifica por tener más incógnitas que parámetros conocidos; su solución requiere del empleo de métodos de optimización o del uso de campos virtuales [12].

En el primer caso, donde se emplea optimización, los parámetros elásticos se alcanzan por medio de la minimización de una función correspondiente a la norma cuadrática de una variable medida en un ensayo experimental y la misma obtenida de un modelo numérico. Las variables usualmente utilizadas corresponden a los campos heterogéneos de deformación, derivados de la medición de los desplazamientos de especímenes sometidos a tensión estática; o, a las frecuencias naturales; o, modos de deformación obtenidos por vibración de estructuras en ensayos dinámicos [13]. En la optimización, se han utilizado tanto técnicas globales como locales [14]; los métodos locales requieren parámetros iniciales adecuados para garantizar que la solución local es también global. Por el contrario, los métodos globales necesitan más tiempo de solución y, por defecto, mayor esfuerzo computacional en comparación con los métodos locales.

En el segundo caso, el de los campos virtuales; las propiedades elásticas se obtienen de forma directa resolviendo el problema matemático inverso, en una expresión que relaciona la ley general de Hooke junto a la ecuación del principio del trabajo virtual y la ley constitutiva del material. En su solución, se requiere identificar el conjunto de funciones de desplazamientos que mejor representen la cinemática del problema, según la cantidad de constantes a buscar. El método de los campos virtuales se resuelve mucho más rápido que los de optimización, pero sólo está diseñado para operar con desplazamientos y deformaciones; en este sentido no se usa con ensayos dinámicos.

Cada una de las metodologías mencionadas en la solución del problema inverso se han utilizado en la inferencia elástica en el plano de materiales FRP de vidrio [15], carbono [16], lino [17] y aramida [18]; así mismo, en titanio [19] y madera pino [20]. Los resultados de los parámetros elásticos inferidos discrepan en un amplio rango de errores de aproximación (0% al 45%), asociados a la cantidad de variables dependientes involucradas en la solución. Los factores que afectan la precisión de la inferencia corresponden al tipo de ensayo experimental; geometría de la probeta; técnica de medición de campos heterogéneos o frecuencias naturales; errores aleatorios,

de bias y sistemáticos involucrados en la medición y en el procesamiento de datos experimentales; acabados superficiales, entre otros.

A la fecha, se han planteado algunas recomendaciones para mejorar las soluciones en la inferencia a un experimento; entre ellas cabe destacar que las mediciones con interferómetro muestran más precisas que las de correlación digital de imágenes (DIC⁷) [21]; los vibrómetros láser se prefieren sobre los acelerómetros; se debe buscar el mejor compromiso entre el ruido de la medición y el gradiente de las deformaciones [20]; la variable con más dificultad de inferencia la presenta el módulo de Poisson [22]; en ensayos a tensión, los especímenes prismáticos con un agujero abierto como concentrador de esfuerzo (*open-hole*) tienen mejor precisión que los mismos con muescas, pero este último tiene menor desviación estándar [23], entre algunas otras.

Sin embargo, las investigaciones reseñadas aún muestran muchos elementos por resolver para garantizar una correcta caracterización mecánica a un solo experimento; ya que, se identificaron un conjunto de brechas que se constituye en referente y punto de partida de esta tesis doctoral. Algunas de ellas son: estudio en materiales FRP con fibras continuas de carbono desarrollados con manufactura aditiva; efectos del acabado superficial en la reducción de errores de inferencia; precisión de la metodología de inferencia según el grado de ortotropía del material; configuraciones ópticas apropiadas para geometrías estandarizadas; límites de los métodos de inferencia con gradientes, entre otros.

1.2 Objetivos

Identificadas las brechas y faltantes en los métodos de caracterización mecánica a un solo experimento en materiales compuestos ortotrópicos, esta tesis doctoral se enfoca en mejorar el proceso de caracterización de las propiedades elásticas a un solo ensayo experimental de materiales compuestos laminados. Para ello, se usa la correlación digital de imágenes en combinación con simulaciones numéricas, para identificar experimentalmente la propiedades elásticas en el plano de materiales compuestos fabricados usando manufactura aditiva. Ahora bien, al abordar el problema central propuesto, se plantean los siguientes objetivos específicos.

- Elaborar una herramienta numérica para la caracterización elástica en el plano de compuestos ortotrópicos simétricos balanceados, fabricados con manufactura aditiva.
- Determinar las condiciones experimentales que permitan medir campos apropiados de desplazamiento de especímenes fabricados con manufactura aditiva.
- Identificar los parámetros elásticos en el plano de materiales compuestos fabricados con manufactura aditiva a diferentes grados de ortotropía, empleando las herramientas numéricas elaboradas y los campos de deformación medidos de los ensayos experimentales.
- Evaluar el proceso de caracterización elástica, enfocado a implementar ajustes y mejoras en la reducción de las desviaciones de los valores de las propiedades inferidas.

⁷De las siglas en inglés *Digital Image Correaltion*

Esta tesis se soporta en la experiencia del grupo de investigación en Análisis y Materiales Avanzados para el Diseño Estructural (AMADE, <http://amade.udg.edu>) en las áreas de caracterización de compuestos laminados, construcción de modelos numéricos con elementos finitos y ensayos experimentales con máquinas de tensión estática. En este sentido, los dos primeros objetivos específicos se restringen al uso de: técnicas numéricas de optimización empleando modelos directos en elementos finitos, ensayo estático a tensión y equipo de correlación digital de imágenes. Bajo estas condiciones, el algoritmo de la función de costo de la norma cuadrática involucra los campos de deformación medidos y obtenidos del modelos directo; por otro lado, la configuración del experimento se centra en los parámetros ópticos del DIC y la búsqueda del patrón ideal de *speckle*⁸ para obtener campos de deformación apropiados.

Con los otros dos objetivos específicos siguientes, se procede a inferir y evaluar las propiedades elásticas en especímenes fabricados con manufactura aditiva en diferentes grados ortotrópicos. De los resultados obtenidos, se establecen estrategias direccionadas a mejorar las variables del proceso de inferencia que puedan reducir los valores de desviación de las propiedades identificadas.

1.3 Visión general de la tesis

En lo que sigue, el capítulo 2, revisión bibliográfica, da créditos a los esfuerzos de los investigadores por sus aportes cognitivos al campo de la caracterización elástica a un solo experimento. Los capítulos 3 y 4 describen los métodos y materiales utilizados para realizar el estudio, mientras que los resultados y las discusiones que llevan a alcanzar el objetivo general de esta tesis se describen en el capítulo 5. Finalmente, el capítulo 6 presenta las conclusiones y recomendaciones para posibles trabajos futuros.

⁸Palabra en inglés que hace referencia a mancha, mota o punto

Revisión Bibliográfica

Un cuerpo elástico anisotrópico (pieza, estructura entre otros) se delimita por una superficie $S = \partial\Omega$, la cual encierra el volumen Ω (véase Figura 2.1 [9]). Su comportamiento se define, según la mecánica del continuo, por las ecuaciones de conservación del momento ($\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = 0$), ley generalizada de Hooke ($\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}$), y deformación-desplazamiento ($\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}[\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T]$) [24], bajo el supuesto de la teoría infinitesimal de deformaciones y desplazamientos y la ausencia de fuerzas de cuerpo e inerciales.

En las ecuaciones mencionadas, $\boldsymbol{\sigma}$ y $\boldsymbol{\varepsilon}$ son tensores de segundo orden correspondientes al esfuerzo de Cauchy y deformación infinitesimal respectivamente; \mathbf{C} es un tensor de cuarto orden que contiene los parámetros constitutivos del material. En la mecánica de sólidos deformables, el cuerpo se somete a carga de tracción $\bar{\mathbf{T}} = \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n}$ y a restricción de desplazamiento $\bar{\mathbf{u}}$ en S_f y S_u respectivamente (véase Figura 2.1) con \mathbf{n} como vector unitario normal a la superficie de la frontera. En el modelo elasto-estático planteado, la identificación de una o algunas cantidades de interés derivan en dos tipos de problema, uno identificado como directo y el otro como inverso.

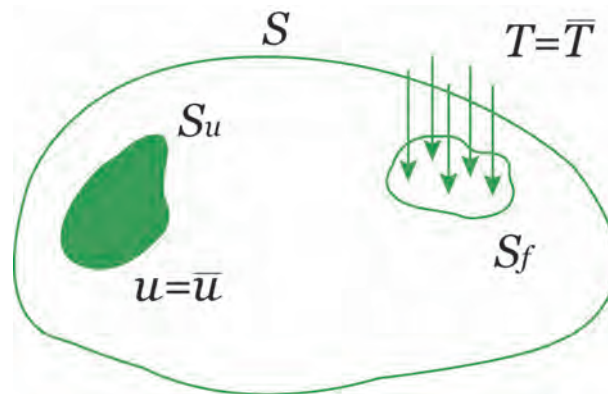


Figura 2.1. Sólido elasto-estático sujeto a carga mecánica

El problema directo consiste en determinar los tensores de desplazamiento \mathbf{u} , esfuerzo $\boldsymbol{\sigma}$ y deformación $\boldsymbol{\varepsilon}$, a partir del conocimiento de la geometría y el modelo constitutivo del sólido elástico (estructura, pieza, etc), además de las condiciones de carga $\bar{\mathbf{T}}$ y frontera $\bar{\mathbf{u}}$ estrictamente identificadas. Las soluciones a este problema van desde expresiones matemáticas cerradas para condiciones particulares de las variables conocidas, hasta el empleo de métodos numéricos (elementos finitos, diferencia finitas, entre otros) en el restante de los casos. En una representación matemática simplificada derivada de los elementos finitos, podríamos decir que el problema directo sigue la forma:

$$\mathbf{Y}_{N \times 1} = \bar{\mathbf{S}}_{N \times M} \bar{\mathbf{X}}_{M \times 1} \quad (2.1)$$

donde \mathbf{Y} representa el vector de los desplazamientos; \mathbf{X} , el vector de fuerzas y \mathbf{S} , la matriz de rigidez. Habitualmente la expresión 2.1 tiene la forma $\mathbf{f} = \mathbf{K}\mathbf{u}$ y contiene la relación de los elementos geométricos y propiedades constitutivas del sólido en estudio. Las líneas sobre las letras denotan los elementos conocidos del problema a resolver. La denominación de directo hace relación a que la operación determinada, por el producto $\bar{\mathbf{S}}_{N \times M} \bar{\mathbf{X}}_{M \times 1}$, lleva a la solución del problema una vez se planteen las condiciones de borde correctas.

El problema inverso o indirecto se enfoca a identificar, en el sólido elástico, la fuerza, las propiedades del material, la geometría o las condiciones de frontera una vez se conocen los parámetros restantes (Véase Tabla 2.1 [14]). En este sentido la variable objetivo es \mathbf{X} , y para su solución se requiere la inversión de la ecuación 2.1 ($\mathbf{X}_{N \times 1} = \bar{\mathbf{S}}_{N \times M}^{-1} \bar{\mathbf{Y}}_{M \times 1}$). Donde \mathbf{S} es la matriz de transformación, conformada por la configuración adecuada de los parámetros del sistema, según sean los vectores de entrada (\mathbf{X}) y salida (\mathbf{Y}) del problema a resolver [14].

La solución inversa sólo es posible, si se garantiza que el problema sea definido como bien planteado; es decir que supere las condiciones que generan un mal planteamiento. Primera condición, que el número de incógnitas deba ser inferior a las variables conocidas, lo que significa asignar suficientes ensayos experimentales para una mayor cantidad de datos respecto al número de incógnitas. Segunda condición, que las incógnitas no sean sensibles a las variables conocidas; un ejemplo, se presenta cuando las constantes elásticas no se estimulan a los desplazamientos impuestos. Esta condición requiere de una correcta selección del ensayo experimental o geometría del espécimen. Tercera condición, asociada a la dureza del operador diferencial de la ecuación que gobierna el problema, para lo cual se utilizan métodos de regularización en la solución inversa [25]. Esta última condición presente sólo en el caso inverso de identificar las condiciones de frontera del sólido elástico en estudio.

Tabla 2.1. Tipos de problemas inversos [14]

Casos	Objetivo (X)	Operador S	Vector de salida (Y)
I	Fuerza	Propiedades del material y geometría	Desplazamientos
II	Propiedades del material	Desplazamientos	Fuerzas
III	Geometría	Propiedades del material y geometría	Fuerzas
IV	Condiciones de frontera	Propiedades del material y geometría	Fuerzas y desplazamientos

El problema inverso de esta tesis doctoral pertenece al caso II de la Tabla 2.1 y se orienta a la identificación elástica de compuestos ortotrópicos a partir de un solo experimento. En este sentido, el problema no cumple la primera condición, ya que el número de incógnitas supera a los parámetros conocidos. Y es, por lo tanto, necesario medir varias componentes de deformación en un conjunto de puntos.

2.1 Medición de campos de desplazamiento

La necesidad de acoplar información experimental, con modelos numéricos en la solución de problemas inversos, ha promovido el desarrollo de las técnicas de medición de no contacto de campos completos de desplazamientos. Campos completos hacen referencia a regiones de interés en la superficie del espécimen, cuya área es imposible de medir a través de galgas de deformación. La medición de estos campos, con las técnicas de no contacto, se facilita gracias al desarrollo y acceso a cámaras digitales de carga acoplada (CCD¹) y técnicas en visión computacional.

Los métodos más empleados en la medición de no contacto son interferometría de patrón electrónico de *speckles* [26], interferometría de Moiré, cuadrícula [27] y correlación digital de imágenes [28] (DIC). En cada una de ellas se mide un gran número discreto de puntos de desplazamiento de una superficie del espécimen y, posteriormente, se transforman en campos de deformación y esfuerzo. Una de las ventajas de estas técnicas de medición es la de proveer los desplazamientos heterogéneos, desde un simple test, sin inducir daños en el material. Al contrario de lo que sucede en la medición con galgas de deformación y transductores de desplazamiento, las técnicas de campos completos permiten capturar fenómenos locales como daño, concentración de esfuerzo y localización de inclusiones. Así mismo su aplicación se puede extender en el estudio de geometrías complejas en sitio, sin necesidad de manufacturar especímenes estándar.

Finalmente, la identificación de parámetros elásticos con un único ensayo indeterminado se posibilita, porque los campos heterogéneos de deformación se afectan por un número mayor de parámetros constitutivos que aquellos de campos homogéneos [21].

Interferometría

Un patrón electrónico de *speckle* se genera por la distribución aleatoria de luz esparcida, desde varios puntos de la superficie, cuando esta última se ilumina con una luz coherente [29]. Los valores de la rugosidad superficial son proporcionales a la longitud de onda de la luz incidente, y cada *speckle* almacena información de fase que cambia a medida que los puntos que la conforman se mueven localmente. Si el patrón de motas se registra a través de una cámara CCD para un estado no deformado y otro deformado, se pueden obtener dos valores de fase en cada estado. La diferencia de las fases $\Delta\Phi$ permite obtener los valores de desplazamiento, por medio de las expresiones [26].

$$U = \frac{\Delta\Phi_x\lambda}{2\pi} \quad y \quad V = \frac{\Delta\Phi_y\lambda}{2\pi} \quad (2.2)$$

donde λ es la longitud de onda; en el método de interferometría se destaca que los puntos no deformados mantienen su intensidad original.

El interferómetro de Moiré compara dos rejillas: una de referencia y otra adherida al espécimen que se deforma durante el ensayo. Al hacerlas interferir, se genera un patrón de franjas (Moiré) resultado de la interferencia constructiva y destructiva de las ondas de luz [30]. Los patrones de

¹Del inglés *Charge-Coupled Device*

Moiré obtenidos se describen por información de fase. Por medio de la diferencia de las fases, se obtienen los desplazamientos empleando las siguientes expresiones [22]

$$U = \frac{\Delta\Phi_x}{2\pi f_s} \text{ y } V = \frac{\Delta\Phi_y}{2\pi f_s} \quad (2.3)$$

donde f_s es la frecuencia espacial de la rejilla; ésta puede llegar al orden de 2400 líneas/mm.

Cuadrícula

El método de cuadrícula se utiliza especialmente con técnicas inversas de campos virtuales. Un patrón de rejilla ($100 \mu m$) se adhiere a la superficie del espécimen, luego las imágenes de la cuadrícula en los estados deformado y no deformado se digitalizan, a través de una cámara conectada a un computador.

En alguno de los estados, la luz digitalizada en un píxel cualquier M_0 , corresponde a la luz reflejada por el punto material M ; la posición del punto se determina por un vector \mathbf{R} desde el marco de referencia establecido. El punto tiene un valor de intensidad directamente proporcional a una función de fase que involucra al desplazamiento. Cuando la cuadrícula se deforma, el valor de la función de intensidad cambia debido a la variación de la fase del punto M_0 . De allí que el diferencial de fase entre el estado deformado y no deformado permite obtener los desplazamientos a través de las expresiones [31].

$$U = \frac{P\Delta\Phi_x}{2\pi} \text{ y } V = \frac{P\Delta\Phi_y}{2\pi} \quad (2.4)$$

donde P es la distancia entre dos líneas de la rejilla.

Correlación digital de imágenes

Este método usa una (2D) o dos cámaras (3D o estéreo DIC), para adquirir imágenes de un patrón de motas grabado sobre la superficie del espécimen que se deforma a diferentes cargas. Para determinar el campo de desplazamiento, se requiere de dos imágenes: una denominada referencia (sin carga), y, otra definida como deformada (en condiciones de carga). El área de la primera imagen (referencia) se divide en pequeños cuadros llamados *subset* de $(2M+1) \times (2M+1)$ píxeles, separados por una distancia (*step*) que permite el traslapamiento [32]. El proceso de correlación consiste en localizar, en la imagen deformada, los *subsets* definidos en la imagen de referencia para encontrar el vector de desplazamiento del centro de cada *subset*. Ahora bien, una estimación eficiente y robusta de la correspondencia de los *subset* requiere de una función objetivo (criterio de correlación) y una función de forma, la cual es optimizada usando un algoritmo de registro a nivel de subpíxel y un método de interpolación de intensidad [33].

En particular, las técnicas de interferometría ofrecen una alta sensibilidad debido al uso de fuentes láser; sus longitudes de onda (aproximadamente 0.5 micrómetros) combinado con métodos de identificación [34] permiten mediciones con precisiones de unos pocos nanómetros. Las técnicas

DIC y de cuadrícula tienen baja sensibilidad respecto a los interferómetros, ya que dependen de la resolución espacial del sistema de observación (cámara y sensores); su precisión es de unas décimas de micrómetro [35]. Por otro lado, el uso de interferometría requiere de dispositivos complejos y costosos que demandan de operadores cualificados. La técnica de DIC posee características distintivas tales como configuración experimental simple, accesible y de fácil implementación; amplia aplicabilidad con resolución espacial ajustable, y robustez contra ambientes con vibración y variación de iluminación [32].

Métodos por vibración

Las técnicas de no contacto antes mencionadas se aplican generalmente a especímenes sometidos a ensayos experimentales de naturaleza estática. Otros métodos de medición derivados de la dinámica estructural y empleados en el problema inverso son los de vibración o resonancia. Con éstos, se busca describir una estructura en términos de sus características naturales en frecuencia, amortiguación o modos de deformación. Para obtener estas medidas, el espécimen se induce a vibrar a diferentes frecuencias de oscilación por medio de perturbadores externos (martillo, solenoides entre otras); al mismo tiempo que la respuesta dinámica se detecta por medio de un transductor receptor adecuado (acelerómetros) [36].

A medida que el barrido de frecuencia se acerca a las frecuencias naturales de la estructura, la respuesta alcanza un máximo correspondiente a la resonancia del sistema. Si, los datos medidos en el tiempo se llevan al dominio de la frecuencia, a través de la transformada rápida de Fourier, los picos de la función obtenida desvelan las frecuencias naturales del sistema. Por otro lado, si, en el sistema a excitar se distribuyen acelerómetros equitativamente en la superficie y, se miden las frecuencias naturales de la estructura en cada uno de los puntos, se obtienen los modos de deformación para cada frecuencia [37].

2.2 Soluciones al problema inverso orientado a la caracterización elástica

El problema inverso de interés de esta investigación se centra en la búsqueda de las constantes elásticas de materiales compuestos ortotrópicos, a partir de un solo experimento. Las soluciones a este problema, en general, se han planteado en dos direcciones: una combinando técnicas de optimización junto a ensayos estáticos o dinámicos, y otras empleando la estructura matemática inversa con imposición de condiciones de desplazamiento (campos virtuales) junto a ensayos estáticos.

2.2.1 Solución mediante métodos de optimización

El problema de la caracterización de las propiedades elásticas, a través de un solo ensayo experimental, no se puede expresar en la forma de la ecuación 2.1, dada la complejidad de relacionar las entradas (X), salidas (Y) y el sistema en una forma matricial explícita. Así mismo, la cantidad de variables presentes no son posibles de solucionar en forma matricial [14]. En este sentido el problema directo se expresa en forma funcional

$$\mathbf{Y}^p = \mathbf{S}(P_1, P_2, \dots, P_k, \mathbf{X}) \quad (2.5)$$

donde, Y es un vector que recoge los elementos de salida (desplazamientos o deformaciones); S es la matriz del sistema de las funciones de los vectores de todos los tipos de parámetros (P_1, P_2, \dots, P_k) (las condiciones de frontera), y X colecta las entradas (propiedades del material) y se manifiesta en forma implícita.

Estimando los valores de salida Y por medio de mediciones, las propiedades elásticas X se pueden obtener minimizando una función llamada norma que puede ser L , L_2 o L_x ; generalmente se utiliza L_2 definida como

$$\mathbf{\Pi}(\mathbf{X}) = (\mathbf{Y}^p - \mathbf{Y}^m)^T (\mathbf{Y}^p - \mathbf{Y}^m) = \sum_{i=1}^{n_s} (y_i^p(\mathbf{X}) - y_i^m(\mathbf{X}^t))^2 \quad (2.6)$$

donde, $\mathbf{\Pi}(\mathbf{X})$ es la función que contiene el valor absoluto de la diferencia cuadrática de los n_s errores entre las entradas predichas y_i^p , basadas en la expresión que representa el modelo directo, respecto a las salidas y_i^m obtenidas de las mediciones del experimento. Se debe aclarar que X^t es el valor de referencia.

La minimización de la función de costo se puede realizar a partir de cualquier método de optimización. Cada uno de ellos deriva en un proceso numérico que se presenta en la Figura 2.2. La solución se basa en un ciclo iterativo, que actualiza las constantes del material (parámetros), hasta minimizar la función de error entre los campos medidos en el experimento y los calculados en el modelo directo. Este proceso se realiza hasta alcanzar un valor de consigna (límite de la medida del error), en donde los parámetros de la última iteración corresponden a los buscados o inferidos.

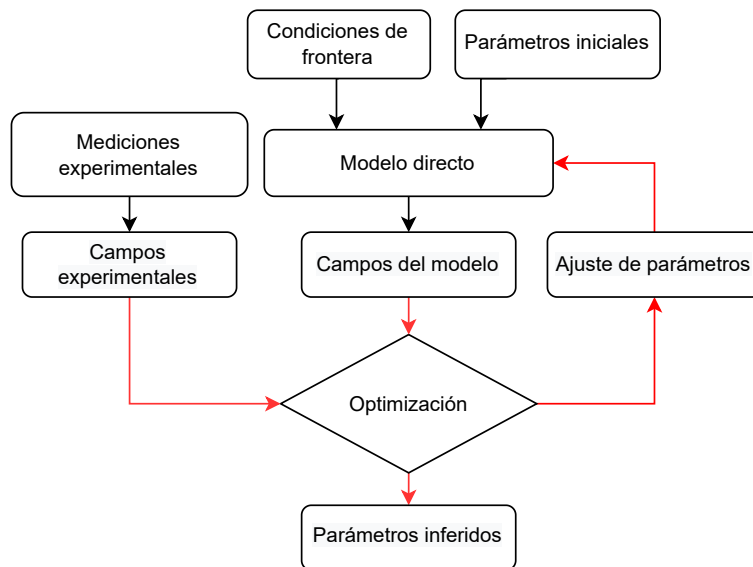


Figura 2.2. Esquema de solución del problema inverso a través de optimización.

Generalmente, la función de optimización se construye a partir de las deformaciones derivadas de los desplazamientos determinados en los experimentos estáticos, o de las frecuencias o modos de deformación medidos en experimentos dinámicos. Dado que en la mayoría de situaciones se imposibilita obtener un modelo analítico para la representación de la física del problema o lo que hasta ahora hemos llamado el problema directo, se suele utilizar, en su lugar, modelos de elementos finitos. Es por esto que el método inverso de identificación se denomina ajuste mediante el método de elementos finitos (FEMU²). Otras alternativas dirigidas a minimizar los costos computacionales han reemplazado el modelo de elementos finitos por modelos sustitutos (*surrogate*³) [38].

Caracterización elástica con métodos basados en gradientes o búsqueda local

Los métodos basados en búsqueda local, el gradiente de la función de costo se utiliza para encontrar la dirección de minimización; en este sentido, se requiere que la función sea suave y derivable. La convergencia se da en un óptimo local y para que éste coincida con el global, el algoritmo de solución requiere de la correcta selección de los parámetros iniciales. En aquellos casos donde la función no es fácilmente derivable, se solicita el uso del método de diferencias finitas para la búsqueda del gradiente; esta alternativa afecta la velocidad de convergencia, en función de las variables independientes del sistema. Los algoritmos de búsqueda por gradiente más utilizados en el problema inverso son los de Gauss-Newton y Levenberg–Marquardt [39, 40].

En el método de Gauss Newton, el avance hacia el óptimo local desde los parámetros iniciales se da por la siguiente expresión

$$x_{k+1} = x_k - (J(x_k)^T J(x_k))^{-1} J(x_k)^T r(x_k) \quad (2.7)$$

donde, $J(x)$ es la matriz Jacobiana que alberga las derivadas de la función de costo respecto a los parámetros de búsqueda; $r(x_k)$ es la diferencia entre los valores medidos en el experimento (desplazamiento, frecuencias entre otros) respecto a los mismos calculados en el modelo. El método de Levenberg-Marquardt se utiliza en los casos que el término $J(x)$ es de rango deficiente y genera dificultades de convergencia y precisión en el método de Gauss-Newton [41].

Empleando una optimización basada en gradientes con el algoritmo de Gauss Newton, Lecompte et al. [19] caracterizaron especímenes *open-hole* de aleaciones de titanio Ti6Al4V laminadas en caliente en direcciones de 0 y 90°. Las mediciones se realizaron con interferómetro de patrón de *speckles* en ensayos estáticos a tensión. Más tarde, Lecompte et al. [15] utilizaron un ensayo multiaxial de tensión en dos direcciones, para caracterizar compuestos de fibra de vidrio y resina epóxica con una secuencia de apilamiento [(45/ - 45/0)₃(45/ - 45)] en dos geometrías cruciformes, una de ellas con un agujero central. En la medición de los campos de desplazamiento, emplearon DIC. Por otro lado, Kowalczyk [42] identificó las propiedades de 12 especímenes *open-hole* y *U-notch* de secuencia [0/45/90/ - 45/0]_s fabricados con *prepreg* de fibra de carbono

²Del inglés *Finite Element Method with Updating*

³Palabra en inglés que hace referencia a sustituto

y matriz epóxica MTM44-1/HTS40(12 K)-268-32 %RW. Los ensayos fueron de tensión, y los desplazamientos se midieron con correlación digital de imágenes.

Utilizando el algoritmo de Levenberg-Marquardt, Huang et al. [43] desarrollaron una metodología de inferencia de las propiedades elásticas de compuestos laminados, empleando modelos analíticos de probetas rectangulares sometidas a tensión uniaxial y biaxial; las validaciones de la inferencia elástica se realizaron sólo a nivel numérico. Molimard et al. [44] identificaron las propiedades de un espécimen *open-hole* de matriz polimérica y fibra de carbono con secuencia $[(0/90)_3]_s$ desarrollado por NC2. Las probetas fueron sometidas a tensión y en la medición de los desplazamientos se empleó un interferómetro de Moiré. Cugnoni et al. [16] y Matter et al. [45] identificaron los parámetros de una placa rectangular de fibra de carbono de secuencias $[0]_{16}$ y $[0]_{32}$ respectivamente. Los ensayos realizados fueron dinámicos, utilizando excitadores acústicos y medidores de vibración láser.

Otros métodos de minimización más simples que involucran derivadas son los de regresiones lineales. Bajo esta técnica, Thomas et al. [23] caracterizaron compuestos impresos con fibras cortas de carbono en geometría *dog-bone*; para la minimización, generaron un metamodelo utilizando máquinas de soporte vectorial. Las mediciones de los desplazamientos se realizaron con DIC.

Caracterización elástica con métodos basados en búsqueda global

En la búsqueda del mínimo global, no existe una condición matemática que garantice que un punto sea un mínimo global, excepto que el problema inverso a resolver se pueda demostrar que es convexo. La convexidad es difícil de probar; por lo que, el mínimo se debe buscar en el conjunto solución generado por la evaluación de la función de costo en el espacio de diseño (todos los puntos generados entre los límites superior e inferior de las variables de diseño) [46]. La búsqueda del mínimo global se suele realizar a partir de métodos determinísticos y estocásticos. En los primeros, el mínimo se obtiene por medio de la búsqueda exhaustiva en el espacio de diseño, y, en los segundos, a través de la selección aleatoria de puntos de diseño [47].

Los métodos determinísticos se dividen a su vez en finitos exactos, heurísticos y metaheurísticos; en los primeros, se garantiza que la optimización se encontrará en un número finito de pasos, el cual generalmente es un número largo y requiere de mucho esfuerzo computacional [46]. Las técnicas heurísticas y metaheurísticas, por su parte, son exploratorias, donde la solución se alcanza por la implementación de una estrategia de avance aplicada al espacio de diseño o solución factible, la cual depende de la naturaleza del método empleado [48].

Uno de los métodos determinísticos más empleado en los problemas inversos es el estocástico algoritmos genéticos; éste es una técnica clásica de optimización, ampliamente usada en la solución de problemas continuos donde el modelo matemático puede ser de tipo no lineal o diferencial. El algoritmo genético empieza con la creación de una población inicial de individuos, donde cada uno se evalúa en la función objetivo, junto con un conjunto de restricciones que representan la física del problema. Las restricciones permiten valorar la viabilidad de las respuestas mejorando la exploración y explotación del espacio de solución y evitando quedar atrapado en óptimos

locales. Luego, usando técnicas de recombinación, selección y mutación, se generan poblaciones descendientes. Posteriormente, las nuevas poblaciones se evalúan en la función objetivo y en el conjunto de restricciones en cada iteración, avanzando así por el espacio de solución hasta encontrar la adecuada y viable para el problema analizado [14].

Utilizando algoritmos genéticos y ensayos dinámicos con martillo y acelerómetros, Hwang et al. [49] y Petrone et al. [17] caracterizaron placas rectangulares de compuestos unidireccionales de fibras de vidrio y Flax en matriz polimérica respectivamente. Barkanov et al. [50] identificaron las propiedades de probetas unidireccionales de resina epóxica reforzada con fibras de carbono de *prepreg* SEAL@Texipreg HS 160 RM. Por otro lado, Conceicao et al. [51] elaboraron un metamodelo con redes neuronales basado en el método de diseño uniforme, para identificar compuestos de fibras de vidrio y matriz epóxica $[0_2/90_2/0_2/90_2]_s$. En este último, la validación se realizó sólo a nivel numérico.

Otros métodos estocásticos utilizados en la caracterización elástica en el plano es el método Simplex y el de recocido simulado. El Simplex, su principio se basa en que un problema lineal es viable en cada uno de los vértices de una solución factible. El problema consta de una función objetivo y un conjunto de restricciones para determinar el espacio poligonal de solución. A partir de la evaluación de la función en un vértice inicial, el algoritmo busca una mejor solución en un vértice contiguo. Si, en este último, la función objetivo mejora respecto al vértice anterior, el algoritmo sigue buscando nuevos puntos desde esta posición. Si, por el contrario, la función objetivo no mejora, el algoritmo retorna al vértice anterior y busca un nuevo punto que minimice la función de costo. La búsqueda del mínimo continúa en el espacio de solución en diferentes direcciones hasta llegar al punto de convergencia o no mejora de la solución; esto representaría el mínimo encontrado [52].

El recocido simulado explora grandes fracciones del espacio de diseño en una optimización aproximada donde el análisis de sensibilidad y búsqueda de candidatos de diseño son posibles sólo en la vecindad del punto de diseño. El algoritmo utiliza herramientas aleatorias para generar una secuencia de estados energéticos del sólido en su proceso de enfriamiento. Si se tiene un estado actual y éste es perturbado se generan cambios energéticos; si el diferencial de energía es negativo o igual a cero este último se conserva como el estado energético actual. Por el contrario, para los estados energéticos superiores a cero, la aceptación del estado dependerá de una probabilidad calculada en función del factor de Boltzmann. En estas condiciones el algoritmo avanza a la convergencia, buscando la condición de menor temperatura que lo acerque a un estado de enfriamiento [53].

Empleando el método Simplex, Lasn et al. [54] identificaron las propiedades de compuestos de fibra de vidrio y resina de éster vinílico en pruebas dinámicas, midiendo velocidades de fase de ondas de Lamb. Henriques et al. [20] emplearon el algoritmo de Nelder-Mead Simplex, para la caracterización de compuestos de Pinus Pinaster en ensayos a compresión con equipos ópticos de DIC 2D. Steuben et al. [38] utilizaron un ensayo robotizado con 6 grados de libertad, para la inferencia elástica de una geometría *open-hole* de un compuesto con secuencia $[30/-30/90]_{4s}$

fabricado en AS4/3506-1. El modelo de elementos finitos fue sustituido por un metamodelo construido con B-splines racionales no uniformes [55] (NURBs ⁴).

Empleando el método de recocido simulado, Genovese et al. [26] caracterizaron un tejido de fibra de vidrio y matriz epóxica en un ensayo a flexión de tres puntos, midiendo desplazamiento con interferometría.

En la dirección de búsqueda de un mínimo global para minimizar la función $\Pi(X)$ en la identificación elástica, algunos investigadores han empleado métodos estadísticos. Michopoulos et al. [56] utilizan el método de optimización de Monte Carlo, donde un ensayo robotizado de carga multiaxial de 6 grados de libertad es empleado para caracterizar un espécimen *u-notched*. El material fue un laminado $[60/-60]_{16}$ fabricado con AS4/3506-1. El algoritmo obtenido generó una secuencia de números aleatorios de una distribución que usualmente es uniforme, para encontrar el mínimo global. En cada ciclo se genera un punto candidato aleatorio en la región factible; el punto de mínima se actualiza cada que se encuentra un punto candidato donde la función tiene el valor más bajo conocido hasta el momento.

Otro de los métodos estadísticos es la optimización bayesiana. En ella, las entradas al modelo se representan por medio de una distribución de probabilidad; estas soluciones potenciales se evalúan en la función objetivo. De este modo, se realiza el remplazo de la mejor solución encontrada dentro del conjunto para ser almacenada y, por medio de una distribución gaussiana, se actualizan los valores de entrada con un nuevo resultado potencial. Así, en cada iteración, se almacena la mejor y se evalúan nuevas soluciones potenciales hasta encontrar la adecuada que represente el problema analizado. Gogu et al. [22] caracterizaron un espécimen *open-hole* de *prepreg* Toray T800/3631, con una secuencia de $[45/-45/0]_s$. El experimento fue un ensayo a tensión con campos de desplazamientos medidos con interferómetro de Moire. La minimización de la función de costo se realizó con el método Bayesiano, a través de una reducción por descomposición ortogonal propia.

Por su parte, Ficarella et al. [57] combinaron métodos de optimización global como recocido simulado, búsqueda armónica y Big Bang-Big Crunch con métodos basados en derivadas y gradientes, para identificar un tejido de fibra de vidrio y matriz epóxica unidireccional de ocho capas. El ensayo fue flexión a tres puntos con medición de desplazamientos con interferómetro.

2.2.2 Solución empleando la inversa de la ecuación

Como fue previamente mencionado, otra forma de resolver el problema indirecto es utilizando la inversa de la expresión 2.1. En esta dirección, el método de los campos virtuales propuesto por Grediac et al. [58] es el más empleado para la identificación elástica de compuestos ortotrópicos a partir de un solo experimento. La metodología no requiere de modelos de elementos finitos ni de iteraciones, y se basa en el principio del trabajo virtual. Las condiciones de carga y frontera se seleccionan, involucrando los parámetros desconocidos del material en los campos de deformación, bajo condiciones que permiten ser identificables. Al igual que los métodos de optimización, se necesita medir campos completos de desplazamiento que luego se transforman a deformación.

⁴del ingles Non-Uniform Rational B-splines

El método de los campos virtuales en el plano deriva de introducir la ley generalizada de Hooke ($\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}$) en la ecuación del principio del trabajo virtual [9], despreciando el trabajo realizado por las cantidades de aceleración y las fuerzas de volumen, tal como se muestra en la siguiente ecuación.

$$W_{int}^* = -W_{ext}^* \rightarrow \int_V \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon}^* dV = \int_S \bar{\mathbf{T}} \mathbf{u}^* dS \quad (2.8)$$

donde, W es el trabajo virtual.

Introduciendo la ecuación constitutiva de esfuerzo plano de un material ortotrópico

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

en la ecuación 2.8, tenemos:

$$\begin{aligned} \int_s Q_{11} \varepsilon_1 \varepsilon_1^* dS + \int_s Q_{22} \varepsilon_2 \varepsilon_2^* dS + \int_s Q_{12} (\varepsilon_1 \varepsilon_2^* + \varepsilon_2 \varepsilon_1^*) dS + \dots \\ + \int_s \left(\frac{Q_{11} - Q_{12}}{2} \right) \varepsilon_6 \varepsilon_6^* dS + \int_s \bar{T} u^* dS \end{aligned} \quad (2.10)$$

Esta ecuación es lineal y se cumple para cualquier campo virtual cinemáticamente aceptable [59]. Para resolver el problema, se propone cuatro funciones de desplazamientos virtuales denotadas como: $\mathbf{u}^{*(1)}$, $\mathbf{u}^{*(2)}$, $\mathbf{u}^{*(3)}$ y $\mathbf{u}^{*(4)}$, cuyas deformaciones virtuales corresponden a: $\boldsymbol{\varepsilon}^{*(1)}$, $\boldsymbol{\varepsilon}^{*(2)}$, $\boldsymbol{\varepsilon}^{*(3)}$ y $\boldsymbol{\varepsilon}^{*(4)}$, generando así el siguiente sistema de 4 ecuaciones lineales

$$\bar{\mathbf{Y}}_{4 \times 1} = \bar{\mathbf{S}}_{4 \times 4} \bar{\mathbf{X}}_{4 \times 1} \quad (2.11)$$

donde

$$\bar{\mathbf{S}} : \begin{bmatrix} \int_s \varepsilon_1 \varepsilon_1^{*(1)} dS & \int_s \varepsilon_2 \varepsilon_2^{*(1)} dS & \int_s \left(\varepsilon_1 \varepsilon_2^{*(1)} + \varepsilon_2 \varepsilon_1^{*(1)} \right) dS & \int_s \varepsilon_6 \varepsilon_6^{*(1)} dS \\ \int_s \varepsilon_1 \varepsilon_1^{*(2)} dS & \int_s \varepsilon_2 \varepsilon_2^{*(2)} dS & \int_s \left(\varepsilon_1 \varepsilon_2^{*(2)} + \varepsilon_2 \varepsilon_1^{*(2)} \right) dS & \int_s \varepsilon_6 \varepsilon_6^{*(2)} dS \\ \int_s \varepsilon_1 \varepsilon_1^{*(3)} dS & \int_s \varepsilon_2 \varepsilon_2^{*(3)} dS & \int_s \left(\varepsilon_1 \varepsilon_2^{*(3)} + \varepsilon_2 \varepsilon_1^{*(3)} \right) dS & \int_s \varepsilon_6 \varepsilon_6^{*(3)} dS \\ \int_s \varepsilon_1 \varepsilon_1^{*(4)} dS & \int_s \varepsilon_2 \varepsilon_2^{*(4)} dS & \int_s \left(\varepsilon_1 \varepsilon_2^{*(4)} + \varepsilon_2 \varepsilon_1^{*(4)} \right) dS & \int_s \varepsilon_6 \varepsilon_6^{*(4)} dS \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{X} : \begin{Bmatrix} Q_{11} \\ Q_{22} \\ Q_{12} \\ Q_{66} \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

$$\bar{\mathbf{Y}} : \begin{Bmatrix} \int_{L_f} \bar{T}_i u_i^{*(1)} dl \\ \int_{L_f} \bar{T}_i u_i^{*(2)} dl \\ \int_{L_f} \bar{T}_i u_i^{*(3)} dl \\ \int_{L_f} \bar{T}_i u_i^{*(4)} dl \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

La solución a este sistema de ecuaciones se obtiene por el producto tensorial de la matriz \mathbf{S} y el vector \mathbf{Y} . Es importante resaltar que el número de desplazamientos virtuales equivale a la cantidad de constantes elásticas involucradas en el sistema.

Empleando el método de los campos virtuales, Chalal et al. [31], y Avril y Pierron [60] midieron campos de desplazamiento con técnica óptica de cuadrícula para caracterizar un compuesto de fibra de vidrio y matriz epóxica unidireccional (0° y 90°). El ensayo empleado fue flexión a cortante basado en el utillaje de Iosipescue sin muescas en la probeta. Wang et al. [61], utilizando un utillaje de Arcan con carga multiaxial, caracterizaron un compuesto de espuma de PVC, midiendo el campo de desplazamiento con DIC. Jiang et al. [18] y Zhou et al. [62], mediante un proceso de medición con un equipo de correlación digital de imágenes, identificaron los parámetros elásticos de un compuesto de tejido de aramida y uno de fibras de carbono unidireccional (0° y 90°) respectivamente, en un ensayo de flexión a 3 puntos. Finalmente, Cao y Xie [63], empleando un ensayo de compresión con DIC, identificaron las propiedades de una circunferencia impresa en plástico PLA.

2.3 Análisis comparativo de las metodologías de solución

De las investigaciones reseñadas orientadas a la identificación elástica en el plano, se encontraron una serie de características, fortalezas y debilidades que son el soporte y punto de partida de esta tesis. A continuación, se presenta el comparativo entre dichas investigaciones en relación con los métodos de solución del problema inverso, las técnicas de medición, los materiales y la geometría de los especímenes, y los resultados obtenidos.

Los trabajos referenciados presentan un conjunto de elementos metodológicos comunes, en la caracterización elástica de compuestos ortotrópicos en el plano. Éstos corresponden a: una probeta cuya geometría estimula las variables de búsqueda; una técnica de medición que describe con suficiente información el desplazamiento o las características naturales del sólido elástico; un modelo numérico, analítico o metamodelo que representa la física del problema, y un método de solución al problema inverso.

Los elementos comunes se unen en una mecánica de solución que se inicia con la medición de los campos de desplazamiento (luego transformados a deformación) o las características naturales del espécimen durante la experimentación. Los valores obtenidos de la medición se consideran el punto de referencia o entrada a la solución. Luego, el problema inverso se resuelve de forma matemática invirtiendo la matriz del sistema (método de los campos virtuales) o minimizando la diferencia entre el campo de referencia y un modelo que representa la física del problema (modelo de elementos finitos, metamodelo o analítico). Finalmente, las constantes elásticas inferidas se comparan con las de referencias para evaluar el proceso de caracterización.

La precisión en la inferencia de las propiedades depende de la sincronía y buen manejo de los elementos mencionados, de la correcta identificación del material de referencia y de su similitud constructiva al material de la probeta a identificar.

Ensayos experimentales y geometría del espécimen

En la identificación elástica con un solo ensayo experimental, se han utilizado diferentes tipos de pruebas tanto estáticas como dinámicas. En el primer caso (estático), se tiene tensión uniaxial [19, 22, 42, 44], biaxial [15], multiaxial [38, 56], flexión a tres puntos [57] y compresión [20]. En los estáticos uniaxiales, se emplean probetas con geometrías *open-hole* [22, 42, 44, 64], muescas en u [56], circulares [42], *dog-bone* [23] y rectangulares [20]; en el biaxial, se emplea geometría cruciforme [15].

Los defectos generados en la geometría crean un campo heterogéneo de deformación que estimula las variables de búsqueda en función de los parámetros conocidos [14]. Hasta ahora, no hay un estudio específico orientado a identificar la geometría apropiada para emplear en la identificación elástica a un solo experimento. En esta dirección, Lecompte et al. [15] analizan el efecto del agujero en el espécimen cruciforme, evaluando las propiedades en dos probetas una de ellas con agujero. En los resultados obtenidos, las diferencias entre ambos especímenes no son significativas. Por otra parte, Kowalczyk et al. [42] evaluaron el uso de una geometría *open-hole* y otra con muescas circulares en un ensayo a tensión. Los hallazgos muestran que las inferencias de las propiedades elásticas en el *open-hole* presentan más desviación estándar que las mismas en el espécimen de muescas circulares. Esta última tiene mayor error en la predicción de las propiedades, excepto para el módulo de Poisson.

En las pruebas de carga con el método de los campos virtuales, el ensayo de Iosipescu modificado (especimen sin muescas) es el más utilizado [12, 31, 60]. Esta selección se motiva por los requerimientos de las funciones y restricciones de los cuatro desplazamientos virtuales que garantizan la convergencia del problema inverso. Aunque Cao y Xie [63] emplean un espécimen circular, la inferencia requiere pruebas en diferentes ángulos de rotación del espécimen para obtener las propiedades de referencia del material. Esta configuración no es susceptible de implementar como prueba estándar de caracterización, ya que exige el conocimiento previo de los valores de referencia.

En ninguno de los estudios se reporta cuál es la zona óptima del ensayo experimental fuerza vs desplazamiento a inspeccionar para solucionar el problema inverso en búsqueda de las constantes elásticas. En general, las propiedades se calculan para un valor de fuerza específico seleccionado en un punto cualquiera de la zona elástica. Sin embargo, Lecompte et al. [15] establecen tres rangos de relación de fuerza axial y transversal en su ensayo biaxial; Zhou et al. [62] encuentran inestabilidad en el método, a bajos valores de fuerza de la zona elástica del experimento.

En los experimentos por vibración, en la inferencia elástica [16, 45], la geometría empleada en todos los casos es una placa rectangular sin restricciones de frontera. Este tipo de pruebas no exige una geometría específica. Sólo requiere excitar la estructura en un rango de frecuencias que cubra las frecuencias naturales del espécimen, y que los acelerómetros en lo posible no aporten peso significativo a la estructura (considerando que el modelo numérico está en función de las masas del sistema). Por lo tanto, se prefiere el uso de sensores de vibración láser o acelerómetros de muy bajo peso.

Soluciones numéricas

Como ya fue mencionado, el problema inverso de la identificación elástica ha sido resuelto por distintos investigadores con técnicas numéricas de optimización o con el método de los campos virtuales. En la técnica de optimización, la inferencia se ha implementado a través de estrategias de búsqueda local y global; la minimización local ha empleado métodos basados en gradientes [15, 16, 19, 23, 42, 44, 45]; mientras, la global, ha utilizado técnicas deterministas, estocásticas y estadísticas [17, 20, 22, 26, 38, 49, 50, 54, 56, 57]. En la técnica de campos virtuales, la solución se ha alcanzado al resolver la ecuación 2.11, e implementar apropiadas funciones de desplazamiento virtual ligadas al tipo de experimento realizado [18, 31, 60, 61, 63].

Las métodos de solución inversa empleados han demostrado ser efectivos en la inferencia elástica en pruebas realizadas a nivel numérico. Bajo esta condición, los errores en la caracterización mecánica posiblemente se derivan de desviaciones propias del proceso de medición y de las diferencias entre el material medido y el empleado como referencia. En este sentido, el estudio de Ficarella et al. [57] (véase Tabla 2.3) ha mostrado los mismos resultados en la caracterización elástica de un compuesto de matriz polimérica con refuerzos de fibra de carbono, empleando diferentes métodos de optimización.

En aspectos como rendimiento y velocidad de ejecución en los algoritmos de inferencia, el método de campos virtuales ha demostrado ser más rápido respecto a las técnicas de optimización, ya que el método no opera bajo iteraciones ni resuelve modelos de elementos finitos. Dentro de las técnicas de minimización, las basadas en gradientes requieren menor tiempo de convergencia respecto a las de búsqueda global. Con valores entre 5 y 20 iteraciones [15, 42] para las de gradientes, y entre 200 a 5000 [20, 22, 56] para las de búsqueda global, el número de iteraciones varía de acuerdo con el método y con las restricciones de convergencia.

Las técnicas de optimización basadas en gradientes no presentan los límites de los parámetros iniciales, en los cuales el método de gradientes garantice que el óptimo local sea además un óptimo global. Adicionalmente, los estudios abordados no relacionan el por qué seleccionar el algoritmo de Levenberg-Marquardt en lugar de Gauss-Newton. Es decir, en el problema particular a resolver, que es la inferencia, no se identifican las razones que llevan al término $J(x)$ a ser de rango deficiente. Bajo estos argumentos, sólo Mollimar et al. [44] exploran puntos de inicio con valores de $\pm 50\%$ respecto a la referencia. En todos los casos, el algoritmo converge en el mismo valor, sin variaciones en el error de inferencia (véase referencia [44], Tabla 2.2).

En los trabajos reseñados, se identifica que la función de optimización o costo está conformada por la norma L_2 del error o diferencia entre una variable medida en el experimento y otra obtenida por el modelo directo. Las variables más empleadas, al interior de esta función, son las deformaciones para los experimentos estáticos y las frecuencias para los experimentos dinámicos. Lasn et al. [54] proponen que la función de costo, empleando los modos de deformación de la estructura, permite reducir el error en la inferencia del módulo a cortante. Finalmente, se destaca que es posible realizar la inferencia elástica con los campos de desplazamiento; la dificultad de esta implementación radica en la falta de información que estimule las variables a inferir.

Materiales y modelos directos

El problema inverso a resolver está definido como identificación elástica en el plano de compuestos ortotrópicos. En esta categoría, las investigaciones consultadas emplean polímeros reforzados con: fibra de carbono [16, 22, 23, 38, 42, 44, 45, 61–63], vidrio [15, 26, 31, 49, 50, 54, 56, 57, 60], lino [17] y tejidos de aramida [18]; así mismo en titanio laminado [64] y madera pino [20]. En los materiales con fibras, la ley constitutiva que gobierna la solución pertenece al modelo de esfuerzo plano presentado en la ecuación 2.9. Todas las configuraciones de los apilamientos son del tipo simétrico balanceado, predominando las láminas a 0° y 90° . Ninguno de los trabajos referenciados realiza un análisis de la efectividad del método de inferencia elástica respecto al grado de ortotropía del material. Gran parte de los materiales empleados se fabrican con métodos tradicionales, para garantizar buenos acabados superficiales. Estudios de identificación elástica a un solo experimento, aún no se han ejecutado, en especímenes impresos con fibras de carbono largas; tampoco se han estudiado los efectos que el acabado superficial del espécimen produce sobre la caracterización mecánica.

A excepción de los campos virtuales, la mayoría de los modelos directos que representan la física del problema se construyen a partir de elementos finitos. La cantidad de puntos medidos con técnicas ópticas requieren de mallas densas que facilitan la comparación, uno a uno, de los puntos medidos en el experimento y los puntos de Gauss del modelo de elementos finitos. Esta limitación eleva el costo computacional y, por defecto, la demora en la convergencia del problema. En este sentido, algunos trabajos han reemplazado el modelo de elementos finitos por metamodelos con máquinas de soporte vectorial [23], B-splines racionales no uniformes [51] y redes neuronales [55]. Otros estudios han empleado técnicas de reducción, para disminuir la cantidad de puntos involucrados en la norma de la función de costo; tal es el caso de la reducción, mediante la descomposición ortogonal, utilizada por Gogu et al. [22].

Técnicas de medición y resultados de inferencia

En la medición de los campos de deformación, algunas investigaciones emplean, en los ensayos estáticos, técnicas ópticas de interferometría de patrón electrónico de *speckles* [19], interferometría de Moire [16, 22, 44], cuadrícula [31, 60] y correlación digital de imágenes [15, 18, 20, 23, 38, 56, 61, 63] para la medición de los campos de deformación. Por su parte, en los ensayos dinámicos se utilizan técnicas de vibración o resonancia [16, 17, 45, 49, 50, 54] para determinar las frecuencias naturales y los modos de deformación. Los porcentajes de desviación de los parámetros elásticos obtenidos al resolver el problema inverso con las diferentes técnicas reseñadas se presentan en las tablas 2.2, 2.3 y 2.4. La primera corresponde a optimización por gradiente; la segunda, a optimización global, y la última al método de los campos virtuales.

En las tablas, la nomenclatura empleada corresponde a: MO, método de optimización; MM, método de medición; GN, método de Gauss Newton; LM, método de Levenberg-Marquardt; RL, regresión lineal; AG, algoritmo genético; S, método Simplex; SA, recocido simulado; MC, método de Monte Carlo; B, método bayesiano; HFSA, método híbrido con recocido simulado; HFHS, método híbrido con búsqueda armónica; HFBBC, híbrido con Big Bang-big crush; IS, interferómetro de patrón electrónico de *speckle*; DIC, correlación digital de imágenes; IM, interferómetro de Moiré; MC, método de cuadrícula; MV, método por vibraciones; PRFV, polímero reforzado con fibra de vidrio; PRFC, polímero reforzado con fibras de carbono; MP, madera pino, PRFF, polímero reforzado con fibras flax (lino); PVC, espuma de cloruro de polivinilo y A, aramida.

Tabla 2.2. Porcentaje de error en la inferencia elástica de materiales compuestos ortotrópicos empleando técnicas de optimización basado en gradientes

Fuente	MO y MM	Material	E_{xx}	E_{yy}	ν_{xy}	G_{xy}
[19]	GN e IS	Ti6Al4V	1.7 %	1.7 %	6.5 %	4.6 %
[15]	GN y DIC	PRFV	12.6 %	19.7 %	16.7 %	10.3 %
[42]	GN y DIC	PRFC	2.3 %	5.0 %	8.54 %	1.6 %
[44]	LM e IM	PRFC	0.4 %	2.2 %	6.2 %	5.2 %
[16]	LM e MV	PRFC	4.26 %	2.1 %	36.66 %	8.9 %
[45]	LM y MV	PRFC	2.1 %	2.1 %	5.8 %	3.7 %
[23]	RL y DIC	PRFCC	5.9 %	2.5 %	14.3 %	11.8 %

De los resultados presentados en las tablas 2.2, 2.3 y 2.4, se evidencia un amplio rango de desviaciones de los parámetros inferidos. Las variaciones se deben a la selección y combinación de los diferentes elementos que conforman la metodología de inferencia. Alguno de estos son: tipo de ensayo, técnica de solución del problema inverso, geometría del espécimen, tipo de material, secuencias de apilamiento, método de medición, precisión de los equipos de ensayo, manejo de los errores, entre otros. Bajo estas condiciones, el análisis de los resultados se direcciona a la búsqueda de elementos comunes y generalidades creadas por los estudios citados, y, al mismo tiempo, a describir particularidades que son propias de un conjunto de ellos.

Tabla 2.3. Porcentaje de error en la inferencia elástica de materiales compuestos ortotrópicos empleando técnicas de optimización global

Fuente	MO y MM	Material	E_{xx}	E_{yy}	ν_{xy}	G_{xy}
[49]	AG y MV	PRFV	0.8 %	1.6 %	72.1 %	2,36 %
[17]	AG y MV	PRFF	5.5 %	44.6 %	37.5 %	10.9 %
[50]	AG y MV	PRFC	5.5 %	1.1 %	--	--
[54]	S y MV	PRFV	2.2 %	2.6 %	--	--
[38]	S y DIC	PRFC	1.0 %	0.0 %	3.6 %	0.0 %
[20]	S y DIC	MP	15.8 %	5.0 %	26.3 %	79 %
[26]	SA e IS	PRFV	0.2 %	0.3 %	0.0 %	0.0 %
[56]	MC y DIC	PRFC	0.2 %	0.2 %	0.0 %	0.0 %
[22]	B e IM	PRFC	2.8 %	6.5 %	2.9 %	13.8 %
	HFSA e IS		0.2 %	0.2 %	0.0 %	0.3 %
[57]	HFHS e IS	PRFV	0.2 %	0.2 %	0.0 %	0.2 %
	HFBB e IS		0.3 %	0.3 %	0.0 %	0.3 %

Tabla 2.4. Porcentaje de error en la inferencia elástica de materiales compuestos ortotrópicos empleando el método de los campos virtuales

Fuente	MM	Material	E_{xx}	E_{yy}	ν_{xy}	G_{xy}
[31]	MC	PRFV	17.1 %	44.5 %	62.7 %	4.1 %
[60]	MC	PRFV	6.4 %	6.5 %	14.5 %	1.9 %
[61]	DIC	PVC	7.1 %	19.0 %	61.53 %	13.33 %
[18]	DIC	A	0.6 %	6.18 %	3.8 %	0.8 %
[62]	IM	PRFC	2.9 %	2,8 %	15.9 %	0.6 %
	DIC	PRFC	9.65 %	8.1 %	641.2 %	11.6 %
[63]	DIC	PRFA	1.6 %	1.12 %	1.8 %	1.0 %

Un rasgo general de los resultados que aparecen en las tablas referenciadas es la baja correlación existente en el parámetro módulo de Poisson, en donde se presenta la mayor desviación respecto al resto de los parámetros; esta particularidad coincide con los métodos estándar de caracterización [22]. Por otra parte, las técnicas de interferometría muestran menor porcentaje de desviación que sus contrapartes cuadrícula y DIC; lo anterior por la precisión y sensibilidad del equipo debido al uso de fuentes láser [21] y su robustez a las señales de ruido [16]. En esta dirección, Zhou et al. [62] comparan interferometría con DIC en su ensayo de caracterización, encontrando mayor precisión para el interferómetro sobre el equipo de correlación digital de imágenes (véase Tabla 2.4).

En cuanto al método de los campos virtuales, la inferencia de las propiedades en los materiales relacionados tienen mayor desviación, respecto a las técnicas de optimización; los resultados alcanzados con el ensayo de flexión a tres puntos [18, 62] presentan mayor aproximación respecto a los de Iosipescu modificado [31, 60] y al de utillaje de Arcan [61]. En línea con este argumento, otro tipo de ensayo con otras condiciones de desplazamiento virtual podría mejorar la inferencia elástica en el plano para esta técnica inversa.

Orientados a mejorar los aciertos en la inferencia de las propiedades elásticas en el plano, se han implementado diferentes estrategias para reducir el error. Uno de ellos es el manejo de los errores sistemáticos y aleatorios del proceso de medición con DIC. En este sentido, Gu y Pierron [65] realizan modificaciones en las variables *subset*, *step* y tamaño de ventana o filtro; esta última corresponde al área de elementos empleados para obtener el valor de deformación del centro de cada elemento. Los resultados indican que los incrementos en estas variables ejercen un efecto opuesto en los errores; es decir, las reducciones de un error generan aumentos en el otro. Adicionalmente, el incremento del muestreo, a través de un valor pequeño de la variable *step*, puede reducir el valor del error total.

Estas mismas tres variables (*subset*, *step* y filtro) afectan una tercera variable llamada tamaño del VSG⁵; el valor de esta variable corresponde al área promedio de deformaciones empleada para asignar la deformación de un centro de *subset*. Un alto valor de VSG implica un bajo gradiente de deformación; pero, a su vez, disminución del ruido en los campos de deformación. Los valores pequeños generan altos gradientes que a su vez aumentan el ruido [66]. En esta dirección Henriques et al. [20] y He et al. [67] buscan un adecuado compromiso entre *step*, *subset* y filtro para alcanzar la mejor inferencia.

Otras de las alternativas para mejorar la inferencia de las propiedades elásticas han involucrado cambios en los tamaños de la región de interés o área de medición óptica. Con este enfoque, Jiang et al. [18] determinan que cuanto mayor es el área de la región de interés menor es el error de inferencia de los parámetros buscados. Por otro lado, a nivel numérico, Mollimard et al. [44] demuestran que al aumentar el tamaño del agujero en una geometría *open-hole* mejoran la inferencia en el parámetro relación de Poisson. Así mismo, determinan que las variables del módulo de Young transversal y Poisson son altamente sensibles al grado de anisotropía del material. Es decir, menos anisotrópico es el material más sensible son las variables mencionadas.

2.4 Resumen

La identificación de los parámetros elásticos en el plano, de materiales compuestos ortotrópicos, es un proceso que actualmente es posible realizar, a través de un solo ensayo experimental estático o dinámico. Esto es contrario a lo que sucede en la caracterización elástica con métodos estándar que requieren un mínimo de tres ensayos experimentales. Los diferentes grupos de investigación han realizado la caracterización elástica, empleando métodos de minimización (global y por gradientes) o utilizando el método de campos virtuales que resuelve la inversa del problema matemático imponiendo condiciones estratégicas de frontera. Cada uno de los métodos mencionados han sido acoplados a campos de deformación, frecuencias naturales o modos de deformación previamente medidos por medio de técnicas ópticas avanzadas o de resonancia.

Dada la complejidad del problema inverso y la cantidad de variables comprometidas hasta ahora, los resultados alcanzados por los diferentes grupos de investigación presentan grandes variaciones en las desviaciones porcentuales de la inferencia de cada parámetro. En este sentido, se ha evidenciado que la fluctuación del error se asocia fuertemente al proceso experimental, más que al método numérico o matemático empleado para resolver el problema.

⁵del inglés *virtual strain gauge*

De todos los resultados y los aportes presentados por los estudios previos, se identifican una serie de vacíos que constituye el punto de partida de esta tesis y cuyas mejoras contribuyen a disminuir el error en la inferencia. De las investigaciones relacionadas ninguna realiza un estudio: del manejo del patrón superficial para mejorar la correlación de las imágenes y, por ende, los campos de deformación; de la evaluación de la capacidad del método en la inferencia elástica en compuestos desarrollados con manufactura aditiva; sobre la configuración óptica que permita la medición apropiada de campos heterogéneos de deformación; que busque el mejor compromiso entre ruido y gradiente de deformación para minimizar los errores en la inferencia; direccionado a evaluar de la efectividad del método ante la variación ortotropía del material; enfocado a estrategias numéricas direccionadas a mejorar la inferencia en las propiedades con mayor errores de desviación; dirigidos a aumentar la velocidad de convergencia de las soluciones; enfocado al análisis para establecer los límites de parámetros iniciales en minimización global, entre otras.

Parte II

Metodología

Desarrollo de la herramienta numérica para la caracterización elástica

La caracterización elástica empleando un solo ensayo experimental demanda de un proceso numérico para la minimización de la función de costo, suma cuadrática de los residuos (norma $L2$), de las deformaciones experimentales y las obtenidas en un modelo que representa el problema directo. En este capítulo, se presentan conceptos, métodos y herramientas requeridos en el desarrollo del algoritmo que realiza el proceso numérico para resolver el problema de inferencia. El algoritmo elaborado se somete a pruebas de verificación, simulando un escenario experimental que permite evaluar parte de su comportamiento en condiciones reales.

3.1 Conceptos iniciales

En los últimos años se ha denominado FEMU¹ a una herramienta numérica, conformada por métodos de optimización y modelos directos elaborados con elementos finitos, empleada para resolver el problema inverso de identificación de los parámetros elásticos a un solo experimento.

A continuación se presentan los conceptos iniciales que definen cada uno de los elementos de la herramienta FEMU, la cual ha sido diseñada para la caracterización elástica en el plano de compuestos fabricados con manufactura aditiva.

3.1.1 Método de optimización

En el ámbito FEMU, el método de optimización se refiere al conjunto de métodos numéricos orientados a identificar el candidato idóneo entre diversas alternativas sin la necesidad de evaluar explícitamente cada una de ellas. Los métodos de optimización se apoyan en un soporte matemático y un conjunto de rutinas, los que llevados a algoritmos se resuelven a través de una determinada capacidad de cómputo [52].

Los problemas de optimización se abordan a partir de dos enfoques principales: uno denominado búsqueda local, y el otro, global. El primer enfoque basado en gradientes, donde el gradiente de la función objetivo se utiliza para buscar el punto óptimo [46]. Este tipo de métodos requiere de funciones suaves y al menos dos veces diferenciable en el dominio del espacio de diseño. Dado que esta metodología de solución solamente utiliza información en un determinado punto de la función (local), la convergencia se da de manera que no se puede garantizar que el óptimo sea global. En el segundo enfoque, búsqueda global, el mínimo se debe explorar en el conjunto solución generado por la evaluación de la función de costo en el espacio de diseño [46]. En este sentido, la búsqueda del mínimo se realiza a partir de métodos determinísticos o estocásticos. En el primer grupo, el mínimo se obtiene por medio de la búsqueda exhaustiva en el espacio de diseño, y, en el segundo, a través de la selección aleatoria de puntos de diseño [68].

¹Por sus siglas en inglés: *finite elements method updating*

Existen tres problemas no lineales de interés para resolver por optimización; estos son: solución de un sistema de ecuaciones, minimización de una función y selección de los parámetros para mínimos cuadrados [41]. Estos tres problemas pueden ser matemáticamente equivalentes bajo determinadas hipótesis, pero a nivel de solución estos problemas son tratados con diferentes algoritmos. El problema de caracterización elástica de materiales compuestos, tema de interés de esta tesis, se orienta a la determinación de los parámetros de un modelo que permiten el ajuste entre dos superficies de deformación. Este problema en particular pertenece a la categoría de selección de los parámetros de mínimos cuadrados no lineales, y su solución se puede plantear por cualquier método de optimización.

Existen métodos eficientes que tratan el problema de mínimos cuadrados no lineales como uno de minimización no restringida con ecuaciones no lineales [41]. En éstos, la convergencia puede ser lineal, súper lineal o cuadrática, según sea el grado de las derivadas empleadas en el modelo o en la metodología de solución de las derivadas. Los métodos en mención son Gauss-Newton (GN), Levenberg-Marquardt, Powell's Dog leg, entre otros [69]; cada uno de ellos se basa en gradientes y se diseñan específicamente para los problemas de mínimos cuadrados no lineales. En este trabajo de investigación, se utiliza el método de GN, dado su velocidad de convergencia y facilidad de acoplamiento con funciones discretas basadas en elementos finitos. El inconveniente de este método podría radicar en encontrar el punto de inicio óptimo que garantice la convergencia global al problema de solución planteado.

Optimización por gradientes

Los métodos numéricos basados en el cálculo de gradientes son iterativos. El mismo cálculo se repite en cada iteración, mejorando el diseño inicial hasta alcanzar las dos condiciones de optimalidad, que definen a x^* como un mínimo local para la función de costo $f(x)$ [46].

Condición de optimalidad 1:

$$\frac{\partial f(x^*)}{\partial x_i} = 0, i = 1, 2, 3... \quad (3.1)$$

donde, x^* es el valor de la variable independiente que otorga el mínimo a la función de costo $f(x)$.

Condición de optimalidad 2:

$$H(x^*) = \left| \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right|_{(n \times n)} > 0 \quad (3.2)$$

En forma general, los métodos de optimización por gradientes son descritos por la expresión:

$$x_{k+1} = x_k + \Delta x_k, k = 1, 2, .. \quad (3.3)$$

donde, k es el número de iteración; x , vector o variable independiente (punto de diseño), y Δx_k , cambio en el punto actual. Si se está en la posición x_k y ésta no es el punto mínimo, es decir no satisface las condiciones 1 y 2; entonces, se debe buscar un punto $x_{(k+1)}$ que permita reducir el valor de la función de costo respecto al valor que se tenía en el punto x_k ; es decir,

$$f(x_{k+1}) < f(x_k). \quad (3.4)$$

La función de costo y las restricciones, cada una con sus respectivas derivadas, juegan un papel importante en la determinación de Δx_k . Existen diversos métodos para calcular Δx_k ; la mayoría de ellos la descomponen en dos partes ($\Delta x_k = \alpha d$). Una es la dirección de descenso (d), y la segunda es el paso dado en el descenso (α). El proceso de optimización consiste en encontrar los valores ideales de d_k y α_k , que cumplan con $\nabla f(x_k)^T d_k < 0$ y $f(x_k + \alpha_k d_k) < f(x_k)$, y que al sumarse a las variables de diseño, lleven a ésta a alcanzar el mínimo de la función de costo. Es importante resaltar que el algoritmo deberá, en lo posible, alcanzar el mínimo en la menor cantidad de iteraciones; lo anterior enfocado a disminuir el costo computacional.

Los métodos de optimización difícilmente generarán un punto de diseño que cumpla con $f(x^*) = 0$ normalmente, lo que se logra conseguir son valores muy aproximados y suficientemente cercanos al valor óptimo. Para detener el proceso de iteración, se recomienda establecer una condición de convergencia, de tal manera que el punto de diseño permita a la función estar lo más cercano a cero. En la práctica, los usuarios suministran una medida de proximidad deseada, denotada por ϵ , y el algoritmo se interrumpe cuando se cumple $|f(x_{k+1})| \leq \epsilon$ [40].

Método clásico de Newton

Los métodos de Newton juegan un papel importante en la solución de problemas de optimización no lineal; Isaac Newton se inspiró en el método de Vieta, luego el método fue mejorado por Raphson; es por esto que a menudo se conoce como ‘Newton-Raphson’ [70]. Para resolver el problema, Newton lo simplificó reemplazando la función no lineal por una expansión de Taylor en una configuración de segundo orden, obteniendo:

$$f(x_{k+1}) = f(x_k) + Jd + \frac{1}{2}d^T H d + R \quad (3.5)$$

donde, \mathbf{J} es la matriz Jacobian y equivale a ∇f^T (matriz gradiente); $d = x_{k+1} - x_k = \Delta x_k$; $H = \nabla^2 f$ (matriz Hessian), y R , son los términos restantes que son más pequeños que los términos previos.

La expansión de Taylor declara que el valor de una función en un punto puede ser aproximado en su vecindad por un polinomio que depende únicamente del valor de la función en un punto cercano y sus derivadas [46]. Una vez la función se reemplaza por el modelo de Taylor, la optimización se realiza derivando la nueva función respecto al término d e igualando a cero; esto lleva a obtener la expresión $d_k = -[H_k]^{-1} \nabla f$. El método de Newton es de gradiente en donde $\alpha = 1$. El algoritmo 1 a continuación resume el método; la estructura planteada sigue la propuesta de Beirlaire [40].

En aquellos casos donde la matriz Hessiana no es fácil de evaluar o requiere mucho esfuerzo computacional aparece el método de Quasi-Newton; donde la matriz es aproximada por una matriz B_k [47] que generalmente se calcula usando únicamente primeras derivadas. El Método de Newton tiene convergencia cuadrática, y ésta es posible, cuando el punto de inicio es cercano al punto que minimiza $f(x)$ [40]. Lo anterior debido a su naturaleza basada en la expresión de Taylor. Para alcanzar la convergencia global desde cualquier punto dado por el usuario, el método de Newton requiere operar con algoritmos de aproximación, como pueden ser búsqueda lineal o región de confianza, entre otros [41].

Algoritmo 1: Algoritmo clásico de Newton

Objetivo:

Minimizar $f(x)$

Entrada:

Gradiente de la función (∇f)

Hessiana de la función (H)

Punto de diseño inicial (x_0)

Valor $\epsilon > 0$

$\alpha := 1$

Iniciar:

$k := 0$

Repetir:

$d_k := -[H_k]^{-1}\nabla f$

$x_{k+1} := x_k + \Delta x_k$

$k := k + 1$

Hasta que:

$|x_{k+1} - x_k| < \epsilon$

Salida:

$x^* = x_k$, Aproximación a la solución

Por otra parte, el método de Newton podría presentar inconvenientes con el valor del paso de descenso. En algunos casos, la solución oscila entre determinados valores y no converge; esto debido a que existe una desproporción de la longitud del paso y el valor de decrecimiento de la función objetivo. Así mismo, el método de Newton puede presentar degeneración del paso que no lleva a la solución óptima y se estanca en un valor intermedio. Estos problemas, con el paso de descenso, se resuelven cumpliendo las condiciones de Wolf [71] y [72]. La primera, el decrecimiento suficiente, permite rechazar pasos que a pesar de ser demasiado largos no brindan suficiente decrecimiento de la función. La segunda, el progreso suficiente, garantiza un paso lo suficientemente largo para un crecimiento adecuado de la derivada direccional.

Mínimos cuadrados no lineales

Los problemas de mínimos cuadrados son un caso especial de minimización no restringida con una estructura particular. El problema a resolver se define como:

$$\min_{x \in R^n} f(x) = \frac{1}{2} r(x)^T r(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m [r_i(x)]^2, \quad m \geq n \quad (3.6)$$

donde, r es una función no lineal de x ($r : R^n \rightarrow R^m$); m , el número de ecuaciones que determinan el modelo; n , la cantidad de parámetros del modelo; $m > n$ define un sistema sobredeterminado; $m = n$ define un sistema bien determinado, y $r_i(x)$, la función de residuo.

Lo que se requiere es minimizar la función de residuos, correspondiente a la suma cuadrada de los residuos. La solución a este problema tiene aplicaciones en ajuste de datos, estimación de parámetros, aproximación de funciones entre otras. En el caso específico de ajuste o estimación de parámetros, $r_i(x)$ se determina por la expresión:

$$r_i(x) = \phi(t_i, x) - y_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (3.7)$$

donde, $\phi(t_i, x)$ es la función modelo; t , la variable independiente que rige a la función modelo; x , parámetros de la función, y y_i , datos experimentales. La solución se direcciona a encontrar el valor de los parámetros x que garantizan el mejor ajuste entre la función (ϕ) y los datos experimentales y_i .

La solución de los problemas de mínimos cuadrados no lineales para ajuste se podría resolver, utilizando el método de Newton. Sin embargo, esto sería costoso, dado que las ecuaciones normales tienden a ser mal condicionadas, impidiendo que el método no alcance los mínimos locales. Para dar solución a este problema, surge el método de Gauss-Newton, el cual es direccionado a linealizar el problema.

Método de Gauss-Newton

Para definir el método de Gauss-Newton, primero se determinará el método de Newton en problemas de mínimos cuadrados no lineales; para ello se debe tener en cuenta las siguientes consideraciones:

$f(x) = \frac{1}{2}r(x)^T r(x)$ la función de costo, donde $r_i(x) = \phi(t_i, x) - y_i$

J_x =Jacobiano de $r(x)$

$m(x) = \nabla f(x) = \sum_{i=1}^m r_i(x)\nabla(r_i(x)) = J(x)^T r(x)$, gradiente de la función $f(x)$

$M(x) = \nabla^2 f(x) = \sum_{i=1}^m (\nabla r_i(x)\nabla \frac{1}{2}r_i(x)^T + r_i(x)\nabla^2 r_i(x)) = \text{Hessian de } f(x)$, simplificada como, $M(x) = J(x)^T J(x) + S(x)$, con $S(x) = \sum_{i=1}^m r_i(x)\nabla^2 r_i(x)$.

además, se debe considerar un modelo para $f(x)$ por medio de la expansión de Taylor:

$$f(x_{k+1}) = f(x_k) + m(x_k)^T(x - x_k) + \frac{1}{2}(x - x_k)^T M(x_k)(x - x_k) \quad (3.8)$$

ahora bien, reemplazando cada una de las consideraciones realizadas en la ecuación 3.8 se obtiene:

$$f(x_{k+1}) = \frac{1}{2}r(x_k)^T r(x_k) + (J(x_k)^T r(x_k))^T(x - x_k) + \frac{1}{2}(x - x_k)^T J(x_k)^T J(x_k) + S(x_k)(x - x_k) \quad (3.9)$$

derivando e igualando a cero:

$$x_{k+1} = x_k - (J(x_k)^T J(x_k) + S(x_k))^{-1} J(x_k)^T r(x_k) \quad (3.10)$$

La ecuación 3.10 es el método de Newton para un problema de mínimos cuadrados, donde:

$$\Delta x_k = \alpha d = (J(x_k)^T J(x_k) + S(x_k))^{-1} J(x_k)^T r(x_k) \quad (3.11)$$

esta expresión tiene las ventajas y los inconvenientes típicos del método de Newton antes comentados. $S(x)$ contiene las segundas derivadas que son las operaciones difíciles de implementar y procesar.

El planteamiento de Gauss-Newton considera los residuos cero o pequeños. Es decir los valores de y_i iguales o cercanos a los de $\phi(t_i, x)$. Esta suposición linealiza el problema y esto lleva a la expresión:

$$x_{k+1} = x_k - (J(x_k)^T J(x_k))^{-1} J(x_k)^T r(x_k) \quad (3.12)$$

la expresión Δx_k tiene la forma $J(x_k)^T J(x_k)^{-1} J(x_k)^T r(x_k)$, y si se compara con el Δx_k obtenido en el Algoritmo 1, se aprecia que el término $[\nabla^2 f]$ es equivalente a $J(x)^T J(x)$. Esto último valida que un término de segundo orden sea reemplazado por uno de primero, ratificando la linealización del problema. Esta condición garantiza la convergencia del algoritmo, ya que el producto $J(x)^T J(x)$ es, al menos, positivo definido. El Algoritmo 2 presenta al método de Gauss-Newton en mínimos cuadrados no lineales para ajuste.

Algoritmo 2: Algoritmo de Gauss-Newton

Objetivo:

Minimizar $f(x) = \frac{1}{2} r(x)^T r(x)$

Entrada:

Funcion $r(x)$
 J_x , Matriz gradiente de $r(x)$
Punto de diseño inicial (x_0)
Valor $\epsilon > 0$

Iniciar:

$k := 0$

Repetir:

$\Delta x_k := -(J(x_k)^T J(x_k))^{-1} J(x_k)^T r(x_k)$
 $x_{k+1} := x_k + \Delta x_k$
 $k := k + 1$

Hasta que:

$|x_{k+1} - x_k| < \epsilon$

Salida:

$x^* = x_k$, Aproximación a la solución

La interpretación de $S(x)$ incide en la solución del problema; según Wenyu y Ya-Xiang [39], si $S(x^*) = 0$, el método de Gauss-Newton es cuadráticamente convergente; si $S(x^*)$ es pequeño relativo a $J(x^*)^T J(x^*)$, el método es linealmente convergente; finalmente, si $S(x^*)$ es demasiado grande, el método no convergerá. Igual que el método de Newton este tipo de soluciones (Gauss-

Newton) siempre estarán en la dirección de descenso si $J(x)$ es de rango completo; ya que esto obliga a $J(x)^T J(x)$ a ser definida positiva. El método de Gauss-Newton hereda los mismos problemas del método de Newton respecto al paso de descenso; malos pasos convergen en soluciones erróneas. Para estos casos, se debe mejorar el tamaño del paso utilizando técnicas de búsqueda lineal o región de confianza. El algoritmo que implementa el segundo caso junto al método de Gauss-Newton se conoce como Levenberg-Marquardt; se emplea para los casos en donde el término J_x es de rango deficiente o $\nabla^2 f(x)$ no sea definida positiva y hace que el método de Gauss-Newton no trabaje adecuadamente.

3.1.2 Ensayo experimental, geometría del espécimen y campos de deformación

Como ya se ha indicado, la inferencia elástica con FEMU se alcanza al ajustar los campos de deformación de un modelo de elementos finitos respecto a unos experimentales establecidos como referencia. En esta tesis doctoral, para obtener los campos de referencia se elige una geometría *Open-Hole Tension-OHT* (véase Figura 3.1) definida por la norma ASTM D-5766 [73] y un ensayo de tensión cuasi estático uniaxial. Esta selección se ha realizado ya que éstos son habituales para este tipo de caracterizaciones de las propiedades del material, por su capacidad de generar campos heterogéneos necesarios para estimular los parámetros a identificar. Además, las maquinas a emplear durante los experimentos se pueden encontrar en la mayoría de laboratorios de materiales.

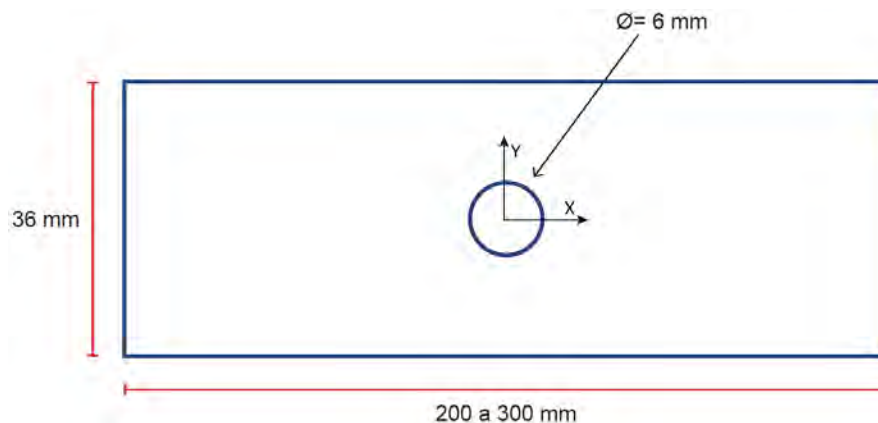


Figura 3.1. Características geométricas *Open-Hole Tension* según norma ASTM D-5766.

Para obtener los campos de deformación, es necesario emplear un método de medición óptico que mida los desplazamientos en un área determinada en la probeta a ensayar, denominada región de interés (ROI²), (véase Figura 3.2). Los desplazamientos obtenidos, posteriormente, se convierten en superficies de deformación a través de: técnicas de elementos finitos, funciones de forma de deformación, entre otras. Para la implementación del método FEMU, en esta tesis se emplea la técnica óptica de correlación digital de imágenes (DIC). Los detalles de uso y configuración del equipo DIC, para los especímenes en estudio, se cubren en el Capítulo cuatro de esta tesis. A nivel ilustrativo, en la Figura 3.3, se muestran tres campos de deformación obtenidos de los desplazamientos medidos con DIC en un compuesto fabricado con manufactura aditiva.

²Por sus siglas en inglés *region of interest*

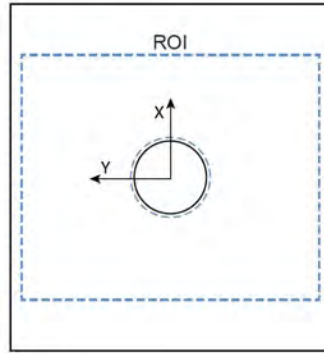


Figura 3.2. Región de interés en la geometría de la probeta de ensayo OHT.

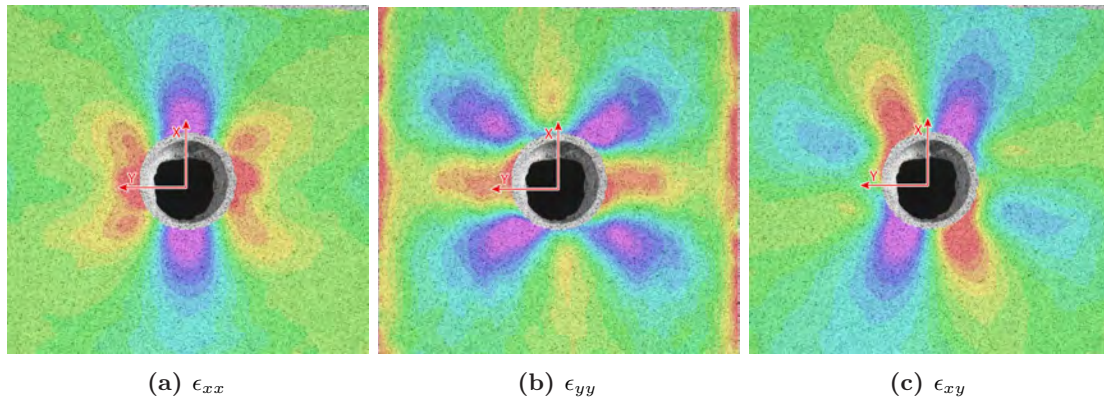


Figura 3.3. Ejemplo de campos de deformación medidos con DIC en la ROI de una probeta OHT: (a) deformación vertical, (b) deformación horizontal y (c) deformación cortante.

3.1.3 Modelo directo

Para dar solución al problema de caracterización elástica, se requiere de un modelo directo que represente la física del problema a resolver. Como ya hemos mencionado, en la metodología FEMU, este modelo se elabora con elementos finitos; lo anterior, se da, ya que no se disponen de modelos analíticos. En aquellos casos en los cuales es necesario reducir el tiempo de solución y el esfuerzo computacional en los problemas de inferencia, se suele sustituir el modelo de elementos finitos (MEF) por un metamodelo. Esto usualmente es empleado en las técnicas de optimización global donde se requieren largos procesos de iteración en la búsqueda de la solución. Para construir el MEF en la inferencia con FEMU, se requiere primero definir el modelo constitutivo que gobierna el comportamiento del material a identificar.

Modelo constitutivo

El problema de identificación elástica se centra en materiales compuestos desarrollados con manufactura aditiva; la tecnología empleada en la fabricación de los especímenes es extrusión FFF/FDM con fibras continua de carbono. Los materiales obtenidos bajo esta técnica de manufactura pertenecen a la categoría de compuestos laminados. Cada una de las capas obtenidas con impresión FFF se trata como una lámina reforzada de fibra unidireccional y su comportamiento es el de un material ortotrópico. En las ecuaciones constitutivas $\{\sigma\} = [C]\{\epsilon\}$ y $\{\epsilon\} = [S]\{\sigma\}$, la matriz de flexibilidad S (inversa de la matriz de rigidez C) para un material ortotrópico puede ser expresada como:

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & \frac{-\nu_{21}}{E_{22}} & \frac{-\nu_{31}}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}} & \frac{-\nu_{32}}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_{11}} & \frac{-\nu_{23}}{E_{22}} & \frac{1}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

donde, E corresponde a el módulo de Young para cada una de las tres direcciones principales del material; ν es la relación de Poisson; G, el módulo de cortante, y los números 1, 2 y 3 son el sistema de referencia local de la lámina.

Un laminado lo constituyen dos o más láminas adheridas que actúan como elemento estructural. Cada lámina se orienta a un ángulo diferente respecto al sistema global de referencia del laminado, para obtener un comportamiento deseado en función de las condiciones de carga. En esta tesis, el interés se centra en la identificación elástica en el plano. En este caso, la configuración posible de resolver junto al método FEMU corresponde a laminados simétricos balanceados de N capas y espesor 2h. La matriz de rigidez y flexibilidad, para esta configuración específica, puede ser expresada como:

$$[\bar{C}] = \sum_{k=1}^N \frac{t_k}{2h} [\bar{C}_k] \quad (3.14)$$

$$[\bar{S}] = [\bar{C}]^{-1} \quad (3.15)$$

donde, \bar{C} es la matriz de rigidez transformada.

La gran mayoría de configuraciones utilizadas con materiales compuestos laminados se caracterizan por una geometría plana de espesor delgado cuyo estado de carga se define en el plano; este tipo de configuración se asume como una situación de esfuerzo plano. Esta consideración simplifica la matriz de flexibilidad (ecuación 3.13), asumiendo $\sigma_{ZZ} = 0$, $\tau_{yz} = 0$ y $\tau_{xz} = 0$. La anterior composición requiere sólo de 4 propiedades independientes: E_{xx} (módulo de Young dirección longitudinal), E_{yy} (módulo de Young dirección transversal), G_{xy} (módulo de rigidez a cortante) y ν_{xy} (relación de Poisson entre la deformación longitudinal y transversal), para la caracterización mecánica en el rango elástico del material. Esta simplificación lleva a obtener la siguiente matriz de flexibilidad:

$$[S] = \begin{bmatrix} 1 & -\nu_{yx} & 0 \\ \frac{E_{xx}}{E_{yy}} & \frac{1}{E_{yy}} & 0 \\ -\nu_{xy} & \frac{1}{E_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

La matriz $[S]$ (expresión 3.16) junto a las expresiones $\{\sigma\} = [C]\{\epsilon\}$, $\{\epsilon\} = [S]\{\sigma\}$ y la ecuación 3.14 conforman las ecuaciones constitutivas de los especímenes en estudio de esta tesis.

Modelo de elementos finitos

El modelo de elementos finitos necesario para el proceso de identificación elástica es un símil del espécimen *Open-Hole Tension* y del ensayo de tensión empleado en el experimento para medición de los campos de desplazamiento. El MEF se crea en el *software* Abaqus con una malla estructurada de elementos tipo Shell S4R de orden lineal, con integración reducida. El tamaño de los elementos de la malla (Figura 3.4a) siempre es igual o menor al de los elementos definidos por los puntos obtenidos en el proceso de medición óptica del modelo experimental. Las restricciones del modelo se orientan a los desplazamientos lineales en un extremo y a tensión con distribución lineal en el otro, equivalente a la del ensayo experimental.

La solución del modelo se realiza bajo condiciones estáticas lineales en un análisis implícito en condiciones de carga en el plano. El material se define como ortotrópico (véase Sección 3.1) en la configuración de lámina. En cada iteración del algoritmo FEMU se da solución al MEF; esto con la intención de obtener campos de deformación y esfuerzo (figuras 3.4b y 3.4c) de las propiedades inferidas en la respectiva iteración. Los valores obtenidos se demarcan en la zona de interés o región de comparación entre los dos modelos.

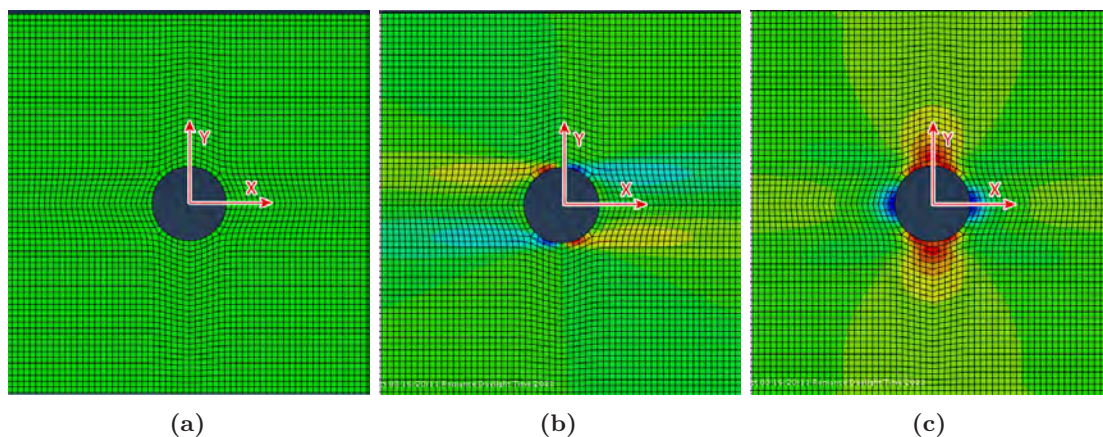


Figura 3.4. Modelo Open-Hole de elementos finitos, a) Malla elementos Quad-S4R, b) Esfuerzo a cortante σ_{xy} y c) Deformación transversal ϵ_{yy} .

3.2 Elaboración del algoritmo de caracterización elástica

Una vez definida la técnica de minimización, la geometría del espécimen, el tipo de ensayo experimental y el MEF, para la metodología FEMU, se elabora el algoritmo que permite la caracterización elástica de los especímenes a ensayar.

3.2.1 Implementación matemática

Para aplicar el Algoritmo 2 de Gauss-Newton, descrito en la Sección 3.1.1, en la metodología FEMU, se identifica cada uno de los elementos matemáticos del método de optimización en el problema específico de caracterización elástica a resolver (materiales compuestos, sección 3.1). En concreto, las expresiones a definir son los términos $J(x)$ y $r_i(x) = \phi(t_i, x) - y_i$ de la ecuación 3.12.

$\phi(t_i, x)$ es el modelo matemático discreto que gobierna el ajuste o la minimización; éste corresponde al modelo de elementos finitos definido en la sección anterior (véase sección 3.1). La salida del modelo son las componentes de deformación y esfuerzo (ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{xy} , σ_{xx} , σ_{yy} y σ_{xy}) obtenidos en los nodos de los elementos que conforman la región de interés definida en la geometría *open-hole* seleccionada.

y_i son los tensores de deformaciones (ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{xy}) experimentales; éstos se obtienen del proceso de medición óptica en la región de interés de los probetas *Open-Hole Tension* sometidas a cargas de tensión.

$J(x)$, matriz Jacobiana, corresponde a la transpuesta del gradiente de $f(x)$ que contiene a $\phi(t_i, x)$. Para construir la matriz, también llamada matriz de sensibilidad [15], se procede primero a encontrar las variaciones del modelo constitutivo (véase sección 3.1) respecto a los parámetros de rigidez del material (P). Esto se hace derivando cada una de las ecuaciones de deformación respecto a las constantes elásticas E_{xx} , E_{yy} , ν_{xy} y G_{xy} del material. La Tabla 3.1 presenta las derivadas de la ley constitutiva en el plano, considerando el término $S_{12} = \frac{-\nu_{yx}}{E_{yy}}$ y $S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_{xx}}$, como lo implementa Lecompte et al. [15]. La Tabla 3.2 muestra las derivadas cuando $S_{12} = S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_{xx}}$. Luego, las funciones de derivación obtenidas del paso anterior, se resuelven para cada nodo de la malla, utilizando la información obtenida de los campos de deformación y esfuerzo del FEM. Finalmente, se procede a ensamblar la matriz Jacobiana (ecuación 3.17), nodo a nodo en un vector columna, conformado por submatrices que corresponden al arreglo de la Tabla 3.1 para cada nodo. Donde, N es el número del nodo.

Tabla 3.1. Derivadas de los campos de deformación respecto a los parámetros elásticos cuando

$$S_{12} = \frac{-\nu_{yx}}{E_{yy}} \text{ y } S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_{xx}}$$

	E_{xx}	E_{yy}	ν_{xy}	G_{xy}
$\frac{\partial \epsilon_{xx}^N}{\partial P}$	$\frac{-\sigma_{xx} + \nu_{xy}\sigma_{yy}}{E_{xx}^2}$	$\frac{\nu_{xy}\sigma_{yy}}{E_{xx}E_{yy}}$	$\frac{-\sigma_{yy}}{E_{xx}}$	0
$\frac{\partial \epsilon_{yy}^N}{\partial P}$	$\frac{\nu_{xy}\sigma_{xx}}{E_{xx}^2}$	$\frac{\nu_{xy}\sigma_{xx}}{E_{xx}E_{yy}} - \frac{\sigma_{yy}}{E_{yy}^2}$	$\frac{-\sigma_{xx}}{E_{xx}^2}$	0
$\frac{\partial \epsilon_{xy}^N}{\partial P}$	0	0	0	$\frac{-\sigma_{xy}}{G_{xy}^2}$

Tabla 3.2. Derivadas de los campos de deformación respecto a los parámetros elásticos cuando

$$S_{12} = S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_{xx}} \text{ [15]}$$

	E_{xx}	E_{yy}	ν_{xy}	G_{xy}
$\frac{\partial \epsilon_{xx}^N}{\partial P}$	$\frac{-\sigma_{xx} + \nu_{xy}\sigma_{yy}}{E_{xx}^2}$	0	$\frac{-\sigma_{yy}}{E_{xx}}$	0
$\frac{\partial \epsilon_{yy}^N}{\partial P}$	$\frac{\nu_{xy}\sigma_{xx}}{E_{xx}^2}$	$\frac{-\sigma_{yy}}{E_{yy}^2}$	$\frac{-\sigma_{xx}}{E_{xx}^2}$	0
$\frac{\partial \epsilon_{xy}^N}{\partial P}$	0	0	0	$\frac{-\sigma_{xy}}{G_{xy}^2}$

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial \epsilon_{xx}^1}{\partial E_{xx}} & \frac{\partial \epsilon_{xx}^1}{\partial E_{yy}} & \frac{\partial \epsilon_{xx}^1}{\partial \nu_{xy}} & \frac{\partial \epsilon_{xx}^1}{\partial G_{xy}} \\ \frac{\partial \epsilon_{yy}^1}{\partial E_{xx}} & \frac{\partial \epsilon_{yy}^1}{\partial E_{yy}} & \frac{\partial \epsilon_{yy}^1}{\partial \nu_{xy}} & \frac{\partial \epsilon_{yy}^1}{\partial G_{xy}} \\ \frac{\partial \epsilon_{xy}^1}{\partial E_{xx}} & \frac{\partial \epsilon_{xy}^1}{\partial E_{yy}} & \frac{\partial \epsilon_{xy}^1}{\partial \nu_{xy}} & \frac{\partial \epsilon_{xy}^1}{\partial G_{xy}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \epsilon_{xx}^n}{\partial E_{xx}} & \frac{\partial \epsilon_{xx}^n}{\partial E_{yy}} & \frac{\partial \epsilon_{xx}^n}{\partial \nu_{xy}} & \frac{\partial \epsilon_{xx}^n}{\partial G_{xy}} \\ \frac{\partial \epsilon_{yy}^n}{\partial E_{xx}} & \frac{\partial \epsilon_{yy}^n}{\partial E_{yy}} & \frac{\partial \epsilon_{yy}^n}{\partial \nu_{xy}} & \frac{\partial \epsilon_{yy}^n}{\partial G_{xy}} \\ \frac{\partial \epsilon_{xy}^n}{\partial E_{xx}} & \frac{\partial \epsilon_{xy}^n}{\partial E_{yy}} & \frac{\partial \epsilon_{xy}^n}{\partial \nu_{xy}} & \frac{\partial \epsilon_{xy}^n}{\partial G_{xy}} \end{vmatrix} \quad (3.17)$$

3.2.2 Funcionamiento y características del algoritmo de inferencia FEMU

El algoritmo FEMU, para la inferencia de las propiedades elásticas de materiales compuestos, se presenta en la Figura 3.5. La rutina contiene tres algoritmos internos: uno, para ajuste de los campos de deformación; otro, de búsqueda del par más cercano; finalmente, el de optimización con Gauss-Newton. Además de los algoritmos mencionados, el *script* contiene un archivo inp de Abaqus, el cual incluye los comandos para la generación del modelo, o pre-proceso, ejecución o cálculo y revisión o post-proceso. El modelo corresponde al de la probeta OHT con unas características de material genéricas a ajustar mediante el algoritmo. Por otra parte, el método FEMU requiere como datos de entrada, las componentes de deformación (ε_{xx} , ε_{yy} , ε_{xy}) experimental procedentes de la medición óptica y los valores de partida para los parámetros a identificar (E_{xx} , E_{yy} , ν_{xy} y G_{xy}).

El proceso de inferencia FEMU se inicia con la adecuación y preparación de los campos de deformación experimental, derivados del proceso de medición óptica realizado durante el ensayo de tensión. Para esto, se ejecutan los algoritmos de emparejamiento y del par más cercano. El primero establece un mismo sistema de referencia entre la malla del MEF con la del campo medido. El segundo genera una relación uno a uno entre los centros de los puntos obtenidos en la medición y el nodo más cercano de la malla del MEF. Esto último direccionado a las operaciones tensoriales requeridas por el método de Gauss-Newton. Los algoritmos, hasta ahora mencionados, sólo se ejecutan una vez y se representan con líneas de color rojo en la Figura 3.5.

Continuando con la inferencia, el algoritmo FEMU ejecuta el proceso iterativo de optimización (líneas de color negro en la Figura 3.5). Éste inicia con la generación de los campos de deformación y esfuerzo del MEF. Posteriormente corre el algoritmo de Gauss-Newton que, alimentado con los tensores medidos y los del MEF, ajusta los valores de E_{xx} , E_{yy} , ν_{xy} y G_{xy} para minimizar el error cuadrático medio entre las superficies del MEF y del espécimen a caracterizar. Este proceso se repite hasta que la diferencia entre las propiedades de la última iteración y su antecesora es inferior al valor ϵ [40] establecido para la convergencia. El último valor obtenido de las propiedades corresponde al valor de inferencia óptimo que caracteriza el material de estudio.

Es importante indicar que los parámetros iniciales del algoritmo pueden ser determinados empleando reglas de mezclas, los valores de materiales similares o incluso el de la lámina unidireccional que conforma la secuencia a caracterizar.

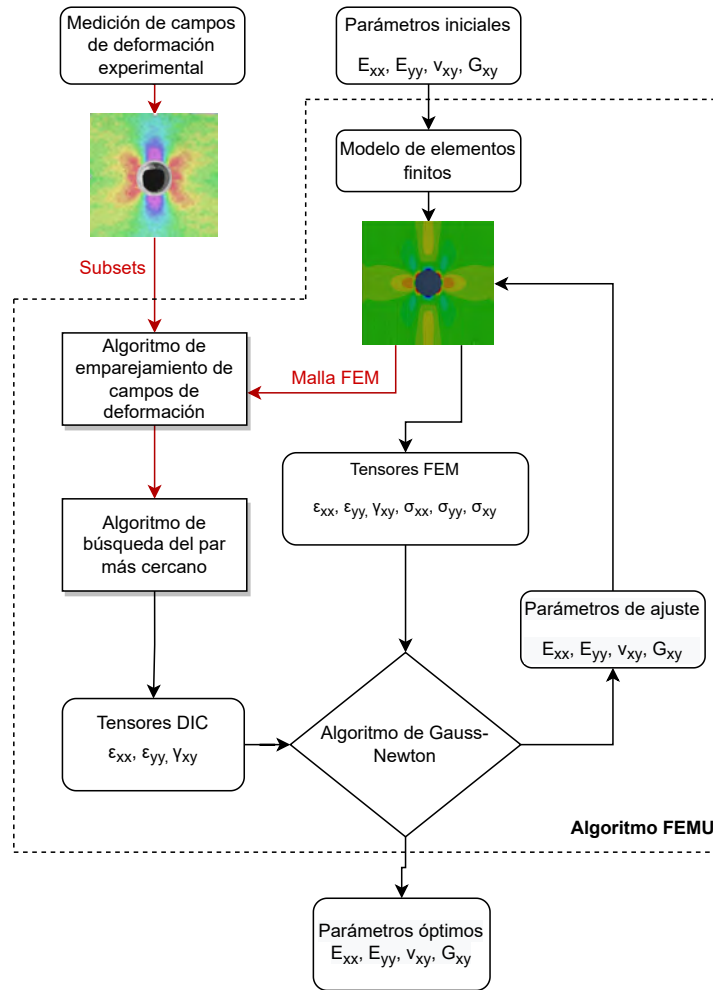


Figura 3.5. Algoritmo FEMU para la inferencia elástica de compuestos ortotrópicos en probetas OHT.

3.2.3 Ajustes a los campos de deformación

Para la ejecución del algoritmo de Gauss-Newton, se requiere ajustar los campos de deformación experimental con los obtenidos en el MEF. Ya que poseen diferentes sistemas de referencia, tipos de malla y tamaños de elementos. El primer ajuste hace coincidir las regiones de interés del campo experimental y del MEF. Para esto, se establece un único marco de referencia para los nodos del MEF y los puntos adquiridos durante la medición óptica. El proceso inicia asignando un punto común para ambas superficies; éste se selecciona sobre la circunferencia del agujero. En la superficie adquirida en la medición, se calculan las posiciones relativas del restante de puntos respecto al de referencia. Luego, se asigna, a este punto de referencia, el valor de las coordenadas rectangulares del punto homólogo en la superficie de modelo de elementos finitos. Finalmente, se encuentran las nuevas coordenadas de los puntos restantes, sumando algebraicamente las coordenadas relativas anteriormente calculadas. Este proceso garantiza el mismo sistema de referencia para los nodos del MEF y los puntos medidos en el experimento; además, de hacer coincidir las regiones de interés de cada superficie.

El segundo ajuste se orienta a encontrar puntos comunes entre las dos superficies, para operar con la minimización de la función de costo, suma cuadrática de las diferencias. Esto es necesario debido a que el tamaño de las mallas y formas de los elementos no coinciden entre las dos regiones de interés (MEF y espécimen de prueba). Para relacionar estos puntos, inicialmente se selecciona una zona específica de la ROI en el modelo de elementos finitos (véase Figura 3.6a) y los especímenes de prueba. En el área en mención, la cantidad de elementos generados (véase figuras 3.6b y 3.6c) equivale al número de puntos medidos en el experimento. La selección de esta zona en particular se realiza para tener el control un conjunto de elementos consecutivos generados por el algoritmo de malla de Abaqus. Este método no es eficiente, ya que los puntos medidos no tienen la misma uniformidad de los generados en el modelo MEF. Así mismo, los cambios en las dimensiones geométricas y las resoluciones de la medición requieren de constantes actualizaciones de la malla del área seleccionada.

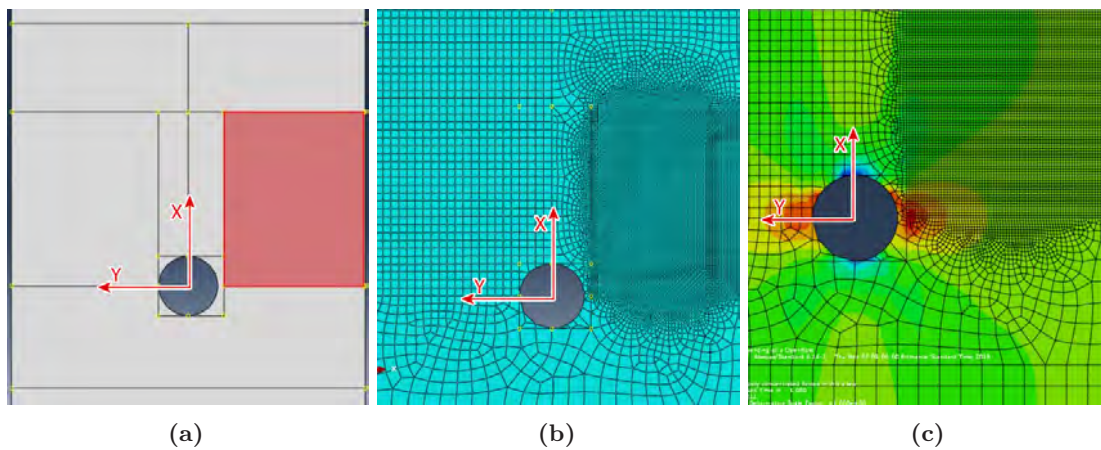


Figura 3.6. Área de ajuste entre el modelo de elementos finitos y el espécimen de prueba, (a) área seleccionada para el ajuste, (b) malla estructurada de elementos cuadráticos y (c) deformaciones derivadas en la región de interés.

Otro método de ajuste empleado, para relacionar puntos similares entre las regiones de interés del MEF y el espécimen de prueba, es el del uso de un camino de puntos generados en la malla del modelo FEM (véase líneas y puntos rojos en la Figura 3.7) a partir de las coordenadas de todos los puntos medidos en el experimento. Esta estrategia no tiene buenos resultados, ya que este tipo herramientas se diseñan para buscar soluciones en el continuo con un enfoque Euleriano y en este caso específico se requiere de un análisis Lagrangiano que permita que los puntos se deformen al interior del continuo.

Finalmente, la solución que mejor se adapta al problema de inferencia es la del uso del algoritmo de geometría computacional denominado ‘del par más cercano’ (véase Figura 3.8), y su función es el de asignar a cada punto medido en la probeta (puntos negros) el nodo más cercano de la malla del MEF (puntos rojos). Sobre los nodos seleccionados en cada pareja se hacen las comparaciones.

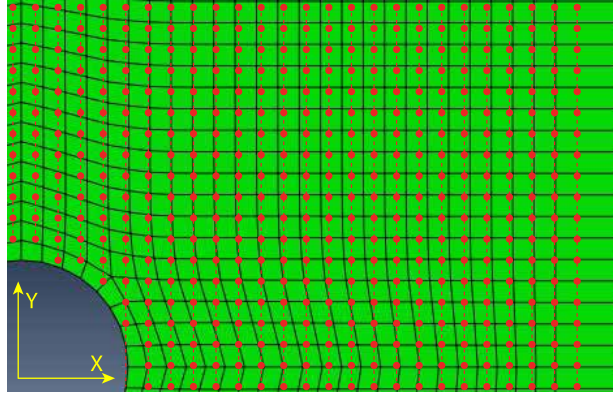


Figura 3.7. Camino de puntos generado en el modelo de elementos finitos a partir de las coordenadas de puntos medidos en el espécimen.

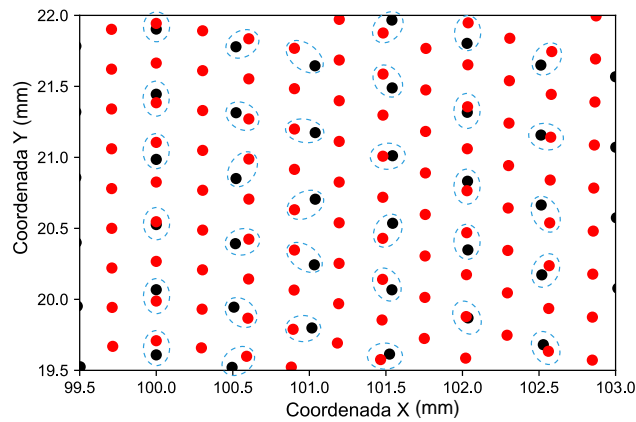


Figura 3.8. Representación gráfica del emparejamiento de puntos realizado por el algoritmo de búsqueda de par más cercano. Los puntos negros corresponden a la malla de puntos DIC y los rojos a los nodos del MEF.

3.2.4 Criterios de convergencia

Como ya se había indicado, la convergencia del algoritmo de Gauss-Newton se da cuando la diferencia entre el último punto calculado y el inmediatamente anterior no supera un umbral establecido; es decir, se cumple que $|x_{k+1} - x_k| < \epsilon$. Un valor típico para ϵ es $\sqrt{\epsilon_M}$, donde ϵ_M es el épsilon de la máquina y corresponde al decimal más pequeño que el ordenador puede representar y almacenar. Se recomienda un valor de $\epsilon_M = 5.9605 \times 10^{-8}$ para coma flotante de simple precisión y un valor de $\epsilon_M = 1.1102 \times 10^{-16}$ para coma flotante de doble precisión [40]. En el algoritmo de Gauss-Newton aquí implementado, valores de ϵ tan pequeños no mejoran la convergencia en la inferencia de las propiedades elásticas, pero sí aumentan el número de iteraciones para llegar a la solución. En este sentido se selecciona un valor épsilon con un exponente no mayor a 10^{-3} , como por ejemplo 0.00025.

Otros criterios empleados en la operación del algoritmo FEMU son los de parada, debido a incongruencias en la operación de búsqueda del mínimo global. Éstos se relacionan con la violación de la ley constitutiva del material como es $E_{xx}, E_{yy}, G_{xy} > 0$ y $|\nu_{yx}| < (\frac{E_{yy}}{E_{xx}})^{\frac{1}{2}}$; crecimiento no controlado en la búsqueda de alguna variable, u oscilaciones de los parámetros alrededor de un valor máximo y mínimo. En el primer caso, el algoritmo se detiene por errores generados en

la solución del modelo de elementos finitos. En los otros dos casos, se detiene por superar un máximo de 40 iteraciones; valor seleccionado ya que las iteraciones de búsqueda del mínimo global difícilmente superan el valor de 20; este último condicionado al dato asignado a ϵ . En cualesquiera de los casos que generan la detección del algoritmo, se lanza un mensaje de error sobre la causa del paro.

En ninguno de los casos de parada citados, el algoritmo elaborado toma algún tipo de acción correctiva para seguir el proceso de inferencia; sólo emite un mensaje de error según la condición del paro. Esto debido a que este tipo de errores son ajenos a la lógica de operación del algoritmo y pertenecen a problemas externos como errores de medición, correlación, asignación de parámetros iniciales, selección de la región de interés, preparación de superficies de los especímenes entre otros.

3.3 Pruebas del algoritmo FEMU

Construido el algoritmo FEMU para la inferencia de las propiedades elásticas de compuestos ortotrópicos, se procede a evaluar su desempeño a nivel numérico en un entorno de experimentación simulado. Este proceso se enfoca a identificar las limitaciones, las bondades y el comportamiento del algoritmo en la predicción de las propiedades en el plano. Para realizar esta evaluación, los campos de deformación procedentes del experimento, en el algoritmo FEMU descrito en la Figura 3.5, se reemplazan por los de un símil creado con un modelo de elementos finitos, el cual se denominó como MEFE (modelo de elementos finitos experimental). A este campo experimental se le asigna una malla estructurada de elementos cuadriláteros (S4R=integración reducida) de tamaño aproximado al usado en el modelo que representa el problema directo. El material de referencia empleado en las simulaciones se presenta en la Tabla 3.3; sus propiedades son similares a uno fabricado con manufactura aditiva en máquinas Anisoprint [74].

Las pruebas simuladas se orientan a identificar: La mejor configuración de las derivadas de las deformación respecto a los parámetros, para lograr el mínimo por gradientes; los parámetros iniciales que garantizan el óptimo global; el número de iteraciones necesarias para alcanzar la convergencia; la densidad de malla del modelo directo para asegurar la inferencia de las propiedades elásticas; La capacidad de predecir ante la presencia de ruido blanco, y la región de interés necesaria para lograr la convergencia en el proceso de caracterización.

Tabla 3.3. Propiedades elásticas material fabricado con manufactura aditiva empleado para evaluar el algoritmo FEMU a nivel numérico

Secuencia	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
[0] _s	44.58	1.0	0.49	1.1
[90, 45, 0, -45] _s	16.2	16.2	0.3	6.2
[0/60/90/-60] _s	13.1	23.5	0.24	5.6

3.3.1 Selección de la expresión de gradiente

El algoritmo FEMU realiza la minimización de la función de costo a través del método de optimización de Gauss-Newton; esta técnica basada en gradientes requiere el cálculo del término $J(x)$ (véase ecuación 3.17). Para obtener a $J(x)$, también llamado matriz de sensibilidad, se derivan los campos de deformación (ley constitutiva) respecto a los parámetros elásticos a identificar. Aquí se prueban las derivadas teniendo en cuenta dos consideraciones: la primera sugerida por Lecompte et al. [15], en donde $S_{12} = \frac{-\nu_{yx}}{E_{yy}}$ y $S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_{xx}}$, y la segunda, definiendo a $S_{12} = S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_{xx}}$ manteniendo la simetría de la matriz de rigidez, (véase tablas 3.1 y 3.2 respectivamente). La diferencia entre estas dos aproximaciones es el término $\frac{-\sigma_{xx} + \nu_{xy}\sigma_{yy}}{E_{xx}^2}$ que aparece en las derivadas de las deformaciones longitudinal y transversal respecto al parámetro E_{yy} ; es decir, $\frac{\partial \epsilon_{xx}}{\partial E_{yy}}$ y $\frac{\partial \epsilon_{yy}}{\partial E_{yy}}$.

Para validar el desempeño del algoritmo FEMU con las derivadas mencionadas, se configuró la matriz $J(x)$ con cada una de las ecuaciones obtenidas; luego, se procede a calcular los parámetros elásticos para la lámina unidireccional del material descrito en la Tabla 3.3. Los resultados alcanzados se presentan en la Tabla 3.4; en ésta, la primera fila corresponde a los valores a los cuales el algoritmo FEMU debe llegar. La segunda fila la conforman los parámetros iniciales, y se constituye en el punto de inicio de la búsqueda del mínimo. Finalmente, las filas tercera y cuarta contienen los valores inferidos con cada uno de los gradientes considerados.

Los resultados muestran que las derivadas obtenidas considerando $S_{12} = \frac{-\nu_{yx}}{E_{yy}}$ y $S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_{xx}}$ no logran inferir el término E_{yy} ; su valor se mantiene estático durante la búsqueda simultánea de los cuatro parámetros. Al no lograr mejoras en este parámetro, implícitamente se afecta la predicción de la relación de Poisson (ν_{xy}). Si en los parámetros iniciales el valor de E_{yy} se asignara a 1.0 GPa, el algoritmo FEMU con $S_{12} = \frac{-\nu_{yx}}{E_{yy}}$ y $S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_{xx}}$ lograría inferir correctamente el restantes de los parámetros. Posiblemente, la baja capacidad del FEMU, para inferir bajo estas condiciones, se debe al término $\frac{-\sigma_{xx} + \nu_{xy}\sigma_{yy}}{E_{xx}^2}$ el cual impide el descenso en la dirección E_{yy} . Esta configuración de las derivadas de las deformaciones respecto a los parámetros la empleó Lecompte [15] en un ensayo biaxial con espécimen cruciforme. Los resultados alcanzados se aproximan a los valores de referencia. En este sentido es posible deducir que el modelo directo, para una geometría *open-hole*, no es suficientemente sensible en una configuración de $S_{12} = \frac{-\nu_{yx}}{E_{yy}}$ y $S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_{xx}}$, para lograr encontrar el parámetro E_{yy} .

Por otra parte, los resultados obtenidos con el gradiente, considerando a $S_{12} = S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_{xx}}$, logra una buena inferencia de los parámetros elásticos buscados (véase Tabla 3.4). Es decir, se alcanzó una buena correspondencia entre los valores de la fila uno y cuatro. De acuerdo con estos resultados, en esta tesis, el algoritmo FEMU con minimización de Gauss-Newton se configura con este gradiente para realizar la caracterización elástica en el plano (véase Tabla 3.4).

Tabla 3.4. Valores de inferencia elástica considerando dos tipos de gradiente, uno con $S_{12} = \frac{-\nu_{yx}}{E_{yy}}$ y $S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_{xx}}$, y otro con $S_{12} = S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_{xx}}$

	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Referencia	44.58	1.0	0.49	1.1
Iniciales	32.00	0.6	0.3	0.5
$S_{12} = \frac{-\nu_{yx}}{E_{yy}}$ y $S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_{xx}}$	44.67	0.6	0.54	1.05
$S_{12} = S_{21}$	44.59	0.99	0.49	1.09

3.3.2 Análisis de los puntos de inicio y velocidad de convergencia del algoritmo FEMU

La evaluación del algoritmo FEMU, ante diferentes puntos de inicio o parámetros iniciales, está justificada en la naturaleza de los métodos de Newton explicados en la sección 3.1.1. En este sentido, se desea encontrar la tolerancia en la selección de los puntos de inicio que garantice la inferencia. Para esta evaluación, se utilizan dos configuraciones de materiales: una altamente ortotrópico y otra cuasi-isotrópico (véase Tabla 3.3, secuencias $[0]_8$ y $[90, 45, 0, -45]_s$). Los diferentes puntos de inicio, para la evaluación FEMU, se toman como porcentajes de los valores de referencia; con incrementos y decrementos del 10 % hasta alcanzar un máximo del 90 %. Así mismo, se prueban diferentes combinaciones de valores de inicio, mezclando simultáneamente datos ascendentes con descendentes.

Algunos de los resultados obtenidos para el espécimen altamente ortotrópico, se presentan en la Figura 3.9 y la Tabla 3.5; para el material cuasi-isotrópico, en el Apéndice A.1. De los puntos de la Figura se evidencia la velocidad de inferencia del método. En los casos críticos, la solución se acerca a la referencia en aproximadamente 10 iteraciones con un ajuste muy exacto respecto al valor buscado. Y en los casos donde los puntos de inicio no superan el 50 % de los valores de referencia, el algoritmo alcanza la convergencia en máximo 4 iteraciones.

Por otro lado, los valores de la Tabla 3.5 enseñan que a nivel numérico cualquier configuración porcentual de los parámetros iniciales no restringen al algoritmo alcanzar los valores de referencia (fila 1). Lo anterior evidencia que el método FEMU, empleando Gauss-Newton en la inferencia elástica, no requiere de valores de inicio cercanos a los puntos de referencia buscados. Estos resultados simulados no están en sintonía con lo planteado en la sección 3.1.1, ya que los métodos por gradientes deben iniciar en una región cercana al mínimo local. Al no restringir los parámetros iniciales a un valor cercano a las propiedades inferidas, favorecerá el uso de FEMU con métodos de gradientes para la caracterización de compuestos laminados cuyas propiedades son completamente desconocidas.

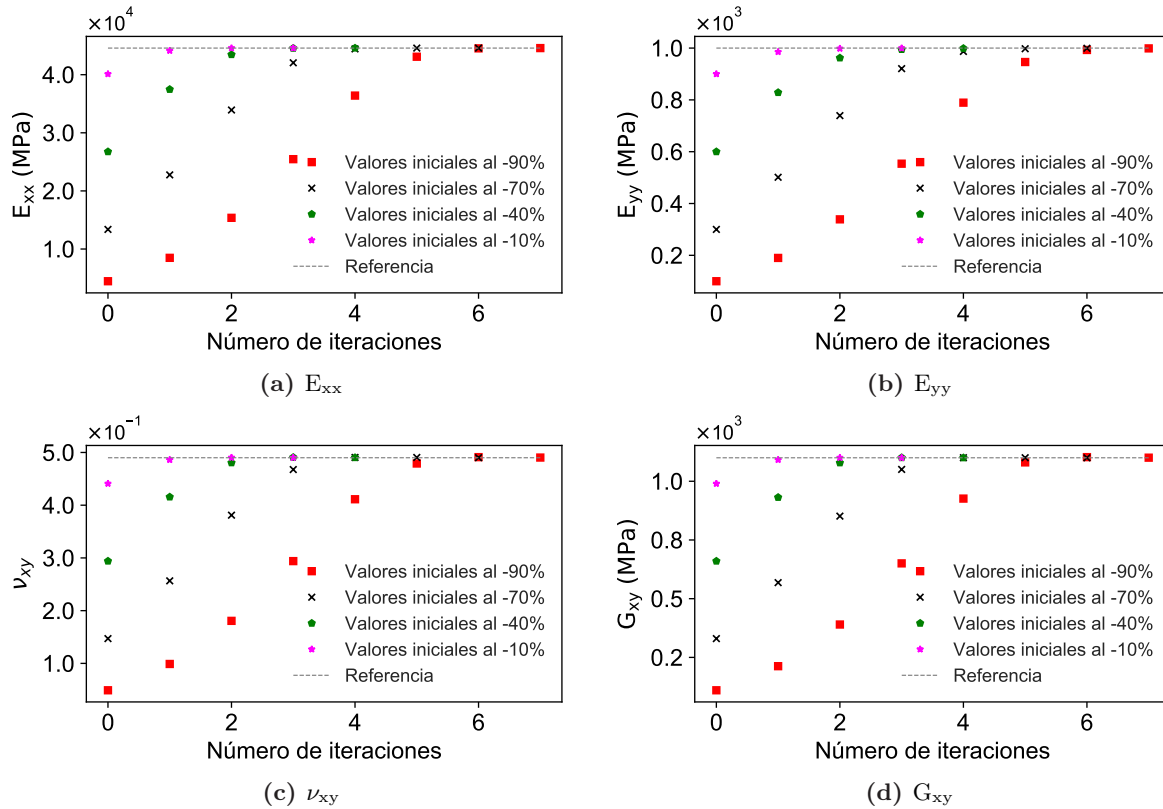


Figura 3.9. Análisis inferencia FEMU material unidireccional, diferentes puntos de inicio.

Tabla 3.5. Caracterización elástica a nivel numérico a diferentes parámetros iniciales, lámina de compuestos fabricada con manufactura aditiva

Incrementos	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)	# Iteraciones
Referencia	44.58	1.0	0.49	1.1	
10 %	44.58	0.99	0.49	1.09	7
-50 %	44.58	1.00	0.49	0.49	4
-10 %	44.55	0.99	0.49	1.1	3
+30 %	44.58	1.01	0.49	1.1	3
+50 %	44.58	0.99	0.49	1.09	4
+90 %	44.55	1.00	0.49	1.09	8
-90 % y +90 %	44.55	1.0	0.49	1.1	10
+90 % y -90 %	44.55	1.0	0.49	1.1	10

3.3.3 Análisis de la malla

En la Figura 3.10, se muestra un área de puntos obtenidos con medición óptica de correlación digital de imágenes; los puntos forman una cuadrícula homogénea, y para relacionarlos con los nodos de la malla del modelo directo, se deduce que ambos tejidos deberían ser similares. El método FEMU emplea el algoritmo del ‘par más cercano’ a fin de asignar a un punto medido el nodo más próximo en la malla del MEF (véase Figura 3.8); esto último para realizar la norma $L2$ entre los dos campos de deformación. En esta dirección, el análisis de la malla se orienta a evaluar los efectos del tamaño y forma de la malla del modelo directo en la inferencia de las propiedades elásticas con el algoritmo FEMU.

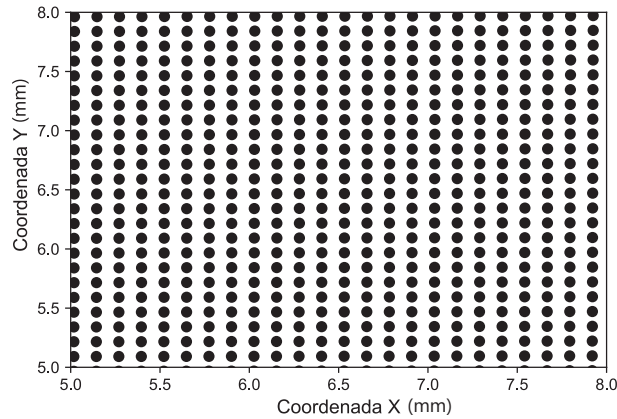


Figura 3.10. Puntos correlación digital de imágenes.

En el análisis, se generan dos tipos de malla para el modelo directo: una con sólo elementos triangulares (S3R) y otra estructurada con cuadriláteros (S4R) (véase Figura 3.11). Los tamaños asignados a los elementos de cada malla son de 0.1, 0.3, 0.5 y 0.8 mm. Por otro lado la malla del MEFE que representa el experimento se asigna como estructurada con cuadriláteros de tamaño 0.5 mm, acorde con los puntos procedentes de la medición óptica (véase Figura 3.10). Cada malla asignada al modelo directo se relaciona con la del MEFE y con ellas se realiza la inferencia de las propiedades elásticas. Los resultados obtenidos para una lámina se presentan en las tablas 3.6 y 3.7; la primera corresponde a la malla con elementos triangulares y la segunda, a la de elementos cuadriláteros. En las tablas, las filas contienen los valores inferidos con FEMU a diferentes tamaños de elementos, además de las diferencias relativas respecto al valor de referencia.

Los resultados de la tablas presentan mayor desviación en la inferencia de las propiedades E_{yy} y G_{xy} ; si bien el valor de esta diferencia depende de la densidad y la geometría de malla del modelo directo. La mejor inferencia de las propiedades se da cuando la malla del modelo directo tiene la misma geometría que la del experimento (elementos rectangulares) y los tamaños de los elementos son cercanos. En el caso específico de los elementos triangulares, la mejor caracterización se presenta cuando los tamaños de los elementos del modelo directo son menores a los del experimento (MEFE). Un comportamiento similar con menos porcentaje de desviación se presenta para configuraciones cuasi-isotrópicas y multidireccionales con $E_{yy} > E_{xx}$ (véase Apéndice A.2.). Estos resultados llevan a deducir que los elementos del modelo directo deberían ser lo más similares posible a los del experimento.

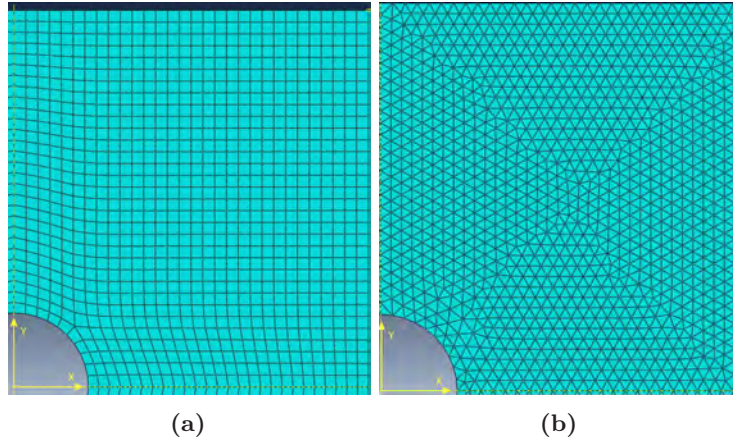


Figura 3.11. Mallas para análisis de inferencia con FEMU, (a) Estructurada con elementos tipo cuadrilátero con integración reducida (S4R) y (b) Libre de elementos triangulares integración reducida (S3R).

Tabla 3.6. Comparación entre las propiedades elásticas usadas en el modelo FEMU y las inferidas por el algoritmo FEMU con malla de elementos triangulares a diferentes tamaños

	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Referencia	44.58	1.0	0.49	1.1
Malla 0.8	39.77	0.84	0.43	0.92
Dif. Rel.	-10.79 %	-15.91 %	-12.24 %	-16.36 %
Malla 0.5	44.90	0.98	0.48	0.98
Dif. Rel.	0.71 %	-2.18 %	-2.04 %	-10.97 %
Malla 0.3	44.22	0.96	0.48	1.08
Dif. Rel.	1.43 %	-4.11 %	-1.43 %	-2.54 %

Tabla 3.7. Comparación entre las propiedades elásticas usadas en el modelo FEME y las inferidas por el algoritmo FEMU con malla de elementos cuadriláteros a distintos tamaños

	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Referencia	44.58	1.0	0.49	1.1
Malla 0.8	44.49	0.94	0.49	1.04
Dif. Rel.	-0.19 %	-6.10 %	-0.2 %	-5.8 %
Malla 0.5	44.59	0.98	0.49	1.09
Dif. Rel.	0.02 %	-1.3 %	0.00 %	-0.63 %
Malla 0.3	44.68	1.06	0.49	1.09
Dif. Rel.	0.24 %	6.12 %	-0.42 %	8.36 %
Malla 0.1	45.88	1.12	0.48	1.30
Dif. Rel.	0.68 %	11.8 %	-1.22 %	17.9 %

3.3.4 Evaluación del algoritmo ante la presencia de ruido

Todos los procesos de medición óptica involucran errores de ruido blanco (RB) y de sesgo. En este apartado, se estudia la capacidad del algoritmo FEMU de inferir ante la presencia del primer error. Esto dado que es un error no corregible y es propio de la naturaleza de los sistemas de adquisición de imágenes. Para analizar este comportamiento, los campos de referencia virtual obtenidos del MEFE (modelo de elementos finitos experimental) se someten a funciones de ruido

blanco y a estas mismas junto con funciones sinusoidales (FS), ambas comúnmente utilizadas en análisis de señales e imágenes digitales. Los valores de desviación estándar empleados para las funciones están en los rangos de 1.0×10^{-3} a 3.0×10^{-3} , para los campos ϵ_{xx} y ϵ_{yy} , y 5.0×10^{-4} a 1.5×10^{-3} para γ_{xy} . Estos valores provienen de estudios de ruido blanco realizados en imágenes estáticas adquiridas con DIC en los materiales analizados en esta tesis doctoral. En la Figura 3.12, se presentan los campos de referencia (MEFE) en color rojo y el mismo perturbado con ruido blanco en color verde. El campo mostrado corresponde a una sección transversal posicionada a $1/4$ de la región de interés (véase Figura 3.13).

Los resultados obtenidos en la inferencia con FEMU, para los campos MEFE con ruido blanco y ruido con funciones sinusoidales, se presentan en las tablas 3.8 y 3.9 respectivamente. La primera fila corresponde al valor de referencia de la lámina del material analizado en este apartado (véase Tabla 3.4); en el restante de filas se presentan las propiedades inferidas a diferentes niveles de ruido, así mismo, la diferencia relativa respecto a los valores de referencia. Los valores inferidos no sobrepasan la desviación del 3% en la predicción de las propiedades. El ruido presente en la inferencia no tiene un efecto significativo en la predicción de las propiedades con FEMU. Este comportamiento se justifica en la dinámica del método de optimización, fundamentada en ajuste por mínimos cuadrados y con datos de tendencia de desviación con media cero. El mismo análisis realizado en materiales cuasi-isotrópico y multidireccionales presentan un comportamiento similar al evidenciado en láminas.

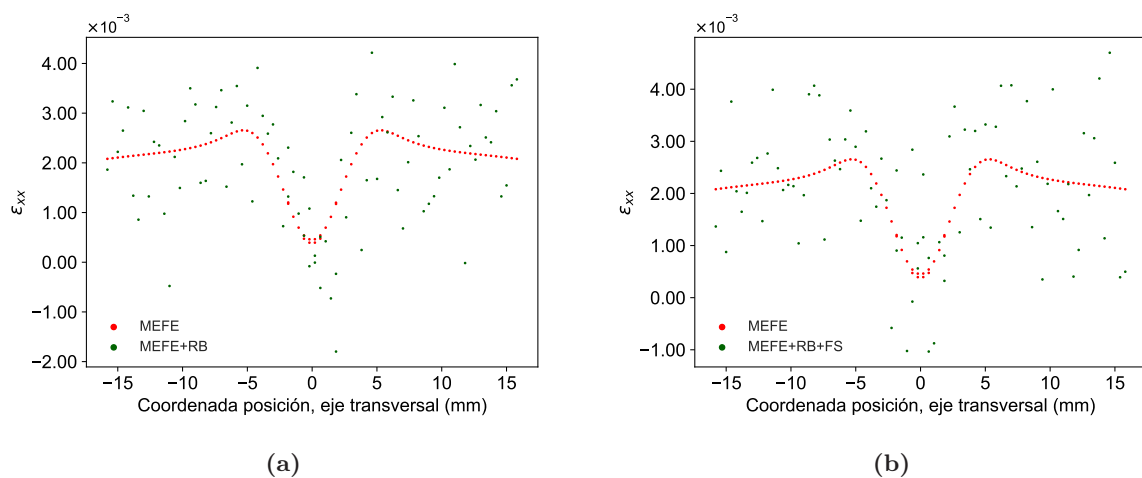


Figura 3.12. Campos de deformación ϵ_{xx} con ruido, (a) Ruido blanco con desviación de 0.001 y (b) ruido blanco con desviación de 0.001 junto a funciones sinusoidales

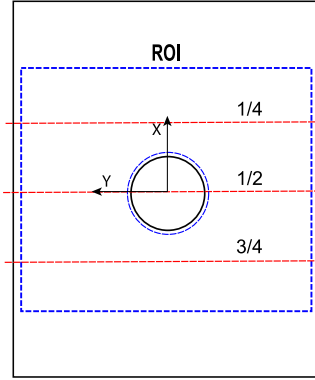


Figura 3.13. Líneas de sección transversal

Tabla 3.8. Valores de inferencia con FEMU partiendo de campos perturbados con ruido blanco (RB)

RB ε_{xx} y ε_{yy}	RB γ_{xy}	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Referencia		44.58	1.0	0.49	1.1
0.001	0.0005	44.76	0.99	0.49	1.09
Dif. Rel.		-0.40 %	-1.0 %	0.00 %	-0.90 %
0.002	0.001	44.5	0.99	0.5	1.08
Dif. Rel.		0.17 %	0.95 %	-2.04 %	0.90 %
0.003	0.0015	44.70	1.01	0.48	1.09 <i>Idea</i>
Dif. Rel.		-0.27 %	-1.00 %	2.04 %	1.81 %

Tabla 3.9. Valores de inferencia con FEMU partiendo de campos perturbados con ruido blanco y funciones sinusoidales (RB+FS)

RB ε_{xx} y ε_{yy}	RB γ_{xy}	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Referencia		44.58	1.0	0.49	1.1
0.001	0.0005	44.3	1.01	0.48	1.1
Dif. Rel.		0.62 %	-1.00 %	2.04 %	0.00 %
0.002	0.001	44.7	1.03	0.48	1.1
Dif. Rel.		-0.27 %	-3.00 %	2.04 %	0.00 %
0.003	0.0015	44.14	1.03	0.51	1.10
Dif. Rel.		1.00 %	-3.00 %	-4.10 %	0.00 %

3.3.5 Estudio de la región de interés

En cada uno de los análisis realizados hasta aquí, la región de interés empleada ha sido un área alrededor del agujero de la geometría que debería corresponder al campo de visión del equipo óptico de medición (véase Figura 3.14a). Esta zona cubre la región de mayor heterogeneidad del espécimen a estudiar. En esta sección, se evalúa la convergencia y capacidad de inferencia del algoritmo FEMU en diferentes zonas del espécimen a estudiar (véase figuras 3.14b a la 3.14d). El material empleado se componen del apilamiento [0/60/90/ - 60] de la Tabla 3.3. Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 3.10; la primera fila corresponde a los valores de referencia o llegada en la inferencia. Los datos obtenidos para cada una de las regiones evaluadas evidencia la capacidad del método para predecir las propiedades independiente de la región establecida;

sólo en regiones reducidas el algoritmo realiza un mayor número de iteraciones, para alcanzar la convergencia. De los valores inferidos el error no supera el 3.5 %. Por tanto, aparentemente el algoritmo implementado produce una solución suficientemente precisa para todas las ROI analizadas. Sin embargo, este análisis del efecto de la ROI deberá ser validado en condiciones experimentales.

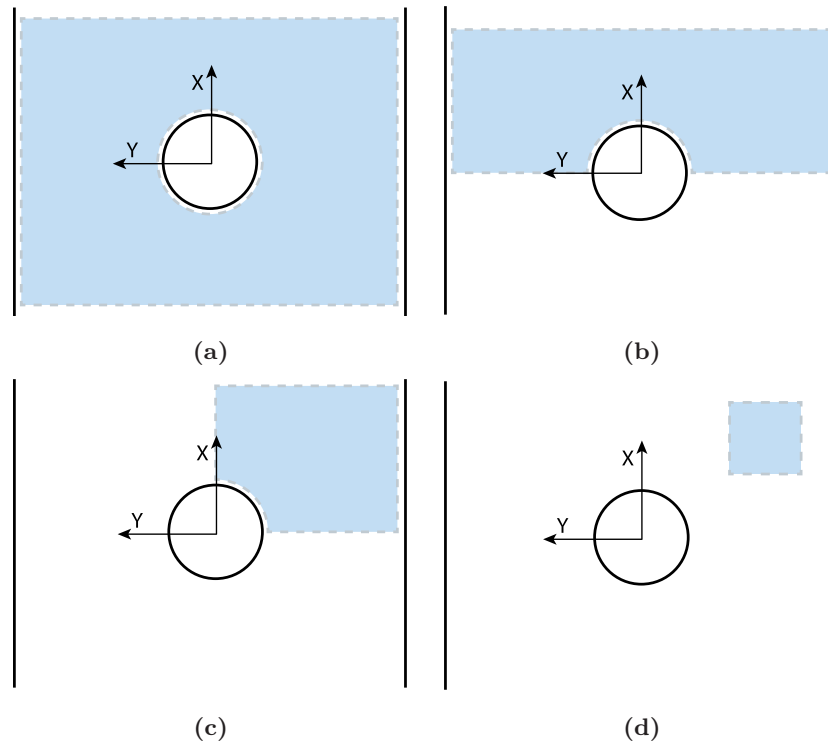


Figura 3.14. Regiones de interés para análisis de inferencia con FEMU

Tabla 3.10. Valores de inferencia con FEMU en diferentes regiones de interés del espécimen a ensayar

ROI	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)	Iteraciones
	13.1	23.5	0.24	5.6	
a	13.10	23.40	0.24	5.55	4
Dif. Rel.	0.00 %	0.4 %	0.00 %	0.90 %	
b	13.05	23.40	0.24	5.5	4
Dif. Rel.	0.4 %	0.00 %	0.00 %	1.78 %	
c	13.0	23.08	0.23	5.5	6
Dif. Rel.	0.8 %	1.8 %	2.91 %	1.78 %	
d	12.8	23.1	0.23	5.4	11
Dif. Rel.	2.3 %	-1.7 %	3.12 %	3.57 %	

3.4 Resumen

En este capítulo se elabora un algoritmo FEMU, para la inferencia de las propiedades elásticas de materiales compuestos fabricados con manufactura aditiva. El método de minimización empleado es el de Gauss-Newton basado en gradientes, dado su velocidad de convergencia y facilidad de acoplamiento con funciones discretas basadas en elementos finitos. El experimento utilizado, para estimular las variables a identificar, es un ensayo a tensión estático con un espécimen *Open-Hole Tension* definido por la norma ASTM D-5766 [73]. En estas condiciones, la función de costo que es la norma $L2$ queda restringida a los campos de deformación. El algoritmo FEMU elaborado usa como problema directo un modelo de elementos finitos de geometría *Open-Hole Tension* semejante a los especímenes a ensayar. El modelo creado se configura para materiales compuestos laminados simétricos balanceados, en una situación de esfuerzo plano. Para un análisis implícito en el *software* Abaqus, el MEF replica las condiciones de borde del ensayo experimental en el plano, y en su desarrollo se dispone de una malla estructurada de elementos cuadriláteros tipo *Shell* con integración reducida (S4R).

El FEMU generado utiliza tres algoritmos internos para realizar la inferencia elástica en el plano. El primero se emplea para hacer coincidir los sistemas de referencia de los campos experimentales con los mismos obtenidos en el MEF. El segundo denominado el par más cercano relaciona, cada punto del campo medido con un nodo de la malla del MEF, para poder operar en la función de costo y cálculo del gradiente. Y el tercero corresponde al de Gauss-Newton encargado de encontrar el mínimo que satisface la función de costo de las deformaciones. Los dos primeros sólo operan al inicio, el tercero es iterativo y se ejecuta hasta alcanzar el parámetro de convergencia establecido.

Una vez desarrollado el algoritmo FEMU se procede a evaluar su desempeño a nivel numérico, empleando otro MEF como símil experimental. Las pruebas realizadas evidencian robustez del método, ante la presencia de ruido blanco y selección de la región de interés; así mismo, se identifica un máximo de 10 iteraciones, para llegar a la convergencia sin limitantes o condiciones en los puntos de inicio o parámetros iniciales. Finalmente, se encuentra que es necesario mantener similitudes entre los puntos definidos en la medición óptico y la malla del modelo directo para garantizar la inferencia.

Medición y evaluación de campos heterogéneos de deformación

El método FEMU definido en esta tesis doctoral emplea como ensayo experimental pruebas de tensión cuasi-estática sobre especímenes *Open-Hole Tension*. Para medir los desplazamientos se ha seleccionado como técnica óptica de no contacto la correlación digital de imágenes. En este capítulo se presentan las técnicas y procedimientos empleados para la preparación y la adecuación de los especímenes fabricados con manufactura aditiva que serán utilizados en las pruebas experimentales. Por otra parte, se exponen los referentes técnicos y pruebas llevadas a cabo para seleccionar los parámetros adecuados que permiten obtener la mejor configuración de equipo DIC. Lo anterior direccionado a alcanzar campos de deformación derivados de los desplazamientos medidos.

El proceso de experimentación, para obtener los campos de deformación esperados, está constituido por un conjunto de operaciones, que se muestran en el flujograma de la Figura 4.1 agrupadas en bloques de colores. El primer bloque corresponde a la fabricación y preparación de los especímenes de estudio. Se inicia con la impresión de las probetas y se sigue con las operaciones de corte y taladrado para ajustar sus dimensiones a la geometría deseada (*open-hole*). El segundo bloque corresponde a la manufactura del patrón de *speckles*. Se diseñan los patrones y se elaboran los grabados sobre las superficies acondicionadas. El tercer bloque está direccionado al montaje del DIC estéreo y configuración del equipo de experimentación. Para esto, se requiere una rigurosa selección y posicionamiento de los elementos que conforman el DIC en función del espécimen de prueba situado en la máquina de ensayos. Posteriormente se procede a la configuración del *software* de adquisición de imágenes y a la calibración de las cámaras. Finalmente, se obtienen las imágenes estáticas y luego las dinámicas; estas últimas imágenes adquiridas durante el ensayo de tensión definido para la identificación.

El último bloque de operaciones tiene como propósito el posprocesamiento de las imágenes adquiridas, para la generación de los campos heterogéneos de deformación. Las operaciones involucradas están orientadas a la configuración de una galga extensiométrica virtual, para alcanzar los valores óptimos de los campos de deformación, que permitan la mejor inferencia de las propiedades elásticas de compuestos laminados con FEMU. A lo largo de este capítulo, se abordan los detalles y características que definen los bloques ya mencionados y las operaciones descritas en el flujograma.

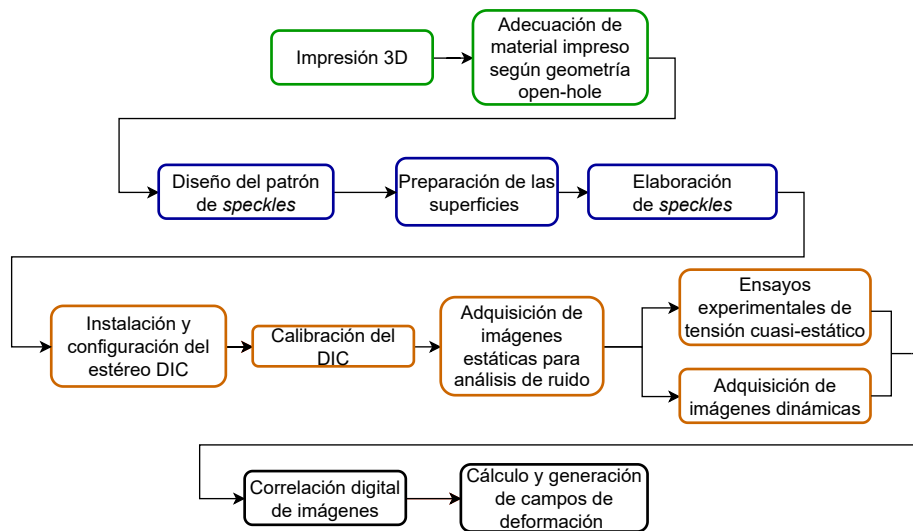


Figura 4.1. Proceso de experimentación para medir campos heterogéneos de deformación.

4.1 Conceptos iniciales

4.1.1 Correlación digital de imágenes

La correlación digital de imágenes (DIC) es una técnica óptica de no contacto, para la medición de campos de desplazamiento y obtención de deformaciones. El proceso consiste en adquirir imágenes de un patrón de *speckles*¹ (véase Figura 4.2), grabado sobre una superficie de un objeto o espécimen que se deforma bajo una carga aplicada. Posteriormente, las imágenes adquiridas son analizadas por algoritmos de correspondencia y diferenciación numérica, con el propósito de extraer los campos de desplazamientos y la respuesta en deformación de los materiales [32, 75]. La adquisición y correlación de las imágenes se pueden realizar para dos dimensiones, empleando una sola cámara, o para tres dimensiones, si se utiliza con mínimo dos cámaras (estéreo visión) enfocando la misma región (véase Figura 4.3).

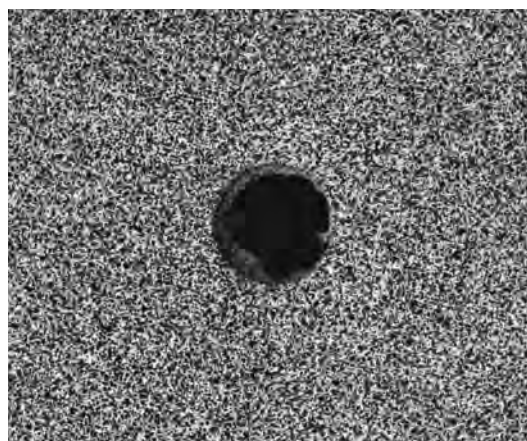


Figura 4.2. Patrón de manchas o puntos (*speckles*).

¹Término en inglés de manchas, puntos o motas

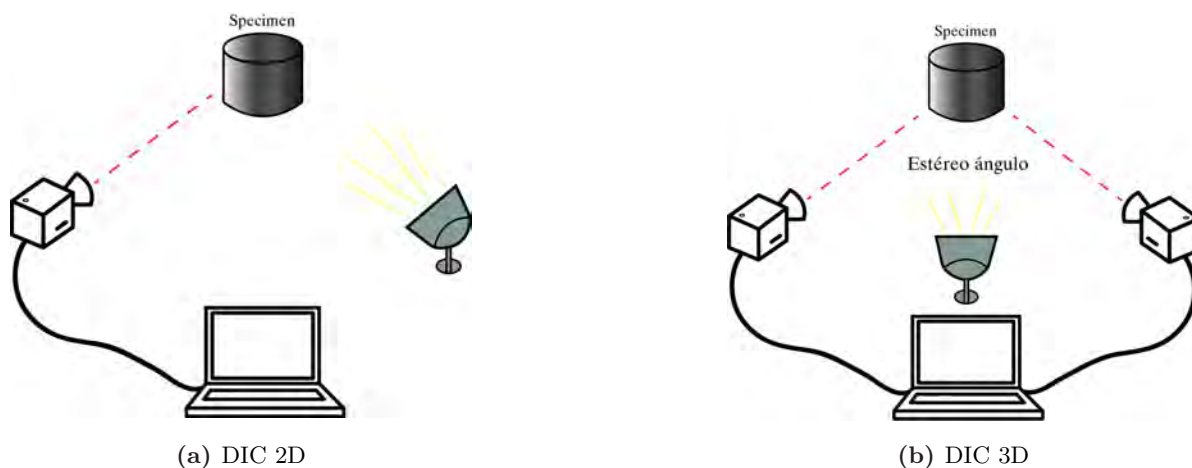


Figura 4.3. Tipos de correlación digital de imágenes (a) DIC 2D y (b) DIC 3D.

Para medir el campo de desplazamiento se requiere de dos imágenes: una denominada referencia (sin carga) y otra definida como deformada (en condiciones de carga). El área de la primera imagen (referencia) es dividida en pequeños cuadrados llamados *subset* de tamaño $(2M + 1) \times (2M + 1)$ en píxeles, separados por una distancia (*step*) que permite el traslapamiento. M es la distancia en píxeles desde un píxel central hasta el borde del *subset*. El proceso de correlación consiste en encontrar, en la imagen deformada, los *subsets* definidos en la imagen de referencia, para definir el vector de desplazamiento del centro de cada *subset* (véase Figura 4.4). Ahora bien, lograr una estimación eficiente y robusta de la correspondencia de los *subset*, requiere de una función objetivo (criterio de correlación y función de forma) que es optimizada, usando un algoritmo de registro a nivel de subpíxel y un método de interpolación de intensidad [33]. El término intensidad hace referencia al nivel o escala de grises de los píxeles de un *subset*.

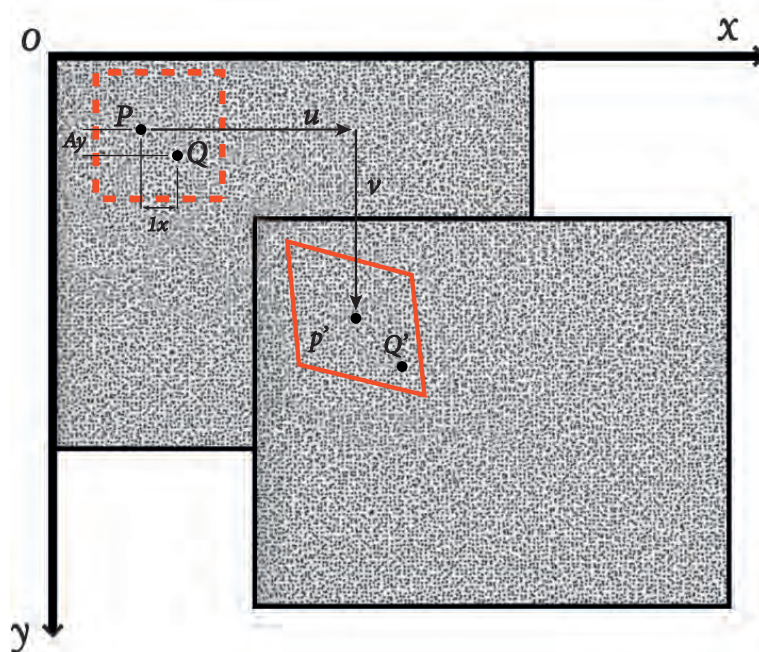


Figura 4.4. *Subsets* no deformado y deformado, imagen de referencia (izquierda) y objetivo (derecha).

El criterio de correlación (función de costo en el proceso de optimización) cuantifica el grado de similitud de cada *subset* entre las dos imágenes (referencia y deformada), a través de la relación de sus intensidades (escala de grises). Según Pan et al. [76], los criterios están clasificados en cuatro categorías: correlación cruzada (CC), sumas de diferencias absolutas (SAD), suma de diferencias cuadradas (SSD) y suma paramétrica de diferencias cuadradas (PSSD). Cada uno de estos criterios lleva a los mismos resultados, si el valor de intensidad de las imágenes deformadas no cambia [77]. En el caso de presentarse variaciones de intensidad, los criterios de correlación (CC, SSD y PSSD) incorporan parámetros normalizados de media cero (ZN); estas funciones son redefinidas como ZNCC, ZNSSD y PSSDab [76]. La mayoría de códigos DIC implementan criterios de correlación para intensidad fija o variable. A continuación se presenta, a modo de ejemplo, la expresión definida para el criterio de correlación ZNCC [76] incorporada en el *software* VIC-3D de Correlated Solutions:

$$C_{ZNCC} = \frac{\sum \bar{f}_i \bar{g}_i}{\sqrt{\sum \bar{f}_i^2 \sum \bar{g}_i^2}} \quad (4.1)$$

donde, f_i y g_i es la notación abreviada de $f(x_i, y_i)$ y $g(x'_i, y'_i)$ respectivamente, y denota el valor de gris de cada *iesimo* píxel en el *subset*, tanto para la imagen de referencia como para la imagen deformada; $\bar{f}_i = f_i - \bar{f}$ y $\bar{g}_i = g_i - \bar{g}$; $\bar{f} = \sum_{i=1}^n f_i$; $\bar{g} = \sum_{i=1}^n g_i$.

En los casos en los cuales los *subsets* no solo se trasladan sino que rotan y se deforman, se requiere de funciones de forma para el término g_i . Estas últimas permiten localizar cada uno de los puntos del *subset* de la imagen de referencia en el mismo *subset* de la imagen deformada. En este sentido, un punto Q posicionado alrededor del centro P , en la referencia, puede ser mapeado en la imagen deformada como Q' circundante con P' (véase Figura 4.4). Las funciones de forma necesarias para la correlación son del orden de las expansiones de Taylor (cero, primer o segundo orden) [32]:

$$\xi = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \Delta x \Delta y + \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\Delta x)^2 \\ (\Delta y)^2 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

donde u y v son las componentes de desplazamiento del centro del *subset*; Δx y Δy , la distancia del punto P a Q y los gradientes, las deformaciones de Q' respecto a Q . Si la función de forma ξ involucra sólo los dos primeros términos de la parte derecha de la ecuación 4.2, se reconoce como rígida; con tres se denomina fina; con cuatro, irregular y con 5 términos, cuadrática. Las rígidas son empleadas sólo para correlación de traslaciones; las restantes, para correlaciones de *subsets* que involucran tanto traslaciones como deformaciones y rotaciones. La selección de una u otra pueden generar problemas de sobre o baja correspondencia en el criterio de correlación, generando errores en la medición de los desplazamientos [78]. La mayoría de los códigos DIC trabajan con funciones de forma de primer (fina) y segundo (irregular) orden, siendo estas últimas efectivas en la reducción de los errores aleatorios [79].

Una vez seleccionado el criterio de correlación y la función de forma, el campo de desplazamiento se obtiene a partir de una solución numérica de optimización. Donde, la maximización de la función de costo (criterio de correlación) es alcanzada por métodos del tipo de ajuste de curvas [33] como: Newton-Raphson (NR) [80], Gauss-Newton composicional inverso (IC-GN²) y, en general, los basados en gradientes [81]. NR e IC-GN han sido ampliamente utilizados, para optimizar las funciones de correlación, dado que generan menos errores a nivel de subpíxel que el restante de las metodologías [33]. IC-GN ha demostrado ser mucho más rápido y robusto que NR [78]; actualmente, se ha extendido a la correlación digital de volúmenes.

Las imágenes son patrones discretos de valores de intensidad de grises en cada píxel; durante la correlación, un píxel de la posición no deformada podría ser mapeado entre pixeles de la posición deformada. En este sentido, previo a resolver el problema de correlación, se debe obtener un patrón continuo de intensidad de grises para medir de forma precisa la deformación a nivel de subpíxel [78, 82]. Esto se logra a través de esquemas optimizados basados en *B-spline* de orden de la función 4, 6 y 8 junto técnicas de filtrado [83, 84]. Este tipo de implementaciones permite una alta precisión de interpolación a nivel de subpíxel, además de reducir los errores en la medición de los desplazamientos.

Finalmente, una vez se hayan determinado los campos de desplazamientos, éstos son localmente ajustados para disminuir el ruido en el cálculo de las deformaciones locales del campo entero de deformaciones [85]. Al día de hoy, existen diversos códigos comerciales y libres diseñados para la correlación digital de imágenes, inspirados en las diferentes soluciones anteriormente descritas y orientados a resolver problemas de correlación en 2D, 3D o de volumen. En el caso específico de esta tesis, las herramientas utilizadas fueron VIC-3D y VIC-2D del fabricante Correlated Solutions.

4.1.2 Análisis de la incertidumbre

Existen dos tipos de errores de medición en el DIC; uno es el de varianza y el otro, el de sesgo o bias [86]. El primero también es llamado ruido y se refiere a los errores aleatorios centrados en un promedio alrededor de la cantidad de interés (desplazamientos o deformaciones). Por otro lado, el segundo, errores de sesgo o de bias equivalen al desplazamiento del promedio del valor verdadero. Las principales fuentes de errores de ruidos provienen de las cámaras y de la correspondencia en el proceso de correlación. Los errores de bias se introducen a través del sobre-suavizado de fillos de un gradiente espacial de la cantidad de interés (desplazamiento, deformación, entre otras), distorsión de lentes no corregida, calibración incorrecta de la cámara, contraste de imágenes, y a través de las características del patrón de puntos. Conocer y cuantificar los errores presentes en la medición con DIC es importante para evaluar los resultados y configuración del equipo [86].

Errores de varianza

Los errores de varianza son intercambiables con ruido; su cuantificación es a menudo llamado análisis *Noise-floor*. El proceso para cuantificar este error consta en adquirir imágenes estáticas sin carga ni desplazamiento, una vez se ha realizado el proceso de calibración y justo antes de

²Del inglés Inverse-computational Gauss-Newton

iniciar los ensayos experimentales. Las imágenes adquiridas son correlacionadas para calcular los errores de varianza en función de la cantidad de interés; en nuestro caso usaremos los campos de desplazamiento. Dos tipos de métricas son utilizadas para cuantificar la varianza; una es la desviación estándar espacial y la otra es la desviación estándar temporal. En la primera, se computa la desviación estándar de la cantidad de interés (desplazamientos) para cada imagen y, luego, se promedian para todas las imágenes tomadas a lo largo del tiempo. En la segunda, la desviación estándar temporal se calcula para cada *subset* sobre el tiempo y, posteriormente, se promedia para toda la región de interés. La ecuación

$$S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (u_{mean} - u_i)^2} \quad (4.3)$$

representa la expresión matemática de la desviación estándar; donde u_{mean} es equivalente a $\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i$. En el momento de calcular la desviación, es importante no sobreponer los *subsets* para asegurar la independencia estadística de la medición. Se recomiendan calcular las desviaciones (temporal y espacial) en las dos direcciones y tomar el mayor valor o el promedio.

Error de Bias y ruido de desplazamiento

Los errores de bias son a menudo difíciles de cuantificar, dado que el valor verdadero de las cantidades normalmente es desconocido [86]. Así mismo, el error de bias está influenciado por los ajustes o filtros que se implementen en mejorar el Noise-floor. Sin embargo, realizar pruebas, para verificar el error de bias, permite identificar problemas asociados, a lentes, vibraciones, ondas de calor entre otros. El ensayo de desplazamiento de cuerpo rígido es el referente, para dar un diagnóstico del montaje de medición óptica seleccionado. Para medir el error de bias se registran imágenes de un patrón dispuesto sobre un espécimen al que se le impone un desplazamiento conocido. Las imágenes obtenidas se correlacionan para calcular el valor promedio de desplazamiento restando el desplazamiento impuesto. Igualmente, se calcula la desviación estándar del ruido de los desplazamientos.

Compensación entre *Noise-floor* y error de bias

El proceso de medición con DIC presenta el efecto de compensación del error, el cual corresponde a un ajuste que se da entre los errores; es decir, los cambios realizados para mejorar el error de varianza pueden generar un aumento en el error de bias y viceversa. Según Jones et al. [86], la selección de los parámetros de usuario como son: grandes tamaños de *subset*, bajo orden de la funciones de forma, pre- o pos-filtrado de los datos entre otros, reducen el ruido en la medición a causa de actuar como filtros pasa-bajos que potencialmente introducen errores de bias. En este sentido, cuando se seleccionen los parámetros definidos por el usuario es importante evaluar sus efectos en ambos, ruido y bias. La selección final de éstos es un compromiso entre ruido y bias que depende del tipo de problema a resolver en la medición de las cantidades de interés.

4.2 Materiales

El estudio de caracterización elástica de esta tesis, se centra en materiales compuestos laminados de fibra de carbono y matriz polimérica (CFRP). Los especímenes utilizados se manufacturan en impresoras de modelado por deposición fundida (FDM³) o de filamento fundido (FFF⁴), además de autoclave. Las impresoras empleadas para manufacturar los especímenes fueron MarkForged MarkTwo [87] y Anisoprint Composer A4 [88], actualmente, únicas impresoras comerciales con capacidad de imprimir fibras continuas [89, 90] en el momento de elaboración del presente estudio.

En la primera (MarkForged), la impresión se realiza por medio de un filamento de carbono con módulo de Young $E = 54$ GPa y una resistencia a tensión $X_t = 700$ MPa, cubierta por una matriz de poliamida con $E = 0.94$ MPa y $X_t = 54$ MPa [91]. En la segunda (Anisoprint), el filamento tiene un módulo de Young $E = 64$ GPa y una resistencia a tensión $X_t = 860$ MPa, embebido en una matriz de PETG con $E = 1.52$ GPa y $X_t = 31.7$ MPa [92]. El espesor nominal de impresión es de 0.125 mm y 0.34 mm para Markforged y Anisoprint respectivamente. En el caso específico de los especímenes manufacturados con autoclave, para su fabricación se utiliza un material compuesto preimpregnado de matriz epoxy reforzada con fibra de carbono (*Hexcel M21E/IMA-12K*) de 0.184 mm de espesor nominal con propiedades de: $E_{xx} = 160$ GPa, $E_{yy} = 9.3$ GPa, $\nu_{xy} = 0.34$ y $G_{xy} = 5.2$ GPa.

La geometría a manufacturar en cada espécimen es un *open-hole* (véase Figura 3.1) definido por la norma ASTM D-5766 [73]. Para esto, se imprimen especímenes rectangulares en las máquinas arriba relacionadas; posteriormente, se cortan los sobrantes de material y mecanizan los agujeros para alcanzar la geometría de referencia. El espesor de cada probeta es definido por la secuencia del apilamiento y el grosor de las capas en función del recubrimiento y diámetro del filamento. Cada espécimen se manufactura individualmente, para garantizar la fabricación sin daños o fallas por falta de adherencia de la pieza a la cama de la impresora. En el caso específico de los especímenes Markforged, la impresión se realiza con el recubrimiento de poliamida, el cual, es removido posterior a la operación de taladrado. Esto último dado que, este tipo de máquinas no permite imprimir sin recubrimiento superficial; contrario a lo que sucede en la impresora Anisoprint, donde los parámetros de máquina facultan suprimir los recubrimientos de PETG. Sólo, algunos especímenes se fabrican con recubrimiento, direccionado a evaluar la capacidad del método FEMU en este tipo de configuraciones.

Las secuencias de apilamiento para las probetas impresas se definieron para configuraciones simétricas balanceadas. Manteniendo la simetría se seleccionaron apilamientos que cubrieron diferentes rangos de ortotropía, desde uno a cuatro, definido por la expresión

$$\rho = \frac{2S_{12} + S_{66}}{2\sqrt{S_{11}S_{22}}} \quad (4.4)$$

³Siglas en inglés de Fusion Deposition Modeling

⁴Siglas en inglés de Fused Filament Fabrication

donde, $S_{12} = -\nu_{12}/E_{11}$, $S_{11} = 1/E_{11}$, $S_{22} = 1/E_{22}$ y $S_{66} = 1/G_{12}$. Los valores de ρ cercanos a 1 referencian a un compuesto cuasi-isotrópico. Y los superiores a 3 identifican a compuestos altamente ortotrópicos, como son las láminas unidireccionales. De estas configuraciones de materiales, se fabrican un total de 22 probetas: 7, en Markforged MarkTwo; 12, en Anisoprint Composer A4, y 3, en autoclave. La mayoría de las probetas se manufacturan sin recubrimientos superficial, excepto por 4 pertenecientes a Anisoprint.

En la Tabla 4.1, se presentan los detalles de los especímenes manufacturados. La primera columna agrupa las probetas por el tipo de fabricación y máquina empleada en los casos de manufactura aditiva. La segunda columna corresponde al código de identificación del espécimen. La tercera columna concierne a la secuencia de apilamiento del compuesto manufacturado. En la última se encuentran las dimensiones geométricas; los dos primeros términos son la sección transversal, el siguiente es el diámetro del agujero y el último, el espesor de la capa. Todas las probetas impresas son de 200 mm de longitud y las de autoclave de 300 mm. Las probetas donde aparecen dos valores junto al símbolo de diámetro (ϕ) hacen referencia a los tamaños de agujeros empleados para la caracterización de esos especímenes. Finalmente, en los códigos asociados a los especímenes, las letras Mr, Ac, An, U, M, Q y S corresponden a Markforged, Anisoprint, autoclave, unidireccional, multidireccional, cuasi-isotrópico y recubrimiento superficial respectivamente. Por ejemplo, el código An-QS-1 pertenece a un laminado cuasi-isotrópico (Q) manufacturado en máquina Anisoprint (An) con recubrimiento superficial (S) y es espécimen uno de sus similares.

Tabla 4.1. Características de los especímenes manufacturados para la inferencia con FEMU

Fabricación	Probeta	Secuencia	Dimensiones (mm)	ρ
Impresora	Mr-M45-1	$[0/-45/90/45/0]_{2s}$	32.2×2.7 ; ϕ 6; 0.125	1.5-2.5
	Mr-U-1	$[0]_{20}$	34.4×2.4 ; ϕ 6; 0.125	3-4
	Mr-U-2		34.6×2.5 ; ϕ 6; 0.125	
	Mr-U-3		32×2.5 ; ϕ 6; 0.125	
Mr-U-4	32.21×2.45 ; ϕ 6; 0.125			
Markforged	Mr-Q-1	$[0/45/90/-45]_{2s}$	32.1×2.45 ; ϕ 6; 0.125	1
	Mr-Q-2		32.6×2.45 ; ϕ 6; 0.125	
Autoclave	Ac-Q-1	$[90/-45/0/45]_{3s}$	32×4.4 ; ϕ 6; 0.186	1
	Ac-Q-2		32×4.4 ; ϕ 6; 0.186	
	Ac-Q-3		32×4.4 ; ϕ 6; 0.186	
Impresora	An-U-1	$[0]_s$	32.6×2.5 ; ϕ 6; 0.34	3-4
	An-U-2		32.6×2.5 ; ϕ 6; 0.34	
	An-Q-1	$[0/45/90/-45]_s$	32.6×2.7 ; ϕ 6; 0.34	1
	An-Q-2		32.6×2.7 ; ϕ 6; 0.34	
Impresora	An-US-1	$[0]_s$	32.6×3.2 ; ϕ 6; 0.34	3-4
	An-US-2		32.6×3.2 ; ϕ 6; 0.34	
Anisoprint	An-QS-1	$[0/45/90/-45]_s$	32.6×3.7 ; ϕ 6; 0.34	1
	An-QS-2		32.6×3.7 ; ϕ 6; 0.34	
Anisoprint	An-M30-1	$[0/30/90/-30]_s$	36×2.9 ; ϕ 6; 0.34	3-4
	An-M30-2		36×2.9 ; ϕ 6 y 8; 0.34	
	An-M60-1	$[0/60/90/-60]_s$	36×2.9 ; ϕ 6; 0.34	3-4
	An-M60-2		36×2.9 ; ϕ 6 y 8; 0.34	

4.3 Diseño, manufactura y evaluación del patrón de puntos

En DIC, la información sobre deformaciones proviene de la detección de los desplazamientos relativos de un patrón de puntos o *speckles* generado sobre la probeta. Elaborar dicho patrón de *speckles* es, en consecuencia, de vital importancia y debe cumplir los siguientes requisitos [32]: i) alto contraste que corresponde a un gradiente amplio en variaciones de niveles de grises; ii) aleatoriedad, el patrón no debe ser repetitivo para garantizar la correspondencia y seguimiento; iii) isotrópico, no deben existir direccionalidades obvias en el patrón, y iv) estabilidad, el grabado se debe adherir firmemente a la superficie para deformarse junto a ella sin cambios evidentes en la geometría y la escala de grises.

Por otro lado, se recomienda que el tamaño de los *speckles* del patrón sea de al menos 3 píxeles, con un mínimo de 2 a 3 *speckles* por *subset* [93]. Este último alcanzaría un tamaño de 10 a 15 píxeles. Patrones de puntos menores a 3 píxeles tienen el riesgo de adicionar error y generar *aliasing*⁵ [94]. A medida que crece el tamaño del *speckle*, de igual modo lo hace el *subset*, se genera degradación de la resolución espacial de los desplazamientos y las deformaciones. El requerimiento de ser 3 píxeles se debe al teorema de muestreo [94]; éste dice que, para representar una señal de forma no ambigua, se debe tener al menos dos muestras (2 píxeles) por periodo. En el caso de los *speckles*, el concepto anterior asegura que dos píxeles podrían servir para representar un punto, mancha o *speckle*; pero por efectos de *aliasing*, dos píxeles no son suficientes; por esta razón debe ser de mínimo 3 píxeles [94].

Para generar patrones de puntos, existen diversas técnicas [86]; éstas van desde el uso de aerógrafo [95], aerosoles, impresiones en papel de transferencia al agua [96, 97], centrifugación de compuesto de resina epóxica y polvo de partículas [98, 99], láser [100], entre otros. Las comparaciones y evaluación de los diferentes métodos, respecto al tamaño y tipo de patrones, se exponen en el trabajo de Tong [77]. Existen diferentes parámetros enfocados a evaluar la calidad de los *speckles*, como son: entropía del *subset* [101], fluctuación media del *subset* [102], entropía de *Shannon* [103, 104], gradiente de intensidad media (MIG⁶) [105] entre otros. Cada una de estos parámetros están orientados a medir el contraste que existe en el nivel de grises del patrón, pero ninguno de ellos involucra los parámetros aleatorios de los *speckles*. En esta dirección Crammond et al. [106] y Lecompte et al. [64] proponen combinar los parámetros anteriores junto al análisis morfológico, para identificar la cantidad y tamaño de los *speckles*. Así mismo, Bomarito et al. [107] adicionan el parámetro del pico alto de auto correlación para evaluar el grado de irregularidad del patrón y así evitar los patrones que tienden a formar cuadrículas.

Para el caso particular de esta tesis, se utilizaron *speckles* generados con aerógrafo, aerosol, estampador cilíndrico e impresión en papel de transferencia al agua; técnicas seleccionados por la simplicidad, facilidad del proceso y calidad de los resultados obtenidos. La calidad de los *speckles* fue evaluada utilizando los análisis morfológicos propuestos en el trabajo de Lecompte et al. [64] y el valor del contraste medido a partir del parámetro MIG planteado por Pan et al. [105].

⁵Muestreo incorrecto del patrón de *speckles* durante el proceso de digitalización; esto genera imperfecciones en la imagen

⁶Del inglés *mean intensity gradient*

4.3.1 Diseño y manufactura de los patrón de *speckles*

La manufactura de los patrones de puntos, para cada una de las técnicas seleccionadas, requirió primero de la preparación de la superficie de los especímenes correspondiente a la región de interés. Para lograr esto, la zona en mención se debe lijar hasta alcanzar un acabado liso (véase figuras 4.5a y 4.5b). Luego, sobre las superficies pulidas y, además, desengrasadas se aplica una base de pintura en spray de color blanco mate (véase Figura 4.5c). Esta última actúa como base o fondo de los *speckles* manufacturados. Además, genera una iluminación plana, la cual, favorece el contraste y por defecto la correlación. Realizado este proceso de adecuación de las superficies, las probetas se encuentran listas para el grabado de los *speckles*.

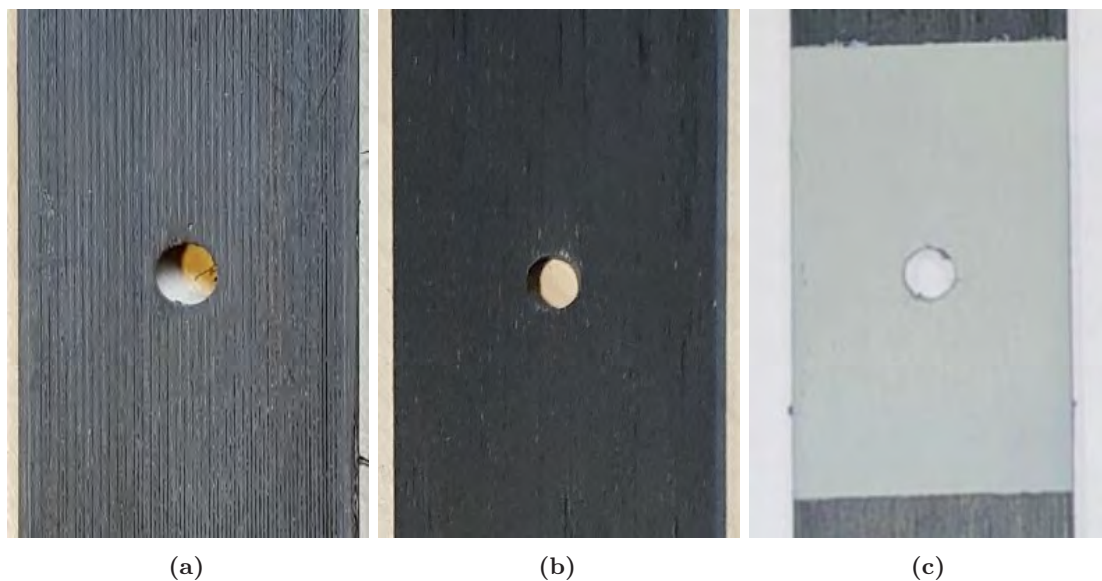


Figura 4.5. Preparación región de interés especímenes *Open-Hole Tension*: (a) sin tratamiento, (c) lijado (b) aplicación de base o fondo en pintura mate.

Patrón con aerógrafo y aerosol

La manufactura de los patrones con aerógrafo demanda un trabajo de ensayo y error en la generación del grabado óptimo para la detección de los desplazamientos. En este proceso se varían las entradas de caudal de aire (1) e inyección de tinta (2) del aerógrafo (véase Figura 4.6) hasta alcanzar el tamaño de *speckles* deseado. Al mismo tiempo, se aplica progresivamente la tinta atomizada sobre el espécimen hasta obtener aproximadamente el contraste de blancos y negros recomendado (50 %) [108]. Bajo condiciones similares, se prepara los patrones de *speckles* empleando aerosol; con esta técnica, el tamaño de los puntos se controla con la apertura de la boquilla y la distancia del aerosol a la superficie de la probeta.



Figura 4.6. Fabricación de patrones de puntos con aerógrafo: : (1) entrada de caudal de aire (2) entrada de inyección de tinta.

Patrón con estampador de rodillo

El patrón de puntos con estampador de rodillo se manufactura según las instrucciones dadas por el fabricante [109]. En este proceso, se utiliza el estampador de puntos más pequeños fabricado por Correlated Solutions; con tamaños de *speckle* de 0.1778 mm, recomendado para campos de visión de 144.78×53.34 mm (véase Figura 4.7). Para generar el patrón, el rodillo se pasa por la almohadilla de tinta para impregnar los grabados, luego el estampador rueda sobre la superficie de interés para imprimir los *speckles*. Se deben dar de 6 a 10 pasadas en diferentes direcciones.



Figura 4.7. Fabricación de patrones de puntos con estampador de rodillo.

Patrones en papel de impresión de transferencia al agua

En el diseño de los patrones de *speckles* impresos en papel de transferencia, se utilizan las herramientas digitales de Speckle Generator y Processing. En cada una de ellas, los diseños de los patrones se ajustan a una ventana de visión de 40×33.54 mm y a un diámetro promedio de 3 a 6 píxeles a fin de evitar problemas de *aliasing* [94] y baja resolución espacial. Speckle Generator es un *software* creado por Correlated Solutions para generar automáticamente los grabados, ingresando los valores del tamaño del campo de visión, además, del diámetro, porcentaje de densidad y variación de los *speckles*. En el caso específico de esta tesis, las dos últimas variables se configuran alrededor de un 76 % y 90 %, según los estudios realizados en [110]. Lo anterior direccionado a alcanzar un contraste del 50 % y un óptimo valor del parámetro Sigma dado por *software* de correlación de imágenes VIC-3D.

Con respecto a Processing, éste es un lenguaje para gráficos basado en Java o Python; en este *software* se desarrollan varios *scripts* que pretenden emular patrones de *speckles* fabricados manualmente con marcador [78]. En un primer *script* el arreglo de puntos se realiza posicionando tres manchas al interior de cada *subset*, que a su vez está dividido en 3 regiones, dos cuadrados y un rectángulo (véase Figura 4.8a). En cada *subset*, las posiciones del rectángulo y los cuadros van cambiando aleatoriamente, así mismo, su posición al interior de estas regiones. El segundo programa creado funciona igual que el anterior, pero los puntos fueron dispuestos al interior de un *subset* dividido en 4 partes iguales (véase Figura 4.8b). Un tercer *script* posiciona 3 *speckles* en el interior de cada *subset*, utilizando coordenadas polares con variaciones aleatorias en el radio y ángulo (véase Figura 4.8c). Un cuarto algoritmo se elabora para posicionar los *speckles* a lo largo de líneas horizontales que cruzan el campo de visión, intercalando los puntos con pequeñas variaciones aleatorias (véase Figura 4.8d). En cada uno de los *scripts* hasta ahora descritos, los *speckles* son elipses de ejes variables aleatoriamente. Un último *script* se crea para diseñar el patrón de puntos, utilizando valores aleatorios de grises para cada píxel o conjuntos de píxeles (véase Figura 4.9).

Cada uno de los *script* desarrollados trabajan de forma independiente, y con ellos se busca diseñar diferentes patrones para imprimir en papel de transferencia al agua. Posteriormente, las impresiones se montan sobre un espécimen y se adquieren las imágenes con el DIC. Finalmente, se evalúa la calidad de los *speckles* y los mejores se utilizarán para el proceso de inferencia elástica con FEMU.

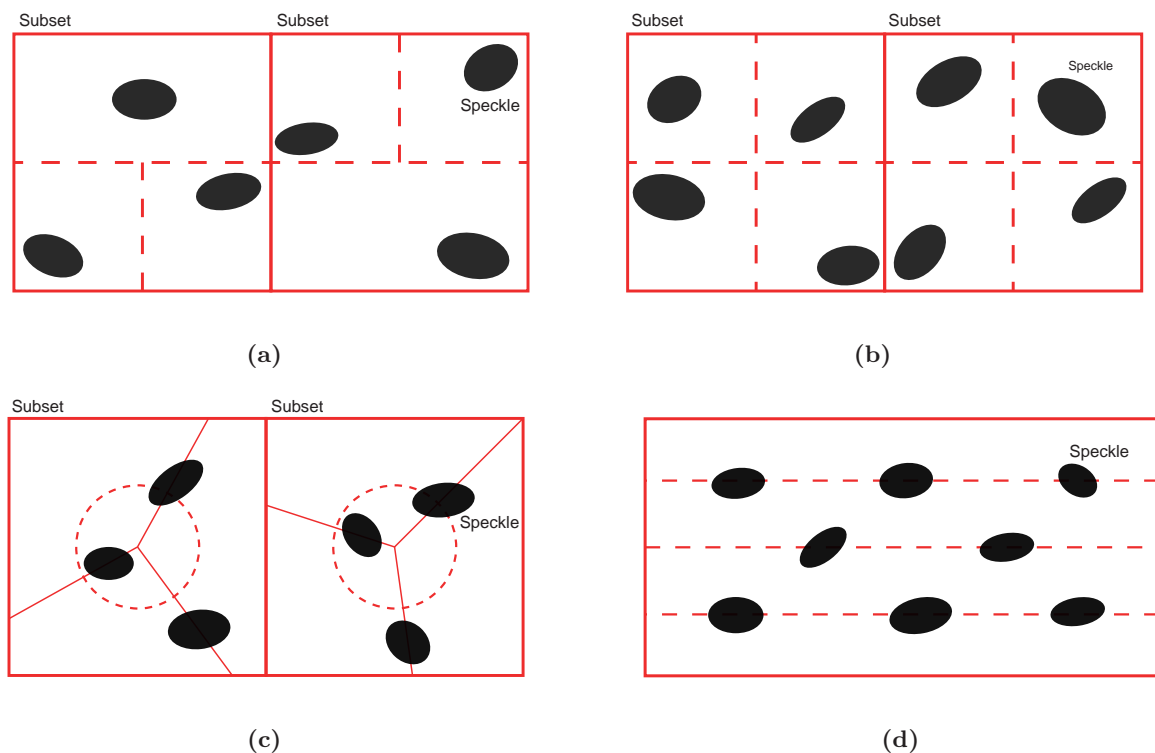


Figura 4.8. Diseño de speckles obtenidos con los scripts desarrollados en Processing: a) 3 speckles por subset, b) 4 speckles por subset, c) distribución polar y d) distribución horizontal.

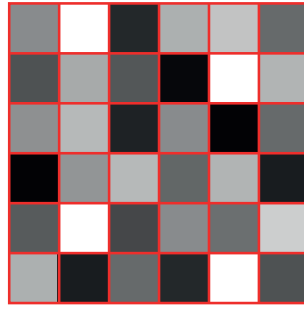


Figura 4.9. Script 5, asignación aleatoria de grises a cada píxel de la imagen.

Una vez se tienen los diseños creados con Speckle Generator y Processing, se procede a la impresión en el papel de transferencia. De la configuración óptica del DIC, se identifica un tamaño de píxel aproximado de 0.0163 mm, lo que corresponde a *speckles* de 0.0489 a 0.0978 mm de diámetro, de acuerdo con la restricción de 3 a 6 píxeles por mancha o punto. Para imprimir este tamaño de puntos se requiere de máquinas de alta resolución, de ahí que se utilicen las impresoras láser Rhico Pro C5200s y Pro C7200x con resoluciones de 1200×4800 dpi y 2400×4800 dpi respectivamente. Valores que se traducen en la capacidad de imprimir puntos de un tamaño de 0.0211 a 0.010 mm en la horizontal y 0.0059 mm en la dirección vertical.

El papel utilizado para crear los patrones es del tipo impresión de transferencia al agua [111], el cual posee dos hojas: una opaca y otra transparente. En la primera se realiza la impresión del patrón y la otra se adhiere a la primera, para proteger la tinta de impresión. Una vez se tienen los patrones impresos se recorta el grabado y se le retira la capa protectora (véase Figura 4.10a), luego se posiciona sobre la región de interés y se humedece hasta desprender el papel exterior (4.10b y 4.10c). Finalmente, se procede a secar con aire y a retirar los sobrantes (véase figuras 4.10e y 4.10f).

4.3.2 Evaluación de los patrones de *speckles* manufacturados

En esta investigación, todos los patrones de *speckles* generados se fabrican de puntos de color negro o en su defecto en niveles de grises sobre una base blanca mate. Se analizan un total de 56 tipos de *speckles*, con el fin de seleccionar el patrón o patrones óptimos para la inferencia con FEMU. De éstos, 6 se generan con aerógrafo; 6 en aerosol, 4 con estampador cilíndrico, 7 en el Speckle Generator, y 25 con los *scripts* de Processing. Cada uno de los patrones se elaboran siguiendo las especificaciones arriba explicadas.

En cuanto a los grabados creados con aerógrafo y aerosol, las variaciones en los *speckles* están determinados por el paso de aire y tinta. En el caso específico del estampador de rodillo, las diferencias en los puntos se determinan por el número de pasadas empleadas para crear el patrón [109]. Por otro lado, en los patrones creados con Speckle Generator, los distintos patrones se obtienen modificando el tamaño de los *speckles* y los porcentajes de variación; es decir, se inducen desviaciones respecto a una posición matricial ordenada. Por último, los cambios en los *speckles* provenientes de los *scripts* de Processing se dan en función del tamaño del *speckle* y las variaciones en los ejes de la elipse que lo definen, así mismo, en los tamaños de los *subsets* para albergar de 3 a 4 puntos. Respecto al *script* 5, los patrones se diseñan por ruido o aleatoriedad, variando el número de píxeles que se les asigna el mismo valor aleatorio de gris.

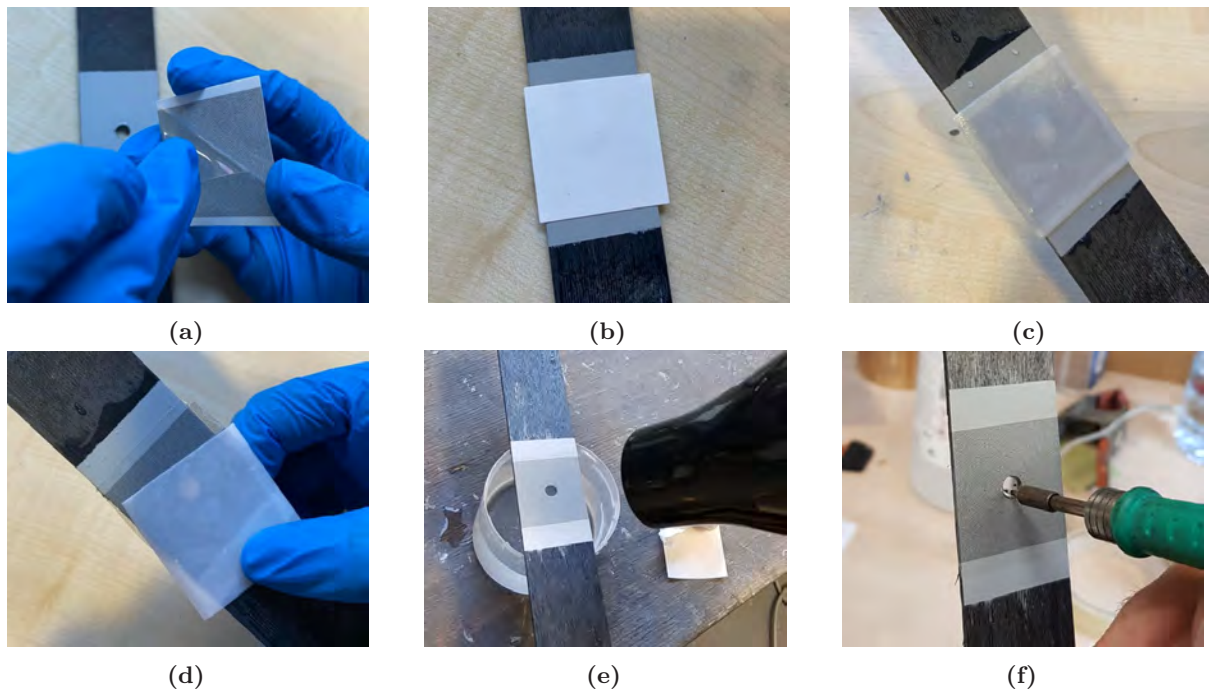


Figura 4.10. Grabado del patrón de puntos en papel de transferencia al agua en la probeta: (a) recorte de grabado y retiro de película protectora, (b) fijación del grabado en la región de interés, (c) y (d) liberación del grabado, (e) y (f) secado y retiro de restantes.

A cada uno de los patrones de *speckles* obtenidos con las técnicas mencionadas, se les toman imágenes con DIC estéreo, con el fin de evaluar y seleccionar el mejor patrón para las campañas experimentales. En el proceso de adquisición, la iluminación se configura para alcanzar el máximo contraste de grises de los patrones. Para esto, se busca la mejor posición de las luces que garantizan el óptimo del mapa de co-varianza disponible en el *software* VIC SNAP de Correlated Solutions. Éste corresponde a un estimado del valor de Sigma, el cual es un estimado de que tan fácil es rastrear y buscar un *subset* para unas condiciones de iluminación dadas. Siendo la mejor configuración de iluminación cuando el Sigma mínimo cubre la mayor cantidad de la región de interés de la probeta (véase Figura 4.11). Al mismo tiempo, la co-varianza permite chequear el foco de las cámaras a través del balance del mapa de colores respecto al agujero.

En las figuras 4.12 a 4.15, se presentan algunas de las imágenes obtenidas con el DIC, de los patrones de *speckles* manufacturados. En el caso específico de la Figura 4.12, las imágenes corresponden a los patrones realizados con aerógrafo, aerosol y estampador de rodillo. Se destaca a la técnica de aerógrafo la de menor tamaño en los *speckels* respecto a las otras dos.

Las figuras 4.13 a la 4.15 corresponden a los patrones creados con Speckle Generator y Processing; de las imágenes se resalta que la imagen impresa se desvia del patrón digital diseñado, esto debido a la falta de resolución en las máquinas de impresión. En la Figura 4.15b, en donde el patrón con diseño aleatorio es captado por las cámaras del DIC como una cuadrícula (tablero de ajedrez), condición que imposibilita el proceso de correlación, dado que se viola los parámetros de aleatoriedad e isotrópismo [32]. Finalmente, a excepción del estampador cilíndrico, todos los

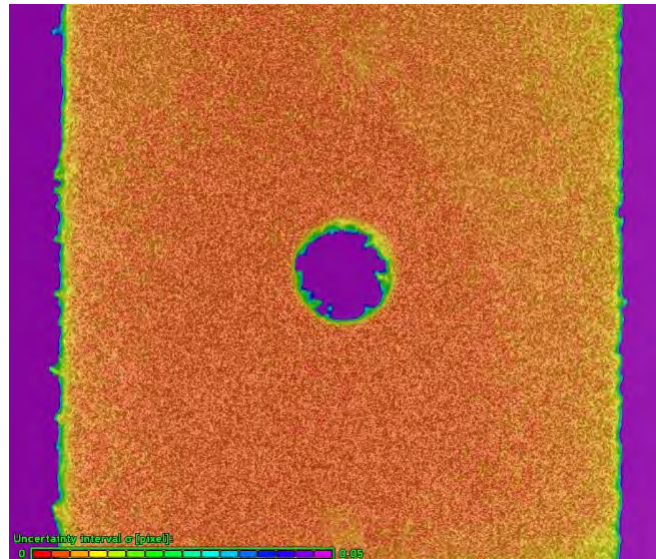


Figura 4.11. Mapas de co-varianza, *software* VIC SNAP.

patrones generados pierden contraste, dado que el fondo blanco tiende a tornarse gris; lo anterior debido a factores de niebla creados por el mecanismo estrangulador del aerosol y aerógrafo. Y en el caso del papel de transferencia, por el carácter opaco del plástico que contiene los *speckles*. Posiblemente esta característica se puede obviar a través del tratamiento digital de imágenes; pero se debe analizar cómo este proceso puede perturbar los campos de desplazamiento obtenidos.

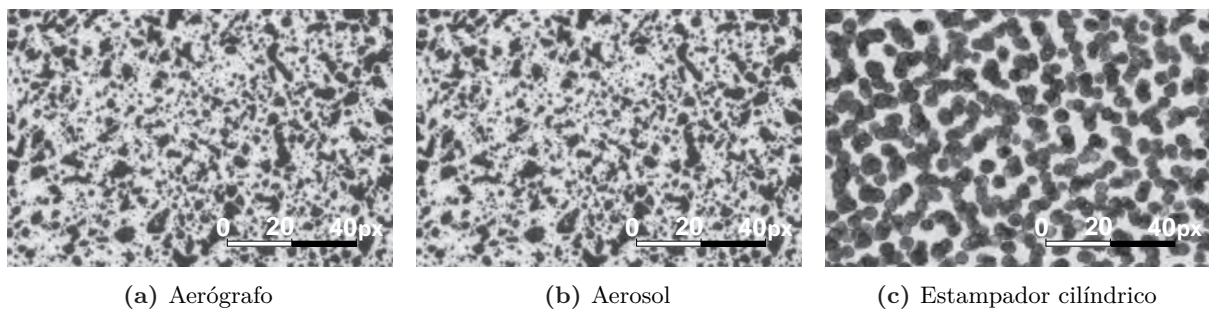


Figura 4.12. *Speckles* fabricados manualmente con aerógrafo, aerosol y estampador de rodillo, imágenes de 120×80 píxeles.

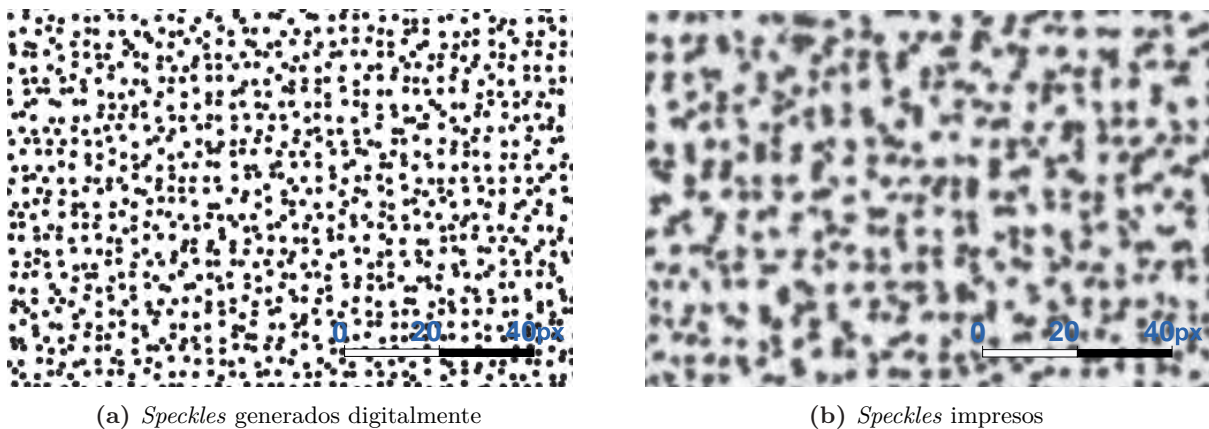
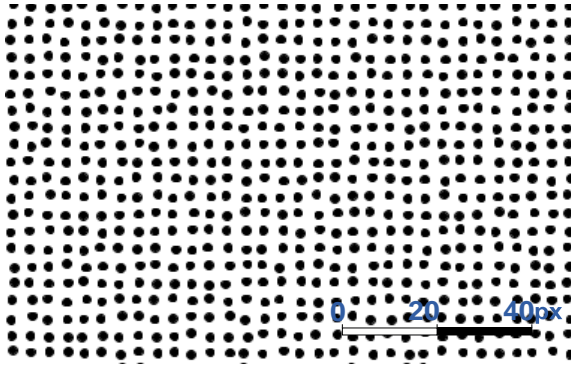
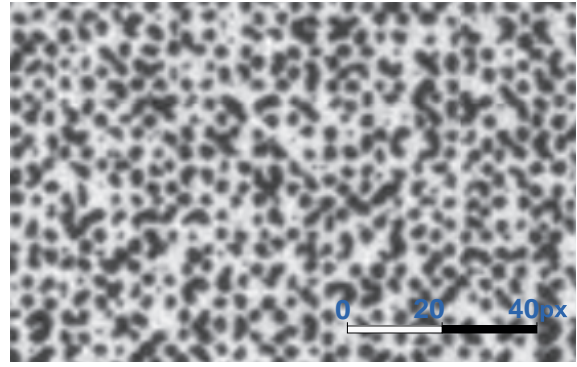


Figura 4.13. *Speckles* elaborados con el *software* *Speckle Generator*, imágenes de 120×80 píxeles.

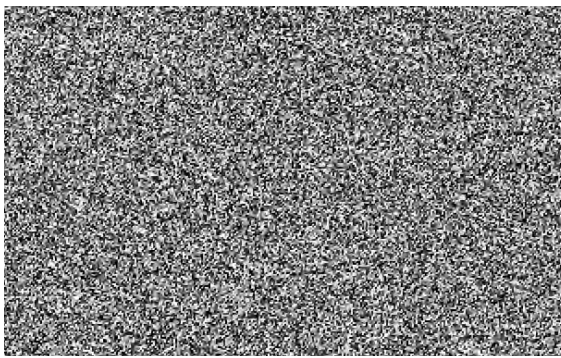


(a) *Speckles* generados digitalmente



(b) *Speckles* impresos

Figura 4.14. *Speckles* elaborados con Processing en función de 3 píxeles por *subset*, imágenes de 120×80 píxeles.



(a) *Speckles* generados digitalmente



(b) *Speckles* impresos

Figura 4.15. *Speckles* fabricados por asignación aleatoria de grises en Processing (*script* 5).

La evaluación de los patrones de *speckles*, direccionado a la selección del grabado más apropiado para inferir campos de desplazamiento confiables, se realiza a partir del cálculo del MIG [105], el análisis de morfología y el tamaño de *subset* recomendado por el software VIC-3D. El MIG evalúa el contraste del patrón de *speckles*; es decir, la relación del nivel de grises entre el primer plano (*speckles*) y la base (fondo de la imagen). La ecuación del MIG corresponde a:

$$MIG = \sum_{i=1}^W \sum_{j=1}^H \frac{|\nabla f(\mathbf{x}_{ij})|}{W \times H} \quad (4.5)$$

donde, W y H son el ancho y alto en píxeles del área de análisis, y $|\nabla f(\mathbf{x}_{ij})|$ es el módulo del vector gradiente de intensidad local y es equivalente a $\sqrt{f_x(\mathbf{x}_{ij})^2 + f_y(\mathbf{x}_{ij})^2}$. Cuanto mayor sea el valor del MIG, mejor correspondencia habrá en el proceso de correlación de las imágenes [108]. El análisis morfológico determina tamaños y cantidades de *speckles*, a partir de técnicas de segmentación propias del tratamiento digital de imágenes. Este análisis se ha orientado a determinar fenómenos de *aliasing* y la proyección del tamaño del *subset*. El tamaño del *subset* define la resolución del campo de deformación.

En la Figura 4.16, se muestran las curvas para el análisis morfológico de algunos de los patrones manufacturados; el eje vertical representa el área acumulada de *speckles* y el eje horizontal, el respectivo diámetro. Las líneas verticales demarcan la zona de diámetros ideales teóricos correspondientes a 3 y 6 píxeles. De las curvas exhibidas, los patrones creados con técnicas manuales (aerógrafo, aerosol y estampador cilíndrico) presentan mayor cantidad de *speckles* en la zona de referencia ideal; así mismo, los grabados obtenidos poseen un alto porcentaje de puntos por debajo de los 3 píxeles, factor que podría incidir en el fenómeno de *aliasing*. En el caso específico de las curvas pertenecientes a las técnicas digitales de fabricación de *speckles*, los tamaños de los puntos de los patrones generados superan ligeramente los valores óptimos. Lo anterior directamente ligado a la resolución de las máquinas de impresión. La ventaja que dan los patrones elaborados con esta técnicas digitales de fabricación es el de poder concentrar los *speckles* alrededor de un rango de poca variación y que no contienen puntos que estimulen el fenómeno de *aliasing*.

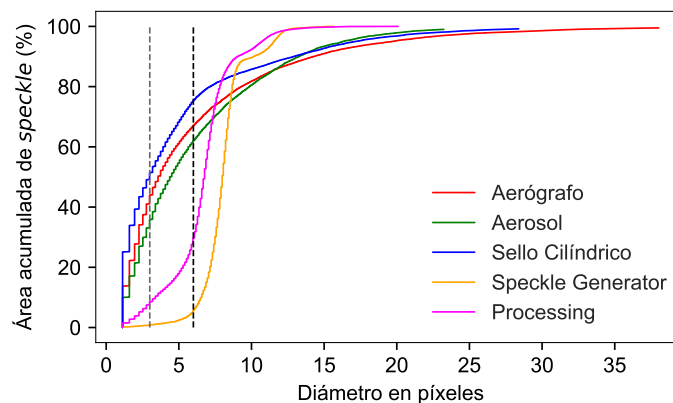


Figura 4.16. Curvas diámetro de *speckles* vs área acumulada en porcentaje.

En la tablas 4.2 y 4.3 se presenta el resumen de la evaluación de los patrones de *speckles* generados. En éstas, la segunda columna hace referencia al método de fabricación del patrón; la tercera establece las características de la manufactura; la cuarta corresponde al contraste o número MIG. Desde la quinta hasta la séptima columna, hacen referencia a la morfología; donde, M1 y M2 es el porcentaje de área de *speckles* menores a 3 y superior a 6 píxeles respectivamente, y M3 es el diámetro máximo de *speckles* encontrados cuando el área acumulada de los mismos es de aproximadamente el 90 %. Finalmente, la última columna corresponde al tamaño del *subset* recomendado por el VIC-3D. En la misma tabla, S es *Speckle*; P, píxel; Sb, *subset* y D, densidad (Variable del Speckle Generator).

Para dar claridad en el manejo de la nomenclatura e información presentada en las tablas 4.2 y 4.3, se citan algunas configuraciones de patrones de puntos. En esta dirección, en las filas correspondiente a SpeckGen, los diseños se caracterizan por tener un tamaño de *speckle* en píxeles concerniente al primer término de la tercera columna y una densidad en % que compete al segundo valor de la misma. Por otra parte, en las filas de los *scripts* 1 y 2, los tres valores de

la columna ‘características’ corresponden a: la cantidad de *speckles* por *subset*, los límites sobre los cuales oscila el diámetro del *speckle*, y el tamaño del *subset*. Como ejemplo, si se toma la fila 35, ésta hace referencia a un patrón de puntos diseñado con el *script* 2, el cual contiene cuatro *speckles* al interior de un *subset* de 11 píxeles de lado y de un tamaño de *speckles* entre 4 y 5 píxeles. Los *scripts* 3 y 4 comparten parte de las características anteriores pero ajustadas a las condiciones de diseño del *script*. Finalmente, las últimas filas que corresponden al *script* 5, el valor designado en la columna ‘características’ es el tamaño del cuadrilátero en el que se divide la imagen y al cual se le asigna un valor aleatorio de escala de grises.

De los resultados consignados en la Tabla 4.2, se evidencia que el estampador cilíndrico no supera a la manufactura con aerógrafo y aerosol en la mayoría de los marcadores, siendo el aerógrafo el método con mejores resultados, ligeramente superior al aerosol. En las técnicas digitales con manufactura de impresión (véase Tabla 4.3), los resultados obtenidos son más parejos y no hay una diferencia clara para su selección; esto se debe a que cada uno de ellos se diseña apuntando al mismo objetivo (3-6 píxeles de diámetro, alto contraste, reducción del *subset* y aleatoriedad). Los candidatos seleccionados para los experimentos se hacen en función del mejor compromiso entre las variables. Es decir, se seleccionan el mayor valor de MIG y el menor valor en el restante de características. En aquellos casos en que los valores son similares, se le da prioridad al MIG, al diámetro máximo y luego a los valores que generan *Aliasing*. En la Tabla 4.3, las tres últimas filas hacen referencia a los *speckles* diseñados con ruido o aleatoriedad. En éstos, los resultados indican ser un buen patrón para experimentación, pero en el proceso de impresión no se logra reproducir el patrón fielmente, generándose un efecto de rejilla o tablero de ajedrez, el cual no permite la correlación. Finalmente, la validación experimental se va a realizar con las referencias número 3 (Aerógrafo), 23 (SpeckGen), 33 (Script 2, *processing*) y 40 (Script 3, *Processing*).

Tabla 4.2. Evaluación de los patrones de *speckles* manufacturados de forma manual (igual iluminación y apertura).

<i>N</i> °	Método	Características	MIG	M1	M2	M3	Sub.	
1			27	44	30	13	31	
2			26	36	47	14	33	
3	Aerógrafo		29	40	32	15	29	
4			27	50	24	11	31	
5			27	42	29	11	35	
6			24	45	26	10	37	
7				22	38	34	14	39
8				25	36	35	13	33
9	Aerosol		25	38	36	13	37	
10			25	40	34	13	33	
11			26	36	38	14	35	
12			26	48	37	14	35	
13			6 capas	16	52	33	14	51
14		Estampador	7 capas	16	50	25	12	53
15	Cilíndrico	8 capas	15	54	24	11	53	
16		9 capas	15	55	24	10	55	

Tabla 4.3. Evaluación de los patrones de *speckles* manufacturados de forma digital para papel de transferencia al agua (igual iluminación y apertura)

<i>N</i> ^o	Método	Características	MIG	M1	M2	M3	Sub.
17		4P, 60 %D	24	9	83	9	37
18		5P, 40 %D	21	1	92	10	39
19		5P, 50 %D	25	3	90	11	35
20	SpeckGen	5P, 60 %D	25	4	83	12	35
21		5P, 70 %D	29	3	85	17	33
22		6P, 50 %D	22	2	93	12	41
23		6P, 60 %D	29	2	94	9	35
24		3S, ϕ 3y4P, Sb11	30	6	62	17	31
25		3S, ϕ 3y4P, Sb13	29	2	60	14	31
26		3S, ϕ 4y5P, Sb11	26	16	43	16	35
27	Script1,	3S, ϕ 4y5P, Sb13	30	8	60	20	31
28	Processing	3S, ϕ 4y5P, Sb15	28	9	71	17	33
29		3S, ϕ 4y5P, Sb17	26	8	69	13	35
30		3S, ϕ 5y6P, Sb13	28	14	40	19	33
31		3S, ϕ 5y6P, Sb17	27	9	80	19	35
32		4S, ϕ 3y4P, Sb11	27	8	58	19	35
33		4S, ϕ 3y4P, Sb13	31	5	58	14	31
34		4S, ϕ 3y4P, Sb15	31	8	60	11	31
35	Script2,	4S, ϕ 3y4P, Sb25	20	9	55	9	43
36	Processing	4S, ϕ 4y5P, Sb13	25	16	53	18	35
37		4S, ϕ 4y5P, Sb17	26	7	75	15	37
38		4S, ϕ 5y6P, Sb15	27	22	45	20	33
39		4S, ϕ 5y6P, Sb19	29	9	65	15	35
40		ϕ 3P, Sb8	31	4	45	17	31
41		ϕ 3P, Sb10	28	8	68	9	33
42	Script3,	ϕ 4P, Sb8	24	28	33	12	37
43	Processing	ϕ 4P, Sb10	30	2	85	14	31
44		ϕ 5P, Sb10	31	6	80	18	31
45		ϕ 5P, Sb12	27	2	94	11	33
46		ϕ 3y4P, Sb11	31	5	78	22	31
47		ϕ 3y4P, Sb13	26	8	70	16	35
48		ϕ 3y4P, Sb15	28	6	60	12	36
49		ϕ 4y5P, Sb13	17	10	70	34	31
50	Script4,	ϕ 4y5P, Sb15	29	8	68	17	35
51	Processing	ϕ 4y5P, Sb17	28	8	65	14	33
52		ϕ 5y6P, Sb15	30	15	45	26	31
53		ϕ 5y6P, Sb17	25	9	78	29	37
54		ϕ 5y6P, Sb19	25	5	90	20	35
55	Script5,	1P	28	1	48	18	33
56	Processing	2P	31	0	63	17	29
57		4P	27	0	63	17	29

4.4 Configuración del equipo de correlación de imágenes

El uso del equipo de DIC estéreo requiere de la configuración apropiada de un conjunto de variables intrínsecas y extrínsecas que intervienen en la calidad e incertidumbre de la medida. De ahí que este apartado expone los detalles de la selección y configuración de las respectivas variables, encaminado a obtener los campos de desplazamiento para la inferencia elástica con la metodología FEMU.

4.4.1 Selección del *Stereo rig*

El *stereo rig* es la unidad de dos cámaras utilizadas para adquirir las imágenes simultáneamente. La configuración del *stereo rig* está direccionada a la selección de las cámaras, los lentes (parámetros ópticos), el estereó ángulo y la iluminación para obtener imágenes óptimas para el proceso de correlación. En esta tesis, la selección de los parámetros se realiza sobre los dispositivos disponibles en el equipo DIC del fabricante Correlated Solutions, adquirido por el grupo AMADE para medición en compuestos laminados. Las características del equipo DIC, para la identificación cuasi-estática de las propiedades elásticas del material considerado, se presentan en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4. Características equipo DIC Correlated Solutions

Cantidad	Componentes	Características
4	Cámaras	SONY IT monocromáticas, sensor CCD y micro lentes súper HAD, 'chip' de 8.5 mm 7.1 mm tipo 2/3 (diag. 11 mm), 5 Mega píxeles (2452 $H \times$ 2056 V), montaje tipo C y Firewire de 1394b.
4	Lentes	Schneider Cinegon 1.4/8 mm
4	Lentes	Schenider Xenonplan 1.4/23
2	Lentes	Rodagon y 1:4.0/120 mm
2	Monturas	"Helical", para lentes Rodagon con enfoque inteligente
2	Adaptadores	"Helical" tipo c
2	Juegos	Tubos de extensión de 12 mm, 24 mm, 48 mm y 120 mm
2	Focos	DX-15 luz casi fría, bombilla de metal-halógeno de 150 W, cada una con tripode Manofrotto Nano
2	Reflectores	MaxiNomr de 90 mm de radio y MaxBrite de 360 mm de diámetro
1	Accesorios de posicionamiento de cámaras	2 Barras estereoscópicas de 980 mm, 4 monturas estándar para cámaras, 4 sistemas de ajuste fino de cámaras, 2 trípodes Manfrotto 058B y 2 cabezales 3D Manfrotto 410
4	Plantillas de calibración	Matriz de puntos 9×9 , espaciado entre puntos de 3 mm, 1.78 mm, 1.34 mm, 0.89 mm y 0.45 mm
1	Unidad de control	Dell Precision T5600
	Licencias	VIC-SNAP, VIC-3D y VIC-2D

Parámetros ópticos

Para determinar los parámetros ópticos, se utiliza el *software MachVis*; dentro de éste se fijan las variables tipo de sensor y montaje de la cámara, además del ancho del área de visión (40 mm valor cercano al ancho del espécimen, véase Figura 4.17). La distancia de enfoque se varía, hasta alcanzar una de las lentes y accesorios del equipo DIC de referencia (véase Figura 4.16). El anterior proceso da como resultado una lente Rodagon de 60 mm, 2 tubos de 12 mm (2408-021-108-00) y 24 mm (2408-021-109-00) y una distancia de enfoque 317 mm (véase Figura 4.18). Cada uno de estos dispositivos se encuentra disponible en el equipo referenciado en la Tabla 4.3.

The screenshot shows the MachVis software interface. On the left, there are control panels for 'Object distance' (set to 360.0mm), 'Object size' (set to 38.0mm), 'Image [sensor] size' (set to 2/3 inch CCD with 6.6mm height and 8.8mm width), and 'Camera adapter type' (set to C-Mount with 17.5mm depth). The main area displays a table of optical configurations with the following data:

	Qioptiq Lens Name	Focus Device	Ext	Lens EFL	Total W.D.	Free W.D.	Object Size	Image Size	Mag Value	Mag Range	Lens to Camera	Flange F.D.	Flange F.D. R
	Theory			67.69mm	443.37mm	360.00mm	38.00mm	8.80mm	-0.232x			83.37mm	
1	Rodagon 60	Modular Foc...	1	62.00mm	404.09mm	303.03mm	38.00mm	8.80mm	-0.232x	-0.5 to -0.06	83.56mm	70.46mm	62.2-87
2	Rodagon 60	Smart Focus	2	62.00mm	404.09mm	303.03mm	38.00mm	8.80mm	-0.232x	-0.5 to -0.06	83.56mm	70.46mm	69.2-81
3	Rodagon WA 60	Modular Foc...	1	61.40mm	399.72mm	298.80mm	38.00mm	8.80mm	-0.232x	-0.25 to -0.066	83.42mm	69.92mm	62.2-87
4	Rogonar-S 75	Modular Foc...	1	74.10mm	486.14mm	372.48mm	38.00mm	8.80mm	-0.232x	-0.5 to -0.1	96.16mm	82.86mm	62.2-87
5	Rogonar-S 75	Smart Focus	1	74.10mm	486.14mm	372.48mm	38.00mm	8.80mm	-0.232x	-0.5 to -0.1	96.16mm	82.86mm	81.2-93
6	Rogonar-S 75 full metal	Modular Foc...	1	74.10mm	486.14mm	372.48mm	38.00mm	8.80mm	-0.232x	-0.5 to -0.1	96.16mm	82.86mm	62.2-87
7	Rogonar-S 75 full metal	Smart Focus	1	74.10mm	486.14mm	372.48mm	38.00mm	8.80mm	-0.232x	-0.5 to -0.1	96.16mm	82.86mm	81.2-93
8	Rodagon WA 60	Smart Focus	2	61.40mm	399.72mm	298.80mm	38.00mm	8.80mm	-0.232x	-0.25 to -0.066	83.42mm	69.92mm	69.2-81
9	Rogonar-S 75	Focus Adap...	5	74.10mm	486.14mm	372.48mm	38.00mm	8.80mm	-0.232x	-0.5 to -0.1	96.16mm	82.86mm	82.5-87
10	Rogonar-S 75 full metal	Focus Adap...	5	74.10mm	486.14mm	372.48mm	38.00mm	8.80mm	-0.232x	-0.5 to -0.1	96.16mm	82.86mm	82.5-87

Below the table, a schematic drawing shows the optical setup with components: Rodagon 60 (0701-393-000-40), Extension Tube [1x] (2408-021-108-00), Extension Tube [1x] (2408-021-109-00), Smart Focus (2408-021-000-43), and Camera Adapter (2408-009-106-00).

Figura 4.17. Selección óptica y accesorios, *software MachVis*.

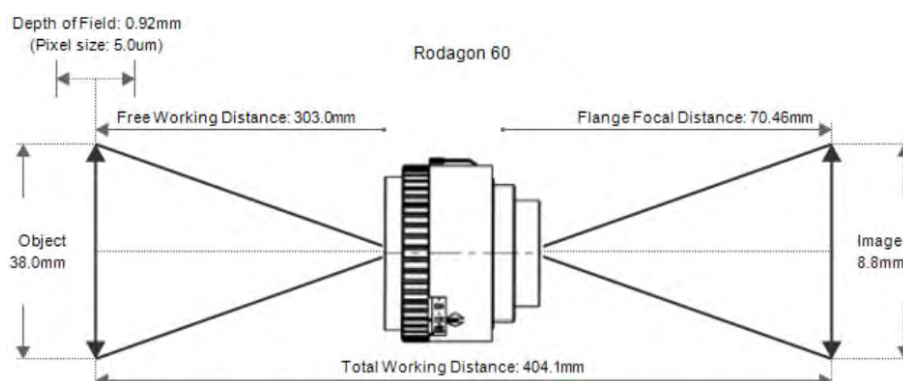


Figura 4.18. Distancias ópticas seleccionadas empleando el *software MachVis*.

La resolución de la cámara junto al campo de visión (FOV) definen la precisión del desplazamiento y la resolución espacial. En nuestro caso específico, el FOV es de 40 mm y su selección se hace en función del ancho del espécimen *Open-hole* (36 mm) utilizado en las pruebas experimentales. Las cámaras disponibles tienen una resolución de 5 Mega píxeles ($2452 H \times 2056 V$); por lo tanto, el tamaño del píxel obtenido es de $FOV/2452H = 0.0163 \text{ mm/pixel}$. La precisión alcanzada por

el DIC oscila entre 1/20 a 1/100 píxeles [112], según la precisión del montaje del DIC, patrón de *speckles*, iluminación y perturbaciones externas (temperatura, vibraciones, corrientes de aire entre otros). Teniendo en cuenta los valores de subpíxel mencionados (1/20 a 1/100), la precisión teórica de medición del desplazamiento con el DIC está entre 8.157×10^{-4} mm y 1.631×10^{-4} mm respectivamente. Dado que los materiales a ensayar serán sometidos a desplazamientos en la zona elástica aproximados de 0.6 a 1 mm durante los experimentos, se infiere una precisión teórica de medición de al menos un 0.16 % con el equipo DIC.

La resolución espacial hace referencia a la cantidad de puntos que conforman los campos de desplazamiento y deformación en la región de interés (ROI). Esta última correspondiente al área de la probeta que se encuentra en el campo de visión de las cámaras. La resolución depende del tamaño del *subset* y *step*, con un valor mínimo recomendado para este último en 1/4 de la medida asignada al *subset* [112]. La resolución máxima se obtiene, restando a cada eje de la resolución de la cámara el valor asignado al *subset*, y el resultado alcanzado dividiéndolo por el valor del *step*. En nuestro caso, la cámara es de 5 Mega píxeles ($2452 H \times 2056 V$) y el tamaño mínimo de *subset* logrado experimentalmente de 29×29 píxeles. Por lo tanto, restando a 2452 el valor de 29 y luego dividiéndolo por 7 (1/4 del *subset*), se obtiene un número de puntos en la dirección horizontal de 692. Realizando lo mismo para el eje vertical, se tiene una resolución máxima aproximada de 692×579 puntos en la ROI.

Estéreo ángulo

El estereo ángulo es el formado entre las cámaras respecto al espécimen (véase Figura 4.19); pequeños valores del estereo ángulo son apropiados en desplazamientos en el plano, pero generan incertidumbre en desplazamientos fuera del plano y a la inversa para grandes estereo ángulos [113]. El estereo ángulo debe estar dentro de 15 y 35 grados, ya que, para lentes mayores a 35 mm, ángulos superiores a 35 grados generan dificultades en la relación cruzada entre las cámaras; esto debido a las grandes diferencias en perspectiva en las imágenes desde cada cámara. En el caso específico de esta tesis, el estereo ángulo está entre 15 y 20 grados, con el objetivo de captar lo mejor posible los movimientos de los especímenes en los ensayos a tensión realizados.

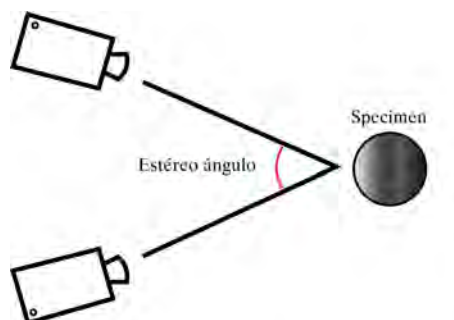


Figura 4.19. Estéreo ángulo.

Iluminación

Los especímenes de ensayo planos y el color blanco mate del fondo del patrón de *speckles* facilitan la iluminación, permitiendo ganar en profundidad de campo al reducir la apertura del lente. En el caso específico de los experimentos realizados en esta tesis, dos lámparas halógenas de 150 W se posicionan a ambos lados de las cámaras, garantizando el mejor contraste posible en las imágenes adquiridas (Figura 4.20). Las fuentes de luz utilizadas generan ondas de calor que podría causar dilataciones térmicas induciendo los consecuentes desplazamientos, que alterarían la medida [114]; para evitar este fenómeno es recomendable instalar ventiladores que disipen las ondas de calor sin perturbar la estabilidad de las cámaras. Para garantizar una buena iluminación en una cámara de 8 bits es necesario conseguir un contraste del 50 % del nivel de grises entre los niveles de blancos y negros del patrón de *speckles*; en cámara de más de 8 bits, este parámetro podría ser mayor [114].

En la medición del contraste, se usan las herramientas de segmentación o binarización de Matlab; las cámaras disponibles del DIC empleadas en esta tesis son de 14 bits, y en los patrones manufacturados, el nivel de grises entre los *speckles* y el fondo es siempre superior a 50. La herramienta de co-varianza del software VIC SNAP (véase Figura 4.11) permite identificar la incidencia de luz sobre la superficie del espécimen de prueba. Una manipulación de los focos de luz que logren un valor uniforme y mínimo del parámetro Sigma, en el mapa de co-varianza, garantiza una óptima iluminación y, por defecto, buen contraste en el patrón de puntos. Recordemos que, ante cambios significativos de contraste, es necesario utilizar criterios de correlación normalizados de media cero como es el ZNSSD (véase ecuación 4.1).

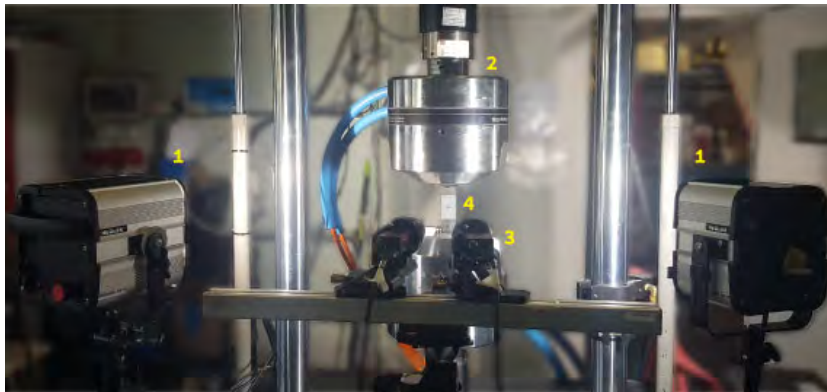


Figura 4.20. Posicionamiento del sistema de iluminación en el montaje DIC: (1) lámparas, (2) máquina universal, (3) cámaras y (4) probeta.

Tiempo de exposición

El tiempo de exposición es la variable que determina el lapso disponible por el sensor para recoger luz antes de una nueva imagen; esta variable fluctúa entre 0 y 50 ms. Valores grandes se traducen en una imagen brillante y a su vez con tendencia a hacerse difusa; tiempos de exposiciones pequeños generan imágenes oscuras de bajo contraste. Lo anterior lleva a definir un valor apropiado para obtener las mejores imágenes; la recomendación del fabricante Correlated

Solutions [115] es mantener el tiempo de exposición debajo del inverso de la distancia focal del lente. En nuestro caso, la lente es de 60 mm, el tiempo de exposición es máximo de 17 ms.

4.4.2 Análisis de la apertura

La apertura también denominada número f ($\#f$ o $f/\#$) es un parámetro asociado a la cantidad de luz que llega al sensor de la cámara. Entre más pequeño sea el número f , mayor es la apertura y la entrada de luz; por defecto, la imagen será más brillante. Así mismo, se reduce la profundidad de campo, obligando a establecer concordancia con el estéreo ángulo. Aperturas pequeñas pueden generar problemas de difracción, mientras que demasiado grandes generan aberraciones ópticas. La apertura depende de la lente y la aplicación; en el caso específico del DIC, los valores empleados deben oscilar entre el rango de $f/5.6$ a $f/11$ [86], con una asignación aproximada para ambas cámaras en los casos de DIC estéreo.

La selección de una correcta apertura está orientada a buscar la mejor correspondencia entre la profundidad de campo y nitidez de la imagen. La nitidez favorece el contraste y la correlación de las imágenes. Por otro lado, la profundidad de campo permite una mayor distancia de enfoque; esta condición beneficia el estéreo DIC, dada las inclinaciones del espécimen respecto a la cámara. Las dos variables (profundidad de campo y nitidez) están completamente ligadas a la apertura del lente, pero con el agravante que la mejora de una perjudica a la otra.

Dada la importancia de la apertura en el proceso de correlación digital, a continuación se analizará el efecto de la apertura en la incertidumbre de la medición, el ruido, el error de sesgo o bias y el error de correlación. Cada una de las anteriores en dirección a seleccionar los valores de apertura adecuados para la inferencia con FEMU. Para lograrlo se adquieren imágenes a una probeta en condiciones estáticas durante su desplazamiento de 1 mm sin carga (como se indicó en la sección 4.1.2). Los especímenes empleados tienen grabados los patrones de *speckles* seleccionados en el apartado 4.3.2. Cada prueba se realiza para las aperturas de $f/4$, $f/5.6$, $f/8$, $f/11$, $f/16$ y $f/22$ de la lente Rodagon de 60 mm seleccionada.

Efecto de la apertura en el ruido

Para el estudio de los efectos de la apertura sobre el ruido blanco, se calculan los errores de varianza como se indican en la Sección 4.1.2. El estudio se hace sobre 20 imágenes estáticas capturadas justo después de la calibración. La Figura 4.21 presenta los resultados del Noise-floor de cada uno de los patrones seleccionados; en ésta, DEEX y DEEY hacen referencia a la desviación estándar espacial en los ejes X y Y respectivamente; DETX y DETY corresponden a la desviación estándar temporal en los mismos ejes. El término Sbs, hace referencia al tamaño del *subset* valor recomendado por el *software* VIC SNAP.

Las gráficas enseñan una tendencia de aumento del ruido a medida que disminuye la apertura de la lente (mayor número f). Así mismo, el *noise-floor* es bastante similar para aperturas $f/11$, en cambio a partir de $f/6$ el valor se incrementa. Estos resultados son consistentes, dado que al disminuir la apertura, se reduce el ingreso de luz al sensor y se dispone de menos información para reproducir la imagen. La figura muestra que el patrón de *speckles* generado con aerógrafo presenta el mayor *noise-floor*. Lo anterior debido a que esta técnica no permite reproducir

un patrón homogéneo a través de la superficie, llevando a zonas de contraste fluctuante. Los restantes patrones son más uniformes, haciendo de éstos unos mejores candidatos respecto al patrón realizado con aerógrafo. En términos generales, en todos los patrones seleccionados el Noise-floor es bajo respecto a los valores de referencia considerados en [98], [101] y [107].

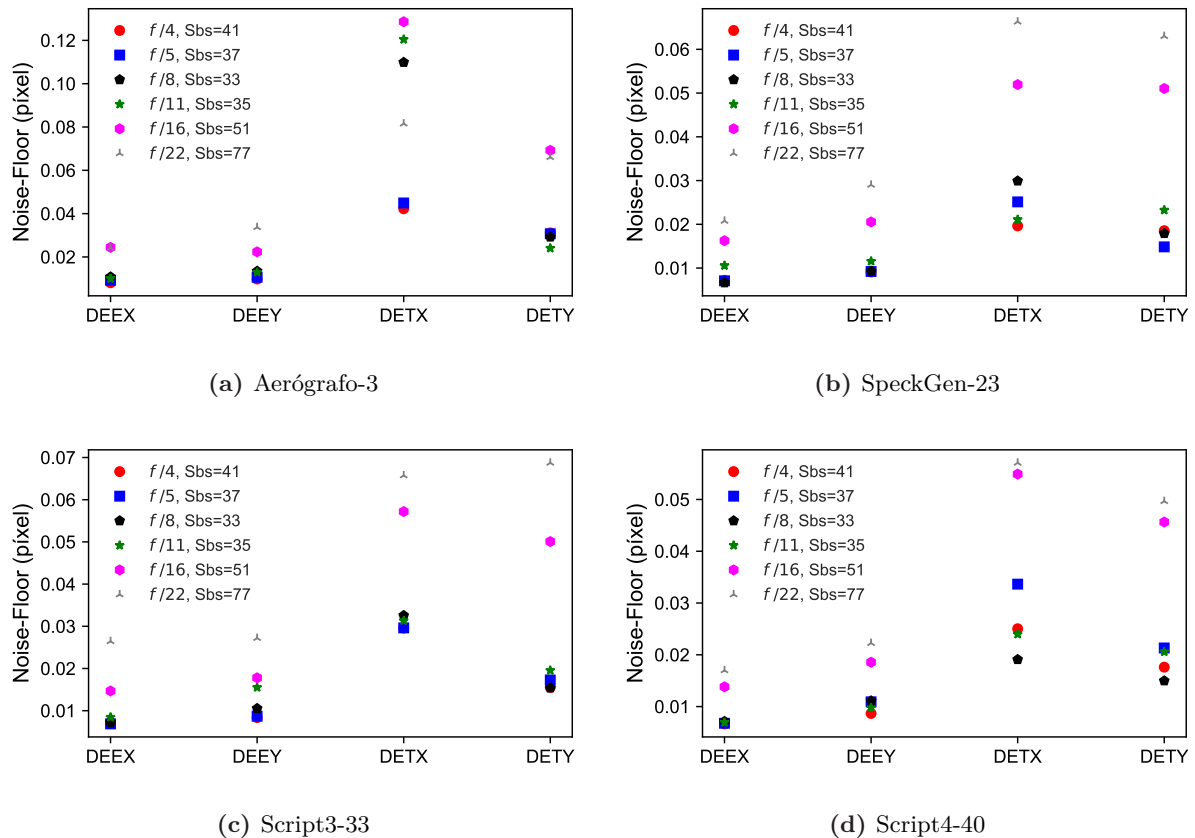


Figura 4.21. Noise-floor a diferentes aperturas, para los distintos patrones de *speckles*; los códigos para cada tipo de speckle identifica cada configuración según las tablas 4.2 y 4.3.

Efecto de la apertura en el error de *bias*

Los errores de sesgo o *bias* y las desviaciones estándar causadas por el ruido se calculan, según lo indicado en la Sección 4.1.2. Las figuras 4.22 y 4.23 y el Apéndice A.3 muestran los resultados obtenidos, para un desplazamiento aplicado de 1 mm ó 60 píxeles sin fuerza. Las curvas de las figuras evidencian la disminución del error de sesgo o *bias* al aumentar la apertura, efecto similar al de la apertura en el error de *Noise-floor*. Otra característica de los resultados es la reducción del error de *bias* en la configuración de aerógrafo a grandes aperturas, posiblemente inducido por el contraste del patrón de *speckles* generado, el cual favorece el proceso de correlación.

La selección de una mayor apertura hace que el error en la medición de los desplazamientos con correlación digital de imágenes no supere el valor de 0.7%. Respecto a la desviación estándar, ésta presenta algunos picos en puntos específicos, pero en general tiene un valor medio de 0.0075, que traducido en los desplazamientos generados en los especímenes significa una dispersión de 0.018%. Como se indica en la Sección 4.4.1, el desplazamiento al que estarán sometidos

los especímenes de ensayo será de aproximadamente 1 mm. Se puede decir, entonces, que las mediciones con DIC serán suficientes para captar los campos con buena precisión; además, los resultados obtenidos están al nivel de subpíxel.

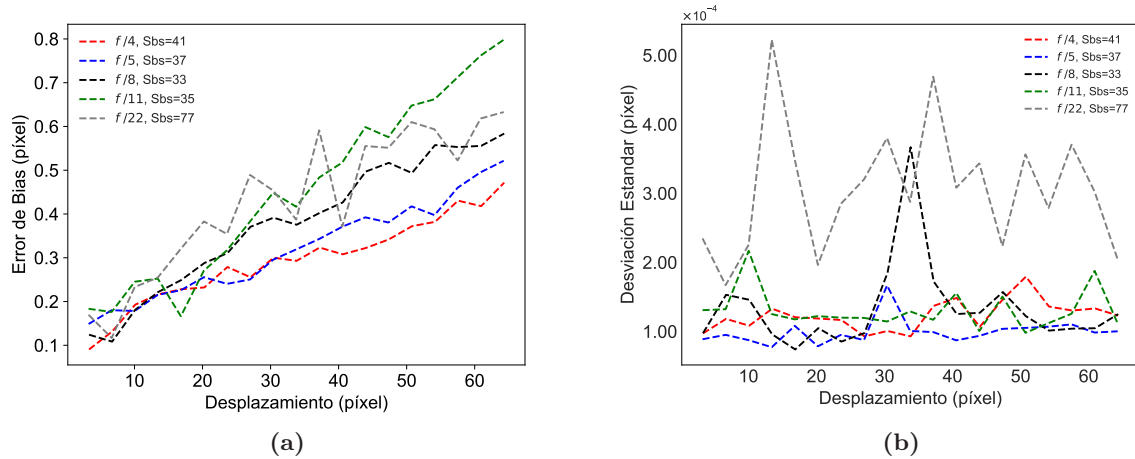


Figura 4.22. Error de *bias* (a) y su desviación estándar (b), patrón de puntos con Aerógrafo para distintas aperturas.

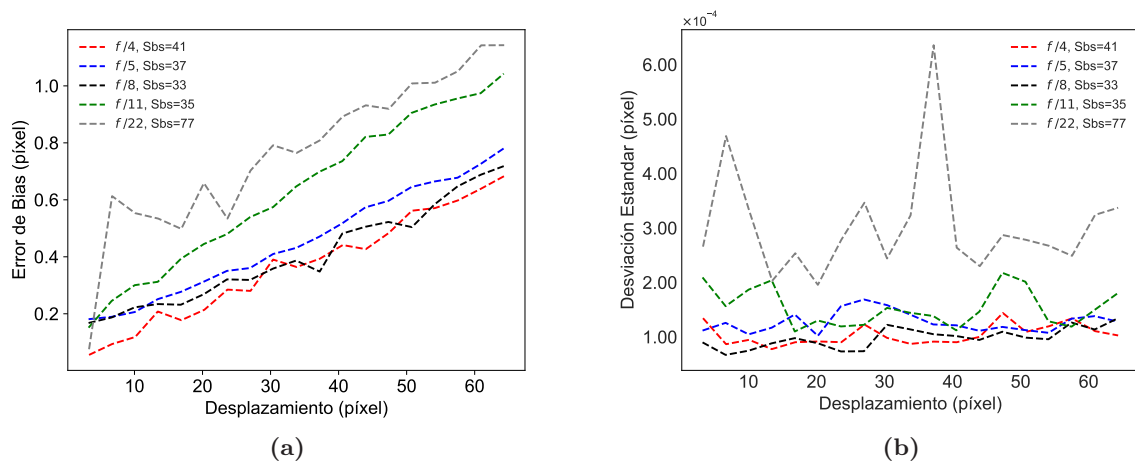


Figura 4.23. Error de *bias* (a) y su desviación estándar (b), patrón de puntos SpeckGen-23 en papel de transferencia al agua, para distintas aperturas.

Efecto de la apertura en la correlación

Los errores de correlación calculados por el VIC-3D, para los ensayos de desplazamiento, se presentan en la Figuras 4.24. En las curvas se observa que, al disminuir el número f de apertura (mayor entrada de luz), se incrementa el error de correlación. Lo anterior debido a la reducción en la profundidad y a la inclinación de las estereo cámaras generando zonas de baja nitidez que dificultan la correlación. En este sentido, la apertura tiene un efecto inverso respecto a los resultados del *Noise-floor* y error de bias. Sin embargo, el valor más crítico, para las aperturas disponibles en la lente Rodagon seleccionada, se da en el número $f/4$, el cual no supera el umbral establecido por el software VIC-3D. En el caso específico de aperturas pequeñas o números f grandes, la falta de luz y de nitidez se compensan con el incremento del tamaño del *subset*,

condición que afecta el error de bias debido al suavizado de las superficies de los campos de deformación. En este sentido los valores óptimos se dan entre las aperturas de $f/8$ y $f/11$.

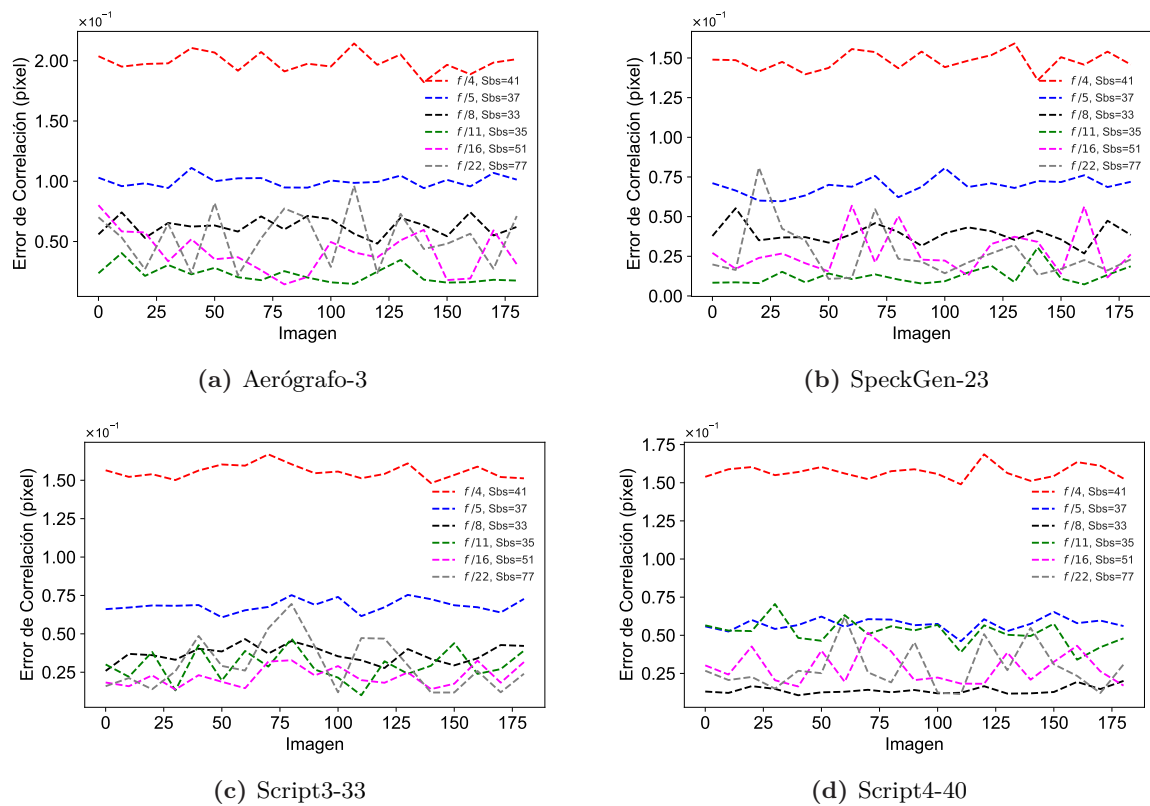


Figura 4.24. Valores de correlación a diferentes aperturas, para distintas configuraciones de *speckles*.

Los análisis realizados a los diferentes valores de apertura permiten deducir que los números de apertura 5.6 a 11 son los más indicados; estos resultados están en sintonía con lo recomendado por Jones et al. [86]. Seleccionar una apertura dentro de este rango de valores permitirá alcanzar los mejores beneficios del equipo DIC, para el problema particular de campos de desplazamiento que esta investigación requiere obtener.

4.4.3 Calibración de estéreo DIC

La calibración es el método por el cual el *software* del DIC orienta y escala las imágenes en el mundo físico [116]. Este proceso se realiza para determinar los parámetros intrínsecos y extrínsecos de la cámaras. Los intrínsecos relacionan la imagen de una única cámara al mundo (longitud focal, centro del plano de la imagen, ángulo de giro de la imagen y distorsión de los lentes). Los extrínsecos vinculan una cámara respecto a la otra (traslación y ángulos de rotación entre cámaras) y se requieren para la triangulación, transformando los resultados al sistema de coordenadas de la cámara en el caso del DIC-3D.

Para obtener una correcta calibración, se debe seleccionar una plantilla cuya superficie cubra la mayor parte del campo de visión de las cámaras, o al menos un 70 % de la misma [86]. En nuestro caso, las plantillas disponibles tienen matrices de puntos de 9×9 con separaciones entre puntos de 3, 1.78, 1.34 y 0.89 mm (véase Figura 4.25 y Tabla 4.3). De estas plantillas la que

mejor cubre el campo de visión configurado, para las probetas de estudio, es la de 3 mm con una cobertura del 54 %. La anterior condición lleva a un análisis del efecto de calibrar con plantillas de menor tamaño en el proceso de medición con estéreo DIC. Para esto, se comparan los campos de deformación obtenidos con DIC de un espécimen *open-hole* sometido a tensión. Antes de la experimentación, se realiza la calibración empleando todas las plantillas disponibles y siguiendo las recomendaciones de Jones et al. [86] y el fabricante Correlated Solutions [117], además de la adquisición de al menos 25 imágenes, según Reu [118]. En cada uno de los ensayos realizados, las fuerzas experimentadas por las probetas están en el rango elástico, sin producir daños que puedan afectar los resultados. El patrón de *speckles* empleado es el de Aerógrafo.

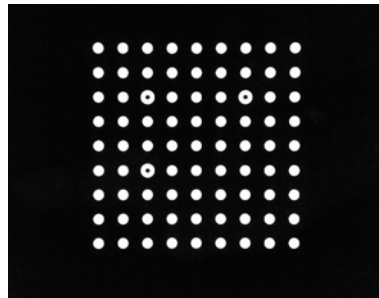


Figura 4.25. Ejemplo de plantilla de calibración 9×9 puntos de 3 mm.

En la Figura 4.26, se muestran las secciones transversales (líneas 1/4, 1/2 y 3/4 de la región de interés del espécimen de estudio, campo ε_{xx} obtenidos en uno de los ensayos realizados; los campos de deformación restantes se encuentran en el Apéndice A.4). Los resultados alcanzados evidencian que los campos obtenidos son los mismos para cualquiera de las plantillas; por consiguiente, el uso de una plantilla específica no es relevante para el proceso experimental. Lo anterior se valida, si se garantiza la calibración en todos los espacios generados por el volumen descrito por FOV y la profundidad de campo. Es importante resaltar que al usar las plantillas más pequeñas, el proceso de calibración se dificulta y se requiere de experiencia para superar el umbral de calificación de la calibración establecido por el software VIC-3D. Es decir, plantillas con mayor superficie facilitan la calibración y la reducción de errores en el proceso. Finalmente, se destaca que durante la calibración es necesario tener imágenes que cubran en lo posible el volumen determinado por el campo de visión y la profundidad de campo; esto último para obtener una adecuada correlación de las imágenes [117].

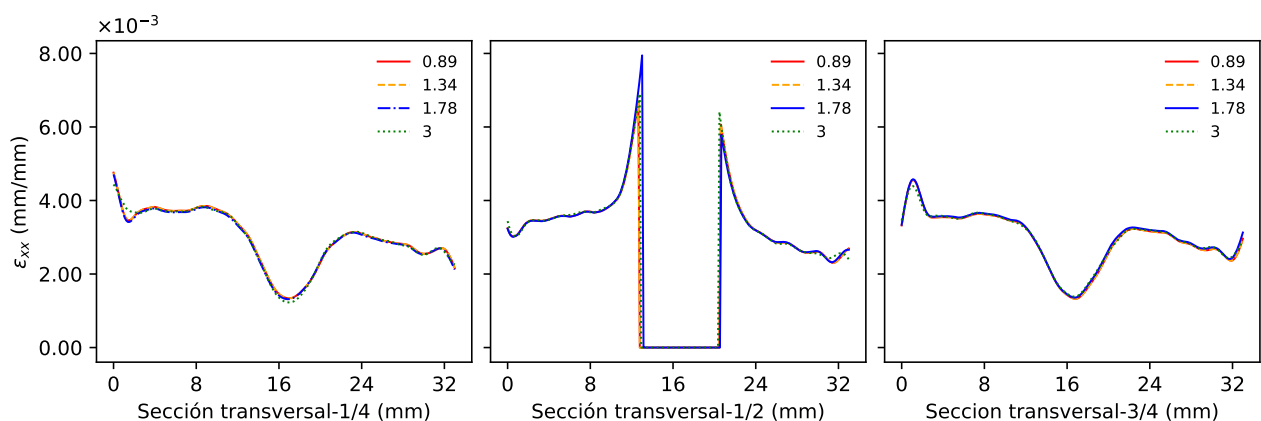


Figura 4.26. Campos de deformación ε_{xx} , con plantillas de calibración 3, 1.78, 1.34 y 0.89 mm.

Los resultados obtenidos durante una de las calibraciones realizadas, utilizando la plantilla de 9×9 de 3 mm, se presentan en la Figura 4.27. Los criterios para la evaluación de los valores alcanzados en cada uno de los parámetros involucrados son los recomendados por Jones et al. [86], Sutton [28] y el fabricante Correlated Solutions [119]. En donde, $center\ x$ y y es el punto medio de la resolución de la cámara; $Beta$ es el estéreo angulo; la línea base es la distancia entre cámaras y la longitud focal corresponde a la distancia de objeto. Los valores T_x , T_y y T_z son los ajustes para centrar la cámara 2 respecto a la 1. El parámetro $Kappa\ 1$ es la corrección a las aberraciones ópticas, y debería ser de valor cercano entre cámaras en una correcta calibración. $Kappa\ 2$ y 3 son ajustes de segundo y tercer orden necesarios en lentes de longitudes focales pequeñas. Finalmente, la variable $Skew$ indica las correcciones por rotación del sensor CMOS de la cámara.

En este sentido, los valores de la figura están en sintonía con la configuración del DIC. En ésta, la cámara es de $2452H \times 2056V$; el estéreo angulo, 15° ; distancia entre cámaras, 105 mm, y distancia de objeto, 22085 píxeles. La correspondencia entre los valores de configuración y los de la calibración son un indicador de la correcta selección de los parámetros del DIC, además, de ser factores determinantes en la medición de los campos de deformación.

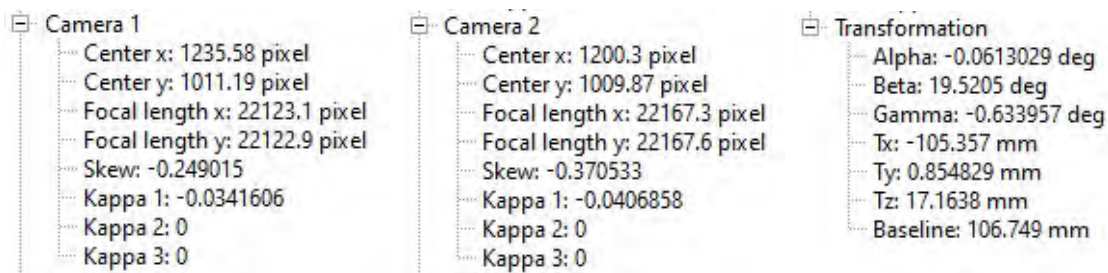


Figura 4.27. Ejemplo de resultados proceso de calibración.

4.5 Generación de campos de deformación

Las pruebas experimentales se realizan a la luz de la norma ASTM D3039 [120], en una máquina de ensayos universal MTS servo hidráulica con una celda de carga de 300 kN. Durante la experimentación, los parámetros del DIC se configuran, según las recomendaciones dadas en los apartados anteriores; éstas se recogen en la Tabla 4.5. La adquisición de imágenes se realiza a frecuencias de muestreo entre 2 y 5 Hz para una velocidad de ensayo de 2 mm/min; estos valores superan el mínimo de 0.8 Hz recomendado por Jones et al. [86], para pruebas de tensión estática a 1 mm/s. En la Figura 4.28, se presenta el montaje completo del DIC junto a la máquina universal de ensayos. Entre las sugerencias, se resaltan un fondo oscuro(1) para evitar sombras o luces que perturben las cámaras y un ventilador (2) para disipar ondas de calor, que induzcan la generación de *aliasing* o falsas deformaciones. Durante la experimentación, se siguen las recomendaciones del fabricante Correlated Solutions [117], Jones et al. [86] y Sutton et al. [28] para la manipulación del DIC.

Tabla 4.5. Configuración DIC para la adquisición imágenes en ensayos a tensión para operar con FEMU

Parámetro	Valor
Campo de visión	40 mm
Profundidad de campo	0.92 mm
Distancia focal (lente)	60 mm
Distancia focal (lente + tubos extensores)	70.46 mm
Apertura (lente)	f/9
Tiempo de exposición	17 ms
Estéreo ángulo	15°
Distancia entre cámaras	105 mm
Distancia probeta y lente	360 mm
Plantilla de calibración	3 mm, 9x9

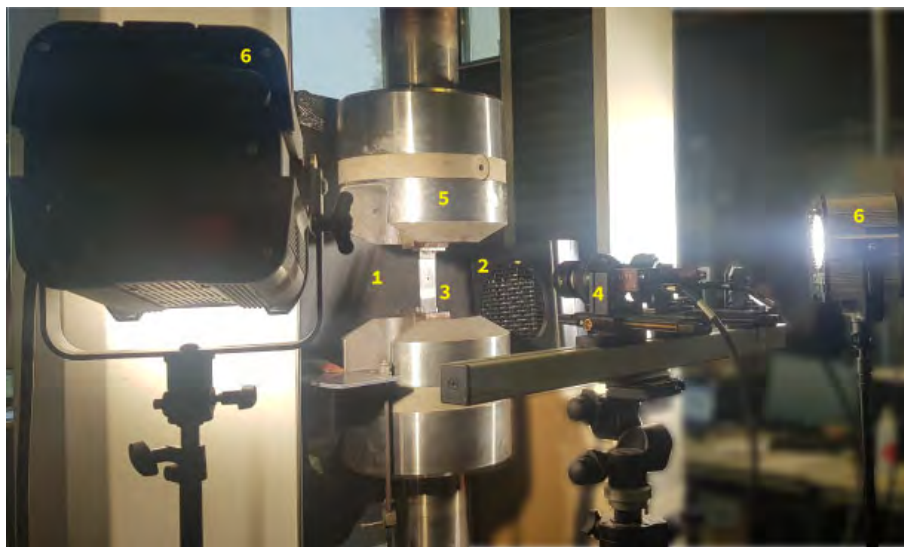


Figura 4.28. Montaje completo del sistema DIC: (1) fondo oscuro, (2) ventilador, (3) probeta, (4) cámaras estéreo, (5) máquina de ensayos e (6) iluminación.

Una vez adquiridas las imágenes a lo largo del experimento de tensión para los especímenes en estudio, se realiza la correlación para obtener los campos de desplazamiento y deformación. El valor calculado de deformación en cada punto de la región de interés depende de parámetros como: el tamaño de la galga extensiométrica virtual (VSG⁷); el método de cálculo de las deformaciones; la función de interpolación de correlación; las funciones de forma del *subset*; el prefiltrado de los desplazamientos, entre otros.

Una VSG se define como la región local de la imagen utilizada para calcular las deformaciones [66]; el tamaño de la VSG depende de la dimensión del *subset*, *step*, ventana de deformación y filtro de ventana. El tipo de configuración o valor asignado a cada uno de los parámetros, hasta ahora mencionados, repercuten en los valores de deformación, como consecuencia de las oscilaciones en los errores de varianza y bias. Es por esto que en el proceso de configuración de los parámetros en mención, se debe buscar el mejor compromiso entre los máximos de las deformaciones, respecto a los errores involucrados, para obtener las deformaciones deseadas según el problema a resolver.

⁷Por las siglas en inglés Virtual Strain Gauge

En esta tesis se utiliza el software VIC-3D, para la correlación de imágenes y el cálculo y generación de los campos de deformación. El algoritmo del VIC-3D obtiene las deformaciones utilizando elementos finitos triangulares generados a lo largo del campo de los desplazamientos [121]. Las deformaciones conseguidas en cada punto de la región de interés (centros de *subset*) son promediadas con las obtenidas en la zona circundante, para suavizar la superficie de deformación y mitigar el ruido generado por la naturaleza de los datos utilizados (campos de desplazamientos). Así mismo en el *software* VIC-3D, se tiene disponible para su configuración los parámetros: tamaño de *step*, *subset* y filtro de deformación, además, de la función de interpolación y correlación. En esta dirección, para la configuración del VIC-3D orientada a generar los campos de deformación necesarios en la inferencia con FEMU, se opta por: (1) seleccionar la función de correlación de diferencias cuadradas con parámetros normalizados de media cero (ZNCC, Sección 4.1.1), dada su robustez ante la presencia de cambios en el contraste de la imagen [76]; (2) elegir la Función de interpolación *B-spline* de 8 *tap*, dado el bajo ruido generado a nivel de subpíxel en los desplazamientos [83, 84], y (3) configurar una VSG en función del *subset*, *step* y filtro.

Para evaluar los efectos de la VSG en los campos de deformación medidos con DIC, se realiza un análisis de la resolución espacial de la galga de la deformación virtual. El estudio selecciona una zona de alto gradiente (véase línea negra Figura 4.29) en la probeta *open-hole* unidireccional sometida a carga de tensión. El objetivo es identificar las fluctuaciones de las curvas de deformaciones a los cambios de los parámetros asociados al VSG.

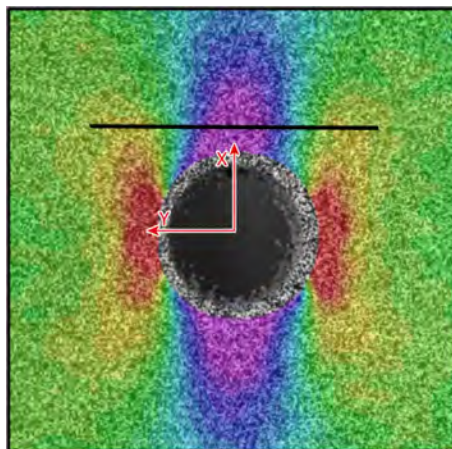


Figura 4.29. Análisis de la resolución espacial (VSG) en la zona demarcada (Línea de color negro) del campo de deformación en la región de interés de una probeta *open-hole*. La línea corresponde a zona con alto gradiente de desplazamientos/deformaciones.

En esta tesis, para el análisis de la galga virtual, se generan 42 combinaciones (véase Tabla 4.5): primero en función del *subset*, luego del tamaño del filtro y finalmente del valor del *step*. Los *subsets* se seleccionan alrededor del estimado dado por el VIC-3D; éstos, en los patrones de *speckles* seleccionados (véase 4.3.2), oscilan alrededor de un tamaño cercano a 35 y en sintonía con las recomendaciones de Jones et al. [86]. Los *steps* designados son de 1/4, 1/3 y 1/2 del tamaño del *subset*, alineados a las sugerencias de Reu [112] y el fabricante Correlated Solutions [117]. Los valores de los filtros son los sugeridos por el software VIC-3D y Birney [122]. Finalmente, la

fila L_{VSG} corresponde al tamaño de la VSG, para cada configuración, generado a partir de la siguiente expresión [66].

$$L_{VSG} = (L_{filtro} - 1) L_{step} + L_{subset} \quad (4.6)$$

Tabla 4.6. Determinación de la longitud de galga virtual de deformación (L_{VSG}) en función de la configuración de *subset*, filtro y *step*

N° de configuración	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Subset					29				
Filtro	5	5	5	11	11	11	15	15	15
Step	7	10	14	7	10	14	7	10	14
L_{VSG}	57	69	85	99	129	169	127	169	225
N° de configuración	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Subset					33				
Filtro	5	5	5	11	11	11	15	15	15
Step	8	11	16	8	11	16	8	11	16
L_{VSG}	65	77	97	113	143	193	145	187	257
N° de configuración	19	20	21	22	23	24	25	26	27
Subset					37				
Filtro	5	5	5	11	11	11	15	15	15
Step	9	12	18	9	12	18	9	12	18
L_{VSG}	73	85	109	127	157	217	163	205	289
N° de configuración	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Subset					41				
Filtro	5	5	5	11	11	11	15	15	15
Step	10	13	20	10	13	20	10	13	20
L_{VSG}	81	93	121	141	171	241	181	223	321
N° de configuración	37	38	39	40	41	42			
Subset				45					
Filtro	5	5	11	11	15	15			
Step	16	23	16	23	16	23			
L_{VSG}	109	137	205	275	269	367			

En la Figura 4.30, se presentan las curvas de deformación para las configuraciones de VSG correspondientes a 1, 14, 18 y 42 de la Tabla 4.5, con valores de L_{VSG} igual a 57, 143, 257 y 367 (píxeles) respectivamente. Las líneas de las figuras hacen referencia a patrones de *speckles* manufacturados con aerógrafo para el estudio con FEMU. Las curvas en mención muestran una tendencia de aumento en la resolución de la deformación máxima a medida que se reduce el tamaño de la galga extensiométrica. Lo anterior, se traduce en la disminución del error de bias a consecuencia del aumento de los errores de varianza. Hay que mencionar, además, que este efecto de reducción del error de bias, debido a la disminución del valor L_{VSG} , es un indicador de una correcta configuración y uso del equipo DIC [66].

Las variaciones de los parámetros del DIC afectan los errores de varianza y bias, influyendo en las superficies de los campos de deformación derivados de los desplazamientos. Estas variaciones también tienen efectos en la inferencia de las propiedades elásticas, empleando el método FEMU, dada la naturaleza del algoritmo en el ajuste de la superficies de deformación experimental con la del modelo directo de elementos finitos. En este sentido, es necesario encontrar el

mejor compromiso entre las variables de configuración de la VSG, para obtener los campos de deformación apropiados en la inferencia de las propiedades elásticas que representan el material a caracterizar.

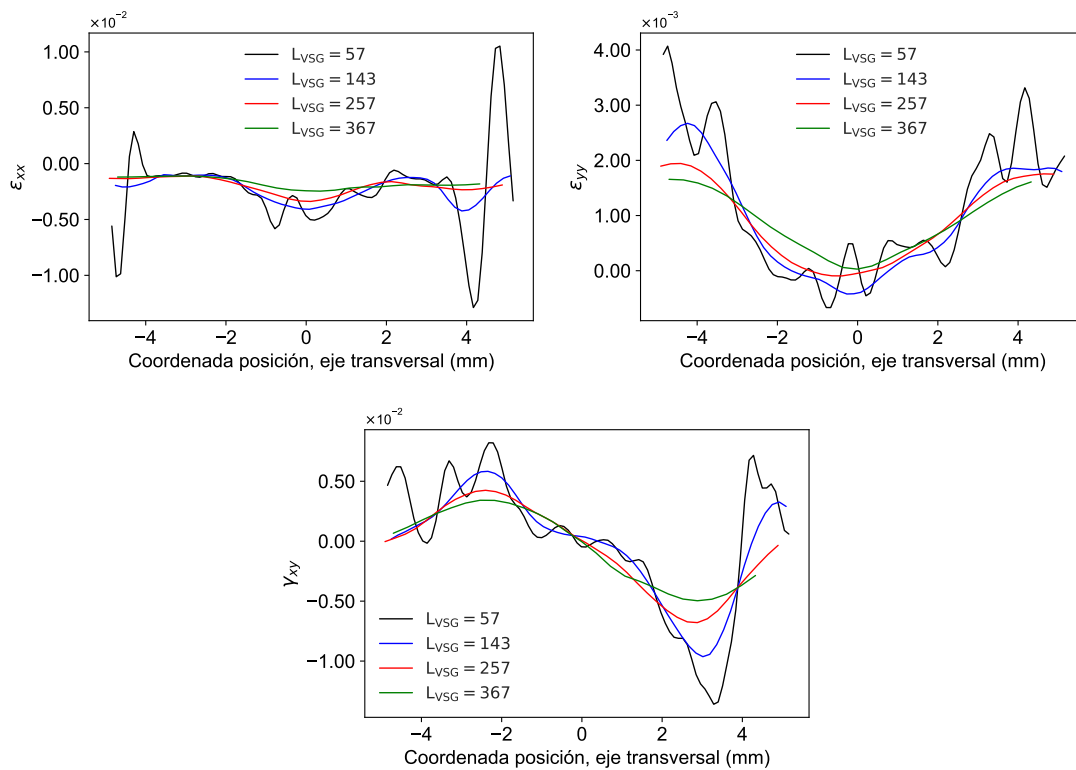


Figura 4.30. Variación de los campos de deformación y resolución espacial de la VSG en función de su tamaño.

Por otro lado, si se varía sólo uno de los parámetros que inciden en el tamaño de la VSG y se mantiene el restante fijos, como se presenta en las figuras 4.31, 4.32 y 4.33, donde sólo varía el *subset*, filtro y *step* respectivamente. El comportamiento de las deformaciones es similar al analizado y al obtenido anteriormente con el L_{VSG} . En este sentido es posible que la búsqueda del campo de deformación, para la caracterización elástica de compuestos laminados fabricados con manufactura aditiva, pueda ser función de un sólo parámetro de configuración del DIC, facilitando el proceso de ajuste del DIC para mejorar la inferencia de las propiedades elásticas buscadas.

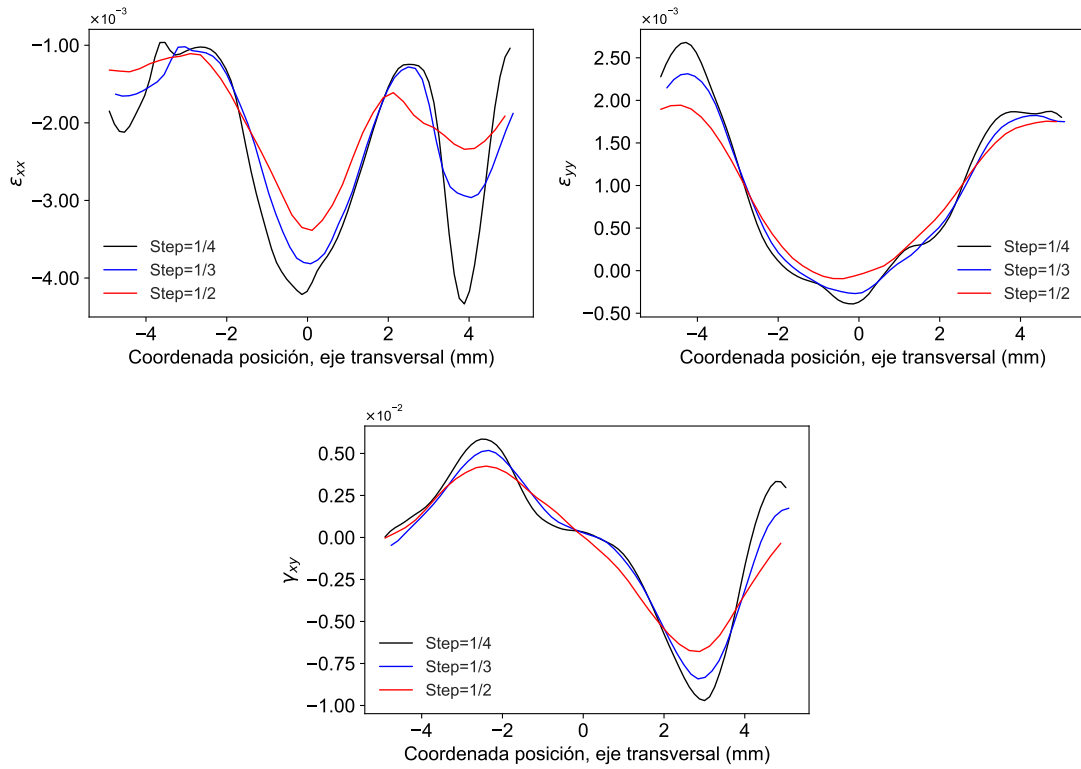


Figura 4.31. Variación de los campos de deformación y resolución espacial de la VSG *step*.

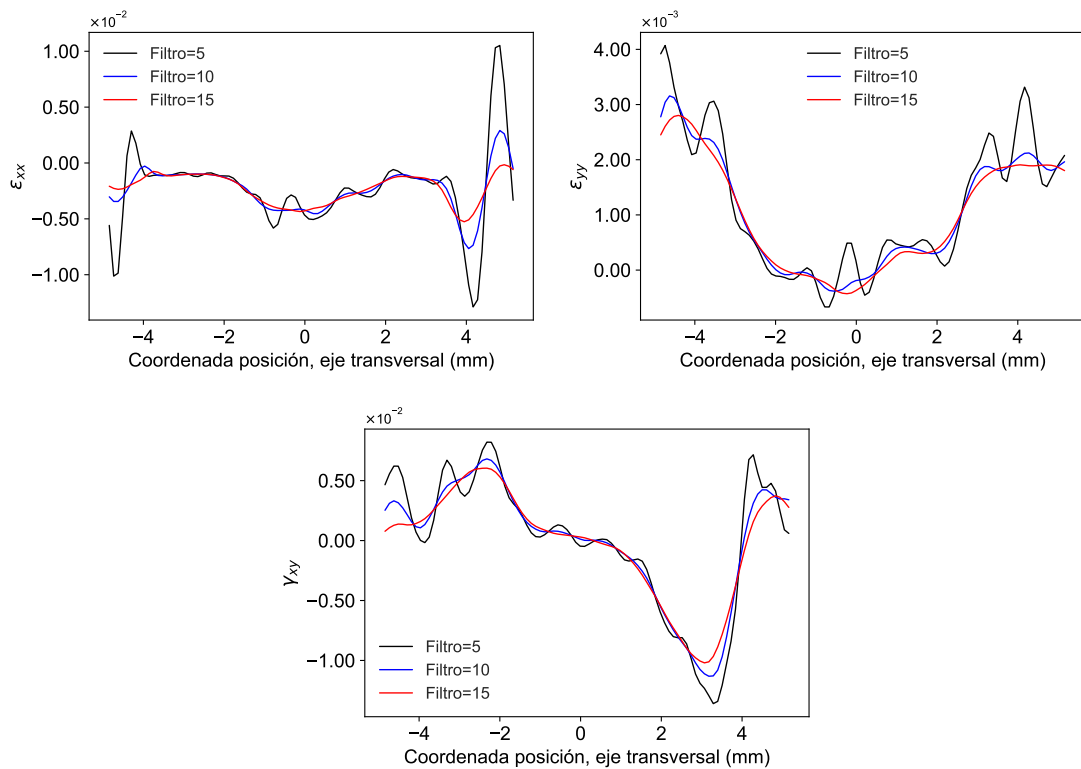


Figura 4.32. Variación de los campos de deformación y resolución espacial de la VSG en función del filtro.

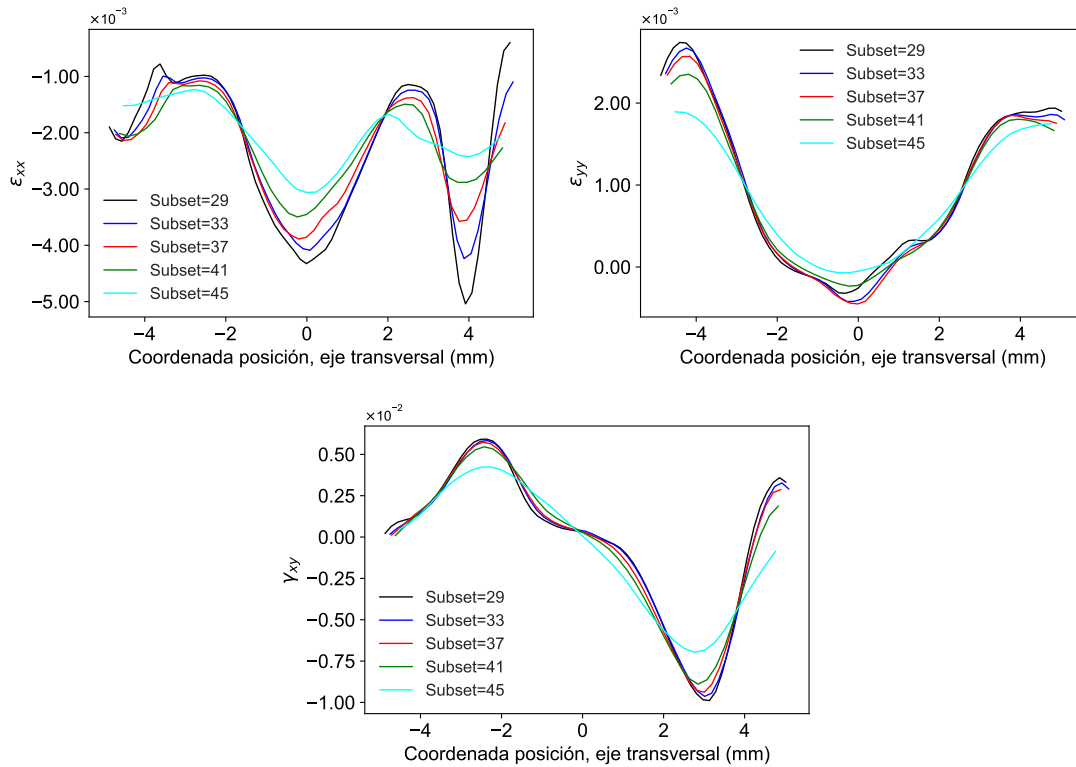


Figura 4.33. Variación de los campos de deformación y resolución espacial de la VSG *subset*.

4.6 Resumen

La identificación elástica de compuestos laminados fabricados con manufactura aditiva, objeto de estudio de esta tesis doctoral, emplea el método inverso FEMU a un solo experimento. En el proceso de caracterización, se selecciona un ensayo experimental de tensión cuasi-estático, en probetas de geometría *open-hole tension*, y mediante correlación digital de imágenes obtenidas por un sistema óptico sin contacto. Para llevar a cabo la experimentación, se: fabrican un conjunto de probetas con diferentes valores de ortotropía; preparan las superficies de los especímenes a ensayar; diseñan y manufacturan los patrones de puntos; y configuran el equipo de correlación digital de imágenes. Cada una de estas actividades se direcciona a obtener los campos heterogéneos de deformaciones óptimos que garantizan la inferencia con FEMU.

Se seleccionan cuatro patrones de *speckles* de un conjunto de 57 diseños realizados con técnicas digitales e impresos en papel de transferencia al agua, además de fabricación manual con aerógrafo, aerosol y estampado de rodillo. El criterio de selección de los patrones de puntos óptimos se determina, según el contraste (número MIG), el tamaño de los *speckle* (análisis morfológico) y la dimensión del *subset* recomendado por el VIC-3D.

Para garantizar una correcta adquisición de las imágenes durante los ensayos experimentales, se configura el equipo DIC a su máxima resolución, en un campo de visión centrado en el agujero de la probeta (región de interés). Las variables seleccionadas corresponden a un campo de visión de 40 mm, profundidad de campo 0.92mm, distancia focal 60 mm, apertura de lente $f/9$, tiempo de exposición de 17 ms, estereo ángulo 15° , distancia entre cámaras 105 mm y plantilla de calibración 9×9 . Cada una de estas variables seleccionadas es el resultado de recomendaciones

técnicas obtenidas por fabricantes de DIC y de ensayos experimentales realizados y sugeridos por investigadores en el área.

En el proceso de correlación de las imágenes adquiridas, se selecciona una función de ZNCC robusta a los cambios de contraste, y una función de interpolación *B-spline* de 8 *tab* exenta a ruido al nivel de subpíxel. Fijados estos parámetros, la fluctuación de los campos de deformación derivados de los desplazamientos quedan en función del tamaño del filtro, *step* y *subset*, integrados en un concepto de galga virtual de deformación VSG. Para analizar las fluctuaciones de los campos, se elabora un conjunto de combinaciones de las variables en mención para determinar el tamaño de la VSG y sus implicaciones en las deformaciones. Del análisis se comprueba que los aumentos en las variables conllevan a las reducciones de ruido y el gradiente de deformación; lo contrario sucede si el valor de las variables filtro, *step* y *subset* disminuyen. Dado que el método FEMU implementado utiliza el ajuste de superficies de deformación, se hace necesario buscar el mejor compromiso de las variables que permitan obtener un campo óptimo para la correcta inferencia de los parámetros elásticos.

Parte III

Resultados y Discusión

Caracterización de materiales compuestos laminados utilizando FEMU

En este capítulo se presentan los resultados de la caracterización elástica de materiales compuestos laminados, utilizando el algoritmo FEMU desarrollado en el Capítulo 3. El estudio se centra en 22 especímenes (véase Tabla 4.1) manufacturados en impresoras 3D del tipo FFF y en autoclave, los cuales abarcan diferentes grados de ortotropía y acabado superficial. Las probetas impresas se adecúan a una geometría *open-hole* definida por la norma ASTM D-5766 [73]; en sus superficies se preparan los patrones de *speckles* seleccionados en la Sección 4.3.3, en función del contraste y la morfología de los *speckles*. Los ensayos experimentales se realizan a tensión cuasi-estática y los campos de desplazamiento y deformación se miden y generan mediante el DIC en la configuración presentada en la Sección 4.4.

Este capítulo se divide en tres partes. En la primera se exhiben las características de los especímenes y materiales de referencia para la evaluación de los resultados; se establecen los criterios de evaluación de los hallazgos alcanzados, y se define la zona de deformación experimental apropiada para llevar a cabo la inferencia con FEMU. En la segunda parte, se evalúa el desempeño del método FEMU en la caracterización de los materiales compuestos en estudio, en una configuración estándar de la correlación digital de las imágenes. En la tercera parte, se presentan los ajustes y modificaciones efectuados al proceso inverso de caracterización con FEMU, direccionados a mejorar la inferencia antes realizada.

5.1 Información preliminar a la evaluación de los especímenes con FEMU

Antes de presentar los resultados de la caracterización de los especímenes de estudio con FEMU, se explica de manera general algunas temáticas que dan soporte al proceso evaluativo desarrollado en el capítulo. En esta dirección, la presente sección aborda los siguientes tópicos: los especímenes manufacturados; las propiedades de referencia para la validación de los resultados; los criterios empleados para identificar los errores de ajuste en la optimización, y, finalmente, a la selección de la región apropiada para llevar a cabo la caracterización de los materiales de estudio con FEMU. Cada uno de estas cuestiones facilitan la interpretación de los resultados presentados a lo largo de este capítulo.

5.1.1 Características de los especímenes a ensayar

El estudio de inferencia de las propiedades elásticas de esta tesis se centra en materiales compuestos laminados de polímero reforzado con fibras de carbono (CFRP), fabricados con manufactura aditiva. Los especímenes (22) se imprimen en una configuración simétrica balanceada, cubriendo un rango de ortotropía entre 1 y 4; los detalles de las secuencias y los parámetros geométricos

se presentan en la Tabla 4.1. Los especímenes se organizan en cuatro grupos, según el grado de ortotropía (ρ). El primer grupo lo conforman las láminas unidireccionales o altamente ortotrópicas, cuyo valor de ρ está entre 3 y 4; el segundo grupo corresponde a los laminados multidireccionales pero con una relación de módulos de Young en el plano $E_{xx} > E_{yy}$. Éstos se posicionan entre los cuasi-isotrópicos y unidireccionales, y su valor ρ está entre 1.5 a 2.5. El tercero lo conforman los materiales cuasi-isotrópicos con un $\rho = 1$ y, por último, se encuentran las probetas multidireccionales con relación de módulos de Young $E_{xx} < E_{yy}$ y valores de ρ cercanos a 1.5.

Tabla 5.1. Características de los especímenes manufacturados para la inferencia con FEMU

Grupo	Probeta	M. Fabricación	ρ	
Unidireccionales	Mr-U-1	Markforged	3 – 4	
	Mr-U-2			
	Mr-U-3			
	Mr-U-4			
	An-U-2	Anisoprint		
	An-U-2			
	An-US-1			
$E_{xx} > E_{yy}$ no unidireccional	Mr-M45-1	Markforged	1.5 – 2.5	
	An-M30-1	Anisoprint		
	An-M30-2			
Cuasi-isotrópico	Mr-Q-1	Markforged	1	
	Mr-Q-2			
	Ac-Q-1	Autoclave		
	Ac-Q-2			
	Ac-Q-3			
		An-Q-1		Anisoprint
		An-Q-2		
An-QS-1				
An-QS-2				
$E_{xx} < E_{yy}$	An-M60-1	Anisoprint	1.5	
	An-M60-2			

5.1.2 Parámetros de referencia

Para hacer una apropiada evaluación del proceso de identificación inversa a un solo experimento con FEMU y DIC, se requiere del conocimiento previo de las propiedades elásticas E_{xx} , E_{yy} , ν_{xy} y G_{xy} de las láminas unidireccionales y los laminados que conforman las probetas impresas. Los valores inferidos con FEMU y DIC, para cada una de los especímenes manufacturados, se comparan con sus respectivas referencias; el porcentaje de desviación entre ambos será el criterio de evaluación de la efectividad del método FEMU en la caracterización elástica de los especímenes en estudio.

En el caso particular de las láminas, las propiedades de referencia se obtienen por medio de ensayos experimentales convencionales, a la luz de las normas ASTM D3039, D638 y D3039/D3518. Por otro lado, los valores de referencia de los laminados se logran a partir de las propiedades

obtenidas para las láminas junto a las ecuaciones de la teoría clásica de laminados (CLT¹) (véanse ecuaciones 3.14 y 3.15). El empleo de la CLT se soporta en los resultados de las investigaciones realizadas por Choi et al. [123] y Somireddy et al. [124] en fibra corta; Casavola et al. [125] y Lupone et al. [126] con ABS y PLA; y Saeed et al. [127] y Polizos et al. [128] con fibra continua. En cada una de estas investigaciones, los modelos CLT demuestran ser suficientes para determinar el comportamiento mecánico elástico de compuestos de matriz termoplástica, producidos con manufactura aditiva. En cuanto a las impresiones sin refuerzos de fibra y con bajos porcentajes de porosidad, el material obtenido se considera isotrópico y, por lo tanto, se hace innecesario el uso de las ecuaciones de la teoría de laminados [129].

En la Tabla 5.2, se presentan los parámetros elásticos de observación de las láminas unidireccionales de las máquinas de impresión involucradas y el *prepreg* utilizado con autoclave. En el caso específico de la impresora Markforged, los valores de referencia pertenecen a los identificados por Santos et al. [91], Iragi et al. [130] y Todoroki et al. [131]. Las propiedades elásticas obtenidas por cada una de las citas en mención discrepan unas de otras, debido a la dependencia de las propiedades a los parámetros técnicos de las impresoras y al proceso de fabricación. En general, se puede decir que los valores obtenidos por los investigadores citados oscilan entre 60.9 a 69.6 GPa para E_{xx} , 3.5 a 7.4 GPa para E_{yy} , 0.37 a 0.42 en ν_{xy} y 1.8-2.27 GPa para G_{xy} . Es de resaltar que las probetas utilizadas por Santos et al. fueron manufacturadas en la misma impresora que la de los especímenes Markforged empleados en esta tesis doctoral.

Respecto a los parámetros de las láminas de la impresora Anisoprint, los valores de observación se obtienen de ensayos experimentales convencionales realizados por Blanco et al. [74]. Por otro lado, las láminas utilizadas en autoclave la conforman *prepregs* de *carbon/epoxy* fabricados por Hexcel referencia M21E/IMA-12K y 0.184 mm de espesor. De este último, los parámetros han sido suministrados por el fabricante [132].

Los valores calculados, para cada secuencia de apilamiento de las probetas en estudio, empleando los valores de referencia y las ecuaciones de macro-mecánica, se presentan en las secciones siguientes junto a los resultados inferidos con FEMU.

Tabla 5.2. Propiedades de las láminas a la luz de las normas ASTM D3039/D3518

Manufactura	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)	Referencia
Markforged	66.5 ± 0.5	6.16 ± 1.1	0.39 ± 0.03	2.13 ± 0.14	Santos et al. [91]
	69.4 ± 0.2	3.5 ± 0.1	0.41 ± 0.01	1.9 ± 0.1	Iragi et al. [130]
	60.9	3.97	0.42	2.27	Todoroki et al. [131]
Anisoprint	44.58 ± 0.38	0.99 ± 0.09	0.49 ± 0.21	1.1 ± 0.09	Blanco et al. [74]
Autoclave	160	9.3	0.34	5.2	Hexcel [132]

¹Del inglés classical laminate theory

5.1.3 Criterios de evaluación de las propiedades elásticas inferidas

La evaluación de las propiedades elásticas obtenidas con FEMU, en las probetas de interés, se lleva a cabo bajo un criterio cuantitativo y otro cualitativo. En el cuantitativo, se calcula la estimación de la desviación entre los valores obtenidos con FEMU y los referentes teóricos presentados en la Tabla 5.2; estos últimos, ya sean como láminas o como una configuración definida por la teoría de laminados. Se consideran como aceptables aquellos valores de inferencia cuyas desviaciones son inferiores al 10 % [15, 42]. El criterio cualitativo se enfoca a establecer similitudes y diferencias entre los campos de deformación involucrados. Éstos corresponden a los medidos con el DIC y los mismos obtenidos con el modelo directo de elementos finitos empleando las propiedades inferidas con FEMU y las establecidas como referencia. Las características identificadas en los campos en mención (DIC, FEMU y referencias) deben estar en sintonía con los valores cuantitativos obtenidos. En esta dirección, los campos de deformación tridimensional se presentan en curvas bidimensionales de las secciones transversales (1/4, 1/2 o 3/4) de la región de interés de la probeta en estudio (véase Figura 3.13).

Un ejemplo de los campos analizados se presenta en la Figura 5.1. La sección transversal corresponde al campo de deformación a cortante (γ_{xy}) en la posición 1/4 de la ROI. La curva de color verde representa los campos experimentales adquiridos con DIC; la de color rojo, al campo obtenido con el modelo de elementos finitos, con los parámetros inferidos con FEMU, y la de color azul, los campos obtenidos con el mismo MEF pero con los parámetros calculados con la teoría de laminados y los valores de referencia de la Tabla 5.2.

Como se podría esperar, la medición obtenida con DIC presenta fluctuaciones típicas de la medición experimental. Normalmente, se generan por el ruido en la captura digital de las imágenes, por las características del patrón de *speckle*, por los fallos en la iluminación, por los efectos térmicos, entre otros (véase Sección 4.1.2). Por otro lado, la posición de la curva que representa la inferencia con FEMU (línea roja), siempre será cercana a la zona media de la curva experimental. Esto último se justifica en la naturaleza del algoritmo de Gauss-Newton correspondiente a un ajuste por mínimos cuadrados no lineales y una suposición de errores con desviaciones estándar normales de media cero. En condiciones ideales las tres curvas deberían superponerse.

5.1.4 Región óptima de la curva de experimentación para evaluar la metodología FEMU

Los campos de deformación experimental constituyen la entrada requerida para la inferencia elástica con FEMU. Seleccionar la zona apropiada de la curva de variación esfuerzo-deformación, para obtener los campos más cercanos al comportamiento elástico del material de estudio, reducirá el error en la inferencia de los parámetros elásticos buscados. En un ensayo convencional, en condiciones de esfuerzo homogéneo generado por probetas de geometría plana, los cálculos de las constantes elásticas se pueden determinar siguiendo las normas ASTM D3039 [120] y D3518 [133]. En éstas se recomienda obtener los parámetros E_{xx} , E_{yy} y ν_{xy} entre los 1000 a 3000 $\mu\epsilon$ y G_{xy} entre los 2000 a 6000 $\mu\epsilon$ respectivamente.

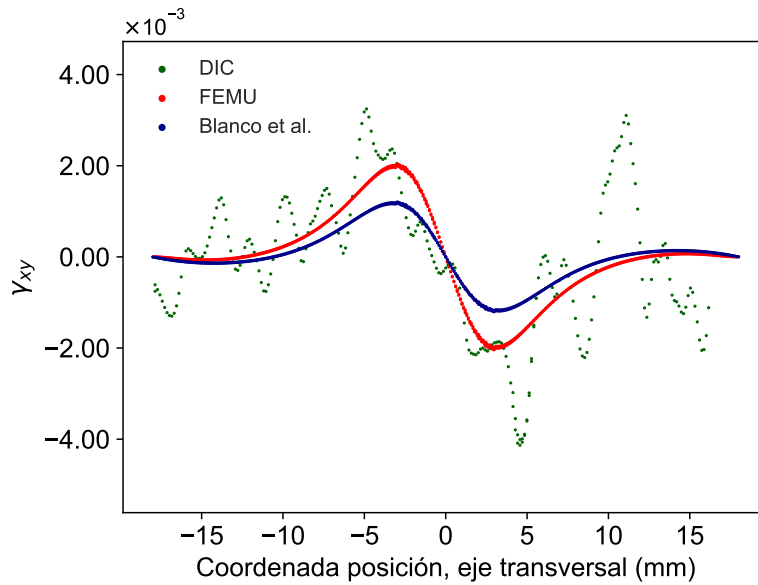


Figura 5.1. Comparación de la variación de la deformación cortante γ_{xy} en la sección 1/4 de la ROI medida con DIC y las obtenidas con el modelo directo usando las propiedades de referencia y las inferidas con el algoritmo FEMU

En el caso específico de la geometría (*Open-hole*), empleada en la caracterización FEMU, no existe una norma en la cual se indiquen los valores de micro deformación recomendados para realizar la inferencia. Lo anterior fundamentado en el estado heterogéneo de deformación generado alrededor del agujero; este último se concibe para estudios de resistencia [73]. Por otro lado, con el método FEMU, las propiedades elásticas se obtienen en una sola lectura de deformación en el tiempo y conviene realizar dicha lectura en un valor suficientemente elevado, de manera que el valor absoluto del ruido altere la medida lo mínimo posible. Esto genera conflicto con las recomendaciones de ASTM D3039 [120] y D3518 [133]. Lo anterior dado que el límite superior de micro deformación de ASTM D3039 no favorece a las propiedades E_{11} , E_{22} y ν_{12} y el límite inferior de D3518 a G_{12} .

Dadas las limitaciones arriba explicadas y en dirección de identificar la región elástica apropiada, en esta tesis se aplica el método FEMU en diferentes puntos a lo largo de la curva de variación de la fuerza respecto al desplazamiento. La inferencia de las propiedades se realiza cada 2 kN en las configuraciones unidireccionales y a 1 kN para el resto de apilamientos fabricados con manufactura aditiva; en el caso específico de los cupones de autoclave, la inferencia se realiza cada 5 kN. Los valores de fuerza seleccionados corresponden a incrementos del 10% de la carga máxima aplicada durante el ensayo experimental. La Figura 5.2 presenta los puntos de referencia para los especímenes Mr-U-2 y An-M30-1 (probetas Mr-M45-1, Mr-Q-1, An-M60-1 y Ac-Q-1 en el Apéndice A.5). Los asteriscos rojos representan los puntos donde se miden las propiedades elásticas con FEMU y DIC.

Es importante resaltar que las posiciones de los puntos en mención corresponden a la región del ensayo, donde no existe interrupción del continuo de la ROI. La interrupción son todos aquellos efectos que no permiten la correlación de determinadas zonas de la ROI. La alteración

del continuo se da por problemas en: la preparación de la superficie del patrón de puntos (véase Figura 5.3a); la aparición de daño en el material durante el ensayo (véase Figura 5.3b); la selección errónea del tamaño del *subset*, problemas de brillo en la superficie de interés debido a iluminación no apropiada (véase Figura 5.3c), entre otros.

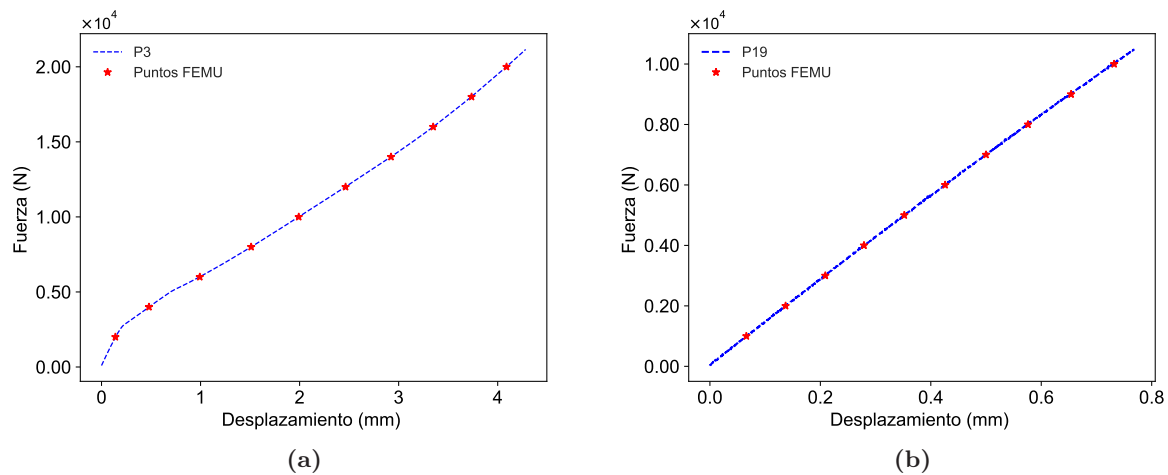


Figura 5.2. Curva experimental carga-desplazamiento del ensayo a tensión: (a) espécimen Mr-U-2 (unidireccional) y (b) espécimen An-M30-1 ($E_{xx} < E_{yy}$ multidireccional).

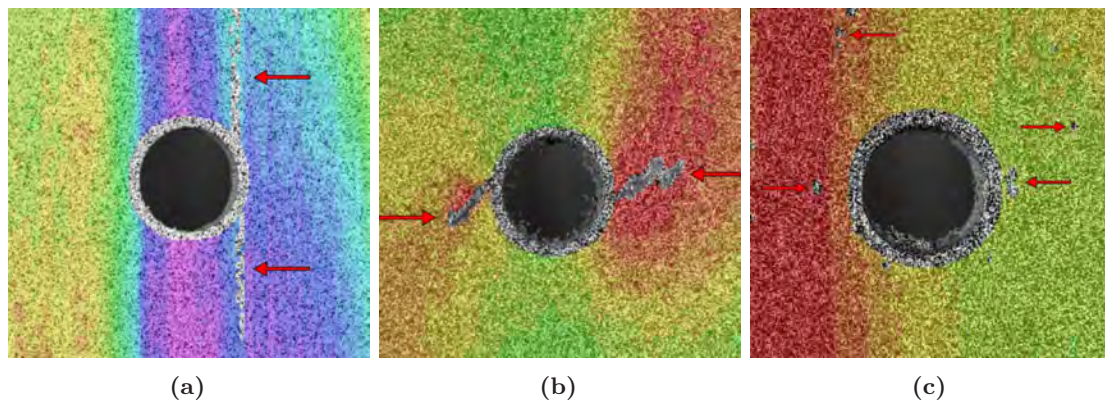


Figura 5.3. Interrupciones del continuo de la ROI: (a) fallas en la preparación de la superficie de *speckles*, (b) daño en el material (c) problemas de iluminación o tamaños de *subset*.

Los resultados obtenidos, luego de inferir las propiedades con FEMU en los puntos referenciados a lo largo de la curva experimentada para los especímenes Mr-U-2, An-M30-1, Mr-M45-1, Mr-Q-1, An-M60-1 y Ac-Q-1, se exponen en la figuras 5.4 y 5.5 y el Apéndice A.6. Las probetas seleccionadas representan a los diferentes grupos ortotrópicos clasificados en la Tabla 5.1. Los marcadores, en las figuras citadas, corresponden al de las propiedades E_{11} , E_{22} , ν_{12} y G_{12} respecto a la deformación promedio calculada en la sección transversal 1/4 de la ROI (véase Figura 3.13). Cada uno de los especímenes estudiados presentan variaciones del 6% al 18% en las propiedades inferidas E_{11} , E_{22} y ν_{12} a bajas deformaciones, con valores por debajo de 800 a 1000 $\mu\epsilon$ para los unidireccionales y 1500 $\mu\epsilon$ para el resto de secuencias. Lo anterior puede estar ligado a la cercanía entre los valores de deformación medido y el ruido blanco presente en la medición. Otro rasgo característico de los resultados alcanzados representan el cambio progresivo

en las propiedades elásticas, a medida que aumenta la fuerza y la deformación aplicada. Esto último inducido por la incertidumbre propia del método FEMU y las no linealidades del material.

De las características anteriormente citadas de las propiedades inferidas a lo largo de la curva experimentada, en esta tesis se opta por establecer como zona apropiada para la caracterización elástica con FEMU, la correspondiente al rango de 1000 a 2000 $\mu\epsilon$ para especímenes unidireccionales; entre 500 a 1000 $\mu\epsilon$ para los multidireccionales con $E_{xx} > E_{yy}$, y 200 a 400 $\mu\epsilon$ para el restante de los apilamientos. El límite inferior evita los efectos de ruido en las propiedades, y el superior, el posicionamiento en zona no lineal de la curva de variación esfuerzo-deformación. En el caso específico de la propiedad de rigidez a cortante, todos los valores adquiridos a lo largo de la deformación de los especímenes experimentan descensos del 15 % al 30 %. En esta propiedad, los valores idóneos para la inferencia con FEMU serían valores menores al límite inferior anteriormente establecido para cada laminado. Los parámetros obtenidos en ese rango se ajustan muy bien a las referencias citadas. Dado que esto no coincide con lo expuesto para las propiedades E_{xx} , E_{yy} , y ν_{xy} , se resuelve hacer la evaluación del método FEMU en los rangos establecidos para estas últimas.

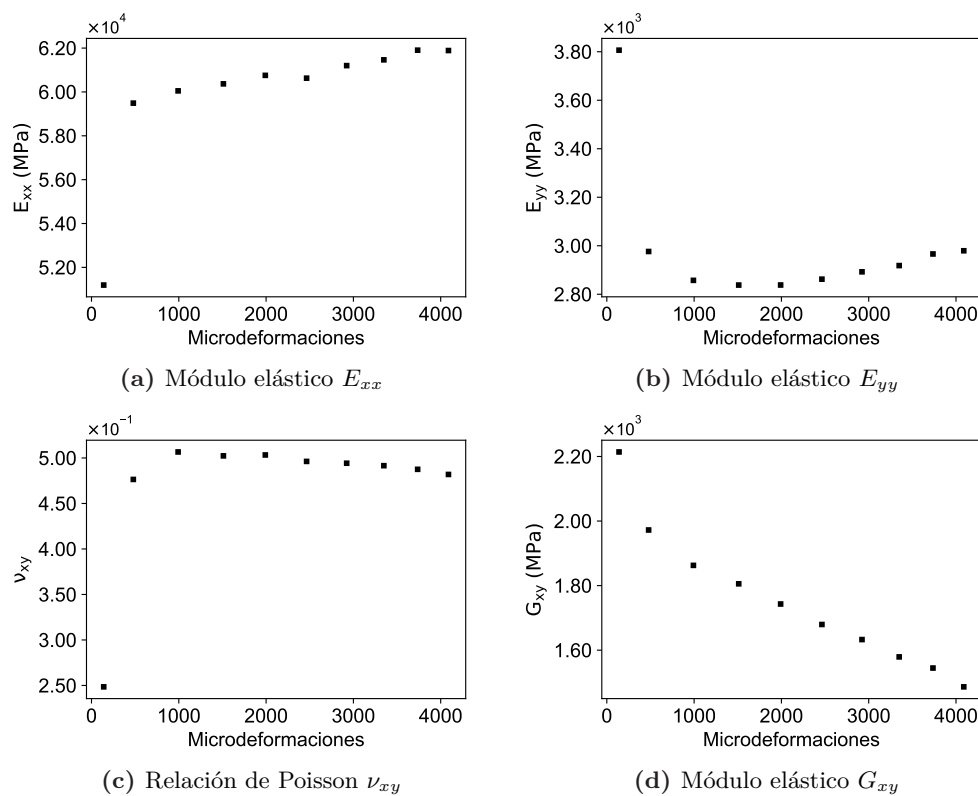


Figura 5.4. Variación de las propiedades elásticas inferidas para el cupón Mr-U-2 (unidireccional) en función del nivel de carga aplicado.

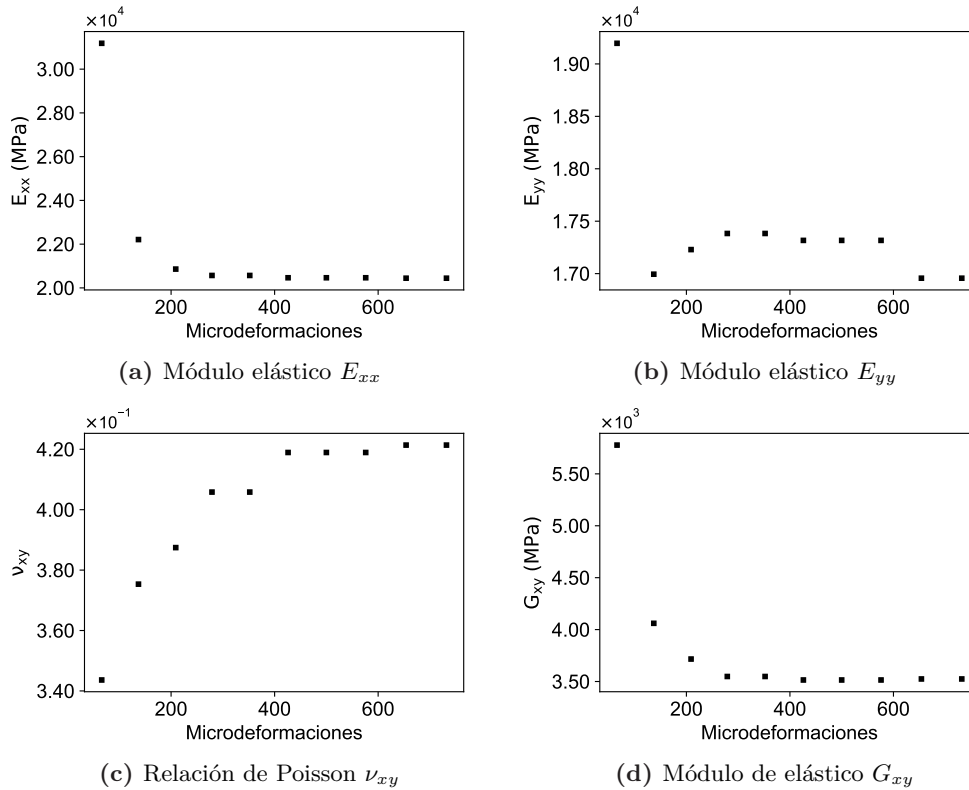


Figura 5.5. Variación de las propiedades elásticas inferidas para el cupón An-M30-1 ($E_{xx} < E_{yy}$ multidireccional) en función del nivel de carga aplicado.

5.2 Caracterización de las propiedades elástica con FEMU

La identificación de las propiedades elásticas en el plano utiliza el algoritmo FEMU desarrollado en el Capítulo 3 y esquematizado en la Figura 5.6. En éste, el método de optimización de Gauss-Newton infiere las propiedades, por medio del ajuste de los campos de deformación obtenidos con un modelo directo de elementos finitos respecto a los experimentales que son la referencia. La iteración se realiza hasta alcanzar el valor de consigna estipulado; los valores de la última iteración corresponden a los inferidos. Los campos experimentales empleados se adquieren bajo condiciones estándar de correlación establecidas por el fabricante del *software* VIC-3D (*step*=1/4, *subset*=recomendado por el VIC-3D y *filtro*= 15).

En los especímenes de estudio, se emplean dos técnicas de patrón de *speckles*: una con aerógrafo y la otra con papel de transferencia. En esta última, se imprimen dos de los patrones diseñados SpeckGen-23 y Script3-33, los cuales cumplen con las mejores métricas de calidad de puntos (véase Sección 4.3.2). La evaluación y presentación de los resultados se realizan de acuerdo con los grupos generados en la Tabla 5.1, según el grado de ortotropía (ρ). En todas las categorías en mención, los especímenes se evalúan con *speckles* generados mediante aerógrafo. Así mismo, las probetas unidireccionales y cuasi-isotrópicas de Anisoprint también utilizan *speckles* en papel de transferencia. Esto último significa que algunos especímenes se ensayan al menos dos veces con ambos tipos de patrones, en este sentido, las pruebas experimentales se realizan dentro del rango elástico sin inducir daños que puedan generar diferencia en los resultados.

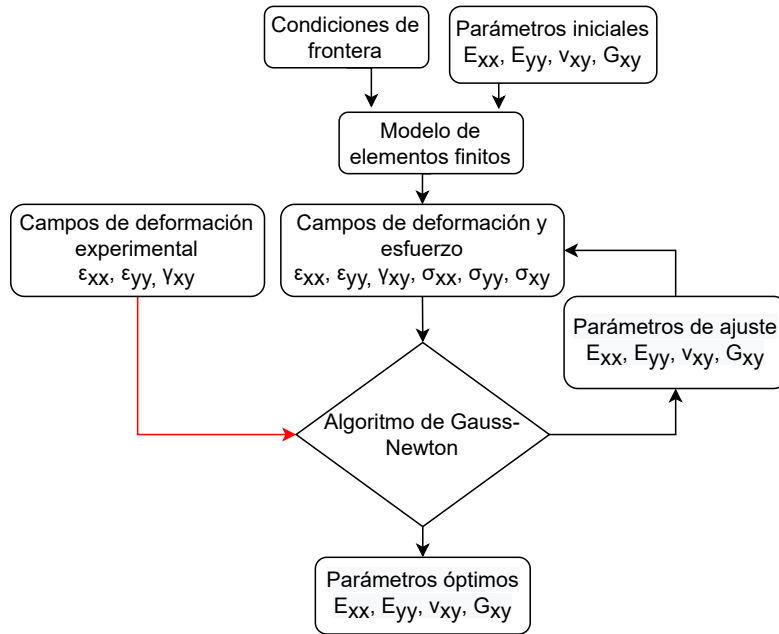


Figura 5.6. Metodología FEMU para la obtención de las propiedades elásticas de un laminado.

5.2.1 Laminados unidireccionales

Las propiedades elásticas obtenidas con FEMU, para los especímenes unidireccionales, se evalúan en probetas manufacturadas en máquinas Markforged y Anisoprint. En las impresiones de Markforged, sólo se emplearon patrones de *speckles* pintados mediante aerógrafo. Respecto a los especímenes de Anisoprint, se utiliza tanto aerógrafo como papel de transferencia al agua.

Laminados unidireccionales con patrón de puntos mediante aerógrafo

Los parámetros elásticos inferidos con FEMU, para los especímenes unidireccionales con patrón de puntos generados en aerógrafo, se presentan en la tablas 5.3 y 5.4, impresoras Markforged y Anisoprint respectivamente. En éstas, se incluyen los valores medios y desviaciones estándar; además, la diferencia relativa entre valores de referencia e inferidos. En el caso específico de las probetas (Mr-U-1, Mr-U-2, Mr-U-3 y Mr-U-4), los valores alcanzados se ajustan a los conseguidos por Todoroki et al. [131] en las propiedades E_{xx} y ν_{xy} , y a los de Iragi et al. [130] en el módulo a cortante G_{xy} . En cuanto a la propiedad E_{yy} , el coste obtenido con FEMU se ubica por debajo al de las referencias, con un valor de desviación que supera el 28 %.

Las diferencias entre los parámetros obtenidos con FEMU, en las probetas unidireccionales Markforged y los alcanzados experimentalmente por las referencias citadas, no indican una baja capacidad de inferencia del método. Lo anterior ya que desviaciones porcentuales también se presentan entre los mismos parámetros citados. Las diferencias se deben a que no se garantiza la misma configuración y puesta a punto de la impresora en la manufactura de los especímenes, tanto para cada una de las referencias como para las probetas empleadas en esta tesis. Así mismo, las discrepancias entre los resultados podrían también estar influenciadas por la forma como se obtengan las probetas, ya sea que éstas se impriman individualmente o se extraigan de un área mayor de impresión. Como es el caso de los resultados de Santos et al. [91], donde la propiedad E_{yy} presenta un valor mucho mayor a las otras referencias; ésto debido a que no

se removieron las curvaturas o giros en U del filamento durante la impresión, generando fibras alineadas con la carga aplicada.

A diferencia de las probetas Markforged, los valores obtenidos con FEMU, en los especímenes Anisoprint (An-U-1 y An-U-2), se acercan a los alcanzados experimentalmente por Blanco et al. [74]. La diferencia corresponde a 0.00 % en E_{xx} , 0.60 % para E_{yy} , 2.04 % en ν_{xy} y -18.18 % para G_{xy} . El valor de desviación en el parámetro de cortante se reduciría al interior del 10 %, sumando o restando a los valores promedio sus respectivas desviaciones estándar.

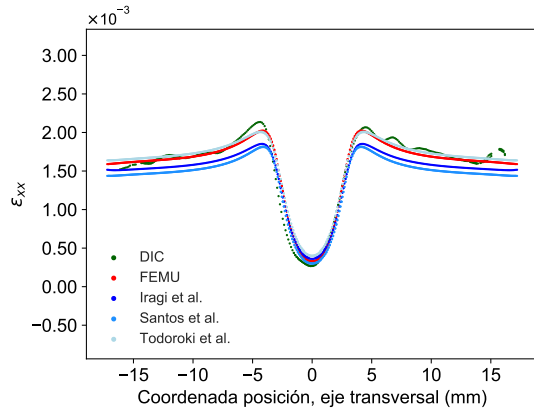
Tabla 5.3. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes unidireccionales Markforged

Ref./Probeta	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Santos et al.(1)	66.50 ± 0.50	6.16 ± 1.10	0.39 ± 0.03	2.13 ± 0.14
Iragi et al.(2)	69.40 ± 0.20	3.50 ± 0.10	0.41 ± 0.01	1.90 ± 0.10
Todoroki et al.(3)	60.90	3.97	0.42	2.27
Mr-U-1	62.70	2.40	0.52	1.80
Mr-U-2	59.50	3.00	0.47	2.00
Mr-U-3	57.30	2.10	0.41	1.70
Mr-U-4	58.20	2.70	0.45	1.60
Prom.	59.40 ± 2.10	2.50 ± 0.34	0.45 ± 0.05	1.80 ± 0.12
Dif. Rel.(1)	-10.67 %	-59.41 %	-15.38 %	-15.5 %
Dif. Rel.(2)	-14.40 %	-28.57 %	9.76 %	-5.26 %
Dif. Rel.(3)	-2.46 %	-37.02 %	7.14 %	-20.70 %

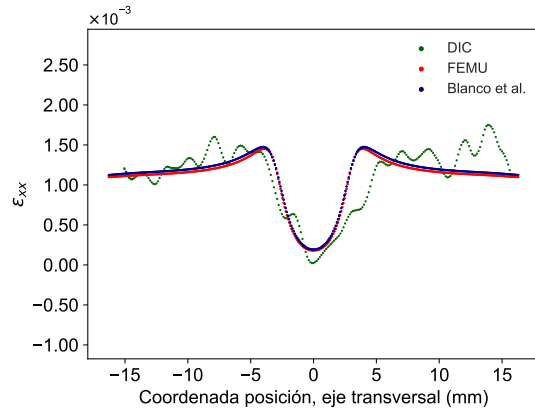
Tabla 5.4. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes unidireccionales Anisoprint

Ref./Probeta	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Blanco et al.	44.60 ± 0.38	0.99 ± 0.09	0.49 ± 0.21	1.10 ± 0.09
An-U-1	43.25	0.98	0.60	0.80
An-U-2	45.90	1.10	0.41	0.93
Prom.	44.60 ± 1.90	1.05 ± 0.08	0.5 ± 0.10	0.87 ± 0.10
Dif. Rel.	0.00 %	6.06 %	-18.18 %	-0.99 %

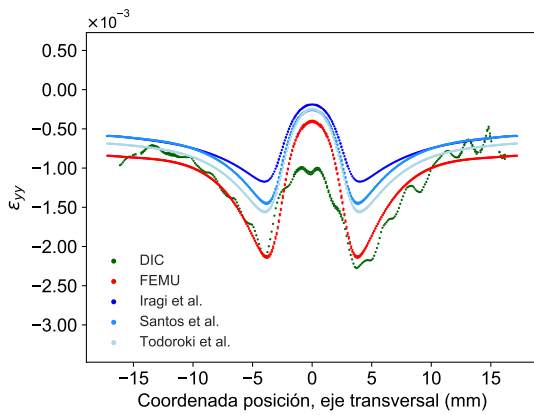
En la Figura 5.7, se comparan los campos de deformación experimental conseguidos con DIC (color verde), inferidos con FEMU (color rojo) y los de las referencias citadas (tonos de color azul). Las curvas de la figura pertenecen a los especímenes Mr-U-1 y An-U-2, que a su vez representan el comportamiento del restante de especímenes unidireccionales impresos en Markforged y Anisoprint respectivamente.



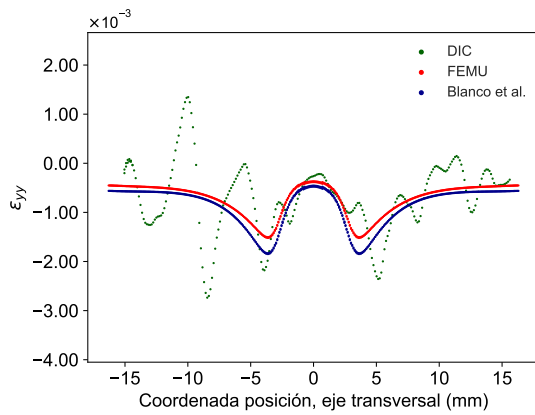
(a) ε_{xx} , Mr-U-1



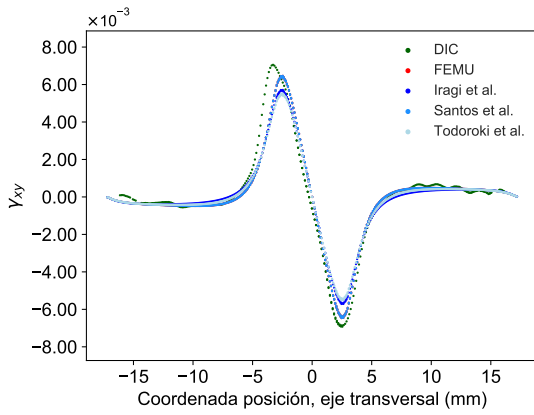
(b) ε_{xx} , An-U-2



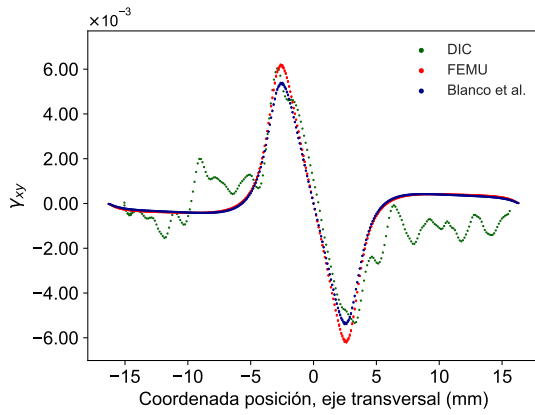
(c) ε_{yy} , Mr-U-1



(d) ε_{yy} , An-U-2



(e) γ_{xy} , Mr-U-1



(f) γ_{xy} , An-U-2

Figura 5.7. Campos de deformación a 1/4 de la ROI, para DIC, FEMU y referencias, izquierda espécimen Mr-U-1 (Markforged) y derecha espécimen An-U-2 (Anisoprint), *speckles* en aerógrafo

De las figuras se identifica que las líneas de los campos experimentales de las probetas Markforged, presentan menos fluctuaciones que las Anisoprint. Esto a causa de un mejor control de los errores en el proceso de medición óptica con DIC o posiblemente de una adecuada preparación de la superficie de la región de interés sobre la cual se manufacturan los *speckles*. En cuanto al ajuste entre los campos de deformación inferidos con FEMU respecto a sus referencias, los pertenecientes

a las probetas Anisoprint tienen mejor aproximación que los campos de Markforged. Lo anterior, en concordancia con las desviaciones presentes entre los parámetros inferidos con FEMU y sus respectivas referencias (véase Tabla 5.3). En relación con los especímenes Markforged, los campos inferidos coinciden con la referencia [131] en la dirección longitudinal y con todas en el cortante xy . En esta misma probeta (Mr-U-1), el campo de deformación yy no se ajusta totalmente sobre alguna de las referencias citadas; esto justifica la desviación presente entre el método FEMU y sus respectivos valores de referencia en la propiedad E_{yy} .

Laminados unidireccionales con patrón de puntos impreso en papel de transferencia

Los valores de la Tabla 5.4 presentan los resultados de inferencia con FEMU, en especímenes unidireccionales (Anisoprint) con patrones de puntos impresos en papel de transferencia al agua. Igual que en las tablas anteriores, se incluyen los valores medios y desviaciones estándar, además, la diferencia relativa entre valores de referencia e inferidos. Las propiedades obtenidas denotan buena estimación de los parámetros E_{xx} y ν_{xy} , y baja en los restantes. La desviación porcentual promedio respecto a los valores obtenidos por Blanco et al. [74] corresponde al 0.0% en la propiedad E_{xx} , 177.8% en E_{yy} , 9.2% para ν_{xy} y 77.3% en G_{xy} . Tal y como muestra la tabla los resultados alcanzados no varían con el tipo de patrón de *speckle* implementado (SpeckGen-23 y Script3-33).

Por lo que se refiere a los campos de deformación, en la Figura 5.8 se evidencia falta de ajuste entre las curvas de los parámetros inferidos (roja) respecto a los de referencia (azul); específicamente en los campos de deformación longitudinal yy y a cortante xy . Se menciona, especialmente, que desviaciones en el campo yy inciden directamente en la precisión de la estimación del parámetro ν_{xy} , dada la relación inversa entre la deformación transversal respecto a la longitudinal. Es decir, la baja estimación de la deformación transversal junto a una buena inferencia de la longitudinal, se convierte en un aumento o sobreestimación del módulo de Poisson. Finalmente, haciendo un paralelo entre las propiedades inferidas en probetas con patrones de *speckles* generados con aerógrafo y papel de transferencia al agua, podríamos decir que el papel adherido a la probeta no transfiere adecuadamente la deformación del espécimen en la dirección transversal y a cortante. En este sentido, las propiedades E_{yy} y G_{xy} inferidas difieren en un 178% y 77% respectivamente los valores de referencia esperados.

Hasta aquí, las probetas unidireccionales caracterizadas con FEMU presentan muy buena inferencia en la identificación de los parámetros elásticos en este tipo de configuración altamente ortotrópico. Hay que mencionar, además, la efectividad de la inferencia cuando las probetas contienen patrones de *speckles* manufacturados con aerógrafo. En el caso específico del papel de transferencia, esta técnica no se recomienda para el uso en este tipo de materiales.

Tabla 5.5. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes unidireccionales Anisoprint, patrón de puntos SpeckGen-23 y Script3-33 en papel de transferencia al agua

<i>Speckles</i>	Ref./Probeta	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
	Blanco et al.	44.6 ± 0.38	0.99 ± 0.09	0.49 ± 0.21	1.1 ± 0.09
Script3-33	An-U-1	44.3	2.0	0.58	1.6
	An-U-2	47.6	3.4	0.49	2.1
	Prom.	46.0 ± 2.3	2.7 ± 1.0	0.53 ± 0.07	1.9 ± 0.4
	Dif. Rel	3.14 %	172.72 %	8.16 %	72.72 %
SpeckGen-23	An-U-1	42.0	2.3	0.6	2.1
	An-U-2	44.36	3.24	0.47	1.85
	Prom.	43.2 ± 1.7	2.8 ± 0.7	0.54 ± 0.1	2.0 ± 0.18
	Dif. Rel	-3.13 %	182.82 %	10.20 %	81.81 %

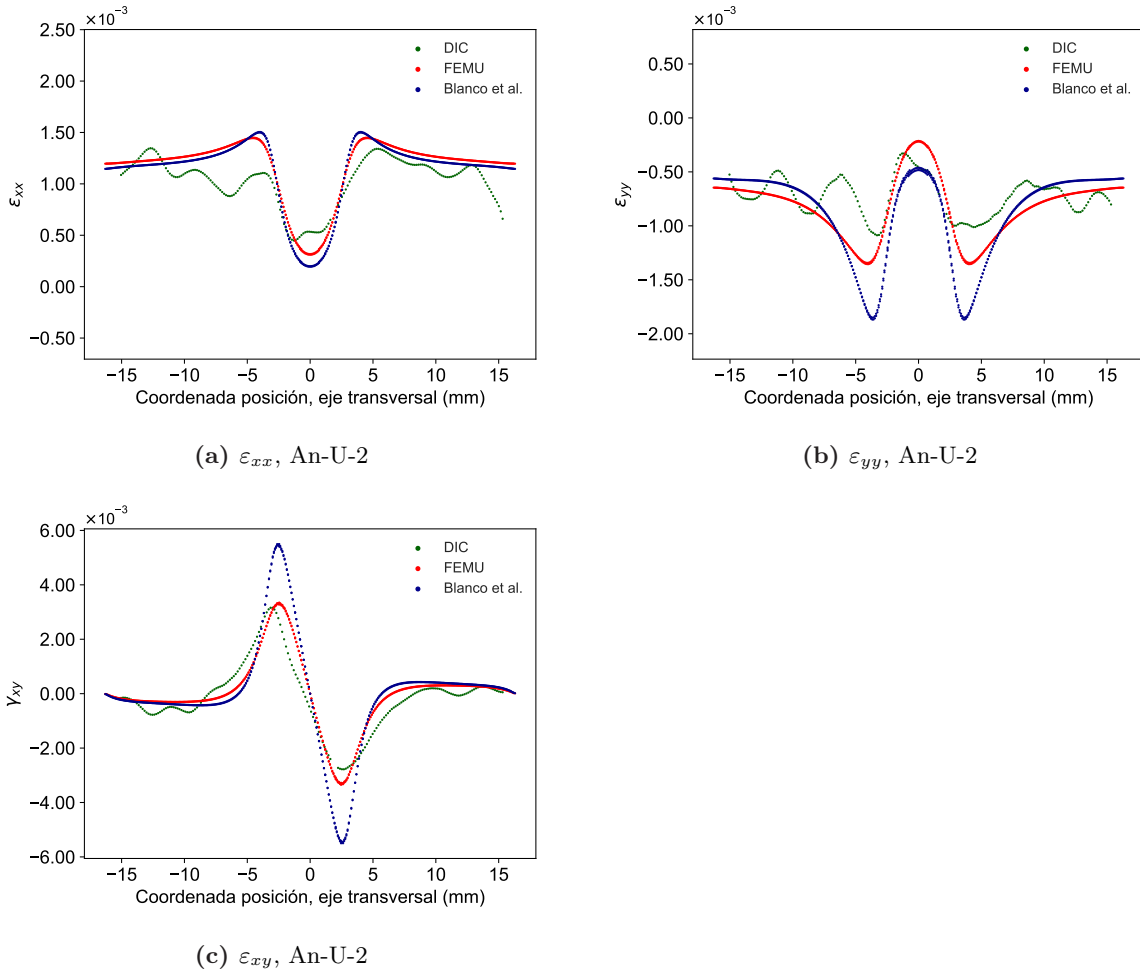


Figura 5.8. Campos de deformación a 3/4 de la ROI para DIC, FEMU y referencia, espécimen An-U-2 con *speckles* en papel de transferencia al agua.

5.2.2 Laminados multidireccionales con $E_{xx} > E_{yy}$

Una vez evaluados los laminados unidireccionales se incorporan, en la secuencia de apilamiento del material, algunas capas a 30, 45 y 90 grados, direccionadas a reducir el valor ρ de ortotropía. Con lo anterior, se logra configuraciones intermedias entre un material cuasi-isotrópico y uno

altamente ortotrópico (unidireccional). Los especímenes se imprimen tanto en Markforged como en Anisoprint; el propósito de estos nuevos apilamientos se orienta a evaluar la capacidad del método en este tipo de materiales, donde la rigidez transversal aumenta y, por tanto, disminuye la deformación en esta dirección.

Los resultados de inferencia de las probetas Mr-M45-1 impresa en Markforged, y An-M30-1 y An-M30-2 en Anisoprint se muestran en las tablas 5.6 y 5.7 respectivamente. Como en el caso de las tablas anteriores se presentan los valores inferidos por el algoritmo FEMU para cada probeta; se incluyen los valores medios y desviaciones estándar y la diferencia relativa entre valores de referencia e inferidos. Cada referencia fue obtenida empleando teoría de laminados y los valores de las láminas de la Tabla 5.2. Las tablas también incluye los valores de las propiedades esperadas aplicando teoría de láminas con las propiedades inferidas mediante FEMU para las probetas unidireccionales (FEMU-UD) y la correspondiente diferencia relativa.

En el caso específico de la probeta Markforged (véase Tabla 5.6), la caracterización elástica con FEMU coincide con los valores de las referencias teóricas. En todos los casos, la desviación no sobrepasa o es cercana al 10 %, excepto para la propiedad E_{yy} y G_{xy} en la referencias FUD y [91]; donde el valor de las propiedades se aproxima al 13 %. En comparación con los resultados para las probetas unidireccionales Markforged, las desviaciones en las propiedades inferidas para la probeta Mr-M45-1 ($E_{xx} > E_{yy}$) son menores. Esto último se justifica por la baja influencia de la variaciones de los parámetros E_{22} , ν_{12} y G_{12} de las láminas respecto a los cambios de las propiedades del laminado o secuencia a inferir. Es decir, cambios del 10 % en las propiedades en mención no repercuten en más del 1.5 % en el apilamiento; esto a diferencia de la propiedad E_{11} cuyos efectos de cambio se acercan al 8.5 %.

Por otro lado, los valores deducidos para las probetas Anisoprint (véase Tabla 5.7) presentan un ajuste moderado respecto a los valores teóricos obtenidos. Es decir, las propiedades alcanzadas no coinciden exactamente con las calculadas por teoría de laminados. Lo anterior con buen acercamiento para el módulo E_{xx} y baja inferencia para el restante de las propiedades.

Tabla 5.6. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU, especímenes multidireccionales con $E_{xx} > E_{yy}$ Markforged

Ref./Probeta	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Santos et al.(1)	34.10 ± 0.60	22.80 ± 0.80	0.34 ± 0.01	8.17 ± 0.17
Iragi et al.(2)	33.20 ± 0.20	21.40 ± 0.17	0.32 ± 0.00	7.90 ± 0.10
Todoroki et al.(3)	31.00	20.30	0.32	7.80
FEMU-UD(4)	29.70 ± 1.20	19.00 ± 0.90	0.32 ± 0.00	7.12 ± 0.30
Mr-M45-1	31.16	21.41	0.33	7.06
Dif. Rel.(1)	-8.63 %	-6.10 %	-2.94 %	-13.6 %
Dif. Rel.(2)	-6.15 %	-0.04 %	3.13 %	-10.63 %
Dif. Rel.(3)	0.50 %	5.46 %	3.12 %	-9.49 %
Dif. Rel.(4)	4.91 %	12.68 %	3.13 %	-0.84 %

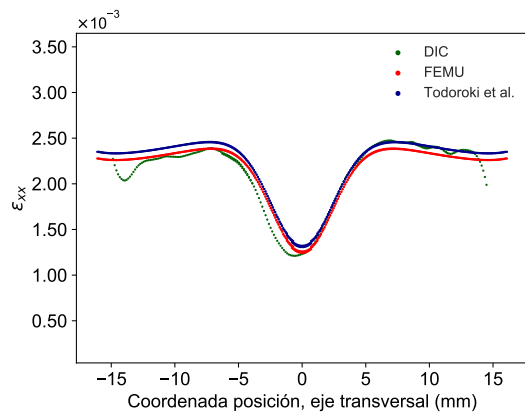
Tabla 5.7. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes multidireccionales con $E_{xx} > E_{yy}$ Anisoprint

Ref./Probeta	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Blanco et al.(1)	23.30 ± 0.40	12.91 ± 0.26	0.31 ± 0.01	4.90 ± 0.10
FEMU-UD(2)	23.15 ± 0.38	12.83 ± 0.27	0.32 ± 0.02	4.76 ± 0.18
An-M30-1	22.21	16.50	0.38	4.10
An-M30-2	22.50	14.60	0.39	3.80
Prom.	22.30 ± 0.10	15.60 ± 0.90	0.39 ± 0.00	3.95 ± 0.45
Dif. Rel.(1)	-4.4 %	20.83 %	25.80 %	-24.50 %
Dif. Rel.(2)	-3.41 %	21.59 %	21.9 %	-22.26 %

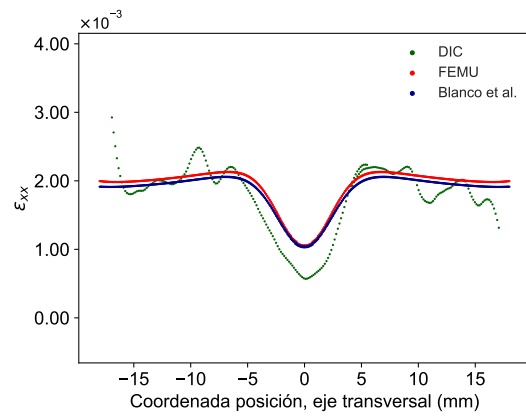
En las probetas Anisoprint con laminados multidireccionales y cuasi-isotrópicos, el espesor aumenta respecto a las mismas unidireccionales (véase tabla 4.1) para el mismo número de capas. Lo anterior por un mejor acomodamiento del filamento, cuando se imprime sólo en una dirección. En las probetas manufacturadas, el espesor cambia de 2.5 mm en las unidireccionales a 2.9 mm en los laminados multidireccionales con $E_{xx} > E_{yy}$. Este cambio en el espesor para un tamaño de filamento que se mantiene constante durante la impresión, es consecuencia de un aumento de vacíos entre los filamentos durante el proceso de manufactura [134–136]. La aparición de estos espacios tiende a reducir la rigidez del material manufacturado; de ahí que se puedan presentar desviaciones entre los valores medidos con FEMU y DIC y los calculados con teoría clásica de laminados.

Los campos de deformación, para el espécimen Markforged (Mr-M45-1) y uno de los especímenes Anisoprint (An-M30-2), se presentan en la Figura 5.9. Nuevamente se identifica menor ruido o fluctuación en la curva experimental generada en la probeta impresa en Markforged respecto a la Anisoprint. Esto podría estar influenciado por el diámetro del filamento, ya que el de Markforged está constituido por 1000 fibras de carbono y el de Anisoprint con 1500. Esta condición hace al diámetro del filamento de Anisoprint 1.6 veces mayor respecto al de Markforged. En consecuencia, se generan superficies más irregulares en Anisoprint, cuando se imprime sin recubrimiento superficial. En relación con los campos pertenecientes a la probeta Markforged, se observa buen ajuste entre las curvas experimental inferida y la de referencia [131]; así como sucede con los resultados presentados en la Tabla 5.5 para esta probeta.

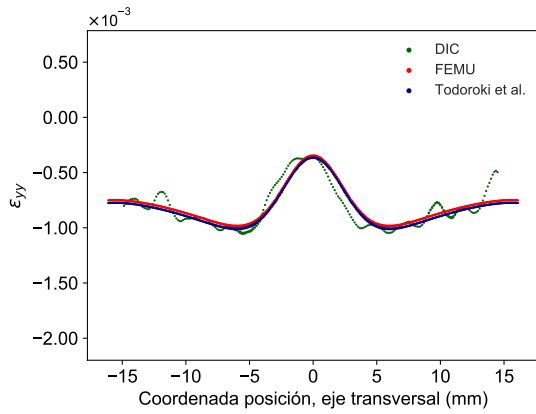
Por otro lado, en las probetas de Anisoprint, las curvas que representan cada uno de los campos de deformación no coinciden exactamente; existen pequeños desajustes entre el campo inferido y el teórico o esperado. Lo anterior justificado en los valores de desviación obtenidos en la Tabla 5.5 para las respectivas probetas Anisoprint. Estas desviaciones posiblemente pueden estar influenciadas por el ruido generado en el campo experimental, generación de vacíos o espacios durante la impresión, debido a los patrones de puntos o al aumento de la rigidez en E_{yy} . Esto último genera una deformación de casi 4 veces más reducida en la dirección transversal respecto a la longitudinal, al contrario a lo sucedido en las unidireccionales donde este valor se reduce en 1.8 veces.



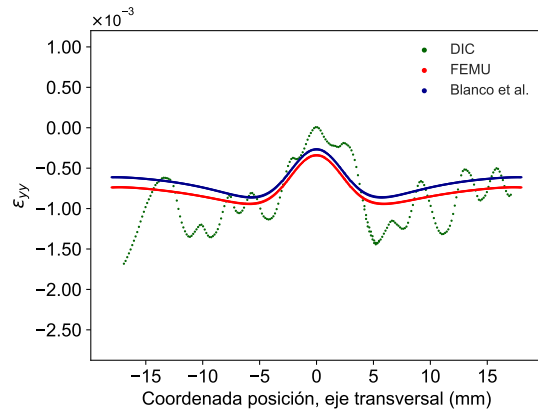
(a) ε_{xx} , Mr-M45-1



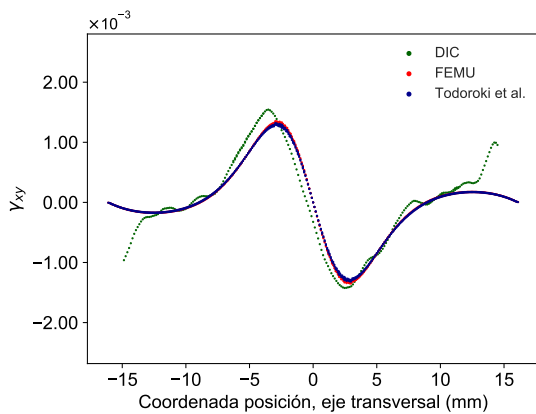
(b) ε_{xx} , An-M30-2



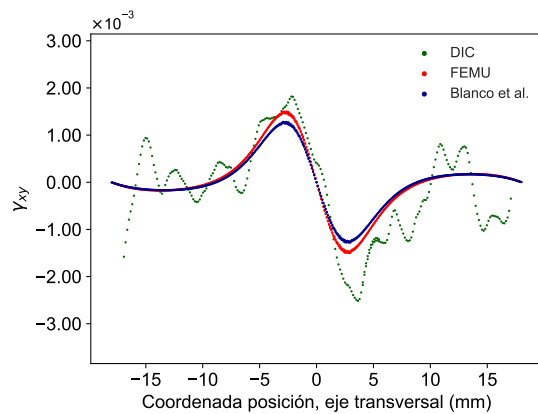
(c) ε_{yy} , Mr-M45-1



(d) ε_{yy} , An-M30-2



(e) γ_{xy} , Mr-M45-1



(f) γ_{xy} , An-M30-2

Figura 5.9. Campos de deformación a 1/4 de la ROI, especímenes Mr-M45-1 (Markforged) y An-M30-2 (Anisoprint) laminados con $E_{xx} > E_{yy}$ no unidireccionales

5.2.3 Laminados cuasi-isotrópicos

Continuando en la dirección de evaluar compuestos laminados manufacturados en impresoras 3D con FEMU, y reduciendo el grado de ortotropía, seguidamente pasamos a las configuraciones cuasi-isotrópicas. Para este análisis se emplean tanto probetas impresas Markforged y Anisoprint como probetas manufacturadas en autoclave. En los de Anisoprint, se utilizan tanto *speckles* generados en aerógrafo como impreso en papel de transferencia al agua.

Laminados cuasi-isotrópico con patrón de puntos en aerógrafo

En las Tablas 5.8, 5.9 y 5.10, se encuentran los resultados conseguidos para los especímenes Markforged, Anisoprint y autoclave respectivamente, con patrón de *speckles* generados con aerógrafo. La configuración de la Tabla equivale a las anteriores correspondiente a los especímenes multidireccionales con $E_{xx} > E_{yy}$. En el caso específico de las probetas Markforged, los valores de E_{xx} , E_{yy} y ν_{xy} inferidos con FEMU se aproximan a los valores de referencia FUD y Todoroki et al. [131]. En todos los casos las desviaciones están entorno al 10%. Así mismo, se tiene baja inferencia en el parámetro G_{xy} con un error del 24% aproximadamente.

Por otro lado, la predicción de los parámetros elásticos en el restante de los especímenes (Anisoprint y autoclave), su desviación está por encima de la referencia establecida (10%), excepto para el parámetro E_{yy} del autoclave. En todos los especímenes, la relación de Poisson teórica se acerca a 0.33; este valor favorece a las probetas impresas, pero se desvía en un 40% con la referencia de las probetas en autoclave. Por otra parte, al tratarse de laminados cuasi-isotropos, los módulos longitudinal y transversal de las probetas deberían ser iguales. Esto se cumple en el caso de la probetas Markforged pero no para los especímenes de Anisoprint y autoclave. En ambos casos, los valores inferidos para E_{yy} están por encima del valor de referencia, mientras que para E_{xx} están por debajo.

Tabla 5.8. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes cuasi-isotrópicos Markforged

Ref./Probeta	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Santos et al. (1)	25.96 ± 0.71	25.96 ± 0.72	0.34 ± 0.01	9.72 ± 0.17
Iragi et al. (2)	25.90 ± 0.20	25.90 ± 0.21	0.32 ± 0.00	9.82 ± 0.08
Todoroki et al. (3)	23.52	23.52	0.32	8.90
FEMU-UD (4)	22.22 ± 1.00	22.22 ± 1.00	0.31 ± 0.00	8.44 ± 0.33
Mr-Q-1	19.82	19.71	0.33	6.60
Mr-Q-2	22.11	22.11	0.33	6.83
Prom.	20.95 ± 1.60	20.90 ± 1.60	0.33 ± 0.00	6.70 ± 0.10
Dif. Rel. (1)	-19.10%	-19.49%	-2.94%	-30.92%
Dif. Rel. (2)	-18.92%	-19.30%	3.12%	-31.64%
Dif. Rel. (3)	-10.64%	-11.06%	3.12%	-24.72%
Dif. Rel. (4)	-5.41%	-5.88%	6.45%	-20.61%

Tabla 5.9. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para cuasi-isotrópicos Anisoprint

Ref./Probeta	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Blanco et al.	16.20 ± 0.31	16.20 ± 0.30	0.30 ± 0.00	6.20 ± 0.10
An-Q-1	9.50	24.85	0.34	2.95
An-Q-2	11.63	21.80	0.36	2.60
Prom.	10.60 ± 1.51	23.40 ± 2.23	0.35 ± 0.01	2.80 ± 0.25
Dif. Rel.	-34.56 %	44.44 %	16.66 %	-54.84 %

Tabla 5.10. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para cuasi-isotrópicos en autoclave

Ref./Probeta	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Hexcel [132]	60.72	60.72	0.31	23.11
Ac-Q-1	52.31	65.77	0.18	17.41
Ac-Q-2	53.52	65.63	0.18	18.21
Ac-Q-3	53.11	65.32	0.18	17.62
Prom.	53.01 ± 0.52	65.64 ± 0.22	0.18 ± 0.01	17.71 ± 0.31
Dif. Rel.	-12.68 %	-8.1 %	-41.93 %	-23.37 %

Las curvas transversales de los campos de deformación ε_{xx} , ε_{yy} y γ_{xy} , correspondientes a las probetas cuasi-isotrópicas, se exponen en la figuras 5.10 y 5.11. Las curvas experimentales de los especímenes de autoclave presentan poca fluctuación o ruidos respecto a las demás, seguidas por las de Markforged. Dado que las probetas de autoclave contienen su superficie lisa, ratificamos la hipótesis del efecto del acabado superficial en el ruido generado durante la medición. En este sentido la curva de autoclave se suaviza por su acabado pulido; la de Markforged, más rizada por su acabado medio, la cual se genera por el tamaño de sus fibras; y las de Anisoprint, con curvas más ruidosas debido al mayor tamaño de sus filamentos.

En las figuras 5.10 y 5.11, las curvas de deformación pertenecientes a la inferencia con FEMU se alejan proporcionalmente de las teóricas, de acuerdo con los errores arriba cuantificados (véanse tablas 5.8, 5.9 y 5.10). En este sentido, las curvas de la probeta Mr-Q-2 (Markforged) tienen muy buen ajuste en los campos ε_{xx} y ε_{yy} respecto a las de Anisoprint y autoclave, además del campo ε_{xy} en todos los especímenes. En las figuras se observa que en los casos de baja inferencia o mayor desviación (probetas Anisoprint, autoclave y γ_{xy} Markforged), las curvas inferidas FEMU se ajustan a las curvas experimentales DIC que no coinciden con las de referencia. En este sentido, se deduce que los problemas de la baja inferencia del método FEMU se derivan por la presencia de vacíos al interior del material generados durante la manufactura y por el proceso de medición de los campos. Este último no representa la deformación real experimentada por el espécimen a las condiciones de cargas dadas; lo que indica mayor rigidez longitudinal y menor rigidez transversal en las probetas impresas (Anisoprint); así mismo, menor rigidez en las dos direcciones del autoclave. En todos los casos, las probetas son menos rígidas a cortante que las referencias teóricas. En el caso específico de los especímenes de autoclave, la baja estimación en la caracterización podría estar influenciada por la capa de 90° en las caras superficiales, la cual

se fisura a baja carga y podrían no reflejar adecuadamente la deformación elástica del material (véase Figura 5.12).

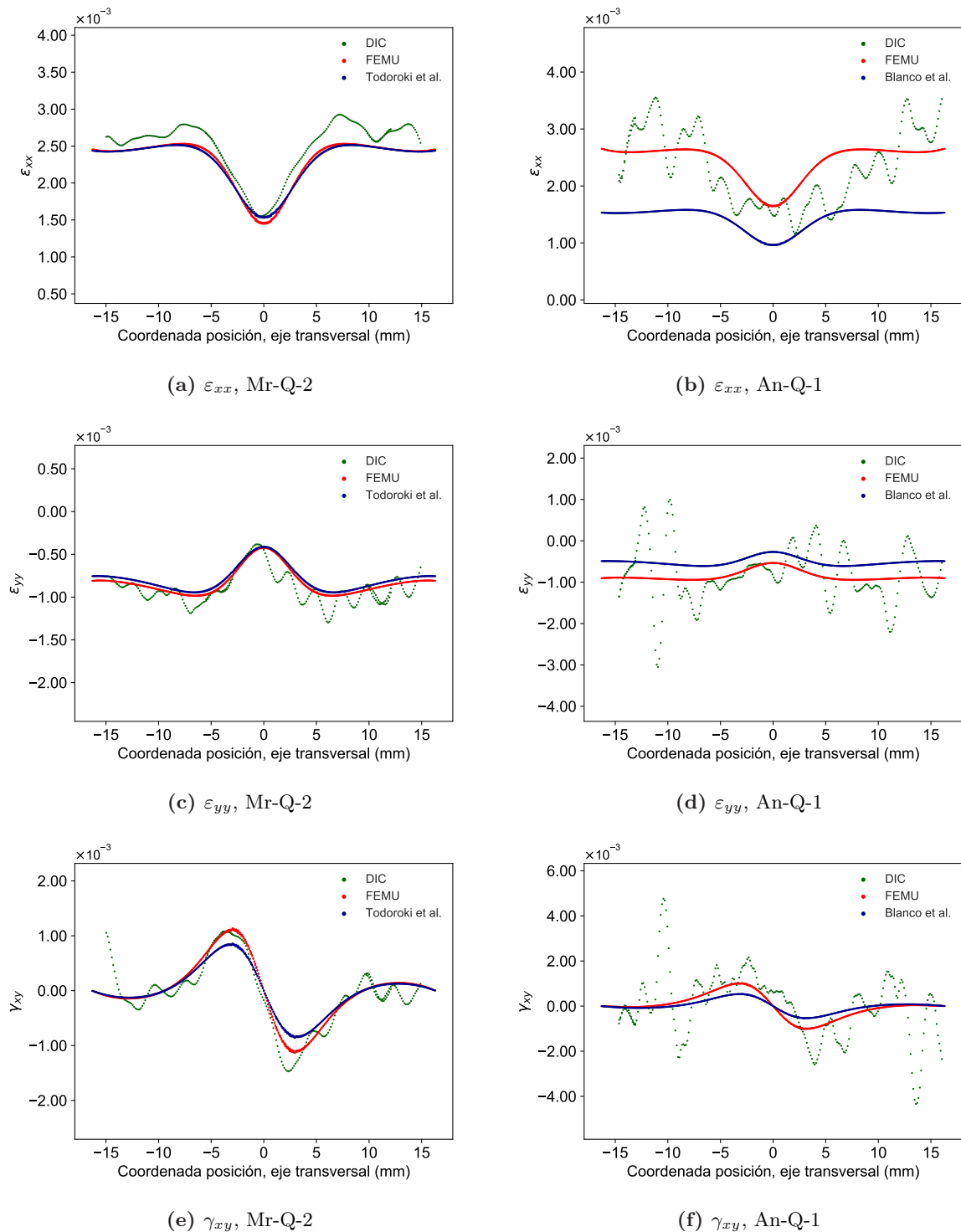
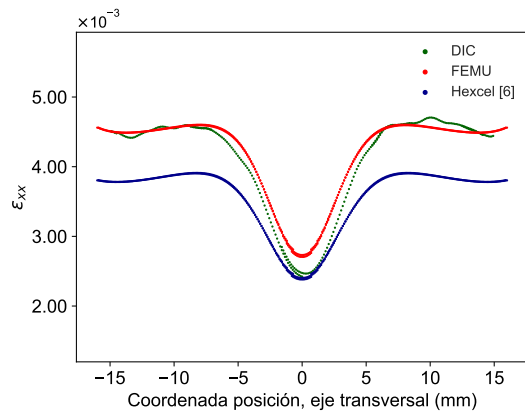
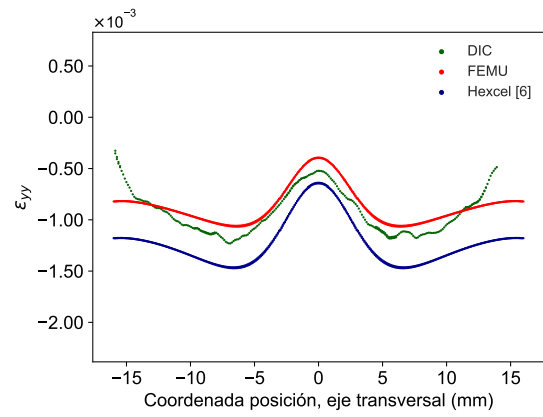


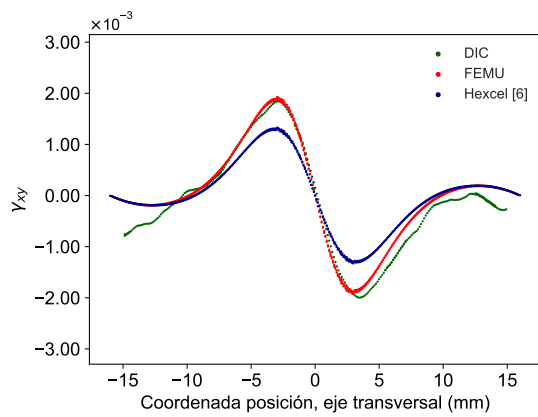
Figura 5.10. Campos de deformación 1/4 de la ROI, especímenes Mr-Q-2 (Markforged) y An-Q-1 (Anisoprint) laminados cuasi-isotrópicos



(a) ε_{xx} , Ac-Q-2



(b) ε_{yy} , Ac-Q-2



(c) γ_{xy} , Ac-Q-2

Figura 5.11. Campos de deformación, espécimen Ac-Q-2 (autoclave) laminado cuasi-isotrópico

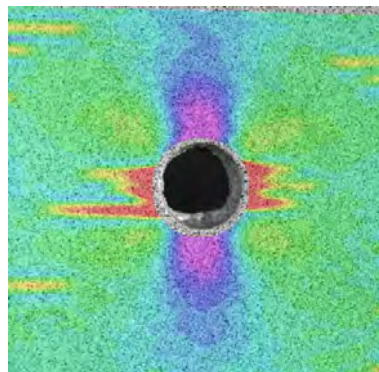


Figura 5.12. Alteraciones campo de deformación ε_{xx} debido a fisuras de capa superficial orientada a 90°

Laminados cuasi-isotrópico con patrón de puntos en papel de transferencia al agua y sello de rodillo

En las tablas 5.11 y 5.12 se presentan los resultados correspondientes a la inferencia con FEMU, en especímenes cuasi-isotrópico, con *speckles* en papel de transferencia al agua para Anisoprint y estampador de rodillo para autoclave. Las filas de la etiqueta 'Anisoprint' que contienen los porcentajes hacen referencia a las desviaciones entre las propiedades inferidas con FEMU y las calculadas con teoría de laminados, empleando los parámetros obtenidos por Blanco et al. [74]. Al igual que sucede con los patrones de *speckles* generados con aerógrafo, los valores de las propiedades inferidas con FEMU, empleando papel de transferencia no se ajustan, a los valores de referencia esperados. En el caso específico de las probetas Anisoprint, el parámetro E_{yy} es menor que el obtenido con *speckles* mediante aerógrafo. Lo contrario sucede con las propiedades E_{xx} y G_{xy} . En este sentido, una vez más, se confirma que el papel de transferencia no es capaz de capturar correctamente las deformaciones presentes en este tipo de materiales.

Comparando los resultados para las probetas de autoclave reportados en la tablas 5.10 y 5.12 para aerógrafo y estampador de puntos, respectivamente, se observa que éstos son similares. Por consiguiente, el estampador o sello de puntos podría ser una opción viable para aquellos que no tienen experiencia en el uso del aerógrafo. La desventaja de este método lo constituye su baja resolución espacial, debido a los tamaños de *subsets* generados por el grabado del estampador de rodillo.

Tabla 5.11. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes cuasi-isotrópicos Anisoprint. patrón de puntos SpeckGen-23 y Script3-33 en papel de transferencia al agua

<i>Speckles</i>	Probeta/Ref.	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
	Blanco et al.	16.20 ± 0.31	16.20 ± 0.31	0.30 ± 0.00	6.22 ± 0.13
SpeckGen-23	An-Q-1	11.21	13.08	0.35	3.74
	An-Q-2	12.75	12.61	0.37	3.02
	Promedio	12.05 ± 1.15	12.81 ± 0.32	0.36 ± 0.01	3.42 ± 0.51
	Dif. Rel.	-25.92 %	-20.98 %	20.00 %	-45.16 %
Script3-33	An-Q-1	9.82	11.82	0.39	3.65
	An-Q-2	10.93	12.22	0.37	3.45
	Promedio	10.4 ± 0.82	12 ± 0.35	0.38 ± 0.01	3.5 ± 0.15
	Dif. Rel.	-35.80 %	-25.92 %	26.66 %	-43.54 %

Tabla 5.12. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes cuasi-isotrópicos en autoclave, patrón de puntos mediante sello de rodillo

Ref/Probeta	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Hexcel	60.72	60.72	0.31	23.11
Ac-Q-1	51.32	66.71	0.18	16.33
Ac-Q-2	52.33	65.82	0.18	16.82
Promedio	51.30 ± 0.50	66.25 ± 0.45	0.18 ± 0.00	16.55 ± 0.25
Dif. Rel.	-15.50 %	9.14 %	-41.93 %	-28.38 %

5.2.4 Laminados con $E_{xx} < E_{yy}$

De los laminados fabricados para el estudio con FEMU, los últimos por evaluar pertenecen a aquellos con un módulo de Young longitudinal menor al transversal ($E_{xx} < E_{yy}$). Éstos se fabrican agregando fibras en la dirección de 60° y 90° y sólo se manufacturan en Anisoprint. En este tipo de materiales, los resultados obtenidos se exhiben en la Tabla 5.13; en ninguno de los casos, la inferencia alcanza los valores teóricos de referencia. Los resultados aquí obtenidos ratifican la debilidad del método, cuando disminuye la deformación transversal, a medida que aumenta la rigidez en E_{yy} .

En la Figura 5.13, se presentan las curvas de deformación del espécimen An-M60-1. Ninguna de las curvas inferidas se acerca a su correspondiente teórica; además, en el caso específico del campo ε_{yy} , la curva experimental no capta el comportamiento oscilatorio del campo de deformación. De hecho, el ruido y el bajo nivel de deformación, especialmente en el caso de ε_{yy} , no permiten al DIC, captar correctamente los campos de deformación, generando una respuesta oscilatoria que dificulta la diferencia de las propiedades elásticas.

Tabla 5.13. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes multidireccionales con $E_{xx} < E_{yy}$ Anisoprint

Probeta	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Blanco et al.	13.1 ± 0.16	23.5 ± 0.2	0.24 ± 0.1	5.6 ± 0.6
An-M60-1	9.5	33.4	0.2	2.7
An-M60-2	9.1	31.5	0.2	3.2
Prom.	9.3 ± 0.3	32.45 ± 1.3	0.2 ± 0.0	3.0 ± 0.35
Dif. Rel.	-29.00 %	38.05 %	-16.66 %	-46.48 %

5.2.5 Especímenes impresos con recubrimiento de polímero

Como ya se comentó anteriormente, las impresoras de FFF de material compuesto de refuerzo continuo generan recubrimientos superficiales con polímeros, para mantener una buena adherencia de la pieza a fabricar con la cama de la impresora. Esta condición es importante para lograr buenos resultados en la impresión. Así mismo, el recubrimiento superficial protege a las fibras de agentes externos mecánicos y medio ambientales y, a la vez, mejora el acabado superficial. En los análisis anteriores con FEMU, estas capas se removieron para garantizar la correspondencia entre el laminado o lámina impresa y la teoría de laminados. En algunas máquinas de impresión se imposibilita retirar este tipo de superficies en la configuración de la impresión. Hacerlo, posteriormente al proceso de fabricación, genera daños en las capas externas de la lámina o laminado. En algunos casos, tener la superficie con recubrimiento podría facilitar la elaboración del patrón de puntos, dado el buen acabado superficial que ésta puede generar. Un ejemplo lo representa el de la impresora Markforged que emplea *nylon* como recubrimiento, la cual reduce las irregularidades superficiales.

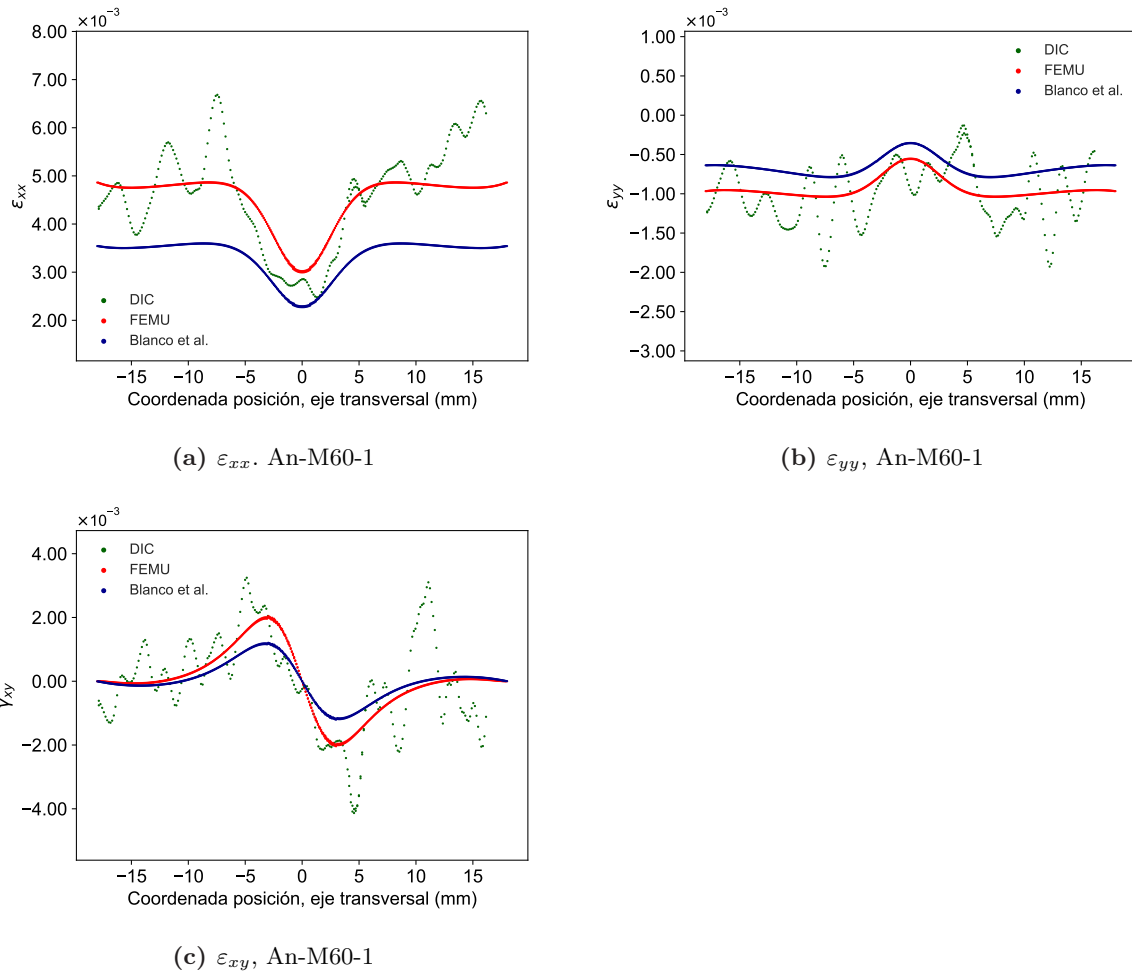


Figura 5.13. Campos de deformación para 1/4 de la ROI. DIC, FEMU y referencia, espécimen An-M30-2 laminados con $E_{xx} < E_{yy}$

Los especímenes An-US-1, An-US-1, An-QS-1 y An-QS-2 se manufacturan en la impresora Anisoprint con recubrimiento de poliéster de glicol (PETG). El laminado obtenido contiene dos capas de PETG externas (véase Figura 5.14) orientadas en la dirección de 0° y las cuales conforman el 30 % del espesor (0.54 mm y 2.72 mm). Para identificar las propiedades de estos especímenes, se utiliza el método FEMU; los valores obtenidos usan tanto el patrón de puntos generado con aerógrafo como el impreso en papel de transferencia; éstos se presentan en las tablas 5.14 y 5.15. La configuración de la tabla equivale a las ya presentadas.

En la Tabla 5.14, en el caso específico de las láminas unidireccionales, la inferencia con FEMU en el patrón de puntos con aerógrafo se ajusta para las propiedades E_{xx} y E_{yy} y se reduce para ν_{xy} y G_{xy} . El aumento en el valor de la desviación, comparado con los resultados obtenidos en las probetas sin recubrimiento, podría estar justificado en que el material PETG no transfiere adecuadamente la deformación elástica esperada por la probeta. En el caso de los patrones impresos en papel de transferencia al agua, la desviación en la inferencia crece en las propiedades E_{yy} y G_{xy} , igual que sucede con estos patrones en los laminados unidireccionales sin recubrimiento.

Respecto a los materiales cuasi-isotrópicos con patrones generados en aerógrafo, las desviaciones de inferencia aumentan para todos las propiedades excepto para el parámetro E_{xx} . En el caso específico del papel de transferencia al agua, las propiedades mejoran respecto a las alcanzadas con aerógrafo y sin recubrimiento; sin embargo, no llegan al punto de ser del valor de referencia deseado.

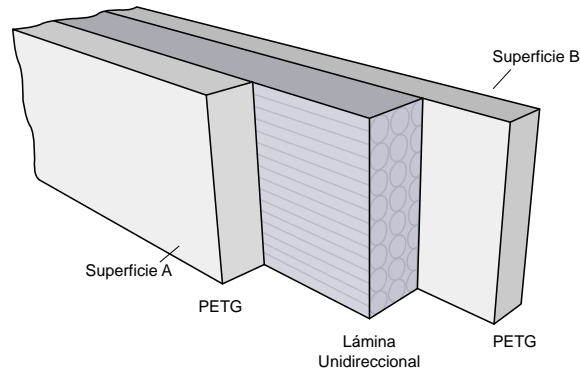


Figura 5.14. Compuesto con recubrimiento superficial de PETG

Tabla 5.14. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU para especímenes unidireccionales Anisoprint con recubrimiento de polímero superficial PETG

<i>Speckles</i>	Ref./Probeta	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
	Blanco et al.	35.67	1.15	0.46	0.98
Aerógrafo	An-US-1	37.31	1.10	0.58	0.82
	An-US-1	35.48	1.10	0.54	0.81
	Prom.	36.40 ± 1.30	1.10 ± 0.00	0.56 ± 0.03	0.81 ± 0.01
	Dif. Rel.	2.04%	-4.34%	21.74%	-17.35%
Script3-33	An-US-1	36.89	2.01	0.61	1.82
	An-US-1	35.87	2.31	0.59	1.63
	Prom.	36.42 ± 1.10	2.21 ± 0.21	0.61 ± 0.01	1.71 ± 0.21
	Dif. Rel.	2.04%	-50.00%	-6.71%	-52.35%
SpeckGen-23	An-US-1	35.78	2.28	0.57	2.03
	An-US-1	34.32	2.29	0.59	1.91
	Prom.	35.10 ± 1.10	2.28	0.58 ± 0.01	1.97 ± 0.08
	Dif. Rel.	3.70%	-52.17%	-3.44%	-59.50%

Tabla 5.15. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU, especímenes cuasi-isotrópico Anisoprint con recubrimiento de polímero superficial PETG

<i>Speckles</i>	Ref./Probeta	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
	Blanco et al.	35.67	1.15	0.46	0.98
Aerógrafo	An-QS-1	12.91	21.52	0.38	10.82
	An-QS-2	10.32	23.81	0.35	9.31
	Prom.	11.63 ± 1.81	22.72 ± 1.61	0.37 ± 0.02	10.11 ± 1.12
	Dif. Rel.	-11.51 %	73.15 %	19.35 %	102.4 %
Script3-33	An-QS-1	13.89	15.91	0.35	8.71
	An-QS-2	13.41	16.82	0.37	10.01
	Prom.	13.70 ± 0.40	16.41 ± 0.62	0.36 ± 0.01	9.42 ± 0.94
	Dif. Rel.	4.50 %	25.09 %	16.12 %	88.37 %
SpeckGen-23	An-QS-1	13.21	14.64	0.39	7.34
	An-QS-2	13.95	15.82	0.38	7.93
	Prom.	13.61 ± 0.52	15.21 ± 0.91	0.38 ± 0.01	7.61 ± 0.39
	Dif. Rel.	3.73 %	16.01 %	29.03 %	52.30 %

5.2.6 Resumen caracterización elástica con FEMU

Hasta este punto, la evaluación de los especímenes de estudio con el método FEMU se ha realizado en una configuración estándar del DIC, correspondiente a un tamaño de *subset* definido por el VIC-3D, un *step* de 1/4 del *subset* y un filtro equivalente a 15. Los resultados alcanzados han demostrado una fortaleza en la inferencia de las propiedades elásticas en materiales altamente ortotrópicos, con incremento en los errores de inferencia a medida que la rigidez transversal aumenta respecto a la longitudinal; por lo tanto, siendo más impreciso el método en las configuraciones cuasi-isotrópicas y con un $E_{xx} < E_{yy}$. A su vez, los especímenes Markforged tienen mejores valores de inferencia que los restantes, esto debido al acabado superficial, el cual incide en la calidad de los *speckles* y, en consecuencia, en la disminución de errores en la medición. En las probetas de autoclave, la baja estimación en la caracterización podría estar influenciada por la capa de 90° en las caras superficiales, la cual se fisura a baja carga y podrían no reflejar adecuadamente la deformación elástica del material. Finalmente, en los especímenes de Anisoprint, las irregularidades presentes en el acabado superficial de la última capa inducen ruido en la medición de los campos de deformación, afectando la calidad de la inferencia con FEMU.

5.3 Estrategias de mejora del método FEMU con DIC

En dirección a mejorar las predicciones hasta ahora realizadas con FEMU y los parámetros por defecto del *software* de correlación de imágenes VIC-3D en las secuencias mencionadas, se prueban diferentes estrategias. La primera orientada a las configuraciones del *software* VIC-3D que influyen en el ruido y en los máximos de los campos de deformación experimental. La segunda enfocada a los parámetros estadísticos de la correlación, discriminando, en la optimización, los *subsets* que no superan un umbral en la calidad de la correlación. La tercera involucra la región de interés (ROI) y se enfoca a identificar las zonas con mejor calibración y los parámetros ópticos, pensando en disminuir el costo computacional del proceso de inferencia. La cuarta estrategia se centraliza en el tamaño del agujero, donde el aumento del diámetro incide en la deformación

transversal y, por defecto, favorece la medición con DIC. La quinta se dirige a probar el efecto de los parámetros iniciales en la inferencia FEMU con campos experimentales. Finalmente, la última estrategia se orienta a mejorar la evaluación en los especímenes impresos con recubrimiento superficial.

5.3.1 Incidencia de los parámetros de correlación en la inferencia con FEMU

Los estudios previos de caracterización con FEMU se han realizado bajo los parámetros por defecto del *software* de correlación de imágenes VIC-3D. Los cambios en estos parámetros inciden en el ruido, en los máximos de los campos de deformación (véase Sección 4.5) y posiblemente en las propiedades inferidas con FEMU. En razón a lo anterior, esta tesis estudia el efecto de los parámetros tamaño del *subset*, *step* y filtro en la caracterización elástica con FEMU de compuestos laminados. El análisis de la incidencia en la configuración del software de correlación (VIC-3D) se basa en la técnica de la galga extensiométrica virtual [66] (VSG²) descrita en la Sección 4.5. Para esto, se construyen 42 agrupaciones con diferentes valores en los parámetros *subset*, *step* y el filtro (véase Tabla 4.6). Estas configuraciones se aplican en especímenes representantes de las secuencias de apilamiento estudiadas en esta tesis.

Sensibilidad de las propiedades elásticas a las configuraciones VSG

Los cambios en las propiedades elásticas inferidas con el método FEMU, en función de las configuraciones de la Tabla 4.5, se presentan en las figuras 5.15 a la 5.18 para la probeta An-U-1 con patrón de puntos en aerógrafo. En las gráficas, cada tonalidad de color representa el tamaño del *subset*; por ejemplo, los grises se asocian a un *subset* de 29, los azules a 37, etc. La saturación o la intensidad del color significa la magnitud del filtro. A modo de ejemplo, en el *subset* 29, el negro con los puntos representa un filtro de 5; el gris más oscuro, un filtro de 11; el claro, de 15, y así para el resto de colores. En cada curva el primer símbolo, el de más a la izquierda corresponde a un *step* igual a 1/4 del *subset*, el central igual a 1/3 y el de más a la derecha igual a 1/2 del *subset*. Por último se destaca, en las figuras, que el asterisco de color rojo hace referencia a la configuración estándar del DIC (CE-DIC).

²Por las siglas en inglés, Virtual Strain Gauge - VSG

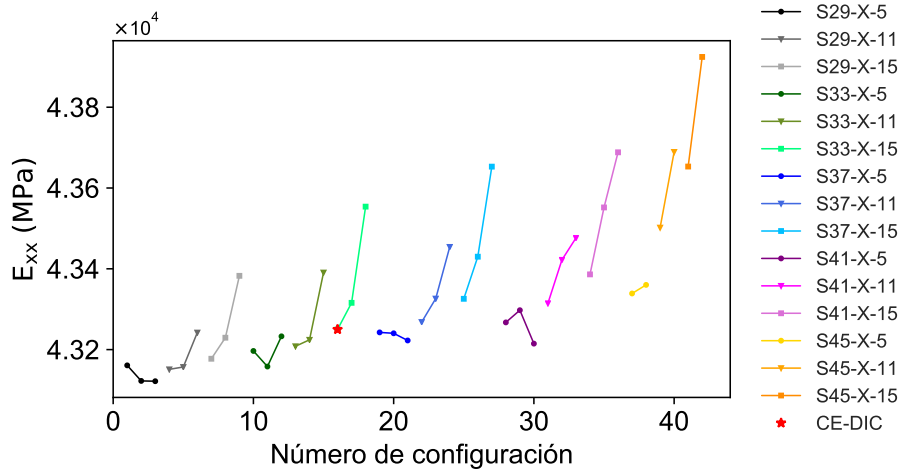


Figura 5.15. Análisis VSG para el módulo de Young E_{yy} en la probeta An-U-1 con patrón de puntos en aerógrafo

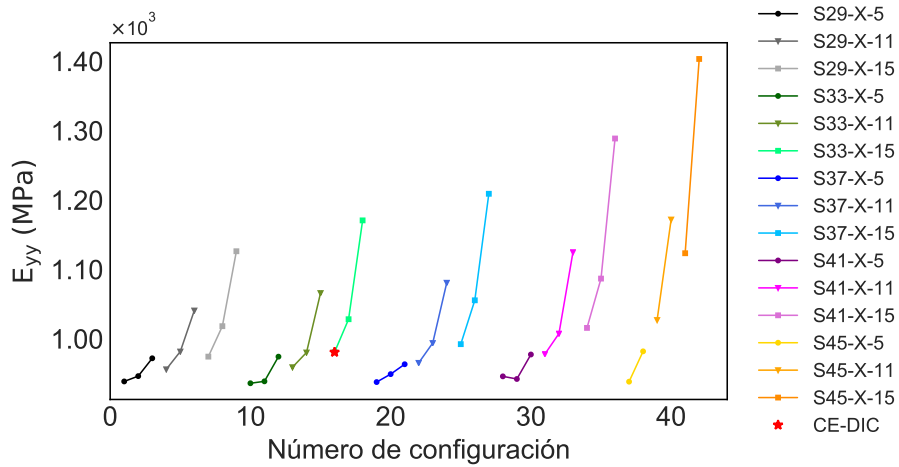


Figura 5.16. Análisis VSG para el módulo de Young E_{yy} , en la probeta An-U-1 en patrón de puntos con aerógrafo

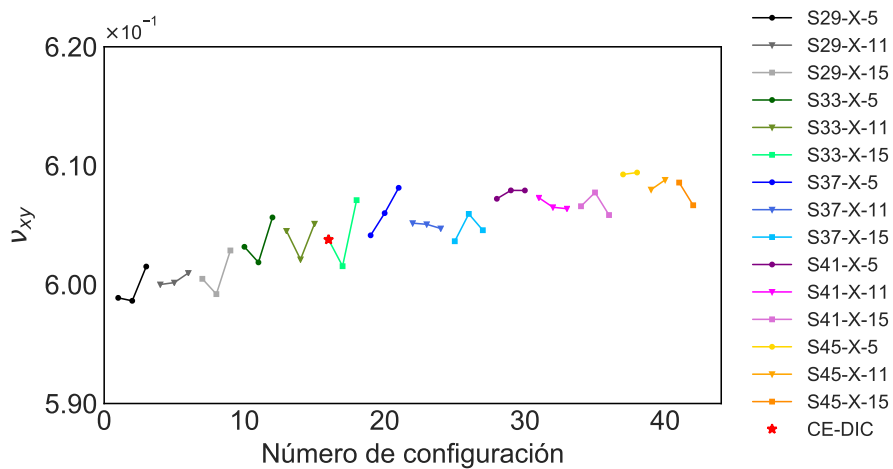


Figura 5.17. Análisis VSG para la relación de Poisson ν_{xy} en la probeta An-U-1 con patrón de puntos en aerógrafo

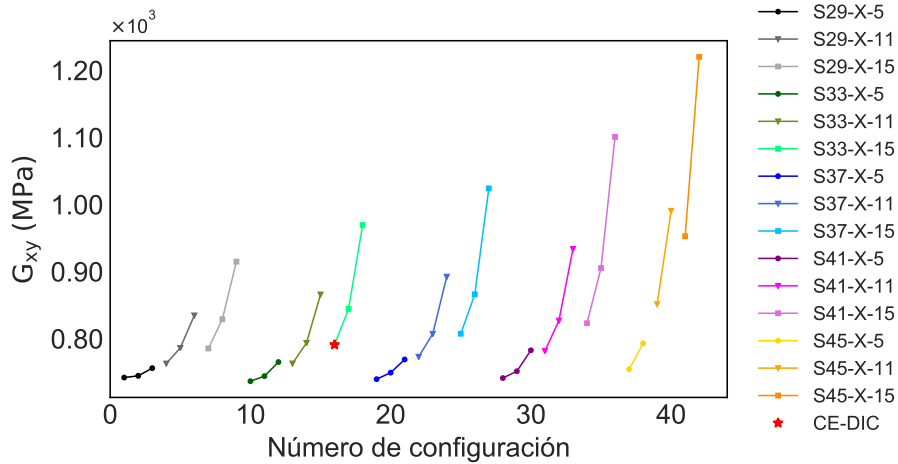


Figura 5.18. Análisis VSG para el módulo de rigidez G_{xy} en la probeta An-U-1 con patrón de puntos en aerógrafo

En las figuras anteriores se observa que las propiedades E_{xx} , E_{yy} y G_{xy} aumentan a medida que las variables *subset*, filtros y *step* crecen. Siendo E_{yy} y G_{xy} más sensibles a las configuraciones VSG que E_{xx} . La propiedad ν_{xy} se mantiene casi constante, conservando la relación entre los cambios de las deformaciones transversales respecto a las longitudinales. De las tres variables, el tamaño del *subset* tiene la menor incidencia en los cambios de las propiedades, y el filtro, una mayor influencia que el tamaño del *subset*. En cuanto al *step*, sus efectos dependen del tamaño el filtro; a mayor valor de filtro mayor incidencia del *step* en la determinación de las propiedades. El comportamiento de las demás probetas de estudio al análisis VSG coincide con el ya descrito para el espécimen An-U-1.

Las configuraciones de las variables *step*, *subset* y filtro del software VIC-3D tienen un efecto sobre el valor de los parámetros inferidos con FEMU. Esta característica podría ser una alternativa para mejorar el proceso de inferencia con el algoritmo de Gauss-Newton, en una configuración adecuada. Como ejemplo, está el ajuste a la propiedad G_{xy} , la cual en la mayoría de los casos analizados, en el apartado 5.2, su valor está por debajo del esperado. En este sentido, regresando al espécimen An-U-1 de la Figura 5.18, la configuración estándar del VIC-3D (asterisco rojo) no alcanza la zona del promedio y sus desviaciones. Pero una configuración con mayor tamaño de filtro, *subset* o *step*, podría mejorar la inferencia. Lo anterior aplicaría igualmente para la propiedad E_{yy} , si se requiere.

Ahora bien, controlar tres variables de correlación (*step*, *subset* y filtro) se puede tornar difícil a la hora de hacer ajustes al método FEMU de inferencia; por tal razón, en esta tesis se recomienda ajustar los valores del filtro manteniendo el *step* en su mínimo posible (1/4). Lo anterior fundamentado en que los cambios, en el tamaño del *step* y del *subset* reducen la resolución del campo de deformación capturado al disminuir la cantidad de puntos en la región de interés. Además, las propiedades aumentan proporcionalmente al tamaño del filtro, permitiendo mejor control en la puesta a punto. En este sentido, en la Figura 5.19 y el Apéndice A.8, se muestra el comportamiento de las propiedades inferidas con FEMU en función del filtro. Las gráficas en

mención presentan una tendencia similar respecto a la variación de las propiedades de interés (E_{xx} , E_{yy} , ν_{xy} y G_{xy}) anteriormente explicadas.

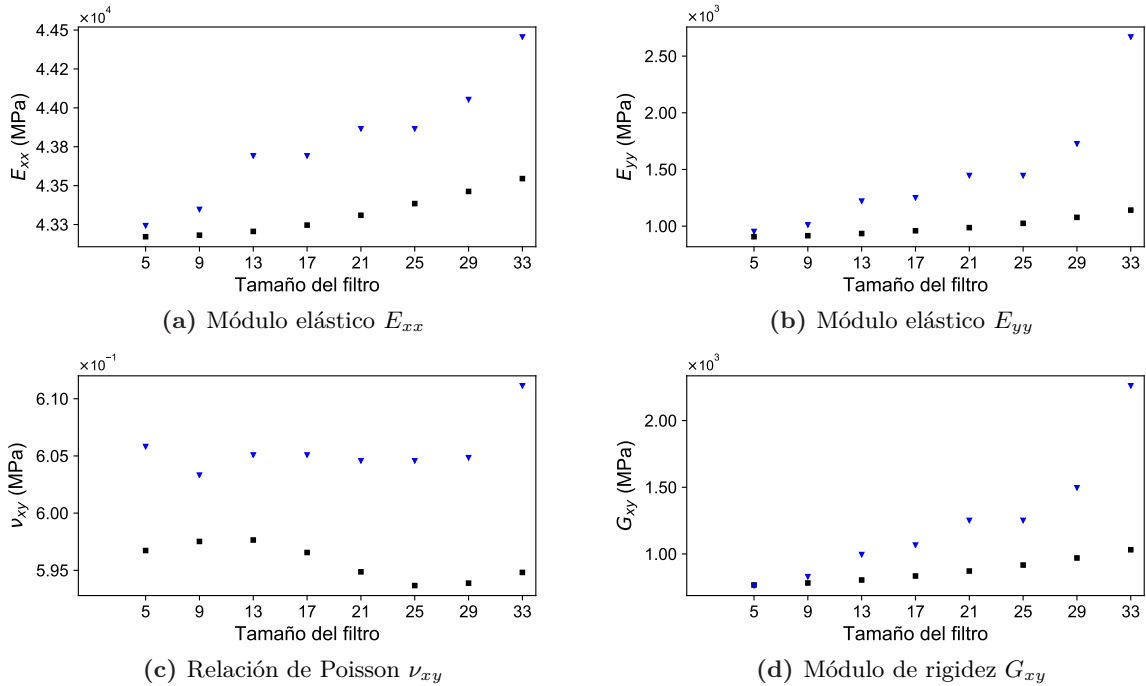


Figura 5.19. Propiedades elásticas en el plano, cupón An-U-1 a diferentes valores de filtro; los marcadores de cuadros corresponden a un *step* de 1/4 y los de triángulo a 1/2

Por último, el análisis VSG se realiza también en los especímenes que utilizan patrones de puntos con papel de transferencia (véanse figuras 5.20 a 5.22); el espécimen utilizado es el An-U-1 con diferente patrón de *speckles*. El efecto de las variables *subset*, filtros y *step* sobre los parámetros inferidos se asemeja al analizado previamente con patrón de puntos con aerógrafo (An-U-1). En los resultados, ninguna de las configuraciones propuestas del VSG de la Tabla 4.5 facilita mejorar la inferencia en las propiedades E_{yy} y G_{xy} (véase Tabla 5.2). De las figuras se deduce que al disminuir el tamaño *subset* y al mantener los mínimos en las otras dos variables, se mejoraría las propiedades elásticas a inferir. Pero esta solución requiere *speckles* más pequeños; condición no viable por las resoluciones actuales de las máquinas de impresión. Por esto, el análisis VSG no sería una solución para mejorar la inferencia de las propiedades en especímenes con patrón de puntos en papel de transferencia al agua. Esto confirma la aseveración respecto a que este tipo de técnica de patrón de *speckles* no es ideal para la caracterización de estos materiales compuestos laminados.

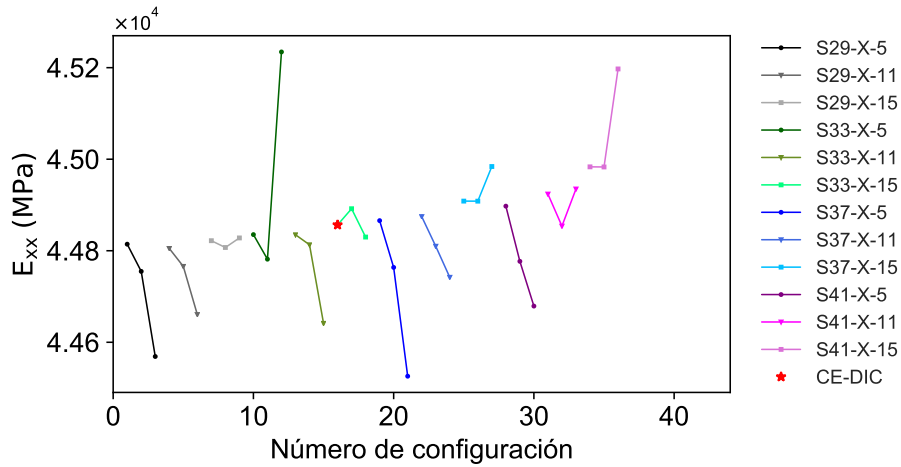


Figura 5.20. Análisis VSG para el módulo de Young E_{xx} en la probeta An-U-1, patrón de puntos en papel de transferencia al agua (Script4-40).

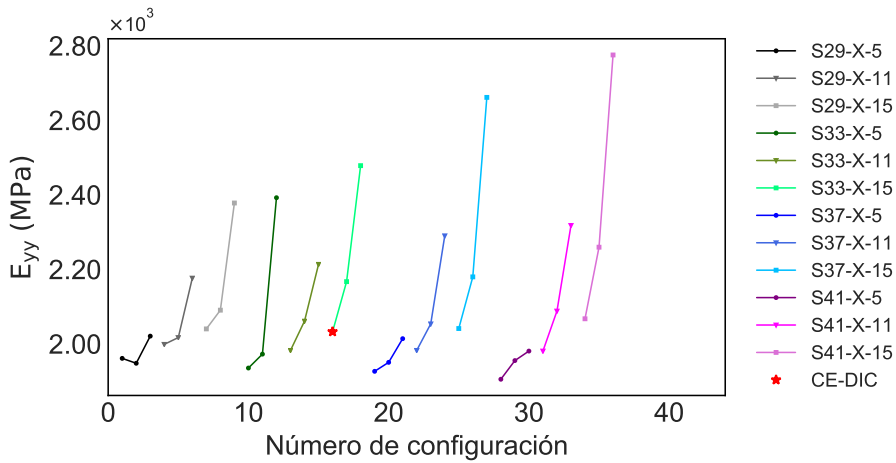


Figura 5.21. Análisis VSG para el módulo de Young E_{yy} en la probeta An-U-1, patrón de puntos en papel de transferencia al agua (Script4-40)

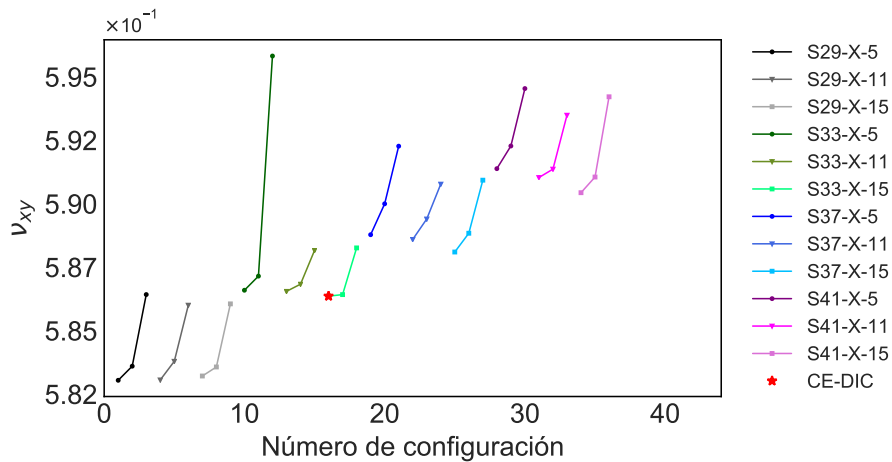


Figura 5.22. Análisis VSG para la relación de Poisson ν_{xy} en la probeta An-U-1, patrón de puntos en papel de transferencia al agua (Script4-40)

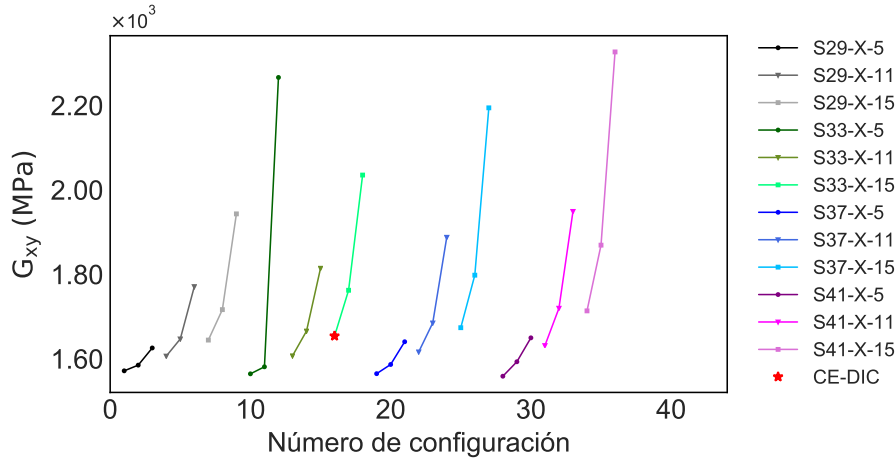


Figura 5.23. Análisis VSG para el módulo de rigidez G_{xy} en la probeta An-U-1, patrón de puntos en papel de transferencia al agua (Script4-40)

Ajustes a la inferencias con FEMU

Los resultados de la figuras 5.15 y 5.18 muestran que inducir cambios en los filtros afecta simultáneamente a G_{xy} y E_{yy} . Por lo tanto, si sólo se desea mejorar una propiedad, se necesita modificar el algoritmo FEMU, debido a que sus ecuaciones tensoriales requieren de matrices y vectores del mismo orden. Esta condición no se cumple, si se utilizan filtros diferentes para cada campo; ya que cambiar el tamaño de malla de *subsets* del DIC afecta el orden de las matrices. De ahí que para dar solución a esta necesidad de usar campos con diferentes filtros en la inferencia de las propiedades, en esta investigación, se modifica el algoritmo FEMU (véase Figura 5.24). Los cambios desarrollados se orientan a resolver el problema de inferencia en dos etapas. En la primera, la optimización se desarrolla para todos los parámetros con el valor del menor filtro; esto se ejecuta hasta alcanzar los valores de convergencia. Luego, aparece la segunda etapa; donde sólo se procesa la optimización para los parámetros que requieren ajuste, partiendo de los valores alcanzados en la primera etapa (véase Figura 5.24). Esto se logra desacoplando las ecuaciones constitutivas en dos grupos: uno, para las deformaciones direccionales E_{xx} y E_{yy} , y otro para la del cortante G_{xy} .

Empleando los dos algoritmos FEMU desarrollados (convencional y modificado, figuras 5.6 y 5.24 respectivamente) y conociendo el comportamiento de las propiedades a los cambios en las variables *step*, *subset* y filtro, se infirieron nuevamente las propiedades en los especímenes en estudio. Los resultados alcanzados se presentan, según la configuración del filtro y el tipo de algoritmo FEMU. El término $F(\varepsilon, \gamma)\#$ hace referencia al uso del código FEMU convencional con un único valor de filtro. $F(\varepsilon, \gamma)\#$ y $F(\gamma)\#$ representa el código FEMU modificado con un valor de filtro para el primer ciclo y otro para el segundo. En el paréntesis del último término, se especifica el campo al cual se asigna el segundo filtro para realizar el ajuste. Y S/# hace referencia al tamaño del *step* en relación con el *subset*. A modo de ejemplo, la configuración $F(\varepsilon, \gamma)15, F(\varepsilon)31, S1/2$ corresponde a calcular las propiedades empleando FEMU con un filtro de 15 para todos los campos; luego se procede a recalculer los parámetros E_{xx} , E_{yy} y ν_{xy} empleando

un filtro de 31 en los campos ε_{xx} y ε_{yy} ; en todos los cálculos el valor del *step* es igual a 1/2. Los valores de los filtros seleccionados para la inferencia se encuentran en el rango de 15 a 35; el primer valor es el asignado a las condiciones estándar del VIC-3D hasta el máximo seleccionado en la Figura 5.19.

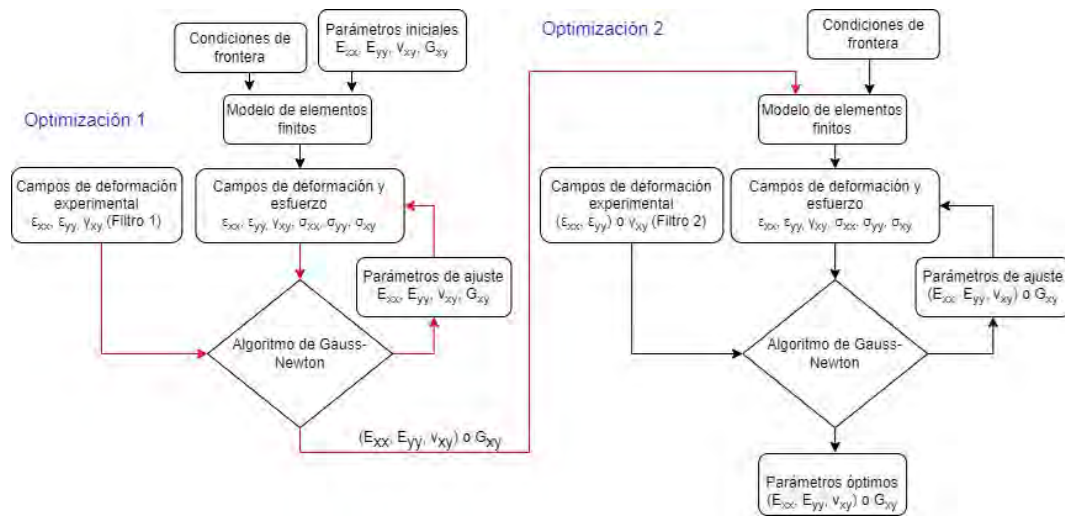


Figura 5.24. Ajuste de la metodología FEMU para mejorar la inferencia elástica

Resultados laminados unidireccionales. Los resultados para el promedio de las probetas unidireccionales Markforged y Anisoprint se muestran con sus respectivos valores de referencia en las tablas 5.16 y 5.17. Con el objetivo de mejorar los valores conseguidos con FEMU en condiciones estándar ($F(\varepsilon, \gamma)15, S1/4$), se procede a cambiar los filtros y el *step* en los algoritmos FEMU, para reducir las desviaciones de la inferencia respecto a las referencias.

En el caso específico de las probetas Markforged (véase Tabla 5.16), los filtros seleccionados deberían elevar los parámetros E_{yy} y G_{xy} (véase Tabla 5.3). Basados en los análisis VSG, esto se logra aumentando el valor de algunas de las variables Filtro, *step* o ambas simultáneamente. En esta dirección, se generan diferentes configuraciones: unas para FEMU convencional ($F(\varepsilon, \gamma)31, S1/4$; $F(\varepsilon, \gamma)15, S1/2$, y $F(\varepsilon, \gamma)31, S1/2$), y otras para FEMU modificado en los campos ε_{xx} y ε_{yy} ($F(\varepsilon, \gamma)15, F(\varepsilon)31, S1/4$; $F(\varepsilon, \gamma)15, F(\varepsilon)31, S1/2$; $F(\varepsilon, \gamma)15, F(\varepsilon)35, S1/2$ y $F(\varepsilon, \gamma)15, F(\varepsilon)41, S1/2$) y en el campo γ_{xy} ($F(\varepsilon, \gamma)15, F(\gamma)31, S1/4$). En la Tabla 5.16 primero se agrupan los valores de referencia y luego las mejores configuraciones que logran bajas diferencias relativas respecto a alguna referencia (número entre paréntesis). En el último grupo están los resultados de aquellas combinaciones que no tienen reducciones significativas en las diferencias relativas a alguna referencia.

De las configuraciones implementadas, $F(\varepsilon, \gamma)15, S1/2$ mejora la inferencia de los parámetros calculados en condiciones estandar del DIC (véase Tabla 5.3), reduciendo la desviación respecto a los valores experimentales obtenidos por Todoroki et al. [131], con un 17.63% y 20% para E_{yy} y G_{xy} respectivamente. Igualmente sucede con las configuraciones, $F(\varepsilon, \gamma)15, F(\varepsilon)31, S1/4$ y $F(\varepsilon, \gamma)15, F(\varepsilon)31, S1/2$, las cuales generan mejoras respecto a los parámetros obtenidos por Iragi et al. [130] y Santos et al. [91]. Con reducciones del 14% en E_{yy} para los primeros, y en un 54% en E_{yy} y 13% en G_{xy} para los segundos. En todas los ajustes mencionados, el restante

de variables tienen pequeñas oscilaciones que no superan el 5 % de desviación respecto a las referencias citadas.

Por otro lado, en las probetas Anisoprint (véase Tabla 5.17), se parte de la necesidad de mejorar el parámetro G_{xy} ; en esta dirección, la configuración apropiada sería $F(\varepsilon, \gamma)15, F(\varepsilon)31, S1/4$. Ésta emplea FEMU modificado con un filtro mayor para el campo ε_{xy} . Los valores alcanzados hacen que la inferencia se ajuste muy bien a los datos experimentales obtenidos por Blanco et al. [74]. Las propiedades adquiridas con las modificaciones realizadas, tanto al proceso de correlación como al algoritmo FEMU, evidencian la importancia de la correcta configuración del método en la identificación de los propiedades mecánicas del material de estudio. Lo anterior debido a la cantidad de variables inmersas en este método de caracterización.

Tabla 5.16. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU y FEMU modificado para especímenes unidireccionales Markforged

Ref./Config	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Santos et al. (1)	66.50 ± 0.50	6.16 ± 1.10	0.39 ± 0.03	2.13 ± 0.14
Iragi et al. (2)	69.40 ± 0.20	3.50 ± 0.10	0.41 ± 0.01	1.90 ± 0.10
Todoroki et al. (3)	60.90	3.97	0.42	2.27
$F(\varepsilon, \gamma)15, S1/4$ (4)	59.4 ± 2.10	2.50 ± 0.34	0.45 ± 0.05	1.80 ± 0.12
$F(\varepsilon, \gamma)15, F(\varepsilon)31, S1/2$	61.05 ± 2.21	4.72 ± 0.47	0.49 ± 0.01	2.21 ± 0.11
Dif. Rel. (1)	-7.82 %	-5.68 %	20.51 %	-2.82 %
$F(\varepsilon, \gamma)15, F(\varepsilon)31, S1/4$	59.93 ± 1.51	2.95 ± 0.41	0.46 ± 0.02	1.8 ± 0.12
Dif. Rel. (2)	-13.64 %	-14.82 %	-12.13 %	-5.26 %
$F(\varepsilon, \gamma)15, S1/2$	59.77 ± 2.00	3.12 ± 0.28	0.46 ± 0.04	2.19 ± 0.13
Dif. Rel. (3)	-1.80 %	-19.39 %	7.62 %	0.88 %
$F(\varepsilon, \gamma)15, S1/4$	59.4 ± 2.10	2.51 ± 0.34	0.45 ± 0.05	1.82 ± 0.12
$F(\varepsilon, \gamma)31, S1/4$	59.95 ± 1.72	3.36 ± 0.31	0.48 ± 0.03	2.5 ± 0.12
$F(\varepsilon, \gamma)31, S1/2$	59.82 ± 1.65	3.21 ± 0.28	0.45 ± 0.04	2.25 ± 0.13
$F(\varepsilon, \gamma)15, F(\gamma)31, S1/4$	59.42 ± 2.12	2.5 ± 0.34	0.45 ± 0.02	2.26 ± 0.16
$F(\varepsilon, \gamma)15, F(\varepsilon)35, S1/2$	61.32 ± 1.81	5.81 ± 0.92	0.47 ± 0.02	2.19 ± 0.21
$F(\varepsilon, \gamma)15, F(\varepsilon)41, S1/2$	61.83 ± 1.79	8.12 ± 0.91	0.47 ± 0.02	2.19 ± 0.22

Tabla 5.17. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU y FEMU modificado para especímenes unidireccionales Anisoprint

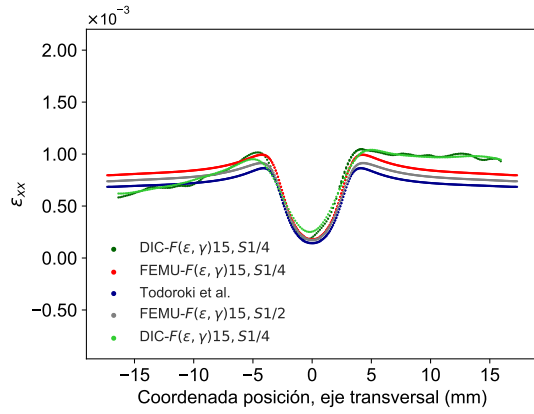
Ref./Config.	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Blanco et al.	44.60 ± 0.38	0.99 ± 0.09	0.49 ± 0.21	1.10 ± 0.09
$F(\varepsilon, \gamma)31, S1/4$	45.3 ± 2.1	1.2 ± 0.06	0.5 ± 0.9	1.1 ± 0.12
Dif. Rel.	-0.04 %	1.01 %	0.00 %	0.00 %
$F(\varepsilon, \gamma)15, S1/4$	44.6 ± 1.9	1.05 ± 0.08	0.5 ± 0.11	0.9 ± 0.14
$F(\varepsilon, \gamma)15, F(\gamma)31, S1/4$	44.6 ± 1.8	1.0 ± 0.11	0.5 ± 0.14	1.1 ± 0.1

En la Figura 5.25, se presentan las curvas de deformación experimentales para el caso específico $F(\varepsilon, \gamma)15$ con S1/4 y con S1/2, empleando FEMU convencional en la probeta Markforged Mr-U-2. Así mismo, en las condiciones estándar del DIC y con $F(\varepsilon, \gamma)15$, $F(\varepsilon)31$, S1/4 en FEMU modificado para la probeta Anisoprint (An-U-1). En las líneas experimentales, se identifica la atenuación de ruido presente en el filtro 31 respecto al de 15; es decir, la línea de color verde oscuro presenta menos oscilación que la verde claro. Lo anterior debido a que a mayor valor del filtro, mayor el área de la vecindad para el promedio de la deformación, por tanto, en las deformaciones ε_{xx} y ε_{yy} , se evidencia cómo la nueva inferencia propuesta, para cada uno de los especímenes, se acerca más a su respectiva referencia teórica; es decir, la curva gris se acerca más a la azul que a la roja, la cual corresponde a la configuración estándar del DIC. Esto se percibe mucho mejor en la probeta de Markforged que en la Anisoprint. En ninguna de las curvas de cortante es evidenciable las mejoras obtenidas. En éste sentido el código An-US-1, hace referencia a una probeta unidireccional manufacturada en máquina Anisoprint, empleando recubrimiento en la superficie.

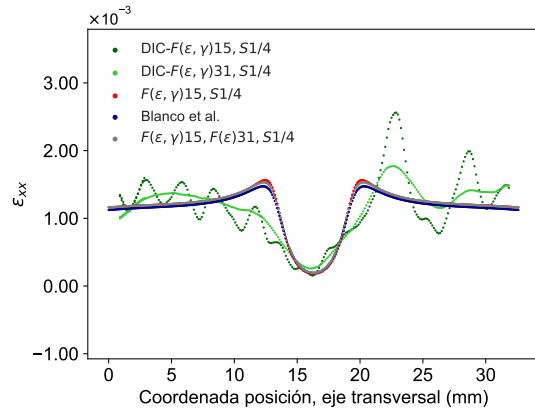
Laminados multidireccionales con $E_{xx} > E_{yy}$ Los resultados obtenidos con FEMU en condiciones estándar para los especímenes $E_{xx} > E_{yy}$ corresponden a $F(\varepsilon, \gamma)15$, S1/4. En lo que concierne al laminado Markforded, la inferencia en esta configuración alcanza buena aproximación respecto a sus referencias, excepto por la propiedad E_{yy} y G_{xy} , cuyos valores tuvieron una desviación del 13% aproximadamente (véase Sección 5.2.2). A tal efecto, se utilizan filtros de mayor tamaño (31) tanto en FEMU convencional y modificado; los resultados se presentan en la Tabla 5.18; la configuración es igual a la anterior de los laminados unidireccionales, excepto que en el espacio de las referencias se adicionan los parámetros inferidos con FEMU (FEMU-UD) en las configuraciones más representativas de la Tabla 5.16.

Los resultados obtenidos muestran que la configuración $F(\varepsilon, \gamma) = 31, S1/4$, reducen la desviación de la propiedad inferida G_{xy} respecto a las referencias [91, 130, 131], generando, a su vez, poca fluctuación en el restante de los parámetros. En los casos específicos en donde el valor de referencia corresponde a los parámetros inferidos con FEMU, en los especímenes unidireccionales junto a la teoría de laminados, no se logra reducir la constante E_{yy} a un valor de desviación inferior al 10%, siendo la mejor inferencia la correspondiente a $F(\varepsilon, \gamma)15$, S1/2.

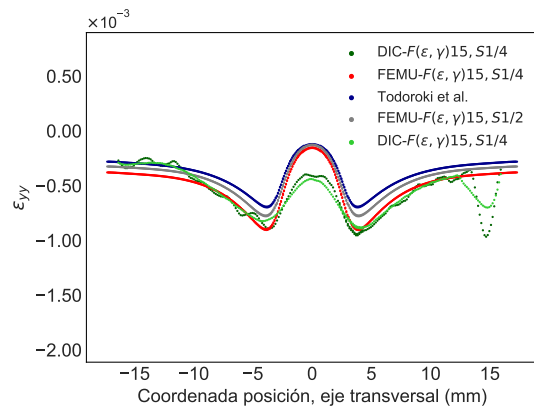
Respecto a los especímenes Anisoprint, en la configuración estándar del DIC ($F(\varepsilon, \gamma)15$, S1/4), el algoritmo FEMU infiere el parámetro E_{xx} con baja desviación en relación con la referencia; en el restante de las variables, las diferencias están alrededor del 20% aproximadamente. En este sentido se requieren filtros más pequeños, para minimizar a E_{yy} y más grandes para G_{xy} . Como ya se había justificado, este tipo de condiciones solicitan desacoplar las ecuaciones constitutivas; por esto se debe usar el algoritmo FEMU modificado. En la tabla 5.19, se presentan tres configuraciones, cuyo límite es el valor mínimo del filtro (5) en el software VIC-3D. Los resultados conseguidos reducen el porcentaje de desviación en los parámetros E_{yy} y G_{xy} , al punto de acercarse al valor permitido de desviación (10%) para el primero y por debajo de éste para el segundo.



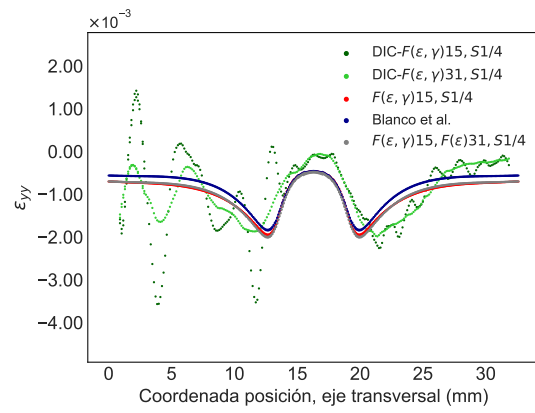
(a) Mr-U-2, ε_{xx}



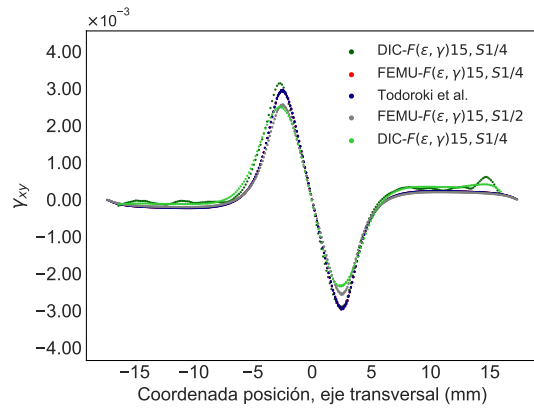
(b) An-U-1, ε_{xx}



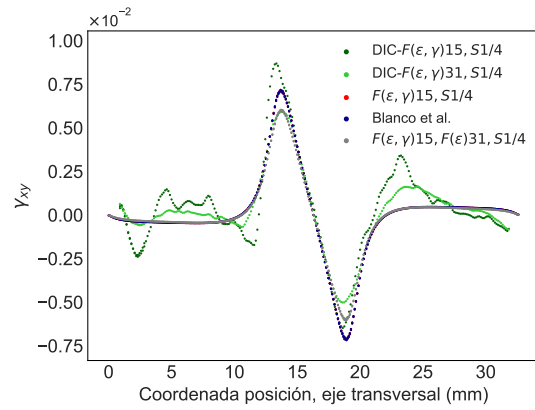
(c) Mr-U-2, ε_{yy}



(d) An-U-1, ε_{yy}



(e) Mr-U-2, ε_{xy}



(f) An-U-1, ε_{xy}

Figura 5.25. Campos de deformación para DIC y FEMU, izquierda espécimen Mr-U-2 (Markforged) y derecha espécimen An-U-1 (Anisoprint), *speckles* en aerógrafo

Laminados cuasi-isótropos. Respecto a los materiales cuasi-isótropos, la configuración $F(\varepsilon, \gamma)15, S1/4$ corresponde a la inferencia con FEMU en condiciones estándar del DIC. En el caso específico de los especímenes Markforged, los parámetros encontrados se aproximaron a los calculados por Todoroki et al. [131], con una desviación del 11 % para E_{xx} y E_{yy} , y 25 % para G_{xy} aproximadamente. En el restante de referencias, las diferencias de las constantes inferidas superaron el 19 %, excepto para ν_{xy} que se mantuvo inferior al 7 % (véase Sección 5.2.3). En

Tabla 5.18. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU y FEMU modificado, espécimen multidireccional con $E_{xx} > E_{yy}$ Markforged (Mr-M45-1)

Ref./Config.	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Santos et al. (1)	34.12 ± 0.62	22.81 ± 0.81	0.34 ± 0.01	8.17 ± 0.17
Iragi et al. (2)	33.21 ± 0.21	21.45 ± 0.17	0.32 ± 0.00	7.92 ± 0.11
Todoroki et al. (3)	31.02	20.31	0.32	7.82
FEMU-UD($F(\varepsilon, \gamma)15, F(\varepsilon)31, S1/4$)(4)	30.03 ± 0.51	19.29 ± 0.49	0.32 ± 0.00	7.19 ± 0.20
FEMU-UD($F(\varepsilon, \gamma)15, S1/2$)(5)	30.27 ± 0.82	20.62 ± 0.69	0.32 ± 0.00	7.40 ± 0.21
$F(\varepsilon, \gamma)15, F(\gamma)31, S1/4$	31.16	21.41	0.33	8.49
Dif. Rel. (1)	-4.41 %	-3.55 %	-2.94 %	-1.95 %
Dif. Rel. (4)	8.62 %	14.05 %	3.03 %	11.40 %
$F(\varepsilon, \gamma)31, S1/4$	32.62	22.01	0.33	7.40
Dif. Rel. (2)	-2.41 %	-2.10 %	0.00 %	0.00 %
Dif. Rel. (3)	-4.48 %	-3.4 %	0.00 %	1.28 %
$F(\varepsilon, \gamma)15, S1/2$	32.81	22.03	0.32	7.47
Dif. Rel. (5)	8.39 %	6.83 %	0.00 %	0.94 %

Tabla 5.19. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU y FEMU modificado, especímenes multidireccional con $E_{xx} > E_{yy}$ Anisoprint

Ref./Config	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Blanco et al. (1)	23.32 ± 0.41	12.92 ± 0.26	0.31 ± 0.01	4.92 ± 0.11
FEMU-UD (2)	23.15 ± 0.38	12.83 ± 0.27	0.32 ± 0.02	4.76 ± 0.18
$F(\varepsilon, \gamma)5, F(\gamma)31, S1/4$	22.21 ± 0.23	14.44 ± 1.52	0.38 ± 0.02	4.39 ± 0.39
Dif. Rel. (1)	-4.76 %	11.77 %	22.60 %	-10.77 %
Dif. Rel. (2)	-4.06 %	12.55 %	18.75 %	7.73 %
$F(\varepsilon, \gamma)15, F(\gamma)31, S1/4$	22.41 ± 0.22	15.70 ± 1.61	0.38 ± 0.01	4.42 ± 0.5
$F(\varepsilon, \gamma)11, F(\gamma)31, S1/4$	22.21 ± 0.31	14.92 ± 1.39	0.38 ± 0.02	4.39 ± 0.48

dirección de mejorar la inferencia con FEMU, en estos laminados se aplicaron nuevamente los filtros de 30 en FEMU convencional y los de 15 y 30 en FEMU modificado, buscando elevar los valores de los parámetros buscados para reducir la diferencia con las referencias citadas. Después de realizar el ajuste y recalculando las propiedades (véase Tabla 5.20), los nuevos parámetros alcanzados logran estar dentro del margen de desviación establecido respecto a la referencia [131], como para las FEMU-UD obtenidas con las propiedades alcanzadas en el caso unidireccional y la teoría de laminados. En el caso específico de las referencias [91] y [130], las nuevas configuraciones permiten inferir las propiedades E_{xx} , E_{yy} y ν_{xy} con un ajuste cercano o por debajo al 10 %. En la propiedad G_x , la desviación en la inferencia se reduce en un 10 %, alcanzando un mínimo del 19.60 %.

En el caso específico de las probetas Anisoprint y autoclave (véanse tablas 5.21 y 5.22) ninguna de las modificaciones a los parámetros del DIC respecto a las condiciones estándar, ni el uso del algoritmo FEMU modificado, generan aproximaciones a los valores de referencia establecidos. Así mismo, sucede con las probetas de autoclave. Lo anterior puede estar fundamentado en el ruido presente en la medición de las probetas Anisoprint (véase sección 4.2). En el caso de los

cupones provenientes de autoclave, la inferencia puede estar perturbada por la capa superficial de 90° , susceptible a daño a baja carga.

Tabla 5.20. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU y FEMU modificado, especímenes cuasi-isotrópico Markforged

Ref./Config.	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Santos et al. (1)	25.96 ± 0.69	25.96 ± 0.71	0.34 ± 0.01	9.71 ± 0.17
Iragi et al. (2)	25.92 ± 0.18	25.92 ± 0.19	0.32 ± 0.0	9.81 ± 0.08
Todoroki et al.(3)	23.50	23.50	0.32	8.90
FEMU-UD(F(ϵ, γ)15,S1/4)(4)	22.22 ± 1.91	22.23 ± 1.22	0.31 ± 0.03	8.44 ± 0.14
FEMU-UD(F(ϵ, γ)31,S1/4)(5)	23.28 ± 1.42	23.28 ± 1.32	0.31 ± 0.01	8.96 ± 0.18
(F(ϵ, γ)15,F(γ)31,S1/4)(6)	22.64 ± 1.19	22.63 ± 1.52	0.32 ± 0.01	8.71 ± 0.223
F(ϵ, γ)31,S1/4	22.8 ± 1.8	24.3 ± 2.0	0.33 ± 0.0	7.8 ± 0.3
Dif. Rel. (1)	-12.17 %	-6.40 %	-2.94 %	-19.60 %
Dif. Rel. (2)	-11.96 %	-6.17 %	3.12 %	-20.48 %
Dif. Rel. (3)	-2.98 %	3.40 %	3.125 %	-12.37 %
Dif. Rel. (4)	-5.41 %	-5.85 %	6.45 %	-8.76 %
Dif. Rel. (5)	-2.06 %	4.38 %	6.45 %	-12.94 %
Dif. Rel. (6)	0.88 %	7.52 %	6.70 %	-10.34 %
F(ϵ, γ)15,F(γ)31,S1/4	21.01 ± 1.62	20.92 ± 1.63	0.33 ± 0.00	7.72 ± 0.22

Tabla 5.21. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU y FEMU modificado, especímenes cuasi-isotrópico Anisoprint

Ref./Config.	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Blanco et al.	16.21 ± 0.32	16.21 ± 0.32	0.31 ± 0.00	6.21 ± 0.12
F(ϵ, γ)15,F(γ)31,S1/4	10.5 ± 1.5	23.4 ± 2.2	0.34 ± 0.01	3.2 ± 0.3
Dif. Rel.	-35.22 %	44.35 %	9.67 %	-48.47 %
F(ϵ, γ)15,S1/4	10.6 ± 1.5	23.4 ± 2.2	0.35 ± 0.01	2.8 ± 0.25
F(ϵ, γ)31,S1/4	10.1 ± 2.2	28.9 ± 1.8	0.34 ± 0.01	3.4 ± 0.2
F(ϵ, γ)10,F(γ)31,S1/4	9.46 ± 0.6	23.9 ± 1.2	0.34 ± 0.01	3.2 ± 0.2
F(ϵ, γ)5,F(γ)31,S1/4	9.5 ± 0.3	23.4 ± 1.6	0.34 ± 0.01	3.1 ± 0.1

Configuración

Tabla 5.22. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU y FEMU modificado, especímenes cuasi-isotrópico autoclave

Ref./Config.	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Hexcel [132]	60.7	60.7	0.31	23.11
F(ε, γ)15,F(γ)31,S1/4	53.05 ± 0.5	65.6 ± 0.2	0.18 ± 0.01	19.2 ± 0.025
Dif. Rel.	-12.60 %	8.07 %	-41.93 %	-16.91 %
F(ε, γ)15,S1/4	53.05 ± 0.5	65.6 ± 0.2	0.18 ± 0.01	17.7 ± 0.31
F(ε, γ)31,S1/4	51.2 ± 2.7	74.5 ± 2.6	0.2 ± 0.02	16.8 ± 2.3

Laminados multidireccionales con $E_{xx} < E_{yy}$. Al igual como sucede con los especímenes Anisoprint cuasi-isótropos, las mejoras implementadas en los laminados multidireccionales con $E_{xx} < E_{yy}$ no generan cambios importantes para aproximarse a los parámetros de referencia. La justificación se ampara en el ruido de la medición y falta de heterogeneidad en los campos de deformación para estimular los parámetros a identificar. Los resultados se presentan en la Tabla 5.23.

Tabla 5.23. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU y FEMU modificado, especímenes con $E_{xx} < E_{yy}$ Anisoprint

Ref./Config.	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Blanco et al.	13.1 ± 0.16	23.5 ± 0.2	0.24 ± 0.1	5.6 ± 0.6
F(ε, γ)15,F(γ)31,S1/4	9.3 ± 0.3	32.45 ± 1.3	0.2 ± 0.00	3.3 ± 0.3
F(ε, γ)10,F(γ)31,S1/4	9.6 ± 0.3	29.3 ± 1.2	0.21 ± 0.00	3.3 ± 0.3
F(ε, γ)5,F(γ)31,S1/4	9.7 ± 0.5	28.7 ± 1.6	0.21 ± 0.00	3.3 ± 0.3

En cada uno de los casos analizados en este apartado se ha encontrado que una configuración específica del DIC puede ayudar a reducir las desviaciones de los parámetros inferidos con FEMU. Dada la cantidad de valores que pueden tomar las variables involucradas en la correlación digital de las imágenes, se recomienda hacer un análisis VSG para buscar las cantidades apropiadas que permitan mejorar la inferencia. En el caso específico de los especímenes provenientes de la impresora Markforged, la configuración de FEMU convencional con filtro de 15 y *step* de 1/2, permite mejorar la inferencia respecto a las condiciones estándar; así mismo, para las probetas Anisoprint con una configuración FEMU modificado con un *step* de 1/4 y filtro de 31 para el campo de cortante.

5.3.2 Filtrado de puntos con baja correlación

Cada uno de los puntos de deformación obtenidos por el DIC contiene un número Sigma (Sección 4.3.2) que indica la desviación estándar, con un intervalo de confianza del 67 % para cada punto. Es decir, los puntos con menor valor del parámetro Sigma se correlacionan mejor y, por defecto, presentan baja incertidumbre en la obtención del valor correspondiente de deformación. Sigma

también indica la correcta configuración de la óptica, patrón de puntos e iluminación realizada para la experimentación. En la dirección de mejorar la inferencia con el algoritmo FEMU, en esta tesis se discriminan puntos a través del número Sigma, con el propósito de reducir el error en la inferencia de los parámetros elásticos.

El proceso de identificación con FEMU, considerando el valor de Sigma, requiere la identificación de los valores máximos y mínimos de Sigma en las probetas de estudio; del mismo modo que de los porcentajes de puntos que ocupan estos valores dentro de los rangos definidos (véase Figura 5.26). Comparar todos los especímenes en un mismo rango se posibilita, dado que todos los patrones de puntos tienen aproximadamente el mismo valor de *subset* y el tamaño de éste afecta el valor de Sigma. De los histogramas (véase Figura 5.26), se identifica que al 90 % de los puntos de cada probeta le corresponden valores de Sigma el 0.0014 y el 0.0056. Este rango es bajo y es un buen indicador de un apropiado y juicioso proceso de experimentación y adquisición de imágenes con DIC. De las gráficas, se destaca que los especímenes Markforged (Mr-M45-1 a Mr-Q-2) tienen mejor confianza en el manejo de la incertidumbre respecto a los de Anisoprint y autoclave. Lo anterior en sintonía con los análisis realizados referentes al ruido en los campos de deformación de las secciones anteriores.

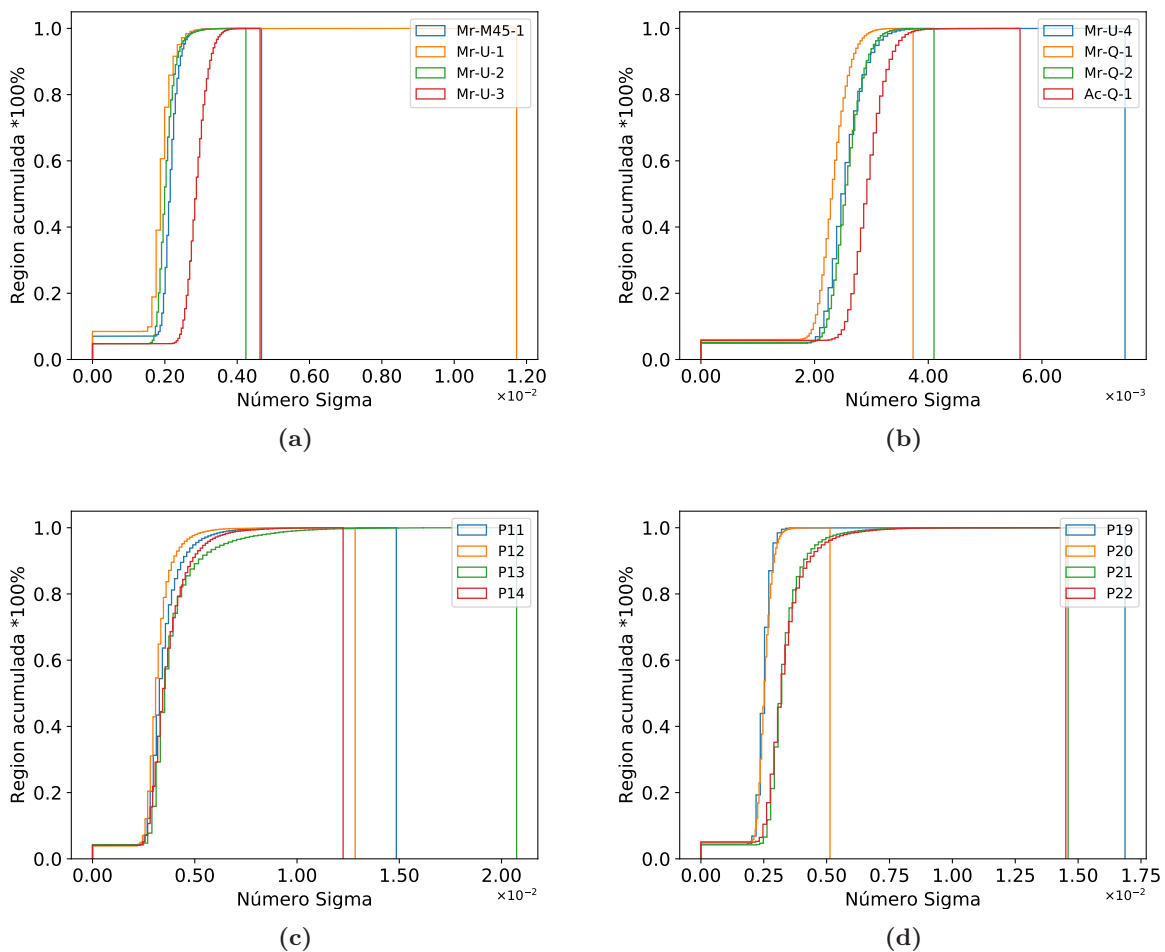


Figura 5.26. Histogramas de valores Sigma discriminados por especímenes: Mr-M45-1 a Mr-Q-2 corresponden a Markforged, Ac-Q-1 a autoclave y An-U-1 a An-M30-1 a Anisoprint.

Dado que los especímenes cubren diferentes zonas del rango Sigma establecido, fijar un *set-point* para seleccionar los puntos utilizados en la inferencia, conlleva a que unos especímenes usen más puntos que otros y, por lo tanto, no se evaluaría correctamente el uso de FEMU con Sigma. De ahí que se opta por realizar la inferencia, utilizando el 40 %, 30 % y 20 % de los puntos de cada espécimen con el menor valor de Sigma. A modo de ejemplo véase la Figura 5.27; el rectángulo corresponde a la ROI de la geometría *open-hole* utilizada en la correlación y los espacios en blanco pertenecen a los puntos retirados en cada proceso de discriminación. Es decir, las zonas de color contiene los puntos con apropiado valor de correlación y por defecto los empleados para inferir las propiedades con FEMU.

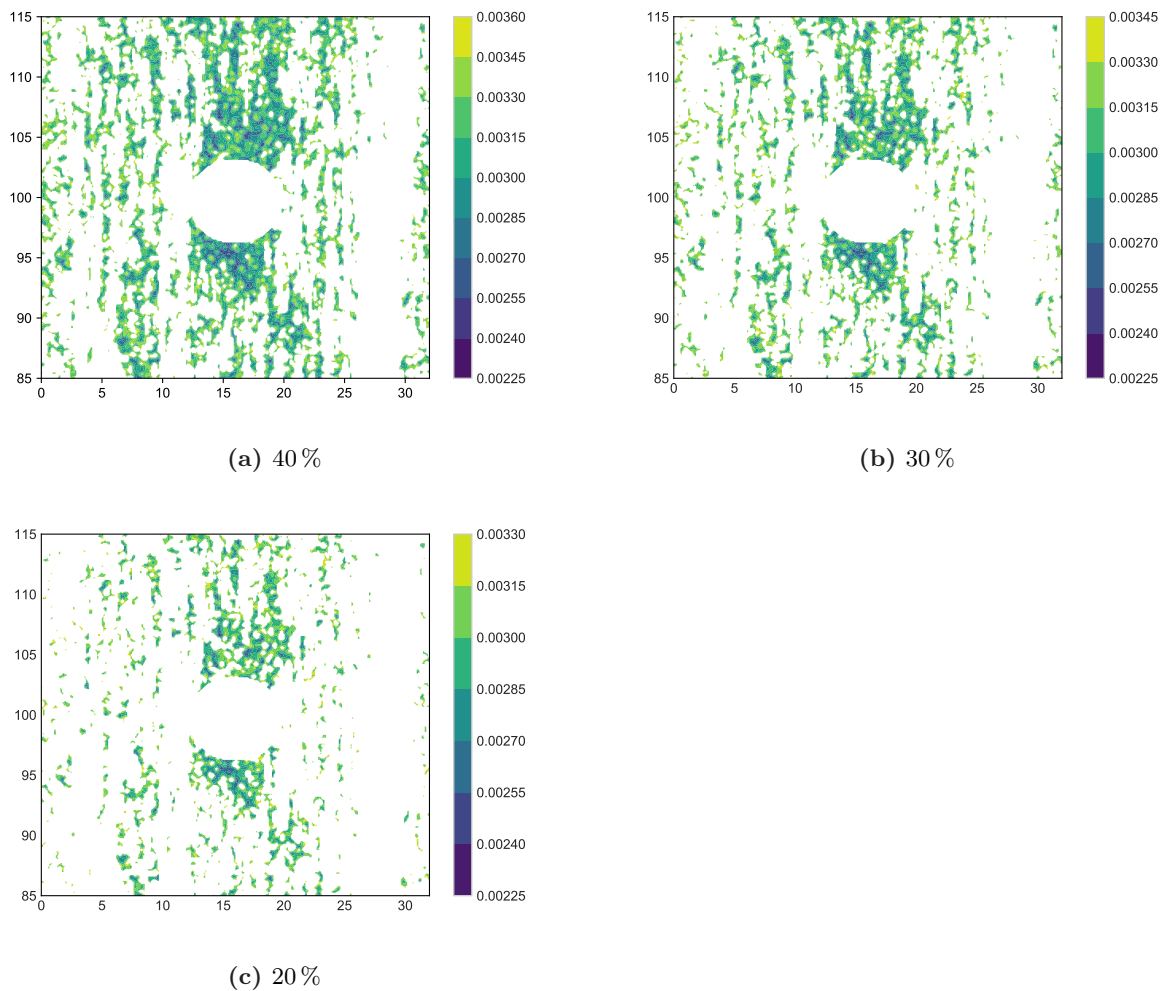


Figura 5.27. Zonas de la ROI discriminados por Sigma, espécimen Mr-U-2.

En la Tabla 5.24, se presentan los valores de la inferencia con FEMU, empleando el 30 % de puntos con menor valor de sigma. De los resultados alcanzados, las probetas Markforged experimentan menos variación en las propiedades inferidas; éstas no superan cambios mayores al 3 y 4 %. Lo anterior en sintonía con los histogramas (véase Figura 5.26), en los cuales los puntos de los especímenes Markforged obtienen el mejor puntaje de correlación (bajo número de sigma). Así mismo, estos valores constituyen un buen indicador del proceso de adquisición de las imágenes, dadas las bajas fluctuaciones de las propiedades ante la discriminación de puntos de baja correlación.

Con respecto a las probetas Anisoprint, los especímenes unidireccionales tienen un comportamiento similar a los de Markforged, a diferencia de los apilamientos $E_{xx} > E_{yy}$, cuasi-isotrópicos y $E_{xx} < E_{yy}$, los cuales presentan reducciones en las desviaciones de los parámetros inferidos en más del 10 % en las propiedades E_{yy} y G_{xy} , siendo las cuasi-isotrópicas las más beneficiadas. Los últimos resultados (probetas Anisoprint) establecen al método FEMU con filtrado según el valor de Sigma como una posible solución para mejorar la inferencia en aquellos campos de deformación, los cuales presentan alteraciones generadas durante la medición. Finalmente, en las probetas autoclave, el uso de FEMU con Sigma no representa mejoras significativas en la inferencia de sus propiedades; esto en correspondencia con los buenos campos adquiridos en estas probetas. Es decir, los errores de inferencia en estos especímenes se asocian a otros problemas, posiblemente a los asociados a la capa de 90° presente en la superficie y discutidos en secciones anteriores.

5.3.3 Reducción de la región de interés

Basados en las condiciones de simetría de los campos de deformación estudiados, esta tesis evalúa el método FEMU en cada una de las regiones de interés presentadas en la Figura 5.28. Las áreas seleccionadas comprenden las diferentes combinaciones de 1/4 y 1/2 de la ROI hasta ahora analizada (ROI-A), además de una zona central (ROI-K) orientada a utilizar las máximas deformaciones. Las ROI elegidas se direccionan para identificar la fluctuación de los resultados FEMU; de acuerdo con las condiciones de calidad del patrón de puntos, iluminación y calibración del DIC. Reducir el tamaño de la ROI minimiza el costo computacional empleado en la inferencia con FEMU. Así mismo, podría facilitar la predicción de las propiedades, en aquellas probetas que presenten daño en la superficie del material o en el patrón de puntos (véase Figura 5.3), generados durante la experimentación y la manufactura de los *speckles* respectivamente.

Los valores obtenidos con FEMU en las ROI seleccionadas, para las probetas impresas representativas de los laminados estudiados (Mr-U-2, Mr-Q-1, Ac-Q-1, An-U-1, An-M30-1 y An-M30-2) se presentan en la Tabla 5.25. Para cada espécimen, se tiene el valor promedio de la propiedad en todas las regiones y su desviación estándar. En la tabla en mención, también se presenta el valor de las propiedades obtenidas para toda la región de interés que se establece como referencia y se denomina A.

De los resultados alcanzados, es posible decir que el método FEMU logra inferir las propiedades del material al reducir la región de interés. Es decir, el valor promedio de las propiedades en las ROI consideradas coinciden con el valor obtenido al usar toda la ROI (A). Así mismo, se

evidencia desviación de las propiedades en valores menores al 10 % respecto a la referencia (ROI-A). Lo anterior a causa de fluctuaciones en el patrón de manchas, falta de homogeneidad en la iluminación o posiblemente fallos en la calibración. En el caso que se tenga control de los últimos tres parámetros mencionados, es posible decir que cualquier ROI de la Figura 5.28 es suficiente para obtener las propiedades del material.

Tabla 5.24. Propiedades elásticas, FEMU con filtrado de puntos de baja correlación

		E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Markforged Unidireccional	Iragi et al.	69.4 ± 0.2	3.5 ± 0.1	0.41 ± 0.01	1.9 ± 0.1
	Todoroki et al.	60.9	3.97	0.42	2.27
	FEMU-Estandar	59.4 ± 2.1	2.5 ± 0.34	0.45 ± 0.05	1.8 ± 0.12
	FEMU-Sigma	57.7 ± 0.5	2.95 ± 0.7	0.43 ± 0.05	1.9 ± 0.3
Markforged $E_{xx} \gg E_{yy}$	Iragi et al.	34.6	22.2	0.32	8.2
	Todoroki et al.	31.0	20.3	0.32	7.8
	FEMU-Estándar	32.6	22.0	0.33	7.2
	FEMU-Sigma	32.7	21.4	0.34	7.5
Markforged Cuasi- Isotrópico	Iragi et al.	25.98	25.98	0.34	9.7
	Todoroki et al.	25.9	25.9	0.32	9.8
	FEMU-Estándar	21 ± 1.6	20.9 ± 1.6	0.33 ± 0.0	6.7 ± 0.1
	FEMU-Sigma	21.8 ± 0.9	20.6 ± 0.9	0.33 ± 0.0	6.6 ± 0.5
Anisoprint Unidireccional	Blanco et al.	44.58 ± 0.4	0.99 ± 0.09	0.5 ± 0.13	1.1 ± 0.12
	FEMU-Estándar	44.6 ± 1.9	1.05 ± 0.08	0.5 ± 0.11	0.9 ± 0.14
	FEMU-Sigma	45.0 ± 0.6	1.02 ± 0.09	0.5 ± 0.05	0.9 ± 0.03
Anisoprint $E_{xx} > E_{yy}$	Blanco et al.	23.2	12.9	0.3	4.9
	FEMU-Estándar	22.3 ± 0.1	15.6 ± 0.9	0.39 ± 0.0	3.7 ± 0.4
	FEMU-Sigma	23.55 ± 1.5	14.6 ± 0.2	0.4 ± 0.02	4.5 ± 0.14
Anisoprint cuasi-isótropo	FEMU-Estándar	10.6 ± 1.5	23.4 ± 2.2	0.35 ± 0.01	2.8 ± 0.25
	FEMU-Sigma	11.5 ± 1.8	15.4 ± 2.0	0.34 ± 0.01	3.3 ± 0.42
	Blanco et al.	16.0	16.0	0.32	6.01
Anisoprint $E_{xx} > E_{yy}$	Blanco et al.	12.8	23.16	0.18	4.8
	FEMU-Estándar	9.3 ± 0.3	32.45 ± 1.3	0.2 ± 0.0	3.0 ± 0.35
	FEMU-Sigma	10.5 ± 2.1	18.3 ± 2.4	0.2 ± 0.0	3.2 ± 0.42
Autoclave cuasi-isotrópico	Hexcel	60.7	60.7	0.31	23.11
	FEMU-Estandar	53.05 ± 0.5	65.6 ± 0.2	0.18 ± 0.01	17.7 ± 0.31
	FEMU-Sigma	52.1	68.1	0.19	17.5

Por otra parte, una ROI de menor tamaño reduce el costo computacional y facilita la inferencia en aquellas probetas que contengan zonas con daño superficial o en su patrón de puntos. En las probetas analizadas, los MEF con zonas de 1/2 (B-E) y de 1/4 (G-J) de la ROI reducen los tiempos de procesamiento en un 31 % y 47 % respectivamente, con relación a la región A. A modo de ejemplo, en la probeta An-U-1, los tiempos aproximados de convergencia son de 22 min, 15 min y 11 min para la región completa, 1/2 y 1/4 respectivamente. Cada uno de los cálculos anteriores bajo las mismas condiciones de malla MEF, criterio de convergencia y parámetros iniciales. Así mismo, en todas las regiones evaluadas, el algoritmo de inferencia FEMU emplea aproximadamente el mismo número de iteraciones.

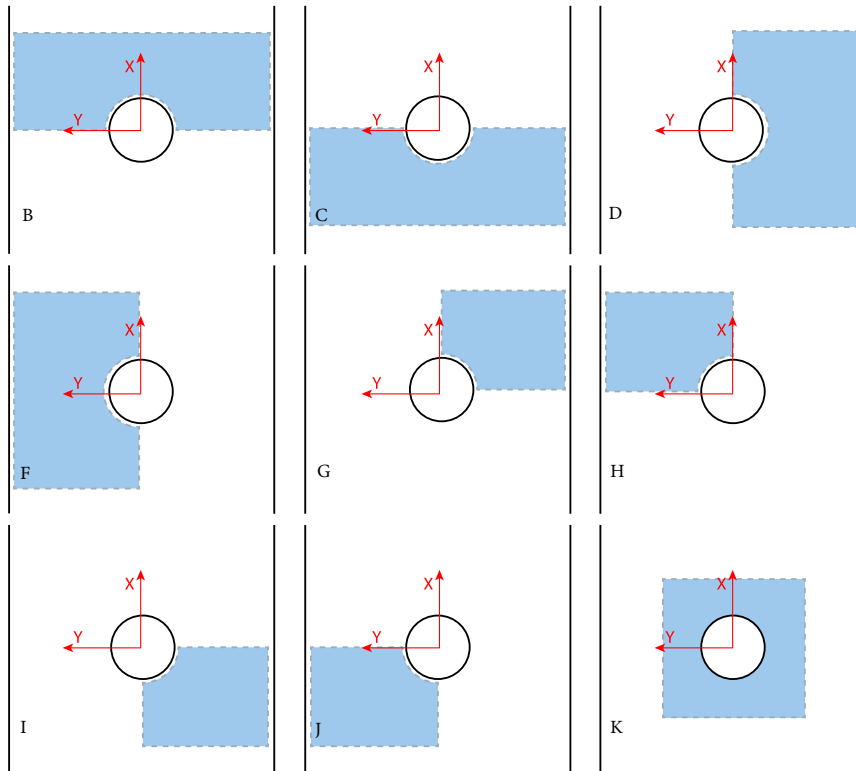


Figura 5.28. Regiones de interés para análisis con FEMU

Tabla 5.25. Propiedades elásticas obtenidas con FEMU en diferentes regiones de interés

Probeta	ROI	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Mr-U-2	A	59.3	3.0	0.48	2.0
	B-K	59.9 ± 5.4	3.0 ± 0.22	0.48 ± 0.02	2.0 ± 0.09
Mr-Q-1	A	20.1	20.1	0.33	6.4
	B-K	22.0 ± 0.1	22.0 ± 1.4	0.33 ± 0.01	6.6 ± 0.5
Ac-Q-1	A	52.31	65.77	0.18	17.41
	B-K	53.25 ± 2.31	64.75 ± 0.32	0.18 ± 0.02	17.12 ± 0.48
An-U-1	A	43.3	0.98	0.6	0.8
	B-K	43.2 ± 0.7	1.0 ± 0.08	0.6 ± 0.05	0.8 ± 0.07
An-M30-1	A	22.21	13.9	0.35	4.1
	B-K	22.2 ± 0.7	17.5 ± 0.35	0.37 ± 0.01	4.1 ± 0.5
An-M30-2	A	9.5	33.4	0.2	2.7
	B-K	9.3 ± 0.6	31.5 ± 2.35	0.2 ± 0.02	2.5 ± 0.4

5.3.4 Influencia del tamaño del agujero en el campo de deformaciones

La metodología de inferencia con FEMU hace uso de los campos heterogéneos de deformación para encontrar las propiedades elásticas de los materiales, por medio de una optimización no lineal por ajuste de superficies. En esta tesis, la heterogeneidad en las deformaciones se crea a partir de una geometría *open-hole* de diámetro igual a 6 mm [73]. Por lo que se refiere al método FEMU, la evaluación ha demostrado baja inferencia en secuencias cuasi-isotrópicas y con $E_{xx} < E_{yy}$, especialmente en las probetas Anisoprint y Autoclave. Una de las justificaciones dadas a esta problemática ha sido el reducido desplazamiento transversal generado por la rigidez en esa dirección para los apilamientos en mención. En este sentido se estudia la posibilidad

de mejorar la inferencia de los parámetros elásticos aumentando el desplazamiento lateral, a través del incremento del tamaño del agujero y por defecto la heterogeneidad del campo de deformaciones. En esta dirección, se analiza el problema a nivel numérico y experimental en configuraciones con un $E_{xx} < E_{yy}$ y $E_{xx} > E_{yy}$ no unidireccionales con agujeros de diámetro 8 mm.

El modelo de elementos finitos empleado coincide con el utilizado en FEMU cuyos detalles se encuentran en la Sección 3.1.3. En el modelo en mención, se miden los cambios de deformación transversal normalizados respecto al máximo longitudinal. Con esto se busca el mejor diámetro para captar la máxima relación de deformación lateral. El estudio de comparación de geometrías se lleva a cabo bajo las condiciones de esfuerzo promedio constante a la altura del eje horizontal del agujero. Además, el análisis se extiende a las secuencias de apilamiento ortotrópicos y cuasi-isotrópico. En la Figura 5.29 se presentan los resultados para los tamaños de agujeros 6, 8, 10 y 12 mm en las secuencias ya mencionadas. Las curvas representan la mitad derecha de la sección transversal 1/2 de la ROI (véase Figura 3.13).

Las gráficas enseñan que en las configuraciones altamente ortotrópicas, el mayor diámetro del agujero se traduce en el mayor porcentaje de deformación lateral, en una zona que no involucra las fronteras de la ROI. Además, entre los diámetros mayores a 10 mm, los campos normalizados de deformación tienden a sobreponerse; esto quiere decir que diámetros mayores a este valor no producen mayor significancia en deformación transversal orientada a mejorar la inferencia con FEMU. En los casos específicos de los especímenes cuasi-isotrópicos y con $E_{xx} < E_{yy}$, los aumentos en la rigidez de la propiedad E_{yy} hacen que el porcentaje de deformación lateral sea poco significativo, deduciendo que aumentos en el agujero no traen mejoras representativas en la deformación. En este sentido el tamaño utilizado en el agujero no significa una diferencia representativa para obtener mejores mapas de deformación y así ajustar mejor los parámetros.

En la validación experimental, en los especímenes multidireccionales Anisóprint con $E_{xx} > E_{yy}$ y $E_{xx} < E_{yy}$ con diámetro de 8 mm (véase Tabla 5.26), no se encuentran mejoras representativas en las propiedades inferidas con FEMU. En esta dirección variar el tamaño de agujero no representa un factor importante para la caracterización mecánica de materiales compuestos con FEMU.

Tabla 5.26. Comparación de las propiedades elásticas inferidas con FEMU para dos valores de diámetro

		E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Anisoprint $E_{xx} < E_{yy}$	Blanco et al.	23.2	12.9	0.3	4.9
	$\phi = 6mm$	22.3 ± 0.1	15.6 ± 0.9	0.39 ± 0.0	3.7 ± 0.4
	$\phi = 8mm$	21.5 ± 2.2	15.0 ± 0.3	0.38 ± 0.0	3.4 ± 0.12
Anisoprint $E_{xx} > E_{yy}$	Blanco et al.	12.8	23.16	0.18	4.8
	$\phi = 6mm$	9.3 ± 0.3	32.45 ± 1.3	0.2 ± 0.0	3.0 ± 0.35
	$\phi = 8mm$	15.3 ± 2.4	36.4 ± 4.3	0.2 ± 0.0	5.7 ± 0.7

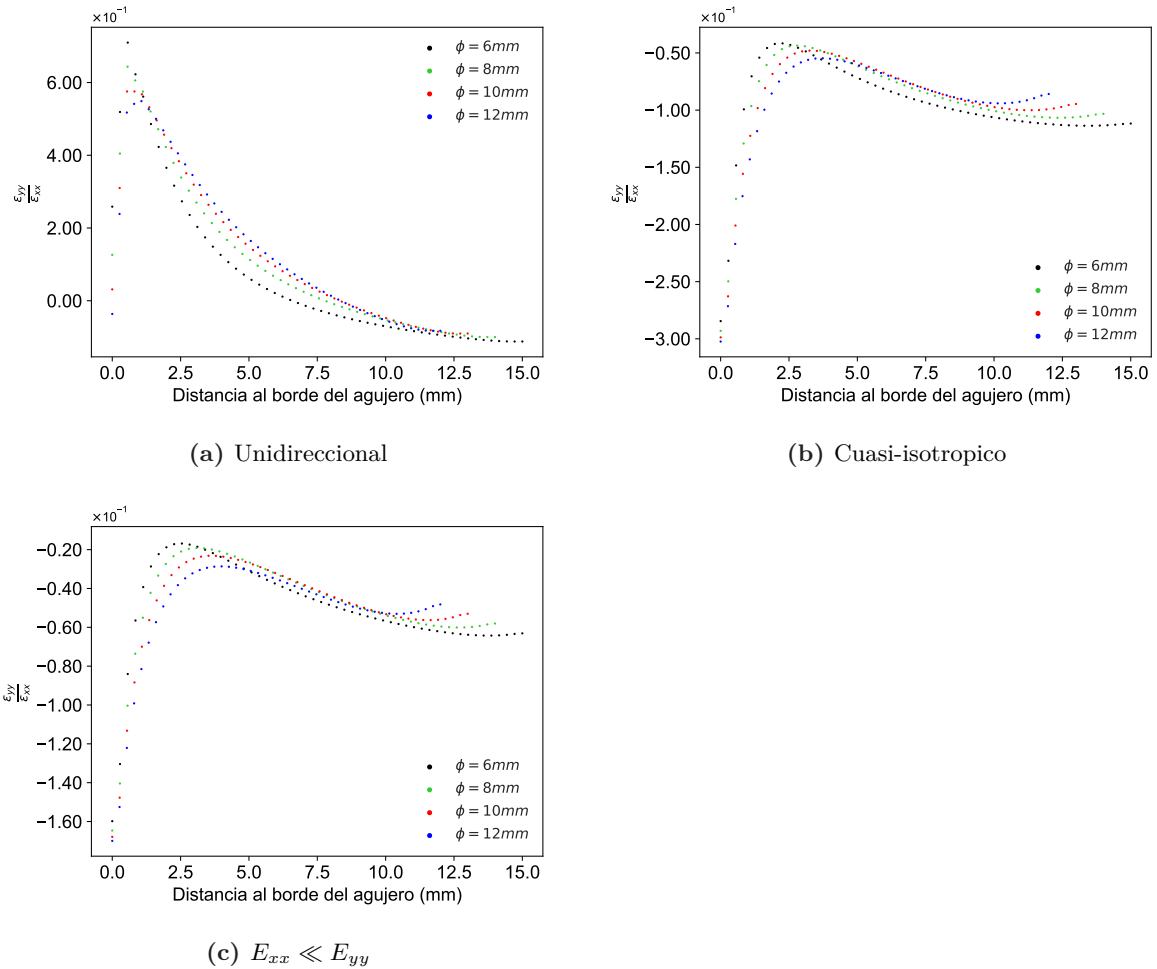


Figura 5.29. Variación a lo largo de la longitud transversal de la probeta de la deformación transversal ε_{yy} normalizada respecto a valor máximo de ε_{yy} para distintos diámetros de agujero.

5.3.5 Evaluación de los valores iniciales del algoritmo FEMU en condiciones de experimentación

Este apartado se enfoca hacia la identificación de los valores iniciales que garantizan la convergencia en la inferencia, empleando el método por gradientes de Gauss-Newton. Para realizar este análisis, se ejecutan los algoritmos FEMU con diferentes parámetros iniciales obtenidos como una variación en porcentaje (factor de multiplicación) del valor de referencia. En la Tabla 5.27, se presentan los resultados de tres probetas de los especímenes en estudio; el encabezado ‘factor de multiplicación’ obedece al elemento de aumento o reducción de los valores de referencia. Por ejemplo, en las probetas Anisoprint unidireccional, en la segunda fila, los parámetros iniciales del algoritmo FEMU corresponden a las propiedades obtenidas por Blanco et al. [74], multiplicado cada parámetro por el escalar 0.2.

De los datos analizados en la tabla 5.27, se encuentra que todos los valores de inicio que estén por debajo del valor esperado o estimados llevan a la convergencia deseada del algoritmo FEMU. Por otro lado, los valores de inicio por encima de la referencia sólo confluyen en aquellos valores que no exceden el 160 % para unidireccionales y aproximadamente un 150 % para el resto de configuraciones; en todos los casos, el algoritmo siempre converge a los mismos valores. Lo

anterior da un rango de trabajo suficiente y confiable para el uso de FEMU en condiciones no supervisadas. Así mismo, no se requiere de algoritmos extras que guíen la solución al interior de alguna región de confianza. En el peor de los casos, para lograr un punto seguro, se asigna el valor de los parámetros iniciales por debajo de las propiedades esperadas. Se resalta que a medida que los valores iniciales se alejan de los de referencia, el número de iteraciones aumenta y, por defecto, el tiempo de convergencia.

Tabla 5.27. Ensayos pruebas iniciales

	Fact. Multip.	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)	N. Iter.
Anisoprint Unidireccional	0.5	43.2	0.98	0.6	0.8	12
	0.2	43.2	0.98	0.6	0.8	17
	1.5	43.2	0.98	0.6	0.8	11
	1.8	43.2	0.98	0.6	0.8	19
	0.5 y 1.5	43.2	0.98	0.6	0.8	10
	1.7 y 0.3	43.2	0.98	0.6	0.8	12
	1.9	6.8	159.18	0.33	-30.92	3
Referencia	Blanco et al.	44.58 ± 0.4	0.99 ± 0.09	0.5 ± 0.13	1.1 ± 0.12	
Markforged cuasi-isotrópico	0.5	22.1	22	0.32	6.5	14
	0.2	22.1	22	0.32	6.5	19
	1.3	22.1	22	0.32	6.5	13
	1.5	9.1	12.26	0.19	-0.9	18
	0.5 y 1.5	17.9	19.4	0.4	-1110	2
	1.6 y 0.3	18.3	16.3	0.38	-978	3
	1.9	18.0	121.3	0.33	-12.58	3
Referencia	FEMU-UD	22.2 ± 1.0	22.2 ± 1.0	0.31 ± 0.0	8.44 ± 0.33	
Anisoprint $E_{xx} \ll E_{yy}$	0.5	9.5	33.4	0.2	2.7	13
	0.2	9.5	33.4	0.2	2.7	16
	1.3	9.5	33.4	0.2	2.7	12
	1.4	9.3	77.9	0.2	-29.9	15
	0.5 y 1.4	9.3	160	0.2	-72.8	3
Referencia	FEMU-UD	13.1 ± 0.16	23.5 ± 0.2	0.24 ± 0.01	5.63 ± 0.6	

5.4 Resumen

En este capítulo se evalúa la capacidad de inferencia del método FEMU en la caracterización elástica de materiales compuestos laminados. Para esto se utiliza especímenes impresos en Markforged MarkTwo y Anisoprint Composer A4, además, de algunas probetas manufacturadas en autoclave. Los apilamientos empleados tienen configuraciones unidireccionales, multidireccionales con $E_{xx} > E_{yy}$, cuasi-isotrópico y multidireccionales con $E_{xx} < E_{yy}$. En todos los especímenes se utiliza patrón de puntos con aerógrafo; así mismo, en algunas probetas se implementa el papel de transferencia al agua.

Inicialmente, la evaluación del método FEMU se realiza bajo condiciones estándar del software VIC-3D; en éste el *subset* se define automáticamente en función de la calidad de las imágenes de los *speckles*; el *step* se asigna como 1/4 del *subset* y el filtro con un valor de 15. Los parámetros elásticos inferidos con FEMU, bajo este tipo de configuración, alcanzan los valores de referencia en los especímenes altamente ortotrópicos de Anisoprint y en todas las configuraciones de

Markforged. En las probetas restantes, las propiedades deducidas se desvían significativamente de sus referentes. Las probetas impresas, cuyos parámetros inferidos con FEMU no alcanzan los valores deseados, presentan, como característica común, mayor presencia de ruido en los campos experimentales. En el caso específico de los especímenes de autoclave, la baja inferencia se asocia a la lámina superficial presente en la secuencia, la cual se deteriora a baja carga y posiblemente afecta la deformación global bajo condiciones elásticas aparentes.

En la dirección de mejorar la inferencia del algoritmo FEMU, en condiciones estandar, se realizan modificaciones al método de inferencia basado en las configuraciones del VIC-3D y en el manejo de la incertidumbre de la correlación a través del parámetro Sigma. En la primera, se manipula el tamaño del filtro para forzar la inferencia en las propiedades con mayor error de aproximación, especialmente E_{yy} y G_{xy} . Y en la segunda, se discriminan los puntos de mayor incertidumbre para mejorar la confianza en la inferencia. Cada una de estas implementaciones acercan a los parámetros inferidos a sus referencias. A pesar de las mejoras impuestas, en los casos cuasi-isotrópicos y $E_{xx} < E_{yy}$ de Anisoprint, además de los de autoclave, los ajustes realizados no alcanzan suficientemente las referencias deseadas. Con respecto a las inferencias con papel de transferencia, en ninguna de las configuraciones estudiadas, este método muestra ser confiable para la caracterización elástica. Lo anterior dada la alta rigidez presentada en las propiedades E_{yy} y G_{xy} .

Parte IV

Conclusiones y Trabajo Futuro

Conclusiones y Trabajos Futuros

6.1 Introducción

El proceso habitual de caracterización de las propiedades elásticas en el plano de materiales compuestos laminados con métodos estándar implica, al menos, tres ensayos experimentales que llevan a la identificación de cuatro constantes elásticas. Estos tres ensayos pueden reducirse a uno solo en caso que puedan medirse campos heterogéneos de deformación o las características naturales del material y se apliquen técnicas numéricas de solución inversa.

Diferentes grupos de investigación han empleado esta técnica inversa para caracterizar compuestos de fibras de carbono y vidrio, entre otras; para esto, se han utilizado metodologías basadas en técnicas de optimización o en la solución directa de la expresión matemática inversa (campos virtuales). Del mismo modo, se han empleado tanto diferentes tipos de ensayos (tensión, compresión, flexión, Iosipescu modificado, vibraciones..) como distintos sistemas de medición (DIC, Interferometría, acelerómetros, láser...). En las investigaciones hasta ahora realizadas, empleando el problema inverso a un solo experimento, se han identificado un conjunto de dificultades por resolver correspondientes a baja precisión en la inferencia de las propiedades buscadas; aplicación en compuestos fabricados con manufactura aditiva; capacidad de inferencia según el grado de ortotropía del material y limitantes asociadas al tipo de solución inversa implementadas, entre otras.

Motivados por las dificultades arriba mencionadas y en dirección de mejorar el proceso de identificación elástica para reducir las brechas existentes, esta tesis doctoral se enfoca en el estudio de la caracterización elástica de compuestos laminados producidos con manufactura aditiva. Para alcanzar el objetivo se ha procedido de la siguiente manera: Primero, se diseña un algoritmo basado en métodos de optimización local por gradientes, que busca los parámetros elásticos por medio del ajuste de los campos de deformación. Segundo, se capturan los campos heterogéneos de deformación de especímenes con geometría *open-hole* sometidos a tensión cuasi-estática; esto se lleva a cabo, a través de la configuración apropiada de un DIC estéreo y la correcta preparación de las superficies y los patrones de puntos de los especímenes a caracterizar. Y, tercero, se evalúa y ajusta la metodología de caracterización en función de minimizar las desviaciones de los parámetros inferidos.

6.2 Herramienta numérica

La herramienta numérica FEMU se desarrolla para inferir los parámetros elásticos, minimizando el error de ajuste entre los campos de deformación de un modelo directo respecto a otros establecidos como la referencia. La herramienta emplea el método de optimización de Gauss-Newton en conjunto con un modelo de elementos finitos configurado para laminados simétricos balanceados en una condición de esfuerzo plano.

A continuación se presentan las conclusiones relevantes respecto a la herramienta numérica FEMU elaborada para la caracterización elástica de compuestos laminados, la cual se valida en un entorno simulado.

- En los estudios realizados en el entorno simulado, con el algoritmo de optimización se infieren siempre los mismos valores de las constantes elásticas a las diferentes configuraciones de los parámetros iniciales. Esta última característica posiciona al método de optimización local basado en gradientes, por encima de los métodos globales dada su velocidad de convergencia en la solución del problema particular de caracterización elástica.
- El algoritmo desarrollado se logran inferir las propiedades elásticas en el plano, para cualquier configuración simétrica balanceada con una baja desviación (no mayor al 4%) en los parámetros buscados. De esta manera se alcanza la confluencia en un máximo de 17 iteraciones, según el criterio de convergencia establecido.
- Las pruebas realizadas evidencian robustez del método FEMU ante la presencia de ruido blanco; esto se justifica en la dinámica del método de optimización basado en ajustes por mínimos cuadrados y con datos dispersos de tendencias de desviación con media cero.
- El método FEMU desarrollado muestra ser eficiente en la caracterización de las propiedades elásticas, considerando diferentes tamaños de la región de interés. Reducciones de la ROI, por encima del 80%, no afectan la capacidad de inferencia del método. Esta condición reduce los tiempos y la capacidad de cómputo requerida para la identificación de los parámetros elásticos buscados.
- En el análisis de las mallas, una pertenece al modelo directo y la otra representa el experimento, se encontró que para garantizar una correcta inferencia de las propiedades elásticas se requiere que éstas sean lo más cercanas posible en la forma y el tamaño de los elementos que las conforman. Valores superiores o inferiores en el tamaño, empleando la misma estructura, resultan en desviaciones de 7% y 9% aproximadamente en las propiedades E_{yy} y G_{xy} respectivamente. En los casos en que las mallas no tengan la misma forma o estructura, se requiere que el tamaño de la malla del modelo directo esté siempre por debajo de la que representa al experimento; de ser cercanas o superiores, las desviaciones en las propiedades E_{yy} y G_{xy} llegan a estar por encima del 11%.

6.3 Medición y evaluación de campos experimentales de deformación

Los campos de desplazamiento obtenidos para derivar las deformaciones proceden de un equipo de medición óptica de correlación digital de imágenes; estas últimas se capturan de un ensayo experimental a carga de tensión cuasi-estática controlado en especímenes con geometría *open-hole*.

A continuación se presentan las conclusiones respecto a la configuración y puesta a punto del equipo de correlación digital, además del diseño y manufactura del patrón de *speckles*, para la medición de los campos heterogéneos de deformación.

- De 57 patrones diseñados y manufacturados con aerógrafo, impresión en papel de transferencia, aerosol y estampador de rodillo, se seleccionan dos patrones digitales y uno generado con aerógrafo para obtener una apropiada correlación digital de imágenes. Los *speckles* en mención minimizan los efectos de *aliasing* debido a que sus tamaños se concentraron entre los 3 y 6 píxeles, logrando a su vez *subsets* de 29 y 37 píxeles. Esta condición permite alcanzar resoluciones de 692×579 puntos de medición en la región de interés para un campo de visión de 2452×2056 píxeles ($40 \text{ mm} \times 33.5 \text{ mm}$).

Por otro lado, los patrones fabricados logran obtener un alto contraste con valores MIG entre 27 y 31, y con diferencias entre blancos y negros por encima de los 50 niveles de grises. En el caso específico de los patrones diseñados con herramientas digitales éstos emulan un proceso de diseño manual con marcador de tinta, así mismo, la posición aleatoria de niveles de grises en cada píxel de la imagen. Estos últimos no pueden ser impresos correctamente por falta de resolución de los sistemas de impresión gráfica actuales. Además, las imágenes adquiridas para este tipo de patrones presentan efectos de cuadrícula que violan la condición de aleatoriedad al volverse repetitivo y, por defecto, no es susceptible de correlacionar.

- Se alcanza una apropiada configuración del DIC estéreo disponible, con el fin de capturar la máxima resolución de los desplazamientos en el plano, en probetas *open-hole* en un campo de visión centrado en el agujero (región de interés). Los valores de configuración corresponden a: un campo de visión de 40 mm, una profundidad de campo de 0.92mm, una distancia focal de 60 mm, una apertura de lente f/9, un tiempo de exposición de 17 ms, un estéreo ángulo 15° , una distancia entre cámaras de 105 mm y una plantilla de calibración 9×9 . Cada una de estas variables seleccionadas es el resultado de recomendaciones técnicas obtenidas por fabricantes de DIC y de ensayos experimentales realizados y sugeridos por investigadores en el área. En la configuración establecida del DIC, las pruebas experimentales determinaron: los valores de ruido blanco por debajo de 0.05; los errores de medición de aproximadamente 0.018 % para desplazamientos de 1 mm sin deformación; los óptimos valores de calibración, y los errores de correlación inferiores al umbral establecido por el VIC-3D.
- Los análisis realizados con el método de galga virtual extensiométrica a los campos de deformación derivados de los desplazamientos medidos evidencian una tendencia de aumento de la resolución de la deformación máxima a medida que se reduce el valor del tamaño de la galga; esto se traduce en la correcta configuración del equipo DIC. Así mismo, variaciones

en el valor de la longitud de la galga constituyen un efecto inverso entre el suavizado de las curvas de deformación y el ruido con incidencia en el valor de las propiedades elásticas inferidas con FEMU.

6.4 Evaluación del método de inferencia con FEMU

En el proceso de evaluación experimental de la herramienta de caracterización elástica FEMU, se emplearon 22 probetas tipo *open-hole* impresas en máquinas impresoras 3D Markforged y Anisoprint con fibras continuas de carbono; Además, también se usaron tres cupones fabricados en autoclave. Las secuencias de apilado consideradas en el estudio cubren diferentes rangos de ortotropía (ρ) en apilamientos unidireccionales (3-4), multidireccionales con $E_{xx} > E_{yy}$ (1.5-2.5), cuasi-isotrópicos (1) y multidireccionales con $E_{xx} < E_{yy}$ (1.5). Los ensayos experimentales se llevaron a cabo en tensión cuasi-estática, con la adquisición de imágenes en el DIC estéreo configurado para la geometría *open-hole* seleccionada. En los especímenes, se emplean los patrones de *speckles* óptimos diseñados, manufacturados con aerógrafo e impresos en papel de transferencia al agua.

A continuación se presentan las conclusiones más significativas, respecto a la evaluación de la capacidad del algoritmo FEMU con DIC desarrollado para la caracterización elástica de especímenes fabricados con manufactura aditiva.

- La zona más apropiada de la curva esfuerzo deformación, orientada a la caracterización elástica con la metodología FEMU-DIC, se encuentra entre los 1000 a 2000 $\mu\epsilon$ para especímenes unidireccionales, entre 500 a 1000 $\mu\epsilon$ para los multidireccionales con $E_{xx} > E_{yy}$ y 200 a 400 $\mu\epsilon$ para el restante de apilamientos. El límite inferior previene los efectos de ruido en las propiedades y el superior las no linealidades de la curva experimentada.
- La identificación, en condiciones estándar con la metodología FEMU-DIC, de los parámetros elásticos de las probetas Markforged esta dentro de los valores de referencias establecidos; excepto para los parámetros E_{yy} de las configuraciones unidireccionales y multidireccionales con $E_{xx} > E_{yy}$, y para G_{xy} en los cuasi-isotrópicos.
- En el caso específico de las probetas Anisoprint, el método FEMU-DIC muestra inferir correctamente los apilamientos unidireccionales y con desviaciones por encima de la referencia en el restante de configuraciones. En esta dirección, las composiciones multidireccionales con $E_{xx} > E_{yy}$ estuvieron por debajo del 10 % para E_{xx} y del 25 % para el restante de las propiedades; en los apilamientos cuasi-isotrópicos y multidireccionales con $E_{xx} < E_{yy}$, la inferencia superó desviaciones del 30 % excepto para la propiedad ν_{xy} que estuvo cercano al 16 %.
- En los especímenes fabricados con autoclave, la inferencia con FEMU-DIC está dentro de las márgenes esperadas para E_{xx} y E_{yy} ; presenta alta desviación en el restante de las propiedades.
- La presencia de una mayor cantidad de vacíos o espacios, entre filamentos derivados del proceso de impresión en probetas multidireccionales y cuasi-isotrópicas, afecta a la

rigidez del material impreso y posiblemente aumentan las desviaciones entre los parámetros inferidos con FEMU y DIC y los obtenidos empleando teoría clásica de laminados.

- Las variaciones del *step*, *subset* y filtro del DIC inciden en los resultados de inferencia con FEMU-DIC, en las propiedades E_{xx} , E_{yy} y G_{xy} ; de ahí que E_{yy} y G_{xy} sean más sensibles que E_{xx} . De las tres variables del DIC, el *subset* tuvo la menor incidencia en la inferencia de las propiedades, y el filtro, mayor influencia respecto al *step*. En relación al *step*, sus efectos dependen del tamaño del filtro: a mayor valor del filtro mayor incidencia del *step* en las propiedades inferidas.
- En las modificaciones realizadas al algoritmo FEMU en su configuración estándar o desacoplando los campos de cortante junto a las variaciones del DIC, según las conformaciones VSG planteadas, se logran mejoras en la inferencia de las propiedades elásticas. Los aumentos en los tamaños del filtro en los campos ε_{xx} y ε_{yy} y del valor del *step* mejoran la inferencia en los materiales manufacturados con Markforged. Las propiedades obtenidas están por debajo del 10% de sus referencias para todos los apilamientos (unidireccional, multidireccional con $E_{xx} > E_{yy}$ y cuasi-isotrópicas).
- Respecto a los materiales impresos en Anisoprint, las mejoras en la inferencia se dan debido a aumentos en el filtro del campo de deformación ε_{xy} . En esta configuración, las desviaciones en los apilamientos multidireccionales con $E_{xx} > E_{yy}$ reducen las desviaciones de la propiedad G_{xy} al interior del 10%, manteniendo estable el restante de propiedades. Por otro lado, tanto en las conformaciones cuasi-isotrópicas y multidireccionales con $E_{xx} < E_{yy}$ de Anisoprint como las de autoclave, los ajustes realizados en el algoritmo FEMU junto con los parámetros del DIC no mejoran la inferencia de los propiedades elásticas.
- En los campos de deformación adquiridos, los pertenecientes a autoclave y Markforged presentarán menos fluctuaciones que los conseguidos en Anisoprint; esto se genera posiblemente por el acabado superficial. En las probetas Anisoprint, el diámetro del filamento de fibra tienen un tamaño 1.7 veces mayor que en el Markforged. Por tanto, el acabado superficial en las probetas Anisoprint es menos liso y contiene más irregularidades, lo que genera mayores fluctuaciones del campo de deformación. En este sentido, se establece que el proceso de inferencia mejora con el acabado superficial del espécimen y el grado de ortotropía; es decir, los especímenes con un destacado acabado superficial y un alto grado de ortotropía son susceptibles a ser mejor caracterizados.

En el caso específico del autoclave, su acabado casi liso se genera por el proceso de manufactura, pero la baja inferencia de las propiedades con FEMU-DIC puede estar influenciada por la lámina de 90° en la superficie de la probeta que posiblemente falla a baja carga. En todos los casos analizados, el campo de deformación obtenido por FEMU-DIC siempre se posiciona en la zona media del campo experimental medido; esto se justifica en la solución por ajustes de mínimos cuadrados que realiza el algoritmo de Gauss-Newton, con desviaciones en los errores con media cero. En este sentido, se puede deducir que las bajas inferencias en la caracterización elástica con FEMU-DIC pertenecen a una reducida captura en las deformaciones, especialmente en la dirección transversal.

- La caracterización elástica con FEMU, en probetas con patrones de puntos impresos en papel de transferencia al agua, no logra inferir correctamente las propiedades elásticas E_{yy} y G_{xy} . Las desviaciones respecto a sus referencias superaron el 40 %; ningún tipo de ajuste a los parámetros del DIC o las del del algoritmo consiguen reducir los valores de desviación. Lo anterior erige a los patrones de *speckles* elaborados con aerógrafo como los indicados para la inferencia con FEMU en este tipo de materiales y geometrías.
- La inferencia de las propiedades elásticas con FEMU se garantiza para diferentes tamaños de la región de interés, si se mantienen las condiciones de calidad del patrón de puntos, la adecuada iluminación y la correcta calibración del DIC. Tales son los casos de reducción de 50 % o 75 % de la ROI. Esta característica permite la identificación elástica en probetas que presentan daños en la superficie del material o en el patrón de puntos; además, reduce el tiempo y la capacidad de cómputo requerida para la convergencia durante la inferencia.
- Los valores Sigma de correlación en las probetas estudiadas se encuentran en el rango del 0.0014 y 0.0056, éste es bajo y es un indicador de buenas prácticas de uso del DIC y los patrones de speckles, El filtrado de hasta el 60 % de los puntos con mayor valor de Sigma en el rango establecido reduce las desviaciones de los parámetros elásticos obtenidos con FEMU, especialmente en los especímenes que presentan mayor ruido en los campos de deformación. En las probetas Markforged, la disminución de la desviación llega entre el 3 % y el 4 %, y en las Anisoprint alcanza el 10 % en las propiedades E_{yy} y G_{xy} en las configuraciones no unidireccionales. Dada la capacidad del método FEMU de inferir con reducidas ROI, en el proceso de filtrado, es posible disminuir el número de puntos hasta 70 % sin afectar la predicción de las variables.
- El análisis numérico de la influencia del tamaño del agujero en la predicción de las propiedades con FEMU evidencia, en las configuraciones unidireccionales, que diámetros superiores a 10 mm no inducen mejoras en la deformación transversal respecto a la longitudinal. Este tamaño del diámetro se reduce a medida que aumenta la rigidez transversal, al punto que, en apilamientos con $E_{xx} < E_{yy}$, el tamaño del agujero no representa una relevancia significativa respecto a una ganancia en deformación transversal. En este sentido, aumentar el tamaño del agujero no induce a mejoras en el proceso de caracterización elástica con FEMU. A nivel experimental, empleando el método FEMU, las inferencias realizadas en probetas con agujeros de 6 mm de diámetro alcanzan los mismos valores que las que tenían un agujero de 8 mm de diámetro.
- Se ha comprobado que el algoritmo converge a la misma solución partiendo desde un valor inicial de ± 50 % del valor final, garantizando así que se puede partir de una estimación muy burda de los valores de las propiedades.
- La velocidad de convergencia y número de iteraciones empleadas dependen de los valores iniciales; en los valores extremos, el algoritmo requiere de un máximo de 19 iteraciones con un tiempo aproximado de 27 minutos para alcanzar la solución e identificación de los parámetros elásticos. Lo anterior medido en una probeta unidireccional con una ROI de $30\text{ mm} \times 30\text{ mm}$ y con una resolución aproximada de 683×563 puntos de deformación.

6.5 Trabajos futuros

Tomando como referencia la revisión de la literatura disponible y los resultados obtenidos en esta tesis doctoral, se proponen los siguientes temas que podrían dar continuidad a los objetivos alcanzados:

- Extender el estudio de caracterización elástica con FEMU a laminados compuestos manufacturados en autoclave con capas superficiales en dirección de las fibras; así mismo, a especímenes impresos con diferentes configuraciones de recubrimientos superficiales en una disposición simétrica. Lo anterior, orientado a estudiar en mayor profundidad el efecto del acabado superficial en el proceso de inferencia con FEMU.
- Estudiar las desviaciones, en los parámetros elásticos con los resultados aquí realizados, empleando otras técnicas de optimización o métodos de solución inversa. Esto con el fin de identificar las debilidades del método, basado en gradientes, implementado en esta tesis doctoral.
- Ampliar el estudio de identificación elástica en laminados compuestos fabricados con manufactura aditiva, empleando el mismo método de optimización junto a ensayos experimentales con vibraciones o resonancias. Los resultados alcanzados permitirán analizar la efectividad de la medición óptica de los campos en el proceso de identificación con FEMU.
- Analizar los efectos de otros ensayos de fuerza experimental o discontinuidades geométricas que generen variaciones heterogéneas a los campos de deformación, en pro de estimular los parámetros a identificar y mejorar la inferencia elástica con FEMU. Éstos podrían ser Iosipescu, compresión, flexión, entre otros; así como también geometrías con muescas laterales circulares, entre otras.
- Investigar el uso del método FEMU en la identificación de las variaciones de las propiedades elásticas en impresiones de probetas manufacturadas en las orientaciones on-edge¹ y upright². Ya que dependiendo de la configuración pueden presentar un gradiente en el valor de algunas propiedades elásticas. El uso de FEMU-DIC permitir identificar fácilmente este gradiente mientras que con las técnicas más habituales esto no sería posible o más complejo.

¹Del inglés en el borde

²Del inglés en vertical

Bibliografía

- [1] E. J. Barbero, Finite element analysis of composite materials using Abaqus™, volume 2103, CRC press Boca Raton, 2013.
- [2] R. H. Sanatgar, C. Campagne, V. Nierstrasz, Investigation of the adhesion properties of direct 3d printing of polymers and nanocomposites on textiles: Effect of fdm printing process parameters, *Applied Surface Science* 403 (2017) 551–563.
- [3] E. Macdonald, R. Salas, D. Espalin, M. Perez, E. Aguilera, D. Muse, R. B. Wicker, 3d printing for the rapid prototyping of structural electronics, *IEEE access* 2 (2014) 234–242.
- [4] F. P. Melchels, J. Feijen, D. W. Grijpma, A review on stereolithography and its applications in biomedical engineering, *Biomaterials* 31 (2010) 6121–6130.
- [5] J. W. Stansbury, M. J. Idacavage, 3d printing with polymers: Challenges among expanding options and opportunities, *Dental materials* 32 (2016) 54–64.
- [6] J.-Y. Lee, J. An, C. K. Chua, Fundamentals and applications of 3d printing for novel materials, *Applied materials today* 7 (2017) 120–133.
- [7] R. Liu, Z. Wang, T. Sparks, F. Liou, J. Newkirk, Aerospace applications of laser additive manufacturing, in: *Laser additive manufacturing*, Elsevier, 2017, pp. 351–371.
- [8] B. N. Turner, S. A. Gold, A review of melt extrusion additive manufacturing processes: Ii. materials, dimensional accuracy, and surface roughness, *Rapid Prototyping Journal* (2015).
- [9] F. Pierron, M. Grédiac, The virtual fields method: extracting constitutive mechanical parameters from full-field deformation measurements, Springer Science & Business Media, 2012.
- [10] L. A. Carlsson, D. F. Adams, R. B. Pipes, Experimental characterization of advanced composite materials, CRC press, 2014.
- [11] E. Markiewicz, B. Langrand, Characterisation and parameters identification of materials constitutive and damage models: from normalised direct approach to most advanced inverse problem resolution, *Procedia Engineering* 173 (2017) 33–40.
- [12] M. Grediac, F. Pierron, S. Avril, E. Toussaint, The virtual fields method for extracting constitutive parameters from full-field measurements: a review, *Strain* 42 (2006) 233–253.
- [13] L. Pagnotta, Recent progress in identification methods for the elastic characterization of materials, *International Journal of mechanics* 2 (2008) 129–140.
- [14] G.-R. Liu, X. Han, Computational inverse techniques in nondestructive evaluation, CRC press, 2003.
- [15] D. Lecompte, A. Smits, H. Sol, J. Vantomme, D. Van Hemelrijck, Mixed numerical–experimental technique for orthotropic parameter identification using biaxial tensile tests on cruciform specimens, *International Journal of Solids and Structures* 44 (2007) 1643–1656.
- [16] J. Cugnoni, T. Gmür, A. Schorderet, Inverse method based on modal analysis for characterizing the constitutive properties of thick composite plates, *Computers & Structures* 85 (2007) 1310–1320.

- [17] G. Petrone, V. Meruane, Mechanical properties updating of a non-uniform natural fibre composite panel by means of a parallel genetic algorithm, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 94 (2017) 226–233. doi:<https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2016.12.017>.
- [18] L. Jiang, B. Guo, H. Xie, Identification of the elastic stiffness of composites using the virtual fields method and digital image correlation, *Acta Mechanica Sinica* 31 (2015) 173–180.
- [19] D. Lecompte, H. Sol, J. Vantomme, A. Habraken, Identification of elastic orthotropic material parameters based on espi measurements, in: *Proc., SEM Annual Conf. and Exposition on Experimental and Applied Mechanics*, 2005, pp. 1–7.
- [20] J. Henriques, J. Xavier, A. Andrade-Campos, Identification of orthotropic elastic properties of wood by a synthetic image approach based on digital image correlation, *Materials* 15 (2022) 625.
- [21] B. Rahmani, In-Situ Mechanical Properties Identification of Composite Materials Using Inverse Methods Based on Full-Field Measurements, Ph.D. thesis, École Polytechnique de Montréal, 2014.
- [22] C. Gogu, W. Yin, R. Haftka, P. Ifju, J. Molimard, R. Le Riche, A. Vautrin, Bayesian identification of elastic constants in multi-directional laminate from moiré interferometry displacement fields, *Experimental Mechanics* 53 (2013) 635–648.
- [23] A. J. Thomas, E. Barocio, R. B. Pipes, A machine learning approach to determine the elastic properties of printed fiber-reinforced polymers, *Composites Science and Technology* 220 (2022) 109293.
- [24] M. H. Sadd, *Elasticity: theory, applications, and numerics*, Academic Press, 2009.
- [25] J. C. Santamarina, D. Fratta, *Discrete signals and inverse problems: an introduction for engineers and scientists*, John Wiley & Sons, 2005.
- [26] K. Genovese, L. Lamberti, C. Pappalettere, A new hybrid technique for in-plane characterization of orthotropic materials, *Experimental Mechanics* 44 (2004) 584–592.
- [27] J.-L. Piro, M. Grédiac, Producing and transferring low-spatial-frequency grids for measuring displacement fields with moiré and grid methods, *Experimental Techniques* 28 (2004) 23–26.
- [28] M. A. Sutton, J. J. Orteu, H. Schreier, *Image correlation for shape, motion and deformation measurements: basic concepts, theory and applications*, Springer Science & Business Media, 2009.
- [29] M. P. Georges, C. Thizy, F. Languy, Y. Zhao, J.-F. Vandenrijt, Digital holographic interferometry and speckle interferometry applied on objects with heterogeneous reflecting properties, *Applied Optics* 58 (2019) G318–G325.
- [30] E. L. Alba, L. F. Sesé, J. M. V. Olmo, F. A. D. Garrido, Aplicaciones industriales de técnicas ópticas de campo completo para la medida de tensiones y deformaciones en elementos de máquinas, *DYNA: revista de la Facultad de Minas. Universidad Nacional de Colombia. Sede Medellín* 80 (2013) 98–108.
- [31] H. Chalal, S. Avril, F. Pierron, F. Meraghni, Experimental identification of a nonlinear model for composites using the grid technique coupled to the virtual fields method, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 37 (2006) 315–325.
- [32] B. Pan, Digital image correlation for surface deformation measurement: historical developments, recent advances and future goals, *Measurement Science and Technology* 29 (2018) 082001.
- [33] P. Bing, X. Hui-Min, X. Bo-Qin, D. Fu-Long, Performance of sub-pixel registration algorithms in digital image correlation, *Measurement Science and Technology* 17 (2006) 1615.
- [34] D. W. Robinson, G. T. Reid, P. De Groot, *Interferogram analysis: digital fringe pattern measurement*

- techniques, *Physics Today* 47 (1994) 66.
- [35] L. Bruno, Mechanical characterization of composite materials by optical techniques: A review, *Optics and Lasers in Engineering* 104 (2018) 192–203.
- [36] J. H. Tam, Z. C. Ong, Z. Ismail, B. C. Ang, S. Y. Khoo, Identification of material properties of composite materials using nondestructive vibrational evaluation approaches: A review, *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 24 (2017) 971–986.
- [37] C. W. De Silva, *Vibration damping, control, and design*, Crc Press, 2007.
- [38] J. Steuben, J. Michopoulos, A. Iliopoulos, C. Turner, Inverse characterization of composite materials via surrogate modeling, *Composite Structures* 132 (2015) 694–708.
- [39] W. Sun, Y.-X. Yuan, *Optimization theory and methods: nonlinear programming*, volume 1, Springer Science & Business Media, 2006.
- [40] M. Bierlaire, *Optimization: principles and algorithms*, BOOK, EPFL Press, 2015.
- [41] J. E. Dennis Jr, R. B. Schnabel, *Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations*, SIAM, 1996.
- [42] P. Kowalczyk, Identification of mechanical parameters of composites in tensile tests using mixed numerical-experimental method, *Measurement* 135 (2019) 131–137.
- [43] L. Huang, X. Sun, Y. Liu, Z. Cen, Parameter identification for two-dimensional orthotropic material bodies by the boundary element method, *Engineering Analysis with Boundary Elements* 28 (2004) 109–121.
- [44] J. Molimard, R. Le Riche, A. Vautrin, J.-R. Lee, Identification of the four orthotropic plate stiffnesses using a single open-hole tensile test, *Experimental mechanics* 45 (2005) 404–411.
- [45] M. Matter, T. Gmür, J. Cugnoni, A. Schorderet, Numerical-experimental identification of the elastic and damping properties in composite plates, *Composite Structures* 90 (2009) 180–187.
- [46] J. Arora, *Introduction to optimum design*, Elsevier, 2017.
- [47] S. S. Rao, *Engineering optimization: theory and practice*, John Wiley & Sons, 2019.
- [48] R. A. G. Rendon, A. H. E. Zuluaga, E. M. T. Ocampo, *Técnicas metaheurísticas de optimización*, Universidad Tecnológica de Pereira, 2008.
- [49] S.-F. Hwang, J.-C. Wu, E. Barkanovs, R. Belevicius, Elastic constants of composite materials by an inverse determination method based on a hybrid genetic algorithm, *Journal of Mechanics* 26 (2010) 345–353.
- [50] E. N. Barkanov, M. Wesolowski, P. Akishin, M. Mihovski, Techniques for non-destructive material properties characterisation, in: *Non-destructive Testing and Repair of Pipelines*, Springer, 2018, pp. 191–207.
- [51] C. Conceição António, S. Rasheed, A displacement field approach based on fem-ann and experiments for identification of elastic properties of composites, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 95 (2018) 4279–4291.
- [52] G. Espinosa-Paredes, A. V. Rodríguez, *Aplicaciones de programación no lineal*, OmmiaScience, 2016.
- [53] J. J. Santa Chávez, C. A. P. Meneses, M. G. Echeverry, Algoritmo de recocido simulado aplicado al problema de secuenciamiento regular, *Avances Investigación en Ingeniería* 11 (2014) 9–17.
- [54] K. Lasn, A. T. Echtermeyer, A. Klauson, F. Chati, D. Décultot, Comparison of laminate stiffness as measured by three experimental methods, *Polymer Testing* 44 (2015) 143–152.

- [55] Í. Dağ, D. Irk, B. Saka, A numerical solution of the burgers' equation using cubic b-splines, *Applied Mathematics and computation* 163 (2005) 199–211.
- [56] J. G. Michopoulos, J. C. Hermanson, A. Iliopoulos, S. G. Lambrakos, T. Furukawa, Data-driven design optimization for composite material characterization, *Journal of Computing and Information Science in Engineering* 11 (2011).
- [57] E. Ficarella, L. Lamberti, S. O. Degertekin, Mechanical identification of materials and structures with optical methods and metaheuristic optimization, *Materials* 12 (2019) 2133.
- [58] M. Grédiac, E. Toussaint, F. Pierron, Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method. 2—application to in-plane properties, *International Journal of Solids and Structures* 39 (2002) 2707–2730.
- [59] M. Grédiac, E. Toussaint, F. Pierron, Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method. 1—principle and definition, *International Journal of Solids and Structures* 39 (2002) 2691–2705.
- [60] S. Avril, F. Pierron, General framework for the identification of constitutive parameters from full-field measurements in linear elasticity, *International Journal of Solids and Structures* 44 (2007) 4978–5002.
- [61] P. Wang, F. Pierron, O. T. Thomsen, Identification of material parameters of pvc foams using digital image correlation and the virtual fields method, *Experimental Mechanics* 53 (2013) 1001–1015.
- [62] M. Zhou, H. Xie, L. Wu, Virtual fields method coupled with moiré interferometry: special considerations and application, *Optics and Lasers in Engineering* 87 (2016) 214–222.
- [63] Q. Cao, H. Xie, Characterization for elastic constants of fused deposition modelling-fabricated materials based on the virtual fields method and digital image correlation, *Acta Mechanica Sinica* 33 (2017) 1075–1083.
- [64] D. Lecompte, H. Sol, J. Vantomme, A. Habraken, Identification of elastic orthotropic material parameters based on espi measurements, in: *Proc., SEM Annual Conf. and Exposition on Experimental and Applied Mechanics*, 2005, pp. 1–7.
- [65] X. Gu, F. Pierron, Towards the design of a new standard for composite stiffness identification, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 91 (2016) 448–460. URL: <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2016.03.026>. doi:10.1016/j.compositesa.2016.03.026.
- [66] P. Reu, Virtual strain gage size study, *Experimental Techniques* 39 (2015) 1–3.
- [67] T. He, L. Liu, A. Makeev, Uncertainty analysis in composite material properties characterization using digital image correlation and finite element model updating, *Composite Structures* 184 (2018) 337–351.
- [68] M. J. Kochenderfer, T. A. Wheeler, *Algorithms for optimization*, Mit Press, 2019.
- [69] K. Madsen, H. B. Nielsen, O. Tingleff, *Methods for non-linear least squares problems*, 2004.
- [70] P. Deuffhard, A short history of newton's method, *Documenta Mathematica*, Optimization stories (2012) 25–30.
- [71] P. Wolfe, Convergence conditions for ascent methods, *SIAM review* 11 (1969) 226–235.
- [72] P. Wolfe, Convergence conditions for ascent methods. ii: Some corrections, *SIAM review* 13 (1971) 185–188.
- [73] A. Standard, D5766/d5766m-02. standard test method for open hole tensile strength of polymer matrix composite laminates, *Annual book of ASTM standards* (2007).
- [74] N. Blanco, M. Duran, J. J. Arbeláez, Caracterización elástica láminas Anisoprint, Technical Report, Girona,

2021.

- [75] S.-W. Khoo, S. Karuppanan, C.-S. Tan, A review of surface deformation and strain measurement using two-dimensional digital image correlation, *Metrology and Measurement Systems* 23 (2016) 461–480.
- [76] B. Pan, H. Xie, Z. Wang, Equivalence of digital image correlation criteria for pattern matching, *Applied optics* 49 (2010) 5501–5509.
- [77] W. Tong, An evaluation of digital image correlation criteria for strain mapping applications, *Strain* 41 (2005) 167–175.
- [78] Y. Dong, B. Pan, A review of speckle pattern fabrication and assessment for digital image correlation, *Experimental Mechanics* 57 (2017) 1161–1181.
- [79] L. Yu, B. Pan, The errors in digital image correlation due to overmatched shape functions, *Measurement science and technology* 26 (2015) 045202.
- [80] A. Berry, O. Robin, F. Pierron, Identification of dynamic loading on a bending plate using the virtual fields method, *Journal of Sound and Vibration* 333 (2014) 7151–7164.
- [81] C. Q. Davis, D. M. Freeman, Statistics of subpixel registration algorithms based on spatiotemporal gradients or block matching, *Optical Engineering* 37 (1998) 1290–1298.
- [82] M. Sutton, C. Mingqi, W. Peters, Y. Chao, S. McNeill, Application of an optimized digital correlation method to planar deformation analysis, *Image and Vision Computing* 4 (1986) 143–150.
- [83] M. Ren, J. Liang, B. Wei, Accurate b-spline-based 3-d interpolation scheme for digital volume correlation, *Review of Scientific Instruments* 87 (2016) 125114.
- [84] B. Pan, K. Li, W. Tong, Fast, robust and accurate digital image correlation calculation without redundant computations, *Experimental Mechanics* 53 (2013) 1277–1289.
- [85] B. Pan, H. Xie, Z. Guo, T. Hua, Full-field strain measurement using a two-dimensional savitzky-golay digital differentiator in digital image correlation, *Optical Engineering* 46 (2007) 033601.
- [86] R. Bigger, B. Blaysat, C. Boo, M. Grewer, J. Hu, A. Jones, M. Klein, K. Raghavan, P. Reu, T. Schmidt, et al., A good practices guide for digital image correlation, *Comput. Sci* (2018).
- [87] Markforged, Markforged Mark Two, 2022. URL: <https://markforged.com/es/3d-printers/mark-two>, accessed on December 03, 2022.
- [88] Anisoprint, Anisoprint Composer A4, 2022. URL: <https://anisoprint.com/solutions/desktop/>, accessed on November 21, 2022.
- [89] X. Wang, M. Jiang, Z. Zhou, J. Gou, D. Hui, 3d printing of polymer matrix composites: A review and prospective, *Composites Part B: Engineering* 110 (2017) 442–458.
- [90] A. N. Dickson, J. N. Barry, K. A. McDonnell, D. P. Dowling, Fabrication of continuous carbon, glass and kevlar fibre reinforced polymer composites using additive manufacturing, *Additive Manufacturing* 16 (2017) 146–152.
- [91] J. D. Santos, A. Fernández, L. Ripoll, N. Blanco, Experimental characterization and analysis of the in-plane elastic properties and interlaminar fracture toughness of a 3d-printed continuous carbon fiber-reinforced composite, *Polymers* 14 (2022) 506.
- [92] S. Kasmi, G. Ginoux, S. Allaoui, S. Alix, Investigation of 3d printing strategy on the mechanical performance of coextruded continuous carbon fiber reinforced petg, *Journal of Applied Polymer Science* 138 (2021)

50955.

- [93] P. Reu, All about speckles: speckle size measurement, *Experimental Techniques* 38 (2014) 1–2.
- [94] P. Reu, All about speckles: aliasing, *Experimental Techniques* 38 (2014) 1–3.
- [95] G. Lionello, L. Cristofolini, A practical approach to optimizing the preparation of speckle patterns for digital-image correlation, *Measurement Science and Technology* 25 (2014) 107001.
- [96] Z. Chen, C. Quan, F. Zhu, X. He, A method to transfer speckle patterns for digital image correlation, *Measurement science and technology* 26 (2015) 095201.
- [97] G. Quino, Y. Chen, K. R. Ramakrishnan, F. Martínez-Hergueta, G. Zumpano, A. Pellegrino, N. Petrinic, Speckle patterns for DIC in challenging scenarios: rapid application and impact endurance, *Measurement Science and Technology* 32 (2020) 015203.
- [98] H. Wang, H. Xie, Y. Li, J. Zhu, Fabrication of micro-scale speckle pattern and its applications for deformation measurement, *Measurement Science and Technology* 23 (2012) 035402.
- [99] M. Tyona, A theoretical study on spin coating technique, *Advances in materials Research* 2 (2013) 195.
- [100] N. Mashiwa, T. Furushima, K. Manabe, Novel non-contact evaluation of strain distribution using digital image correlation with laser speckle pattern of low carbon steel sheet, *Procedia Engineering* 184 (2017) 16–21.
- [101] S. Yaofeng, J. H. Pang, Study of optimal subset size in digital image correlation of speckle pattern images, *Optics and lasers in engineering* 45 (2007) 967–974.
- [102] T. Hua, H. Xie, S. Wang, Z. Hu, P. Chen, Q. Zhang, Evaluation of the quality of a speckle pattern in the digital image correlation method by mean subset fluctuation, *Optics & Laser Technology* 43 (2011) 9–13.
- [103] X.-Y. Liu, X.-Z. Qin, R.-L. Li, Q.-H. Li, S. Gao, H. Zhao, Z.-P. Hao, X.-L. Wu, A self-adaptive selection of subset size method in digital image correlation based on Shannon entropy, *IEEE Access* 8 (2020) 184822–184833.
- [104] X.-Y. Liu, R.-L. Li, H.-W. Zhao, T.-H. Cheng, G.-J. Cui, Q.-C. Tan, G.-W. Meng, Quality assessment of speckle patterns for digital image correlation by Shannon entropy, *Optik* 126 (2015) 4206–4211.
- [105] B. Pan, Z. Lu, H. Xie, Mean intensity gradient: an effective global parameter for quality assessment of the speckle patterns used in digital image correlation, *Optics and Lasers in Engineering* 48 (2010) 469–477.
- [106] G. Crammond, S. Boyd, J. Dulieu-Barton, Speckle pattern quality assessment for digital image correlation, *Optics and Lasers in Engineering* 51 (2013) 1368–1378.
- [107] G. Bomarito, J. Hochhalter, T. Ruggles, A. Cannon, Increasing accuracy and precision of digital image correlation through pattern optimization, *Optics and Lasers in Engineering* 91 (2017) 73–85.
- [108] P. Reu, All about speckles: contrast, *Experimental Techniques* 39 (2015) 1–2.
- [109] C. Solutions, VIC Speckle Kit User Manual, 2021.
- [110] S. J. Matthews, Speckle pattern control in the application of digital image correlation for detecting damage in helmets., Ph.D. thesis, University of Surrey, 2020.
- [111] Plotteralia, Papel para tatuajes temporales vintex, 2022. URL: <https://plotteralia.es/872-papel-tattoo-vintex.html>, accessed on August 12, 2022.
- [112] P. Reu, Stereo-rig design: Creating the stereo-rig layout—part 1, *Experimental Techniques* 36 (2012) 3–4.

- [113] P. Reu, Stereo-rig design: Stereo-angle selection - Part 4, *Experimental Techniques* 37 (2013) 1–2. doi:10.1111/ext.12006.
- [114] P. Reu, Stereo-rig design: lighting—part 5, *Experimental Techniques* 37 (2013) 1–2.
- [115] Correlated Solutions, Vic-3D 2010, testing guide, Technical Report, Correlated Solutions, 2010. URL: www.correlatedsolutions.com/install/Vic-3D-2010-manual.pdf.
- [116] P. Reu, Hidden components of dic: Calibration and shape function—part 1, *Experimental Techniques* 36 (2012) 3–5.
- [117] Correlated Solutions, Vic-3D 2010 Reference Manual, Technical Report, Correlated Solutions, 2010.
- [118] P. Reu, Calibration: stereo calibration, *Experimental Techniques* 38 (2014) 1–2.
- [119] C. Solutions, Troubleshooting Calibration Problems, 2011.
- [120] ASTM International, ASTM D 3039M - Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials, Technical Report, ASTM international, 2008. doi:10.1520/D3039_D3039M-08.
- [121] Correlated Solutions, Strain Calculation in Vic-3D, Technical Report, Correlated Solutions, 2016. URL: <http://www.correlatedsolutions.com/supportcontent/strain.pdf>.
- [122] E. Byrne, Application Note AN -1703 Strain Filter Selection, Technical Report, Correlated Solutions Knowledgebase, 2017. URL: <http://correlatedsolutions.com/support/index.php?Knowledgebase/Article/View/87/0/strain-filter-selection>.
- [123] J. Y. Choi, M. T. Kortschot, Stiffness prediction of 3d printed fiber-reinforced thermoplastic composites, *Rapid Prototyping Journal* 26 (2020) 549–555.
- [124] M. Somireddy, C. Singh, A. Czekanski, Mechanical behaviour of 3d printed composite parts with short carbon fiber reinforcements, *Engineering Failure Analysis* 107 (2020) 104232.
- [125] C. Casavola, A. Cazzato, V. Moramarco, C. Pappalettere, Orthotropic mechanical properties of fused deposition modelling parts described by classical laminate theory, *Materials & design* 90 (2016) 453–458.
- [126] F. Lupone, E. Padovano, C. Venezia, C. Badini, Experimental characterization and modeling of 3d printed continuous carbon fibers composites with different fiber orientation produced by fff process, *Polymers* 14 (2022) 426.
- [127] K. Saeed, A. McIlhagger, E. Harkin-Jones, J. Kelly, E. Archer, Predication of the in-plane mechanical properties of continuous carbon fibre reinforced 3d printed polymer composites using classical laminated-plate theory, *Composite Structures* 259 (2021) 113226.
- [128] E. Polyzos, A. Katalagarianakis, D. Polyzos, D. Van Hemelrijck, L. Pyl, A multi-scale analytical methodology for the prediction of mechanical properties of 3d-printed materials with continuous fibres, *Additive Manufacturing* 36 (2020) 101394.
- [129] Y. Song, Y. Li, W. Song, K. Yee, K.-Y. Lee, V. L. Tagarielli, Measurements of the mechanical response of unidirectional 3d-printed pla, *Materials & Design* 123 (2017) 154–164.
- [130] M. Iragi, C. Pascual-González, A. Esnaola, C. Lopes, L. Aretxabaleta, Ply and interlaminar behaviours of 3d printed continuous carbon fibre-reinforced thermoplastic laminates; effects of processing conditions and microstructure, *Additive Manufacturing* 30 (2019) 100884.
- [131] A. Todoroki, T. Oasada, Y. Mizutani, Y. Suzuki, M. Ueda, R. Matsuzaki, Y. Hirano, Tensile property evaluations of 3d printed continuous carbon fiber reinforced thermoplastic composites, *Advanced Composite*

Materials 29 (2020) 147–162.

- [132] Hexcel, HexPly M21, Technical Report M21E/IMA-12K, Hexcel Corporation, 2020. URL: https://www.hexcel.com/user_area/content_media/raw/HexPly_M21_global_DataSheet.pdf.
- [133] ASTM, Standard Test Method for In-Plane Shear Response of Polymer Matrix Composite Materials by Tensile Test of a $\pm 45^\circ$ Laminate, Technical Report Reapproved, ASTM international, 2015. URL: <http://compass.astm.org/download/D3518D3518M.15808.pdf>. doi:10.1520/D3518.
- [134] S. F. Kabir, K. Mathur, A.-F. M. Seyam, A critical review on 3d printed continuous fiber-reinforced composites: History, mechanism, materials and properties, *Composite Structures* 232 (2020) 111476.
- [135] E. H. Saidane, G. Arnold, P. Louis, M.-J. Pac, 3d printed continuous glass fibre-reinforced polyamide composites: Fabrication and mechanical characterisation, *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 41 (2022) 284–295.
- [136] K. Bendine, D. Gibhardt, B. Fiedler, A. Backs, Experimental characterization and mechanical behavior of 3d printed cfrp, *European Journal of Mechanics-A/Solids* 94 (2022) 104587.

A.1 Análisis de los puntos de inicio y velocidad de convergencia del algoritmo FEMU

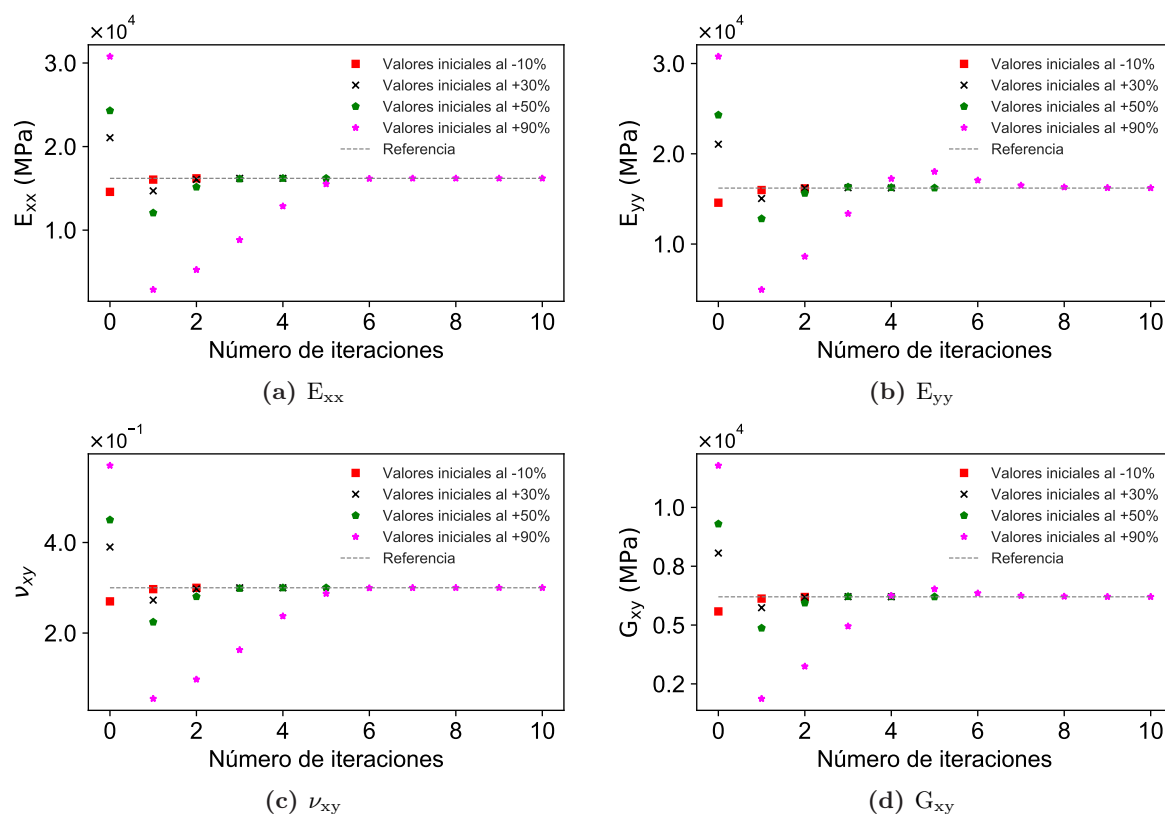


Figura A.1. Análisis inferencia FEMU material cuasi-isotrópico, diferentes puntos de inicio

Tabla A.1. Caracterización elástica a nivel numérico a diferentes parámetros iniciales, propiedades de laminado compuesto cuasi-isotrópico fabricado con manufactura aditiva

	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)	# Iteraciones
Referencia	16.2	16.2	0.3	6.2	
10 %	16.2	16.1	0.3	6.1	6
50 %	16.2	16.1	0.3	6.1	5
90 %	16.2	16.2	0.3	6.2	2
130 %	16.2	16.2	0.3	6.2	2
150 %	16.2	16.1	0.3	6.2	5
190 %	16.2	16.1	0.3	6.1	8
10 % y 190 %	16.2	16.1	0.3	6.2	8
190 % y 10 %	16.2	16.1	0.3	6.1	9

A.2 Tamaño y forma de la malla en la inferencia elástica con FEMU, material cuasi-isotrópico

Tabla A.2. Comparación entre las propiedades elásticas usadas en el modelo FEMU y las inferidas por el algoritmo FEMU con malla de elementos triangulares a diferentes tamaños

	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Referencia	16.2	16.2	0.3	6.2
Malla 0.8	16.2	15.3	0.30	5.86
Dif. Rel.	-0.02 %	-5.52 %	-0.33 %	-5.46 %
Malla 0.5	16.2	16.33	0.3	6.09
Dif. Rel.	0.01 %	0.82 %	-0.00 %	-1.77 %
Malla 0.3	16.22	17.26	0.31	6.52
Dif. Rel.	0.12 %	6.55 %	0.00 %	5.24 %

Tabla A.3. Comparación entre las propiedades elásticas usadas en el modelo FEME y las inferidas por el algoritmo FEMU con malla de elementos cuadriláteros a distintos tamaños

	E_{xx} (GPa)	E_{yy} (GPa)	ν_{xy}	G_{xy} (GPa)
Referencia	16.2	16.2	0.3	6.2
Malla 0.8	16.17	15.53	0.3	6.02
Dif. Rel.	-0.15 %	-4.12 %	-0.33 %	-2.92 %
Malla 0.5	16.21	15.96	0.3	6.16
Dif. Rel.	0.01 %	-1.44 %	0.00 %	-0.51 %
Malla 0.3	16.21	16.84	0.3	6.42
Dif. Rel.	0.06 %	3.94 %	-0.0 %	3.68 %
Malla 0.1	16.21	18.26	0.3	6.73
Dif. Rel.	0.05 %	12.72 %	-0.33 %	8.62 %

A.3 Efecto de la apertura en el error de *bias*

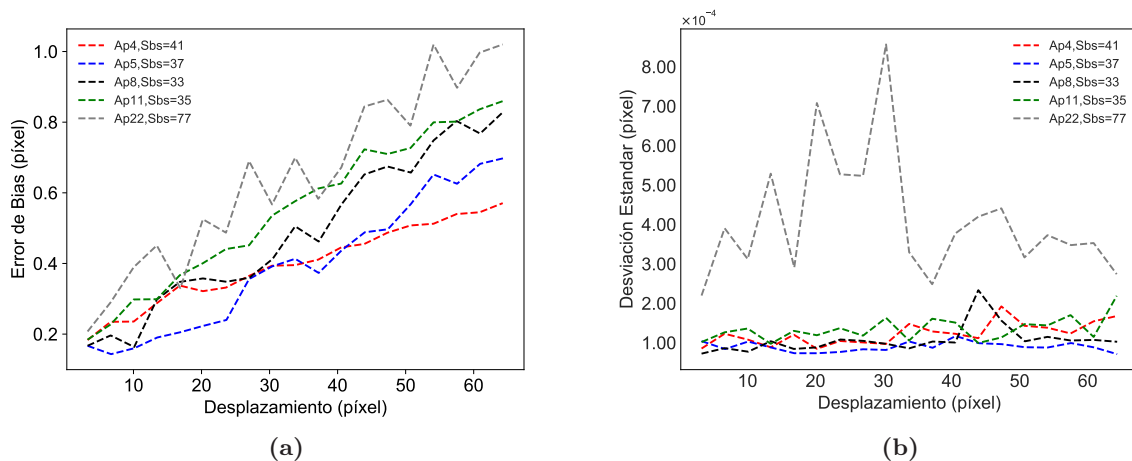


Figura A.2. Error de *bias* (a) y su desviación estándar (b), patrón de puntos Script 3-33 en papel de transferencia al agua, para distintas aperturas

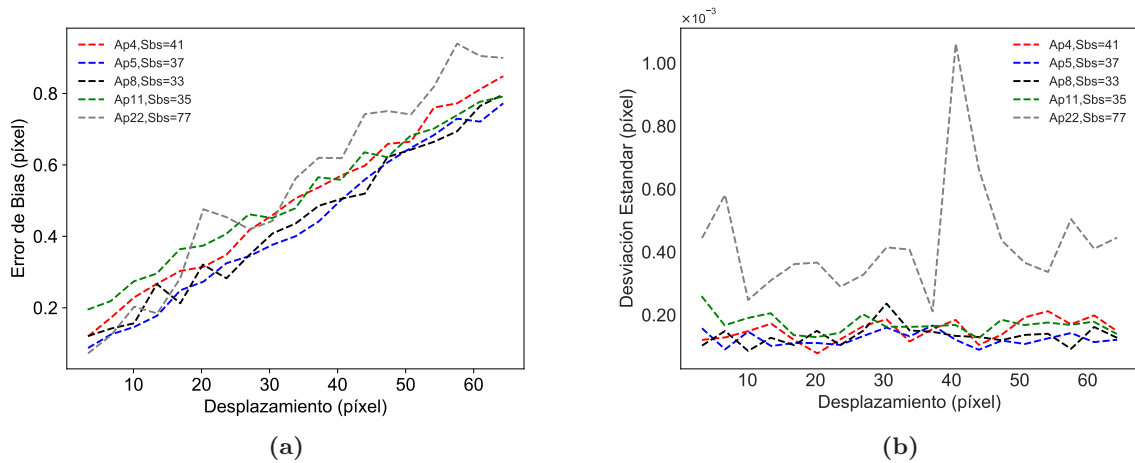


Figura A.3. Error de *bias* (a) y su desviación estándar (b), patrón de puntos Script4-40 en papel de transferencia al agua, para distintas aperturas

A.4 Campos de deformación ε_{yy} y γ_{yy} , con plantillas de calibración 3, 1.78, 1.34 y 0.89 mm

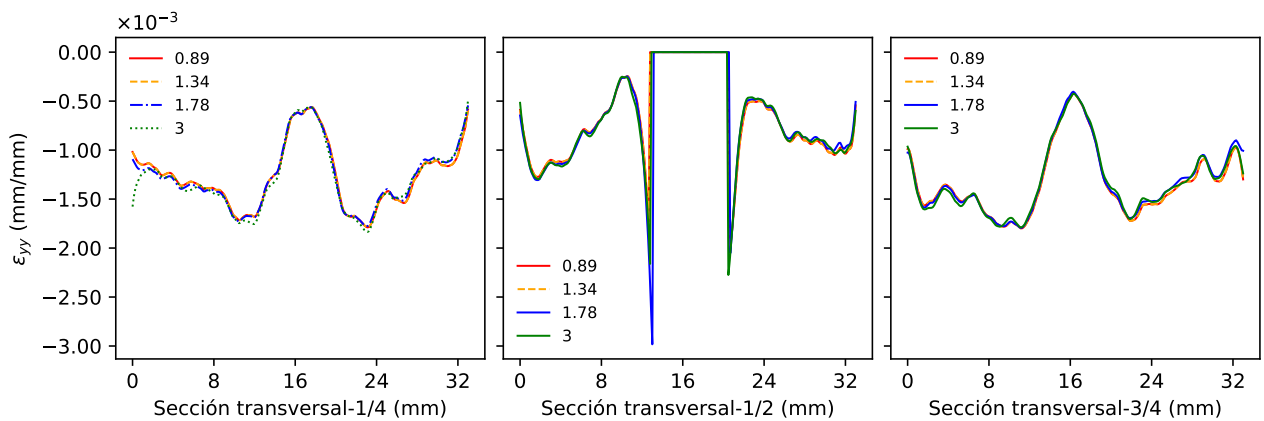


Figura A.4. Campos de deformación ε_{yy} , con plantillas de calibración 3, 1.78, 1.34 y 0.89 mm

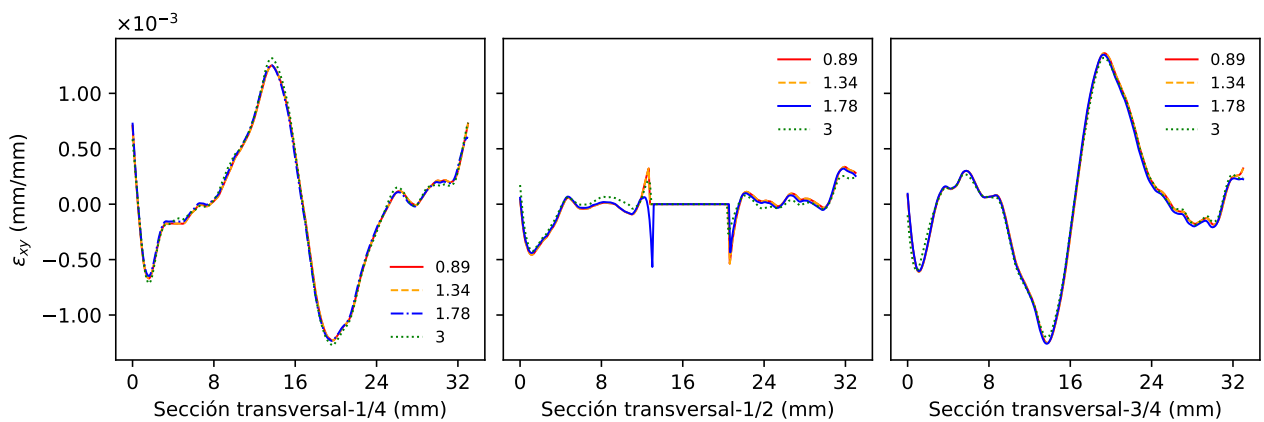


Figura A.5. Campos de deformación ε_{xy} , con plantillas de calibración 3, 1.78, 1.34 y 0.89 mm

A.5 Curvas experimentales carga-desplazamiento del ensayo a tensión, especímenes Mr-M45-1, Mr-Q-1, P21-An-M y Ac-Q-1

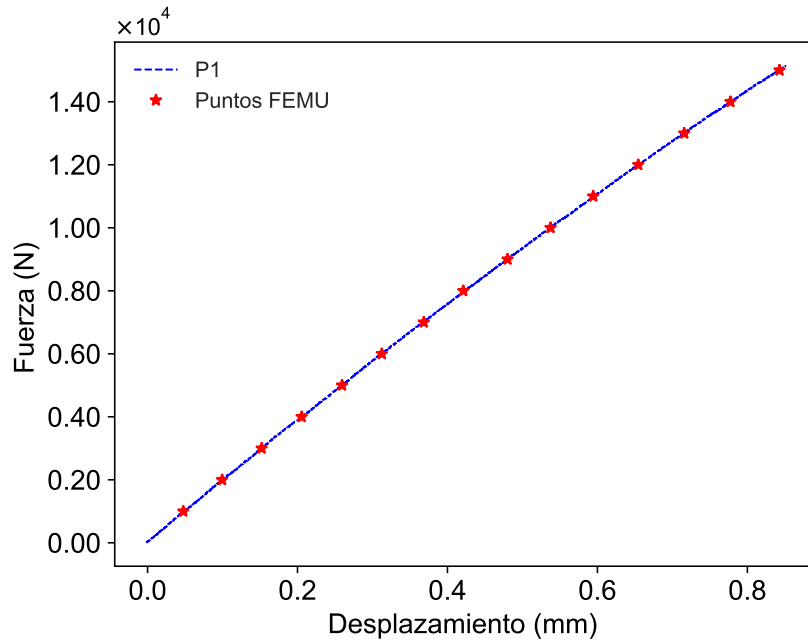


Figura A.6. Curva experimental carga-desplazamiento del ensayo a tensión, espécimen Mr-M45-1.

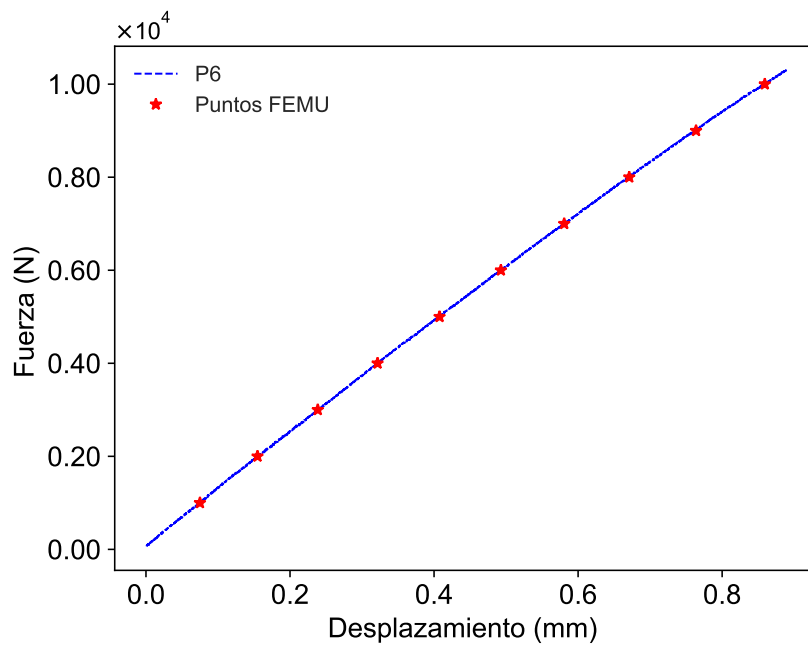


Figura A.7. Curva experimental carga-desplazamiento del ensayo a tensión, espécimen Mr-Q-1.

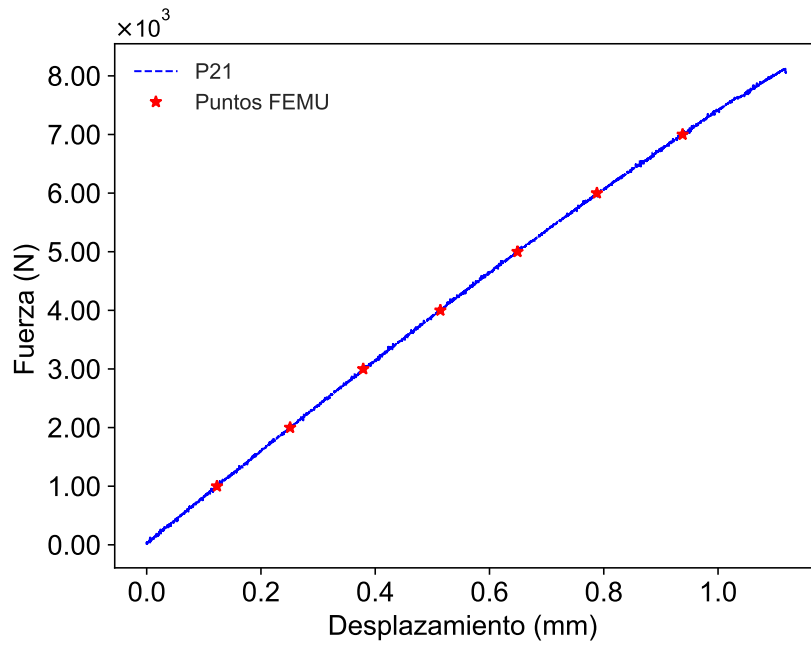


Figura A.8. Curva experimental carga-desplazamiento del ensayo a tensión, espécimen An-M30-1.

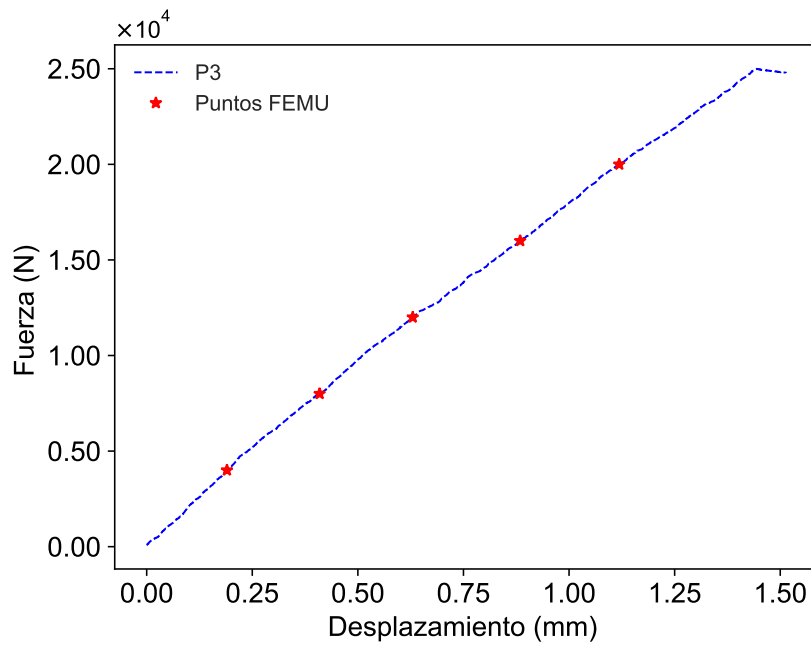


Figura A.9. Curva experimental carga-desplazamiento del ensayo a tensión, espécimen Ac-Q-1.

A.6 Variación de las propiedades elásticas inferidas en función del nivel de carga aplicado

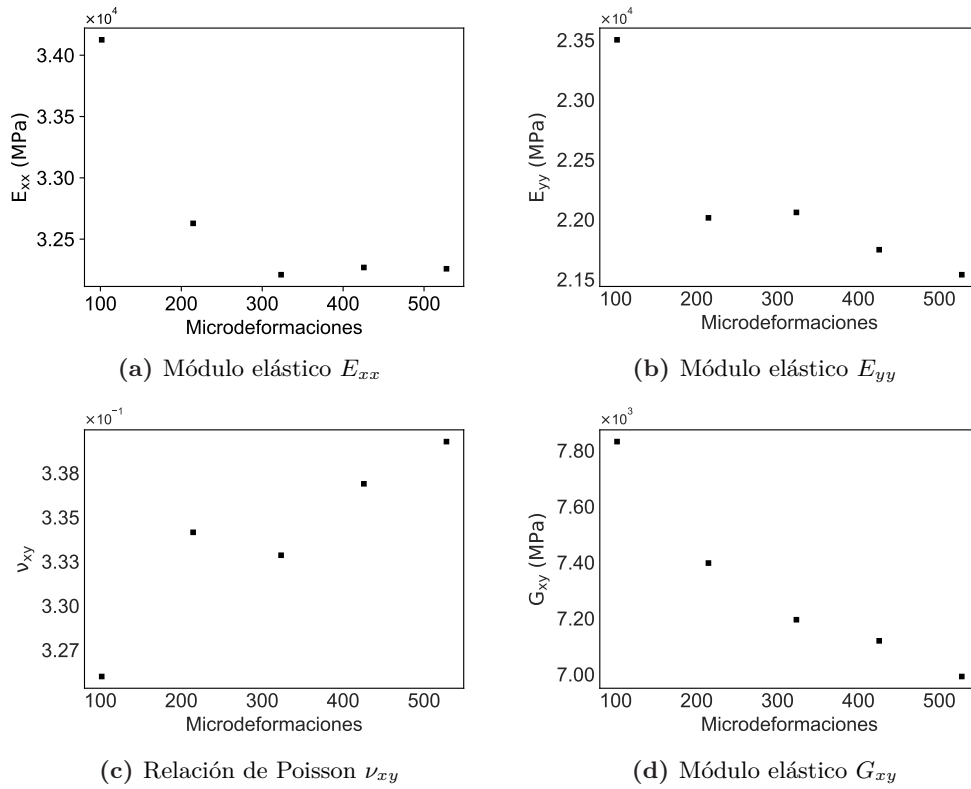


Figura A.10. Variación de las propiedades elásticas inferidas para el cupón Mr-M45-1 (multidireccional) en función del nivel de carga aplicado.

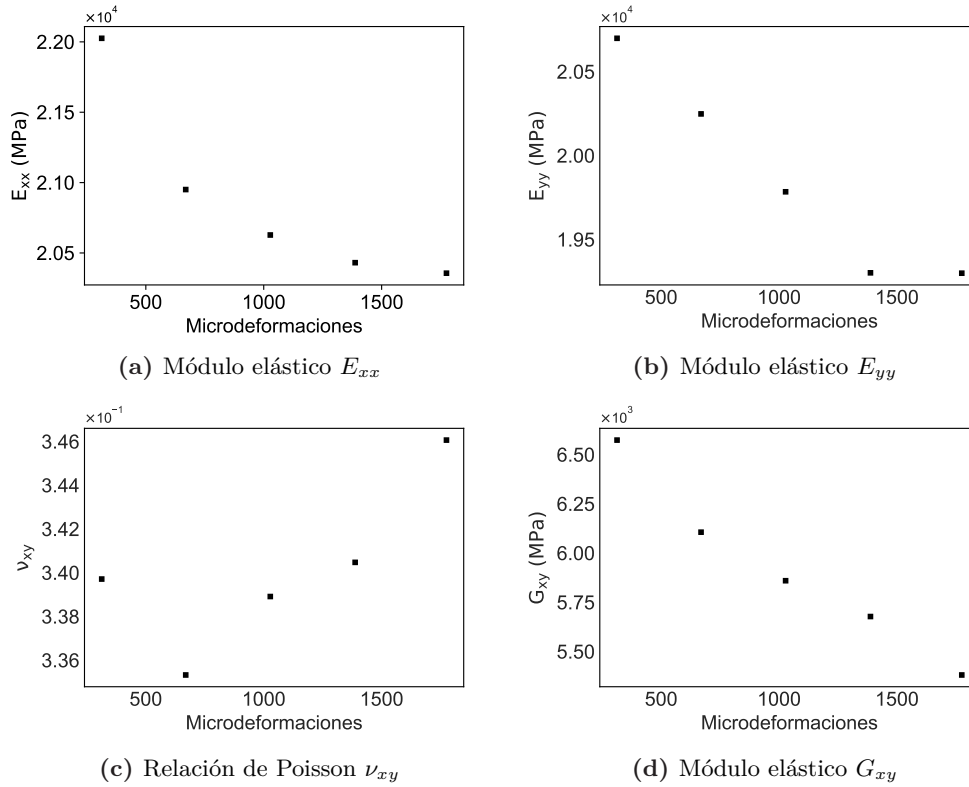


Figura A.11. Variación de las propiedades elásticas inferidas para el cupón Mr-Q-1 (cuasi-isotrópica) en función del nivel de carga aplicado.

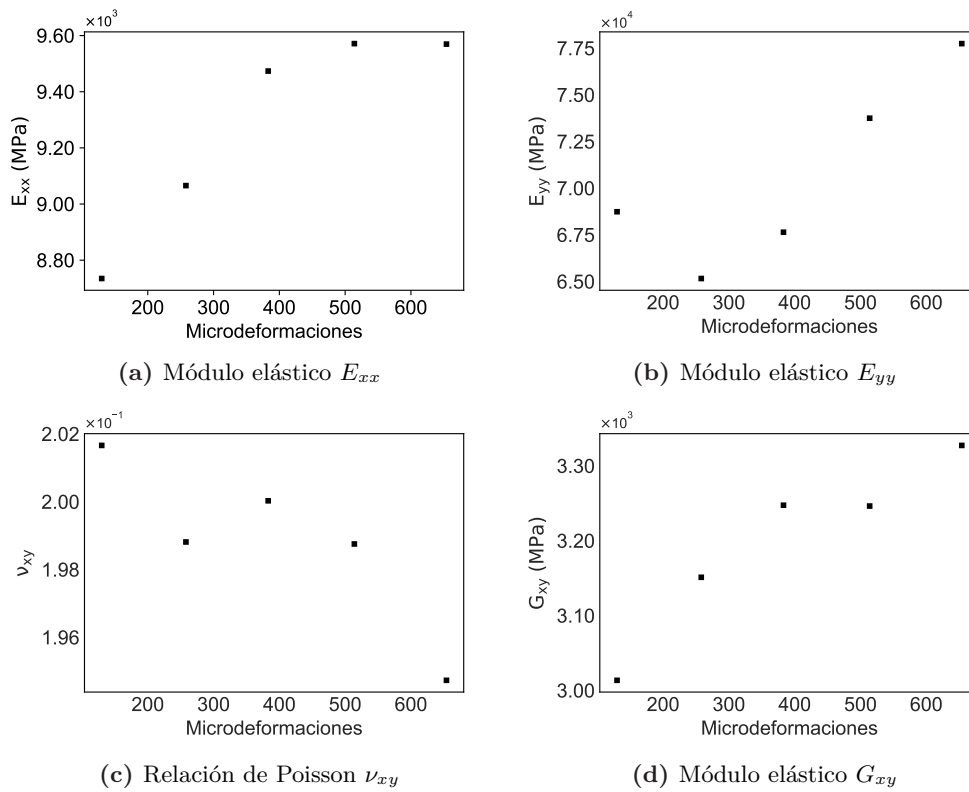


Figura A.12. Variación de las propiedades elásticas inferidas para el cupón An-M60-1 (unidireccional) en función del nivel de carga aplicado.

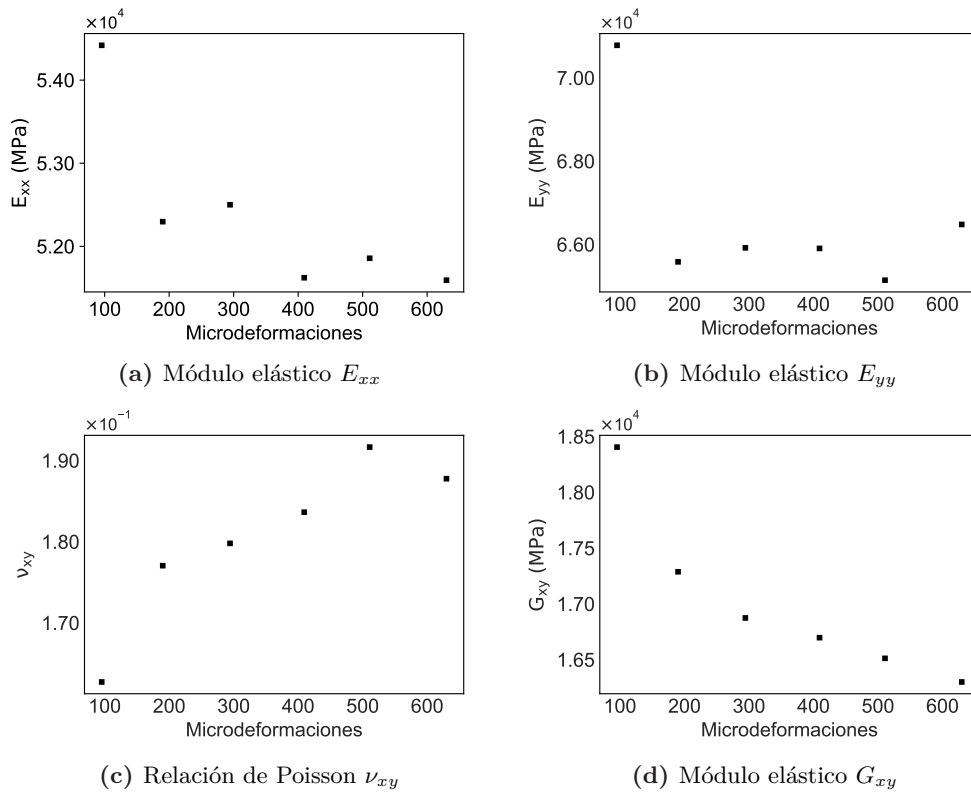


Figura A.13. Variación de las propiedades elásticas inferidas para el cupón Ac-Q-1 (cuasi-isotrópica) en función del nivel de carga aplicado.

A.7 Análisis VSG

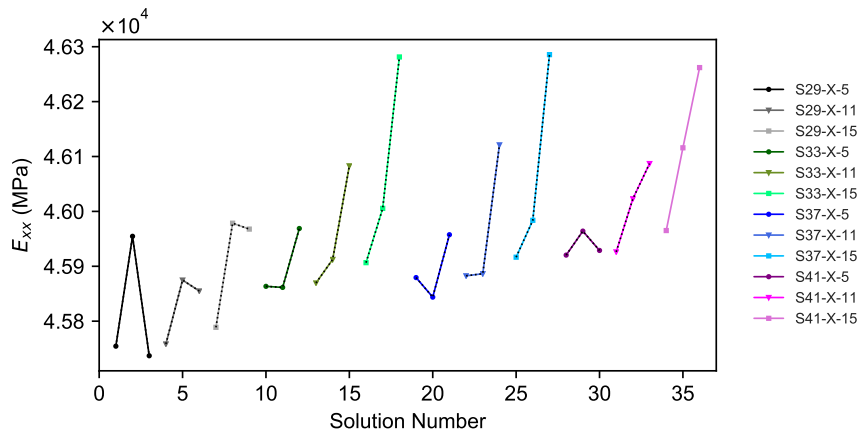


Figura A.14. Análisis VSG para el módulo de Young E_{yy} en la probeta An-U-2 con patrón de puntos en aerógrafo

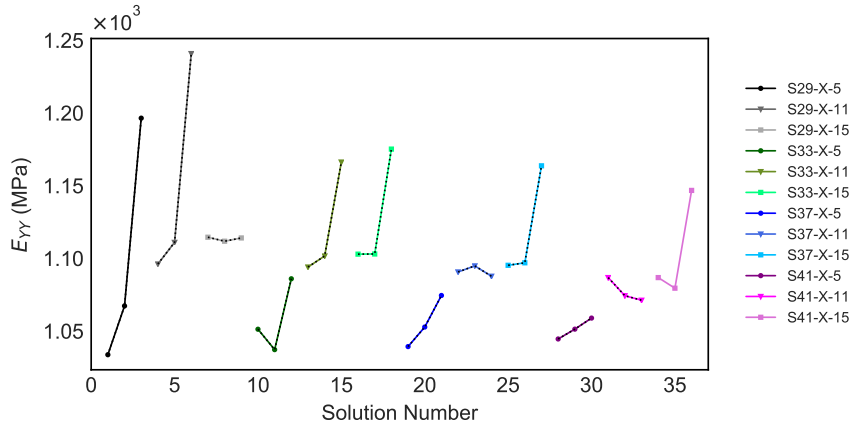


Figura A.15. Análisis VSG para el módulo de Young E_{yy} , en la probeta An-U-2 en patrón de puntos con aerógrafo

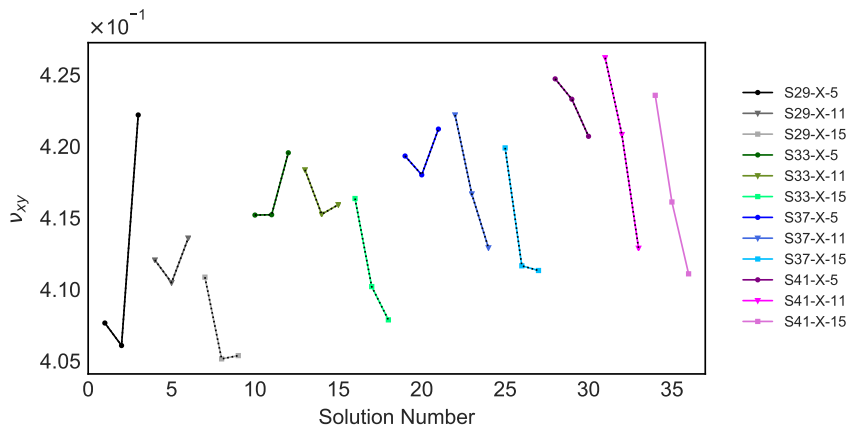


Figura A.16. Análisis VSG para la relación de Poisson ν_{xy} en la probeta An-U-2 con patrón de puntos en aerógrafo

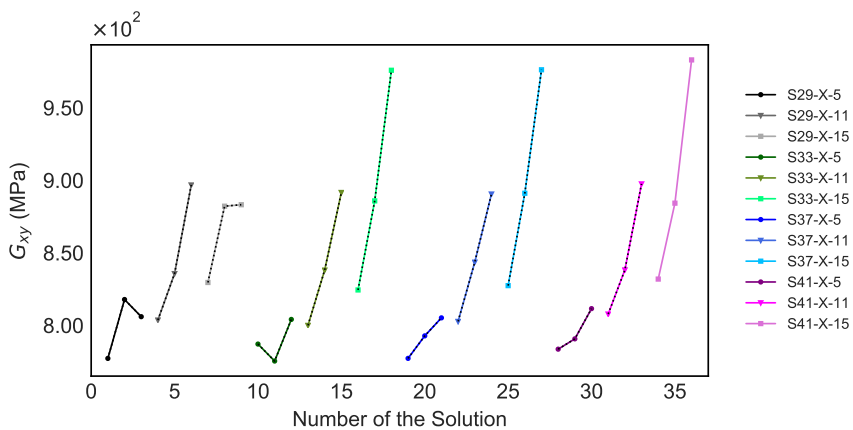


Figura A.17. Análisis VSG para el módulo de rigidez G_{xy} en la probeta An-U-2 con patrón de puntos en aerógrafo

A.8 Propiedades elásticas en el plano a diferentes valores de Filtro con *step* igual a 1/4

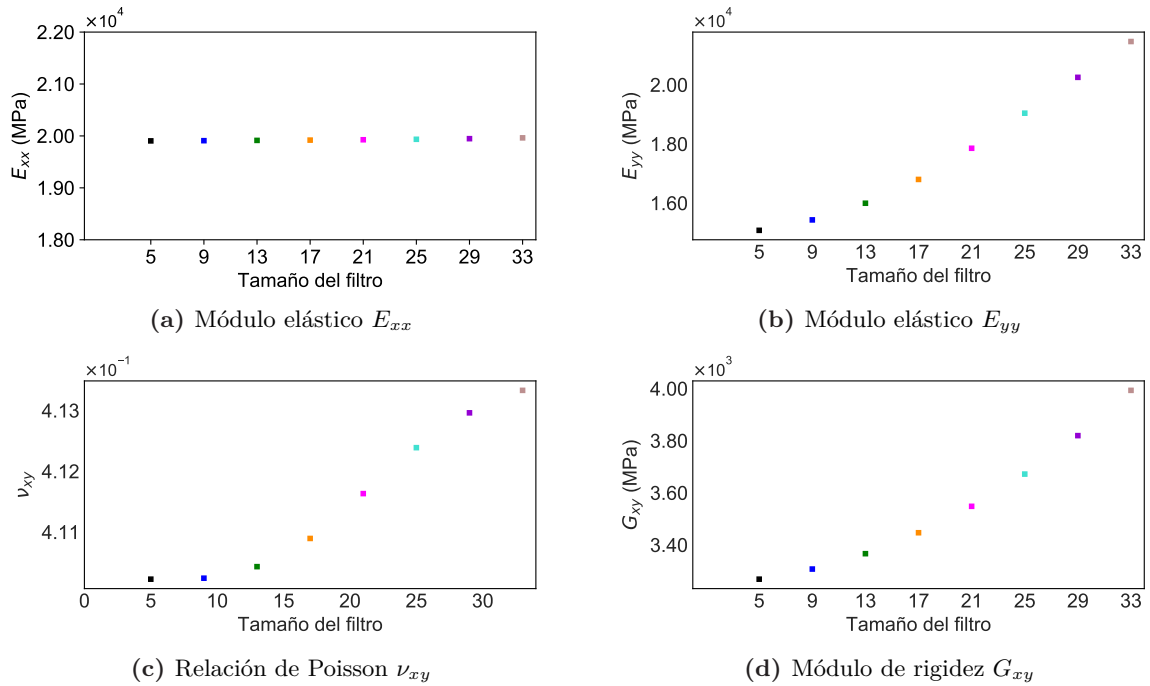


Figura A.18. Propiedades elásticas en el plano, cupón P19-An-M a diferentes valores de filtro; valor del *step* igual a 1/4

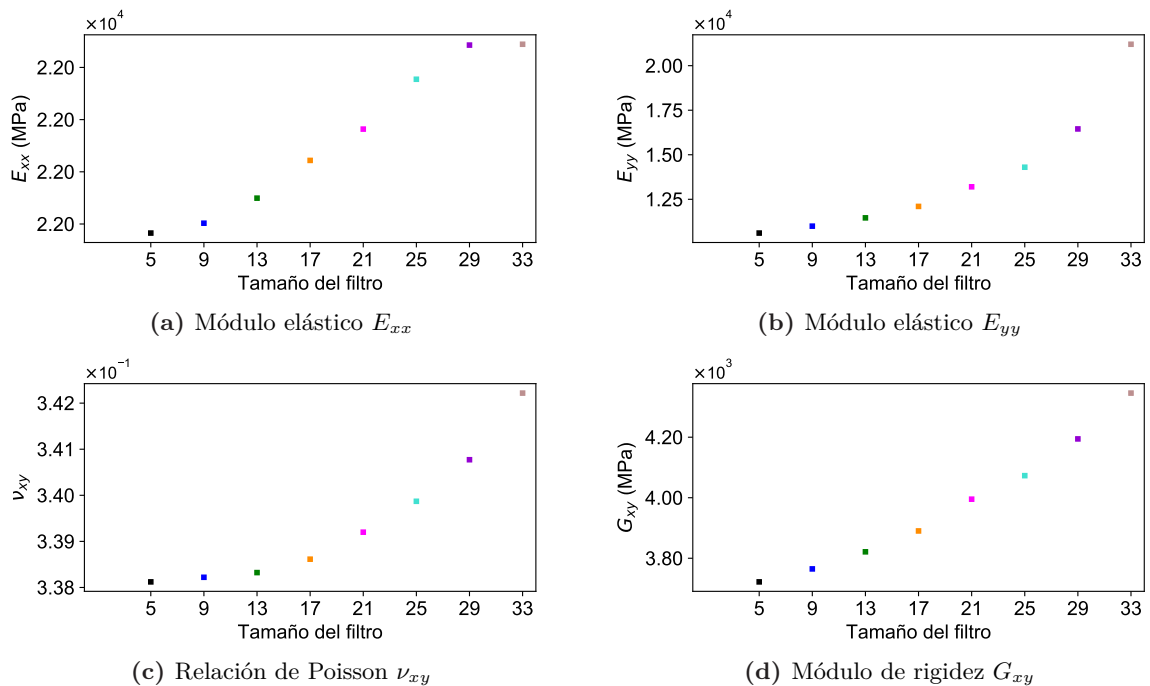


Figura A.19. Propiedades elásticas en el plano, cupón P6-An-Q a diferentes valores de filtro; valor del *step* igual a 1/4