

Treball final de Grau

Estudi: Grau en Enginyeria Mecànica

Títol: Estudi del despreniment prematur entre fissures del reforç FRP en bigues de formigó armat.

Document 1: Memòria i annexos

Alumne: Martí Ribas i Oliveras

Tutores: Cristina Barris Peña i Alba Codina le Boudal

Departament: EMCI

Àrea: MMCTE

Convocatòria (mes/any): Setembre de 2021

Índex

1.	Introducció.....	1
1.1	Antecedents.....	1
1.2	Objecte del projecte.....	2
1.3	Especificacions i abast	3
1.3.1	Especificacions.....	3
1.3.2	Abast	4
2.	Reforç d'estructures de formigó armat amb materials compostos (FRP)	4
2.1	Introducció al formigó armat	4
2.2	Materials compostos de matriu polimèrica (FRP).....	5
2.3	Reforç d'elements de formigó amb FRP	7
2.4	Càlcul del moment últim d'una biga de formigó armat reforçada amb FRP	10
3.	Mètodes per preveure el despeniment prematur entre fissures (Intermediate Crack Debonding) dels FRP en elements de formigó treballant a flexió	16
3.1	Introducció.....	16
3.1.1	Llei d'adherència de la unió FRP-formigó	16
3.1.2	Longitud efectiva d'unió del FRP amb el formigó.....	18
3.1.3	Capacitat d'adherència del FRP	19
3.2	Mètode <i>fib</i> Bulletin 90 simplificat.....	20
3.3	Mètode Zilch (DAfStb 2012).....	20
3.4	Mètode <i>fib</i> Bulletin 90 acurat	21

3.4.1	Acurat detallat.....	23
3.4.2	Acurat simplificat	25
4.	Estudis paramètrics dels models de predicció de l'IC debonding.....	26
4.1	Procés d'adquisició de dades	27
4.2	Biga model	29
4.3	Estudi paramètric dels models de predicció de l'IC debonding	31
4.3.1	Efecte de la geometria de l'FRP	31
4.3.2	Efecte de la resistència característica del formigó (f_{ck})	32
4.3.3	Efecte dels paràmetres de la llei d'adherència.....	34
4.4	Estudi paramètric de l'efecte de la pre-càrrega en els models d'IC debonding	38
4.4.1	Model de la biga de formigó amb pre-càrrega.....	38
4.4.2	Aplicació de la pre-càrrega a la biga.....	40
4.4.3	Efecte de la geometria de l'àrea FRP amb pre-càrrega	42
4.4.4	Efecte de la resistència característica del formigó (f_{ck}) amb pre-càrrega	44
4.4.5	Efecte paràmetres de la llei d'adherència amb pre-càrrega	45
4.4.6	Efecte del diàmetre de les barres amb pre-càrrega	47
4.5	Estudi paramètric de l'efecte de la pre-càrrega i la quantia en els models d'IC debonding.....	48
4.5.1	Efecte del pre-càrrega en el moment últim en funció de la quantia de la biga.	49
4.5.2	Efecte de la pre-càrrega en el moment IC debonding funció de la quantia de la biga.	50
4.5.3	Comparació dels mètodes IC debonding.	54
5.	Conclusions.....	57

6.	Relació de Documents	58
7.	Bibliografia	59
	ANNEX A: Taules	61
	A.1 Introducció.....	62
	A.2 Taules de l' estudi paramètric dels models de predicció de l'IC debonding.....	62
	A.2.1 Efecte de la geometria de l'FRP	62
	A.2.2 Efecte de la resistència característica del formigó (fck)	63
	A.2.3 Efecte del lliscament màxim (S_0).....	63
	A.2.4 Efecte de la tensió màxima de tall (τ_{b1}).....	64
	A.2.5 Efecte de l'energia de fractura (Gf).....	64
	A.3 Taules de l'estudi paramètric de l'efecte de la pre-càrrega en els models d'IC debonding	65
	A.3.1 Aplicació de la pre-càrrega a la biga	65
	A.3.2 Efecte de la geometria de l'àrea FRP amb pre-càrrega.....	65
	A.3.3 Efecte de la resistència característica del formigó (fck) amb pre-càrrega	66
	A.3.4 Efecte paràmetres de la llei d'adherència amb pre-càrrega.....	67
	A.3.5 Efecte del diàmetre de les barres amb pre-càrrega.....	68
	A.4 Taules de l'estudi paramètric de l'efecte de la pre-càrrega i la quantia en els models d'IC debonding	69
	A.4.1 Efecte del pre-càrrega en el moment últim en funció de la quantia de la biga	69
	A.4.2 Efecte de la pre-càrrega en el moment IC debonding funció de la quantia de la biga.	71
	A.4.3 Comparació dels mètodes IC debonding.....	73

ANNEX B: Arxiu Matlab	75
B1. Introducció.....	76
B2. Arxiu Matlab	76
B2.1 Introducció de dades	76
B.2.2 Càlculs previs als mètodes.....	79
B.2.3 Mètodes del despreniment prematur de l'FRP.....	88

MEMÒRIA

1. Introducció

Aquest treball consisteix en la realització d'un estudi analític i paramètric del despreniment del material compost, en anglès *Fibre Reinforced Polymer* (FRP), de bigues de formigó armades amb acer reforçades amb aquests materials.

En la construcció, l'ús dels materials compostos FRP, és un dels mètodes més utilitzats per millorar la capacitat resistent d'elements de formigó armat ja existents. Així es pot aplicar una càrrega final superior a l'obtinguda en comparació amb elements no reforçats.

Existeixen dues formes de reforçar una biga amb FRP, la tècnica NSM (*Near Surface Mounted*), que consisteix en afegir el material FRP dins el recobriment de l'element, i la tècnica EBR (*Externally Bonded Reinforcement*), en la qual la làmina d'FRP s'enganxa a la superfície de l'element. Cada cas té els seus avantatges i inconvenients, però la tècnica EBR, té l'inconvenient de que en algunes ocasions el material es desprèn de la biga abans no ha pogut assolir la seva tensió màxima, provocant així una infrautilització dels materials.

Aquest despreniment del material compost de reforç es pot classificar en dos tipus segons la zona de la biga en la que es produeixin. En el cas de l'ED (*End Debonding*), aquest s'inicia en un extrem del reforç, mentre que en el cas de l'ICD (*Intermediate Crack Debonding*), el despreniment comença en un punt entremig del reforç.

Aquest treball pretén estudiar, des d'una vessant teòrica, quins són els factors que influeixen més en el despreniment prematur del material de reforç en el cas del *Intermediate Crack Debonding*.

1.1 Antecedents

Actualment existeixen diferents mètodes per calcular en quin moment es produirà el despreniment prematur de l'FRP. Els mètodes es troben recollits dins el butlletí 90 de la Federació Internacional de Formigó (*fib*). Tot i així, l'aplicació d'FRP en estructures de formigó és relativament recent, i és per aquest motiu que actualment es troben pocs estudis sobre el despreniment del material compost de reforç.

A més són uns mètodes teòrics, on existeix una gran dificultat a l'hora de poder demostrar quin són els factors que afecten experimentalment a el despreniment. A priori, entre ells, tampoc es pot saber si els mateixos factors afecten igual a cada mètode.

Tots els mètodes estan basats en estudis experimentals diferents i com a conseqüència les hipòtesis considerades en aquets estudis també són diferents. Això fa que no existeixi un consens per decidir quin mètode és millor. També provoca que existeixin mètodes més senzills que no pas d'altres en que s'aprofundeix molt més, donant lloc a metodologies més complexes.

No s'han trobat estudis que evaluin l'efecte d'una deformació inicial de l'estructura en la capacitat última. Per tant no es sap quin és l'efecte de la pre-càrrega en el despreniment prematur.

1.2 Objecte del projecte

L'objectiu del treball és, en primer lloc, estudiar les diferents propostes presentades al *Bulletí 90 de la fib*, per tal d'identificar-ne els paràmetres més sensibles al despreniment prematur del FRP per IC debonding. D'aquesta manera, es pretén contribuir al coneixement d'aquest mode de falla i identificar quins són els paràmetres més importants a tenir en compte en el disseny del reforç per tal d'evitar-lo.

Amb els paràmetres identificats es realitzarà un estudi teòric de la influència i efecte de cadascun d'aquests en la càrrega última teòrica de despreniment.

Finalment, es pretén fer un estudi similar per el cas de bigues que estan pre-carregades, i per tant, pre-deformades, en el moment d'aplicar el reforç FRP, ja que sovint és el cas més comú per aquest tipus d'estructures.

1.3 Especificacions i abast

1.3.1 Especificacions

Aquest apartat exposa les especificacions del treball. Es defineixen dos tipologies de tasques: les tasques que són un requeriment del treball i les que són tasques desitjades però no necessàries per al desenvolupament del treball. A continuació es presenta la Taula 1 on es troba detallada cada tasca i la seva tipologia.

Tasca	Requeriment o Desig	Descripció
Estudi dels mètodes del material FRP i el seu despreniment	Requeriment	Entendre com funcionen els reforços amb FRP, els seus tipus de despreniments i entendre la formulació dels mètodes de predicció del IC debonding.
Estudi de la rutina de càlcul del despreniment	Requeriment	Entendre el funcionament de la rutina de càlcul en format Matlab prèviament desenvolupada i saber utilitzar el programa per adquirir les dades correctament a través d'una rutina.
Estudi paramètric de bigues reforçades amb FRP	Requeriment	Escollir una biga de model i variar els paràmetres més rellevants dels diferents mètodes, per comparar els resultats i treure'n conclusions.
Estudi paramètric de bigues reforçades amb FRP i pre-carregades	Requeriment	Fer un estudi similar a l'anterior, però amb una biga pre-carregada. Comparar els resultats i treure'n conclusions.
Estudi paramètric de bigues reforçades amb FRP, pre-carregades i amb models de bigues diferents.	Desig	Fer un estudi de com afecta la pre-càrrega a diferents models de bigues per veure com afecta a els diferents estils de bigues. Comparar els resultats i treure'n conclusions

Taula 1 Definició d'especificacions

1.3.2 Abast

El treball inclourà un estudi dels diferents graus d'aproximació proposats pel *Bulletí 90 del fib* relacionats amb el mode de falla entre fissures (ICD). Es realitzarà un estudi paramètric per avaluar la contribució dels diferents paràmetres en la formulació. També es realitzarà un estudi per identificar els paràmetres més rellevants del disseny d'aquest reforç. Finalment s'afegirà el factor de pre-càrrega per comprovar també com es comporten els mateixos paràmetres.

2. Reforç d'estructures de formigó armat amb materials compostos (FRP)

L'objectiu d'aquest capítol és descriure breument les propietats de les estructures de formigó armat i com es poden reforçar amb material compost, amb els problemes que poden comportar. També es descriurà com són els materials compostos de reforç i els diferents tipus que poden existir. Finalment s'explica el càlcul de moment últim d'una biga de formigó armat reforçada amb FRP.

2.1 Introducció al formigó armat

El formigó armat és un dels materials més utilitzats en el món de la construcció estructural. Està compost per una matriu de formigó on el seu interior s'hi troben les barres d'acer disposades de forma estratègica, per tal d'absorbir els esforços a tracció, que el formigó per si sol no podria resistir. Per contra el formigó que recobreix les barres d'acer, protegeix a aquestes d'ambients corrosius que podrien fer perdre les qualitats de l'acer.

Els principals avantatges per els quals s'utilitza tant el formigó armat són les següents:

- És un material perfecte per construccions monolítiques, té un gran hiperestaticisme gràcies a l'absència d'unions.
- El formigó és un mal conductor de la calor i el seu coeficient de dilatació tèrmica és semblant al de l'acer, això fa que sigui força resistent al foc.
- És resistent als efectes climàtics i al desgast mecànic.

-Els elements de l'estructura no tenen perquè fabricar-se al lloc de muntatge, és a dir, es poden prefabricar.

-Els materials tenen un cost econòmic i les despeses en manteniment són baixes.

A l'hora de dissenyar una estructura amb formigó armat s'ha d'establir les dimensions dels elements, la varietat de formigó, els additius i el tipus d'acer. Aquets factors influeixen molt en la construcció dels elements i acabaran definint els esforços i les condicions ambientals que suportaran.

Al nostre país, existeix una normativa que estableix el llistat de requisits que ha de complir tota estructura de formigó armat. Aquesta normativa és la *Instrucción de hormigón estructural (EHE-08)*, que cal complir per assegurar uns nivells de seguretat adequats.

2.2 Materials compostos de matriu polimèrica (FRP)

Un material compost és la combinació de dos o més materials que en unir-se milloren les seves propietats en comparació a les que tenien per sí sols. Els materials compostos de matriu polimèrica reforçat amb fibra (FRP), en anglès, *Fibre Reinforced Polymers*, són materials compostos fabricats a partir d'una matriu de polímers que es reforça amb fibres d'un altre material. Les fibres proporcionen resistència i rigidesa per reforçar la matriu. La matriu polimèrica protegeix les fibres dels factors adversos i transfereix els esforços a les fibres. El polímer sol ser un plàstic epòxid, de vinilèster o de polièster. Les fibres poden ser de vidre, de carboni o aramida. No es tan comú, però per a les fibres també es pot fer servir basalt, paper i fusta.

Els materials FRP es poden classificar segons fibra en:

Fibra de vidre (GFRP)

Fibra de carboni (CFRP)

Fibra d'aramida (AFRP)

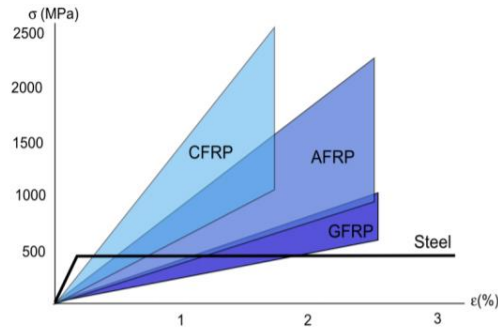


Figura 1 Gràfic resistència-deformació dels materials compostos en comparació l'acer.

En la Figura 1, es pot observar la relació tensió-deformació dels materials compostos FRP i de l'acer. A diferència de l'acer, els FRP presenten uns resultats més dispersos, ja que cada fabricant utilitza un tipus de fibra i matriu diferents, i els combina en unes proporcions úniques. En termes generals, es pot afirmar que els FRP presenten una resistència a tracció més elevada que la de l'acer i que tenen un comportament lineal fins a la ruptura del material.

Els avantatges principals dels materials FRP que han provocat que cada vegada més s'utilitzin com a millora en components o sistemes d'infraestructures són els següents:

- Són lleugers.
- Presenten una altra resistència i rigidesa.
- Es poden construir fàcilment i poden adaptar-se per satisfer requisits concrets.
- Tenen una certa resistència a la corrosió i a la fatiga.

Els problemes més greus dels reforços amb FRP són la manca de comportament plàstic i la seva baixa resistència a tallant. A més els materials FRP tenen un cost econòmic elevat, això provoca un encariment del material estructural.

Amb totes aquestes propietats, es pot concloure que els FRP són un bon material per substituir l'acer en elements de formigó que es troben en ambients on l'acer es corrodiona i erosiona o bé per reforçar i rehabilitar estructures de formigó armat, evitant així elevats costos de manteniment.

2.3 Reforç d'elements de formigó amb FRP

El reforços amb fibra FRP són utilitzats en alguns casos com a substituïts de l'acer i en altres casos coma reforç d'estructures de formigó ja existents. En aquest treball s'estudiarà el reforç extern d'estructures de formigó amb FRP.

Per l'aplicació d'aquest material actualment existeixen dues tècniques: el Near-Surface Mounted (NSM) i l'Externally bonded Reinforcement (EBR), tal i com s'observa a la Figura 2

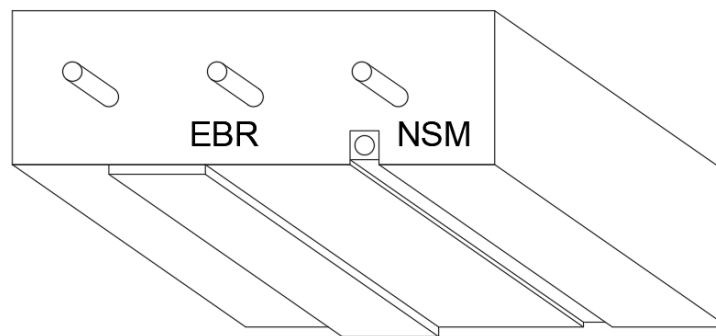


Figura 2 Tècniques d'aplicació del reforç FRP

-Reforç inserit al recobrint (**Near-Surface Mounted o NSM**):

Consisteix en la instal·lació de barres o làmines de material compost dins d'una ranura prèviament elaborada en el recobrint de la superfície de formigó que treballa a tracció. Normalment s'hi afegeix un adhesiu adequat com l'epòxid per millorar l'adherència entre formigó i FRP.

Aquet mètode proporciona un millor rendiment dels enllaços entre els components del reforç i el formigó gràcies a la major superfície de contacte respecte l'altre mètode (EBR). Al trobar-se a l'interior de la ranura queda protegit de factors que podrien perjudicar la capacitat de reforç, ja siguin cops o fenòmens ambientals.

El sistema NSM FRP poden col·lapsar a causa d'una fallada per adherència entre l'FRP, l'adhesiu i el formigó. L'adherència entre els elements depèn de diversos paràmetres com les propietats dels materials involucrats (formigó, adhesiu i FRP) i els detalls constructius relacionats amb la instal·lació.

L'acabat de l'FRP pot ser diferent en funció del subministrador, trobant-se actualment acabats totalment llisos, acabats amb un cert grau de rugositat proporcionat per una capa de sorra adherida a la superfície, o d'altres tipus d'acabats (helicoidals, corrugats, etc) en el cas de barres.

-Reforç adherit externament (**Externally Bonded Reinforcement o EBR**):

Consisteix en l'aplicació del material de reforç a la superfície externa de l'element estructural. En aquest cas el reforç s'adhereix en forma de laminat a la cara de l'estructura que pateix esforços a tracció. L'adhesiu acostuma a ser una resina epoxídica.

Aquest tipus de reforç presenta dos problemes: en primer lloc, pot rebre danys degut a impactes externs i efectes ambientals ja que es troba a la superfície de l'estructura; en segon lloc, i el problema que s'enfoca aquest treball, es el despreniment prematur del reforç (en anglès, debonding). El debonding es pot dividir en dos tipus segons en el lloc en el que es produeix el despreniment.

El primer és, en anglès, l'**End Debonding (ED)**, en aquest cas el despreniment s'inicia a l'extrem de la làmina d'FRP, és a dir a la zona d'ancoratge. Aquest tipus de despreniment es pot produir de dues maneres diferents, que es detallen a continuació.

L' **interfacial debonding** és provocat per una alta concentració de tensions i tensions tallants a prop de l'extrem de la làmina de reforç, això provoca el despreniment d'una fina capa de formigó que es propaga al llarg de la biga.

El **concrete cover separation** és provocat per una esquerda crítica a la vora de l'extrem final de la làmina de reforç i provoca el despreniment sencer de del recobriment de formigó. En aquest cas, les barres d'acer queden exposades després del despreniment.

Es pot veure els dos despreniments a la Figura 3 i la Figura 4 obtingudes del *fi* bulletin 90.



Figura 3 Esquema de l'interfacial debonding

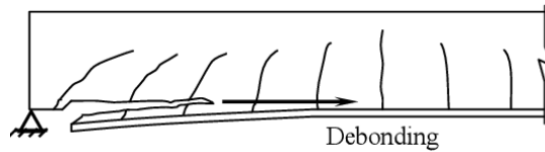


Figura 4 Esquema del concrete cover separation

El segon és, en anglès, l'**Intermediate crack Debonding (IC)**, que es produeix quan la làmina d'FRP no és capaç de transferir les tensions tallants d'unió entre dues esquerdes de la biga. Això provoca el despreniment d'una capa fina de formigó que es propaga fins al final del reforç.

Es pot observar un esquema de l'Intermediate crack debonding a la Figura 5 obtinguda del *fib* bulletin 90.

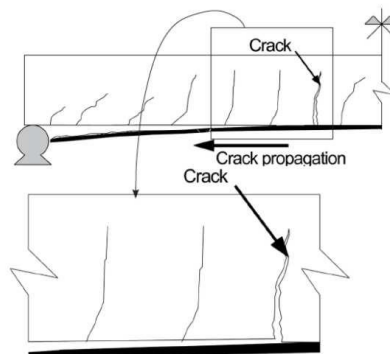


Figura 5 Esquema del Intermediate crack Debonding

2.4 Càlcul del moment últim d'una biga de formigó armat reforçada amb FRP

El moment últim d'una biga és el moment que provoca la ruptura d'aquesta, ja sigui a causa del formigó, l'acer o en el cas de les bigues de formigó armat l'FRP. El moment últim d'una biga és una dada imprescindible per predir la seva ruptura. En aquest apartat s'exposarà com calcular el moment últim d'una biga reforçada amb FRP suposant que no hi ha despreniment d'FRP i que s'esgota la capacitat última dels materials.

Observant el diagrama de deformacions de la secció de la biga on es troba el moment màxim se'n pot treure la igualtat [1]:

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_{s1}}{d_1 - x} = \frac{\varepsilon_f}{d_f - x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x - d_2} \quad [1]$$

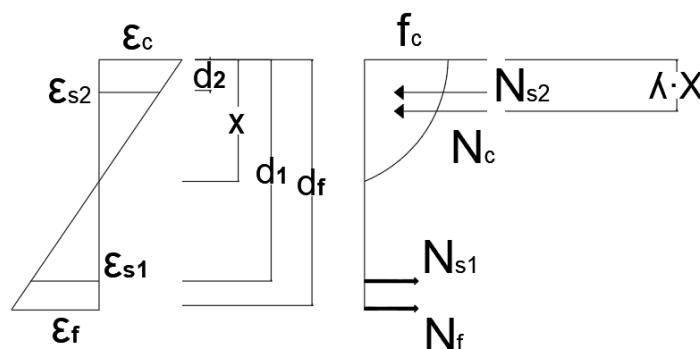


Figura 6 Diagrama de deformacions i forces

On:

ε_c = Deformació del formigó

ε_{s1} = Deformació de l'acer a tracció

ε_{s2} = Deformació de l'acer a compressió

ε_f = Deformació de l'FRP

$N_c = \text{Força del formigó}$

$N_{s1} = \text{Força de l'acer a tracció}$

$N_{s2} = \text{Força de l'acer a compressió}$

$N_f = \text{Força de l'FRP}$

$x = \text{Línia neutra}$

$d_1 = \text{Distància de l'acer a tracció a la cara superior}$

$d_2 = \text{Distància de l'acer a compressió a la cara superior}$

$d_f = \text{Distància de l'FRP a la cara superior}$

$\lambda \cdot X = \text{Distància de la força de compressió del formigó a la cara superior}$

$f_c = \text{Resistència a compressió del formigó}$

Gràcies a l'equació [1] podem tenir totes les deformacions en funció de la deformació ε_c :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{s1} = \left(\frac{d_1}{x} - 1 \right) \varepsilon_c \\ \varepsilon_{s2} = \left(1 - \frac{d_2}{x} \right) \varepsilon_c \\ \varepsilon_f = \left(\frac{d_f}{x} - 1 \right) \varepsilon_c \end{array} \right. \quad [2]$$

A l'hora de conèixer la x per poder fer el sumatori de moments i aconseguir trobar el moment últim s'han de plantejar 4 hipòtesis diferents. Aquestes hipòtesis dependran del règim en el que es troba l'acer, plàstic o elàstic. Sabent si està plastificat o no en funció de si les tensions superen el límit elàstic de l'acer (f_{yd}).

Hipòtesi 1:

Hipòtesi 2:

Hipòtesi 3:

Hipòtesi 4:

$$\begin{array}{ll} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 < f_{yd} \text{ (Elàstic)} \\ \sigma_2 < f_{yd} \text{ (Elàstic)} \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 < f_{yd} \text{ (Elàstic)} \\ \sigma_2 > f_{yd} \text{ (Plàstic)} \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 > f_{yd} \text{ (Plàstic)} \\ \sigma_2 < f_{yd} \text{ (Elàstic)} \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} \sigma_1 > f_{yd} \text{ (Plàstic)} \\ \sigma_2 > f_{yd} \text{ (Plàstic)} \end{array} \right. \end{array}$$

Per decidir quina hipòtesi és la correcta, s'ha de calcular la X per a cada hipòtesi fent els sumatori de forces. Abans però s'ha de saber que les forces es troben de la forma següent:

$$N_c = \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x \quad [3]$$

$$N_{s1} = A_{s1} \cdot E_s \cdot \varepsilon_{s1} \quad [4]$$

$$N_{s2} = A_{s2} \cdot E_s \cdot \varepsilon_{s2} \quad [5]$$

$$N_f = A_f \cdot E_f \cdot \varepsilon_f \quad [6]$$

On:

A_{s1} = Àrea de l'acer que treballa a tracció

A_{s2} = Àrea de l'acer que treballa a compressió

A_f = Àrea de l'FRP

E_s = Mòdul d'elasticitat de l'acer

E_f = Mòdul d'elasticitat de l'FRP

f_{cd} = Resistència de càlcul del formigó a compressió

α = Coeficient del diagrama paràbola-rectangle

b = Base de la biga

Hipòtesi 1:

$$\alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x + A_{S2} \cdot E_s \cdot \left(1 - \frac{d_2}{x}\right) \varepsilon_c - A_{S1} \cdot E_s \cdot \left(\frac{d_1}{x} - 1\right) \varepsilon_c - A_f \cdot E_f \cdot \left(\frac{d_f}{x} - 1\right) \varepsilon_c = 0 \quad [7]$$

Hipòtesi 2:

$$\alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x + A_{S2} \cdot f_{yd} - A_{S1} \cdot E_s \cdot \left(\frac{d_1}{x} - 1\right) \varepsilon_c - A_f \cdot E_f \cdot \left(\frac{d_f}{x} - 1\right) \varepsilon_c = 0 \quad [8]$$

Hipòtesi 3:

$$\alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x + A_{S2} \cdot E_s \cdot \left(1 - \frac{d_2}{x}\right) \varepsilon_c - A_{S1} \cdot f_{yd} - A_f \cdot E_f \cdot \left(\frac{d_f}{x} - 1\right) \varepsilon_c = 0 \quad [9]$$

Hipòtesi 4:

$$\alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x + A_{S2} \cdot f_{yd} - A_{S1} \cdot f_{yd} - A_f \cdot E_f \cdot \left(\frac{d_f}{x} - 1\right) \varepsilon_c = 0 \quad [10]$$

Un cop els sumatoris de moments estan plantejats s'aïlla x:

Hipòtesi 1:

$$x = \frac{-(A_{S2}E_s\varepsilon_{cm} + A_{S1}E_s\varepsilon_{cm} + A_fE_f\varepsilon_{cm}) + \sqrt{(A_{S2}E_s\varepsilon_{cm} + A_{S1}E_s\varepsilon_{cm} + A_fE_f\varepsilon_{cm})^2 + 4\alpha f_{cd}b(A_{S2}E_s\varepsilon_{cm}d_2 + A_{S1}E_s\varepsilon_{cm}d + A_fE_f\varepsilon_{cm}d_f)}}{2\alpha f_{cd}b} \quad [11]$$

Hipòtesi 2:

$$x = \frac{-(A_{s2}f_{yd} + A_{s1}E_s\varepsilon_{cm} + A_fE_f\varepsilon_{cm}) + \sqrt{(A_{s2}f_{yd} + A_{s1}E_s\varepsilon_{cm} + A_fE_f\varepsilon_{cm})^2 + 4\alpha f_{cd}b(A_{s1}E_s\varepsilon_{cm}d + A_fE_f\varepsilon_{cm}d_f)}}{2\alpha f_{cd}b} \quad [12]$$

Hipòtesi 3:

$$x = \frac{-(A_{s2}E_s\varepsilon_{cm} - A_{s1}f_{yd} + A_fE_f\varepsilon_{cm}) + \sqrt{(A_{s2}E_s\varepsilon_{cm} - A_{s1}f_{yd} + A_fE_f\varepsilon_{cm})^2 + 4\alpha f_{cd}b(A_{s2}E_s\varepsilon_{cm}d_2 + A_fE_f\varepsilon_{cm}d_f)}}{2\alpha f_{cd}b} \quad [13]$$

Hipòtesi 4:

$$x = \frac{-(A_{s2}f_{yd} - A_{s1}f_{yd} + A_fE_f\varepsilon_{cm}) + \sqrt{(A_{s2}f_{yd} - A_{s1}f_{yd} + A_fE_f\varepsilon_{cm})^2 + 4\alpha f_{cd}b(A_fE_f\varepsilon_{cm}d_f)}}{2\alpha f_{cd}b} \quad [14]$$

Un cop trobat x ja es pot escollir la hipòtesi correcta, calculant les tensions de l'acer per cada hipòtesi i es comparen amb el límit elàstic es pot decidir quina és la hipòtesi correcta. Només hi haurà una hipòtesi que compleixi les condicions plantejades anteriorment. També es pot trobar la tensió a l'acer traccionat (σ_1), comprimit (σ_2) i a l'FRP (σ_f).

$$\sigma_1 = E_s \left(\frac{d_1}{x} - 1 \right) \varepsilon_{cm} \quad [15]$$

$$\sigma_2 = E_s \left(1 - \frac{d_2}{x} \right) \varepsilon_{cm} \quad [16]$$

$$\sigma_f = E_f \left(\frac{d_f}{x} - 1 \right) \varepsilon_{cm} \quad [17]$$

Un cop s'ha decidit quina hipòtesi és la correcta, amb les tensions d'acer que pertocuen i la tensió del FRP es fa sumatori de moments al punt on es troba la força del formigó per trobar el moment últim (M_r):

$$M_r = (\sigma_1 A_1 (d - x\lambda)) + (\sigma_f A_f (d_f - \lambda x)) - (\sigma_2 A_2 (\lambda x - d_2)) \quad [18]$$

Cal recordar que per trobar els valors α i λ utilitzats s'ha de tenir en compte el valor de la deformació del formigó (ε_{cm}). També varia la tensió del formigó σ_c tot i que no s'ha utilitzat per aquest càlcul. Això és degut al canvi de zona dins el diagrama dels dominis de la deformació del formigó.

Per $0 < \varepsilon_{cm} < 0,002$:

$$\sigma_c = f_{cd} * \left(1 - \left(\frac{1 - \varepsilon_{cm}}{0.002}\right)^2\right) \quad [19]$$

$$\alpha = \frac{1000\varepsilon_{cm}}{12} (6 - 1000\varepsilon_{cm}) \quad [20]$$

$$\lambda = \frac{8 - 1000\varepsilon_{cm}}{4(6 - 1000\varepsilon_{cm})} \quad [21]$$

Per $0,002 < \varepsilon_{cm} < 0,0035$:

$$\sigma_c = f_{cd} \quad [22]$$

$$\alpha = \frac{3000\varepsilon_{cm} - 2}{3000\varepsilon_{cm}} \quad [23]$$

$$\lambda = \frac{1000\varepsilon_{cm}(3000\varepsilon_{cm} - 4) + 2}{2000\varepsilon_{cm}(3000\varepsilon_{cm} - 2)} \quad [24]$$

3. Mètodes per preveure el despreniment prematur entre fissures (Intermediate Crack Debonding) dels FRP en elements de formigó treballant a flexió

3.1 Introducció

En aquesta part del treball s'exposaran els diferents mètodes considerats per predir el despreniment prematur entre fissures (*Intermediate Crack Debonding*). Abans però s'exposaran un seguit de conceptes previs que cal conèixer per entendre millor aquests mètodes.

3.1.1 Llei d'adherència de la unió FRP-formigó

En les bigues de formigó armat reforçades externament amb FRP, la transferència de la tensió tallant entre el formigó i el material de reforç regula l'eficàcia del reforç. Quan la tensió tallant transferida per el reforç FRP supera la resistència a tallant de la unió, es produeix el despreniment del reforç FRP respecte el formigó.

L'enllaç entre el reforç FRP i el formigó depèn de la relació entre la tensió tallant a la interfície de la unió i el lliscament que es produeix entre els dos elements ($\tau_b - s$). Aquesta relació depèn de les característiques mecàniques dels materials i la geometria tant de l'element reforçat com del sistema de reforç.

Existeixen molts estudis experimentals sobre l'avaluació de la força de l'enllaç i de la relació tensió-lliscament ($\tau_b - s$). De tots ells, la relació més simple és la bilineal simplificada representada a la Figura 7, i recollida pel *fib* bulletin 90.

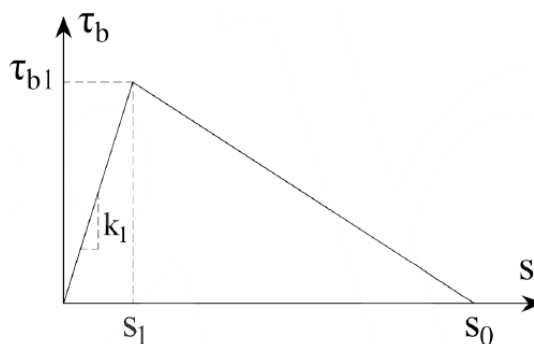


Figura 7 Relació bilineal simplificada entre ($\tau_b - s$) (*fib* bulletin 90)

L'energia de fractura de l'enllaç (G_f) es defineix com l'àrea sota la corba de la llei d'adherència-lliscament de la unió. En el cas d'una llei bilineal, aquesta ve donada per la fórmula següent:

$$G_f = \frac{S_0 \cdot \tau_{b1}}{2} \quad [25]$$

A la Taula 2 es troben els valors de referència representats a la Figura 7, proporcionats per el *fib* bulletin 90, obtinguts de dos estudis diferents. En el primer estudi es diferenciaven els reforços prefabricats amb els reforços curats in-situ, en canvi en el segon estudi no.

Tipus		G_f (MPa · mm)	τ_{b1} (MPa)	s_1 (mm)	s_0 (mm)
Prefabricat "Strips"	Valor mitjà	-	$0,53\sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}}$	0,0063	0,21
	Valor característic	-	$0,37\sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}}$	-	0,20
Curant in-situ "Sheets"	Valor mitjà	-	$0,72\sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}}$	0,0107	0,24
	Valor característic	-	$0,44\sqrt{f_{cm} \cdot f_{ctm}}$	-	0,23
Prefabricat i curat in-situ "Strips and sheets"	Valor mitjà	$0,25^2 \cdot k_b^2 \cdot f_{cm}^{2/3}$	$0,50 \cdot k_b^2 \cdot f_{cm}^{2/3}$	-	0,25
	Valor característic	$0,17^2 \cdot k_b^2 \cdot f_{cm}^{2/3}$	$0,23 \cdot k_b^2 \cdot f_{cm}^{2/3}$	-	0,25

Taula 2 Valors dels paràmetres de la llei d'adherència (fib bulletin 90)

On f_{cm} és la resistència característica a compressió mitjana del formigó, f_{ctm} és la resistència característica a tracció mitjana del formigó i k_b és una variable que depèn de la relació base de la biga i base de reforç FRP.

$$k_b = \sqrt{\frac{2 - \frac{b_f}{b}}{1 + \frac{b_f}{b}}} \quad [26]$$

3.1.2 Longitud efectiva d'unió del FRP amb el formigó

La verificació de seguretat pel mode de falla per IC debonding requereix, en general, l'avaluació de la tensió màxima a tracció que pot suportar el material de reforç. Per tant també les tensions màximes transferides al formigó.

La longitud efectiva es defineix com aquella que és capaç de transferir la major càrrega sense patir cap despreniment (Figura 8). En cas de tenir una longitud adherida superior a l'efectiva, la unió no és capaç de transmetre més càrrega.

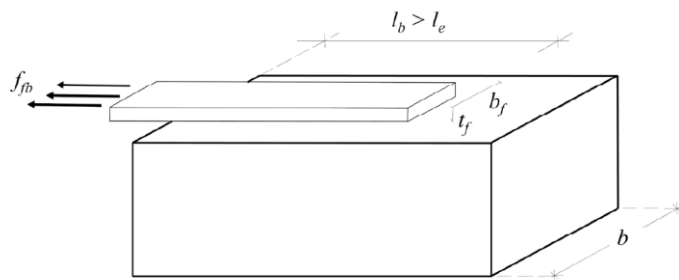


Figura 8 Enllaç entre el formigó i el material de reforç FRP (fib bulletin 90, 2019)

A partir de la llei d'adherència, tenint en compte el lliscament a la tensió màxima igual a 0 ($s_1 = 0$), la longitud efectiva d'unió s'obté com es mostra a l'equació [27], segons el fib bulletin 90.

$$l_e = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{E_f \cdot t_f \cdot s_0}{\tau_{b1}}} \quad [27]$$

3.1.3 Capacitat d'adherència del FRP

En els elements reforçats amb FRP, utilitzant el mètode EBR, a la zona d'adherència hi predominen les tensions tallants interfacials, per tant, les tensions normals es poden considerar insignificants. Basant-se en aquest supòsit, s'han fet diverses formulacions per preveure quan es produirà el despreniment del material de reforç FRP.

L'equació general per conèixer la tensió màxima abans del despreniment de la zona d'ancoratge (f_{fb}), és la següent:

$$f_{fb}(lb) = \beta_1(lb) \sqrt{\frac{2E_f \cdot G_f}{t_f}} \quad [28]$$

On β_1 és un factor que depèn de la longitud efectiva d'adherència.

$$\beta_1 = \begin{cases} \frac{s_r}{l_e} \left(2 - \frac{s_r}{l_e}\right) < 1 & \text{per } s_r \leq l_e \\ 1 & \text{per } s_r > l_e \end{cases} \quad [29]$$

On s_r és la distància entre les esquerdes de la biga.

L'equació general que depèn del valor G_f , es pot resoldre per dos mètodes diferents. El primer substituint G_f segons l'equació [25] vista anteriorment:

$$f_{fb}(lb) = \beta_1(lb) \sqrt{\frac{E_f \cdot s_0 \cdot \tau_{b1}}{t_f}} \quad [30]$$

El segon substituint G_f segons l'equació [31] vista a la Taula 2:

$$G_f = k_k^2 \cdot k_b^2 \cdot f_{cm}^{2/3} \quad [31]$$

$$f_{fb}(lb) = \frac{k_k}{\gamma_{fb}} k_b \cdot \beta_1(lb) \sqrt{\frac{E_f}{t_f} \cdot f_{cm}^{2/3}} \quad [32]$$

3.2 Mètode *fib* Bulletin 90 simplificat

Aquest mètode limita la tensió de tracció del material de reforç a la secció més desfavorable al valor $f_{fbd,IC}$. Per tant si la tensió a la secció més desfavorable supera aquest valor, ens indica que es produirà el despreniment.

Aquest valor ve indicat per l'equació [33].

$$f_{fbd,IC} = k_{cr,k} \cdot f_{fbd} = \frac{k_{cr,k} \cdot k_k \cdot k_b \cdot \sqrt{\frac{2E_f}{t_f} \cdot f_{cm}^{2/3}}}{\gamma_{fb}} \quad [33]$$

On $k_{cr,k}$ és un coeficient constant igual a 1,8 i γ_{fb} un coeficient de seguretat igual a 1,5.

3.3 Mètode Zilch (DAfStb 2012)

Aquest mètode, proposat per el comitè Alemany DAfStb, limita la deformació del material de reforç (per tant indirectament la tensió) en funció de la equació [34].

$$\varepsilon_{fd,max} = \max \left\{ \begin{array}{l} \frac{0.5}{1000} + \frac{0.1}{1000} \cdot \frac{l_0}{h} - \frac{0.04}{1000} \cdot \phi_s + \frac{0.06}{1000} \cdot f_{cm} \\ \frac{3.0}{1000} \cdot \frac{l_0}{9700} \cdot \left(2 - \frac{l_0}{9700}\right) \text{ per } l_0 \leq 9700 \text{ mm} \\ \frac{3.0}{1000} \text{ per } l_0 > 9700 \text{ mm} \end{array} \right. \quad [34]$$

On:

ϕ_s = Diàmetre de les barres d'acer a tracció

l_0 = Longitud de la biga

h = Alçada de la biga

Aquest mètode es basa en un estudi paramètric en que s'hi apliquen les certes condicions. El material de reforç es troba a menys de 50 mm del suport, les barres d'acer tenen relleu, el reforç intern d'acer no està retallat, la resistència a la tracció del formigó es correlaciona amb la força de compressió, l'element no està pretesat i el reforç es proporciona per moments positius.

S'ha de tenir en compte que aquest mètode utilitza valors de disseny i en general dona una deformació límit més baixa que els altres mètodes, ja que hi tenen a veure els coeficients de seguretat.

3.4 Mètode *fib* Bulletin 90 acurat

Aquest és el mètode que exigeix més detall, tracta en comprovar si la força a tracció del FRP es inferior a la resistència a tracció de cada element que es troba entre dos esquerdes de la biga. Així doncs si la força a tracció del FRP (ΔF_{fEd}) és superior a la resistència a tracció de l'element (ΔF_{fRd}), es produirà el despreniment del material de reforç. Perquè el despreniment no es produeixi s'ha de complir l'equació [35].

$$\Delta F_{fEd} \leq \Delta F_{fRd} \quad [35]$$

L'increment de la força a tracció de l'FRP a l'element entre esquerdes es pot calcular trobant la diferència de les forces de tracció del FRP a les dues esquerdes de cada banda de l'element.

$$\Delta F_{fEd} = F_{fEd}(x + s_r) - F_{fEd}(x) \quad [36]$$

On x és la distància on es troba la primera esquerda i s_r és l'espai entre esquerdes.

El valor aproximat d' s_r ve donat per la longitud de transferència del reforç d'acer ($l_{e,0}$).

$$s_r = 1.5 \cdot l_{e,0} \quad [37]$$

$$l_{e,0} = \frac{M_{cr}}{z_s \cdot F_{bsm}} \quad [38]$$

Per trobar la longitud de transferència del reforç de l'acer, s'ha de conèixer el moment de fissuració (M_{cr}), la distància (z_s) ($z_s = 0.85h$) i la força d'unió (F_{bsm}).

En les bigues de formigó reforçades el moment de fissuració es pot aproximar segons l'equació [39].

$$M_{cr} = K_{fl} * f_{ctm} * W_{c,0} \quad [39]$$

On K_{fl} i $W_{c,0}$ es poden trobar segons les equacions [40] i [41] respectivament.

$$K_{fl} = \left(\frac{1.6 - h}{1000} \right) \geq 1 \quad [40]$$

$$W_{c,0} = b * h^{2/6} \quad [41]$$

On h és l'alçada de la biga i $W_{c,0}$ és el mòdul de secció de la part del formigó sense esquerdes, que equivaldria al moment d'inèrcia dividit per la distància de la fibra de tracció màxima respecte l'eix neutre de la secció.

Per trobar la força d'unió s'utilitza l'equació [42]. Aquesta equació suposa que la tensió de la barra d'acer de reforç té una tensió uniforme des de l'esquerda fins al punt mig de l'element entre esquerdes.

$$F_{bsm} = \sum_{i=1}^n n_{s,i} * \pi * \phi_{s,i} * f_{bsm} \quad [42]$$

On $n_{s,i}$ és el nombre de barres amb diàmetre $\phi_{s,i}$. La tensió mitjana d'unió de l'acer f_{bsm} es pot saber amb l'equació [43], i el seu valor varia en funció de la superfície de les barres d'acer.

$$f_{bsm} = \begin{cases} 0.43 * K_{vb1} * f_{cm}^{\frac{2}{3}} & \text{per barres rugoses} \\ 0.28 * K_{vb2} * \sqrt{f_{cm}} & \text{per barres llises} \end{cases} \quad [43]$$

On K_{vb1} i K_{vb2} depenen de les condicions d'unió, per unes condicions bones $K_{vb1} = K_{vb2} = 1$ i per unes condicions mitjanes $K_{vb1} = 0,7$ i $K_{vb2} = 0,5$.

Un cop arribat a aquest punt, en el que ja podem conèixer l'espai entre esquerdes, el mètode ens planteja dos formes diferents d'aconseguir el valor de la resistència a tracció de l'element entre esquerdes (ΔF_{fRd}). La primera més detallada i la segona que seguiria el mateix principi de forma simplificada.

3.4.1 Acurat detallat

La resistència a tracció de l'element entre esquerdes s'obté per l'equació [44], com a suma de tres components. El primer element s'obté a partir del valor bàsic de l'enllaç d'unió del FRP-formigó ($\Delta F_{fk,B}$), el segon com a resultat de la fricció de la unió FRP-formigó ($\Delta F_{fk,F}$) i l'últim com a resultat de la curvatura de la biga ($\Delta F_{fk,C}$).

$$\Delta F_{fRd} = \frac{\Delta F_{fk,B} + \Delta F_{fk,F} + \Delta F_{fk,C}}{\gamma_{fb}} \quad [44]$$

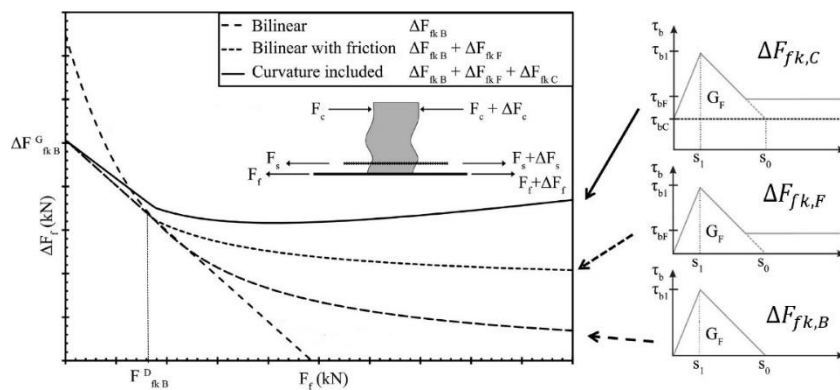


Figura 9 Força del FRP a causa de l'enllaç adhesiu ($\Delta F_{fk,B}$) i com millora per la fricció d'unió ($\Delta F_{fk,F}$) i la curvatura de la biga ($\Delta F_{fk,C}$)

A la Figura 9, obtinguda del *fib* bulletin 90, s'observa gràficament la suma dels 3 termes de l'equació [44].

El terme relacionat amb l'enllaç d'unió FRP-formigó es pot determinar mitjançant un enfocament bilineal de la llei d'adherència i l'equació [45]

$$\Delta F_{fk,B} = \begin{cases} F_{fk,B}^G - \frac{F_{fk,B}^G - F_{fk,B}^D}{F_{fk,B}^D} F_{fEd} & \text{per } F_{fEd} \leq F_{fk,B}^D \\ \sqrt{b_f^2 \cdot \tau_{b1k} \cdot s_{0k} \cdot E_f \cdot t_f + F_{fEd}^2} - F_{fEd} & \text{per } F_{fEd} > F_{fk,B}^D \end{cases} \quad [45]$$

On b_f és l'amplada del FRP i F_{fEd} és la força a tracció de l'FRP a l'esquerda amb menor tensió.

La resta de termes es poden trobar segons les següents equacions:

$$\Delta F_{fk,B}^G = f_{fbk}(s_r) b_f \cdot t_f \quad [46]$$

$$F_{fk,B}^D = \frac{s_{0k} \cdot E_f \cdot b_f \cdot t_f}{s_r} - \tau_{b1k} \frac{s_r \cdot b_f}{4} \quad [47]$$

$$\Delta F_{fk,B}^D = \sqrt{b_f^2 \cdot \tau_{b1k} \cdot s_{0k} \cdot E_f \cdot t_f + F_{fk,B}^D{}^2} - F_{fk,B}^D \quad [48]$$

Per trobar el terme relacionat amb la fricció a la unió FRP-formigó s'utilitza l'equació [49]:

$$\Delta F_{fk,F} = \begin{cases} 0 & \text{per } F_{fEd} \leq F_{fk,B}^D \\ \tau_{bFk} \cdot b_f \left[s_r - \frac{2t_f \cdot E_f}{\tau_{b1k}} \left(\sqrt{\frac{\tau_{b1k} \cdot s_{0k}}{t_f \cdot E_f} + \frac{F_{fEd}^2}{b_f^2 \cdot t_f^2 \cdot E_f^2} + \frac{F_{fEd}}{b_f \cdot t_f \cdot E_f}} \right) \right] & \text{per } F_{fk,B}^D < F_{fEd} \leq F_{fd} \end{cases} \quad [49]$$

On F_{fd} és la força de disseny de ruptura del FRP.

Finalment per trobar la contribució de la curvatura del membre s'ha d'utilitzar l'equació [50].

$$\Delta F_{fk,C} = s_r \cdot k_k \frac{\varepsilon_f - \varepsilon_c}{h} b_f \quad [50]$$

On k_k és un factor de calibració amb valor de $24,3 \cdot 10^3 \text{ N/mm}$.

3.4.2 Acurat simplificat

El mètode acurat simplificat soluciona un problema que s'ha trobat al mètode acurat detallat i a l'hora simplifica la forma de trobar la resistència a tracció de l'element entre esquerdes (ΔF_{fRd}). El mètode acurat detallat només té en compte la tensió del FRP a l'esquerda més desfavorable de cada element entre esquerdes. Amb l'equació [51] s'aconsegueix trobar la resistència a tracció de l'element entre esquerdes, sense la necessitat d'enfocar-se només a una esquerda de l'element.

$$\Delta F_{fRd} = \frac{2.3\tau_{b1k}\sqrt{s_r} + 0.1\tau_{bFk} \cdot s_r^{4/3} + \frac{k_h}{h} \cdot s_r^{1/3}}{\gamma_{fb}} \cdot b_f \quad [51]$$

On $k_h = 2000$ o 0 per a membres de formigó armat o pretensat, respectivament.

4. Estudis paramètrics dels models de predicció de l'IC debonding

Aquest apartat del treball consta de tres estudis paramètrics diferents. Tots ells tenen la finalitat de veure com es comporten els diferents mètodes per prevenir el despreniment prematur del material de reforç.

El primer estudi consisteix en variar diferents paràmetres que afecten al disseny de bigues de formigó armat amb reforç FRP i alhora als mètodes de IC debonding. En aquest estudi s'espera veure quin són els paràmetres que afecten més als diferents mètodes per prevenir el despreniment.

El segon estudi avalua com afecten els paràmetres de l'estudi anterior amb la incorporació d'una pre-càrrega a la biga en el moment d'aplicar el reforç. D'aquesta forma s'espera veure com afecta la pre-càrrega als valors ja estudiats i veure si tenen la mateixa importància que abans.

Finalment el tercer estudi consisteix en comprovar com afecta la variació de la quantia d'acer i alhora la pre-càrrega en una biga de formigó armat reforçada amb FRP. La quantia d'acer de la biga és un factor molt important per al disseny de bigues, i amb aquest estudi es pretén observar com afecta als mètodes per prevenir el despreniment del material de reforç amb i sense pre-càrrega.

Per a poder realitzar aquest estudi, es disposa d'una rutina de Matlab prèviament programada per la doctoranda Alba Codina al seu treball de final de Master "Debonding performance of flexural concrete elements strengthened with Externally Bonded Reinforcement (EBR) Fibre Reinforced Polymer (FRP)".

4.1 Procés d'adquisició de dades

S'ha utilitzat la rutina Matlab prèviament comentada per a l'obtenció de dades i s'han elaborat fulls Excel per a recollir-les i comparar-les. La rutina en Matlab per l'adquisició de dades és la que es pot veure a l'annex B. La seva metodologia es troba explicada al diagrama de flux de la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..**

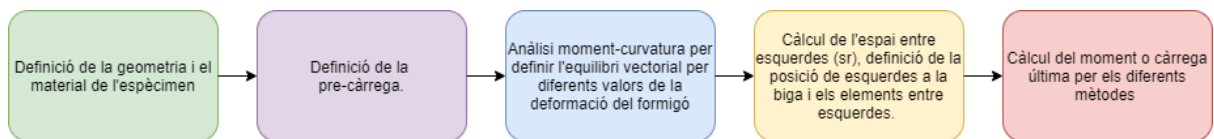


Figura 10 Metodologia de càlcul de la rutina Matlab

En els càlculs s'ha considerat que el reforç intern està format per barres d'acer corrugades i amb les condicions d'adherència favorables. Tots els coeficients de seguretat tenen el valor de 1, per tant no es tenen en compte. La càrrega última de despreniment del material de reforç calculada a els mètodes de predicció mai superarà la càrrega última de la biga, trenqui per formigó o per FRP. La pre-càrrega es calcula com una càrrega uniforme al llarg de tota la biga.

Les dades més importants que s'obtenen del Matlab per a realitzar l'estudi són les següents:

- Moments i càrregues últimes de cada mètode per predir el despreniment.
- Mode de falla de la biga.
- Moment i càrregues últimes de la biga.
- Número d'esquerdes, separació entre esquerdes i esquerdada de despreniment del material de reforç.
- Deformacions i tensions de l'acer, el formigó i el material de reforç.

El procediment que s'ha de seguir per aconseguir les dades necessàries per l'estudi paramètric, queda recollit i resumit en el diagrama de flux de la Figura 11.

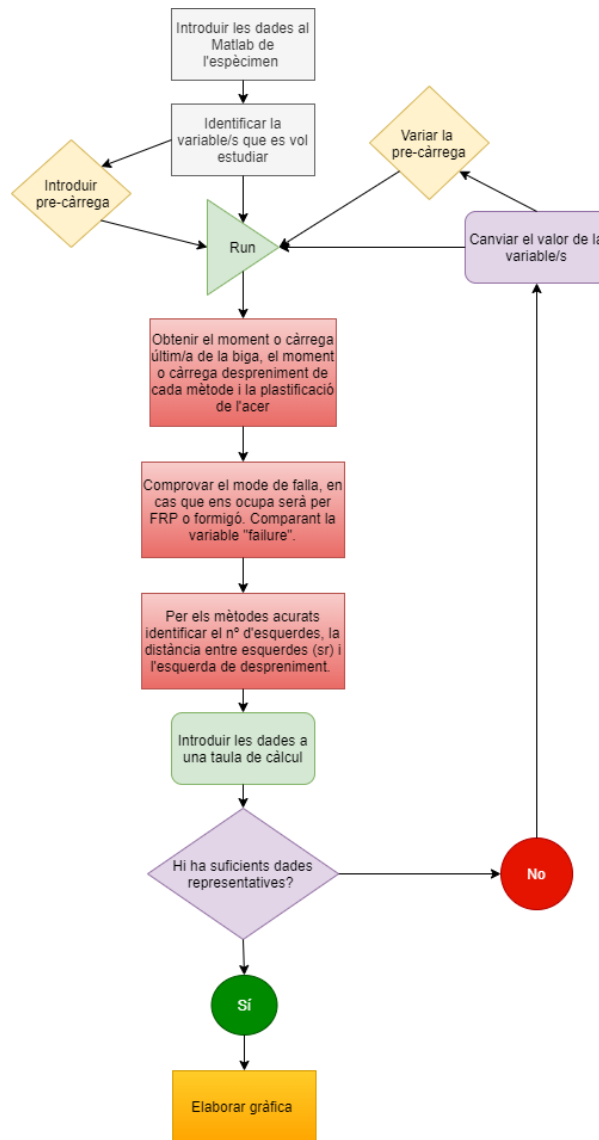


Figura 11 Diagrama de flux per l'adquisició de dades

A la rutina s'introdueixen totes les dades per definir la biga, es localitza la dada que es vol estudiar i es fan els càlculs cada vegada que es fa variar aquesta dada.

Tots els resultats interessants per veure com es comporta la biga com càrrega i moment últims tant per ruptura com per despreniment, deformació última del material FRP, lloc on es produeix el despreniment i plastificació de l'acer es recullen per cada procés de càlcul.

Un cop s'aconsegueix un número representatiu de mostres, amb el programa Excel se n'obté una representació gràfica per treure'n unes conclusions.

4.2 Biga model 1

Les dades geomètriques i les característiques dels materials que s'utilitzen per a la biga a estudiar queden indicats a la Taula 3.

Descripció	Matlab	Valor	Unitats
Dades Biga			
Base	b	140	mm
Altura	h	180	mm
Longitud	L	2000	mm
Gruix recobriment	cc	30	mm
Reforç tallant			
Nº cercles	n_s	20	u
Diàmetre cercles	diam_s	8	mm
Distància entre cercles	s	100	mm
Reforç cara tracció (As1)			
Nº barres	n1	2	mm
Diàmetre barres	diam1	10	mm
Reforç cara compressió (As2)			
Nº barres	n2	2	mm
Diàmetre barres	diam2	10	mm
Condicions de la unió			
Tipus de barra (rugosa/llisa)	bar_type	1	
Condicció de la unió (bo/mitjà)	bond_condition	1	
FRP			
Tècnica (pultruded/wet lay-up)	technique	1	
Nombre de làmines	nf	1	u
Amplada de làmines	bf	50	mm
Gruix d'una làmina	t1	1,4	mm
Propietats del Formigó			
Resistència característica	fck	25	MPa
Coeficient de seguretat	gamma_c	1	
Deformació màxima a tracció	eps_cu	0,0035	
Deformació màxima a compressió	eps_c2	0,002	
Propietats de l'Acer			
Resistència característica	fyk	500	MPa
Mòdul de Young	Es	200	Gpa
Coeficient de seguretat	gamma_s	1	
Propietats del FRP			
Resistència característica	ffk	2800	MPa
Coeficient de seguretat	gamma_f	1	
Coeficient de seguretat formulació IC	gamma_fb	1	
Mòdul d'elasticitat	Ef	170	GPa

Taula 3 Biga model 1

A la Taula 3 Biga model 1 només hi ha representades aquelles dades que l'arxiu de càlcul necessita per als càlculs, la resta de paràmetres es calculen automàticament per a cada cas.

S'introdueixen les dades geomètriques, les de l'armadura d'acer i el seu reforç FRP, així com les dades dels diferents materials (formigó, acer i FRP).

A l'esquema de la Figura 12 es pot tenir una idea de com és la biga d'una forma més visual.

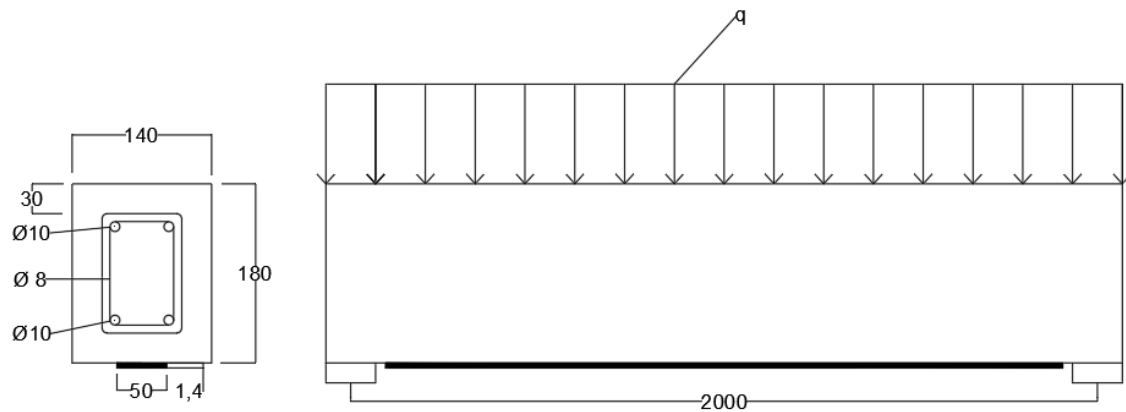


Figura 12 Esquema Biga model 1 (cotes en mm)

4.3 Estudi paramètric dels models de predicció de l'IC debonding

4.3.1 Efecte de la geometria de l'FRP

Aquest estudi consisteix en estudiar com varia la càrrega de despreniment en funció de la relació entre la base de reforç FRP i la base de la biga. En aquest cas, es manté l'àrea de l'FRP, però es varia la geometria per tal que la seva àrea es mantingui constant. Un rati més petit indica una base més petita i per contra, un gruix de material de reforç més elevat. El rati és el resultat de la base de la biga partit per la base del reforç FRP.

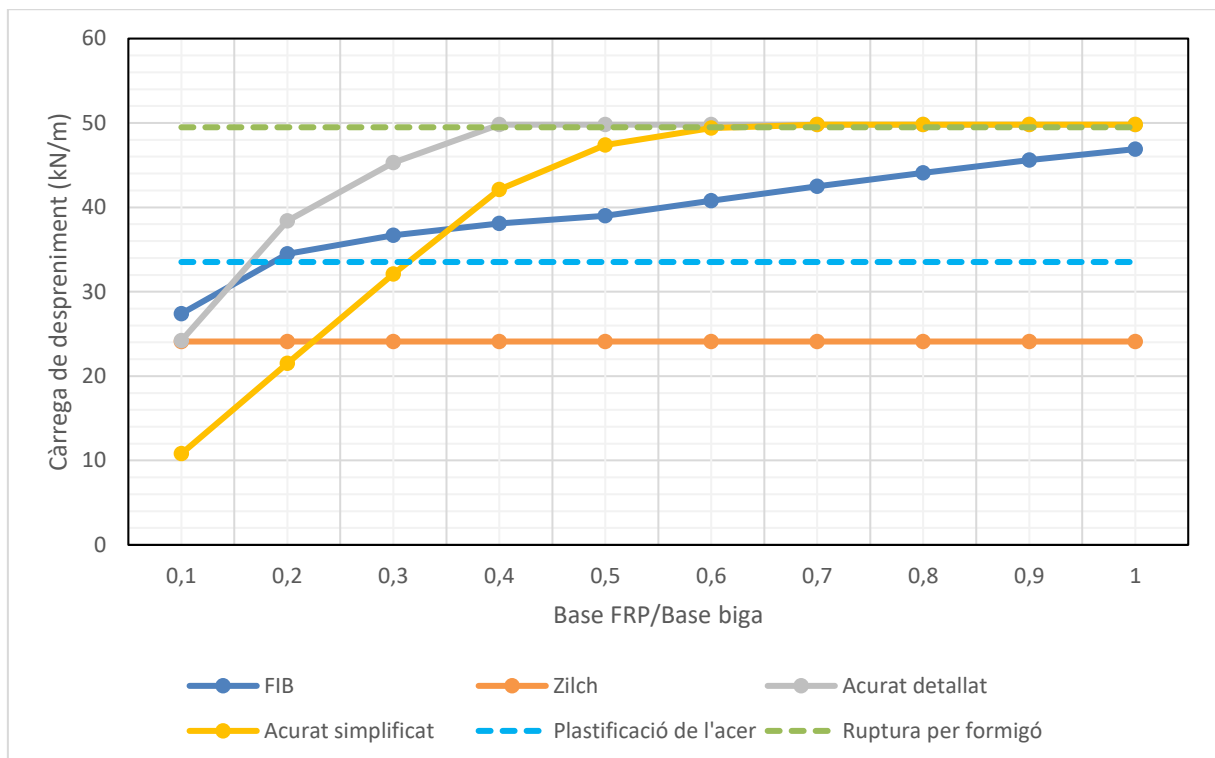


Figura 13 Rati àrea FRP

A cada gràfic es mostren en línies discontinúes les tendències dels diferents mètodes per preveure el despreniment, i en discontinua s'indica la plastificació de l'acer i la ruptura de la biga, que en aquest cas es produiria per trencament del formigó.

A l'augmentar la base d'FRP, el mètode de la *fib* indica que el material de reforç es desenganxarà a una càrrega més gran. El mateix passa amb els mètodes acurats, però aquets es veuen més afectats per la variació de la base i donen uns valors de càrrega última de despreniment més alts, fins i tot arriben a igualar la ruptura per formigó, és a dir, no es produirà el despreniment.

El despreniment està relacionat amb l'esforç rasant de la superfície de contacte entre el formigó i l'FRP, si s'augmenta aquesta superfície, s'augmenta també la capacitat adherent, i per tant és d'esperar que la càrrega última sigui més elevada. El mètode de Zilch no es veu afectat perquè no contempla aquest terme a la fórmula i dona uns resultats de càrrega última de despreniment més baixos.

4.3.2 Efecte de la resistència característica del formigó (f_{ck})

Aquest estudi consisteix en augmentar la resistència característica del formigó. Al fer això també implica que augmenti la càrrega última (sense tenir en compte el despreniment) de la biga. Per altra banda, també es modificarà la tensió tallant màxima (τ_{b1}), un dels paràmetres de la llei d'adherència (tal i com es veu a la Taula 2). A la Taula 4 es veu les resistències característiques utilitzades i la tensió tallant màxima corresponent.

Fck (MPa)	τ_{b1} (MPa)
20	3,52
22	3,81
24	4,10
26	4,38
28	4,66
30	4,94
32	5,21
34	5,48
36	5,75
38	6,01
40	6,27
42	6,53
44	6,79
46	7,05
48	7,30
50	7,56

Taula 4 Tensió tallant màxima per cada valor d' f_{ck}

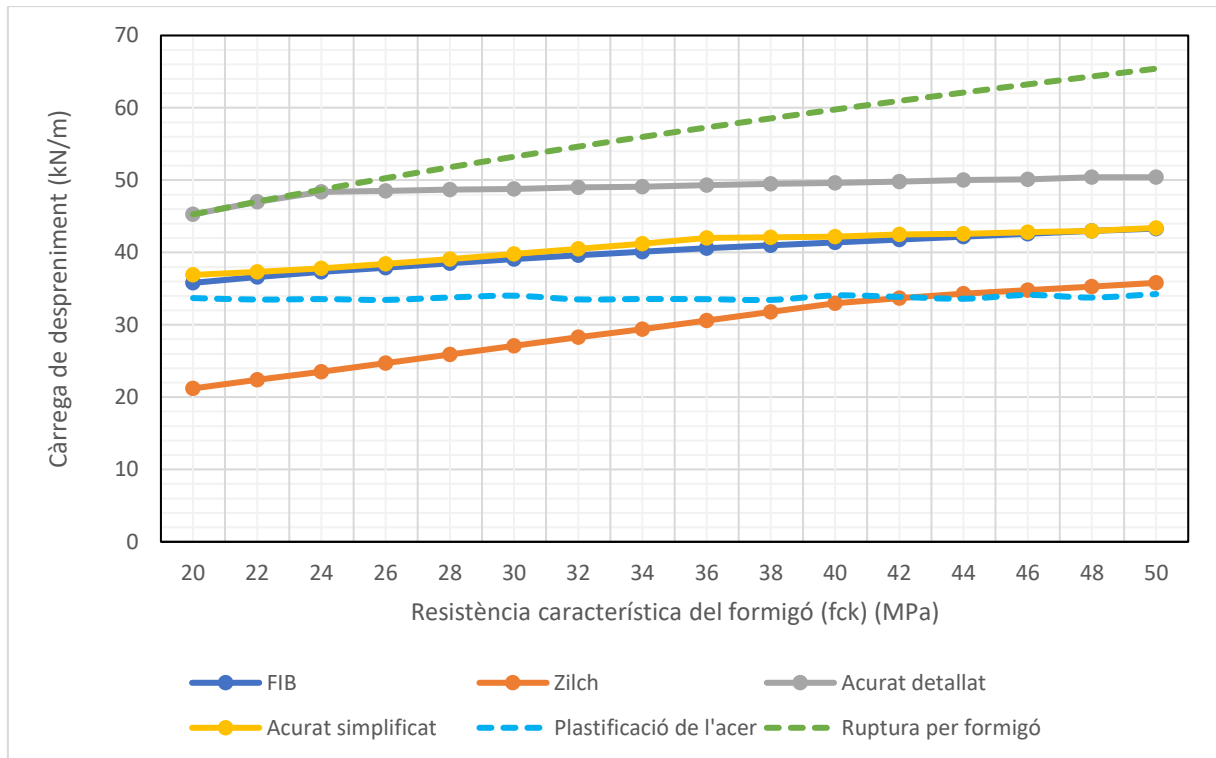


Figura 14 Efecte de la resistència característica del formigó

Observant la ruptura per formigó es veu com augmenta amb l'increment de la resistència característica, mentre que la plastificació de l'acer és independent d'aquest paràmetre.

El mètode de la *fib* i el mètode simplificat donen uns resultats molt similars. Els dos augmenten a mida que la resistència característica augmenta. El mètode Acurat detallat segueix la mateixa línia essent una mica més permissiu (la càrrega última de despreniment és elevada) i en aquest segons aquest mètode per a una resistència característica baixa no s'arribaria a desprendre el material de reforç.

El mètode de Zilch és molt més restrictiu i ens diu que l'FRP es desenganxarà fins i tot abans que l'acer plastifiqui. Aquest mètode és el que més es veu afectat directament per aquest paràmetre.

4.3.3 Efecte dels paràmetres de la llei d'adherència

En aquest apartat s'agrupen les dades i les conclusions obtingudes dels paràmetres relacionats amb la llei d'adherència. D'aquesta manera se'n podrà treure unes conclusions més clares, ja que tots els valors estan relacionats entre ells. A la Taula 5 es mostren els valors de la tensió màxima d'adherència, el lliscament màxim i l'energia de fractura utilitzats.

τ_{b1} (MPa)	S_0 (mm)	G_f (MPa·mm)
3	0,2	0,3
3,5	0,25	0,43
4	0,3	0,6
4,5	0,35	0,78
5	0,4	1
5,5	0,45	1,23
6	0,5	1,5
6,5	0,55	1,78
7	0,6	2,1
7,5	0,65	2,43
8	0,7	2,8
8,5	0,75	3,18

Taula 5 Paràmetres de la Llei d'adherència utilitzats

A la Taula 5 trobem els paràmetres que s'han utilitzat per els estudis paramètrics, tots relacionats entre ells.

4.3.3.1 Efecte del lliscament màxim (S_0)

Aquest experiment consisteix en augmentar el lliscament màxim (S_0). Augmentar aquest paràmetre implica també augmentar l'energia de fractura (G_f).

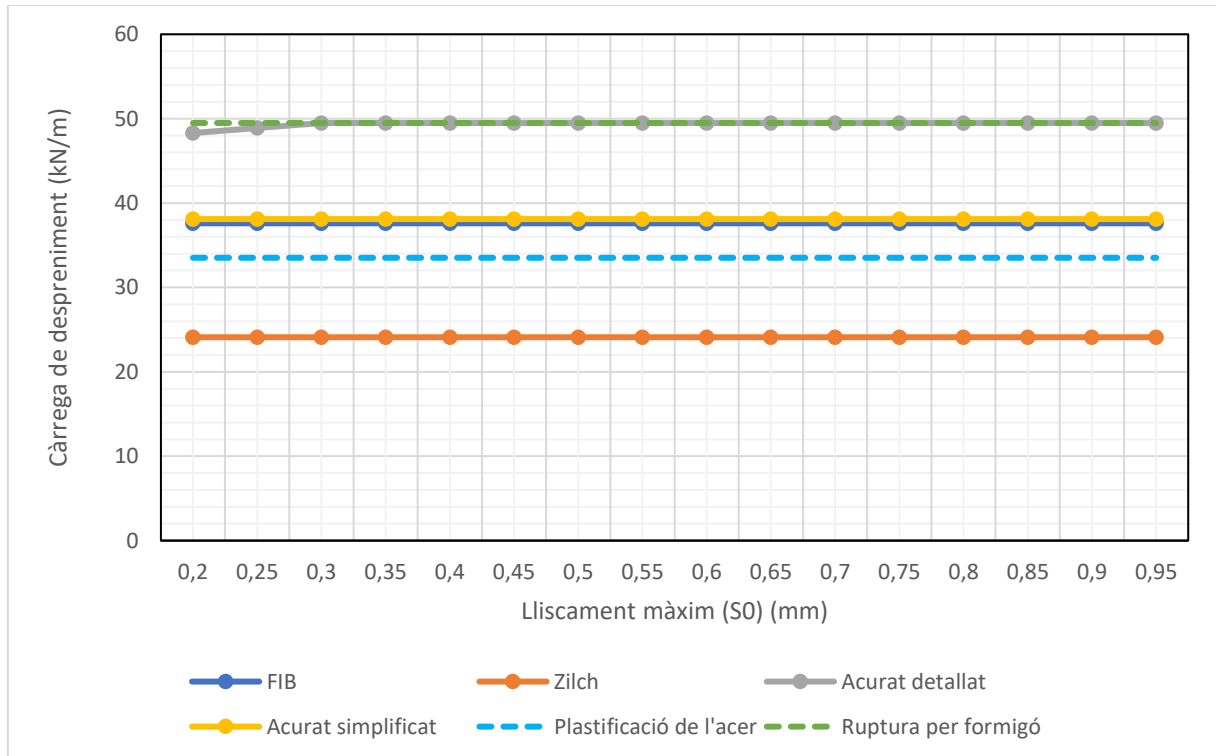


Figura 15 Efecte del lliscament màxim (S_0)

L'únic mètode que es veu lleugerament afectat per aquest paràmetre és el mètode acurat detallat. El lliscament màxim es troba en els valors 0,21 o 0,25. Això i el fet de que el mètode acurat detallat presenti unes càrregues de despreniment més altes que els altres, fa que un cop passat aquests rangs de valors el mètode ens indiqui que ja no hi haurà un despreniment del material FRP.

És possible que a una biga amb una geometria on la càrrega de ruptura fos més alta es pogués observar millor la tendència d'aquest mètode envers el lliscament màxim.

4.3.3.2 Efecte de la tensió màxima d'adherència (τ_{b1})

En aquest cas s'augmentarà la tensió màxima d'adherència. De la mateixa manera que el lliscament màxim augmenta aquest valor implica augmentar l'energia de fractura (G_f)

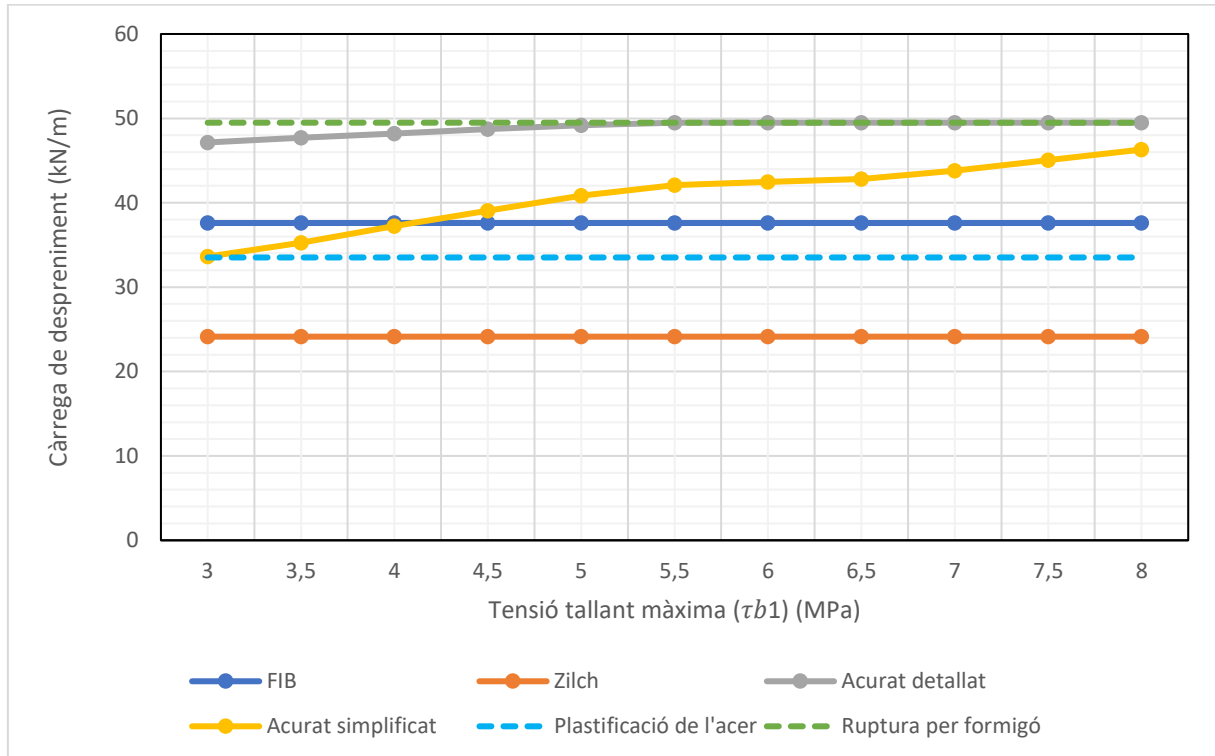


Figura 16 Efecte de la màxima tensió tallant (τ_{b1})

Tant el mètode *fib* com el mètode de Zilch no es veuen afectats per aquest paràmetre. El mètode Acurat detallat sí es veu afectat però al ser menys restrictiu que els altres i degut a la geometria de la biga, a l'augmentar el valor ens indica que el material de reforç ja no es desprendreà.

A diferència del mètode acurat detallat, la tensió màxima de tall afecta directament al mètode acurat simplificat i així demostra el pendent de la seva gràfica. A mida que augmenta τ_{b1} augmenta la càrrega en la que l'FRP es desprendreà.

4.3.3.3 Efecte de l'energia de fractura (G_f)

En aquest cas augmentarem directament l'energia de fractura. I com a conseqüència també variem la tensió màxima d'adherència i el lliscament màxim.

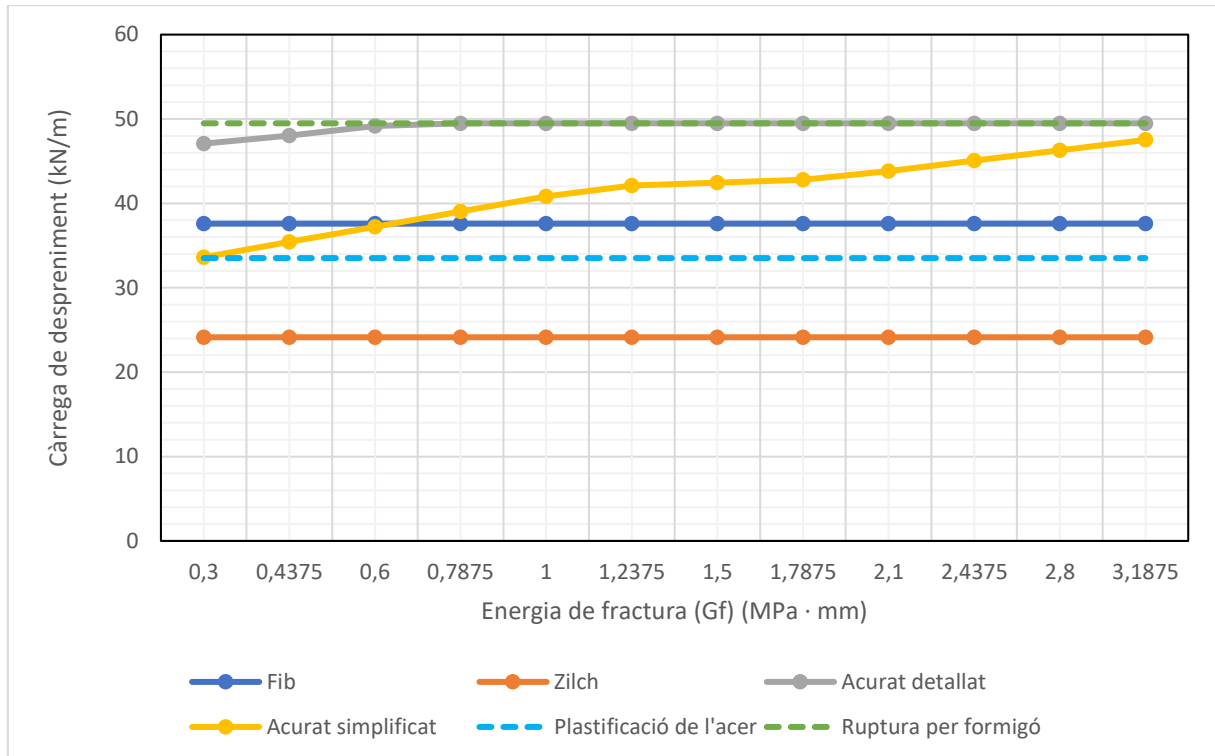


Figura 17 Efecte de l'energia de fractura (G_f)

Com era d'esperar es veu una combinació dels dos últims apartats. El mètode del *fib* i el de Zilch no tenen en compte la Llei d'adherència.

El comportament del mètode acurat simplificat és exactament el mateix que en l'apartat on es varia la tensió tallant màxima ja que només es veu afectat per τ_{b1} i no S_0 . El mètode acurat detallat es veu afectat fins que surt de valors estipulats per la llei d'adherència de l' S_0 i arriba donar el mateix valor que la càrrega última de la biga, per tant ja no es desprendria el material de reforç.

La tendència cap a l'alça dels mètodes acurats, és d'esperar ja que com més gran és l'energia de fractura necessària pel despreniment del FRP, més tard es provocarà el despreniment i farà falta una càrrega més elevada perquè es produeixi.

4.4 Estudi paramètric de l'efecte de la pre-càrrega en els models d'IC debonding

4.4.1 Model de biga de formigó amb pre-càrrega (biga model 2)

Per a fer l'estudi amb la pre-càrrega s'ha hagut de canviar la biga model degut a la baixa la resistència última a flexió de la biga de l'estudi anterior. Prèviament s'havia provat de fer-ho amb la biga anterior, però la càrrega de ruptura era massa baixa per poder observar l'evolució del mètode acurat, el qual dona uns valors de càrrega de despreniment més alts.

Les dades geomètriques i les característiques dels materials que s'utilitzen per a la biga a estudiar queden indicats a la Taula 6.

Descripció	Matlab	Valor	Unitats
Dades Biga			
Base	b	300	mm
Altura	h	500	mm
Longitud	L	5000	mm
Gruix recobriment	cc	24	mm
Reforç tallant			
Nº cercles	n_s	50	u
Diàmetre cercles	diam_s	8	mm
Distància entre cercles	s	100	mm
Reforç cara tracció (As1)			
Nº barres	n1	3	mm
Diàmetre barres	diam1	16	mm
Reforç cara compressió (As2)			
Nº barres	n2	2	mm
Diàmetre barres	diam2	10	mm
Condicions de la unió			
Tipus de barra (rugosa/llisa)	bar_type	1	
Condicció de la unió (bo/mitjà)	bond_condition	1	
FRP			
Tècnica (pultruded/wet lay-up)	technique	1	
Nombre de làmines	nf	1	u
Amplada de làmines	bf	100	mm
Gruix d'una làmina	tf	1,4	mm
Propietats del Formigó			
Resistència característica	fck	30	MPa
Coeficient de seguretat	gamma_c	1	
Deformació màxima a tracció	eps_cu	0,0035	
Deformació màxima a compressió	eps_c2	0,002	
Propietats de l'Acer			
Resistència característica	fyk	500	MPa
Mòdul de Young	Es	200	Gpa
Coeficient de seguretat	gamma_s	1	
Propietats del FRP			
Resistència característica	ffk	2500	MPa
Coeficient de seguretat	gamma_f	1	
Coeficient de seguretat formulació IC	gamma_fb	1	
Mòdul d'elasticitat	Ef	170	GPa

Taula 6 Biga model 2

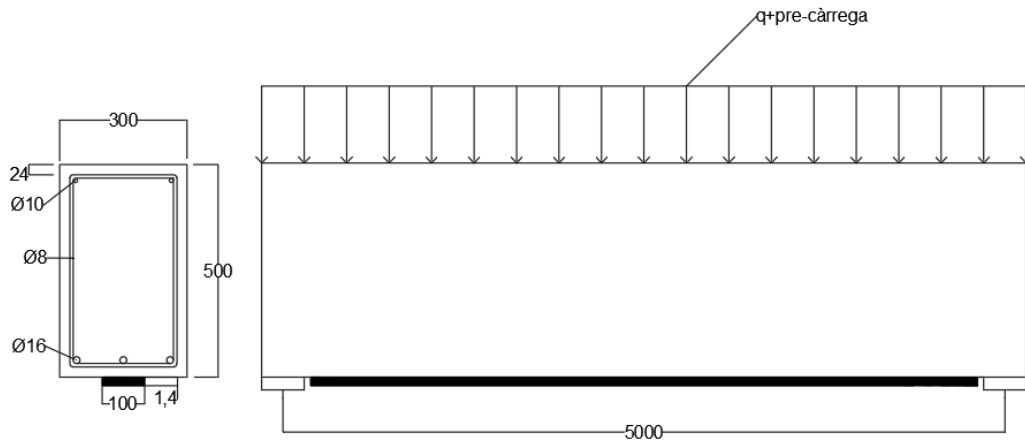


Figura 18 Biga model 2 (cotes en mm)

4.4.2 Aplicació de la pre-càrrega a la biga

La pre-càrrega considerada consisteix en una càrrega uniforme sobre la biga. El valor d'aquesta càrrega ve donada per la següent expressió:

$$Q = \frac{8 \cdot M_{mid}}{L^2} \quad [52]$$

On Q és la càrrega, M_{mid} és el moment al mig de la biga i L és la longitud de la biga. El valor del moment al mig de la biga ve donat per la següent expressió:

$$M_{mid} = \frac{\varepsilon_{mid} \cdot I_{cr} \cdot E_c}{(h - x_0)} \quad [53]$$

On E_c és el mòdul d'elasticitat del formigó, I_{cr} és la inèrcia de la secció a l'eix x_0 que és la línia neutra de la secció de la biga. Els valors venen donats per les equacions següents:

$$x_0 = \begin{cases} \frac{b \cdot x_0^2}{2} + \frac{E_S}{E_c} \cdot A_{S2} \cdot x_0 - d_2 \\ \frac{E_S}{E_c} \cdot A_{S1} \cdot (d_1 - x_0) \end{cases} \quad [54]$$

$$I_{cr} = \frac{b \cdot x_0}{3} + \left(\frac{E_S}{E_c} - 1 \right) \cdot A_{S2} \cdot (x_0 - d_2)^2 + \frac{E_S}{E_c} \cdot A_{S1} \cdot (d_1 - x_0)^2 \quad [55]$$

La pre-càrrega s'ha limitat al valor corresponent la càrrega límit on el mode de falla de la biga passa de ruptura per FRP a ruptura per formigó. S'ha fet així perquè normalment les bigues reforçades per FRP estan dissenyades perquè trenquin per FRP i d'aquesta forma es limita el nombre de mostres a agafar a l'estudi.

En els estudis paramètrics el fet de variar alguns paràmetres provoca que la càrrega límit on varia el mode de falla sigui diferent. Tot i així s'ha vist que en la biga model la variació que existeix en aquesta càrrega és negligible i en cada estudi s'ha limitat el número de mostres (13 mostres) al mateix valor.

El valor límit escollit és la càrrega que provoca una deformació a la secció del mig de la biga respecte la línia neutre (ϵ_{mid}) de 0.003 ϵ que equival a una pre-càrrega de 44,6 kN.

Abans de començar és interessant veure com afecta la pre-càrrega a la biga model 2, per poder comparar resultats.

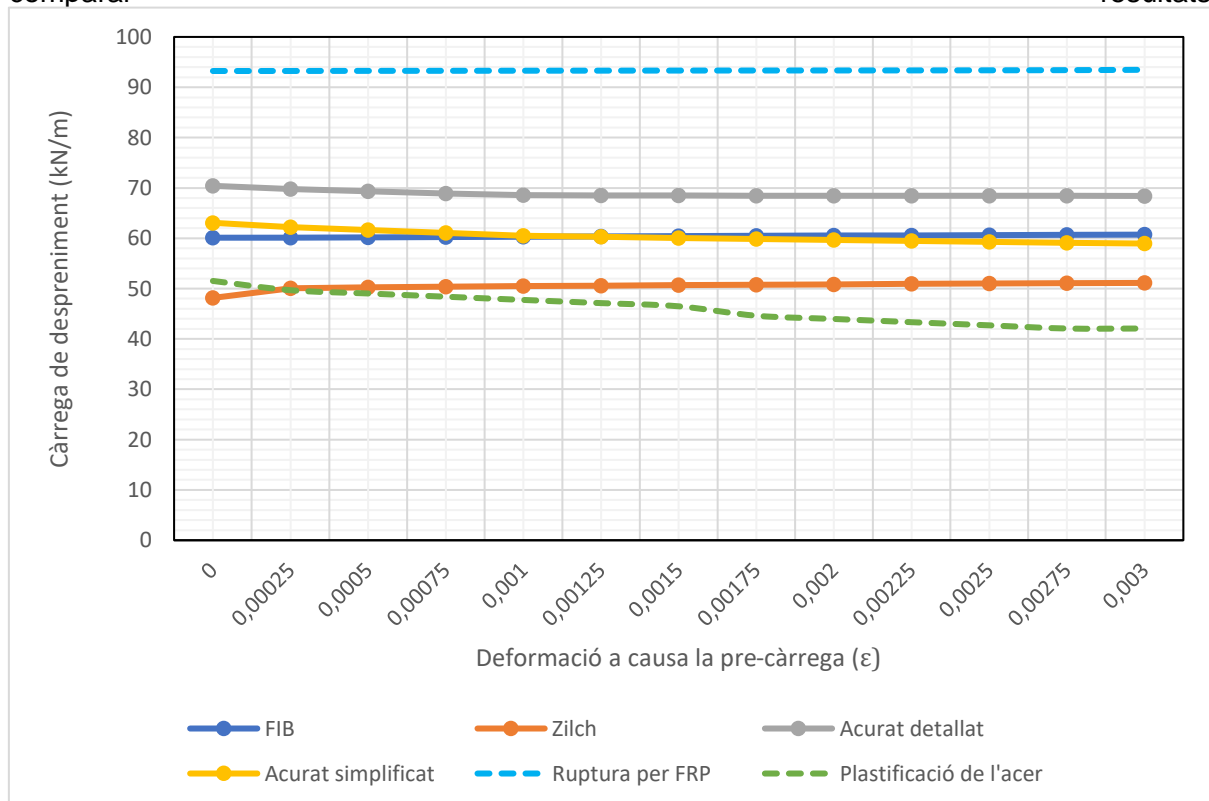


Figura 19 Efecte de la pre-càrrega a la biga model

En general, es pot observar que la pre-càrrega no afecta gaire en la càrrega última ni a la càrrega de despreniment del material de reforç. En general els mètodes no varien gaire tot i semblar que els mètodes acurats van a la baixa; és a dir amb més pre-càrrega abans es desenganxa l'FRP.

També s'observa com la càrrega de plastificació descendeix a mida que s'aplica més pre-càrrega. Això és degut a que el material FRP s'adhereix a la biga un cop aquesta ja ha sigut pre-carregada, com a conseqüència l'acer ja ha esgotat part de la seva capacitat i la plastificació es produeix a una càrrega més baixa.

4.4.3 Efecte de la geometria de l'àrea FRP amb pre-càrrega

En aquest apartat s'estudiarà com evoluciona la pre-càrrega en el cas de la base del FRP de 80 mm i un gruix de 1,75 mm, i l'altre cas amb la base del FRP de 140 mm i el gruix de 1 mm. Així es conserva l'àrea de l'FRP a 140 mm² en els dos casos.

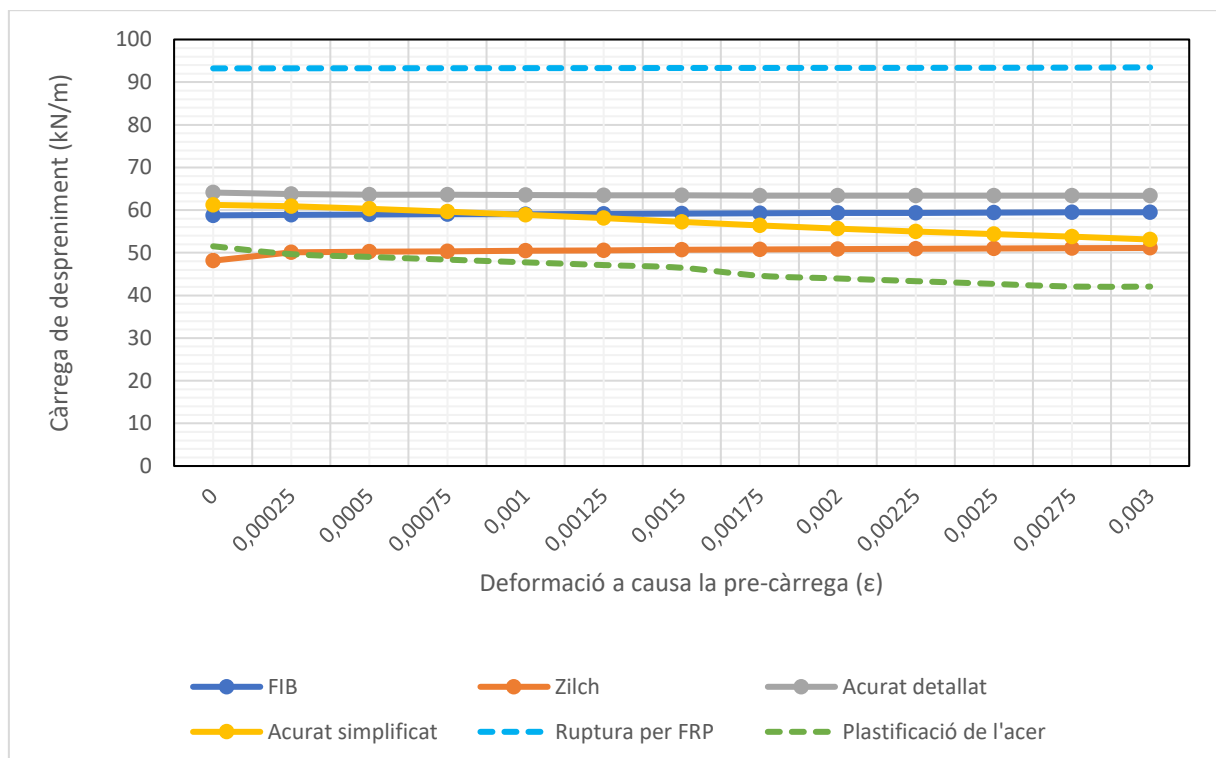


Figura 20 Evolució de la pre-càrrega amb la base del FRP petita (80x1,75 mm)

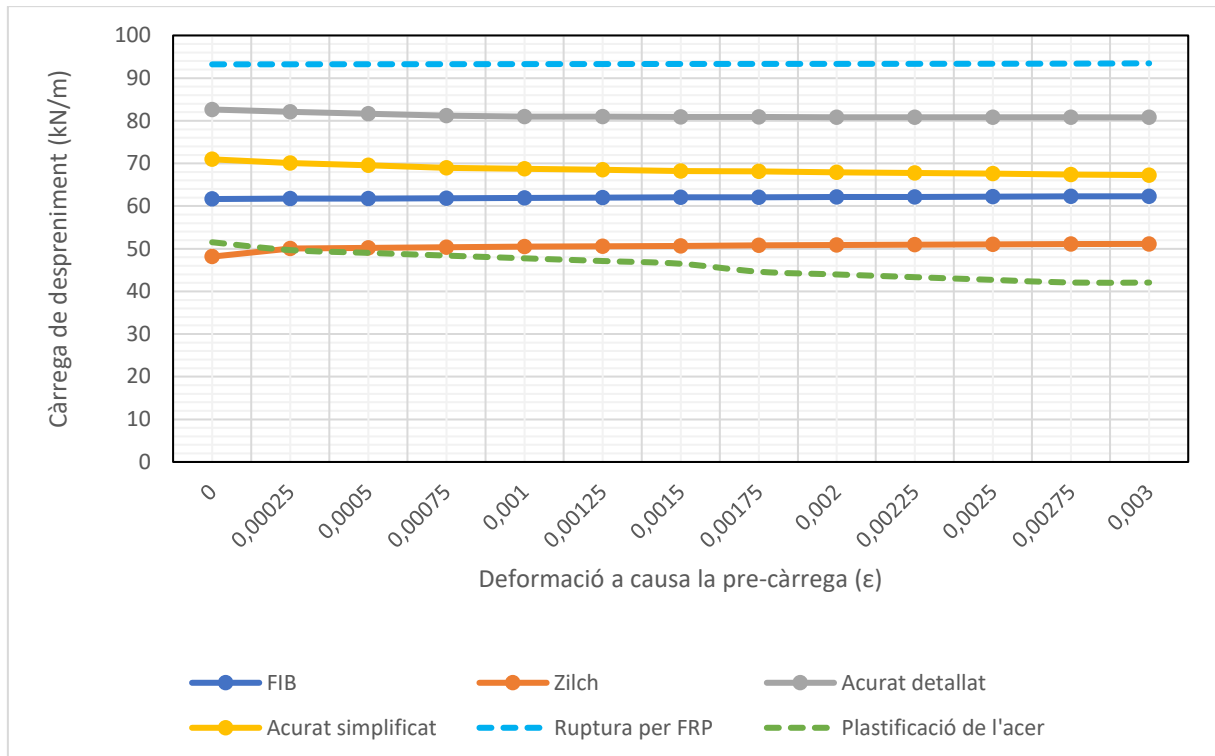


Figura 21 Evolució de la pre-càrrega amb la base del FRP gran (140x1 mm)

S'observa com les càrregues màximes de plastificació i de ruptura no varien al variar la base.

El mètode del *fib* es veu sensiblement afectat per el canvi de base del FRP. Preveu una càrrega de despreniment última més baixa quan la base del material de reforç és més petita. El mètode de Zilch no es veu afectat per aquest paràmetre. Cap d'aquests dos mètodes es veu afectat per la pre-càrrega.

Els mètodes acurats es veuen lleugerament afectats per la base del material FRP i presenten una càrrega última de despreniment d'FRP cada vegada més baixa, a mida que s'augmenta la pre-càrrega. Aquest descens es veu més pronunciat al mètode acurat simplificat.

4.4.4 Efecte de la resistència característica del formigó (f_{ck}) amb pre-càrrega

En aquest apartat s'augmenta la resistència característica màxima del formigó a 50 MPa, respecte els 30 MPa de la biga model 2.

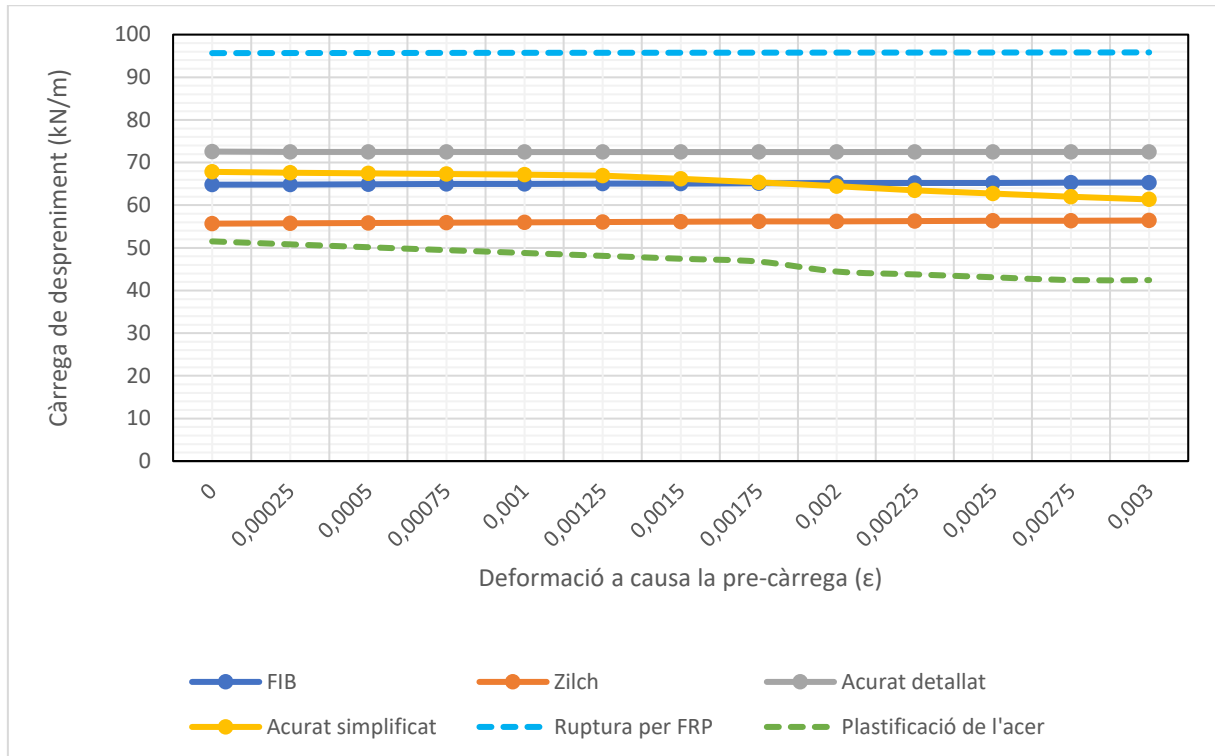


Figura 22 Evolució de la pre-càrrega amb la resistència característica del formigó més alta (50 MPa)

Tots els mètodes de predicció del despreniment del material de reforç han augmentat la seva càrrega última l'augmentar la resistència característica del formigó. De la mateixa manera ho fan la càrrega última de ruptura i la plastificació de l'acer. L'únic mètode que es veu afectat és el mètode acurat simplificat que a mida que s'augmenta la pre-càrrega disminueix la seva càrrega de despreniment. La resta de mètodes no es veuen pràcticament afectats.

4.4.5 Efecte paràmetres de la llei d'adherència amb pre-càrrega

Aquest apartat s'enfoca a els paràmetres de la llei d'adherència. Els valors de la llei d'adherència de la biga inicial són:

Paràmetre	Valor
S_0	0,21 (mm)
τ_{b1}	3,88 (MPa)
G_f	0,4 (MPa · mm)

Taula 7 Valors de la llei d'adherència biga model 2

En el primer cas es trobaran la S_0 , la τ_{b1} i la G_f amb el formulari tret de la formulació de la Taula 2 "Strips and sheets".

Paràmetre	Valor
S_0	0,25 (mm)
τ_{b1}	3,25 (MPa)
G_f	0,41 (MPa · mm)

Taula 8 Valors de la llei d'adherència cas 1

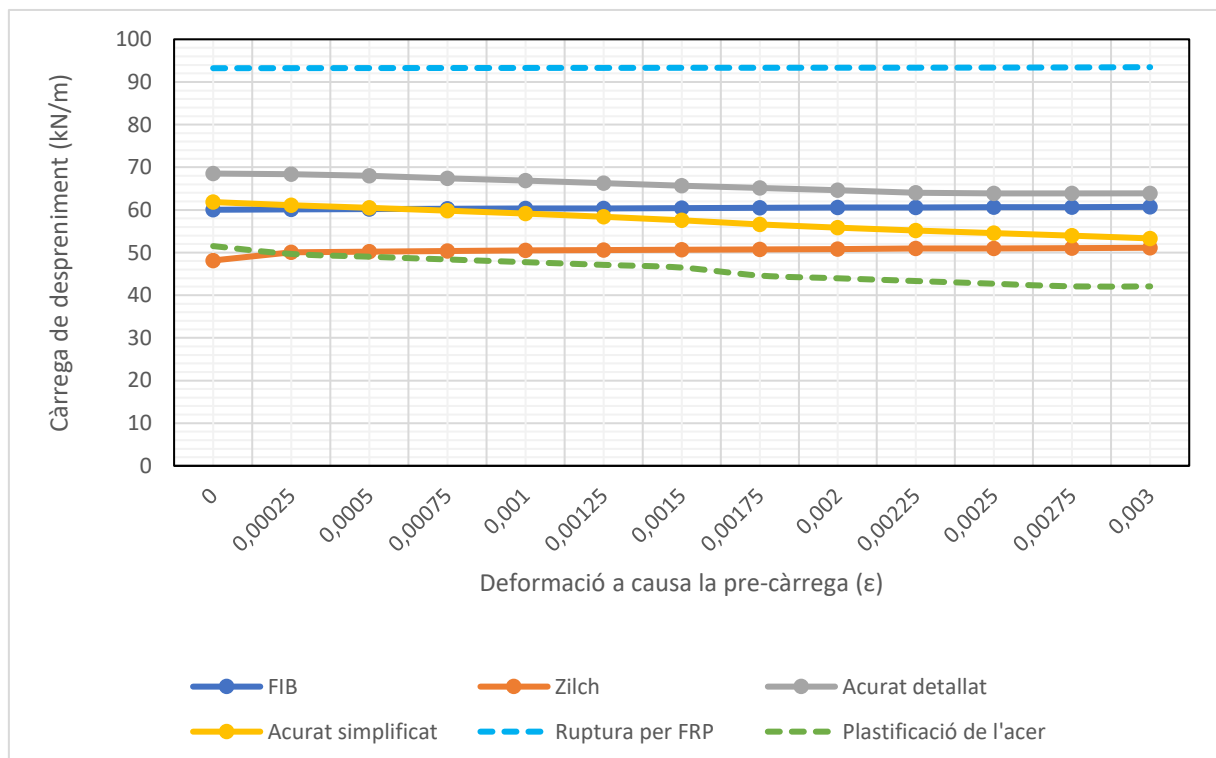


Figura 23 Evolució del pre-càrrega amb els paràmetres de la llei d'adherència segons la formulació "Strips and sheets" de la Taula 2

El mètode de la *fib* i el mètode de Zilch no es veuen afectats per la llei d'adherència. Es pot veure el mateix comportament de descens fins ara en els casos dels mètodes acurats. En aquest cas, però, s'accentua molt més el descens de la càrrega última de despreniment a mida que es pre-carrega la biga. Cal recordar que el mètode acurat simplificat tan sols es veu afectat per τ_{b1} , per tant no es distingeix un comportament gaire diferent al de la biga model.

En el segon cas, amb els valors trets de la formulació "Strips" de la Taula 2, es varia l' S_0 , el valor que els estudis de la llei d'adherència decideixen que ha de ser fixe, i s'augmenta a 0,8.

Paràmetre	Valor
S_0	0,8 (mm)
τ_{b1}	3,88 (MPa)
G_f	1,55 (MPa · mm)

Taula 9 Valors de la llei d'adherència cas 2

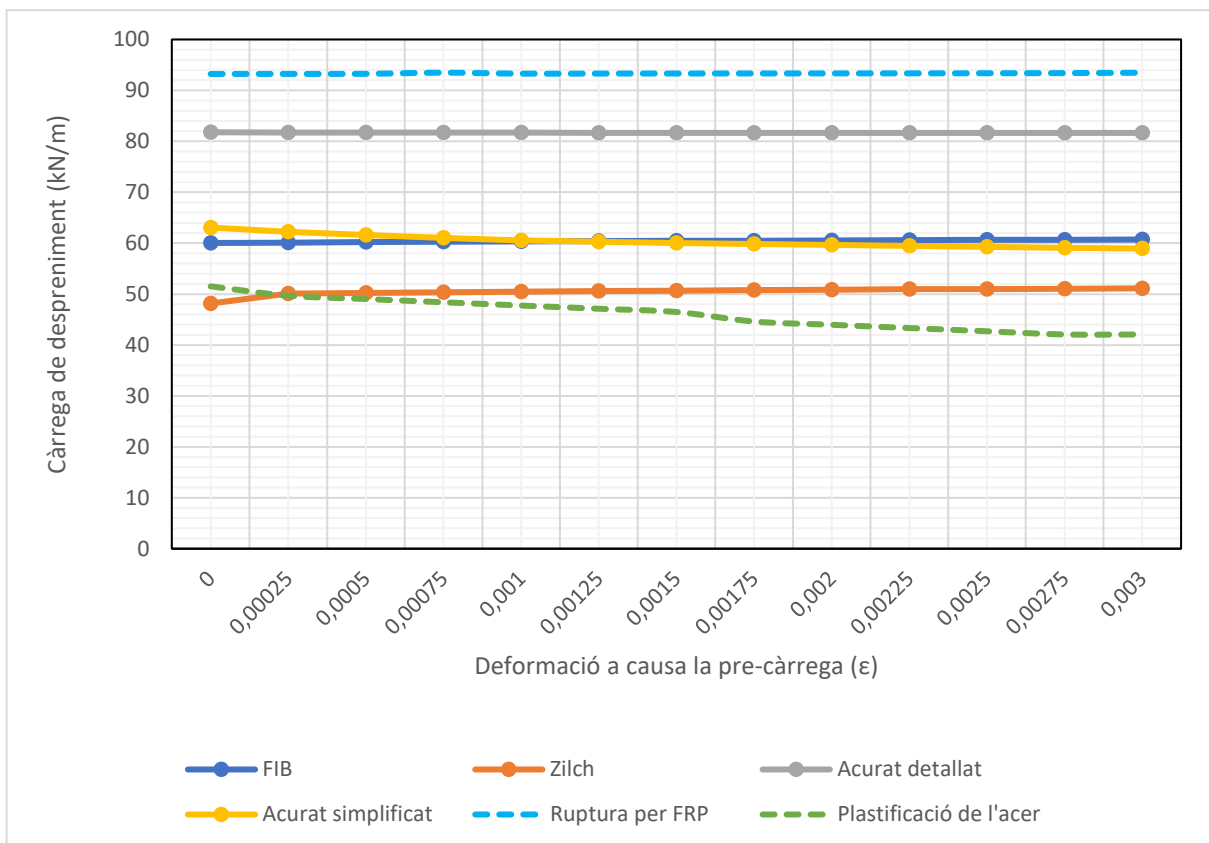


Figura 24 Evolució de la pre-càrrega amb el valor del lliscament màxim a 0,8 mm(S_0)

En aquest cas només es troba variació en el mètode acurat detallat, com ja s'ha vist anteriorment, la resta de mètodes no depenen del lliscament màxim.

En comparació la biga model 2 s'observa com el mètode acurat detallat augmenta significativament la seva càrrega de despreniment, això pot ser causat per l'energia de fractura més elevada a causa de l'augment de lliscament màxim. Al necessitar més energia perquè es desprengui el material de reforç, el mètode acurat simplificat preveu un despreniment del FRP amb una càrrega més elevada. Tot i així, no es veu afectat per la pre-càrrega aplicada, ja que com es pot observar, és pràcticament constant al llarg de la gràfica, tot i que tendeix al descens igual que la biga model.

4.4.6 Efecte del diàmetre de les barres amb pre-càrrega

En aquest apartat s'estudia la relació entre la pre-càrrega i el diàmetre de l'armat a tracció (As1) inferior. En aquest cas el diàmetre de les barres és de 20 mm, augmentant així la quantia d'acer.

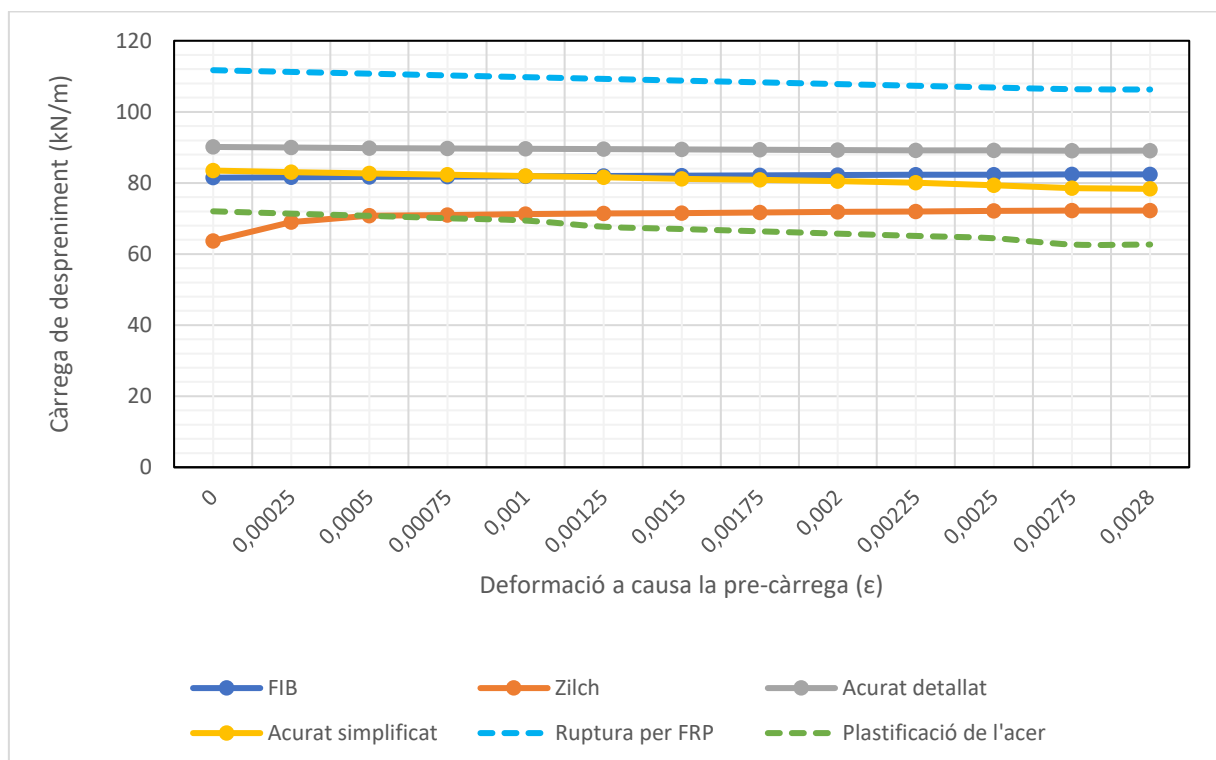


Figura 25 Evolució de la pre-càrrega amb l'àrea de l'acer (As1) més gran

A l'augmentar la quantia de l'acer reforcem la resistència a tracció que té la biga model i això fa que totes les seves càrregues últimes de despreniment augmentin. Es pot observar que d'una manera similar a l'anterior apartat on augmentàvem la resistència característica del formigó, a l'augmentar el diàmetre de les barres d'acer la pre-càrrega no empitjora en igual mesura la biga. La diferència és que en aquest cas si es veuria perjudicada la càrrega que provoca la ruptura de la biga, ja que cada vegada plastifica abans i per tant l'acer cedeix abans.

4.5 Estudi paramètric de l'efecte de la pre-càrrega i la quantia en els models d'IC debonding

En aquest apartat del treball s'estudiaran tres conceptes a l'hora: el despreniment del FRP, la pre-càrrega i la quantia d'acer de la biga. La deformació màxima de la pre-càrrega seguirà sent de 0,003. Per variar la quantia de la biga es variarà el diàmetre de les barres d'acer a tracció (A_{s1}) amb els diferents diàmetres normalitzats. És a dir diàmetres del 6, 8, 10, 12, 16, 20, 25 i 32.

La quantia es calcularà de la manera següent:

$$\rho = \frac{A_{s1}}{b \cdot d} \quad [56]$$

On A_{s1} és l'àrea d'acer total del costat a tracció de la biga, b és la base de la biga i la d és el cantell útil.

S'estudiaran dos tipus de biga, el primer tipus serà una biga de cantell i el segon tipus biga plana. La diferència entre una i l'altra és que tenen la base i l'altura invertides. Com a conseqüència també, en el cas de la biga plana, s'augmenta la base del material de reforç en proporció al de la biga de cantell, i per tant, per la mateixa àrea d'FRP, la quantia serà més baixa en el cas de biga plana.

4.5.1 Efecte del pre-càrrega en el moment últim en funció de la quantia de la biga.

En aquest apartat s'estudia el moment últim, sense tenir en compte el despreniment, de cada biga en funció de la quantia de la biga. En la Figura 26 es representa el rati entre el moment últim amb pre-càrrega i el moment últim sense pre-càrrega. D'aquesta forma si el rati és superior a 1 vol dir que la càrrega última amb pre-càrrega és més elevada i per tant la pre-càrrega millora la capacitat portant de la biga.

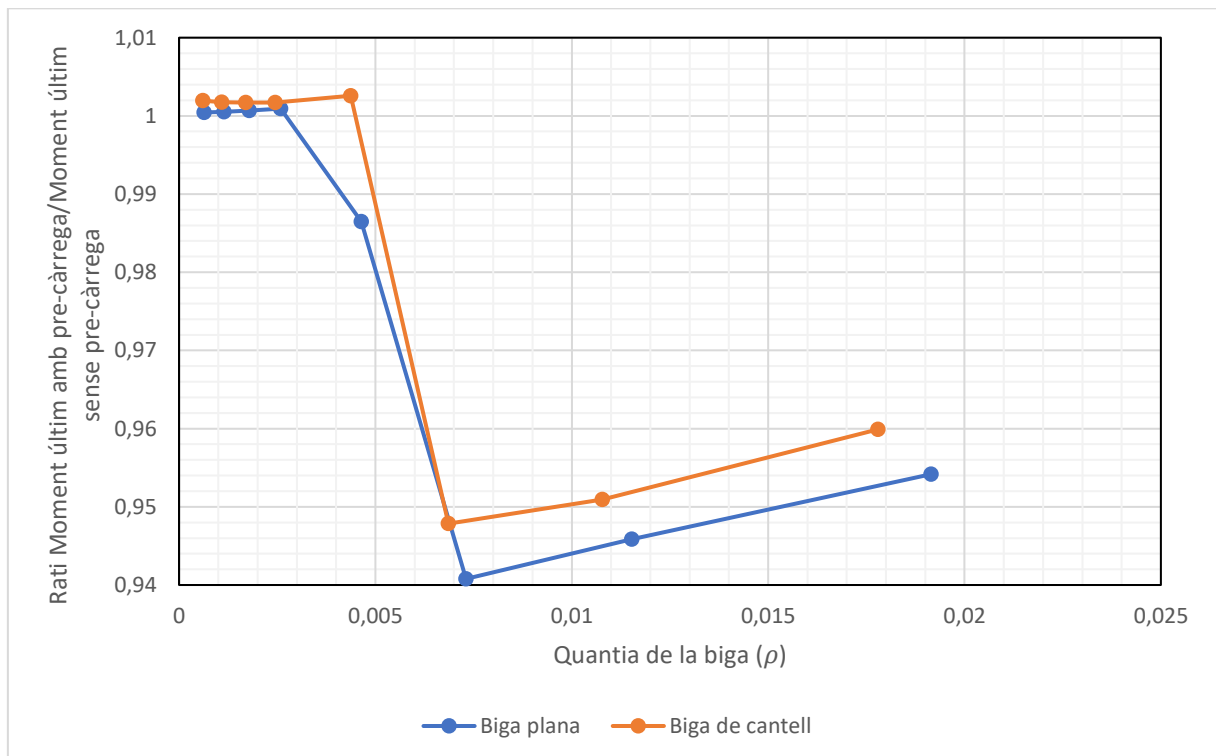


Figura 26 Efecte del pre-càrrega a dos bigues reforçades amb FRP

Es pot observar com les dues bigues es comporten de la mateixa manera. Per quanties baixes el moment últim és més gran quan la biga ha estat pre-càrregada, però per quanties altes passa el contrari, el moment últim és més gran per les bigues sense pre-càrrega.

L'explicació és que les bigues amb quanties més baixes trenquen a causa del material de reforç mentre que les bigues amb quanties més altes trenquen abans per aixafament del formigó.

S'ha volgut fer el mateix estudi però en aquest cas amb el valor de cantell útil constant, per comprovar el valor que tenia aquest paràmetre a l'hora de calcular la quantia de la biga.

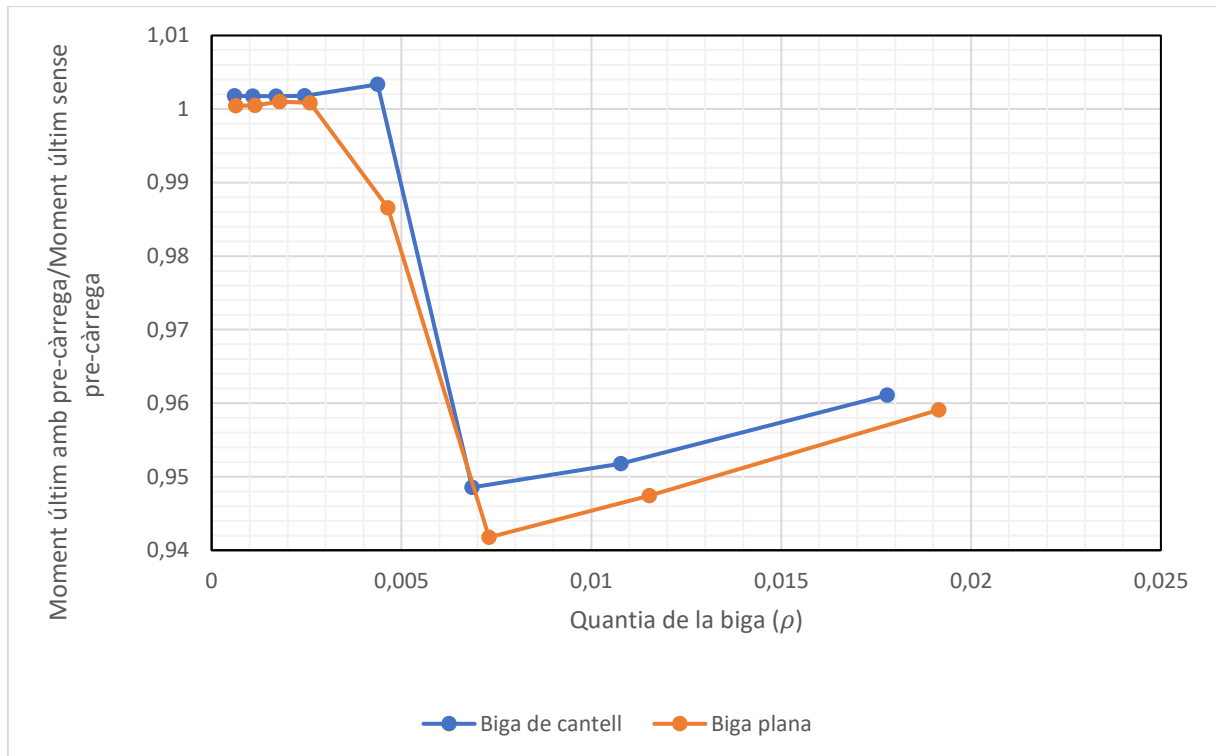


Figura 27 Efecte de la pre-càrrega a dos bigues reforçades amb FRP amb la d_1 igual

Com es pot observar comparant les dues gràfiques els valors pràcticament són idèntics, per tant les petites variacions de cantell útil degut a la variació del diàmetre no afecten en gran mesura als resultats.

4.5.2 Efecte de la pre-càrrega en el moment últim de despreniment en funció de la quantia de la biga.

En aquest cas s'estudiarà com evolucionen els mètodes per preveure l'IC debonding en funció de la quantia d'acer. Per tenir en compte la pre-càrrega, a l'eix vertical es representa representat el rati entre el moment últim de despreniment amb pre-càrrega i el moment últim de despreniment sense pre-càrrega. De la mateixa manera que a l'apartat anterior, si el rati és superior a 1 vol dir que la pre-càrrega és favorable.

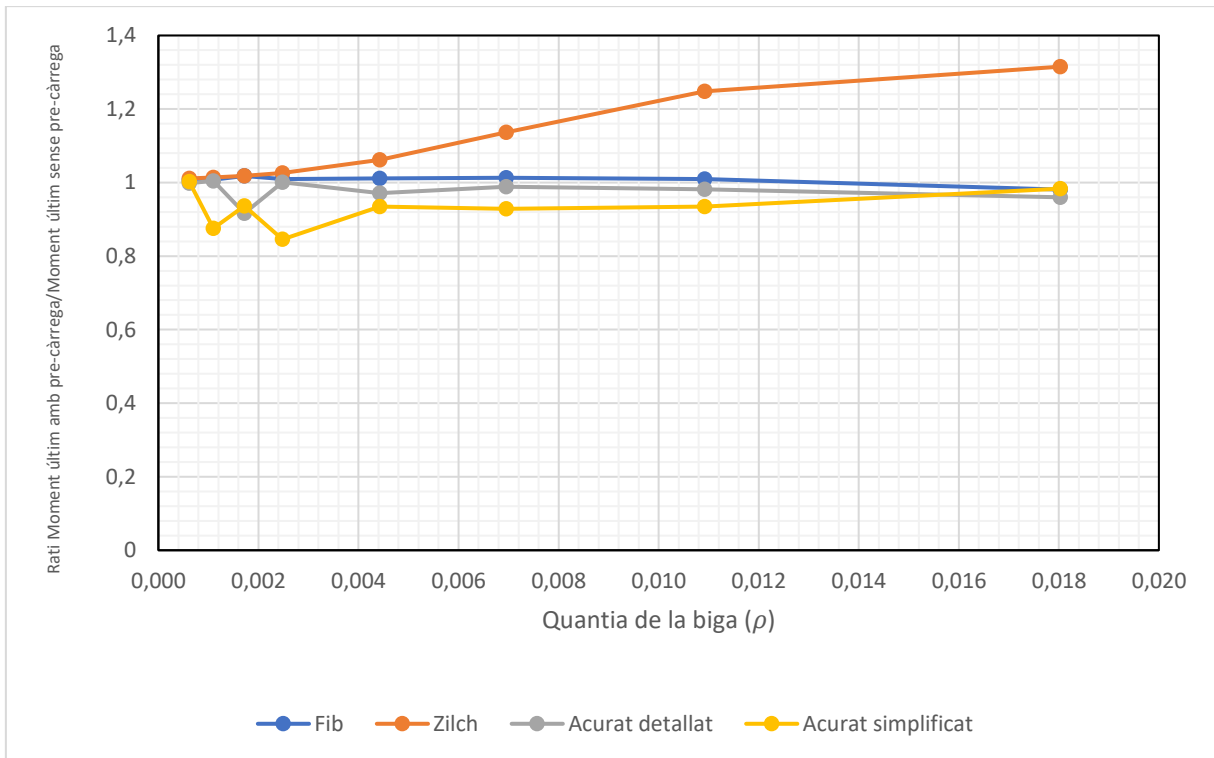


Figura 28 Efecte de la pre-càrrega en el moment IC debonding en funció de la quantia de la biga de cantell

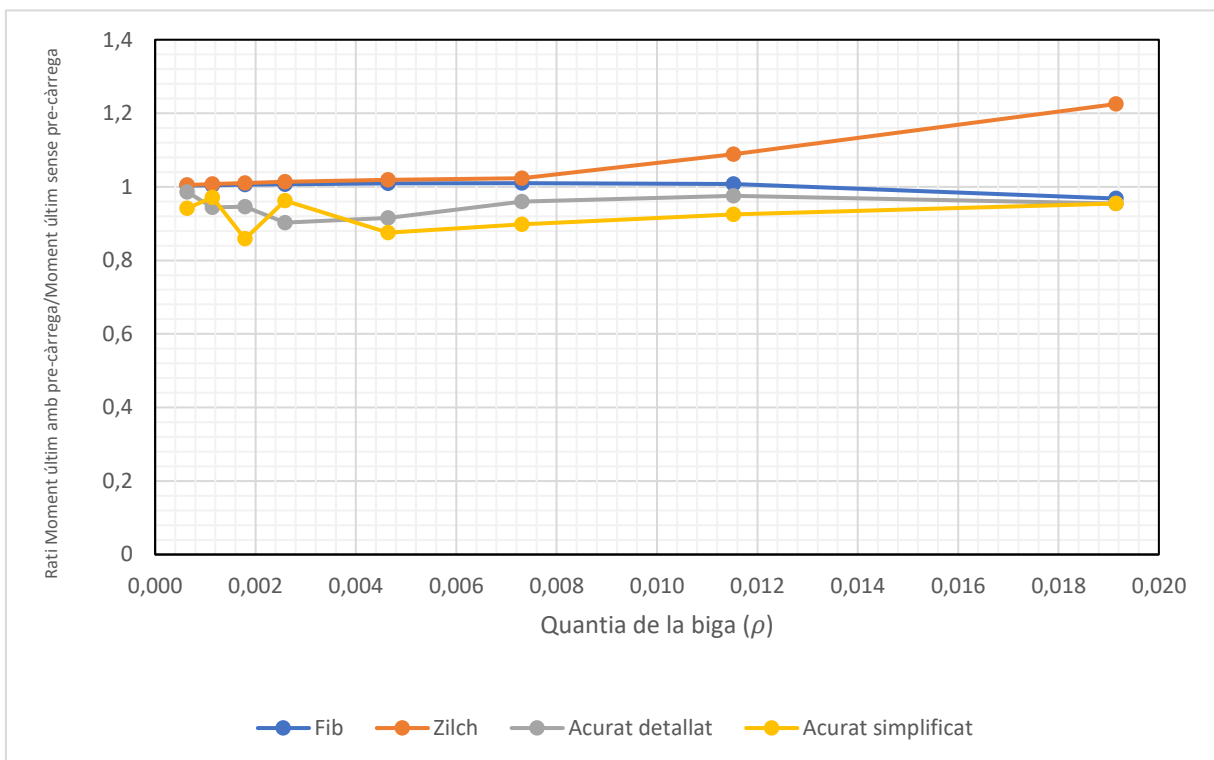


Figura 29 Efecte del prestrain en el moment IC debonding en funció de la quantia de la biga plana

Es pot comprovar que els mètodes tenen un comportament molt similar entre la biga de cantell i la biga plana. El mètode de la *fib* es manté pràcticament a 1 a totes les quanties. El mètode de Zilch augmenta a mida que s'augmenten les quanties. Aquesta diferència tan gran entre moments últims és deguda al diàmetre de les barres, que és el que variem per variar la quantia, i aquest afecta directament al mètode de Zilch.

Els mètodes acurats, en els 5 primers casos (els casos de ruptura per FRP), els resultats són molt irregulars. Això és degut a que són mètodes iteratius que tenen en compte totes les esquerdes de la biga. Com es pot observar a la Taula 10 i la Taula 11, en el cas de la biga de cantell, tot i tenir una distància entre esquerdes, un número d'esquerdes i una esquerda de despreniment diferents entre quanties, en alguns casos la distància de la secció més desfavorable és la mateixa.

A la columna de "Esquerda de despreniment" de la Taula 10 i la Taula 11, s'observa que apareixen dos números d'esquerdes. Això és degut a que la biga és simètrica i teòricament s'hauria de produir el despreniment del FRP a les dues a l'hora. A la vida real no és així perquè les imperfeccions inherents de la seva construcció farien que el despreniment aparegués en un dels dos costats.

Acurat detallat amb pre-càrrega màxima						
ρ	Diàmetre barres [mm]	Moment de despreniment [KNm]	Sr [mm]	Esquerda de despreniment	Esquerdes totals	Distància de la secció desfavorable [mm]
0,000616	6	142,32	589,73	4 i 5	8	2358,92
0,001097	8	135,30	449,05	4 i 7	10	1796,20
0,001719	10	143,65	359,24	5 i 8	12	1796,20
0,002480	12	167,64	299,36	5 i 11	16	1496,80
0,004429	16	213,80	224,52	6 i 16	22	1347,12
Acurat detallat sense pre-càrrega						
ρ	Diàmetre barres [mm]	Moment de despreniment [KNm]	Sr [mm]	Esquerda de despreniment	Esquerdes totals	Distància de la secció desfavorable [mm]
0,000616	6	142,55	589,73	4 i 5	8	2358,92
0,001097	8	134,67	449,05	4 i 7	10	1796,20
0,001719	10	156,70	359,24	5 i 8	12	1796,20
0,002480	12	167,55	299,36	5 i 11	16	1496,80
0,004429	16	220,06	224,52	6 i 16	22	1347,12

Taula 10 Dades per comparar les seccions més desfavorables en el cas del mètode acurat detallat de la biga de cantell

Acurat simplificat amb pre-càrrega màxima						
ρ	Diàmetre barres [mm]	Moment de despreniment [KNm]	Sr [mm]	Esquerda de despreniment	Esquerdes totals	Distància de la secció desfavorable [mm]
0,000616	6	106,72	589,73	3 i 6	8	1769,19
0,001097	8	103,93	449,05	4 i 7	10	1796,20
0,001719	10	124,48	359,24	5 i 8	12	1796,20
0,002480	12	130,77	299,36	5 i 11	16	1496,80
0,004429	16	213,80	224,52	5 i 17	22	1122,60
Acurat simplificat sense pre-càrrega						
ρ	Diàmetre barres [mm]	Moment de despreniment [KNm]	Sr [mm]	Esquerda de despreniment	Esquerdes totals	Distància de la secció desfavorable [mm]
0,000616	6	106,46	589,73	3 i 6	8	1769,19
0,001097	8	118,72	449,05	4 i 7	10	1796,20
0,001719	10	132,93	359,24	4 i 9	12	1436,96
0,002480	12	154,67	299,36	5 i 11	16	1496,80
0,004429	16	197,15	224,52	5 i 17	22	1122,60

Taula 11 Dades per comparar les seccions més desfavorables en el cas del mètode acurat simplificat de la biga de cantell

Observant les distàncies de les seccions més desfavorables respecte l'extrem de la biga, es pot comprovar que en els casos en el que la distància és molt semblant a la de la quantia inferior, la pre-càrrega és perjudicial i fa disminuir el moment últim.

Això explica les irregularitats dels mètodes acurats a les primeres dades, i es pot concloure que quan el mode de falla és per FRP, amb la secció desfavorable a una distància similar la pre-càrrega és perjudicial per a quanties més grans.

4.5.3 Comparació dels mètodes de predicció de despreniment de l'FRP.

Per comparar els mètodes IC debonding s'estudiarà d'una manera similar a l'anterior els mètodes en funció de la quantia de la biga. En aquest cas es podrà veure com evoluciona el moment últim dels mètodes en relació el moment últim de la biga a mida que s'augmenta la quantia. El rati ve donat per el moment últim de despreniment (amb o sense pre-càrrega) per el moment últim de la biga. D'aquesta manera si el rati és inferior a 1 vol dir que la biga no arribarà mai al moment últim desitjat perquè abans es desprendrà el material de reforç. En cas de que el rati sigui igual a 1 vol dir que el material de reforç no es desprendrà.

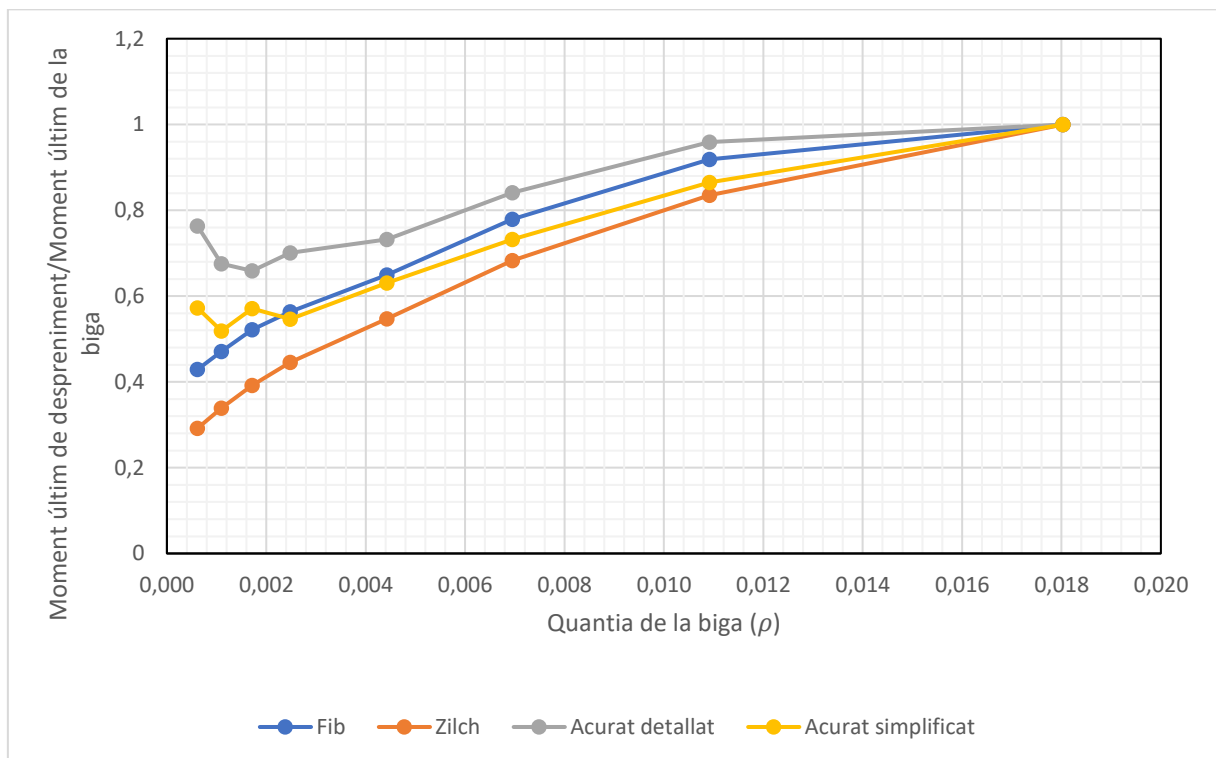


Figura 30 Biga de cantell amb pre-càrrega màxima

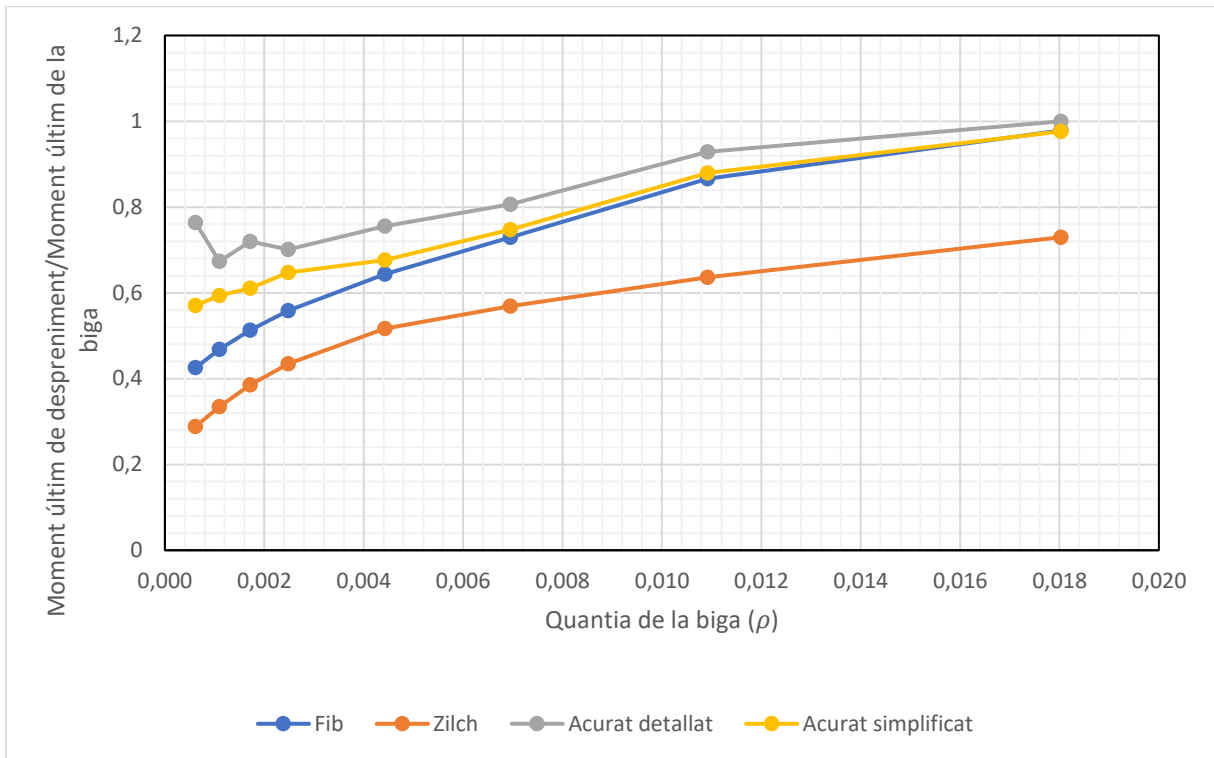


Figura 31 Biga de cantell sense pre-càrrega

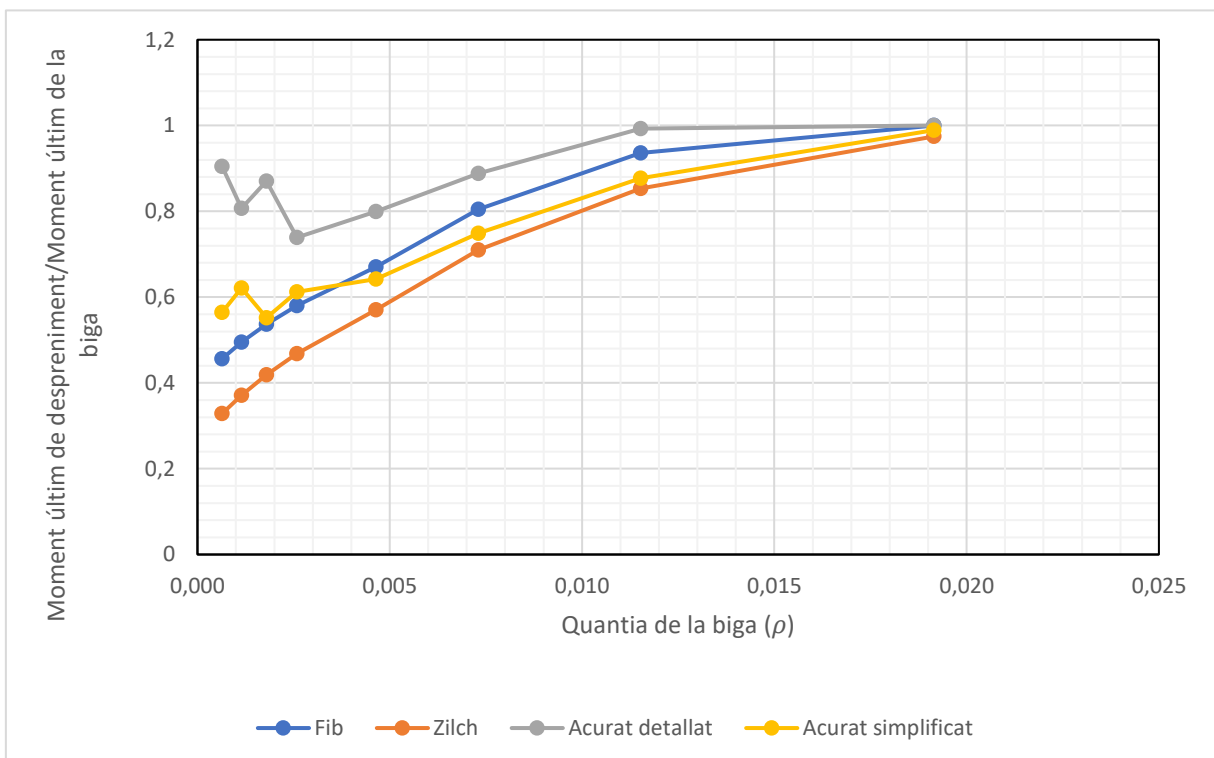


Figura 32 Biga plana amb pre-càrrega màxima

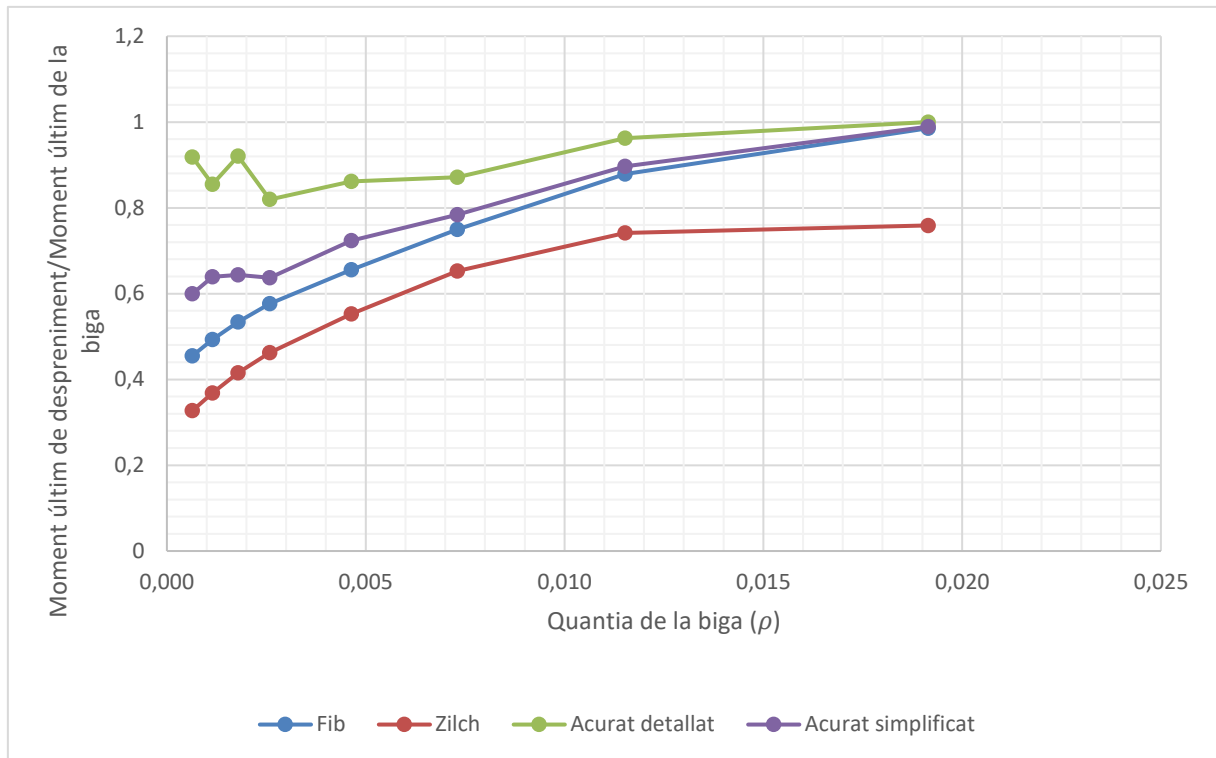


Figura 33 Jàssera plana sense pre-càrrega

Observant els gràfics veiem que per a quanties més altes el mètode de Zilch és menys restrictiu en els casos amb pre-càrrega. El mètode de la *fib* és el que presenta una variació més constant en tots els casos.

El mètode acurat simplificat, en els casos amb pre-càrrega, és menys restrictiu per a quanties baixes en comparació el mètode de la *fib*, però en canvi per a quanties altes és més restrictiu. En tots els casos el mètode acurat detallat és el menys restrictiu i el mètode de Zilch és el més restrictiu.

De la mateixa manera que l'apartat anterior, es poden veure en tots els gràfics, les irregularitats degudes a les distàncies de les seccions més desfavorables en cada cas.

5. Conclusions

Un cop finalitzat el treball, es pot afirmar que s'han pogut complir tots els objectius d'estudi definits inicialment, els quals eren: estudi dels mètodes del material FRP i el seu despreniment, estudi de la rutina del càlcul del despreniment, estudi paramètric de bigues reforçades amb FRP, estudi paramètric de bigues reforçades amb FRP i pre-carregades, i fer un estudi paramètric de bigues reforçades amb FRP, pre-carregades i amb models de bigues diferents. Aquets estudis s'han pogut realitzar a través de tres assajos amb quatre mètodes de predicció del despreniment prematur del material de reforç FRP.

Mitjançant l'estudi paramètric dels models de predicció de l'IC debonding s'han pogut extreure diferents conclusions. En primer lloc, variant la geometria de l'àrea FRP, s'ha vist que la superfície de contacte és inversament proporcional al despreniment. En segon lloc, a través dels mètodes acurats s'ha comprovat que l'energia de fractura és un paràmetre crític en el càlcul, ja que com més alt és menys despreniment es produirà.

Per via de l'estudi paramètric de l'efecte de la pre-càrrega en els models d'IC debonding s'ha pogut comprovar diferents conclusions respecte la pre-càrrega. Inicialment, quan la base del material de reforç FRP és més petita i per tant hi ha menys superfície de contacte, la pre-càrrega és més perjudicial a la biga. En segon lloc, que la pre-càrrega de la biga és menys desfavorable a bigues on la resistència característica del formigó és més alta. Finalment, s'ha vist que la pre-càrrega és més perjudicial quan els paràmetres de la llei d'adherència són trobats amb la formulació "Strips and sheets" de la Taula 2.

Per mitjà de l'estudi paramètric de l'efecte de la pre-càrrega i la quantia en els models d'IC debonding s'han pogut extreure diferents conclusions. Primerament, en les bigues que el seu mode de falla és per ruptura d'FRP i estan pre-carregades suporten més càrrega que les que no ho estan. Pel contrari quan el mode de falla és per formigó la pre-càrrega és perjudicial. En segon lloc, quan el mode de falla és per FRP, amb la secció desfavorable a una distància similar la pre-càrrega és perjudicial per a quanties més grans.

Com a conclusions generals dels estudis, s'extreu que el mètode de la *fib* és el mètode més regular presentant una restricció semblant a la dels mètodes acurats. El mètode de Zilch és el mètode més restrictiu i, alhora més simple, ja que els seus valors són de disseny i tenen aplicats un coeficient de seguretat a diferència dels altres mètodes que utilitzen valors mitjans. Els mètodes acurats, que consideren un major nombre de paràmetres en la formulació per tal d'ajustar-se a tots els factors que influeixen en la realitat, en general són menys restrictius que els altres, essent el mètode acurat detallat el que menys.

6. Relació de Documents

El projecte consta dels següents documents:

- Document 1: Memòria i Annexos

Annex A: Taules

Annex B: Arxiu Matlab

- Document 2: Pressupost

Annex A: Annex del pressupost

7. Bibliografia

- 1) Estructures de formigó armat: WEB UDG
- 2) Introduction of Fibre-Reinforced Polymers – Polymers and Composites: Concepts, Properties and Processes:
<https://www.intechopen.com/books/fiber-reinforced-polymers-the-technology-applied-for-concrete-repair/introduction-of-fibre-reinforced-polymers-polymers-and-composites-concepts-properties-and-processes>
- 3) *Fib* bulletin 90, Externally applied FRP reinforcement for concret estructures, 2019.
- 4) Barris C. “Serviceability behaviour of fibre reinforced polymer reinforced concrete beams” Universitat de Girona. (2011)
- 5) Codina A. “Debonding performance of flexural concrete elements strengthened with Externally Bonded Reinforcement (EBR) Fibre Reinforced Polymer (FRP)” Treball final de Master (2020)

Girona, 2 de Setembre 2021

Martí Ribas i Oliveras

ANNEX A: Taules

A.1 Introducció

L'objectiu d'aquest annex A és justificar els resultats obtinguts de tots els gràfics dels diferents estudis paramètrics. L'annex esta dividit en els mateixos aparats on es troben els gràfics.

A.2 Taules de l' estudi paramètric dels models de predicció de l'IC debonding

A.2.1 Efecte de la geometria de l'FRP

Rati	Base biga [mm]	Base FRP [mm]	Àrea FRP [mm]	Gruix FRP [mm]	Càrrega última de despreniment [kN/m]				Plastificació de l'acer [kN/m]	Ruptura per formigó [kN/m]
					Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat		
0,1	140	14	70	5	27,4	24,1	24,2	10,8	33,52	49,48
0,2	140	28	70	2,5	34,5	24,1	38,4	21,5	33,52	49,48
0,3	140	42	70	1,66	36,7	24,1	45,3	32,1	33,52	49,48
0,4	140	56	70	1,25	38,1	24,1	49,8	42,1	33,52	49,48
0,5	140	70	70	1	39	24,1	49,8	47,4	33,52	49,48
0,6	140	84	70	0,83	40,8	24,1	49,8	49,4	33,52	49,48
0,7	140	98	70	0,71	42,5	24,1	49,8	49,8	33,52	49,48
0,8	140	112	70	0,62	44,1	24,1	49,8	49,8	33,52	49,48
0,9	140	126	70	0,55	45,6	24,1	49,8	49,8	33,52	49,48
1	140	140	70	0,5	46,9	24,1	49,8	49,8	33,52	49,48

Taula 12 Resultats obtinguts al variar la geometria del FRP

A.2.2 Efecte de la resistència característica del formigó (fck)

τ_{b1} [MPa]	Fck [MPa]	Càrrega última de despreniment [kN/m]				Plastificació de l'acer [kN/m]	Ruptura per formigó [kN/m]
		Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat		
3,52	20	35,8	21,2	45,26	36,9	33,69	45,26
3,81	22	36,6	22,4	47,025	37,3	33,49	47,02
4,10	24	37,3	23,5	48,4	37,8	33,55	48,68
4,38	26	37,9	24,7	48,5	38,4	33,44	50,27
4,66	28	38,5	25,9	48,7	39,1	33,77	51,78
4,94	30	39,1	27,1	48,8	39,8	34,02	53,23
5,21	32	39,6	28,3	49	40,5	33,51	54,63
5,48	34	40,1	29,4	49,1	41,2	33,56	55,97
5,75	36	40,6	30,6	49,3	42	33,54	57,28
6,01	38	41	31,8	49,5	42,1	33,44	58,54
6,27	40	41,4	33	49,6	42,2	34,05	59,76
6,53	42	41,8	33,7	49,8	42,5	33,86	60,95
6,79	44	42,2	34,3	50	42,6	33,6	62,11
7,05	46	42,6	34,8	50,1	42,8	34,12	63,23
7,30	48	43	35,3	50,4	43	33,77	64,33
7,56	50	43,3	35,8	50,4	43,4	34,25	65,41

Taula 13 Resultats obtinguts al variar la resistència característica del formigó (fck)

A.2.3 Efecte del lliscament màxim (S_0)

S_0 [mm]	Càrrega última de despreniment [kN/m]				Plastificació de l'acer [kN/m]	Ruptura per formigó [kN/m]
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat		
0,2	37,6	24,1	48,3	38,1	33,52	49,48
0,25	37,6	24,1	48,9	38,1	33,52	49,48
0,3	37,6	24,1	49,48	38,1	33,52	49,48
0,35	37,6	24,1	49,48	38,1	33,52	49,48
0,4	37,6	24,1	49,48	38,1	33,52	49,48
0,45	37,6	24,1	49,48	38,1	33,52	49,48
0,5	37,6	24,1	49,48	38,1	33,52	49,48
0,55	37,6	24,1	49,48	38,1	33,52	49,48
0,6	37,6	24,1	49,48	38,1	33,52	49,48
0,65	37,6	24,1	49,48	38,1	33,52	49,48
0,7	37,6	24,1	49,48	38,1	33,52	49,48
0,75	37,6	24,1	49,48	38,1	33,52	49,48
0,8	37,6	24,1	49,48	38,1	33,52	49,48
0,85	37,6	24,1	49,48	38,1	33,52	49,48
0,9	37,6	24,1	49,48	38,1	33,52	49,48
0,95	37,6	24,1	49,48	38,1	33,520	49,48

Taula 14 Resultats obtinguts al variar el lliscament màxim (S_0)

A.2.4 Efecte de la tensió màxima de tall (τ_{b1})

τ_{b1} [MPa]	Càrrega última de despreniment [kN/m]				Plastificació de l'acer [kN/m]	Ruptura per formigó [kN/m]
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat		
3	37,59	24,13	47,14	33,61	33,52	49,48
3,5	37,59	24,13	47,69	35,24	33,52	49,48
4	37,59	24,13	48,21	37,23	33,52	49,48
4,5	37,59	24,13	48,71	39,03	33,52	49,48
5	37,59	24,13	49,20	40,84	33,52	49,48
5,5	37,59	24,13	49,48	42,10	33,52	49,48
6	37,59	24,13	49,48	42,45	33,52	49,48
6,5	37,59	24,13	49,48	42,80	33,52	49,48
7	37,59	24,13	49,48	43,81	33,52	49,48
7,5	37,59	24,13	49,48	45,05	33,52	49,48
8	37,59	24,13	49,48	46,30	33,52	49,48

Taula 15 Resultats obtinguts al variar la tensió màxima de tall (τ_{b1})

A.2.5 Efecte de l'energia de fractura (Gf)

Gf [MPa · mm]	Càrrega última de despreniment [kN/m]				Plastificació de l'acer [kN/m]	Ruptura per formigó [kN/m]
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat		
0,3	37,59	24,13	47,08	33,61	33,52	49,48
0,4375	37,59	24,13	48,04	35,42	33,52	49,48
0,6	37,59	24,13	49,16	37,23	33,52	49,48
0,7875	37,59	24,13	49,48	39,03	33,52	49,48
1	37,59	24,13	49,48	40,84	33,52	49,48
1,2375	37,59	24,13	49,48	42,10	33,52	49,48
1,5	37,59	24,13	49,48	42,45	33,52	49,48
1,7875	37,59	24,13	49,48	42,80	33,52	49,48
2,1	37,59	24,13	49,48	43,81	33,52	49,48
2,4375	37,59	24,13	49,48	45,05	33,52	49,48
2,8	37,59	24,13	49,48	46,30	33,52	49,48
3,1875	37,59	24,13	49,48	47,52	33,52	49,48

Taula 16 Resultats obtinguts al variar l'energia de fractura (Gf)

A.3 Taules de l'estudi paramètric de l'efecte de la pre-càrrega en els models d'IC debonding

A.3.1 Aplicació de la pre-càrrega a la biga

Deformació pre-càrrega [ε]	Càrrega última de despreniment [kN/m]				Ruptura per FRP [kN/m]	Plastificació de l'acer [kN/m]
	FIB	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat		
0	60,14	48,15	70,42	63,07	93,23	51,52
0,00025	60,12	50,08	69,81	62,22	93,24	49,68
0,0005	60,19	50,23	69,33	61,63	93,26	49,03
0,00075	60,26	50,36	68,86	61,05	93,27	48,39
0,001	60,32	50,48	68,57	60,52	93,29	47,75
0,00125	60,38	50,58	68,53	60,3	93,3	47,12
0,0015	60,44	50,68	68,49	60,06	93,32	46,48
0,00175	60,49	50,77	68,46	59,84	93,33	44,61
0,002	60,55	50,85	68,45	59,64	93,34	43,97
0,00225	60,59	50,93	68,43	59,46	93,35	43,33
0,0025	60,64	51	68,42	59,28	93,37	42,7
0,00275	60,68	51,07	68,42	59,1	93,4	42,07
0,003	60,72	51,13	68,41	58,95	93,47	42,07

Taula 17 Resultats obtinguts a l'afegir pre-càrrega a la biga model

A.3.2 Efecte de la geometria de l'àrea FRP amb pre-càrrega

Deformació pre-càrrega [ε]	Càrrega última de despreniment [kN/m]				Ruptura per FRP [kN/m]	Plastificació de l'acer [kN/m]
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat		
0	58,77	48,15	64,12	61,22	93,23	51,52
0,00025	58,85	50,08	63,73	60,92	93,24	49,68
0,0005	58,93	50,23	63,65	60,3	93,26	49,03
0,00075	59,01	50,36	63,59	59,62	93,27	48,39
0,001	59,07	50,48	63,53	58,91	93,29	47,75
0,00125	59,14	50,58	63,48	58,15	93,3	47,12
0,0015	59,2	50,68	63,45	57,26	93,32	46,48
0,00175	59,26	50,77	63,42	56,41	93,33	44,61
0,002	59,31	50,85	63,4	55,65	93,34	43,97
0,00225	59,36	50,93	63,38	55,005	93,35	43,337
0,0025	59,41	51,007	63,37	54,38	93,37	42,704
0,00275	59,45	51,07	63,36	53,75	93,4	42,07
0,003	59,49	51,13	63,35	53,11	93,47	42,07

Taula 18 Resultats obtinguts a l'aplicar pre-càrrega amb una base d'FRP més petita (80x1,75 mm)

Deformació pre-càrrega [ε]	Càrrega última de despreniment [kN/m]				Ruptura per FRP [kN/m]	Plastificació de l'acer [kN/m]
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat		
0	61,65	48,15	82,65	70,96	93,23	51,52
0,00025	61,73	50,08	82,08	70,11	93,24	49,68
0,0005	61,79	50,23	81,62	69,54	93,26	49,03
0,00075	61,86	50,36	81,19	68,99	93,27	48,39
0,001	61,92	50,48	80,99	68,75	93,29	47,75
0,00125	61,97	50,58	80,95	68,53	93,3	47,12
0,0015	62,029	50,68	80,91	68,23	93,32	46,48
0,00175	62,079	50,77	80,87	68,11	93,33	44,61
0,002	62,12	50,85	80,85	67,93	93,34	43,97
0,00225	62,17	50,93	80,83	67,76	93,35	43,33
0,0025	62,21	51,0074	80,8	67,59	93,37	42,7
0,00275	62,25	51,07	80,8	67,42	93,4	42,07
0,003	62,29	51,13	80,79	67,27	93,47	42,07

Taula 19 Resultats obtinguts l'aplicar pre-càrrega amb una base d'FRP més gran (140x1 mm)

A.3.3 Efecte de la resistència característica del formigó (fck) amb pre-càrrega

Deformació pre-càrrega [ε]	Càrrega última de despreniment [kN/m]				Ruptura per FRP [kN/m]	Plastificació de l'acer [kN/m]
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat		
0	64,82	55,68	72,58	67,82	95,66	51,52
0,00025	64,87	55,77	72,52	67,64	95,68	50,83
0,0005	64,92	55,85	72,5	67,46	95,69	50,15
0,00075	64,97	55,93	72,48	67,31	95,715	49,47
0,001	65,02	56,001	72,47	67,16	95,73	48,8
0,00125	65,06	56,066	72,47	66,91	95,74	48,129
0,0015	65,1	56,12	72,47	66,16	95,75	47,45
0,00175	65,14	56,18	72,47	65,37	95,77	46,78
0,002	65,18	56,23	72,47	64,49	95,78	44,45
0,00225	65,21	56,28	72,48	63,5	95,79	43,78
0,0025	65,25	56,33	72,49	62,75	95,8	43,11
0,00275	65,28	56,37	72,5	61,99	95,81	42,44
0,003	65,31	56,415	72,51	61,36	95,83	42,44

Taula 20 Resultats obtinguts l'aplicar pre-càrrega amb una resistència característica del formigó més gran (50 MPa)

A.3.4 Efecte paràmetres de la llei d'adherència amb pre-càrrega

Deformació (ϵ)	Càrrega última de despreniment [kN/m]				Ruptura per FRP [kN/m]	Plastificació de l'acer [kN/m]
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat		
0	60,04	48,15	68,53	61,84	93,23	51,52
0,00025	60,12	50,08	68,37	61,12	93,24	49,68
0,0005	60,19	50,23	68,01	60,47	93,26	49,03
0,00075	60,26	50,36	67,42	59,81	93,27	48,39
0,001	60,32	50,48	66,85	59,12	93,29	47,75
0,00125	60,38	50,58	66,27	58,38	93,3	47,12
0,0015	60,44	50,68	65,71	57,54	93,32	46,48
0,00175	60,49	50,77	65,15	56,56	93,33	44,61
0,002	60,55	50,85	64,6	55,81	93,34	43,97
0,00225	60,59	50,93	64,05	55,17	93,35	43,33
0,0025	60,64	51	63,91	54,55	93,37	42,7
0,00275	60,68	51,07	63,9	53,94	93,407	42,07
0,003	60,72	51,13	63,89	53,32	93,47	42,07

Taula 21 Resultats obtinguts l'aplicar pre-càrrega amb els paràmetres de la llei d'adherència segons l'estudi
"Strips and sheets"

Deformació (ϵ)	Càrrega última de despreniment [kN/m]				Ruptura per FRP [kN/m]	Plastificació de l'acer [kN/m]
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat		
0	60,04	48,1578	81,78	63,07	93,23	51,52
0,00025	60,122	50,08	81,75	62,22	93,24	49,68
0,0005	60,19	50,23	81,73	61,63	93,26	49,03
0,00075	60,26	50,36	81,71	61,05	93,48	48,39
0,001	60,32	50,48	81,69	60,52	93,29	47,75
0,00125	60,38	50,58	81,68	60,3	93,307	47,12
0,0015	60,44	50,68	81,67	60,06	93,32	46,48
0,00175	60,49	50,77	81,66	59,84	93,33	44,61
0,002	60,55	50,85	81,66	59,64	93,34	43,97
0,00225	60,59	50,98	81,65	59,46	93,35	43,33
0,0025	60,64	51,007	81,65	59,28	93,37	42,7
0,00275	60,68	51,07	81,65	59,1	93,4	42,07
0,003	60,72	51,13	81,65	58,95	93,47	42,07

Taula 22 Resultats obtinguts l'aplicar pre-càrrega amb el valor del lliscament màxim a 0,8 mm

A.3.5 Efecte del diàmetre de les barres amb pre-càrrega

Deformació (ϵ)	Càrrega última de despreniment [kN/m]				Ruptura per FRP [kN/m]	Plastificació de l'acer [kN/m]
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat		
0	81,49	63,69	90,13	83,48	111,73	72,02
0,00025	81,6	69,02	89,97	83,069	111,24	71,37
0,0005	81,71	70,77	89,83	82,67	110,75	70,75
0,00075	81,81	71	89,71	82,31	110,26	70,07
0,001	81,9	71,2	89,59	81,93	109,77	69,42
0,00125	81,99	71,39	89,5	81,56	109,28	67,69
0,0015	82,072	71,55	89,41	81,19	108,79	67,04
0,00175	82,14	71,71	89,33	80,86	108,31	66,39
0,002	82,21	71,85	89,27	80,53	107,82	65,74
0,00225	82,28	71,98	89,21	80,11	107,34	65,09
0,0025	82,34	72,1	89,17	79,38	106,86	64,44
0,00275	82,4	72,21	89,12	78,53	106,38	62,68
0,0028	82,41	72,23	89,1	78,34	106,29	62,68

Taula 23 Resultats obtinguts l'aplicar pre-càrrega amb un diàmetre de barres de l'armadura a tracció més gran
(20 mm)

A.4 Taules de l'estudi paramètric de l'efecte de la pre-càrrega i la quantia en els models d'IC debonding

A.4.1 Efecte de la pre-càrrega en el moment últim en funció de la quantia de la biga

Quantia de la biga (ρ)	Moment últim amb pre-càrrega màxima [kNm]	Deformació de l'FRP amb pre-càrrega màxima [ϵ]	Moment últim sense pre-càrrega [kNm]	Deformació de l'FRP sense pre-càrrega [ϵ]	Rati de moments últims
0,000608	183,35	0,0147	182,99	0,0147	1,00196732
0,001083	200,37	0,0147	200,02	0,0147	1,00174983
0,001696	218,05	0,0147	217,68	0,0147	1,00169974
0,002447	239,32	0,0147	238,91	0,0147	1,00171613
0,004370	292,1	0,0147	291,35	0,0147	1,00257422
0,006859	330,97	0,01279	349,18	0,01041	0,94784925
0,010776	388,37	0,00837	408,4	0,01053	0,95095495
0,017793	498,89	0,00393	519,72	0,00650	0,95992073

Taula 24 Resultats obtinguts a l'aplicar pre-càrrega a la biga de cantell

Quantia de la biga (ρ)	Moment últim amb pre-càrrega màxima [kNm]	Deformació de l'FRP amb pre-càrrega màxima [ϵ]	Moment últim sense pre-càrrega [kNm]	Deformació de l'FRP sense pre-càrrega [ϵ]	Rati de moments últims
0,00064	110,68	0,0147	110,63	0,0147	1,00045196
0,00114	118,59	0,0147	118,53	0,0147	1,0005062
0,00179	128,6	0,0147	128,51	0,0147	1,00070033
0,00259	140,6	0,0147	140,47	0,0147	1,00092546
0,00464	167,56	0,0147	169,86	0,0147	0,98645944
0,00731	186,53	0,0155	198,27	0,0135	0,94078781
0,01153	218,31	0,008072	230,81	0,0102	0,9458429
0,01915	276,6	0,0038	289,88	0,00645	0,95418794

Taula 25 Resultats obtinguts a l'aplicar pre-càrrega a la biga plana

Quantia de la biga (ρ)	Moment últim amb pre-càrrega màxima [kNm]	Deformació de l'FRP amb pre-càrrega màxima [ϵ]	Moment últim sense pre-càrrega [kNm]	Deformació de l'FRP sense pre-càrrega [ϵ]	Rati de moments últims
0,000608	186,44	0,0147	186,11	0,0147	1,00177314
0,001083	200,45	0,0147	200,1	0,0147	1,00174913
0,001696	218,29	0,0147	217,91	0,0147	1,00174384
0,002447	239,83	0,0147	239,4	0,0147	1,00179616
0,004370	293,84	0,0147	292,86	0,0147	1,00334631
0,006859	334,27	0,01217	352,4	0,01404	0,94855278
0,010776	395,37	0,00837	415,4	0,01053	0,95178142
0,017793	514,58	0,00528	535,4	0,00645	0,96111319

Taula 26 Resultats obtinguts a l'aplicar pre-càrrega a la biga de cantell considerant d_1 constant a tots els casos

Quantia de la biga (ρ)	Moment últim amb pre-càrrega màxima [kNm]	Deformació de l'FRP amb pre-càrrega màxima [ϵ]	Moment últim sense pre-càrrega [kNm]	Deformació de l'FRP sense pre-càrrega [ϵ]	Rati de moments últims
0,00064	110,68	0,0147	110,63	0,0147	1,00045196
0,00114	118,66	0,0147	118,6	0,0147	1,0005059
0,001791	128,83	0,0147	128,7	0,0147	1,0010101
0,00259	141,1	0,0147	140,98	0,0147	1,00085118
0,004639	169,07	0,0147	171,37	0,0147	0,98657875
0,007306	189,83	0,0115	201,57	0,0135	0,94175721
0,011527	225,31	0,00807	237,81	0,01028	0,94743703
0,019148	293,06	0,00393	305,56	0,00645	0,9590915

Taula 27 Resultats obtinguts l'aplicar pre-càrrega a la biga plana considerant d_1 constant a tots els casos

A.4.2 Efecte de la pre-càrrega en el moment IC debonding en funció de la quantia de la biga.

Quantia de la biga (ρ)	Moment últim de despreniment amb pre-càrrega màxima [kNm]			
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat
0,000616	79,96	54,41	142,32	106,72
0,001097	94,37	67,97	135,304	103,93
0,001719	113,707	85,43	143,65	124,48
0,002480	134,81	106,66	167,64	130,77
0,004429	189,77	159,79	213,8	184,24
0,006950	257,98	225,97	278,409	242,32
0,010920	356,89	324,226	372,47	335,8
0,018032	498,84	498,84	498,84	498,84

Taula 28 Resultats obtinguts de l'efecte de la pre-càrrega en el moment IC debonding en funció de la quantia de la biga de cantell

Quantia de la biga (ρ)	Moment últim de despreniment sense pre-càrrega [kNm]			
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat
0,000616	79,41	53,81	142,55	106,46
0,001097	93,64	67,02	134,67	118,72
0,001719	111,71	83,91	156,7	132,93
0,002480	133,507	103,91	167,55	154,67
0,004429	187,63	150,49	220,06	197,15
0,006950	254,66	198,73	281,66	260,88
0,010920	353,55	259,69	379,26	359,16
0,018032	508,5591	379,3	519,71	507,46

Taula 29 Resultats obtinguts del moment IC debonding sense pre-càrrega en funció de la quantia de la biga de cantell

Quantia de la biga (ρ)	Rati moment últim amb pre-càrrega/moment últim sense pre-càrrega			
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat
0,000616	1,00692608	1,011150344	0,998386531	1,002442232
0,001097	1,007795814	1,014174873	1,004707804	0,875421159
0,001719	1,017876645	1,018114647	0,916719847	0,936432709
0,002480	1,009759788	1,02646521	1,000537153	0,845477468
0,004429	1,011405426	1,061798126	0,971553213	0,934516865
0,006950	1,01303699	1,137070397	0,988457715	0,928856179
0,010920	1,009447037	1,248511687	0,982096715	0,93495935
0,018032	0,980888947	1,315159504	0,959842989	0,983013439

Taula 30 Ratis obtinguts al dividir el moment últim amb pre-càrrega entre el moment últim sense pre-càrrega en funció de la quantia de la biga de cantell

Quantia de la biga (ρ)	Moment últim de despreniment amb pre-càrrega màxima [kNm]			
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat
0,00064017	50,5	36,36	100,16	62,46
0,0011424	58,68	44,04	95,7	73,64
0,00179178	69,06	53,9	111,9	70,98
0,00259002	81,53	65,85	103,91	86,12
0,00463989	112,36	95,63	133,97	107,55
0,00730603	150,07	132,42	165,67	139,61
0,01152737	204,44	186,33	216,74	191,52
0,01914876	276,6	269,57	276,65	273,62

Taula 31 Resultats obtinguts de l'efecte de la pre-càrrega en el moment IC debonding en funció de la quantia de la biga plana

Quantia de la biga (ρ)	Moment últim de despreniment sense pre-càrrega [kNm]			
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat
0,00064017	50,34	36,19	101,604	66,33
0,0011424	58,42	43,7	101,37	75,8
0,00179178	68,65	53,33	118,26	82,68
0,00259002	80,95	64,97	115,11	89,52
0,00463989	111,32	93,84	146,29	122,9
0,00730603	148,59	129,36	172,68	155,42
0,01152737	202,81	171,15	222,14	207,029
0,01914876	285,69	220,01	289,87	286,75

Taula 32 Resultats obtinguts del moment IC debonding sense pre-càrrega en funció de la quantia de la biga plana

Quantia de la biga (ρ)	Rati moment últim amb pre-càrrega/moment últim sense pre-càrrega			
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat
0,00064017	1,00317839	1,00469743	0,985787961	0,94165536
0,0011424	1,00445053	1,00778032	0,944066292	0,971503958
0,00179178	1,00597232	1,01068817	0,946220193	0,858490566
0,00259002	1,00716492	1,01354471	0,902701764	0,96201966
0,00463989	1,00934244	1,01907502	0,915783717	0,875101709
0,00730603	1,00996029	1,02365492	0,959404679	0,89827564
0,01152737	1,00803708	1,08869413	0,975691006	0,92508779
0,01914876	0,9681823	1,22526249	0,954393349	0,954210985

Taula 33 Ratis obtinguts al dividir el moment últim amb pre-càrrega entre el moment últim sense pre-càrrega en funció de la quantia de la biga plana

A.4.3 Comparació dels mètodes IC debonding

Quantia de la biga (ρ)	Moment últim de la biga amb pre-càrrega [kNm]	Moment últim de la biga sense pre-càrrega [kNm]
0,000616	186,44	186,611
0,001097	200,37	200,02
0,001719	218,05	217,68
0,002480	239,32	238,91
0,004429	292,1	291,35
0,006950	330,97	349,18
0,010920	388,37	408,4
0,018032	498,89	519,72

Taula 34 Resultats obtinguts del moment últim de la biga de cantell

Quantia de la biga (ρ)	Moment últim de la biga amb pre-càrrega [kNm]	Moment últim de la biga sense pre-càrrega [kNm]
0,00064017	110,68	110,63
0,0011424	118,59	118,53
0,00179178	128,6	128,51
0,00259002	140,6	140,47
0,00463989	167,56	169,86
0,00730603	186,53	198,27
0,01152737	218,31	230,81
0,01914876	276,6	289,88

Taula 35 Resultats obtinguts del moment últim de la biga plana

Quantia de la biga (ρ)	Rati moment últim de despreniment/moment últim de la biga amb pre-càrrega			
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat
0,000616	0,42887792	0,29183652	0,763355503	0,572409354
0,001097	0,47097869	0,33922244	0,675270749	0,518690423
0,001719	0,52147214	0,39179087	0,658793855	0,570878239
0,002480	0,56330436	0,44567943	0,700484707	0,546423199
0,004429	0,64967477	0,54703869	0,731941116	0,630742896
0,006950	0,77946642	0,6827507	0,841191045	0,73215095
0,010920	0,91894328	0,83483791	0,95905966	0,86463939
0,018032	0,99989978	0,99989978	0,999899778	0,999899778

Taula 36 Ratis obtinguts al dividir el moment últim de la biga pel moment IC debonding amb pre-càrrega en funció de la quantia de la biga de cantell

Quantia de la biga (ρ)	Rati moment últim de despreniment/moment últim de la biga			
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat
0,000616	0,42553762	0,28835385	0,763888517	0,570491557
0,001097	0,46815318	0,33506649	0,673282672	0,593540646
0,001719	0,51318449	0,38547409	0,719864021	0,610667034
0,002480	0,55881713	0,43493366	0,701310117	0,647398602
0,004429	0,64400206	0,51652651	0,755311481	0,676677536
0,006950	0,72930867	0,5691334	0,806632682	0,747121828
0,010920	0,8656954	0,63587169	0,928648384	0,879431929
0,018032	0,97852517	0,72981605	0,999980759	0,976410375

Taula 37 Ratis obtinguts al dividir el moment últim de la biga pel moment IC debonding sense pre-càrrega en funció de la quantia de la biga de cantell

Quantia de la biga (ρ)	Rati moment últim de despreniment/moment últim de la biga			
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat
0,00064017	0,45627033	0,32851464	0,904951211	0,564329599
0,0011424	0,49481407	0,37136352	0,806982039	0,620962982
0,00179178	0,537014	0,41912908	0,870139969	0,551944012
0,00259002	0,57987198	0,46834993	0,739046942	0,612517781
0,00463989	0,67056577	0,57072094	0,799534495	0,641859632
0,00730603	0,80453546	0,70991261	0,888168123	0,748458693
0,01152737	0,93646649	0,85351106	0,992808392	0,877284595
0,01914876	1	0,97458424	1,000180766	0,98922632

Taula 38 Ratis obtinguts al dividir el moment últim de la biga pel moment IC debonding amb pre-càrrega en funció de la quantia de la biga plana

Quantia de la biga (ρ)	Rati moment últim de despreniment/moment últim de la biga			
	Fib	Zilch	Acurat detallat	Acurat simplificat
0,000640174	0,45503028	0,32712646	0,918412727	0,599566121
0,001142397	0,492871	0,36868303	0,855226525	0,639500548
0,001791783	0,53419967	0,41498716	0,92023967	0,643374056
0,002590015	0,57627963	0,46251869	0,819463231	0,637289101
0,004639891	0,65536324	0,55245496	0,861238667	0,72353703
0,007306029	0,74943259	0,65244364	0,870933575	0,783880567
0,01152737	0,8786881	0,741519	0,962436636	0,896967202
0,019148755	0,98554574	0,75896923	0,999965503	0,989202429

Taula 39 Ratis obtinguts al dividir el moment últim de la biga pel moment IC debonding sense pre-càrrega en funció de la quantia de la biga plana

ANNEX B: Arxiu Matlab

B1. Introducció

L'objectiu d'aquest annex B és mostrar i explicar les parts més destacables de l'arxiu Matlab utilitzat per la realització del treball.

B2. Arxiu Matlab

B2.1 Introducció de dades

```
%% Geometrical properties %%
b=300;      %[mm]base
h=500;      %[mm]height
L=5000;     %[mm]length
cc=24;      %[mm]concrete cover

%Shear reinforcement
%disp('Shear reinforcement')
n_s=50;      % number of branches
diam_s=8;    %[mm]diameter of stirrup
s=100;      %[mm]separation between stirrups
Asw=(n_s*pi*diam_s^2/4)/s;  %[mm2/mm]shear reinforcement ratio

%Flexural reinforcement in tensile face
n1=3;        %number of rebar
diam1=16;    %[mm]diameter
As1=n1*pi*diam1^2/4;  %[mm2]area of reinforcement
d1=h-cc-diam_s-diam1/2;  %[mm]distance from top to the center of longitudinal bar
rho_s1=As1/(b*d1);

%Flexural reinforcement in compression face
n2=2;        %number of rebar
diam2=10;    %[mm]diameter
As2=n2*pi*diam2^2/4;  %[mm2]area of reinforcement
d2=cc+diam_s+diam2/2;  %[mm]distance from top to the center of longitudinal bar
rho_s1=As2/(b*d2);

%Bar type and bond conditions: a selection list dialog box will appear
bar_type=1;  %1=ribbed, 2=smooth
bond_condition=1;  %1=good, 2=medium
```

Figura 34 Fragment de l'arxiu Matlab propietats geomètriques de la biga

En la Figura 34 s'observen les propietats geomètriques de la biga que s'han d'introduir per la realització dels càlculs. En aquesta part s'introdueixen també les dades de l'armadura de la biga.

Per l'armadura a resistència a tallant s'introdueix el nombre de cercles, el diàmetre d'aquests i la distància de separació que es troben. Automàticament calcula l'àrea total del reforç a tallant.

Tant per l'armadura que treballa a tracció com la que treballa a compressió, s'introdueix el nombre de barres i el diàmetre d'aquestes. Automàticament calcula l'àrea de cada reforç i la d (distància del centre geomètric de l'armadura a la part superior de la biga).

Finalment s'ha d'indicar quin tipus de barres s'utilitzen, rugoses o llises, i si les condicions d'enllaç són "bones" o "mitjanes".

```
%EBR FRP
%disp('FRP Reinforcement')
technique=1;      %1=pultruded,2=wet lay-up
nf=1;            %number of FRP sheets
bf=100;          %[mm]width of FRP sheet
tf=1.4;          %[mm]thickness of 1 FRP sheet
tf=nf*tf;        %[mm]total thickness of FRP
Af=bf*tf;        %[mm2]area of FRP
rho_f=Af/(b*h);
```

Figura 35 Fragment de l'arxiu Matlab propietats geomètriques del material de reforç FRP

En la Figura 35 s'observen les propietats geomètriques del reforç FRP que s'han d'introduir per la realització dels càlculs.

S'introdueixen les dades del reforç FRP, així com la tècnica per adherir el material FRP a la biga, nombre de capes de material compost i la base. En funció d'aquestes dades calcula el gruix i l'àrea del material FRP.

```
%% Material properties %%
%Concrete
fck=30;
fcm=fck;           %mean values
gamma_c=1;
fcd=fck/gamma_c;
fctm=0.3*(fcm)^(2/3);
Ec=22000*(fcm/10)^0.3;
eps_cu=0.0035;
eps_c2=0.002;
concrete=[fck;gamma_c;fcd;Ec];

%Steel
fyk=500;
Es=200*1e3;
gamma_s=1;
fyd=fyk/gamma_s;
n_s=Es/Ec;
steel=[fyk;gamma_s;fyd;Es];

%FRP
ffk=2500;
gamma_f=1;
gamma_fb=1;
ffd=ffk/gamma_f;
Ef=170*1e3;
n_f=Ef/Ec;
FRP=[ffk;gamma_f;ffd;Ef];
```

Figura 36 Fragment de l'arxiu Matlab propietats dels materials

A la Figura 36 s'observen les propietats dels materials que s'han d'introduir per la realització dels càlculs.

Pel formigó s'ha d'introduir la resistència característica i el coeficient de seguretat que s'hi vol aplicar. Amb això automàticament calcula la resistència mitja a tracció i el mòdul d'elasticitat. També s'introdueixen les deformacions màximes per flexió i compressió. Finalment es guarden els valors a la variable concrete (formigó).

Per l'acer s'introdueix la resistència característica, el mòdul d'elasticitat i el coeficient de seguretat. També es guarden els valors a una variable aquesta vegada anomenada steel (acer).

Per acabar s'introdueixen les dades del material compost, la resistència característica, els coeficients de seguretat i el mòdul d'elasticitat. El coeficient d'elasticitat gamma_f s'utilitza per calcular la resistència característica de disseny, mentre que la gamma_f1 s'utilitza més endavant en la formulació. Es guarden els valors a la variable FRP.

B.2.2 Càlculs previs als mètodes

B.2.2.1 Espai entre esquerdes

```
%% DETERMINING THE CRACK SPACING %
%1.2.2a)Cracking moment Mcr (eq.6-7 fib bulletin 90 p.82):
    k_f1=max(1.6-h/1000,1);
    Wc0=b*h^2/6;
    Mcr=k_f1*fctm*Wc0;
%1.2.2b)Mean bond force/stress:
    if bond_condition==1&&bar_type==1
        k_vb1=1;
        fbsm=0.43*k_vb1*fcm^(2/3);

    elseif bond_condition==1&&bar_type==2
        k_vb1=0.7;
        fbsm=0.43*k_vb1*fcm^(2/3);

    elseif bond_condition==2&&bar_type==1
        k_vb2=1;
        fbsm=0.28*k_vb2*fcm^(1/2);

    elseif bond_condition==2&&bar_type==2
        k_vb2=0.5;
        fbsm=0.28*k_vb2*fcm^(1/2);

    end
    Fbsm=n1*diam1*pi*fbsm; %Mean bond force
%1.2.2c)Transfer length of the reinforcing steel:
    z_s=0.85*h;          %lever arm
    le0=Mcr/(z_s*Fbsm); %transfer length
%1.2.2d)Crack spacing:
    sr=1.5*1e0;
%Number of cracks
    n_cracks=ceil(0.5*L/sr);
%Crack distribution
    x_cr=zeros(1,n_cracks);
    for i=1:n_cracks
        x_cr(1,i)=L/2-sr*(i-1); %first crack at L/2
    end
```

Figura 37 Fragment de l'arxiu Matlab separació entre esquerdes i longitud efectiva d'unió

A la Figura 37 s'observa com es calcula la separació entre esquerdes. Es pot comprovar com varia la formulació en funció de les condicions d'unió i la tipologia de les barres de reforç. Cal tenir present que la variable le_0 es tracta de la longitud d'unió acer-formigó.

B.2.2.2 Paràmetres de la llei d'adherència

```
%% Bond-slip law parameters
a_cc=0.85; %Coef between 0.8 and 1
a_ct=0.85;
k_b=max(sqrt((2-bf/b)/(1+bf/b)),1);
%fib table A5.1-1
if technique==1
    tau_blk=0.53*sqrt(fcm*fctm); %Shear strength for strips
    s_0k=0.21; %Ultimate slip for strips
else
    tau_blk=0.72*sqrt(fcm*fctm); %Shear strength for sheets
    s_0k=0.24; %Ultimate slip for sheets
end
%Transfer length
l_e=pi/2*sqrt(Ef*tf*s_0k/tau_blk); %FIB
%l_e=(2/1.128)*sqrt(Ef*tf*s_0k/tau_blk); %ZILCH (more conservative)
%Characteristic FRP bond strength
f_fbk_max=sqrt(Ef*s_0k*tau_blk/tf);
if sr<l_e
    f_fbk_sr=f_fbk_max*(sr/l_e)*(2-sr/l_e);
else
    f_fbk_sr=f_fbk_max;
end
%Characteristic bond friction strength
tau_bFk=17.5*a_cc*fcm^(-0.89);
```

Figura 38 Fragment de l'arxiu Matlab paràmetres de la llei d'adherència

A la Figura 38 s'observa com es calculen els paràmetres de la llei d'adherència i la longitud efectiva d'unió en funció de la tècnica amb la que s'elabora el material de reforç. També es troba la tensió màxima abans del despreniment de la zona d'ancoratge (f_{fb}) en funció de la distància entre esquerdes i la longitud efectiva d'unió i la força a fricció característica de la unió FRP-formigó.

B2.2.3 Aplicació de la pre-càrrega

```
%% Existing strain
% Determining the existing strain during the strengthening.
% Load case 2 and quasi-permanent load combination for SLS.
% Find neutral axis from static moment equilibrium depending on whether the
% section is cracked or not.
% SI NO LA TENIM EN COMPTE:
e_0=zeros(1,n_cracks);
q_0=0;
for i=1:n_cracks
    e_0(1,i)=0; %No tenim en compte pre-strain
end
% SI PARTIM D'UN VALOR DE PRE-STRAIN AL MIG EN LLOC D'UNA CÀRREGA:

e_0_mid=0.003; %pre-strain at mid section

%Find neutral axis from static moment equilibrium:
syms x_0 real
x_0=double(solve(b*x_0^2/2+n_s*As2*(x_0-d2)==n_s*As1*(d1-x_0),x_0));
x_0=x_0(x_0>=0);
Icr_0=b*x_0^3/3+(n_s-1)*As2*(x_0-d2)^2+n_s*As1*(d1-x_0)^2;

M_0_mid=e_0_mid*Icr_0*Ec/(h-x_0); %Moment at mid section
q_0=8*M_0_mid/L^2; %Load that causes previous moment and pre-strain at mid section

%Create vectors for each crack
M_0=zeros(1,n_cracks);
e_0=zeros(1,n_cracks);
for i=1:n_cracks
    M_0(1,i)=q_0*L/2*x_cr(1,i)-q_0*x_cr(1,i)^2/2;
    e_0(1,i)=M_0(1,i)*(h-x_0)/(Icr_0*Ec);
end
```

Figura 39 Fragment de l'arxiu Matlab aplicació de la pre-càrrega

A la Figura 39 s'observa com s'afegeix el factor pre-càrrega als càlculs. S'introdueix a través de la deformació, provocada per la prè-carrega, a la meitat de la biga (e_{0_mid}). Es troba la línia neutra i la inèrcia de la secció, amb això es pot trobar el moment i la càrrega de la pre-càrrega. Finalment es troba el moment i la deformació que causa la pre-càrrega per cada element entre esquerdes.

B.2.2.4 Vectors d'equilibri i càlcul del moment últim de la biga

```
%% Create equilibrium vectors %%  
  
%Create vectors  
aux=71;  
aux2=eps_cu/(aux-1);  
eps_c=(0:aux2:eps_cu)';  
sigma_c=zeros(aux,1);  
k1=zeros(aux,1);  
k2=zeros(aux,1);  
x=zeros(aux,n_cracks);  
eps_s1=zeros(aux,n_cracks);  
eps_s2=zeros(aux,n_cracks);  
eps_f=zeros(aux,n_cracks);  
eps_0=zeros(aux,n_cracks);  
sigma_s1=zeros(aux,n_cracks);  
sigma_s2=zeros(aux,n_cracks);  
sigma_f=zeros(aux,n_cracks);  
Mr=zeros(aux,n_cracks);
```

Figura 40 Fragment de l'arxiu Matlab vector d'equilibri

A la Figura 40 s'observa es creen diverses matrius per fer un estudi complet de tota la biga. Totes les matrius tenen 71 files, ja que s'estudia la deformació del formigó que aquesta va de 0 a 0.0035. La precisió de l'estudi és de 0.00005, d'aquí que la fila de matrius sigui 71.

$$\frac{0.0035}{0.00005} = 70 \text{ (afegint la deformació 0 són 71)}$$

```
%Find neutral axis  
%Start loop  
for i=1:aux  
    if eps_c(i,1)<=eps_c2  
        sigma_c(i,1)=fcd*(1-(1-eps_c(i,1)/eps_c2)^2);  
        k1(i,1)=1000*eps_c(i,1)*(0.5-1000*eps_c(i,1)/12);  
        k2(i,1)=(8-1000*eps_c(i,1))/(4*(6-1000*eps_c(i,1)));  
    else  
        sigma_c(i,1)=fcd;  
        k1(i,1)=1-2/(3000*eps_c(i,1));  
        k2(i,1)=(1000*eps_c(i,1)*(3000*eps_c(i,1)-4)+2)/(2000*eps_c(i,1)*(3000*eps_c(i,1)-2));  
    end  
end
```

Figura 41 Fragment de l'arxiu Matlab càlculs previs abans de trobar el moment últim

Abans de trobar l'eix neutre cal conèixer el moment últim de la biga es calcula la tensió del formigó (σ_c) i els valors α i λ , que corresponent a k_1 i k_2 respectivament.

```

%Find x depending on whether the steel reinforcements A1 and A2 are on
%the elastic or plastic range
for i=2:aux
for j=1:n_cracks

eps_0(i,j)=e_0(1,j);

x(i,j)=(-(As2*Es*eps_c(i,1)+As1*Es*eps_c(i,1)+Af*Ef*(eps_c(i,1)+eps_0(i,j)))+sqrt((As2*Es*eps_c(i,1)+As1*Es*eps_c(i,1)+Af*Ef*(eps_c(i,1)+eps_0(i,j)))^2+4*k1(i,1)*fcd*b*eps_c(i,1)*(As2*Es*d2+As1*Es*d1+Af*Ef*h)))/(2*k1(i,1)*fcd*b);

if (eps_c(i,1)*(d1/x(i,j)-1))<=fyd/Es&&(eps_c(i,1)*(1-d2/x(i,j)))<=fyd/Es
x(i,j)=x(i,j);

elseif (eps_c(i,1)*(d1/x(i,j)-1))<=fyd/Es&&(eps_c(i,1)*(1-d2/x(i,j)))>fyd/Es
x(i,j)=[(-(As2*fyd+As1*Es*eps_c(i,1)+Af*Ef*(eps_c(i,1)+eps_0(i,j)))+sqrt((As2*fyd+As1*Es*eps_c(i,1)+Af*Ef*(eps_c(i,1)+eps_0(i,j)))^2+4*k1(i,1)*fcd*b*eps_c(i,1)*(As1*Es*d1+Af*Ef*h)))/(2*k1(i,1)*fcd*b);

elseif (eps_c(i,1)*(d1/x(i,j)-1))>fyd/Es&&(eps_c(i,1)*(1-d2/x(i,j)))<=fyd/Es
x(i,j)=[(-(As2*Es*eps_c(i,1)-As1*fyd+Af*Ef*(eps_c(i,1)+eps_0(i,j)))+sqrt((As2*Es*eps_c(i,1)-As1*fyd+Af*Ef*(eps_c(i,1)+eps_0(i,j)))^2+4*k1(i,1)*fcd*b*eps_c(i,1)*(As2*Es*d2+Af*Ef*h)))/(2*k1(i,1)*fcd*b);

elseif (eps_c(i,1)*(d1/x(i,j)-1))>fyd/Es&&(eps_c(i,1)*(1-d2/x(i,j)))>fyd/Es
x(i,j)=[(-(As2*fyd-As1*fyd+Af*Ef*(eps_c(i,1)+eps_0(i,j)))+sqrt((As2*fyd-As1*fyd+Af*Ef*(eps_c(i,1)+eps_0(i,j)))^2+4*k1(i,1)*fcd*b*eps_c(i,1)*(Af*Ef*h)))/(2*k1(i,1)*fcd*b);
end

eps_s1(i,j)=min(eps_c(i,1)*(d1/x(i,j)-1),fyd/Es);
eps_s2(i,j)=min(eps_c(i,1)*(1-d2/x(i,j)),fyd/Es);

eps_f(i,j)=eps_c(i,1)*((h-x(i,j))/x(i,j))-eps_0(i,j);

sigma_s1(i,j)=round(eps_s1(i,j)*Es,8);
sigma_s2(i,j)=round(eps_s2(i,j)*Es,8);

sigma_f(i,j)=round(eps_f(i,j)*Ef,8);

Mr(i,j)=As1*sigma_s1(i,j)*(d1-k2(i,1)*x(i,j))+Af*Ef*eps_f(i,j)*(h-k2(i,1)*x(i,j))-As2*sigma_s2(i,j)*(k2(i,1)*x(i,j)-d2);

end
end

```

Figura 42 Fragment de l'arxiu Matlab càlcul del moment últim de la biga

A la Figura 42 s'observa com es plantegen les 4 hipòtesis per troba la línia neutra de la biga, seguidament es calcula la deformació i la tensió de l'acer i el material FRP. Finalment es troba el moment últim de la biga.

B.2.2.5 Valors de ruptura de la biga

```
%% MAXIMUM VALUES AT FAILURE%
if sigma_f(eps_c==eps_cu)<ffd
    failure='CC'
    eps_f_failure=eps_f(eps_c==eps_cu)*1e6
    M_failure=Mr(eps_c==eps_cu)
else
    failure='FR'
    eps_f_failure=ffd/Ef*1e6
    M_failure=interp1(sigma_f(:,1),Mr(:,1),ffd)
end

P_failure=8*M_failure/L^2
```

Figura 43 Fragment de l'arxiu Matlab valors de ruptura de la biga

A la Figura 43 s'observa com es troba la deformació, el moment i la càrrega de ruptura de la biga en funció de si el mode de falla, formigó o FRP.

Si la tensió del material compost no supera la tensió de disseny, fallarà pel formigó. A conseqüència s'agafa com a deformació de falla del material FRP, la deformació a la qual el formigó s'ha deformat $0,0035 \epsilon$ (màx). Amb el moment es fa exactament el mateix que amb la deformació.

Si la tensió del material compost supera la tensió de disseny, llavors fallarà per culpa del FRP. En aquest cas, el moment de falla es busca dins a la matriu Mr, on es busca quin és el moment que correspon a la tensió que té el material compost. En cas de que el moment exacte no es trobi es fa una interpolació entre els dos valors més pròxims. La deformació de falla del material FRP és la seva deformació màxima.

Finalment es troba la càrrega màxima que suporta.

B.2.2.6 Forces per cada element entre esquerdes

```
%% INTERNAL FORCES AT ELEMENT BETWEEN CRACKS %

%maximum load (N)=qmax*incr
incr=0.1;
P_max=round(P_failure/incr)-1;
P_min=round(q_0/incr);
if e_0==0
    P_val=P_max;
else
    P_val=P_max-P_min+1;
end

%Create vectors for each element

P=zeros(P_val,1); %Carrega
sigma_c_ac=zeros(P_val,n_cracks); %Tensio formigo
k1_ac=zeros(P_val,n_cracks);
k2_ac=zeros(P_val,n_cracks);
sigma_s1_ac=zeros(P_val,n_cracks); %tensio acer inferior
sigma_s2_ac=zeros(P_val,n_cracks); %tensio acer superior
sigma_f_ac=zeros(P_val,n_cracks); %tensio frp
x_ac=zeros(P_val,n_cracks); %profunditat fibra neutre (des de dalt)
MEd=zeros(P_val,n_cracks); %moment resultant carrega aplicada (moment actuant)
eps_0_ac=zeros(P_val,n_cracks); %pre-strain
eps_f_ac=zeros(P_val,n_cracks);
eps_c_ac=zeros(P_val,n_cracks);
eps_s1_ac=zeros(P_val,n_cracks);
eps_s2_ac=zeros(P_val,n_cracks);
Ffd_ac=zeros(P_val,n_cracks);
Fsd1_ac=zeros(P_val,n_cracks);
Fsd2_ac=zeros(P_val,n_cracks);
Fcd_ac=zeros(P_val,n_cracks);
element=zeros(P_val,n_cracks-1);
x_cr_2=zeros(P_val,n_cracks-1);
x_cr_1=zeros(P_val,n_cracks-1);
FfEd_2=zeros(P_val,n_cracks-1);
FfEd_1=zeros(P_val,n_cracks-1);
incrFfEd=zeros(P_val,n_cracks-1);
```

Figura 44 Fragment de l'arxiu Matlab creació de matrius

A la Figura 44 s'observa com es creen matrius que serviran de vectors d'equilibri per a cada element entre esquerdes i contemplarà totes les forces possibles. S'agafen dades per cada 100 N. Per això es divideix la força màxima en 0,1 i s'arrodoneix. Es té en compte la pre-càrrega.

```

%Start loop: calculations for each element
for i=1:P_val;
    if e_0==0
        P(i,1)=i*incr;%Load
    else
        P(i,1)=(i+P_min-1)*incr;%Load
    end
for j=1:n_cracks;

%Moment and shear calculation
MEd(i,j)=P(i,1)*L/2*x_cr(1,j)-P(i,1)*x_cr(1,j)^2/2;
VED(i,j)=P(i,1)*(L/2-x_cr(1,j));

%Equilibrium values at each crack (Interpolation function)

eps_c_ac(i,j)=interp1(Mr(:,j),eps_c(:,1),MEd(i,j));
sigma_c_ac(i,j)=interp1(Mr(:,j),sigma_c(:,1),MEd(i,j));
k1_ac(i,j)=interp1(Mr(:,j),k1(:,1),MEd(i,j));
k2_ac(i,j)=interp1(Mr(:,j),k2(:,1),MEd(i,j));
x_ac(i,j)=interp1(Mr(:,j),x(:,j),MEd(i,j));
eps_s1_ac(i,j)=interp1(Mr(:,j),eps_s1(:,j),MEd(i,j));
eps_s2_ac(i,j)=interp1(Mr(:,j),eps_s2(:,j),MEd(i,j));
eps_f_ac(i,j)=interp1(Mr(:,j),eps_f(:,j),MEd(i,j));
eps_0_ac(i,j)=interp1(Mr(:,j),eps_0(:,j),MEd(i,j));
sigma_s1_ac(i,j)=interp1(Mr(:,j),sigma_s1(:,j),MEd(i,j));
sigma_s2_ac(i,j)=interp1(Mr(:,j),sigma_s2(:,j),MEd(i,j));
sigma_f_ac(i,j)=interp1(Mr(:,j),sigma_f(:,j),MEd(i,j));

Ffd_ac(i,j)=Af*Ef*eps_f_ac(i,j);
Fsd1_ac(i,j)=As1*sigma_s1_ac(i,j);
Fsd2_ac(i,j)=As2*sigma_s2_ac(i,j);
Fcd_ac(i,j)=k1_ac(i,j)*fcd*x_ac(i,j)*b;

end

```

Es troba el moment i el tallant per cada element i cada càrrega. En cas de càrrega uniforme, es calcula de la següent manera.

$$M_{Ed} = \frac{P L}{x_{cr} - P x_{cr}^2} \quad [57]$$

$$V_{Ed} = \frac{P}{\frac{L}{2} - x_{cr}} \quad [58]$$

On x_{cr} representa la distància a la qual es troba l'element entre esquerdes que es calcula.

Els valors que ja estan calculats anteriorment en funció de la deformació, ara també es necessiten en funció de les diferents càrregues que hi poden haver. Per això s'omplen les matrius creades anteriorment comparant els nous moments trobats amb els moments últims que ja s'havien trobat. Interpolant es troben tots els valors.

També es troben les forces que actuen al material compost, a l'armadura superior, a l'armadura inferior, al formigó i a l'FRP. Les matrius de cada força també tenen en compte totes les càrregues i deformacions possibles per cada element.

```
%increment of forces at each element
for j=1:n_cracks-1
    x_cr_2(i,j)=x_cr(j);           %Position of the higher stressed crack
    x_cr_1(i,j)=x_cr(j+1);       %Position of the lower stressed crack
    FfEd_2(i,j)=Ffd_ac(i,j);     %Tensile load at the higher stressed crack
    FfEd_1(i,j)=Ffd_ac(i,j+1);   %Tensile load at the lower stressed crack
    incrFfEd(i,j)=FfEd_2(i,j)-FfEd_1(i,j); %Increment of tensile load
end
end
```

Figura 45 Fragment de l'arxiu Matlab valors per elements entre esquerdes

A la Figura 45 es troben els valors de la posició de l'element amb més i menys tensió, la força resultat de l'element amb més i menys tensió i la diferència entre aquestes forces a cada element entre esquerdes.

B.2.3 Mètodes del despreniment prematur de l'FRP

B.2.3.1 Mètode *fib* Bulletin 90 simplificat

```
%% 1.1) IC DEBONDING: SIMPLIFIED ANALYSIS %%

%Maximum stress at FRP to avoid intermediate crack debonding
k_crk=2.1;
k_k=0.25;

ffbd_IC=k_crk*k_k*k_b*sqrt(2*Ef/tf*fc^(2/3))/gamma_fb;

ffd_IC=min(ffbd_IC,ffd);

%Failure criteria
coef_IC=zeros(P_val,1);
for i=1:P_val
    coef_IC(i,1)=sigma_f_ac(i,1)/ffd_IC;
end

%Maximum strain, load and moment
if max(coef_IC)<1
    disp('fib simplified analysis:no IC')
    eps_f_theo=eps_f_failure
    Mud_theo=M_failure*1e-6
    Pud_theo=P_failure
else
    disp('fib simplified analysis:IC')
    eps_f_theo=ffd_IC/Ef*1e6
    Mud_theo=(interp1(coef_IC(:,1),MEd(:,1),1))*1e-6
    Pud_theo=(interp1(coef_IC(:,1),P(:,1),1))
end
```

Figura 46 Fragment de l'arxiu Matlab mètode de la *fib* Bulletin 90 simplificat

Un cop calculada la tensió límit ($ffdb_IC$), es crea el coeficient IC. El coeficient IC tindrà en compte totes les càrregues possibles, ja que depèn de la tensió del FRP.

$$Coef_{IC} = \frac{\sigma_f}{\min(f_{fbd,IC}, f_{fd})} \quad [59]$$

Si aquest coeficient és menor que 1 no es produirà el debonding, si és major sí que es produeix. Daquesta forma l'arxiu Matlab informa automàticament de si es produeix el despreniment. També es calcula la deformació de l'FRP, el moment i la càrrega al moment del despreniment, en el cas que es produeixi.

B.2.3.2 Mètode Zilch (DAfStb 2012)

```
%% 1.1b) IC DEBONDING: SIMPLIFIED ANALYSIS (ZILCH) %%
%Maximum stress at FRP to avoid intermediate crack debonding
eps_f_max_1=0.5/1000+0.1/1000*L/h-0.04/1000*diam1+0.06/1000*fc_m;

if L<=9700
    eps_f_max_2=3/1000*L/9700*(2-L/9700);
else
    eps_f_max_2=3/1000;
end
eps_f_max=max(eps_f_max_1,eps_f_max_2);

ffbd_IC=eps_f_max*Ef;

ffd_IC=min(ffbd_IC,ffd);

%Failure criteria
coef_IC_Zilch=zeros(P_val,1);

for i=1:P_val
    coef_IC_Zilch(i,1)=sigma_f_ac(i,1)/ffd_IC;
end
%Maximum strain, load and moment
if max(coef_IC_Zilch)<1
    disp('Zilch simplified analysis:no IC')
    eps_f_theo2=eps_f_failure
    Mud_theo2=M_failure*1e-6
    Pud_theo2=P_failure
else
    disp('Zilch simplified analysis:IC')
    eps_f_theo2=ffd_IC/Ef*1e6
    Mud_theo2=(interp1(coef_IC_Zilch(:,1),MEd(:,1),1))*1e-6
    Pud_theo2=(interp1(coef_IC_Zilch(:,1),P(:,1),1))
end
```

Figura 47 Fragment de l'arxiu Matlab mètode de Zilch (DAfStb 2012)

Per aquest mètode es segueix la mateixa metodologia que l'anterior, tot i que amb aquest mètode s'obté la deformació límit en lloc de la tensió. Un cop obtinguda la deformació s'obté la tensió i es compara creant el coef_IC_Zilch.

Finalment es troba la deformació del FRP, el moment últim i la càrrega última de despreniment, en el cas que es produeixi.

B.2.3.3 Mètode *fib* Bulletin 90 acurat detallat

```

%% 1.2.4) DETAILED ANALYSIS OF BOND STRENGTH AT ELEMENT BETWEEN CRACKS
%Constant terms along the beam:
%For the term related to adhesive bond
incrFfkB_G=f_fbk_sr*bf*tf;
FfkB_D=s_0k*Ef*bf*tf/sr-tau_b1k*sr*bf/4;
incrFfkB_D=sqrt(bf^2*tau_b1k*s_0k*Ef*tf+FfkB_D^2)-FfkB_D;
%Terms depending on the actinc forces:
%Create vectors for each element
incrFfkB=zeros(P_val,n_cracks-1);
incrFfkF=zeros(P_val,n_cracks-1);
incrFfkC=zeros(P_val,n_cracks-1);
incrFfkRd=zeros(P_val,n_cracks-1);
coef_IC_ac=zeros(P_val,n_cracks-1);
coef_IC_ac_max=zeros(P_val,n_cracks-1);
%Start the loop
for i=1:P_val
for j=1:n_cracks-1
if FfEd_1(i,j)<=FfkB_D
%For the term related to the adhesive bond
incrFfkB(i,j)=incrFfkB_G-(incrFfkB_G-incrFfkB_D)*FfEd_1(i,j)/FfkB_D;
%Share of bond friction
incrFfkF(i,j)=0;
else
%For the term related to the adhesive bond
incrFfkB(i,j)=sqrt(bf^2*tau_b1k*s_0k*Ef*tf+FfEd_1(i,j)^2)-FfEd_1(i,j);
%Share of bond friction
incrFfkF(i,j)=tau_b1k*bf*(sr-2*tf*Ef/tau_b1k*(sqrt(tau_b1k*s_0k/(Ef*tf)+FfEd_1(i,j)^2/(bf^2*tf^2*Ef^2))-FfEd_1(i,j)/(bf*tf*Ef)));
end
end

```

Figura 48 Fragment de l'arxiu Matlab mètode *fib* Bulletin 90 acurat detallat (1)

Per calcular la tensió la resistència a tracció de l'element entre esquerdes (ΔF_{fRd}), primer es calculen els components relacionats amb l'adherència del material FRP-formigó, ja que són constants en totes les esquerdes. Seguidament es creen les matrius per fer els càlculs per la resta de components a cada element entre esquerdes.

```

end
%Contribution of the member curvature
incrFfkC(i,j)=sr*33.3e3*(eps_f_ac(i,j)-(-eps_c_ac(i,j)))*bf/h;
%Bond resistance to FRP force difference
incrFfkRd(i,j)=(incrFfkB(i,j)+incrFfkF(i,j)+incrFfkC(i,j))/gamma_fb;
%Failure criteria
coef_IC_ac(i,j)=incrFfkB(i,j)/incrFfkRd(i,j); %For each element between cracks at every load
coef_IC_ac_max(i,1)=max(coef_IC_ac(i,:)); %To know the failure load
end
end
%Maximum strain, load and moment
if max(coef_IC_ac_max)<1
disp('More accurate method (detailed analysis):no IC')
eps_f_theo3=eps_f_failure
Mud_theo3=M_failure*1e-6
Pud_theo3=P_failure
else
disp('More accurate method (detailed analysis): IC')
eps_f_theo3=(interp1(coef_IC_ac_max(:,1),eps_f_ac(:,1),1))*1e6
Mud_theo3=(interp1(coef_IC_ac_max(:,1),MED(:,1),1))*1e-6
Pud_theo3=(interp1(coef_IC_ac_max(:,1),P(:,1),1))
end
end

```

Figura 49 Fragment de l'arxiu Matlab mètode *fib* Bulletin 90 acurat detallat (2)

Un cop calculats els dos termes restants, relacionats amb la curvatura de la biga i amb la fricció del FRP-formigó, es calculen coeficients per tots ells.

Finalment de la mateixa manera que els dos anteriors mètodes s'agafa el coeficient més gran i es compara per saber si es produeix el despreniment. En cas que es produeixi es calcula la deformació del FRP, el moment últim i la càrrega última de despreniment.

B.2.3.3 Mètode *fib* Bulletin 90 acurat simplificat.

```
%% 1.2.5)SIMPLIFIED ANALYSIS OF BOND RESISTANCE FORCE DIFFERENCE AT ELEMENT BETWEEN CRACKS
%Calculation of constant FRP force difference
k_h=2739; %for reinforced concrete
%k_h=0; %for prestressed concrete
%Create vectors for each element
incrFfRd_s=zeros(P_val,n_cracks-1);
coef_IC_ac_s=zeros(P_val,n_cracks-1);
coef_IC_ac_s_max=zeros(P_val,n_cracks-1);
for i=1:P_val
for j=1:n_cracks-1
incrFfRd_s(i,j)=(1.84*tau_blk*sqrt(sr)+0.1*tau_bFk*sr^(4/3)+k_h/h*sr^(1/3))*bf/gamma_fb;

%Failure criteria
coef_IC_ac_s(i,j)=incrFfEd(i,j)/incrFfRd_s(i,j); %For each element between cracks at every load
coef_IC_ac_s_max(i,1)=max(coef_IC_ac_s(i,:)); %To know the failure load

end
end
%Maximum strain, load and moment
if max(coef_IC_ac_s_max)<1
disp('More accurate method (simplified analysis):no IC')
eps_f_theo4=eps_f_failure;
Mud_theo4=M_failure*1e-6;
Pud_theo4=P_failure;
else
disp('More accurate method (simplified analysis):IC')
eps_f_theo4=(interpl(coef_IC_ac_s_max(:,1),eps_f_ac(:,1),1))*1e6;
Mud_theo4=(interpl(coef_IC_ac_s_max(:,1),MEd(:,1),1))*1e-6;
Pud_theo4=(interpl(coef_IC_ac_s_max(:,1),P(:,1),1));
end
```

Figura 50 Fragment de l'arxiu Matlab *fib* Bulletin 90 acurat simplificat (1)

De la mateixa manera que el mètode acurat detallat, l'acurat simplificat té en compte tots elements entre esquerdes, per això primer es creen les matrius per guardar les dades. Seguidament es calcula la força límit de cada element entre esquerdes i es crea un coeficient per cada una. S'obté el coeficient més alt i es calcula la deformació del FRP, el moment últim i la càrrega última de despreniment, en cas que es produeixi.

```
if eps_f_theo4>=10000
    display('eps_f>10mm/m, the method can not be applied')
    eps_f_theo4=0
    Mud_theo4=0
    Pud_theo4=0
else
    eps_f_theo4=eps_f_theo4
    Mud_theo4=Mud_theo4
    Pud_theo4=Pud_theo4
end
```

Figura 51 Fragment de l'arxiu Matlab fib Bulletin 90 acurat simplificat (1)

Finalment es comprova que la deformació de l'FRP no superi els 10 mm/m, ja que en cas contrari, el mètode no és pot aplicar.