

Treball final de grau

Estudi: Grau en Enginyeria Mecànica

Títol: Anàlisi del trencament d'una pala de guitarra Gibson Les Paul

Document: Memòria i Annexos

Alumne: Freddy Puyal Rodriguez

Tutor: Daniel Trias Mansilla

Departament: Enginyeria Mecànica i de la Construcció Industrial

Àrea: Enginyeria Mecànica

Convocatòria (mes/any): Setembre del 2019

INDEX

MEMÒRIA	5
1. INTRODUCCIÓ	6
1.1 Antecedents	6
1.1.1 Peticionari	8
1.1.2 Exposició del problema	8
1.2 Objecte del projecte	8
1.3 Abast	9
2. DESCRIPCIÓ GENERAL.....	10
2.1 Cos.....	10
2.2 Màstil.....	10
2.2.1 Ànima del màstil.....	11
2.2.2 Claviller.....	11
3. METODOLOGIA	12
3.1 Descripció.....	12
3.2 Criteri de ruptura	13
4. FORCES ESTÀTIQUES.....	14
4.1 Forces de l'ànima	17
5. CAS 1: IMPACTE ACCIDENTAL DE CAIGUDA LLIURE RECOLZADA.	18
5.1 Estudi de la velocitat d'impacte.....	19
5.2 Dades pel calcul de la força equivalent	20
5.3 Resultats i observacions.....	21
6. CAS 2: IMPACTE ACCIDENTAL PER COP LATERAL.....	23
6.1 Dades pel càlcul de la força equivalent	23
6.2 Resultats i observacions.....	25
7. CAS 3: IMPACTE ACCIDENTAL AXIAL	27
7.1 Dades per al càlcul de la força equivalent	27
7.2 Resultats i observacions.....	28
8. REDISENY	30
8.1 Descripció del problema causant principal.....	30
8.2 Nou disseny	30
8.3 Dades per a la força equivalent	31
8.4 Resultats i observacions.....	32

9.	RESUM DEL PRESSUPOST	34
10.	CONCLUSIONS	35
11.	BIBLIOGRAFIA.....	36
	ANNEXOS	37
	ANNEX A: PROPIETATS DEL MATERIAL.....	38
	A.1 Dades per a la metodologia	39
	A.2 Criteri de ruptura del material.....	42
	ANNEX B: CàLCULS DE FORCES ESTÀTIQUES	45
	B.1 Forces estàtiques	46
	ANNEX C: CàLCULS DELS CASOS.....	52
	C.1 Cas 1 - Impacte accidental de caiguda lliure des de posició vertical.....	53
	C.1.1 Càlcul de la velocitat final en l' instant de l' impacte.....	54
	C.1.2 Càlcul de la constant elàstica i força equivalent	57
	C.1.3 Resultats	60
	C.1.4 Càlculs teòrics.....	65
	C.1.4.1 Càlcul de tensions	67
	C.1.4.2 Comparativa.....	68
	C.2 Cas 2 – Impacte Accidental per cop lateral.....	69
	C.2.1 Càlcul de velocitat d' impacte	69
	C.2.2 Càlcul de la constant elàstica i força equivalent	69
	C.2.3 Resultats	72
	C.3 Cas 3 – Impacte accidental axial	75
	C.3.1 Càlcul de la velocitat d' impacte.....	76
	C.3.2 Càlcul de la constant elàstica i força equivalent	76
	C.3.3 Resultats	79
	ANNEX D: REDISENY.....	82
	D.1 Introducció	83
	D.2 Càlculs de les forces estàtiques del nou disseny	85
	D.3 Càlcul de la constant elàstica i força equivalent	86
	D.4 Resultats.....	88
	ANNEX E: MÈTODE ALTERNATIU DE SOLUCIÓ	92
	E.1 Introducció	93

E.2 Descripció.....	93
E.3 Anàlisi i resolució	94
E.3.1 Condicions de contorn	94
E.3.2 Reducció de temps	94
E.3.3 Resolució	95
ANNEX F: PLÀNOLS	96

MEMÒRIA

1. INTRODUCCIÓ

1.1 Antecedents

Les guitarres elèctriques són instruments de corda que deriven de les guitarres acústiques. I es van inventar sobre la dècada dels 30 amb la finalitat de que el so arribes a una gran multitud. Aquestes primeres guitarres incorporaven pastilles de tungstè. Un dels primers fabricants son entre d'altres Rickenbacher, Fender, Epiphone i Gibson els quals van presentar les seves primeres guitarres elèctriques de cos sòlid sobre els anys 40 i 50 amb els models Les Paul (de Gibson amb l'ajuda de l'inventor Les Paul) i Broadcaster (del fabricant Fender).

La popularitat de les guitarres elèctriques va esdevenir durant la *Big Band Era* (Referencia a un ampli grup de musics de jazz) on la amplificació del so en aquests instruments era necessària per situar-se al mateix nivell dins la orquestra. Posteriorment aquest instrument fou el que va revolucionar els generes del Jazz, blues a part de fundar un nou gènere anomenat Rock & Roll que amb els anys derivaria a altres subgèneres com el Heavy Metal o Metalcore entre d'altres.

Les característiques principals de la guitarra elèctrica és que aquesta transforma les vibracions de les cordes en senyals elèctrics a diferencia de l'acústica la qual incorpora una caixa de ressonància que s'utilitza per amplificar el volum que emeten les cordes. La transformació d'aquestes vibracions en senyals elèctrics es realitza per mitjà d'imants bobinats, de manera que les vibracions produeixen alteracions en el camp magnètic que produeixen variacions de voltatge. Tot aquest conjunt d'imants i bobines es formen la pastilla. Per tant la guitarra elèctrica a diferencia de l'acústica requereix d'un cable i un amplificador el qual es l'encarregat de processar els senyals elèctrics de la guitarra i emetre el so amplificat. Una avantatge de les elèctriques es que el so que produeix pot ser manipulat de manera que ens permet afegir-hi distorsió i altres efectes a més de poder canalitzar el so com per exemple a uns auriculars. Altrament el coll de la guitarra és més prim en comparació a una acústica i per tant és relativament més fàcil tocar-la i poder sostenir els acords.

Una guitarra elèctrica consta de sis cordes (o més depenent del model i tipus) que van de més gruix a més estret així anant de greu a agut amb una afinació predeterminada igual que amb les acústiques. No obstant degut a nous gèneres de música les guitarres elèctriques han adoptat noves afinacions que hi predominen en gèneres més pesats. També incorporen palanques tremolo que produeix un vibrato (que pot tensar i destensar les cordes per així pujar o baixar les freqüències de vibracions de les cordes).

Estructura d'una guitarra:

Cos: Sol ser de fusta (d'una sola peça en les guitarres de més qualitat o de varies en les econòmiques i depenent del model pot incorporar o ser constituït d'altres materials sintètics ja que la densitat incideix en el temps que una corda es sostinguda després de polsar-la. Dins del cos es troben els components electrònics del qual les pastilles són les més importants ja que és l'element que s'encarrega de processar la vibració de la corda i mecànics.

Màneg: Es compost per varies peces de fusta. La peça principal conté una ranura on s'incorpora una barra normalment d'acer anomenada ànima i que s'encarrega de contrarestar la deformació del màneg degut a les tensions de les cordes. L'altre peça és el batedor en el qual s'hi fixen els trasts (petites barres metàl·liques on la corda fa contacte per fer sonar una nota).

Claviller: Es troba a l'extrem del màneg i s'encarrega d'enrotllar les cordes i tensar-les a través d'un cargol sense fi per aconseguir la seva afinació correcta.

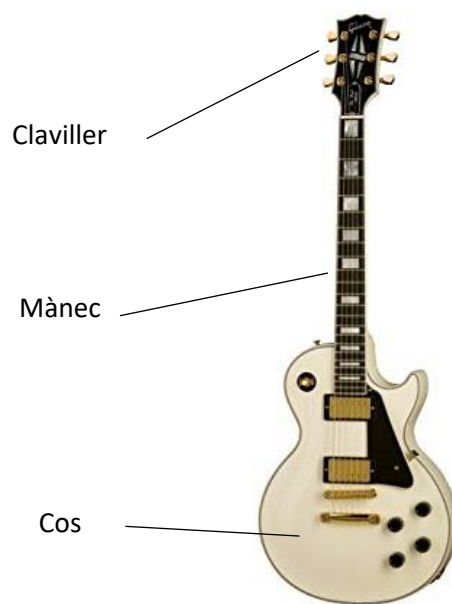


Figura 1.1: Esquema d'una guitarra Les Paul

1.1.1 Peticionari

Departament de Enginyeria Mecànica i de la Construcció Industrial
Escola Politècnica Superior
Universitat de Girona
C/ M. Aurèlia Capmany, 61, Campus Montilivi
17003 Girona
dir.politecnica@udg.edu

1.1.2 Exposició del problema

Les Paul es un model de guitarra molt popular del fabricant Gibson com s'ha esmentat anteriorment. No obstant aquest model presenta freqüentment un trencament en la zona superior del màstil entre els seus usuaris. Aquest trencament comporten costos de reparació que varien entre els 200€ a 400€ i tots representen la mateixa forma de trencament.



Figura 1.2: Zona de trencament

1.2 Objecte del projecte

L'objectiu d'aquest projecte és analitzar el fenomen abans esmentat, considerant els materials, estructura, i condicions de l'entorn on s'hi poden donar les causes que afavoreixin aquest trencament per així posteriorment presentar dissenys alternatius que millorin aquest defecte.

1.3 Abast

L'abast d'aquest projecte inclou recollir informació del disseny del model, així com possibles causes que contribueixin en aquest fenomen per posteriorment poder dur a terme l'anàlisi en elements finits i així poder realitzar propostes de millora del disseny. No obstant no inclou la construcció ni redisseny de cap prototipus físic.

2. DESCRIPCIÓ GENERAL

2.1 Cos

El cos de la guitarra es format per fusta de caoba amb una tapa de roure. En alguns models de guitarra aquesta es foradada estratègicament per reduir el pes de la guitarra i aconseguir unes millors qualitats acústiques.

Al cos s'hi incorporen pastilles Gibson 490R i 498T (cas del model custom) i un sistema de pont tune-o-matic. Aquest model no porta sistema de vibrato.

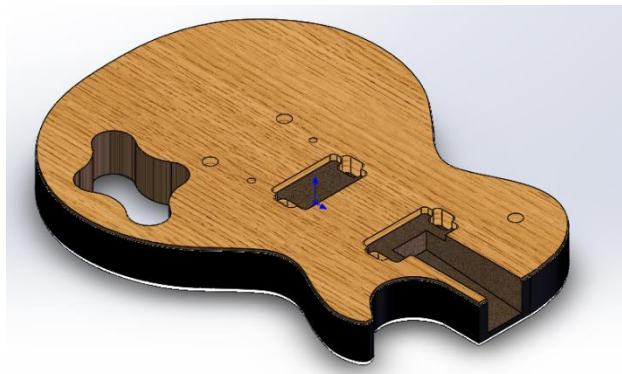


Figura 2.1: Cos principal amb les ranures

2.2 Màstil

És la peça que més ens interessa ja que és on es produeix el trencament. Incorpora 22 trasts i està formada per caoba i banús. Les cordes de niló són tensades amb el claviller situades al capçal (a l'extrem superior del màstil). Com s'ha esmentat anteriorment, les tensions de les cordes poden deformar el màstil amb lo qual afectaria a l'experiència de l'usuari i la qualitat del so. L'encarregat de compensar la deformació es l'ànima i no només degut a les tensions de les cordes sinó també a canvis d'humitat i temperatura que afecten a la rigidesa de la fusta. L'eix longitudinal està desfasat amb un angle de 6.4° respecte el pla horitzontal del cos.



Figura 2.2: Màstil

2.2.1 Ànima del màstil

Comentat anteriorment, és una barra que contraresta la deformació del màstil produït per les cordes i poden ser de diferents materials (acer és el més comú) i seccions com quadrades, circulars o rectangulars i la mida de la seva secció depèn de l'instrument (els de guitarra son més petites que la dels baixos). Depenen també de la marca i model poden incorporar material de rebliment en forma de pasta o de manera sòlida com per exemple fusta. Quan s'ajusta es recomana esperar uns parell de dies per que la fusta s'estabilitzi a les tensions internes que produeix aquests ajust i alhora d'ajustar-ho donar-li un màxim de $\frac{1}{4}$ de volta.

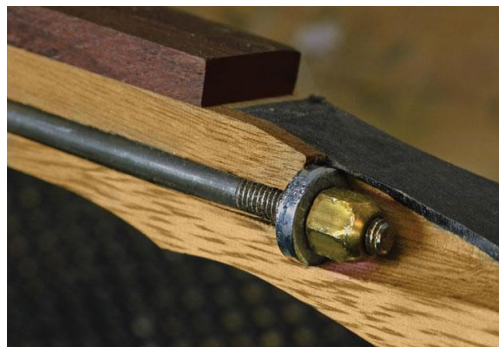


Figura 2.3: Ànima d'acer

2.2.2 Claviller

Encarregat de tensar les cordes per aconseguir la afinació correcta de l'instrument per mitjà d'un sistema cargol vis sens fi. La disposició del model Les Paul és simètrica i la zona on s'hi ubica es troba amb una inclinació de 16° respecte l'eix que travessa el màstil. En aquesta zona també es troba la ranura on es subjecta un extrem de l'ànima d'es d'on podrem ajustar la seva tensió.

Aquesta és la part més important del nostre treball ja que és on es produeix freqüentment el trencament.

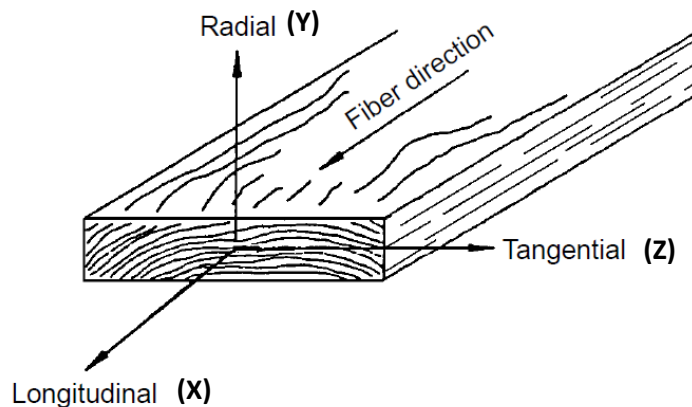


Figura 2.4: Claviller

3. METODOLOGIA

3.1 Descripció

El mode CAD amb el qual treballarem és un model que conté gairebé tots els detalls dels elements que formen la guitarra i ha sigut creada per l'usuari DXT de la web GrabCad (Veure bibliografia). No obstant el model no consta de la ranura de l'ànima i s'ha hagut de incorporar-la amb unes dimensions extretes de la xarxa. Tots els elements han sigut considerats amb el material correcte però el material principal és la caoba (Honduran Mahogany) el qual al ser de fusta dona lloc a un comportament ortotròpic, és a dir, que depenent de quin eix de coordenada s'utilitza te unes propietats mecàniques o unes altres.



[2] Figura 3.1: Eixos de coordenades principals

D'acord a la figura anterior, es considera en la peça la direcció longitudinal com a la direcció que pren el màstil.



Figura 3.2: Eixos principals del cos

D'altra banda els valors de certes propietats poden variar (aproximadament un 10-15% cas de fusta) però en el nostre estudi utilitzarem els valors mitjans extrets d'un estudi per obtenir les propietats mecàniques de la fusta (Veure annex A per més detalls) els quals son els següents:

Material principal	Caoba
Densitat	590 Kg/cm ²
Mòdul de Young en direcció Longitudinal (X)	9238 MPa
Mòdul de Young en direcció Radial (Y)	591,32 MPa
Mòdul de Young en direcció Tangencial (Z)	988,73 MPa
Resistència a Flexió	62,1 MPa
Resistència respecte l'eix Y	6 MPa
Resistència a tallant paral·lel a les fibres (XY)	8,5 MPa

Taula 3.1: Propietats mecàniques del material

Un cop coneguts els valors de les dades del material s'introdueix al programa ANSYS per determinar-ho al model. Per a la simulació es determinarà tres casos d'impactes accidentals que afavoreixen el trencament del màstil:

1. Impacte de caiguda lliure perpendicular
2. Impacte lateral
3. Impacte axial

3.2 Criteri de ruptura

Pel criteri de trencament en aquest estudi farem servir dos equacions determinades en l'annex A extretes d'un estudi de ruptura en elements de fusta.

Equació lineal per casos a flexió:
$$\frac{\sigma_x}{X} + \frac{\sigma_y}{Y} + \frac{\tau_{xy}}{S} \leq 1 \quad (\text{Eq. 1})$$

Equació quadràtica per cas axial:
$$\left(\frac{\sigma_x}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{xy}}{S}\right)^2 \leq 1 \quad (\text{Eq. 2})$$

$$\text{On } X = 62,1 \text{ MPa}; Y = 6 \text{ MPa i } \tau_{xy} = 8,5 \text{ MPa}$$

4. FORCES ESTÀTIQUES

Per el càlcul de les forces estàtiques s'ha considerat una afinació estàndard (EADBG) les quals proporcionen les següents forces de tracció en la guitarra amb la seva corresponent corda.

Dades	E	A	D	G	B	E
Força (N)	58,466	49,050	65,336	69,945	68,965	63,961
Diàmetre (mm)	1,066	0,812	0,609	0,406	0,279	0,228

Taula 4.1: Dades de les cordes

Un cop definides les forces a tracció es realitzen els càlculs necessaris per obtenir la força resultant en el claviller ja que les cordes a part de crear forces a tracció, creen moments en els diferents plans.

Abans de mostrar els resultats es determina els moments en la següent figura que s'utilitzarà exclusivament en el càlcul teòric.

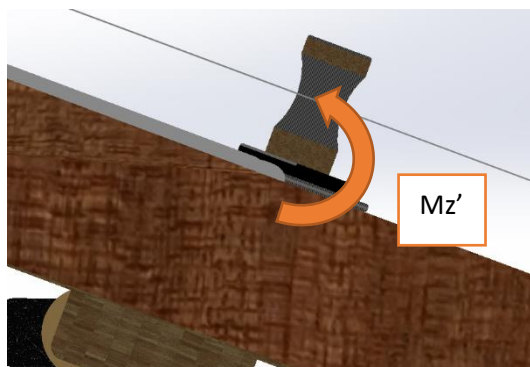


Figura 4.1: Vista del moment z'

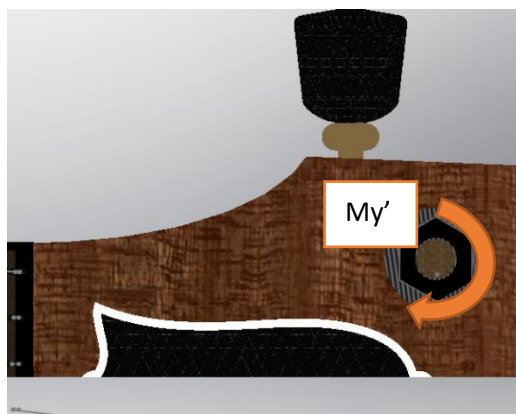


Figura 4.2: Vista del moment y'

Per poder simplificar la descomposició de les forces es considera que en la guia on és recolzen les cordes (a l'extrem del màstil) la força de fricció es nul·la. D'aquesta manera la corda només té un grau de llibertat i el seu comportament actua com la següent figura.

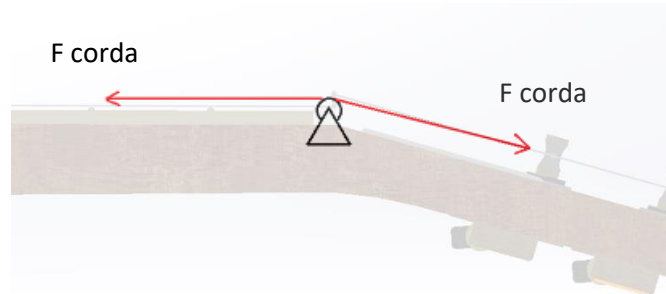


Figura 4.3: Esquema simplificació 1

I el mateix pel pla superior amb totes les cordes.

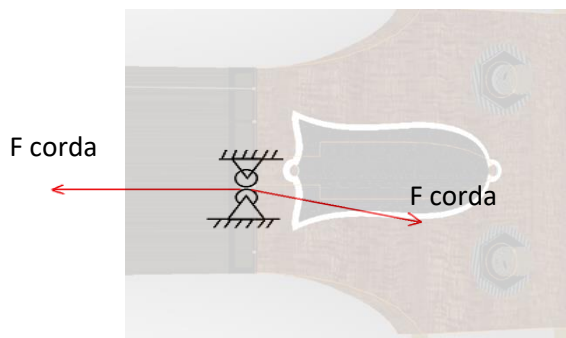


Figura 4.4: Esquema simplificació 2

Així mateix obtenim la següent taula la qual ens mostra les forces descompostes:

corda 1			corda 2			corda 3		
Fx	Fy	Fz	Fx	Fy	Fz	Fx	Fy	Fz
55,69 N	17,77 N	0,32 N	46,31 N	15,63 N	4,03 N	61,27 N	21,19 N	8,06 N
Moment Z'	Moment Y'		Moment Z'	Moment Y'		Moment Z'	Moment Y'	
422,32	147,89	N·mm	351,18	117,97	N·mm	464,62	151,04	N·mm
corda 4			corda 5			corda 6		
Fx	Fy	Fz	Fx	Fy	Fz	Fx	Fy	Fz
65,59 N	22,68 N	8,63 N	65,11 N	21,98 N	5,67 N	60,93 N	19,44 N	0,35 N
Moment Z'	Moment Y'		Moment Z'	Moment Y'		Moment Z'	Moment Y'	
497,40	155,40	N·mm	493,77	149,53	N·mm	462,02	137,86	N·mm

Taula 4.2: Forces i moments resultats

Un cop obtinguts els valors necessaris s'introdueix al programa ANSYS i realitzem el primer càlcul d'elements finits on s'ha obtingut el seu respectiu resultat:

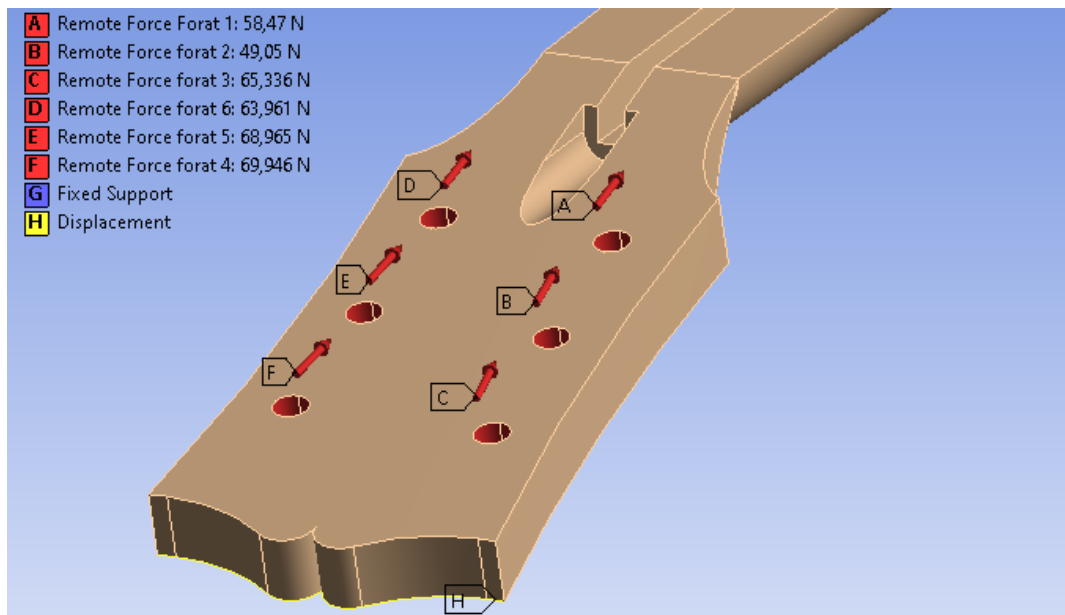


Figura 4.5: Forces de les cordes

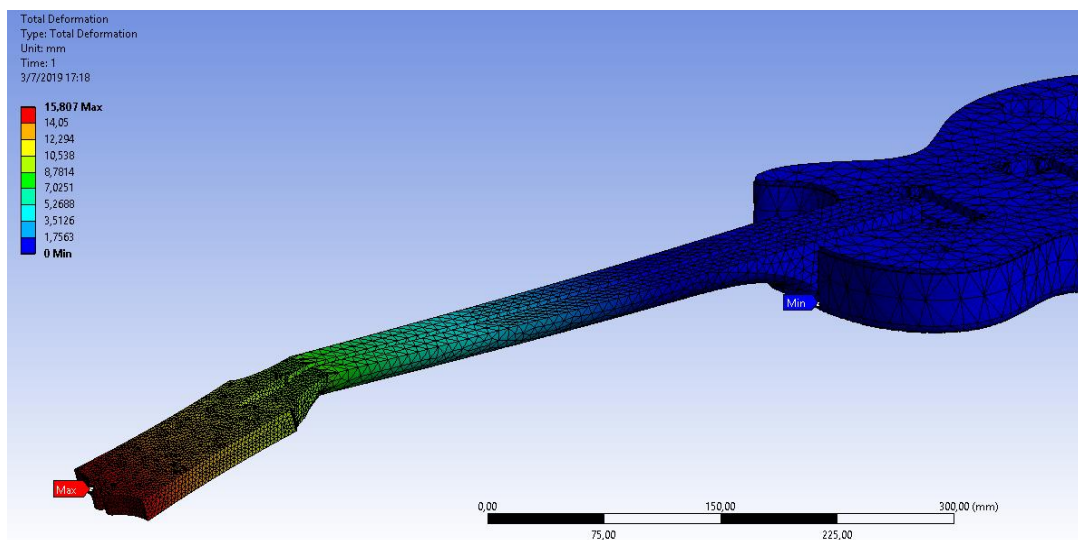


Figura 4.6: Fletxa resultant de les forces estàtiques 1

Com es pot observar les forces de les cordes produïrien un desplaçament del màstil d'aproximadament **15,807 mm**. Un valor significativament important que és notable a simple vista.

No obstant falta aplicar la força de l'ànima per contrarestar aquest desplaçament. Per això s'ha introduït una força axial en la zona on es troba la ranura semicircular de l'ànima, una força superficial en les 3 parets de la ranura i un moment. Els valors d'aquestes forces s'ha realitzat per prova i error amb la finalitat d'aconseguir un valor del desplaçament del màstil molt menor.

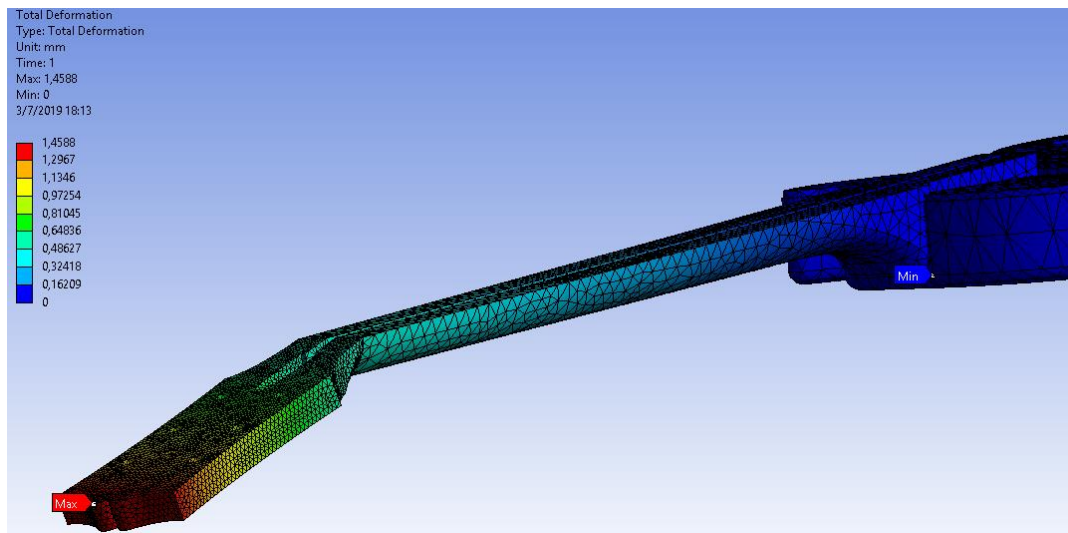


Figura 4.7: Fletxa resultant de les forces estàtiques 2

4.1 Forces de l'ànima

Amb uns valors de 250N de força axial, 500N de força superficial i un moment de 500 N·mm a les 2 cares laterals de la guia s'aconsegueix reduir la fletxa a **1,4588 mm** com es pot observar en la anterior figura.

Un cop determinat el comportament de les forces estàtiques podem començar amb la simulació del primer cas d'impacte accidental.

5. CAS 1: IMPACTE ACCIDENTAL DE CAIGUDA LLIURE RECOLZADA.

L'impacte accidental més comú que contribueix al trencament del màstil és el de caiguda lliure normalment des del suport o recolzada en una superfície lliscosa el qual es troba de manera vertical en un punt d'inici i que acaba caient pivotant respecte el terra. Aleshores es procedirà a realitzar un test de caiguda lliure amb el programa Working Model 2D amb una simplificació de la simulació. Es a dir, considerem que cau des de la posició en vertical i que gira respecte el seu punt de contacte amb el terra.

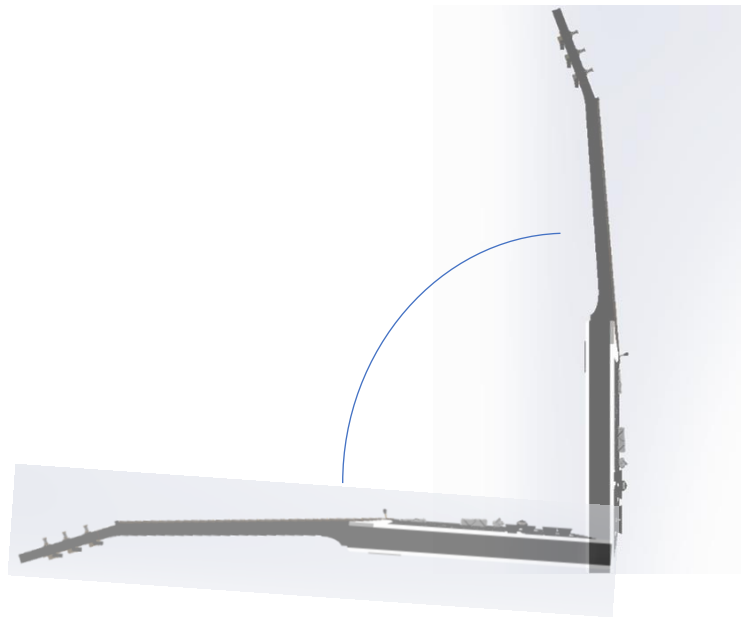


Figura 5.1: Descripció visual del cas

Per portar a terme aquest cas primer s'ha d'obtenir el pes total del conjunt i el seu centre de masses per posteriorment realitzar la simulació de caiguda lliure amb un punt pivot.

```
Masa = 5796.56 grams
Volumen = 5653395.62 milímetros cúbicos
Área de superficie = 797476.84 milímetros cuadrados
Centro de masa: ( milímetros )
X = 103.07
Y = 39.58
Z = -1.82
```

Figura 5.2: Propietats del conjunt

5.1 Estudi de la velocitat d'impacte

Per saber la velocitat final a la que impactarà la guitarra s'ha fet servir el Working Model 2D amb les següents dades:

Massa del cercle	5,8 Kg
Distància del braç	362,87 mm

La simplificació per a la simulació de caiguda lliure consta en crear un cercle amb una massa igual que la guitarra i que pot pivotar respecte un punt articulat. El braç que uneix aquest cercle fins al punt pivot és la distància des del punt de contacte del terra fins al centre de masses de la guitarra.

D'acord amb les dades anteriors introduïm aquest model al programa Working Model 2D i es realitza una simulació de caiguda lliure per gravetat tenint en compte els angles del màstil i claviller.

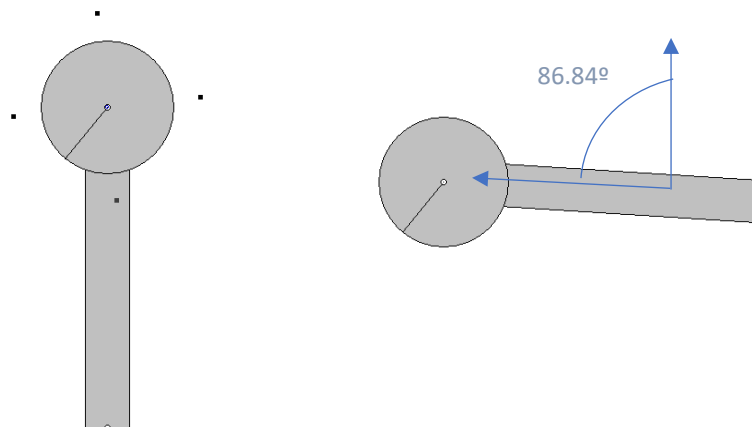


Figura 5.3: Posició inicial i final de la simplificació

Com be mostra la figura anterior, en l'instant de l'impacte la guitarra s'haurà desplaçat un total de $86,84^\circ$ i obtenim els següents resultats (Per més detalls veure Annex C).

Posició	Velocitat Lineal	Velocitat Angular
88.308°	2.568 m/s	7.0769 rad/s
86.84°	2.5336 m/s	6.9821 rad/s
86.299°	2.521 m/s	6.9474 rad/s

Taula 5.1: Resultat de velocitat

Aleshores es pot concloure que quan la guitarra s'hagi desplaçat un total de $86,84^\circ$, l'extrem de la guitarra impactarà contra el terra amb una velocitat en el seu centre de masses de 2.5336 m/s . Aquest valor s'ha obtingut per interpolació ja que el programa proporciona els valors de velocitat per fotogrames.

Agafem la velocitat del centre de masses perquè realitzarem un anàlisi estàtic on la força de inèrcia de la guitarra estarà aplicada prop del centre de masses. Aquesta simplificació té un cert error ja que la geometria de la guitarra és complexa. No obstant ens servirà per orientar-nos amb els valors reals.

5.2 Dades pel càlcul de la força equivalent

Pel càlcul de la força equivalent seguirem la següent fórmula:

$$F_{max} = k \cdot y_{max} = k \cdot \sqrt{\frac{v^2 \cdot m}{k}} \quad (\text{Eq. 6})$$

Dels càlculs realitzats en l'annex B tenim les següents dades:

$$v = 2.53366 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$k = 67\,019.63 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$m = 5.8 \text{ kg}$$

Sustituïnt les dades obtenim una força màxima equivalent de:

$$F_{max} = 1579,659 \text{ N}$$

Per tant s'introdueix aquesta força en el programa considerant que el nostre criteri de ruptura és el següent:

$$\frac{\sigma_x}{X} + \frac{\sigma_y}{Y} + \frac{\tau_{xy}}{S} \leq 1 \quad (\text{Eq. 1})$$

Es crearà un resultat definit per la expressió anterior per així contemplar visualment les zones on es compleix la condició o no.

5.3 Resultats i observacions

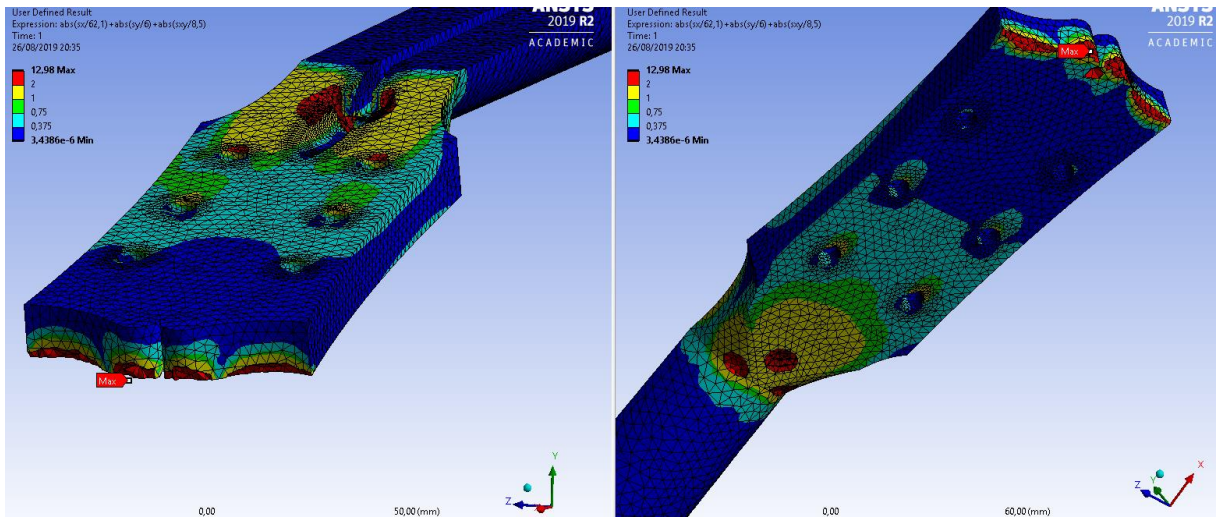


Figura 5.4: Resultat segons el criteri de ruptura lineal

En el grafic anterior tenim configurat que el color vermell son els elements que superen el valor de 2 i en groc els que es troben entre 1 i 2. Aixó vol dir que son els elements que no compleixen la expressió anterior ja que superen el valor de 1.

Com es pot observar existeix un increment de valor a mesura que ens apropem a la zona del canvi de secció. Aixó vol dir que estem patint grans concentracions de tensió tant per la zona de l'inferior com en la zona de la ranura de l'anima del claviller.

En canvi els elements de color verd, blau clar i blau fosc es troben dins del rang de seguretat ja que no superen el valor de 1. Anem a observar la secció mitja de la guitarra per veure les fibres interiors:

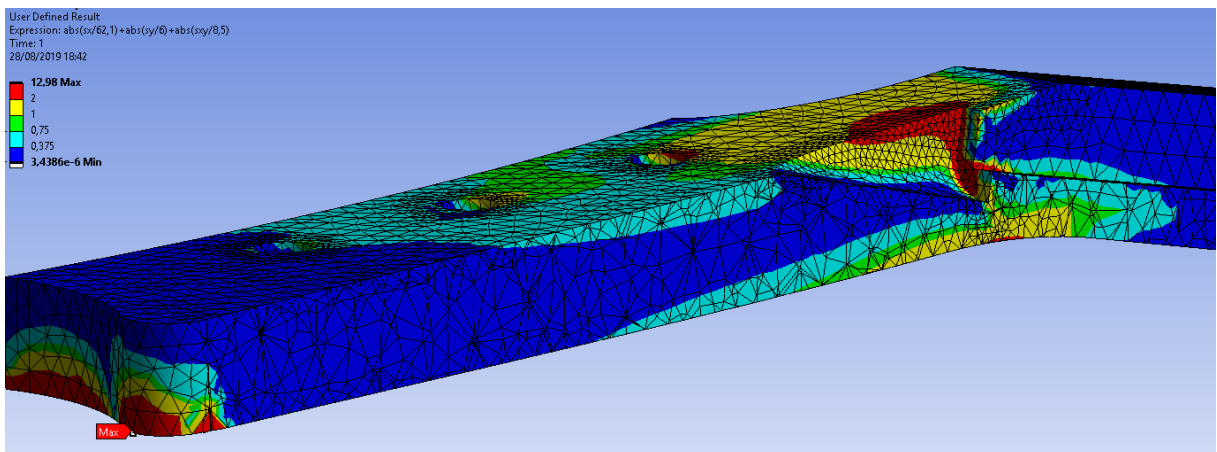


Figura 5.5: Vista de la secció de la zona de la ranura i canvi de secció

Clarament es pot veure un increment gradual a mesura que ens apropem a la zona tant per la part superior com la part inferior i es pot concloure que la guitarra trencarà instantàniament per aquesta zona en la mateixa direcció que descriu el canvi de color del blau al groc que es el mateix que s'ha pogut observar en els casos dels trencaments il·lustrats al principi d'aquest estudi, concretament en l'exposició del problema.

Cal esmentar que aquest resultat conté un marge d'error d'un 16% ja que com s'esmenta en l'annex A les propietats del material poden variar ja que la fusta no és un material creat artificialment i amb gran precisió com pot ser l'acer ja que aquesta fusta depèn de la qualitat del terra, humitat, temperatura i altres condicions d'entorn on l'arbre s'hagi reproduït.

De totes maneres, encara considerant aquest marge d'error el resultat no varia dràsticament i seguiria trencant per la mateixa zona.

6. CAS 2: IMPACTE ACCIDENTAL PER COP LATERAL

En aquest apartat es realitzarà l'estudi d'un impacte també en la part del claviller però per la part lateral.

Aquest impacte no es gaire comú però si es possible quan normalment es deixà apoyada la guitarra sobre les cames de l'usuari que practica en un seient giratori o que en estat de practica xoqui amb algun objecte com pot ser una taula ja que es troba per la mateixa altura del claviller.



Figura 6.1: Postura en la que l'impacte s'hi pot donar on la guitarra pot estar tombada o recolzada com en la figura

Aleshores considerarem que l'usuari que esta subjectant la guitarra pel cos o per la zona d'unió del màstil i el cos i gira a una velocitat de 0,3 rad/s.

6.1 Dades pel càlcul de la força equivalent

Igual que en el cas anterior utilitzarem la mateixa formula de la força màxima per impacte a velocitat:

$$F_{max} = k \cdot y_{max} = k \cdot \sqrt{\frac{v^2 \cdot m}{k}} \quad (\text{Eq. 6})$$

En aquest cas convertim aquesta velocitat angular esmentada anteriorment en velocitat lineal i com que estem considerant que l'usuari subjecta la guitarra pel cos, considerarem com a massa la part proporcional del mastil.

Així tenim les següents dades:

$$v = 0,182643 \frac{m}{s}$$

$$k = 123\,229 \frac{N}{m}$$

$$m_{eq} = 0,124117 \cdot m_{total}$$

On la massa total és de 5,8 quilograms esmentat anteriorment. Així obtenim una força total màxima de:

$$F_{max} = 54,398 \text{ N}$$

Com es pot observar amb les dades la constant elàstica és gairebé el doble que en el cas anterior ja que la secció té molta més inèrcia en l'eix Y que en l'eix Z.

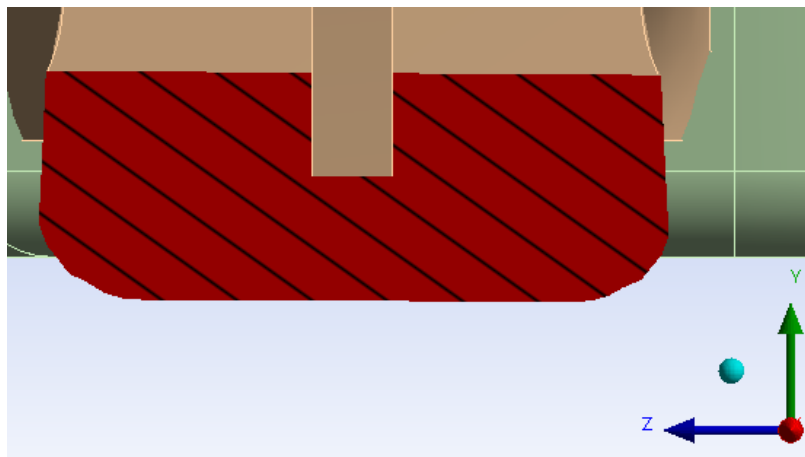


Figura 6.2: Exemple de la secció del pla YZ

No obstant degut a que la velocitat d'impacte és menor i que la massa equivalent també es menor la força màxima equivalent és molt menor que en el cas anterior.

Anem a observar les tensions seguint el mateix criteri de ruptura que en cas anterior:

$$\frac{\sigma_x}{X} + \frac{\sigma_y}{Y} + \frac{\tau_{xy}}{S} \leq 1 \quad (\text{Eq. 1})$$

6.2 Resultats i observacions

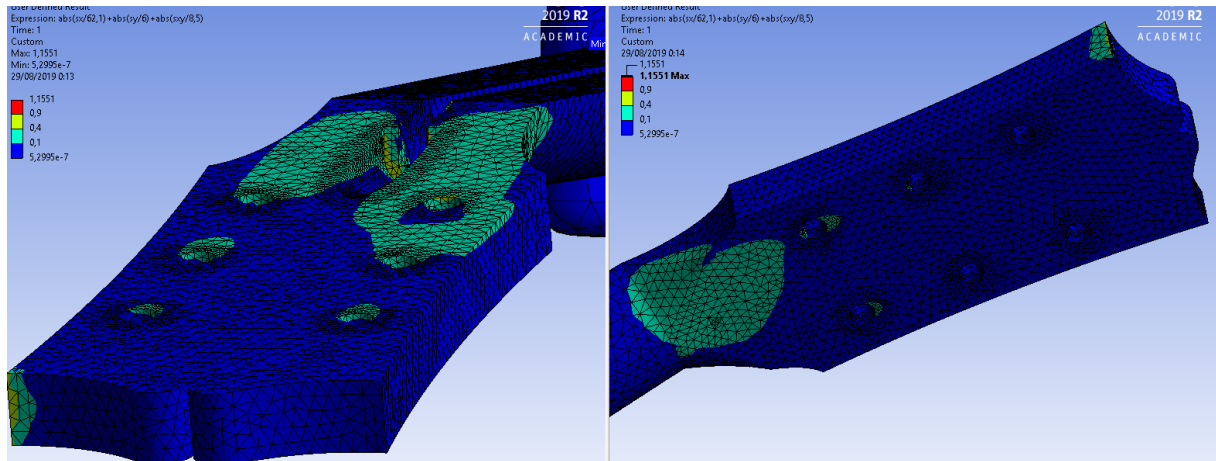


Figura 6.3: Resultat del cas 2 segons ruptura lineal

En la llegenda s'ha establert que el color vermell correspongui a valors superiors de 0,9 i com es pot observar en la zona de canvi de secció i ranura no hi trobem cap element d'aquest color. No obstant s'hi pot observar que al final de la ranura semicircular tenim elements de color groc i això vol dir que aquests elements es troben entre 0,4 i 0,9 i a més a més observem que una part lateral pateix més que l'altre part. Tot i així en aquesta zona no s'hi produeix cap trencament.

Anem a observar en quina zona es superen els 0,9.

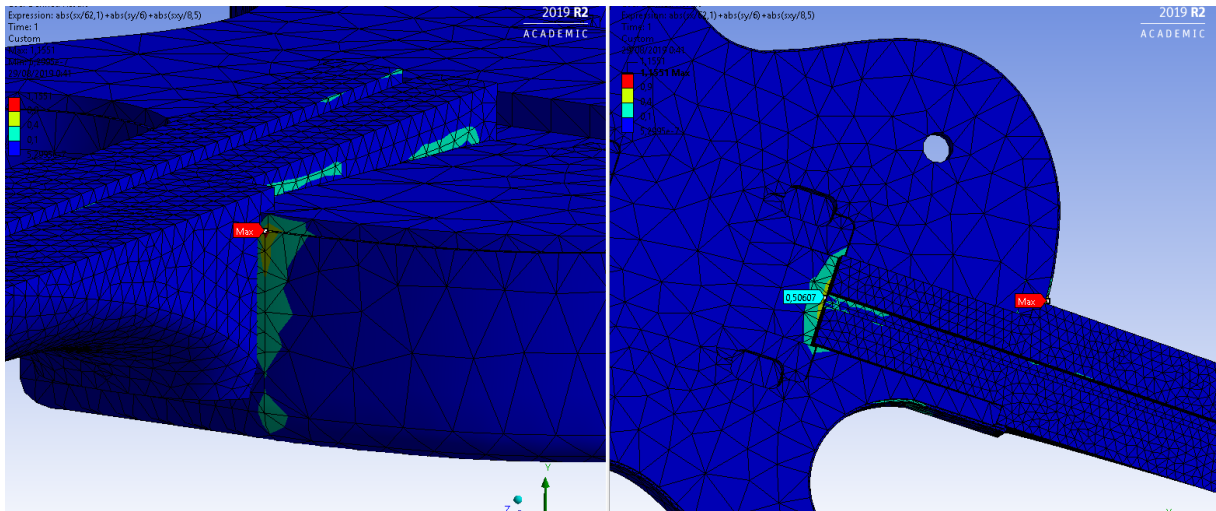


Figura 6.4: Resultat del cas 2 zona 2

Com ve mostra la figura anterior el valor superior a 0,9 el produeix un element el qual es troba en una zona de concentració de tensió. Per altra banda el mallat d'aquesta zona és de baixa qualitat i això ens pot confondre.

En aquesta zona no és possible el trencament ja que la rigidesa del cos és molt més elevada. Per determinar si trencà per aquesta banda hauríem d'augmentar el nombre dels elements disminuint la mida del mallat del cos. No obstant això comportaria més temps de càlcul. Per tant ignorarem aquest resultat ja que sabem que no és possible el trencament per aquesta zona i a més el propi programa ja detecta que aquests elements son de mala qualitat.

En resum, en aquests segon cas tenint una constant elàstica superior i una velocitat d'impacte menor no es produiria cap ruptura.

7. CAS 3: IMPACTE ACCIDENTAL AXIAL

Aquest cas tracta sobre un impacte accidental axial qual fenomen no es gaire usual. L'impacte es produeix gairebé en el mateix sentit del de les fibres i es donen en casos on l'usuari va caminant amb la guitarra subjectada a la mà o el que seria mes possible en una funda de tela sintètica fina la qual no absorbeix cap energia.



Figura 7.1: Exemple dels casos on s'hi pot donar

7.1 Dades per al càlcul de la força equivalent

Aquí considerarem la hipòtesi de que l'usuari porta la guitarra en posició completament horitzontal a una velocitat mitjana d'un adult.

Per tant tenim les següents dades per al càlcul de la força calculats en l'annex B:

$$v = 1,25 \frac{m}{s}$$

$$k = 942\,507,1 \frac{N}{m}$$

$$m = 5,8 \text{ kg}$$

Com es pot observar la constant elàstica ha augmentat considerablement ja que a compressió el desplaçament és molt menor que a flexió.

Per la força equivalent s'utilitzarà la mateixa formula que en els casos anteriors:

$$F_{max} = k \cdot y_{max} = k \cdot \sqrt{\frac{v^2 \cdot m}{k}} = 2922,58 \text{ N} \quad (\text{Eq. 6})$$

En aquest cas la força equivalent és elevada i això és degut a que la rigidesa en direcció axial és molt elevat a comparació de a flexió ja que la deformació a compressió es molt menor considerant la rigidesa del cos el qual té mes volum i secció.

Tot i que considerem que es un impacte axial, continua essent parcialment un impacte a flexió degut als angles del màstil respecte el cos i el claviller respecte el màstil.

Pel càlcul final sobre el criteri de ruptura considerarem com hem comentat anteriorment que en aquest cas axial farem servir l'equació quadràtica:

$$\left(\frac{\sigma_x}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{xy}}{S}\right)^2 \leq 1 \quad (\text{Eq. 1})$$

7.2 Resultats i observacions

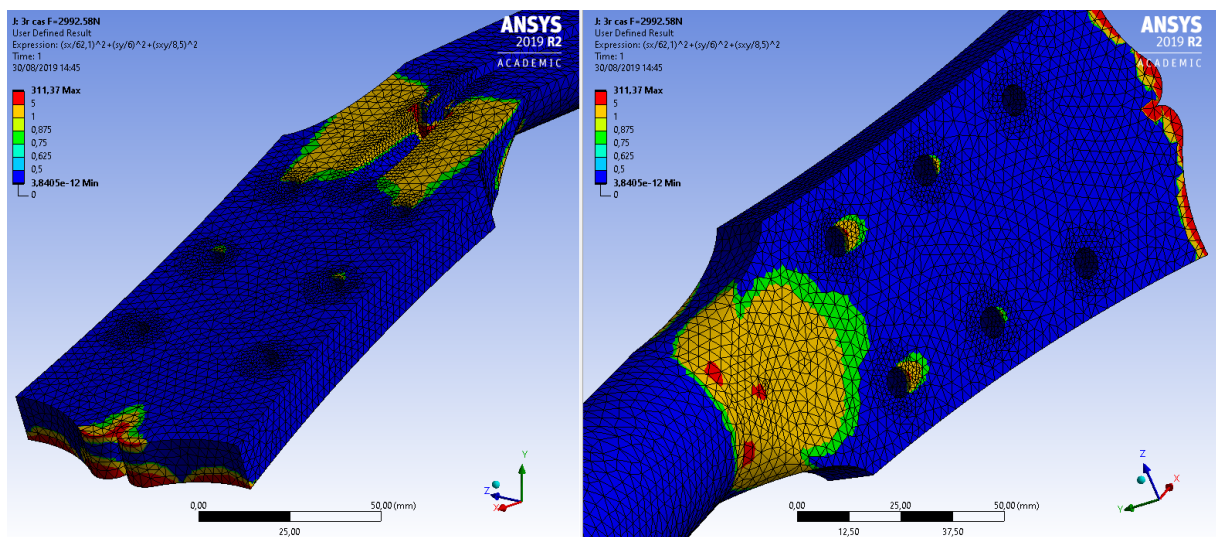


Figura 7.2: Resultat del cas 3 segons ruptura de funció quadràtica

En les il·lustracions anteriors hem configurat que els elements amb valors per sobre de 5 estiguin en color vermell i entre 5 i 1 de color taronja i la resta colors que es troben per sota de 1.

S'observa que tenim valors màxims que sobrepassen el coeficient de seguretat sobretot en el pla de la ranura i a l'extrem inferior del claviller. No obstant aquest últim pot ser un resultat fals degut a la condició de contorn de l'aresta inferior la qual en el cas real no presenta cap resistència.

Com es pot contemplar, tot i que l'impacte sigui en el mateix sentit de l'eix de les X globals, continuem tenint tensions a flexió degut als angles del màstil i claviller però amb la suma de forces axials que fan que s'incrementin els valors dràsticament ja que la resistència a compressió de les fustes es molt menor que a flexió.

Anem a observar la zona de la ranura en vista de la secció de perfil.

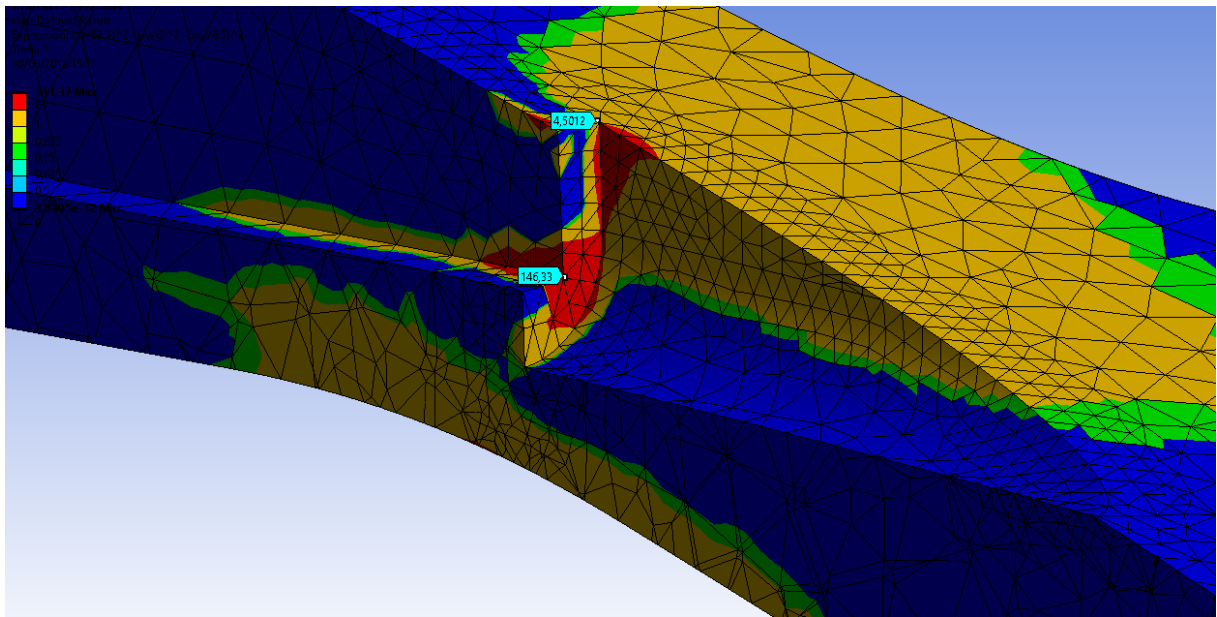


Figura 7.3: Resultat del cas 3 vista seccionada

Es pot veure que en la cara del final de la ranura tenim grans concentracions de tensions els quals valors fan que en l'equació de ruptura s'hi arribin valors per sobre de 100 vegades el que pot suportar el material. No obstant el trencament es donaria primerament en superar el valor de 1, es a dir, per la zona on hi ha el canvi de color de verd a taronja.

La raó del increment massiu en la zona de la ranura pot ser degut als esforços tallants i de compressió que provoca l'impacte ja que la resistència a aquests esforços es molt menor ja que tendeixen a separar les fibres i vinclar-les.

El resultat d'aquest cas demostra que és el cas més desfavorable de tots els casos. Per altra banda el fenomen no es gens comú. Altrament en aquest cas el resultat pot ser molt imprecís ja que les condicions de contorn determinats en el programa estan restringits així deixant només el desplaçament de l'eix de les X a l'aresta extrema de la guitarra quan fa la realitat no és així. No obstant no podem descartar que un impacte axial contribueix molt més a la ruptura de la guitarra que un impacte a flexió i més si és una combinació entre els dos.

8. REDISENY

8.1 Descripció del problema causant principal

Com bé s'ha observat en els casos anteriors, gran part del trencament és degut a la concentració de tensions que pateix en la part del canvi de secció entre el màstil i el claviller i que es dona en impactes accidentals contra el terra molt sovint ja sigui per caiguda lliure o per deixar-la caure des de una petita altura perquè quedi recolzada en el terra la qual afavoreix el trencament per fatiga en aquesta zona.

Aleshores sabent que el problema és degut a que la primera part de la guitarra en entrar en contacte amb el terra és la part extrema del claviller s'eliminaran els angles tant del màstil respecte el cos com el del claviller respecte el màstil. D'aquesta manera evitarem que la part del claviller impacti primer contra el terra essent així el cos qui ho faci primer.

8.2 Nou disseny

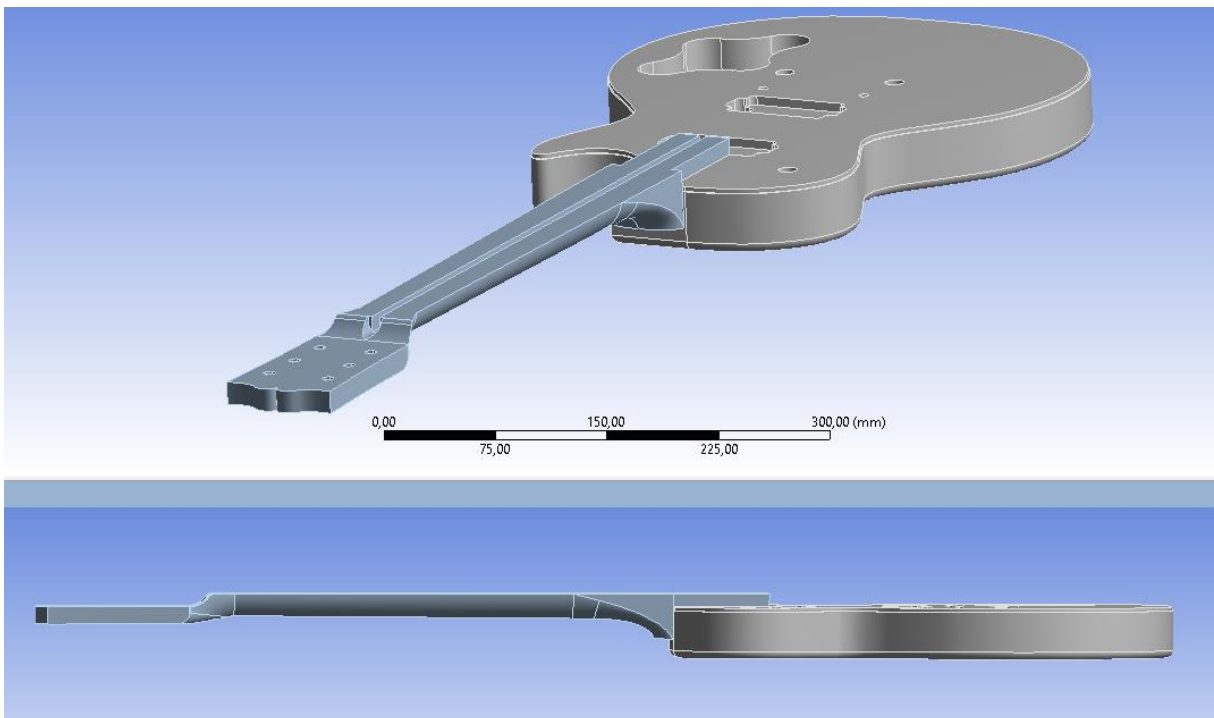


Figura 8.1: Nou disseny

Amb aquest disseny evitarem o disminuïrem la força de l'impacte que fa el terra contra l'extrem del claviller ja que primer impactarà contra la part superior del cos la qual és més rígida.

No obstant es perdrà comoditat per l'usuari ja que aquest necessitarà estirar el braç per poder tocar els trasts dels més extrems del diapasó.

Pel que fa el nou disseny del claviller s'hi a afegit un canvi de secció menys pronunciat i més arrodonit per tal d'evitar les concentracions de tensions.

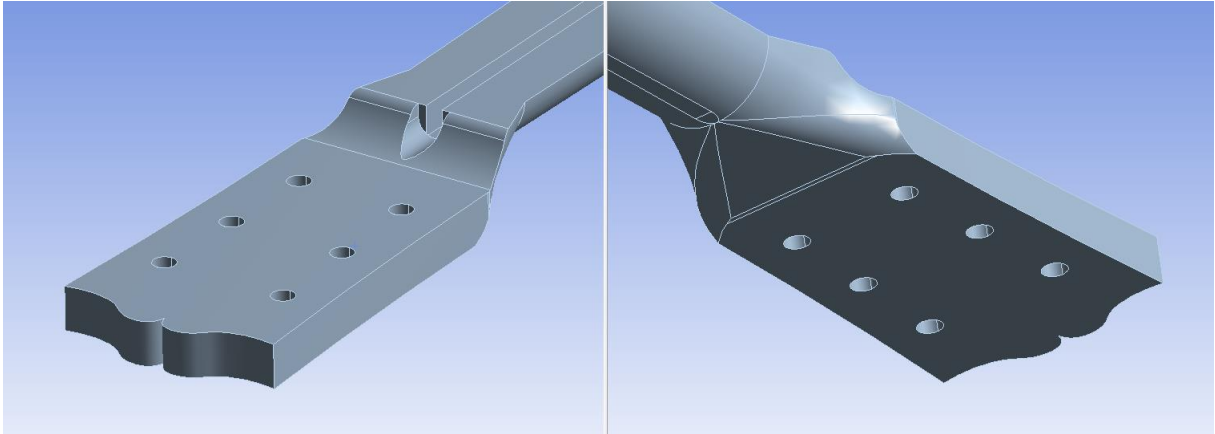


Figura 8.2: Nou disseny del claviller

Amb aquest nou disseny comprovarem un impacte a flexió similar al cas 1 amb unes dades d'una hipòtesis diferent.

8.3 Dades per a la força equivalent

De l'annex C obtenim les següents dades:

$$v = 50\% \cdot V_{inicial} = 0,5 \cdot 2,53366 \frac{m}{s} = 1,2668 \frac{m}{s}$$

$$k = 99\,538,6 \frac{N}{m}$$

$$m = 5,8 \text{ kg}$$

Amb les dades anteriors obtenim una força total equivalent de:

$$F_{max} = k \cdot y_{max} = k \cdot \sqrt{\frac{v^2 \cdot m}{k}} = 962,489 \text{ N} \quad (\text{Eq. 6})$$

Podem veure que hem reduït la força aproximadament un 40% respecte el primer cas. Aleshores anem a observar els resultats segons el nostre criteri de ruptura de caràcter lineal.

$$\frac{\sigma_x}{X} + \frac{\sigma_y}{Y} + \frac{\tau_{xy}}{S} \leq 1 \quad (\text{Eq. 1})$$

8.4 Resultats i observacions

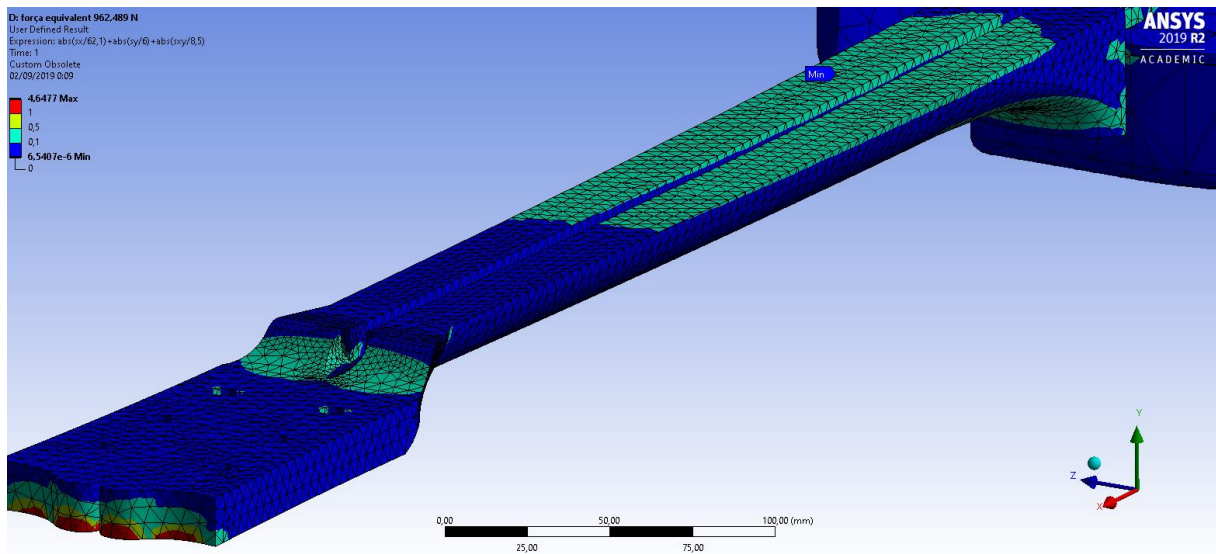


Figura 8.3: Resultat segons criteri de ruptura lineal del nou disseny

Pel resultat s'han escollit els següents colors amb el seu rang de valors:

Vermell:	Per sobre de 1
Groc:	Entre 1 i 0,5
Blau clar:	Entre 0,5 i 0,1
Blau fosc:	Per sota de 0,1

En la figura anterior notòriament es veu que la concentració de tensions en la zona crítica s'ha reduït a uns valors d'entre 2 i 10 vegades la tensió màxima admesa en el material. No obstant podem veure que en l'aresta extrema del claviller es superen els valors màxims admesos i es podria donar el cas de que en aquesta zona patim alguna fragmentació per l'impacte.

Cal dir que els valors d'aquests elements son elevats també degut a la tensió en direcció Y la qual tenim que la màxima admesa a tracció es 6 MPa aproximadament. No obstant a compressió en sentit perpendicular a les fibres és molt més elevat i per tant aquí estem obtenint valors que no concorden amb les dades d'aquesta condició ja que hem considerat a

l'hora d'introduir l'expressió el cas més desfavorable (que seria el valor màxim a tracció en sentit de les Y de 6 MPa).

Per tant ignorem els valors dels extrems considerats com a suports ja que es on es donen els valors més grans i no son valors veritables.

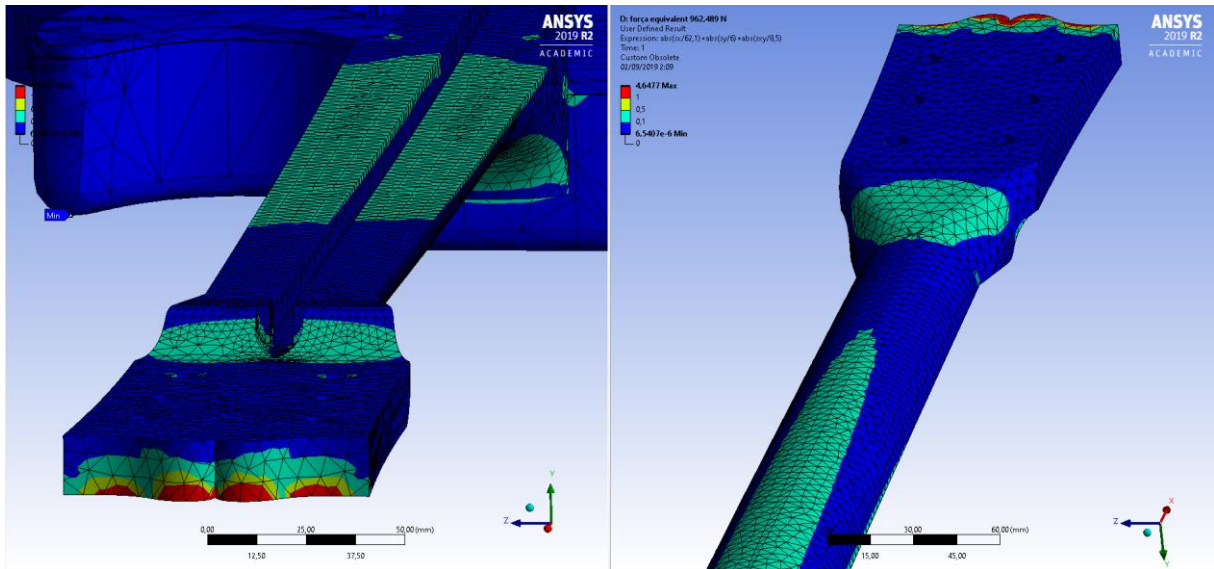


Figura 8.4: Vista en detall de la zona crítica superior i inferior

Tot i que aquí hem considerat unes condicions similars al cas 1, realment és donaria com si la guitarra impactés contra algun altre objecte abans de recórrer els 90 graus ja que en cas de caiguda com ja s'ha comentat anteriorment impactaria la part superior del cos.

En aquest cas no farem el càlcul de l'impacte en el cos ja que no es l'objectiu de l'estudi ja que el que es vol es evitar el trencament de la pala i que un impacte accidental en el cos no contribuiria en el trencament d'aquesta zona.

9. RESUM DEL PRESSUPOST

El pressupost per a la realització d'aquest estudi és de MIL TRES-CENTS TRES EUROS AMB QUARANTA-TRES CÈNTIMS (**1303,43 €**). A continuació s'adjunta la taula que resumeix els costos associats a les parts de l'estudi.

Taula 3 (document pressupost): Resum pressupost general

Concepte	Cost
Programes de disseny	127,8795 €
Programes de càlculs dinàmics	0,00855 €
Programes d'elements finits	685,32 €
Redacció del document	264,00 €
TOTAL	1077,208 €
IVA: 21%	226,214 €
TOTAL PROJECTE	1303,43 €

Per més detalls sobre el pressupost consultar el document Pressupost.

10. CONCLUSIONS

En aquest estudi hem observat cadascun dels 3 casos que és poden donar entre els quals el cas 1 és el més comú amb un resultat positiu de ruptura degut a la velocitat d'impacte i a la concentració de tensions degut al canvi d'angle entre el diapasó i el claviller.

No obstant el cas número 3 és el més destructiu degut a la força equivalent en impactar axialment i a la gran oposició a la deformació en el sentit de l'impacte. Per altra banda les condicions a establir no son completament veritables ja que al utilitzar el programa s'ha de transformar a un cas estàtic amb unes restriccions que a la vida real poc sovint es donen com pot ser la condició d'un únic desplaçament en sentit de l'eix axial i que fan que aquests resultats siguin perplexes o dubtosos.

Per altra banda a nivell de càlcul i anàlisi en elements finits si es realitzés un assaig real amb aquestes condicions perfectament complides no es pot descartar de que aquest cas sigui el més crític ja que gràcies als estudis i assajos executats en laboratoris amb aquests tipus de material s'han demostrat que a compressió i tallant és menys resistent i molt més si hi ha concentració de tensions.

Respecte el cas 2 clarament es demostra tant a nivell de càlcul teòric com cas real de que no hi existeix ruptura ja que les condicions no es donen sovint ni a nivell real ni a nivell teòric ja que en aquest cas la inèrcia de la secció és la més forta.

Per tant podem concloure que:

- Un impacte a compressió en combinació amb flexió eleva la possibilitat de ruptura de manera dràstica.
- Els canvis de secció son zones que tenen més probabilitats de ruptura per les concentracions de tensions que aquestes comporten.
- La fusta es un material ortotròpic que treballa millor en casos a flexió i a tracció en direcció de l'eix de les fibres que a compressió, a tracció en l'eix perpendicular a les fibres o tallants en totes direccions.

Per últim cal també destacar que una solució alternativa més precisa i similar a les condicions dels casos reals seria l'estudi en càlcul dinàmic (Amb el subprograma anomenat Explicit Dynamics de l'ANSYS). Per a més detalls per aquest mètode consultar l'annex D.

11. BIBLIOGRAFIA

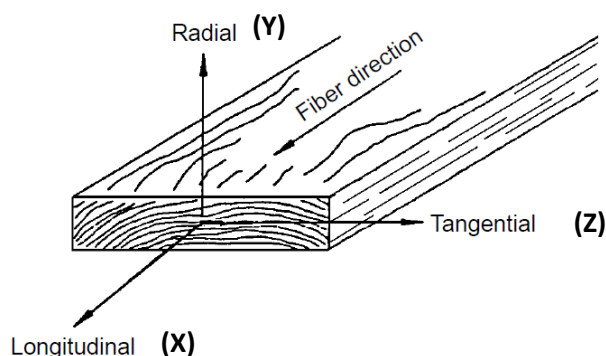
- [1] Model inicial de la guitarra Gibson Les Paul: <https://grabcad.com/library/gibson-les-paul-4>
- [2] David W. Green, Jerold E. Winandy and David E. Kretschmann: *Mechanical Properties of Wood*
- [3] J. M. Cabrero, K. G. Gebremedhin, J. Elorza: *Criterios de rotura en miembros de madera*
- [4] Dr. Javier Ramón Sotomayor Castellanos, Dr. Ying Hei Chui: *Comportamiento elástico de la madera*
- [5] Historia i informació sobre les guitarres Gibson Les Paul: https://es.wikipedia.org/wiki/Gibson_Les_Paul
- [6] Força de les cordes: <https://aprendizdeluthier.com/que-calibre-de-cuerdas-le-debo-poner-a-mi-guitarra-electrica/>
- [7] Ànima de la guitarra elèctrica: <https://www.guitarviva.com/tutoriales/ajuste-del-alma-guitarra-mastil/>
- [8] Dimensions ànima Gibson: https://www.stewmac.com/Materials_and_Supplies/Truss_Rods/Adjustable_Truss_Rods/Gibson_Truss_Rod.html
- [9] Article sobre el trencament de la pala Gibson: <https://hazeguitars.com/blog/why-do-gibson-headstocks-break>
- [10] Preus sobre els programes: <https://www.cimworks.es/precios-solidworks/>, <http://www.design-simulation.com/Purchase/studentproducts.php>, <https://www.itqlick.com/ansys-workbench-platform/pricing>

ANNEXOS

ANNEX A: PROPIETATS DEL MATERIAL

A.1 Dades per a la metodologia

Per a la introducció de la peça a elements finits es necessita les propietats mecàniques del material. Per això s'ha recorregut al document *Mechanical Properties of Wood per David W. Green, Jerrold E. Winandy i David E. Kretschmann*. Aquest document recull les propietats de gairebé totes les fustes del mercat en comportament ortotròpic. No obstant nosaltres ens centrarem en la de caoba (Mahogany Honduras o també anomenat Mahogany True).



[2] Figura A1: Eixos de coordenades principals

Observant la figura anterior, determinem que l'eix longitudinal és el mateix que l'eix que travessa el màstil de la nostra guitarra.

Una vegada ja tenim els eixos de coordenades determinats, es procedeix a agafar les dades mecàniques de les següents taules.

Common and botanical names of species	Moisture content	Specific gravity	Static bending			Compression parallel to grain (kPa)	Shear parallel to grain (kPa)	Side hardness (N)	Sample origin ^b
			Modulus of rupture (kPa)	Modulus of elasticity (MPa)	Work to maximum load (kJ/m ³)				
Ilomba (<i>Pycnanthus angolensis</i>)	Green	0.4	37,900	7,900	—	20,000	5,800	2,100	AF
	12%		68,300	11,000	—	38,300	8,900	2,700	
Ipe (<i>Tabebuia</i> spp., lapacho group)	Green	0.92	155,800	20,100	190	71,400	14,600	13,600	AM
	12%		175,100	21,600	152	89,700	14,200	16,400	
Iroko (<i>Chlorophora</i> spp.)	Green	0.54	70,300	8,900	72	33,900	9,000	4,800	AF
	12%		85,500	10,100	62	52,300	12,400	5,600	
Jarrah (<i>Eucalyptus marginata</i>)	Green	0.67	68,300	10,200	—	35,800	9,100	5,700	AS
	12%	—	111,700	13,000	—	61,200	14,700	8,500	
Mahogany, African (<i>Khaya</i> spp.)	Green	0.42	51,000	7,900	49	25,700	6,400	2,800	AF
	12%		73,800	9,700	57	44,500	10,300	3,700	
Mahogany, true (<i>Swietenia macrophylla</i>)	Green	0.45	62,100	9,200	63	29,900	8,500	3,300	AM
	12%	—	79,300	10,300	52	46,700	8,500	3,600	
Manbarklak (<i>Eschweilera</i> spp.)	Green	0.87	117,900	18,600	120	50,600	11,200	10,100	AM

[2] Taula A1 :Dades principals del material

Després d'obtenir el mòdul d'elasticitat en la taula anterior es procedeix a trobar els mòduls dels altres eixos ja que la fusta és ortotròpica. Els coeficients de conversió d'un eix respecte el principal els podem trobar en la següent taula:

Species	E_T/E_L	E_R/E_L	G_{LR}/E_L	G_{LT}/E_L	G_{RT}/E_L
Hardwoods					
Ash, white	0.080	0.125	0.109	0.077	—
Balsa	0.015	0.046	0.054	0.037	0.005
Basswood	0.027	0.066	0.056	0.046	—
Birch, yellow	0.050	0.078	0.074	0.068	0.017
Cherry, black	0.086	0.197	0.147	0.097	—
Cottonwood, eastern	0.047	0.083	0.076	0.052	—
Mahogany, African	0.050	0.111	0.088	0.059	0.021
Mahogany, Honduras	0.064	0.107	0.066	0.086	0.028
Maple, sugar	0.065	0.132	0.111	0.063	—
Maple, red	0.067	0.140	0.133	0.074	—
Oak, red	0.082	0.154	0.089	0.081	—
Oak, white	0.072	0.163	0.086	—	—
Sweet gum	0.050	0.115	0.089	0.061	0.021
Walnut, black	0.056	0.106	0.085	0.062	0.021
Yellow-poplar	0.043	0.092	0.075	0.069	0.011

[2] Taula A2: Coeficients de conversió dels mòduls d'elasticitat

Per altra banda també necessitem els coeficients de poisson els quals els podem trobar en la taula 4-1 del mateix document.

Species	μ_{LR}	μ_{LT}	μ_{RT}	μ_{TR}	μ_{RL}	μ_{TL}
Hardwoods						
Ash, white	0.371	0.440	0.684	0.360	0.059	0.051
Aspen, quaking	0.489	0.374	—	0.496	0.054	0.022
Balsa	0.229	0.488	0.665	0.231	0.018	0.009
Basswood	0.364	0.406	0.912	0.346	0.034	0.022
Birch, yellow	0.426	0.451	0.697	0.426	0.043	0.024
Cherry, black	0.392	0.428	0.695	0.282	0.086	0.048
Cottonwood, eastern	0.344	0.420	0.875	0.292	0.043	0.018
Mahogany, African	0.297	0.641	0.604	0.264	0.033	0.032
Mahogany, Honduras	0.314	0.533	0.600	0.326	0.033	0.034
Maple, sugar	0.424	0.476	0.774	0.349	0.065	0.037
Maple, red	0.434	0.509	0.762	0.354	0.063	0.044
Oak, red	0.350	0.448	0.560	0.292	0.064	0.033
Oak, white	0.369	0.428	0.618	0.300	0.074	0.036
Sweet gum	0.325	0.403	0.682	0.309	0.044	0.023
Walnut, black	0.495	0.632	0.718	0.378	0.052	0.035
Yellow-poplar	0.318	0.392	0.703	0.329	0.030	0.019

[2] Taula A3: Coeficients de poisson de cada pla

Un cop realitzat totes les operacions i conversions introduïm les dades en l'apartat de Engineering Data de l'ANSYS els quals són essencials per a poder realitzar els càlculs en el programa:

Propietat	Valor	Unitats
Densitat	5,9	Kg/m ³
Mòdul de young direcció X	9238	MPa
Mòdul de young direcció Y	591,32	MPa
Mòdul de young direcció Z	988,73	MPa
Coeficient Poisson XY	0,314	-
Coeficient Poisson YZ	0,6	-
Coeficient Poisson XZ	0,533	-
Mòdul de cisallament XY	609	MPa
Mòdul de cisallament YZ	258,66	MPa
Mòdul de cisallament XZ	794,47	MPa
Tensió màxima a flexió	62,1	MPa
Tensió màxima a compressió paral·lel a la fibra	29,9	MPa

Taula A4: Propietats mecàniques introduïdes al programa ANSYS

Altrament, per poder comparar els valors obtinguts en l'estudi d'elements finits hem de considerar que les dades proporcionades anteriorment contenen variabilitat en els seus valors ja que aquestes depenen de les condicions de contorn en la qual han sigut desenvolupades (humitat, temperatura etc). Aleshores també és proporciona la variabilitat en la següent taula:

Property	Coefficient of variation ^a (%)
Static bending	
Modulus of rupture	16
Modulus of elasticity	22
Work to maximum load	34
Impact bending	25
Compression parallel to grain	18
Compression perpendicular to grain	28
Shear parallel to grain, maximum shearing strength	14
Tension parallel to grain	25
Side hardness	20
Toughness	34
Specific gravity	10

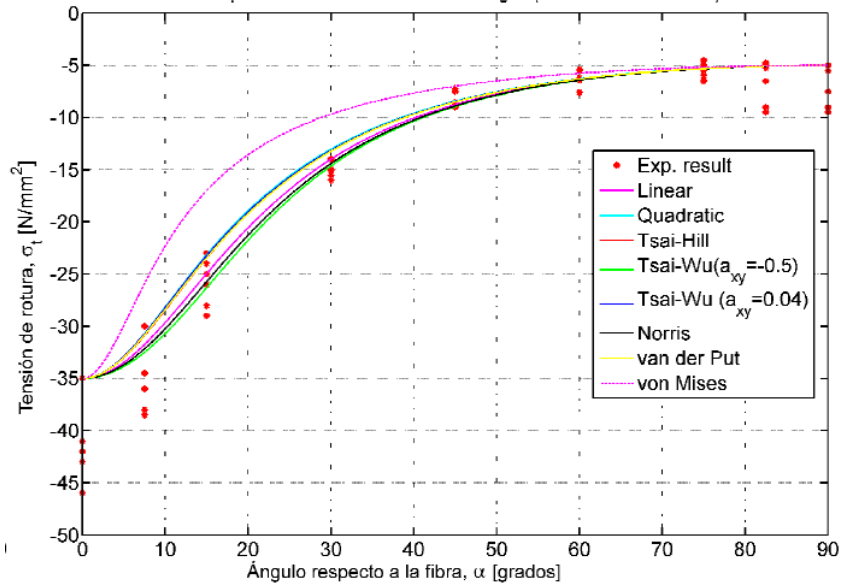
^aValues based on results of tests of green wood from approximately 50 species. Values for wood adjusted to 12% moisture content may be assumed to be approximately of the same magnitude.

[2] Taula A5: Coeficients de variació mitjans per propietats mecàniques de la fusta

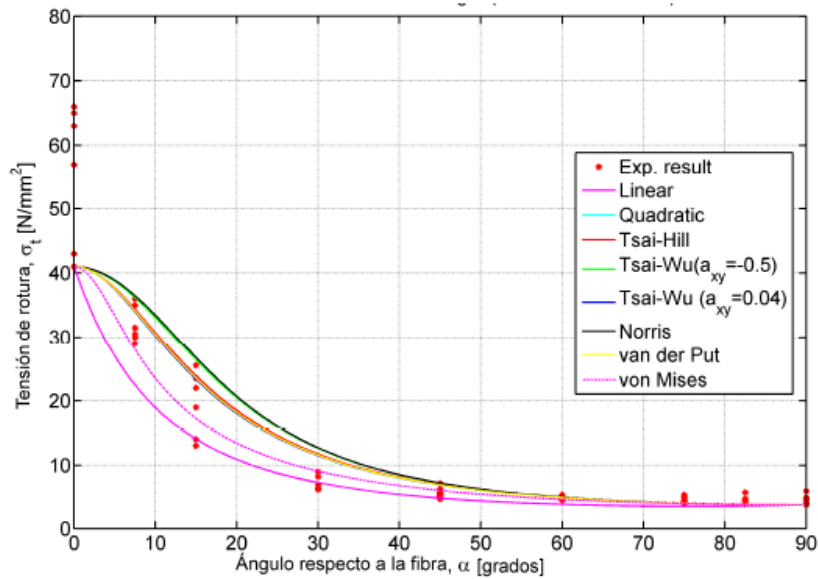
A.2 Criteri de ruptura del material

Existeixen diversos criteris de trencament d'un material del qual el més conegut per materials isotròpics com és l'acer és el de Von Misses. No obstant en el nostre cas al tractar un material ortotròpic aquest criteri pot no ser el més ideal. Per això s'ha recorregut al document d'estudi de *Criterios de rotura en miembros de madera de J.M Cabrero, K.G Gebremedhin i J.Elorza* de la universitat de Navarra en conjunt amb la universitat de Cornell dels Estats Units.

Aquest document mostra una sèrie de proves que s'han realitzat en laboratoris sobre trencaments de fusta i compara els valors experimentals de trencament amb diversos criteris de trencament, tant lineals com quadràtics.



[3] Figura A2: Comparació de la resistència uniaxial experimental a compressió en funció de l'angle respecte la fibra i prediccions de diversos models de ruptura



[3] Figura A3: Comparació de la resistència uniaxial experimental a compressió en funció de l'angle respecte la fibra i prediccions de diversos models de ruptura

Com mostra la figura anterior el criteri de Von Misses no és el més ideal per casos de materials ortotròpics.

	Compresión		Tracción	
	sin t. cortte	con t. cortte	sin t. cortte	con t. cortte
Lineal	11.21%	21.20%	38.74%	11.35%
Cuadrático	25.98%	9.56%	61.63%	35.00%
Tsai-Hill	27.53%	9.87%	63.28%	35.68%
Tsai-Wu, $a_{xy} = -0.5$	41.32%	13.65%	84.46%	42.32%
Tsai-Wu, $a_{xy} = 0.04$	25.69%	9.69%	60.31%	34.01%
Norris	39.98%	12.69%	85.79%	43.06%
van der Put	26.54%	9.86%	61.61%	34.55%
von Mises	39.98%	14.44%	85.79%	16.55%
<i>Error.min.abs.</i>	Lineal	Cuadrático	Lineal	Lineal
<i>Error.máx.abs.</i>	Tsai-Wu, $a_{xy} = -0.5$	Lineal	Norris	Norris

[3] Taula A5: Error absolut mitjà en comparació amb els valors experimentals

Com mostren les figures i taula anteriors considerant el valor del tallant és més precís el lineal a tracció però no a compressió.

Llavors farem servir el criteri lineal ja que és el més desfavorable i senzill pels casos de flexió i utilitzarem el criteri de ruptura quadràtic pel cas axial a compressió.

Equació lineal:

$$\frac{\sigma_x}{X} + \frac{\sigma_y}{Y} + \frac{\tau_{xy}}{S} \leq 1 \quad (\text{Eq. 1})$$

Equació quadràtica:

$$\left(\frac{\sigma_x}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{xy}}{S}\right)^2 \leq 1 \quad (\text{Eq. 2})$$

Altrament una altra dada que ens és útil d'aquest document esmentat és la tensió màxima perpendicular a l'eix de les fibres el qual segons els seus assajos és aproximadament 6 MPa.

Per tant tenim els següents valors de resistència màxima:

X	Y	S
62,1 MPa	6 MPa	8,5 MPa

ANNEX B: CÀLCULS DE FORCES ESTÀTIQUES

B.1 Forces estàtiques

Abans de començar amb el primer escenari de impacte accidental s'ha de calcular les forces que hi actuen en la guitarra de manera estàtica. En aquest cas son les forces de les cordes i la de l'ànima. En les guitarres hi existeixen diverses afinacions que varien en funció del gènere de música però en el nostre estudi es realitzarà amb l'afinació estàndard que és la següent:



Figura B1: Numeració de les cordes en el claviller

Corda	1	2	3	4	5	6
Afinació	E (Mi)	A (La)	D (Re)	G (Sol)	B (Si)	E (Mi)
Força (N)	58,466	49,050	65,336	69,945	68,965	63,961
Diàmetre (mm)	1,066	0,812	0,609	0,406	0,279	0,228

Taula B1: Dades de les cordes

La força que produeix cada corda s'ha extret de la xarxa de valors els quals s'han obtingut d'estudi que relaciona la força de la corda en funció del desplaçament perpendicular que causa al aplicar una força mesurada amb un dinamòmetre (consultar bibliografia).

Les tensions de la taula anterior son produïdes a tracció i per la forma del claviller estan en disposició simètrica. No obstant una força no compensa l'altre degut a la diferencia d'afinació de cada corda. Així que per a una major precisió a l'hora de fer l'anàlisi és descompondrà aquestes forces amb l'ajuda del sòlid Works i la seva eina de mesura. Cal dir que només ha sigut necessari mesurar 3 punts de tangència ja que com s'ha esmentat anteriorment, la disposició és simètrica.

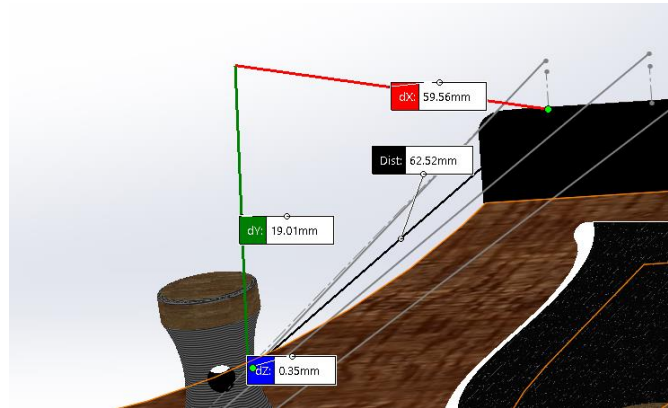


Figura B2: Mesura descomposta en els punts de tangència

Per descompondre cada força es fa servir la següent fórmula:

$$\vec{L}_{AB} = \frac{1}{\sqrt{L_x^2 + L_y^2 + L_z^2}} \cdot (L_x, L_y, L_z) \quad (\text{Eq. 3})$$

On L_x, L_y, L_z les determinem a partir dels valors obtinguts de l'eina de mesura del SolidWorks.

Un cop obtingut els valors de \vec{L}_{AB} sabem que les forces descomposades és regeixen per la següent fórmula:

$$\vec{F} = \vec{L}_{AB} \cdot F_{corda} \quad (\text{Eq. 4})$$

En el cas de la corda 1 seria:

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{\sqrt{59.56^2 + 19.01^2 + 0.35^2}} \cdot (59.56, 19.01, 0.35) \cdot 58.466 \quad (\text{Eq. 3})$$

$$\begin{cases} F_{1x} = 55.69 \text{ N} \\ F_{1y} = 17.77 \text{ N} \\ F_{1z} = 0.33 \text{ N} \end{cases}$$

Amb el procediment anterior per cada corda obtenim la següent taula de forces:

corda 1			corda 2			corda 3		
Fx	Fy	Fz	Fx	Fy	Fz	Fx	Fy	Fz
55,69 N	17,77 N	0,33 N	46,31 N	15,63 N	4,03 N	61,27 N	21,19 N	8,06 N
Moment Z'	Moment Y'		Moment Z'	Moment Y'		Moment Z'	Moment Y'	
422,32	147,89	N·mm	351,18	117,97	N·mm	464,62	151,04	N·mm
corda 4			corda 5			corda 6		
Fx	Fy	Fz	Fx	Fy	Fz	Fx	Fy	Fz
65,59 N	22,68 N	8,63 N	65,11 N	21,98 N	5,67 N	60,93 N	19,44 N	0,35 N
Moment Z'	Moment Y'		Moment Z'	Moment Y'		Moment Z'	Moment Y'	
497,40	155,40	N·mm	493,77	149,53	N·mm	462,02	137,86	N·mm

Taula B2: Forces descompostes i moments de les cordes

Trobats els valors de les components de les forces estàtiques anem a introduir-les al model en el programa d'elements finits ANSYS per posteriorment comprovar la fletxa i calcular la força i moment de l'ànima que compensaria aquesta fletxa. Cal esmentar que en el programa es considera com a suport fixe el perímetre del cos ja que les aquestes forces es produeixen en el màstil que és la part més crítica del nostre treball i el cos no hi intervé en gran mesura.

Les forces introduïdes s'han realitzat com a forces remotes aplicades a les ranures circulars on s'hi fixen els clavillers amb la distància corresponent que ha sigut calculada altra cop amb l'eina de mesura del SolidWorks lo més pròxim al punt tangencial del claviller (8.09mm).

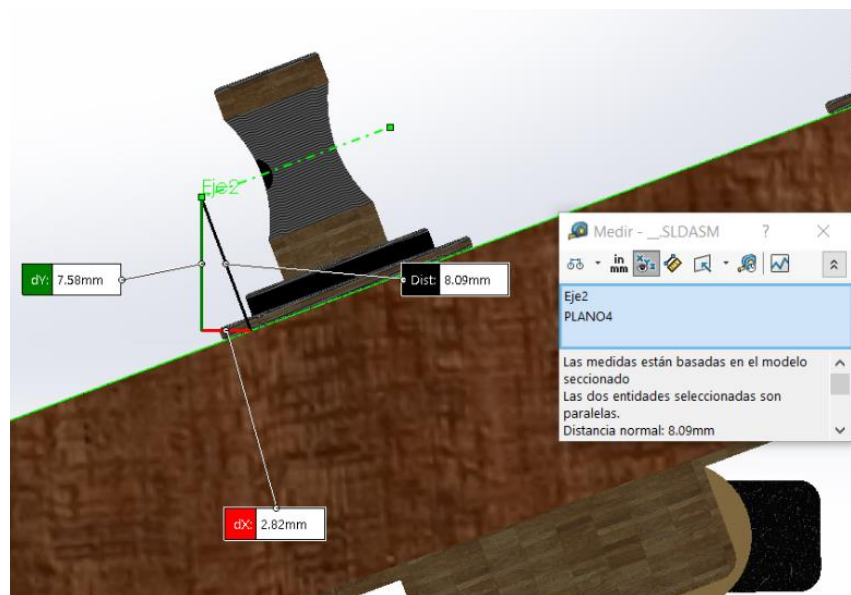


Figura B3: Distància perpendicular del claviller fins a l'altura de la corda

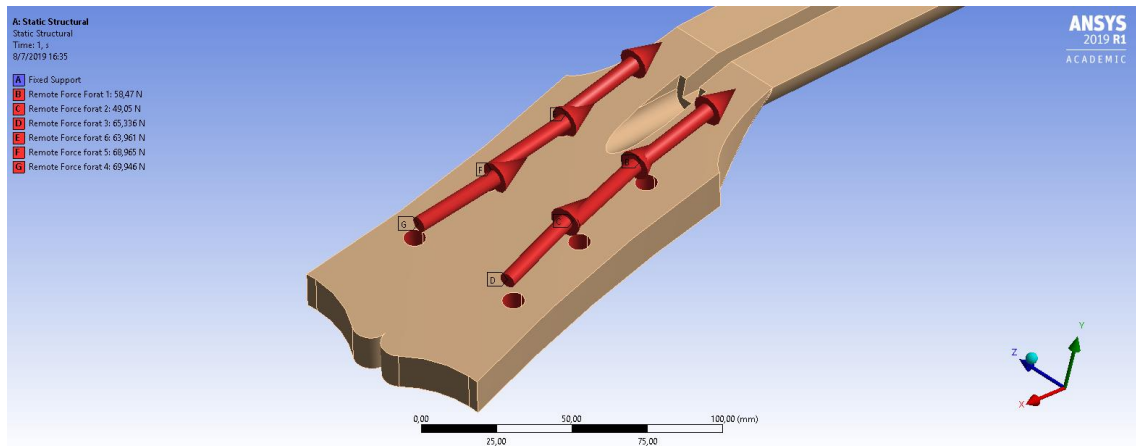


Figura B4: Forces aplicades remotament

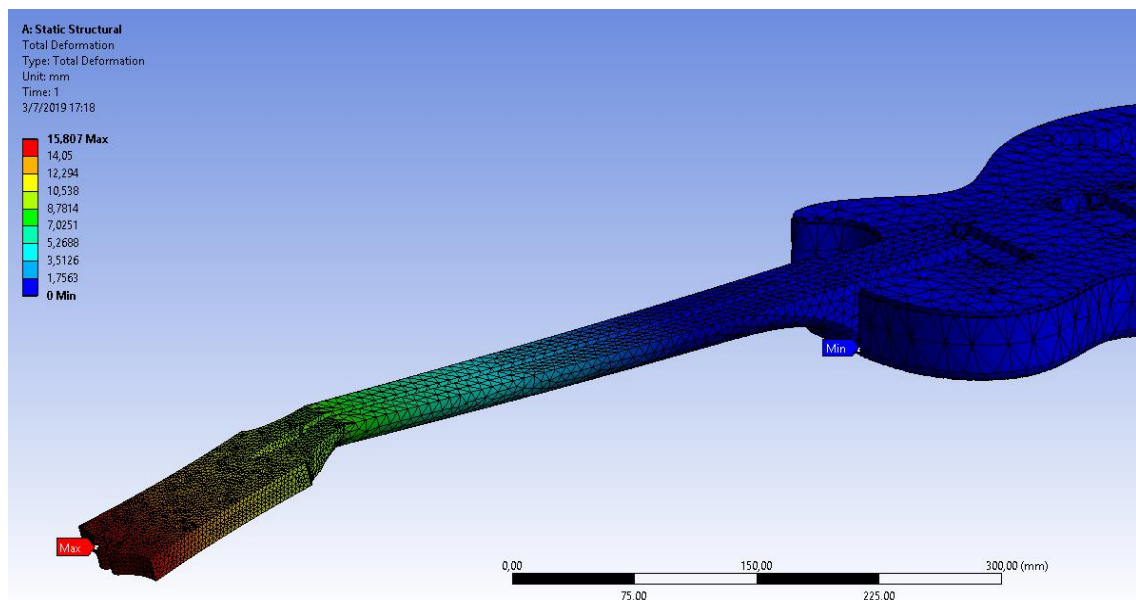


Figura B5: Fletxa resultant

Donat els resultats observem que sense l'acció de l'anima la fletxa que produirien només les forces de les cordes seria:

$$y = 15.807 \text{ mm}$$

Llavors nosaltres introduïrem manualment per prova i error valors de forces que produiria l'anima que en aquests cas seria:

- Força axial
- Força de cisallament per fricció interna
- Moment intern

S'ha anat iterant diversos valors fins aconseguir equilibrar la fletxa fins a un valor considerable que en aquest cas son els següents:

$$F_{axial} = 250 \text{ N}$$

$$F_{fricció} = 500 \text{ N}$$

$$M = 1500 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

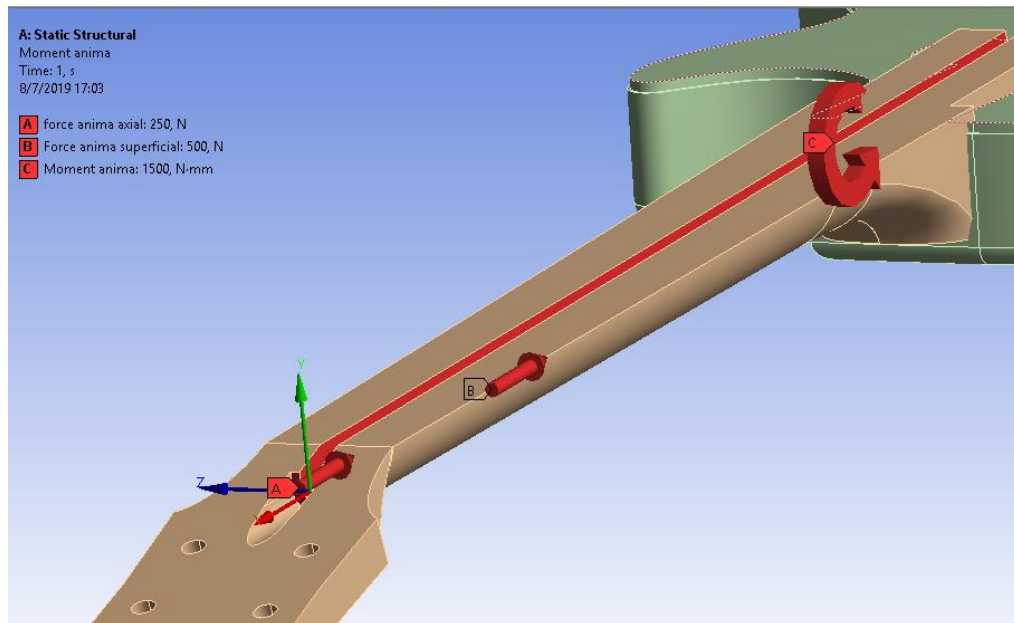


Figura B6: Forces de l'anima

Amb aquests valors hem aconseguir reduir la fletxa de 15.807 mm a 1.4588mm.

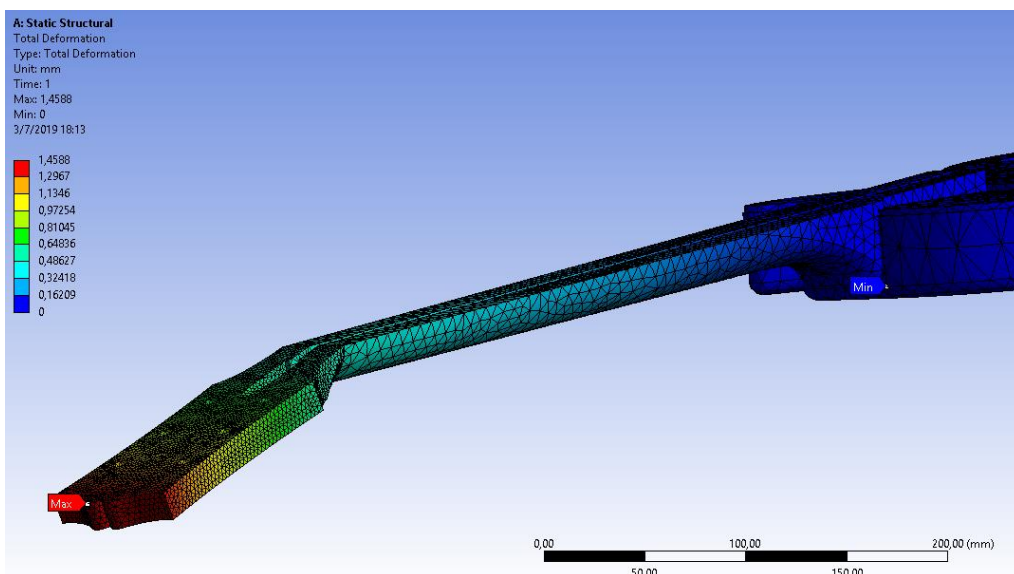


Figura B7: Fletxa resultant amb les forces de l'anima

Altament podem veure també les tensions que provoquen aquestes forces en la guitarra

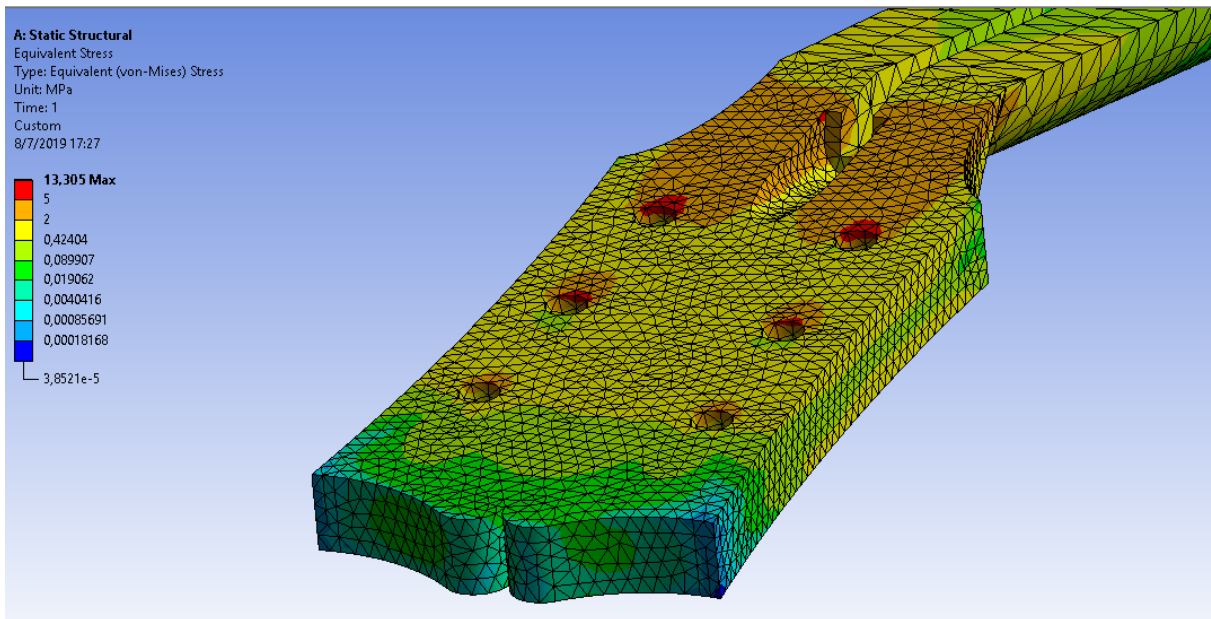


Figura B8: Tensions resultants de les forces estàtiques

Com es pot observar en la figura anterior en la zona de canvi de secció comença a incrementar les tensions en els elements on s'ha comprovat gràficament que s'hi troben entre **2 MPa i 5 MPa**, valors els quals es troben dins de la zona de seguretat del material. A més es pot observar també que al final de la ranura el valor de tensió incrementa i que es troba en el rang d'entre **5 i 10 MPa** aproximadament degut a la concentració de tensions.

Un cop tenim totes les forces estàtiques definides podem començar a calcular i simular els diferents casos d'impacte accidental.

Cal esmentar que en els propers casos es canviarà la superfície de suport fixa de la guitarra a les cares de l'extrem del cos on hi ha el contacte amb el terra per així contemplar la constant elàstica del propi cos en el càlcul.

ANNEX C: CÀLCULS DELS CASOS

C.1 Cas 1 - Impacte accidental de caiguda lliure des de posició vertical

En aquest primer cas es simula una caiguda lliure des de la posició vertical fins a gairebé la posició horitzontal per caiguda lliure i pivot amb el punt de contacte amb el terra. Llavors les posicions varien com a la següent figura:

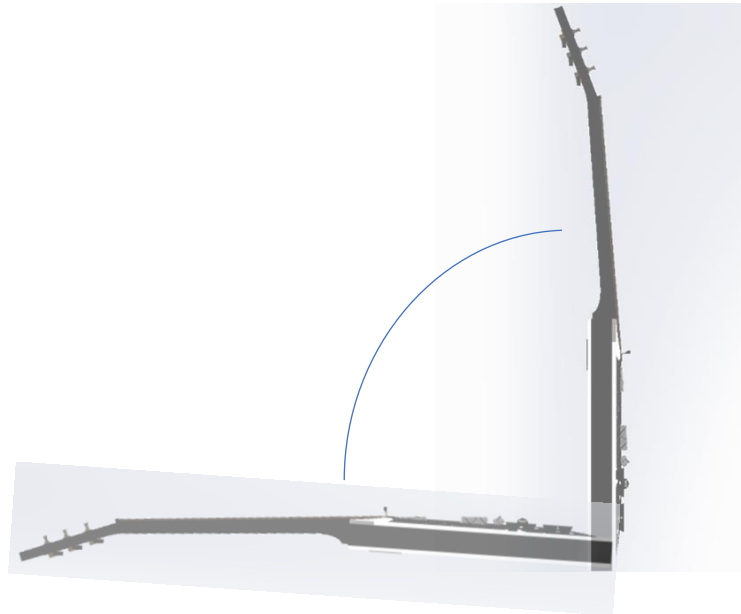


Fig C1: Posició inicial i final

Abans de començar hem de saber el pes del conjunt i les coordenades del seu centre de masses. Per això es farà servir el SolidWorks el qual contempla el pes de cada element que forma la guitarra:

Propiedades de masa de __
Configuración: Default
Sistema de coordenadas: -- predeterminado --
Masa = 5796.56 gramos
Volumen = 5653395.62 milímetros cúbicos
Área de superficie = 797476.84 milímetros cuadrados
Centro de masa: (milímetros)
X = 103.07
Y = 39.58
Z = -1.82

Figura C2: Propietats del conjunt

Aleshores per la distancia del centre de masses fins al punt de contacte es fa servir la eina mesura del mateix programa:

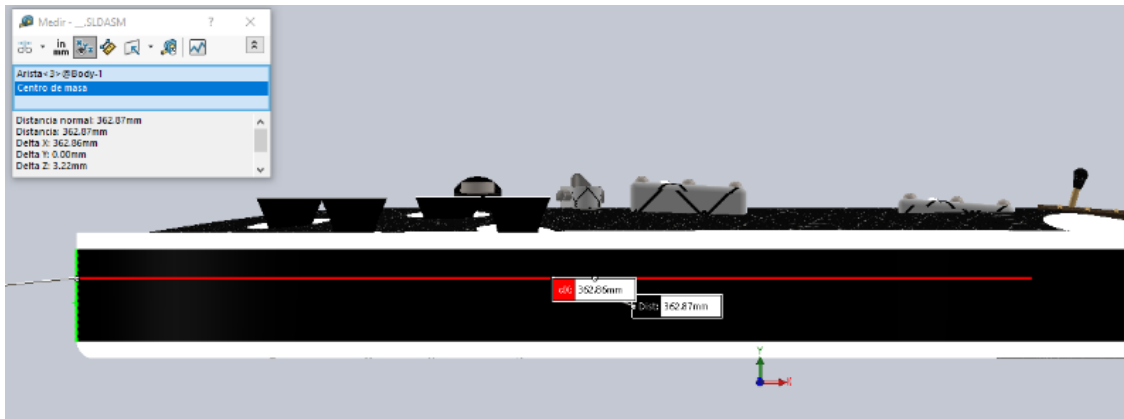


Figura C3: Propietats del conjunt

Llavors podem partir de les següents dades:

$$m = 5.8kg$$

$$d = 362.86 mm$$

C.1.1 Càlcul de la velocitat final en l'instant de l'impacte

Considerant que la guitarra caurà pivotant amb el punt de contacte amb el terra podem simplificar la simulació com un conjunt de elements que conté:

- Una massa puntual de 5.8kg
- Un braç de longitud 362,86mm que uneix la massa amb el punt del terra i que aquesta esta articulada.

Per a portar a terme aquesta simulació es farà us del programa Working Model 2D el qual es un programa de simulació de moviment amb diverses eines de mesura.

Per això en el programa considerarem els elements esmentats anteriorment creant un cercle sòlid de massa 5.8 kg i un rectangle de longitud 362,86mm amb un punt articulad a la part inferior sobre el qual pivotarà i el cercle sòlid fixa en la part superior i posicionarem aquest conjunt en posició vertical.

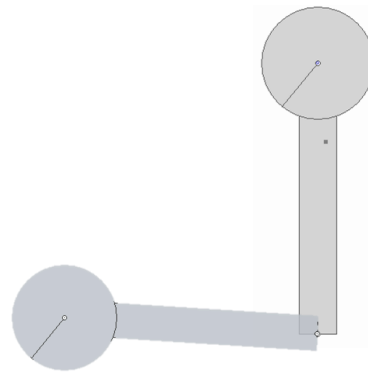


Figura C4: Posició inicial i final de la simulació

Cal esmentar que s'ha determinat la massa del rectangle amb un valor d' 1g ja que el programa no permet afegir un element de massa nul·la si es treballa amb forces gravitacionals. D'aquesta manera no interferirà considerablement en el càlcul de la velocitat.

Com es pot observar en la figura anterior la nostra posició final no és exactament 90° respecte l'eix vertical i això es degut a que la pròpia guitarra conté desviacions d'angles en el màstil i en el claviller respecte el cos principal com es pot veure en el model 3D per temes de disseny i comoditat.

Aleshores s'ha de calcular quin seria l'angle que correspondria a l'instant de l'impacte contra el terra. Per això es realitzarà en el SolidWorks l'angle entre dos plànols: El primer que seria el pla principal del cos i el segon travessaria el punt de contacte amb el punt de l'impacte que en aquest cas seria l'extrem del claviller. Això es mostra en la següent figura:

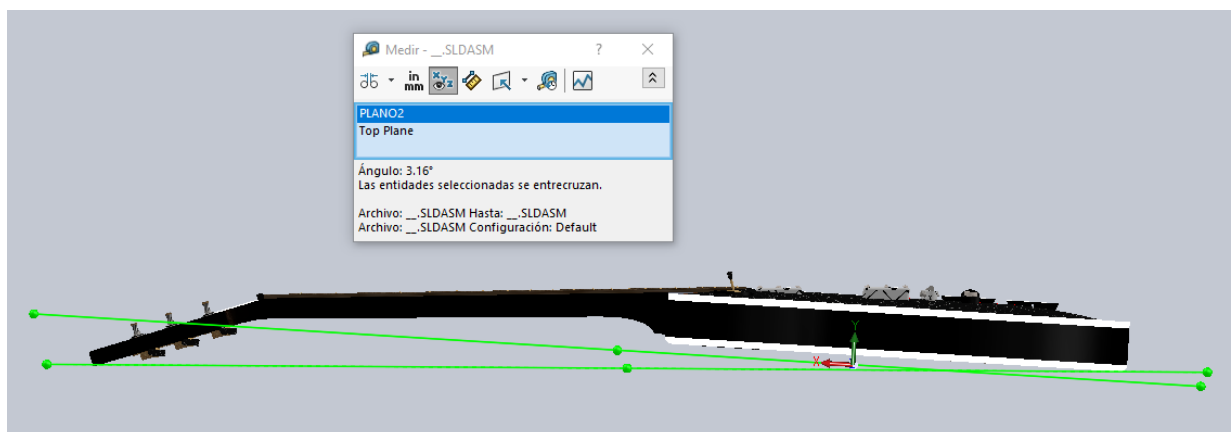


Figura C5: Angle entre la horitzontal del cos i entre els dos punts extrems

Valor de l'angle: $\alpha = 3.16^\circ$

Llavors hem d'agafar les dades que obtenim quan el conjunt s'hagi desplaçat un angle:

$$\Delta\theta = 90^\circ - 3.16^\circ = 86.84^\circ$$

Partint d'això es procedeix a la simulació on els resultats es dona per fotogrames, valors dels quals s'han agafat els més pròxims i es mostren en la següent taula:

Angle	Velocitat Lineal	Velocitat Angular
88.308°	2.568 m/s	7.0769 rad/s
86.299°	2.521 m/s	6.9474 rad/s

Taula C1: Posició inicial i final de la simulació

Com que el nostre valor desitjat es troba entre els dos valors de la taula anterior es procedeix a fer una interpolació on:

x: Valor de l'angle desitjat (86.84°)

y: Valor de la velocitat lineal

així llavors realitzem el següent càlcul:

$$y = y_1 + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \cdot (y_2 - y_1) = \quad (\text{Eq. 5})$$

$$2.528 + \frac{86.840 - 88.308}{86.299 - 88.308} \cdot (2.521 - 2.568)$$

$$y = 2.53366 \frac{m}{s}$$

C.1.2 Càlcul de la constant elàstica i força equivalent

Els càlculs anteriors han sigut realitzats per a poder obtenir una força màxima equivalent d'impacte a flexió que ve determinada per les següents fórmules:

$$\begin{cases} F_{max} = k \cdot y_{max} & \text{(Eq. 6)} \\ y_{max} = \sqrt{\frac{v^2 \cdot m}{k}} & \text{(Eq. 7)} \end{cases}$$

Ara ens queda calcular la rigidesa k la qual es realitzarà amb el programa ANSYS on, a més de les forces estàtiques ja calculades anteriorment s'hi afegirà una força d'10 N (per millorar la precisió) sobre el punt del centre de masses en direcció perpendicular a l'eix transversal del cos que es la que faria la força d'inèrcia en rebre l'impacte i es mirarà quin desplaçament ha produït aquesta força per així trobar la rigidesa k amb la següent fórmula:

$$k = \frac{F}{\Delta y} \quad \text{(Eq. 8)}$$

Abans de calcular la nova fletxa amb la força de 10 N tornem a calcular la fletxa considerant només les forces estàtiques però amb la condició que el suport fixa sigui ara la petita superfície del cos de la guitarra que està en contacte amb el terra i la vora del claviller que entra en contacte amb el terra amb la condició de que es pugui desplaçar horitzontalment però no verticalment:

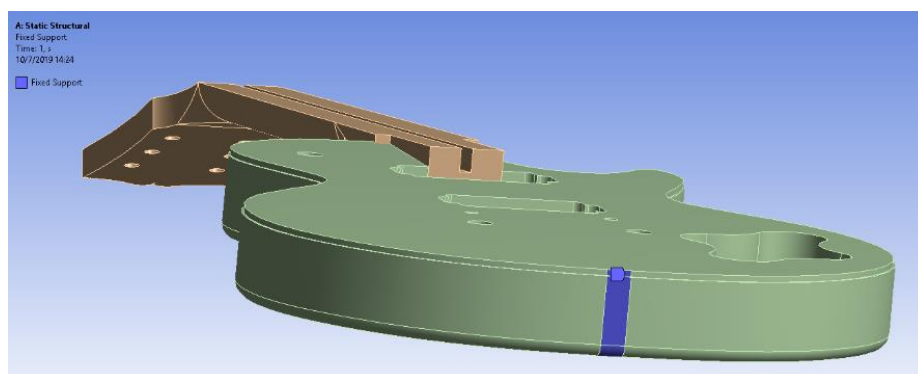


Figura C6: Condició de contorn de suport fixe

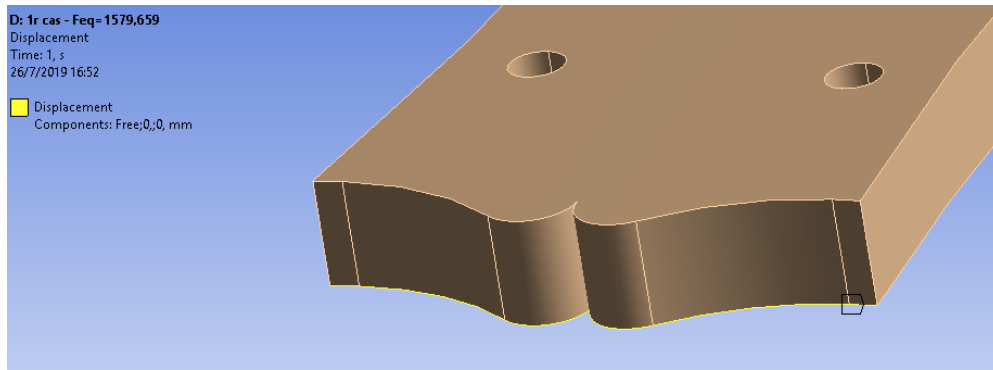


Figura C7: condició de contorn suport mòbil amb 2 graus de llibertat

Aleshores l'esquema teòric quedaria aproximadament com la següent figura:

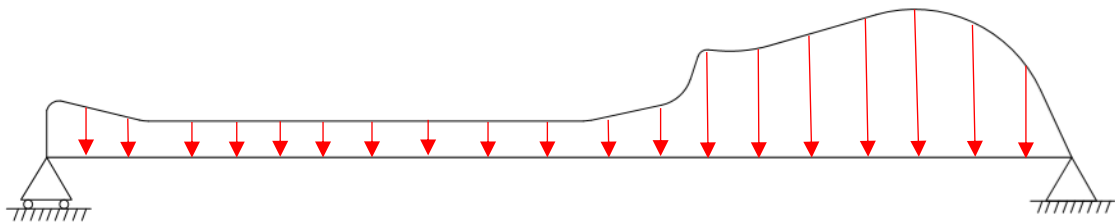


Figura C8: Esquema de càrrega distribuïda pel pes

Ara obtindrem una fletxa amb un valor diferent a la condició anterior ja que en aquest cas també volem considerar la rigidesa del cos. Aquest valor només ens interessa per posteriorment calcular el desplaçament relatiu de la força unitària.

Per això es realitzarà un tall a l'altura del centre de masses del conjunt i es mirarà el desplaçament màxim i mínim per obtenir un valor mitjà.

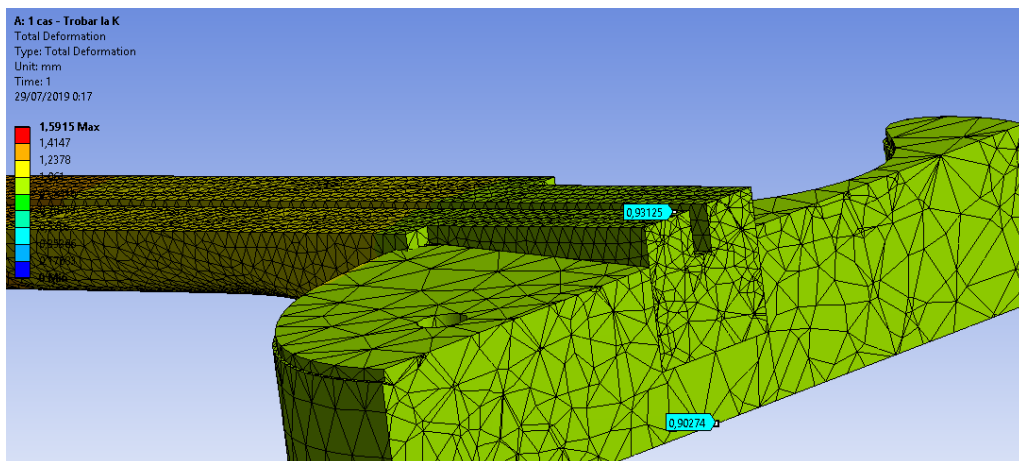


Figura C9: Fletxa màxima i mínima de la secció del centre de masses

$$\bar{y}_0 = \frac{0.93125 + 0.90274}{2} = 0.917 \text{ mm}$$

Ara anem a calcular el valor de la fletxa aplicant una força de 10 N en el centre de masses per posteriorment obtenir la rigidesa equivalent de tota la guitarra i es farà de la mateixa manera que anteriorment.

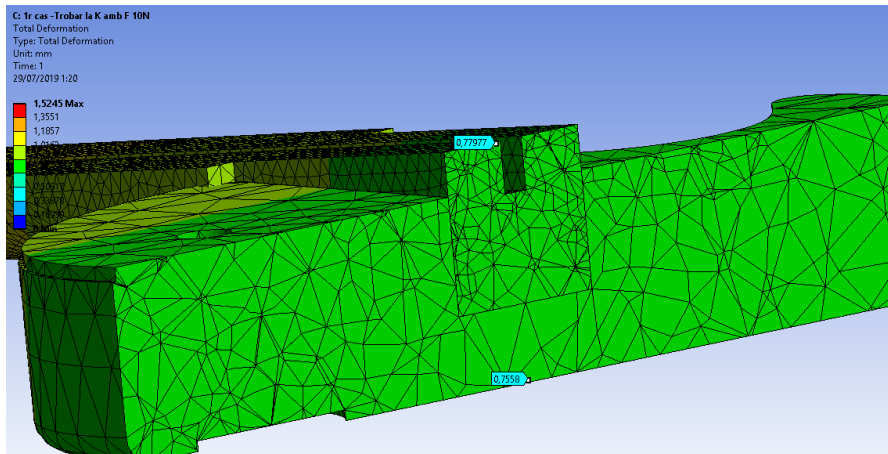


Figura C10: Fletxa màxima i mínima de la secció aplicant 10N

$$\bar{y}_1 = \frac{0.7558 + 0.77977}{2} = 0,7678 \text{ mm}$$

Ara que tenim els valors dels desplaçaments podem calcular la rigidesa equivalent del sistema. Llavors la rigidesa és:

$$k = \frac{10}{|0,917 - 0,7678|} = 67,01963 \frac{N}{mm} = 67\,019,63 \frac{N}{m} \quad (\text{Eq. 8})$$

Així ja podem calcular la força màxima equivalent amb les següents dades:

$$v = 2.53366 \frac{m}{s}$$

$$k = 67\,019.63 \frac{N}{m}$$

$$m = 5.8 \text{ kg}$$

Substituint calculem la força màxima equivalent:

$$F_{max} = k \cdot y_{max} = k \cdot \sqrt{\frac{v^2 \cdot m}{k}} = 67\,019.63 \cdot \sqrt{\frac{2.53366^2 \cdot 5.8}{67019.63}} = 1579,659 \text{ N} \quad (\text{Eq. 6})$$

Obtingut el valor de la força màxima equivalent que causaria l'impacte contra el terra en caiguda lliure anem a introduir-lo en el programa i així analitzar els punts més crítics de la guitarra.

C.1.3 Resultats

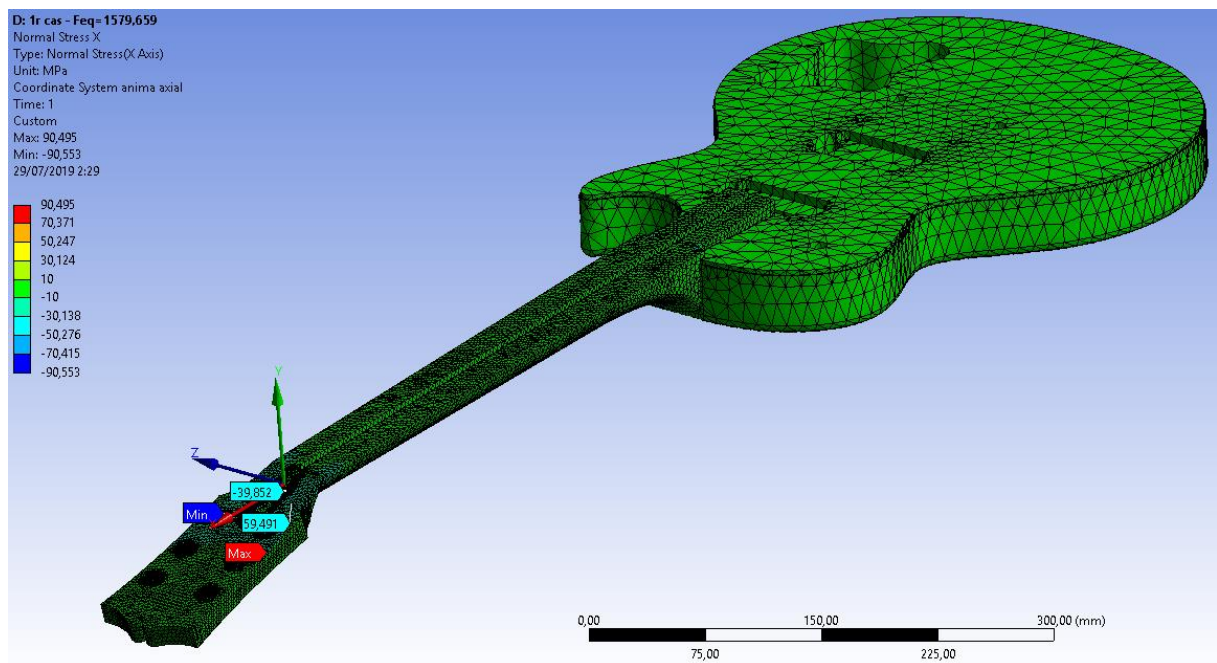


Figura C11: Tensions Normals respecte l'eix de les X

Com es pot observar en la figura gran part del conjunt es troba dins del rang 10 i -10 MPa, valors els quals es troben dins del rang de seguretat del material. No obstant les tensions màximes es produeixen en la zona de canvi de secció entre el claviller i el màstil tal com s'esperava. Per això anem a observar amb més detall aquesta zona.

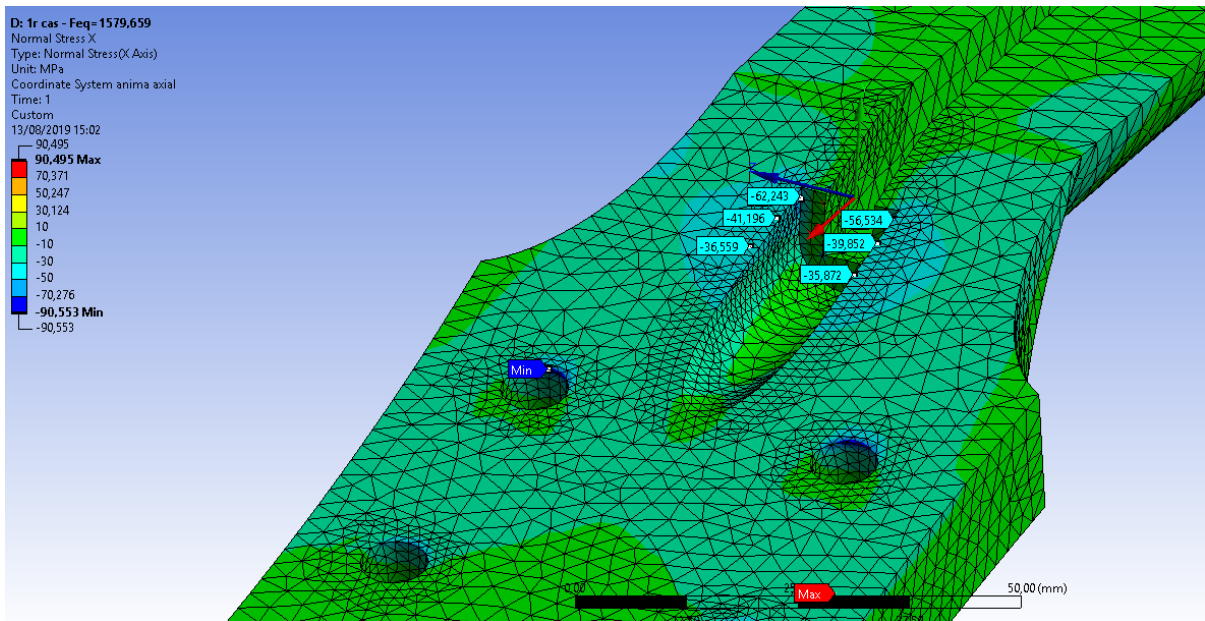


Figura C12: Tensions Normals respecte l'eix de les X en el canvi de secció cara superior

Com s'esperava, en aquesta zona es on es pateix més degut al seu canvi de secció on segons la figura, l'impacte causaria unes tensions que van incrementant a mesura que ens apropem a la ranura on al final d'aquesta ranura veiem una tensió màxima de **62,243 MPa** a compressió.

El valor d'aquesta tensió determina que instantàniament la zona patirà trencament ja que la tensió màxima admesa pel material a flexió es de **62,1 MPa**.

No obstant aquest valor té una variabilitat del 16% (**Veure taula A4 annex A**) aproximadament en el mòdul de ruptura ja que les propietats del material depenen de les condicions on l'arbre s'hi hagi desenvolupat. Llavors en els millors dels casos aguantaríem fins a una tensió de 72,04 MPa.

Ara anem a observar la part inferior de la zona del canvi de secció:

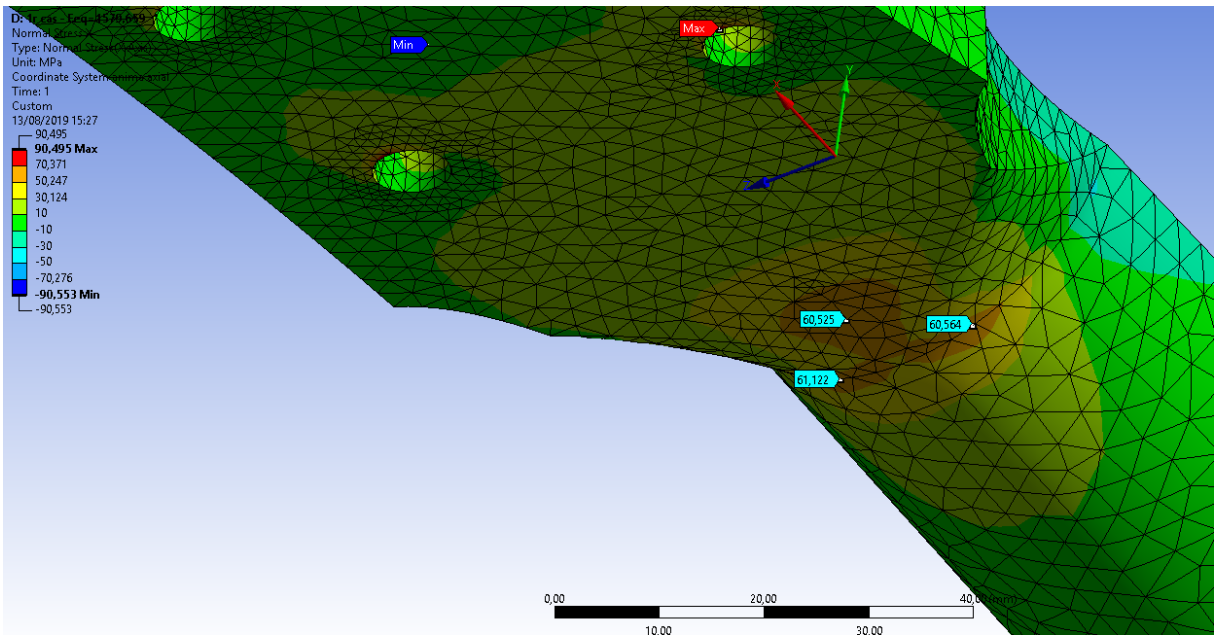


Figura C13: Tensions Normals respecte l'eix de les X en el canvi de secció cara inferior

De la mateixa manera els valors de tensió son similars a la part superior i com era d'esperar la zona del canvi d'angle es la que pateix més degut a la concentració de tensions que provoca el canvi de secció i en aquest cas tenim un valor màxim d'aproximadament **60,564 MPa**, valor lleugerament menor que en la part superior però que tot i així entra en un rang de perill de trencament ja que com s'ha comentat anteriorment el valor de trencament teòric de 62,1 MPa té un marge d'error d'un 16%. Aleshores en els millors dels casos aquest impacte accidental es podria suportar.

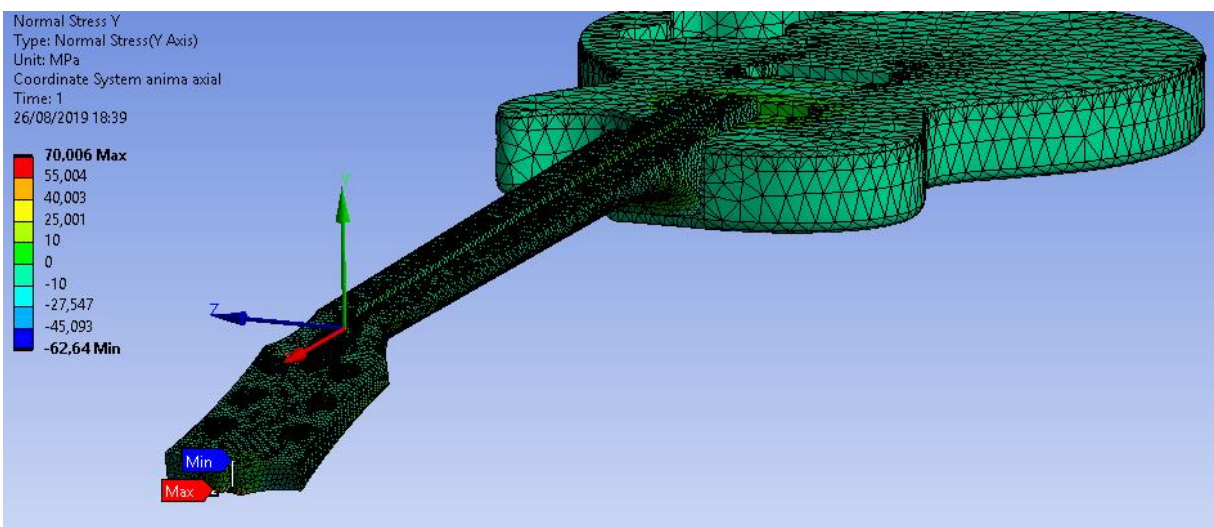


Figura C14: Tensions Normals respecte l'eix Y

En la figura anterior es mostra el resultat de les tensions però en l'eix Y i es pot observar que gran part de la guitarra es troba dins del rang de 10 i -10 MPa. Pels elements que es troben en el rang de valors negatius no hi ha cap preocupació. No obstant pels valors positius hi existeix perill ja que significa que la tensió està separant les fibres els quals son molt fàcil de separar. El valor crític en aquest eix a tracció es d'aproximadament de **6 MPa**, valor el qual s'ha extret de l'estudi d'assajos experimentals esmentat **en l'Annex A en la selecció de criteri de ruptura**.

Anem a observar ara els esforços tallants del pla XY.

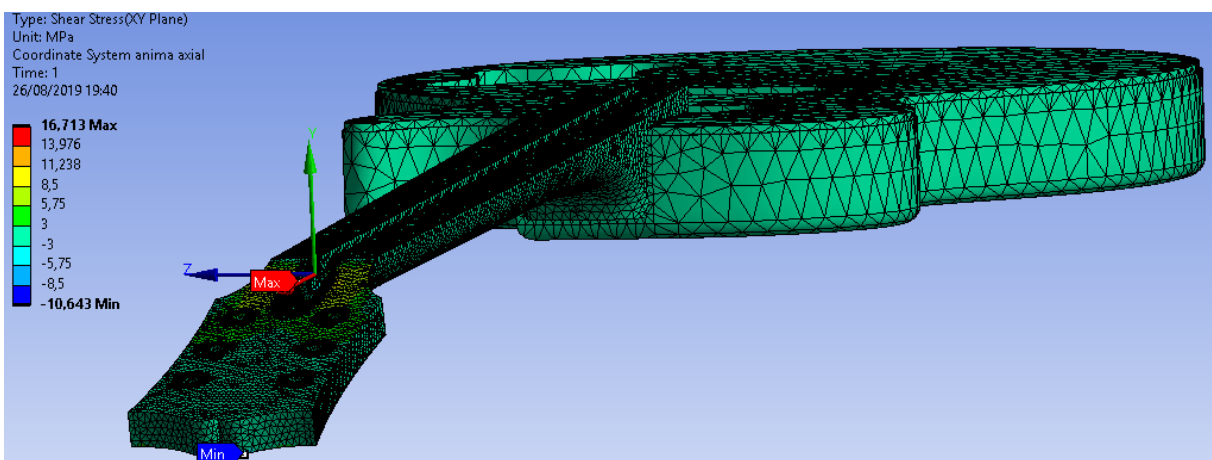


Figura C15: Tensions tallants del pla XY

Pel que fan els valors tallants, 8,5 MPa i -8,5 MPa és el valor màxim que el material pot aguantar en aquest pla. Es pot veure que gran part del conjunt es troba dins d'aquest rang a excepció de la zona de la ranura.

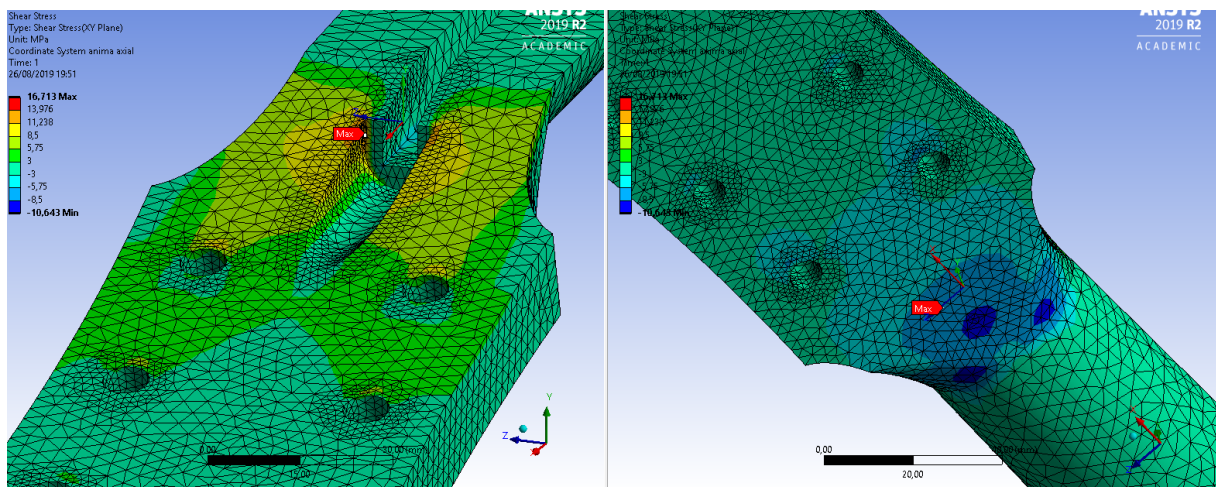


Figura C16: Tensions tallants del pla XY en la zona del canvi de secció

A simple vista es pot predir que la guitarra trencarà per la zona del canvi de secció ja que les figures anteriors mostren que els valors de ruptura son superats en més d'una ocasió i a més en la mateixa zona.

Anem a observar el resultat segons el nostre criteri de ruptura lineal:

$$\frac{\sigma_x}{X} + \frac{\sigma_y}{Y} + \frac{\tau_{xy}}{S} \leq 1 \quad (\text{Eq. 1})$$

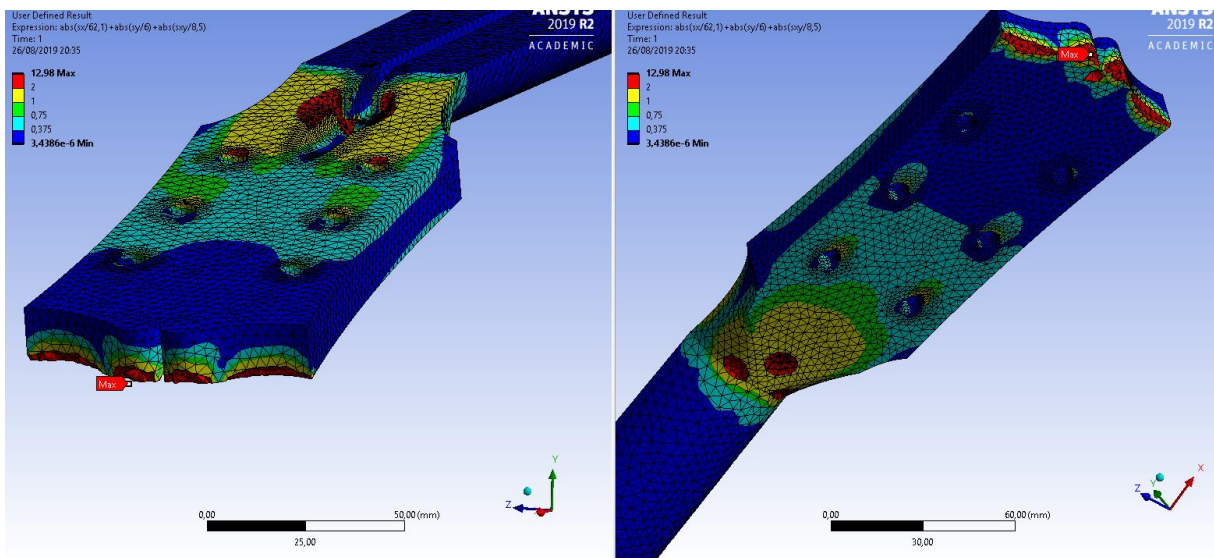


Figura C17: Resultat segons el criteri de ruptura lineal

Segons el nostre criteri de ruptura lineal, si el valor es superior o igual a 1 el material trencarà. En la figura anterior es mostra el resultat de la equació la qual ha sigut inserida amb la solució manual de l'ANSYS segons la equació del criteri de ruptura.

Els elements en color groc son els que es troben entre 1 i 2 i els elements en color vermell estan per sobre de 2. Per tant son les zones per on primer trencarà.

C.1.4 Càlculs teòrics

En aquest apartat realitzarem els càlculs teòrics a la secció de la ranura ja que es on s'ha comprovat que és la més desfavorable. No obstant els resultats teòrics poden resultar ser molt diferents del de l'anàlisi en elements finits ja que la secció es complexa i no està estandarditzat com pot ser una biga o una secció rectangular.

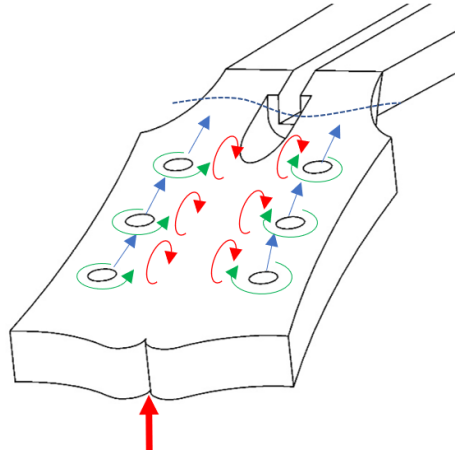


Figura C18: Forces que hi actuen en el primer cas d'impacte accidental

En aquest cas de les taules de l'annex D obtenim els forces equivalents de la suma de cadascuna descomposta així obtenim els següents valors (M_z té un factor de correcció de 0,85) :

Total F_x	372,849 N
Total F_y	32,208 N
Total F_z	-2,162 N
M_z (amb f. corrector)	2 403,1 N·mm
M_y	-27,340 N·mm

Taula C2: Forces Totals

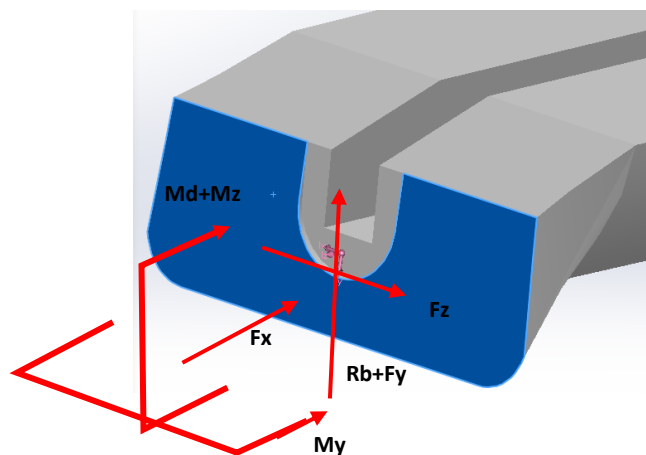


Figura C19: Esquema de forces en la secció

Abans de començar hem de saber la reacció de l'extrem. Per això anem a fer un cas isostàtic amb la força d'impacte equivalent:

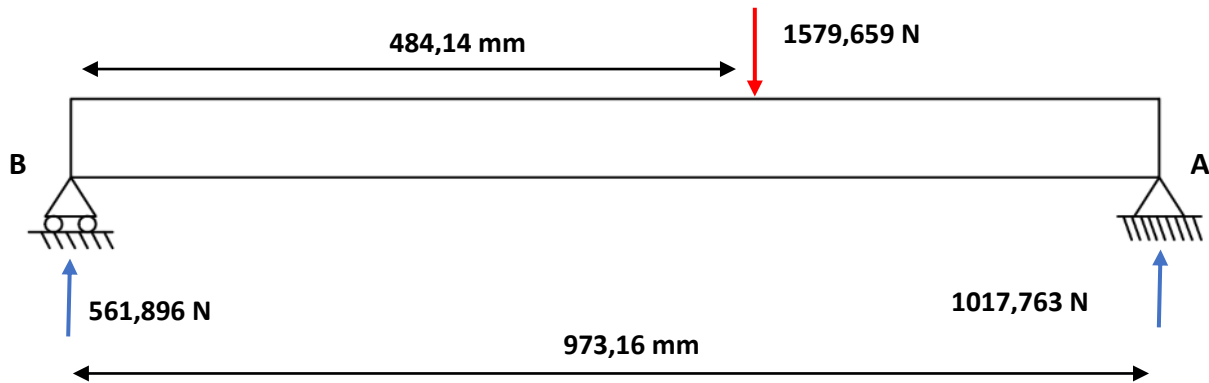


Figura C20: Resolució del model isostàtic

Pel que fa els càlculs d'inèrcia utilitzarem les propietats de secció del SolidWorks i així ens donarà una informació més precisa ja que la secció no és regular.

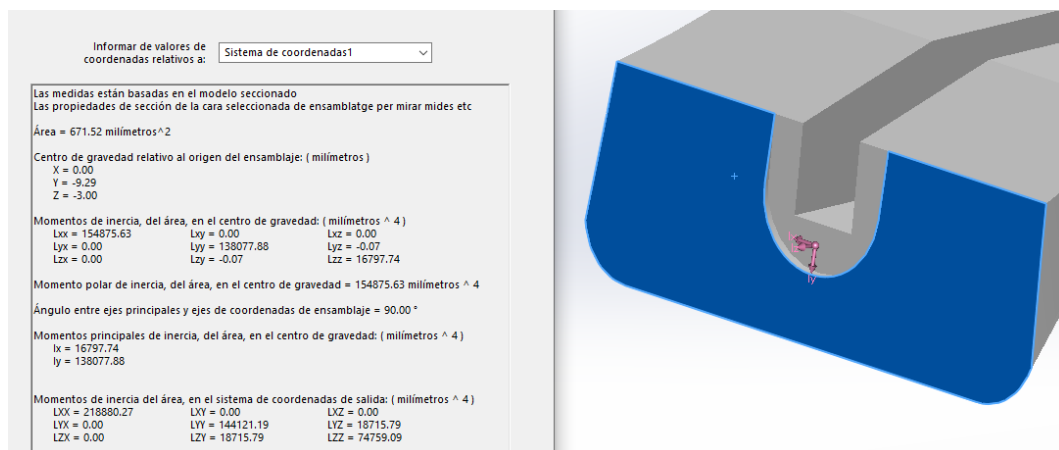


Figura C21: Dades de la secció a estudiar

Dades obtingudes:

$$A = 671,52 \text{ mm}^2$$

$$I_z = 16\,797,74 \text{ mm}^4$$

$$I_y = 138\,077,88 \text{ mm}^4$$

$$d_{B-Secció} = 142,55 \text{ mm}$$

$$y_{LN} = 9,29 \text{ mm}$$

Pel que fa a la figura X de l'esquema de carregues en la secció, a simple vista el primer quadrant serà el que patirà més tensions degut a la flexió. A continuació es procedeix a realitzar els càlculs.

C.1.4.1 Càlcul de tensions

Tensions degut a flexió en el primer quadrant:

$$\begin{aligned}\sigma_{M_d+M_z+M_y} &= \frac{(M_d + M_z) \cdot y}{I_z} + \frac{M_y \cdot z}{I_y} = \frac{(561,896 \cdot 142,55 + 2403,1) \cdot 9,29}{16\,797,74} + \frac{27,34 \cdot 46,21 \cdot 0,5}{138\,077,88} \\ &= 45,632 \text{ MPa}\end{aligned}\quad (\text{Eq. 9})$$

Tensions tallants

En aquest apartat degut a la secció complexa no tenim cap manera de buscar la zona amb el tallant. Per tant farem servir la formula de l'esforç tallant mitjà però aquest no és considerat en el punt superior de l'aresta ja que no hi actuen forces tallants aquí:

$$\tau_{xy \text{ mitjà}} = \frac{V}{A} = \frac{R_b}{A} + \frac{F_y}{A} = \frac{561,896 + 32,208}{671,52} = 0,885 \text{ MPa} \quad (\text{Eq. 10})$$

Per altra banda tenim a tensió tallant degut a la força Fz però no la considerarem ja que el seu valor es molt petit que no influiria en els nostres càlculs.

Tensió a esforç normal

$$\sigma_x = \frac{F_x}{A} = \frac{372,849}{671,52} = 0,555 \text{ MPa} \quad (\text{Eq. 11})$$

Llavors en el primer quadrant tenim un total de 46,187 MPa a flexió i 0,885 MPa de valor mitjà a tallant.

Anem a observar segons el criteri de ruptura del material:

$$\frac{\sigma_x}{X} + \frac{\sigma_y}{Y} + \frac{\tau_{xy}}{S} \leq 1 = \frac{46,187}{62,1} + 0 + \frac{0}{8,5} = 0,744 \leq 1 \quad (\text{Eq. 1})$$

Teòricament el nostre material en el primer quadrant el material NO trenca.

C.1.4.2 Comparativa

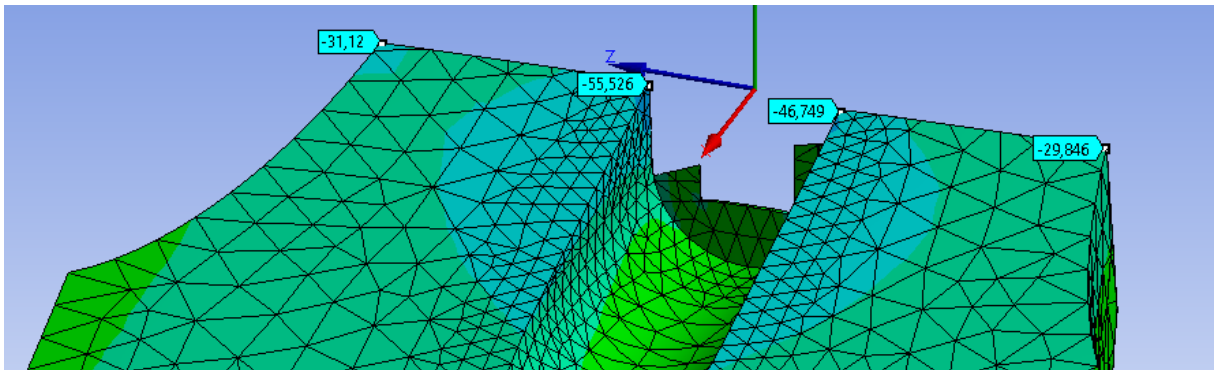


Figura C22: Valors en elements finits de tensió en X en la secció

En la figura anterior es mostren els valors dels elements de la secció analitzada teòricament i podem observar que la tensió màxima es troba en l'aresta interior del segon quadrant i no la exterior del primer quadrant com es pensava teòricament.

Per altra banda podem observar que l'error de les tensions a flexió màxima no es gaire diferent:

$$E_{rel} = \frac{\sigma_t - \sigma_{exp}}{\sigma_t} \cdot 100\% = \frac{46,187 - 29,846}{45,749} \cdot 100\% = 35,72\% \quad (\text{Eq. 10})$$

No obstant el valor de la tensió va disminuint a mesura que ens anem cap a l'exterior. Això pot ser degut a la compressió de l'anima en la secció interior que pot crear concentracions de tensions en les arestes que es ho que mostra en els resultats experimentals amb el programa.

Per alta banda quan teòricament definíem que el primer quadrant era el més desfavorable era degut a la seva distància respecte la línia neutra. No obstant a l'altra extrem inferior de la secció tenim un arrodoniment el qual multiplicaria les tensions a flexió d'aquesta zona.

Ja es pot observar que l'error entre el valor teòric i experimental és molt diferent ja que com s'ha comentat anteriorment, la secció d'una guitarra no està normalitzada i al actuar-hi tantes forces en intentar simplificar aquesta secció per al seu càlcul de tensions anem sumant errors que van distanciant el valor teòric del de l'experimental exponencialment el qual ens fa qüestionar si realment és factible realitzar càlculs teòrics en aquests casos. Per això hi ha una altre solució alternativa més precisa i que es presenta en l'annex D.

C.2 Cas 2 – Impacte Accidental per cop lateral

En aquest segon cas es realitzaran els càlculs similars a l'anterior però amb unes hipòtesis diferents ja que no es un cas habitual. Es tracta de un cop al claviller per la part lateral el qual es dona poc sovint en pràctiques quan l'usuari es assegut en cadira giratòria i deixa la guitarra en repòs.

C.2.1 Càlcul de velocitat d'impacte

Per aquest cas es considerarà la següent hipòtesi per simplificar el càlcul:

ω	$0,3 \text{ rad/s}$
Distància des del cdg fins a l'extrem	$608,81 \text{ mm}$

Es dona aquest valor de la velocitat angular ja que és aproximadament a la que una persona realitza en un gir de cos.

Aleshores la velocitat en l'impacte serà:

$$v = \omega \cdot R = 0,3 \cdot 608,81 \cdot 10^{-3} = 0,182643 \frac{m}{s} \quad (\text{Eq. 11})$$

C.2.2 Càlcul de la constant elàstica i força equivalent

Pel càlcul de la rigidesa es consideraran les següents condicions de contorn:

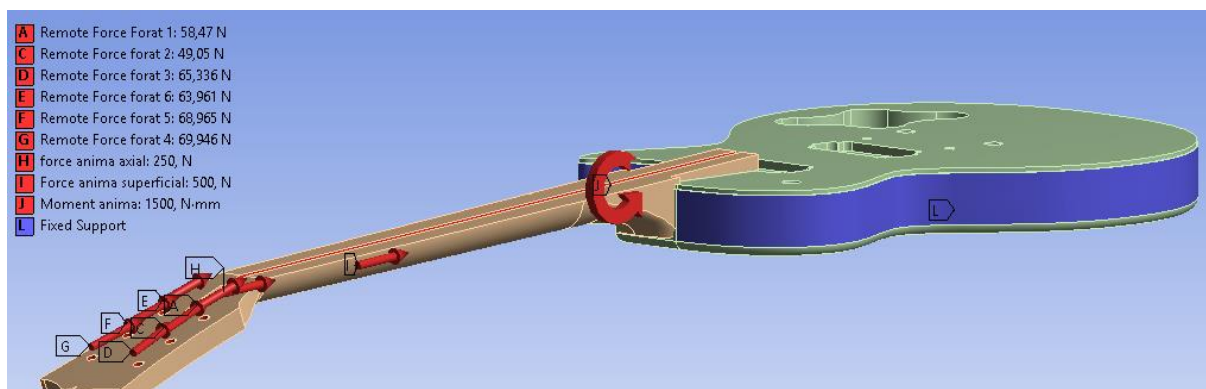


Figura C23: Condiions de contorn pel càlcul de la rigidesa

Com es pot observar en la figura anterior s'ha considerat el cos com a suport fixe perquè en aquest cas l'usuari està subjectant la guitarra pel cos i usualment la guitarra s'agafa per el començament del mànec.

Un cop definides les condicions de contorn es procedirà a realitzar el mateix mètode que s'ha fet servir en el cas anterior. Es calcularà el desplaçament abans i després d'aplicar la força de 10N i s'utilitzarà la diferència per calcular la K.

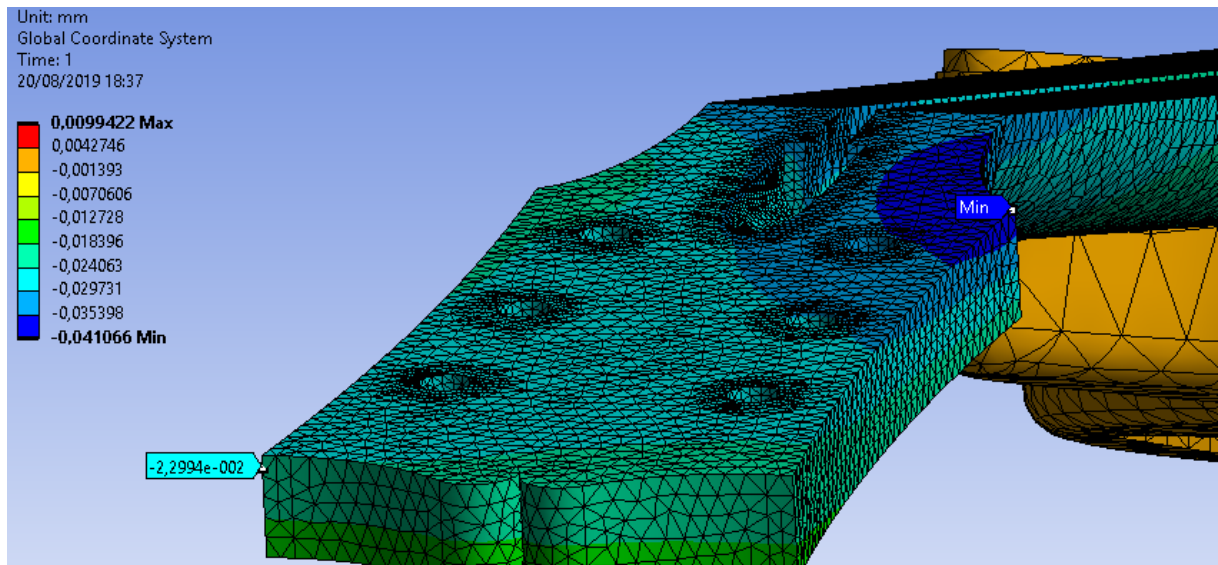


Figura 24: Fletxa amb les condicions de contorns inicials

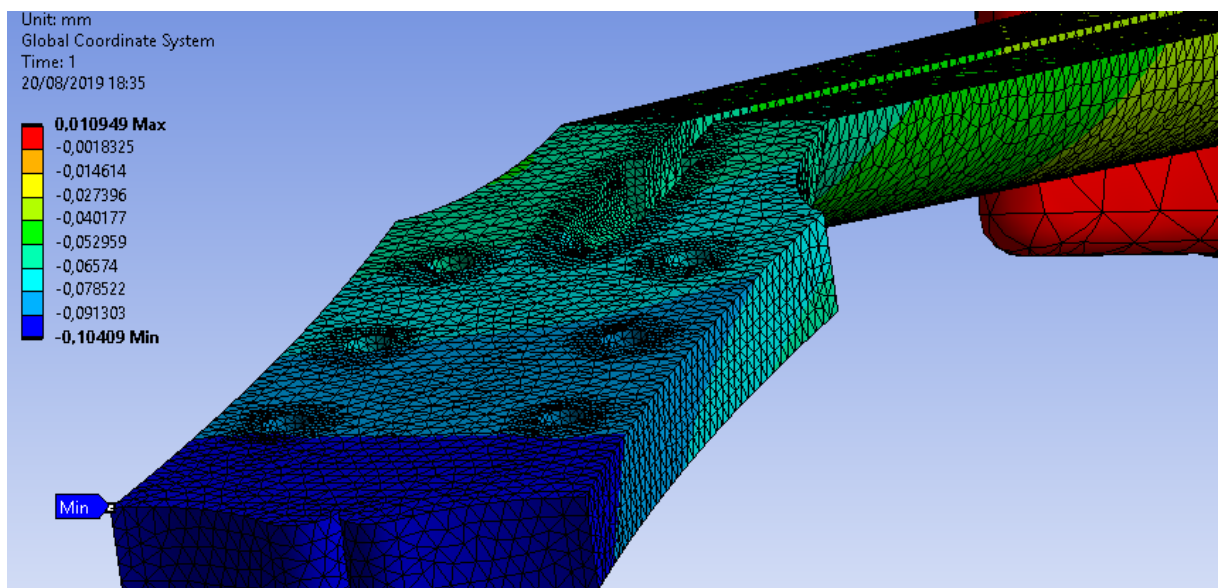


Figura C25: Fletxa aplicant 10N al lateral

Lavors la constant elàstica és:

$$K = \frac{F}{\Delta y} = \frac{10}{|2,294 \cdot 10^{-2} - 0,1049|} = 123,229 \frac{N}{mm} = 123\,229 \frac{N}{m} \quad (\text{Eq. 8})$$

A continuació es calcularà la força màxima equivalent amb la mateixa fórmula que en el cas anterior:

$$F_{max} = k \cdot y_{max} = k \cdot \sqrt{\frac{v^2 \cdot m}{k}} \quad (\text{Eq. 6})$$

En aquest cas, com que es considerarà la massa com a la part proporcional del mànec ja que en les condicions de contorn hem considerat el cos com a suport fixe. Lavors del conjunt del SolidWorks s'ha obtingut les següents dades:

Part	Volum
Cos	4,1221 · 10 ⁶ mm ³
Mànec	0,58413 · 10 ⁶ mm ³

Taula C3: Volum de cada element

Aleshores la massa equivalent del mànec vindrà donat per la següent expressió:

$$m_{eq} = \frac{0,58413 \cdot 10^6}{4,1221 \cdot 10^6 + 0,58413 \cdot 10^6} \cdot m_{total} = 0,124117 \cdot m_{total}$$

Així doncs tenim les següents dades:

$$v = 0,182643 \frac{m}{s}$$

$$k = 123\,229 \frac{N}{m}$$

$$m_{eq} = 0,124117 \cdot m_{total}$$

$$F_{max} = k \cdot y_{max} = k \cdot \sqrt{\frac{v^2 \cdot m}{k}} = 123\,229 \cdot \sqrt{\frac{0,182643^2 \cdot (0,124117 \cdot 5,8)}{123\,229}} = 54,398 \text{ N} \quad (\text{Eq. 6})$$

C.2.3 Resultats

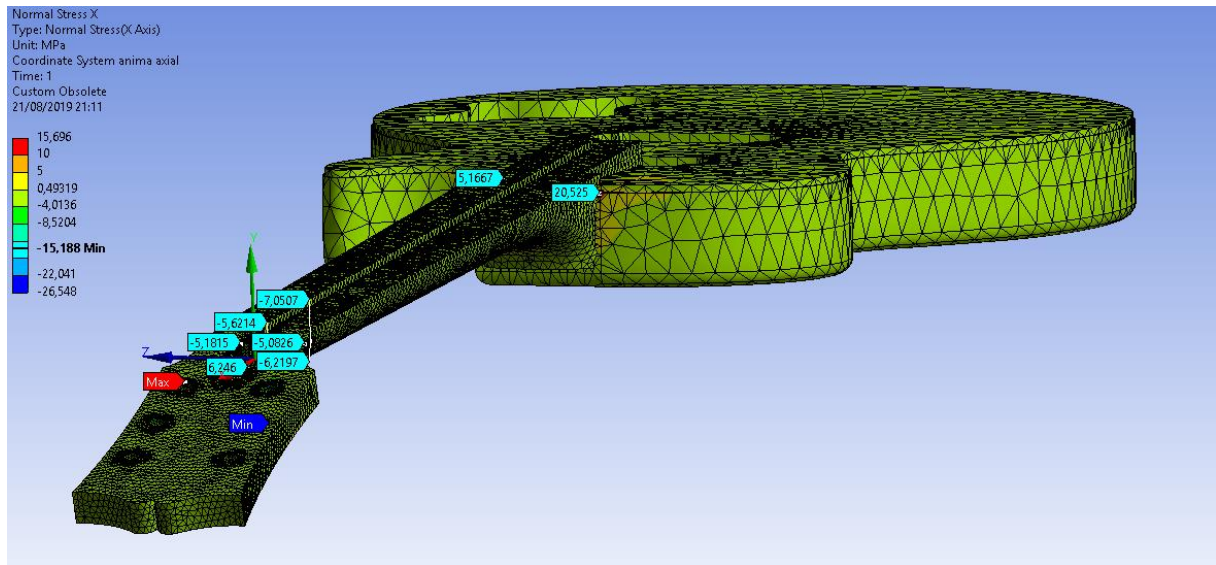


Figura C26: Resultat tensions respecte l'eix X

Com es pot observar en la figura, gran part de la guitarra es troba entre **5 i -5 MPa**. Per tant anem a observar les zones que aparenten ser més crítiques.

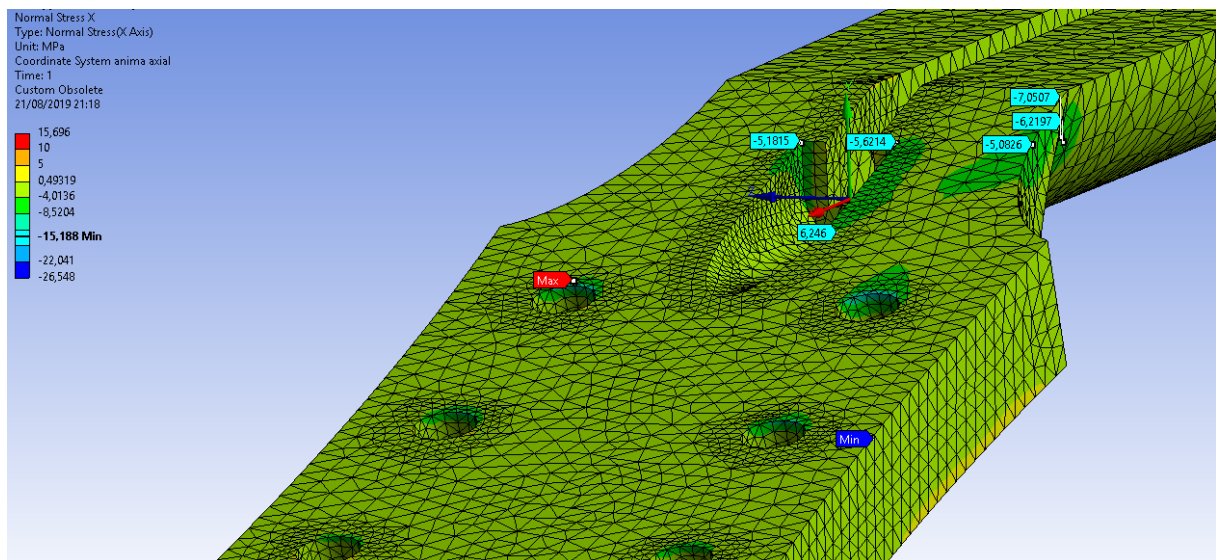


Figura C27: Tensions en la zona del canvi de secció i ranura

En aquesta zona només podem veure valors lleugerament més grans en les zones de concentració de tensions a la ranura però no són valors prop del valor de trencament.

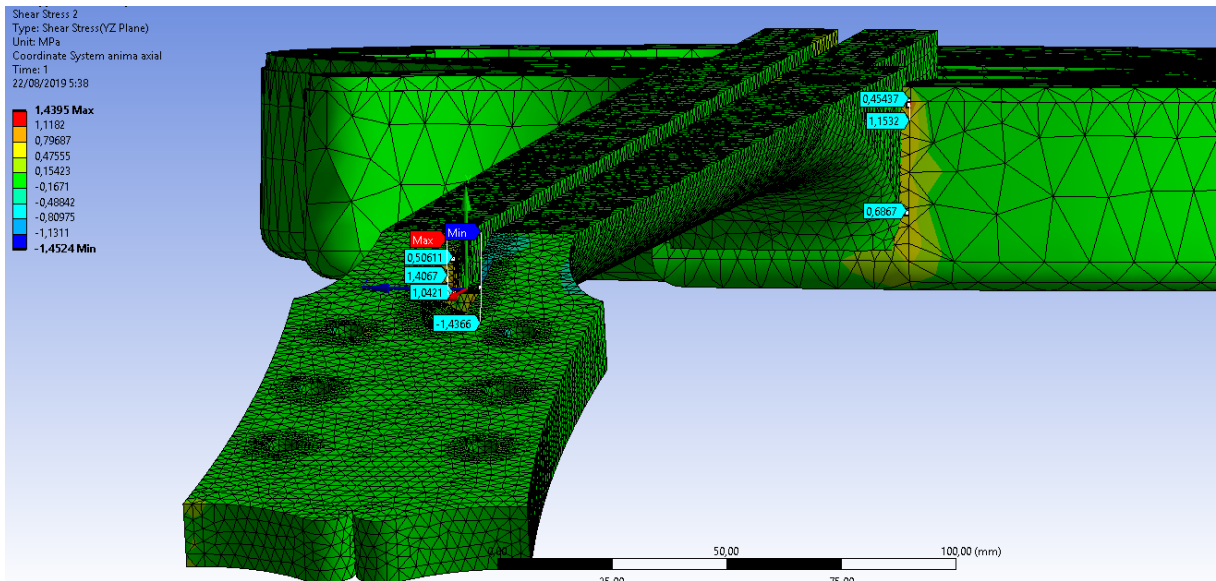


Figura C28: Resultat tensions tallants en el pla YZ

Pel que fa les tensions tallants es pot veure que hi predominen més en les zones de concentracions de tensions. Tot i així son valors petits i que no superen la tensió de ruptura del material.

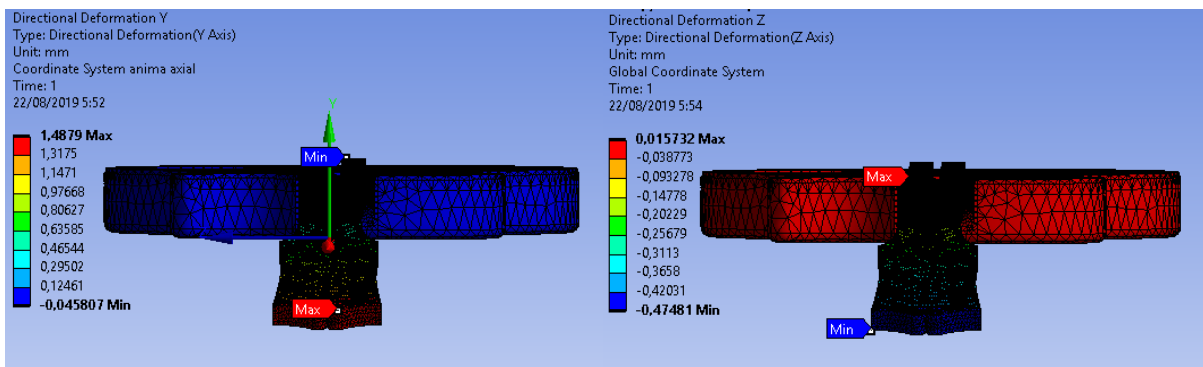


Figura C29: Fletxes en direcció Y i Z

Altrament la força d'impacte no desplaça considerablement el mànec degut a la rigidesa de la secció la qual és molt més gran que a flexió respecte l'eix Z i això es pot observar també si comparem el que desplaça la força d'impacte lateral amb el que desplaça les forces de les cordes.

Anem a observar el resultat segons el nostre criteri de ruptura el qual es de caràcter lineal:

$$\frac{\sigma_x}{X} + \frac{\sigma_y}{Y} + \frac{\tau_{xy}}{S} \leq 1 \quad (\text{Eq. 1})$$

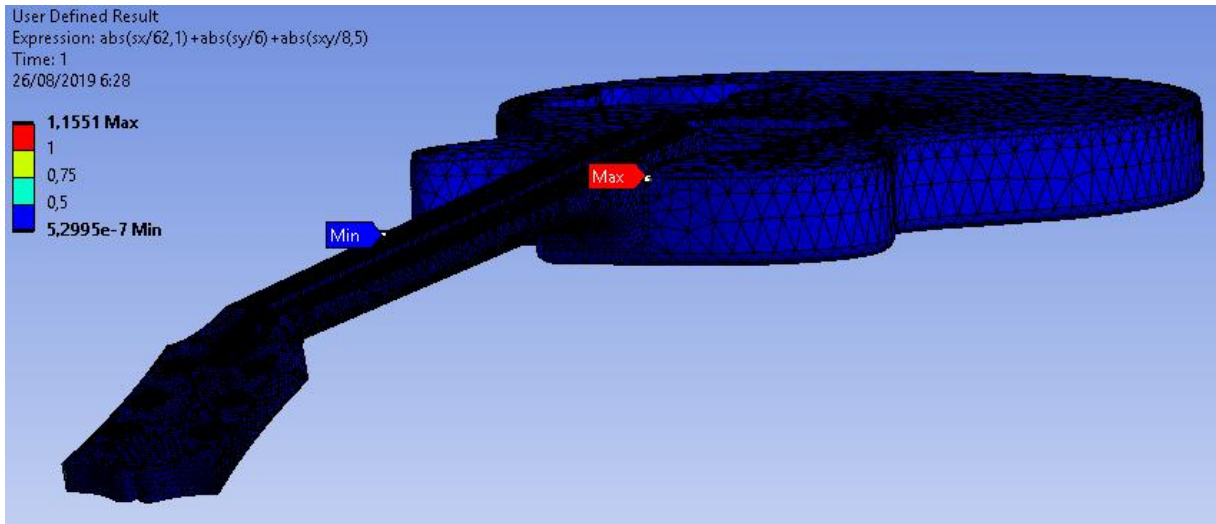


Figura C30: Resultat pel criteri de ruptura lineal

Com es pot veure gairebé el conjunt complet es troba sota els 0,5. Per tant en aquest cas no es trencarà. Es pot veure que hi ha algun element que esta per sobre de 1, no obstant es tracta d'un element que té un mallat desfavorable i que degut a això dona un valor sobredimensionat. Per tant ignorem aquest valor per sobre de 1 ja que físicament no te sentit.

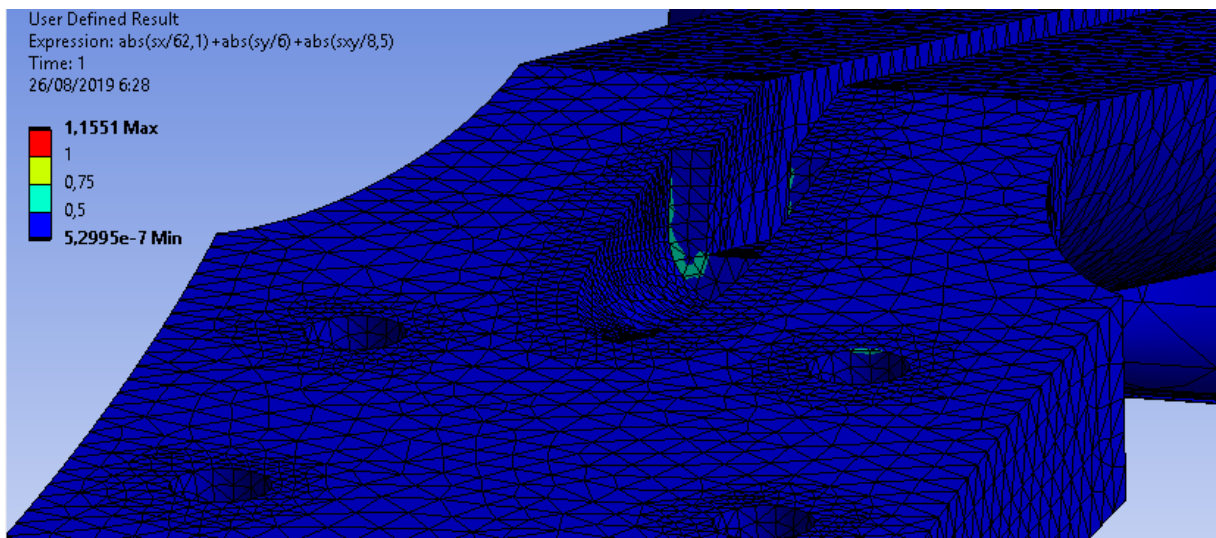


Figura C31: Resultat pel criteri lineal en la ranura

C.3 Cas 3 – Impacte accidental axial

En aquest últim cas es tractarà un impacte accidental que es dona en la mateixa direcció del de les fibres. Aquest cas tampoc és gaire habitual però si possible i la hipòtesi que seguirem és la següent:

L'usuari subjecta la guitarra pel mànec amb la guitarra o subjecta una funda de tela sintètica per la part de la nansa en posició horitzontal mentre camina. Aquests impactes es poden donar en parets i marcs de portes.



Figura C32: Exemple 1 d'impacte accidental axial



Figura C33: Exemple 2 d'impacte accidental axial

C.3.1 Càlcul de la velocitat d'impacte

Es considerarà la velocitat mitjana d'una persona adulta la qual aproximadament es troba entre 5 i 4 km/h. Per tant s'agafarà el valor mitjà.

$$v = 4,5 \frac{km}{h} \cong 1,25 \frac{m}{s}$$

C.3.2 Càlcul de la constant elàstica i força equivalent

Seguirem el mateix mètode que el altres casos per aconseguir la rigidesa i la força: Calcularem el desplaçament relatiu que hi ha abans i després d'aplicar els 10N per trobar la rigidesa i posteriorment la força equivalent.

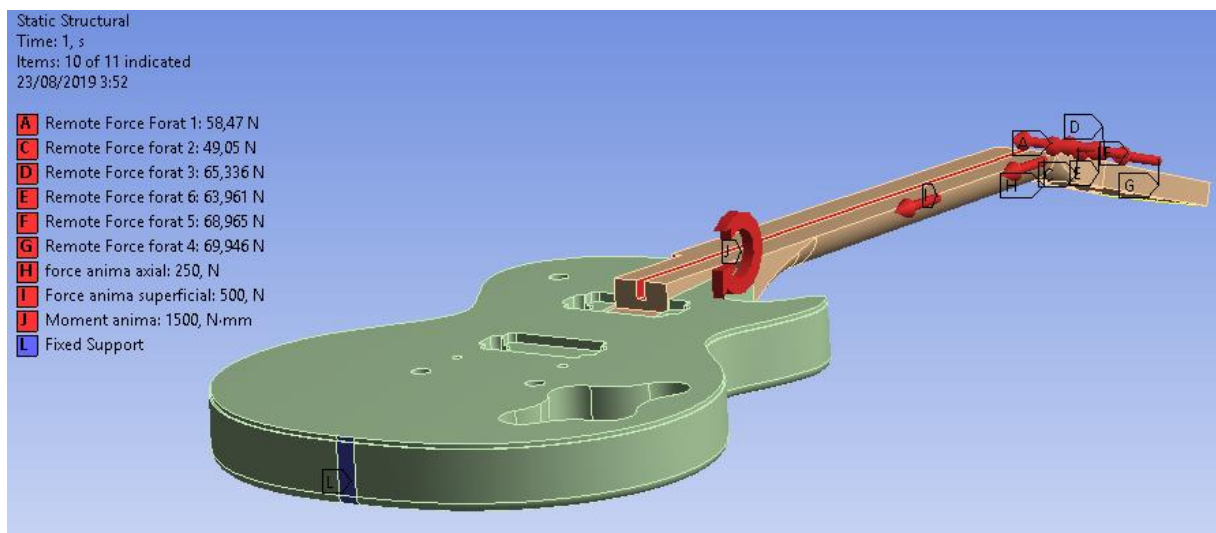


Figura C34: Condicions de contorn inicials

En la figura anterior es mostra el suport fixe la cara inferior de la guitarra perquè així d'aquesta manera també es considera la rigidesa del cos ja que en els casos donats nosaltres aguantem la guitarra en contra del sentit de la gravetat. Per tant en el xoc el qual es perpendicular al sentit de la gravetat s'ha de considerar la inèrcia del cos també.

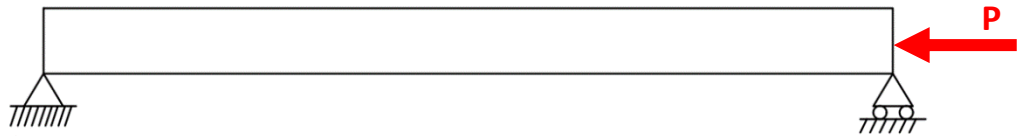


Figura C35: Esquema de càrrega del cas

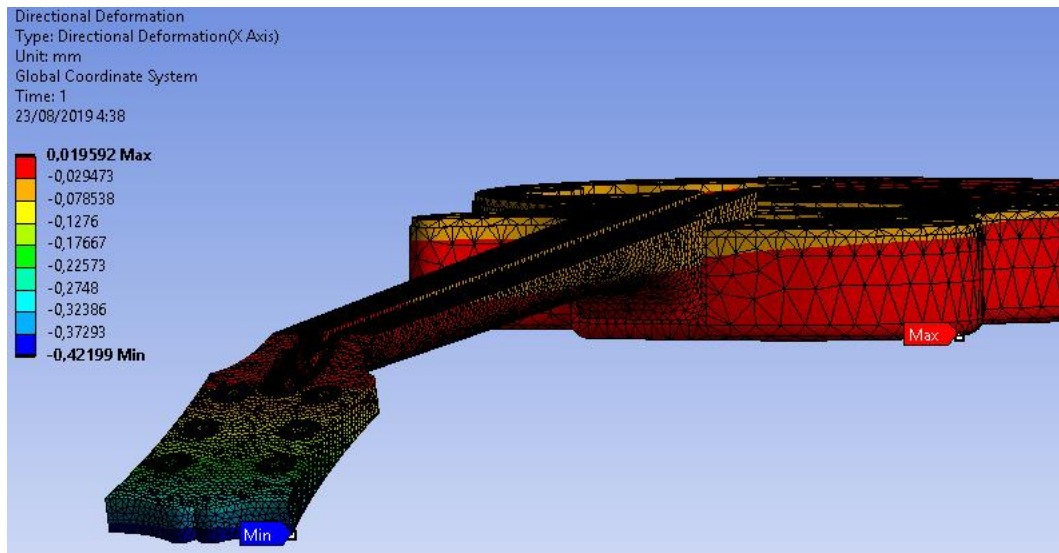


Figura C36: Desplaçament en direcció X amb només carregues estàtiques

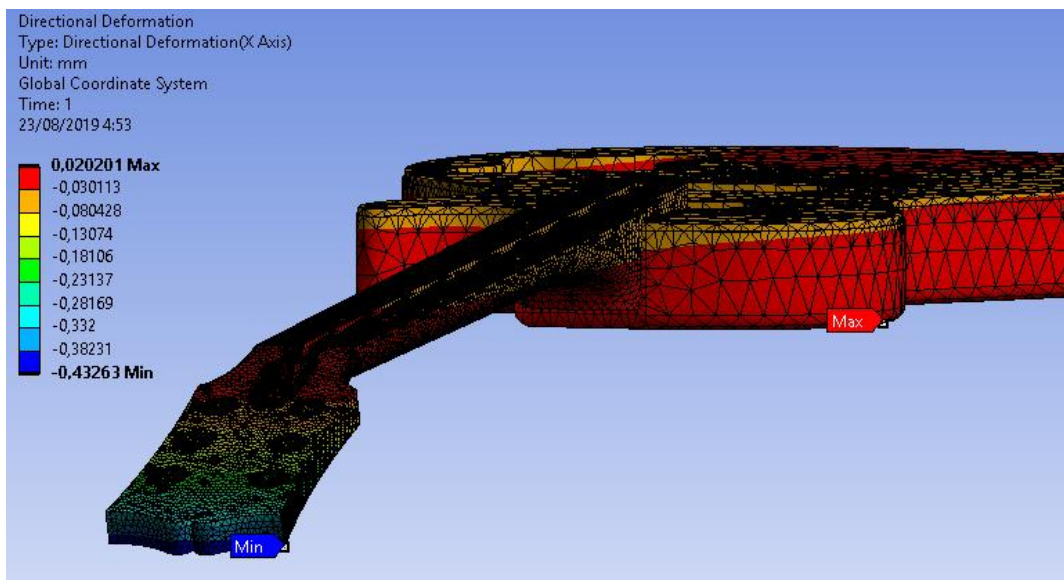


Figura C37: Desplaçament en direcció X aplicant 10 N

De les figures anteriors tenim:

$$x_0 = -0,42199 \text{ mm}$$

$$x_1 = -0,4326 \text{ mm}$$

Llavors la rigidesa es:

$$k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{10}{0,01061} = 942,5071 \frac{N}{mm} = 942\,507,1 \frac{N}{m} \quad (\text{Eq. 8})$$

Ara ja tenim les dades necessàries per calcular la força equivalent:

$$v = 1,25 \frac{m}{s}$$

$$k = 942\,507,1 \frac{N}{m}$$

$$m = 5,8 \text{ kg}$$

En aquest tercer cas com s'ha comentat anteriorment es considerarà la inèrcia del cos i per això es considerarà la massa com la total del conjunt. Per tant la força equivalent és:

$$F_{max} = k \cdot y_{max} = k \cdot \sqrt{\frac{v^2 \cdot m}{k}} = 942\,507,1 \cdot \sqrt{\frac{1,25^2 \cdot 5,8}{942\,507,1}} = 2922,58 \text{ N} \quad (\text{Eq. 6})$$

Com es pot observar la força és més gran que en el primer cas ja que la rigidesa en l'eix axial és molt més elevada.

C.3.3 Resultats

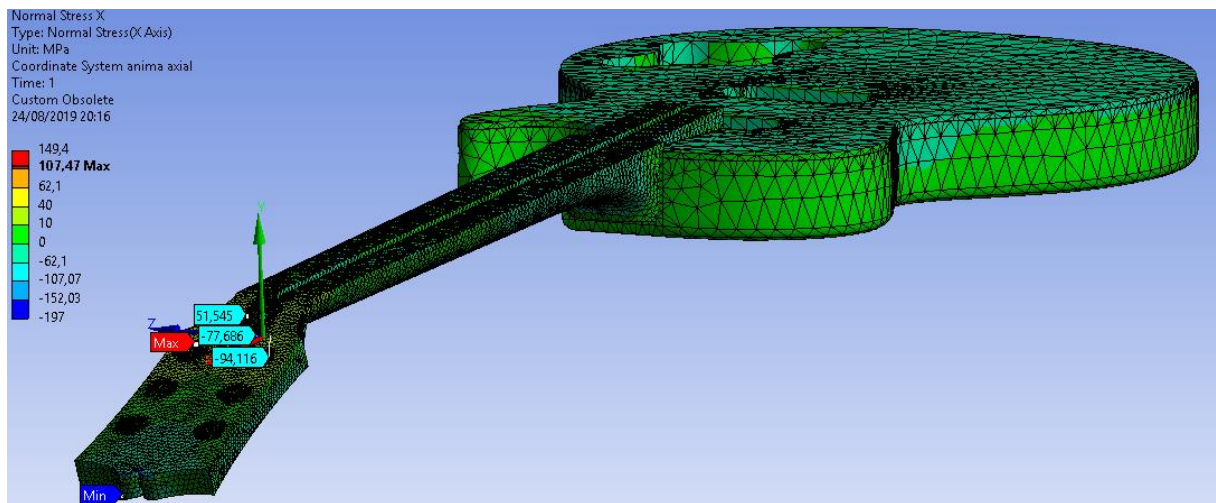


Figura C38: Tensions en l'eix X del conjunt

Es pot observar que gairebé tota la guitarra es troba en compressió amb uns valors que s'aproximen o superen el valor de ruptura.

Anem a observar amb més detall la zona més crítica:

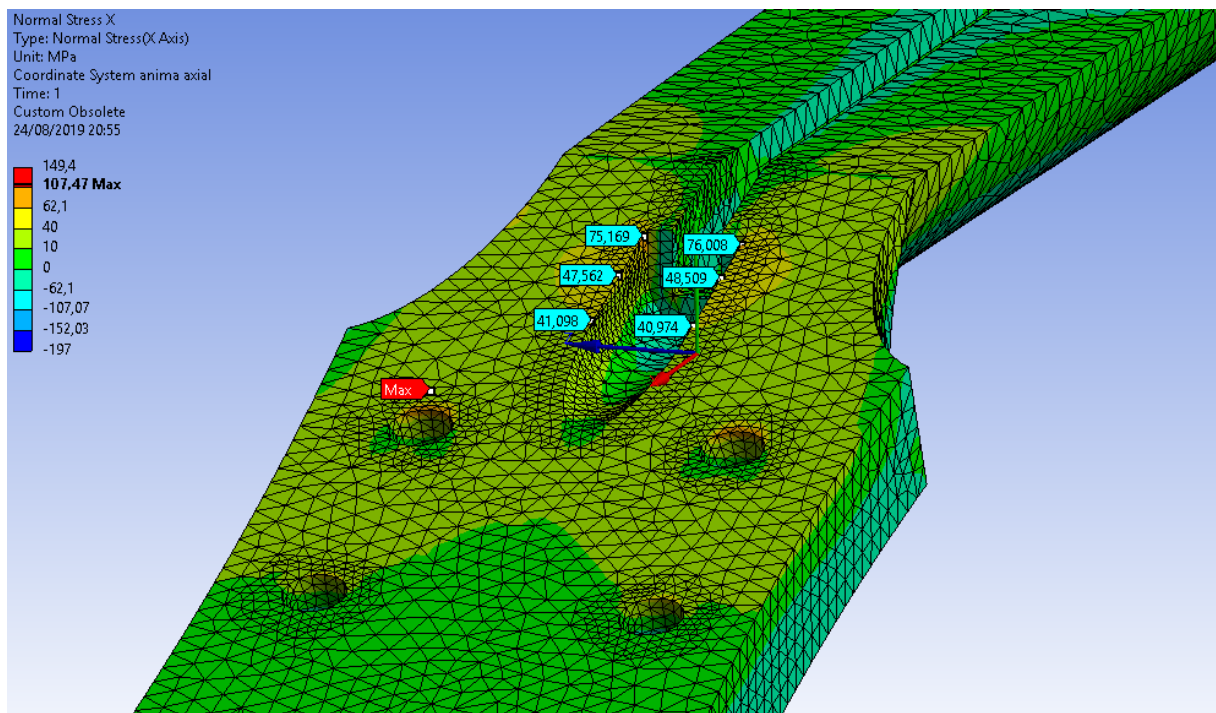


Figura C39: Tensions en l'eix X de la zona crítica

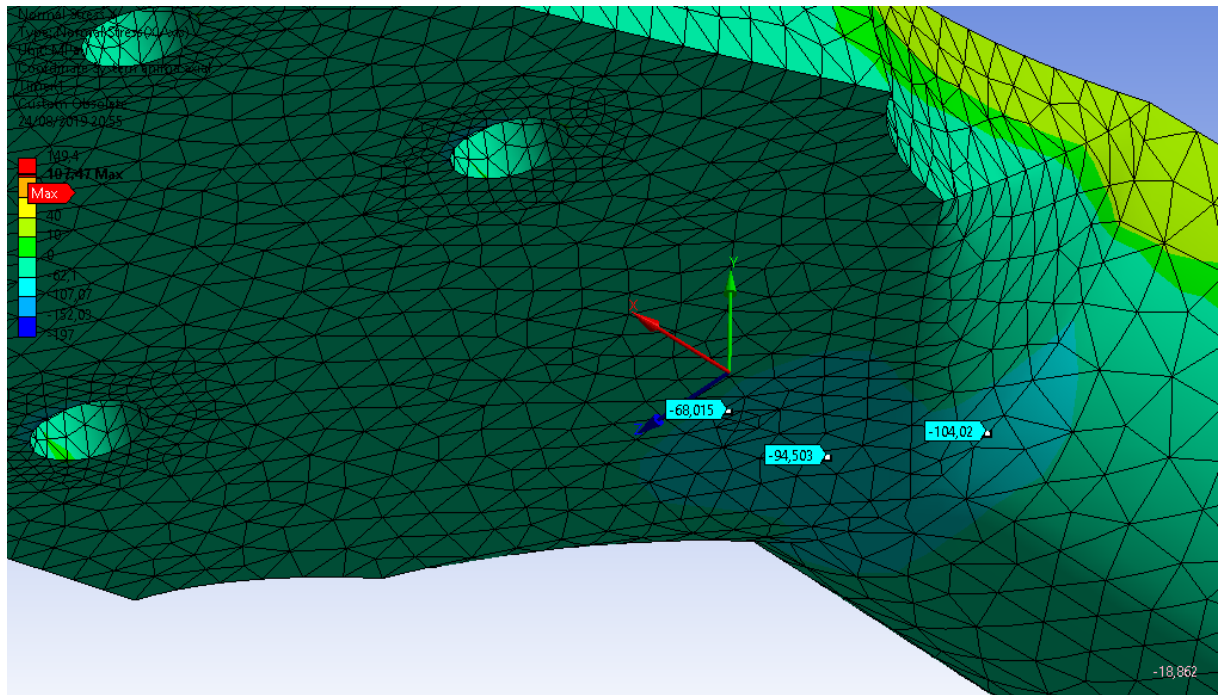


Figura C40: Tensió en l'eix X de la part inferior de la zona crítica

S'observa clarament que la tensió a compressió en la zona inferior és molt més gran que en la part superior.

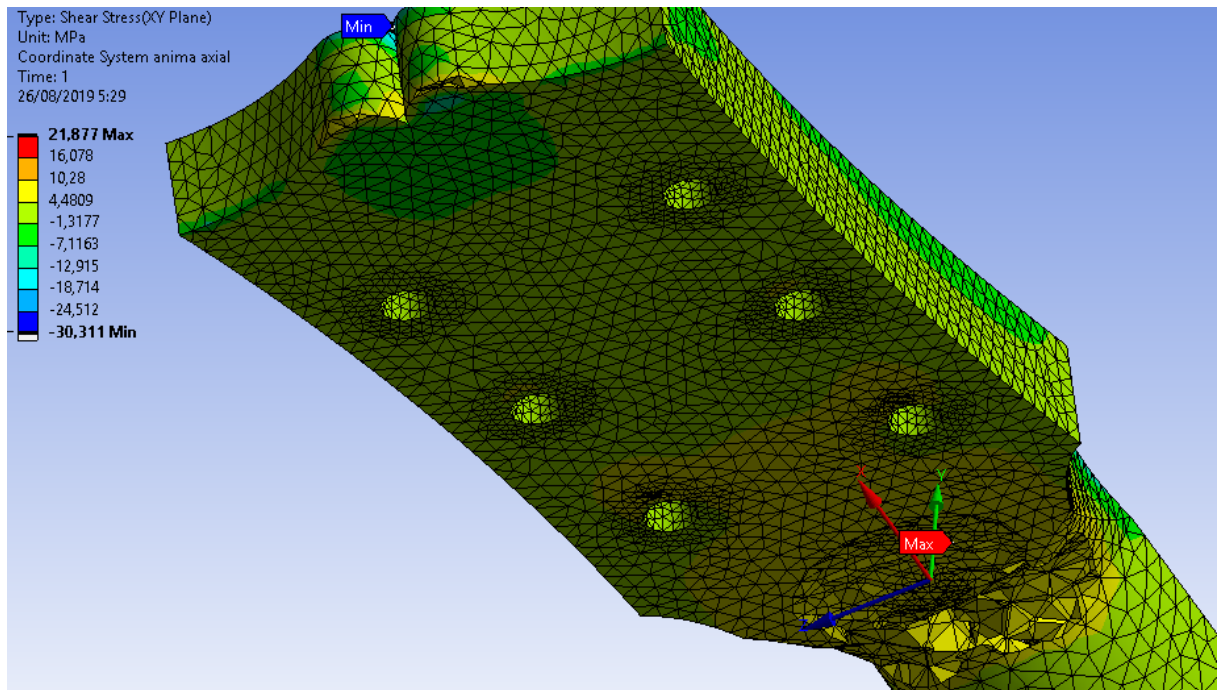


Figura C41: Tensions tallants en vista per capes al valor de ruptura per tallant

Per tallant es pot observar que també per la zona inferior és on trencarà ja que es veu com el valor tallant de ruptura es troba a l'interior i si es va avançant cap a l'exterior arribem a valors de 16 MPa aproximadament.

Anem a observar el resultat pel nostre criteri de trencament el qual es l'equació quadràtica:

$$\left(\frac{\sigma_x}{X}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{Y}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{xy}}{S}\right)^2 \leq 1 \quad (\text{Eq. 2})$$

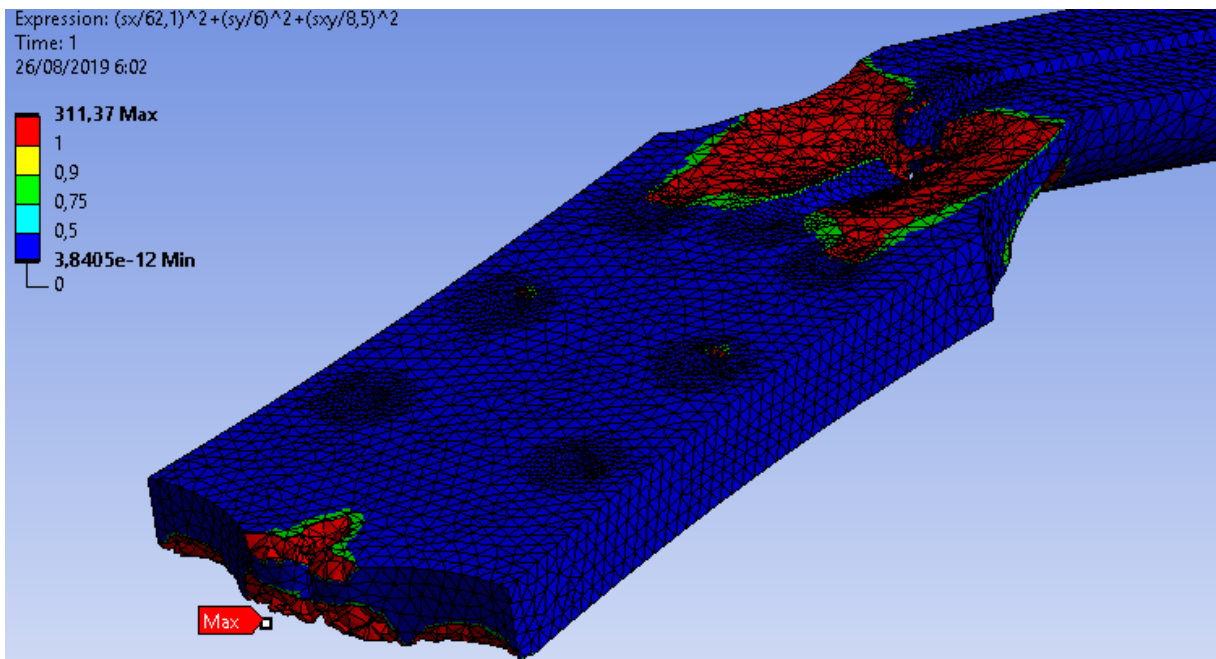


Figura C42: Resultat pel criteri de trencament quadràtic vista superior

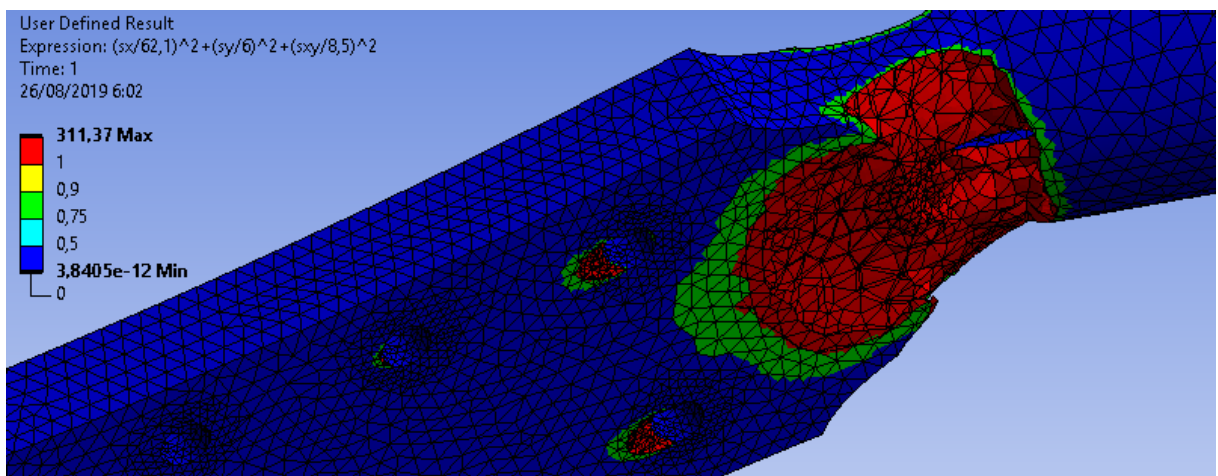


Figura C43: Resultat pel criteri de trencament quadràtic vista inferior

ANNEX D: REDISSENY

D.1 Introducció

Com s'ha pogut comprovar anteriorment en dos dels tres casos s'ha arribat i sobrepassat les tensions de ruptura els quals tots es produïen en la mateixa zona i es que és degut a la concentració de tensions que provoca el disseny principal.

Altrament això també es degut perquè el disseny de el mànec inclinat incrementa la possibilitat de ruptura instantània del material ja que quan cau, el primer en impactar el terra es el claviller i això dona molt braç de palanca a la força de la inèrcia.

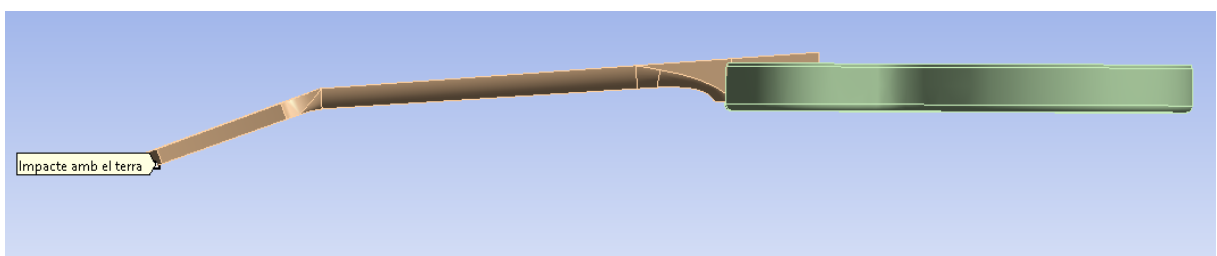


Figura D1: Vista lateral del conjunt principal

Aleshores anem a redissenyar el mànec de la guitarra per tal de que en caiguda, no impacti el claviller sinó la part del cos ja que aquesta és més rígida per la seva geometria i volum.

Per això anem a editar el model del mànec amb el programa SolidWorks i procedirem a canviar l'angle tant del diapasó com el del claviller. Per a realitzar el nou model ens basarem en la forma que ho fan les guitarres Fender les quals tenen l'eix del mànec en la mateixa direcció que el del cos.

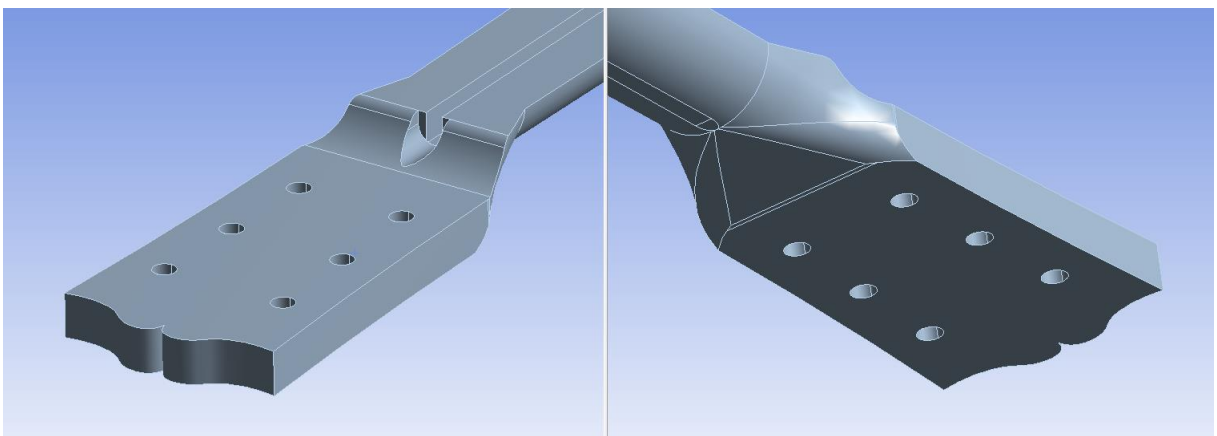


Figura D2: Nou disseny del claviller de forma recte

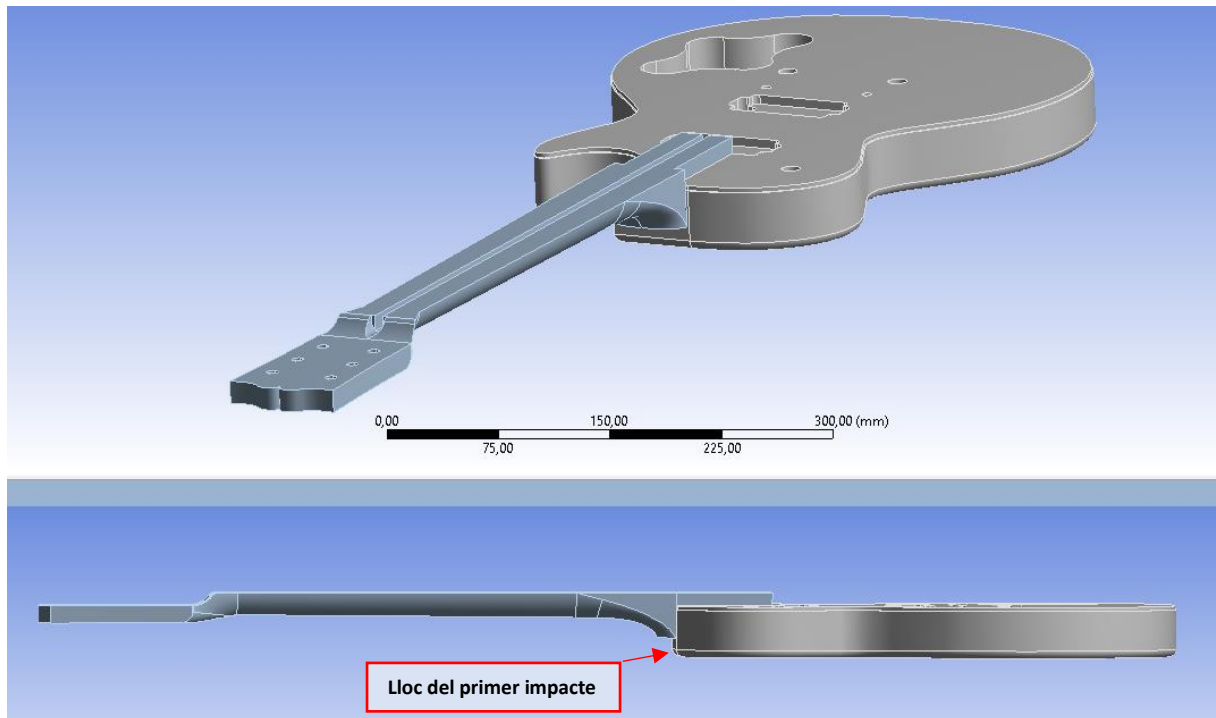


Figura D3: Vista isomètrica i lateral del nou disseny

Amb aquest nou disseny la guitarra en impactar per caiguda lliure primer impactarà per la part superior el cos. Posteriorment depenen de la velocitat de caiguda, per inèrcia és possible que pivoti sobre aquest mateix punt així impactant posteriorment el claviller. No obstant en el segon impacte la velocitat serà molt menor.

Com que no podem determinar fins a quina velocitat es redueix al impactar primer el cos seguirem la següent hipòtesis:

La velocitat del centre de masses es redueix un 50% que en el primer cas i es realitzarà amb les mateixes condicions de contorn. Tot i que les condicions de contorn no son reals anem a veure com es comporten les tensions en aquest nou model ja que el que volem es reduir la concentració de tensions.

Abans de res hem de calcular les noves forces estàtiques ja que es possible que els valors descompostos hagin variat.

D.2 Càlculs de les forces estàtiques del nou disseny

Es manté la mateixa numeració de les cordes del claviller com be s'han determinat en l'annex A i les mateixes dades de les cordes.

Corda	1	2	3	4	5	6
Afinació	E (Mi)	A (La)	D (Re)	G (Sol)	B (Si)	E (Mi)
N	58,466	49,050	65,336	69,945	68,965	63,961
Diametre (mm)	1,066	0,812	0,609	0,406	0,279	0,228

Taula D1: Dades de les cordes

Posteriorment calcularem les distàncies descompostes amb l'ajuda d'un croquis 3D en el programa SolidWorks i l'eina de mesura implementada.

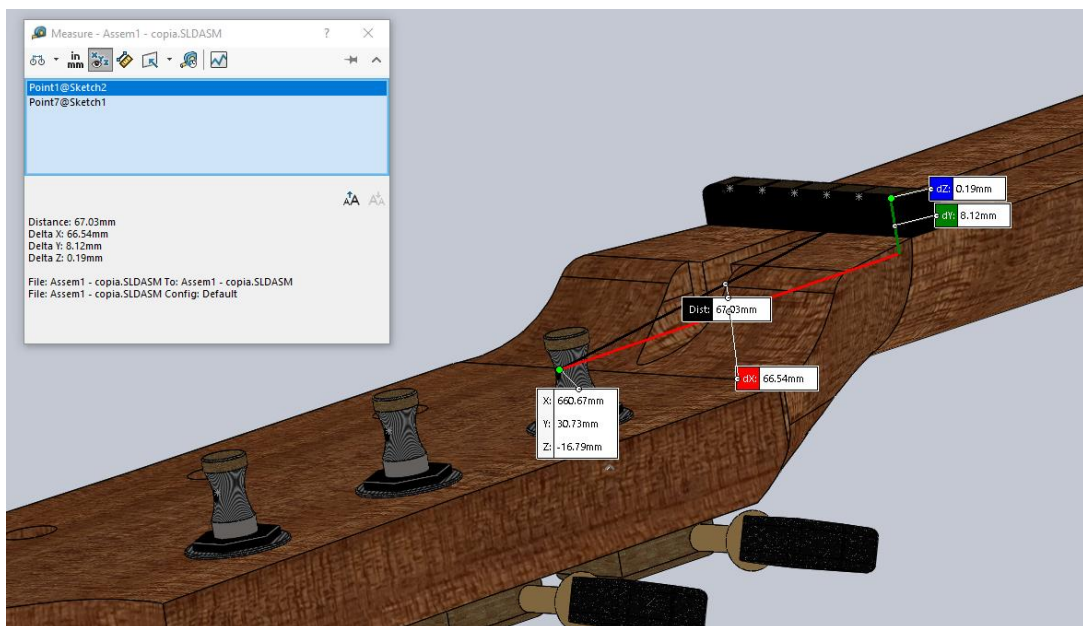


Figura D4: Mesura dels nous punts de tangència de les cordes

Es mesuraran tots els punts de tangència com es mostra en la anterior figura. En el nostre cas mesurarem 3 punts ja que la disposició és simètrica.

$$\vec{L}_{AB} = \frac{1}{\sqrt{L_x^2 + L_y^2 + L_z^2}} \cdot (L_x, L_y, L_z) \tag{Eq. 3}$$

$$\vec{F} = \overline{L_{AB}} \cdot F_{corda} \tag{Eq. 4}$$

Exemple de la corda 1:

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{\sqrt{66,54^2 + 8,12^2 + 0,19^2}} \cdot (66,54, 8,12, 0,19) \cdot 58,46 \text{ N} \tag{Eq. 4}$$

$$\begin{cases} F_{1x} = 58,035 \text{ N} \\ F_{1y} = 7,082 \text{ N} \\ F_{1z} = 0,166 \text{ N} \end{cases}$$

Es realitza el mateix procediment per cada corda i així s'obté la següent taula:

corda 1			corda 2			corda 3		
Fx	Fy	Fz	Fx	Fy	Fz	Fx	Fy	Fz
58,035 N	7,082 N	0,166 N	48,737	3,903	3,922	64,747	3,857	7,852
M. Z'	M. Y'		M. Z'	M. Y'		M. Z'	M. Y'	
422,32	147,89	N·mm	351,18	117,97	N·mm	464,62	151,04	N·mm
corda 4			corda 5			corda 6		
Fx	Fy	Fz	Fx	Fy	Fz	Fx	Fy	Fz
69,315 N	4,129 N	8,406 N	68,525 N	5,488 N	5,515 N	63,490 N	7,748 N	0,181 N
M. Z'	M. Y'		M. Z'	M. Y'		M. Z'	M. Y'	
440,056	154,102		369,553	124,065		490,953	159,375	

Taula D2: Forces descompostes del nou disseny

Pel que fan les forces de l'ànima no el considerarem en aquest cas ja que les forces de les cordes son més axials que en el cas anterior i amb aquest nou disseny contribueixen a la flexió convexa del màstil (es a dir, que el diapasó estarà més a prop de les cordes) i per tant no el considerarem en aquest cas ja que tampoc influirà en comparació a la força d'impacte.



Figura D5: Màstil Convex

D.3 Càlcul de la constant elàstica i força equivalent

Seguirem els mateixos mètodes realitzats en els anteriors casos. Calcularem el desplaçament relatiu que provoca una força de 100N (Per tenir més precisió) en el centre de masses.

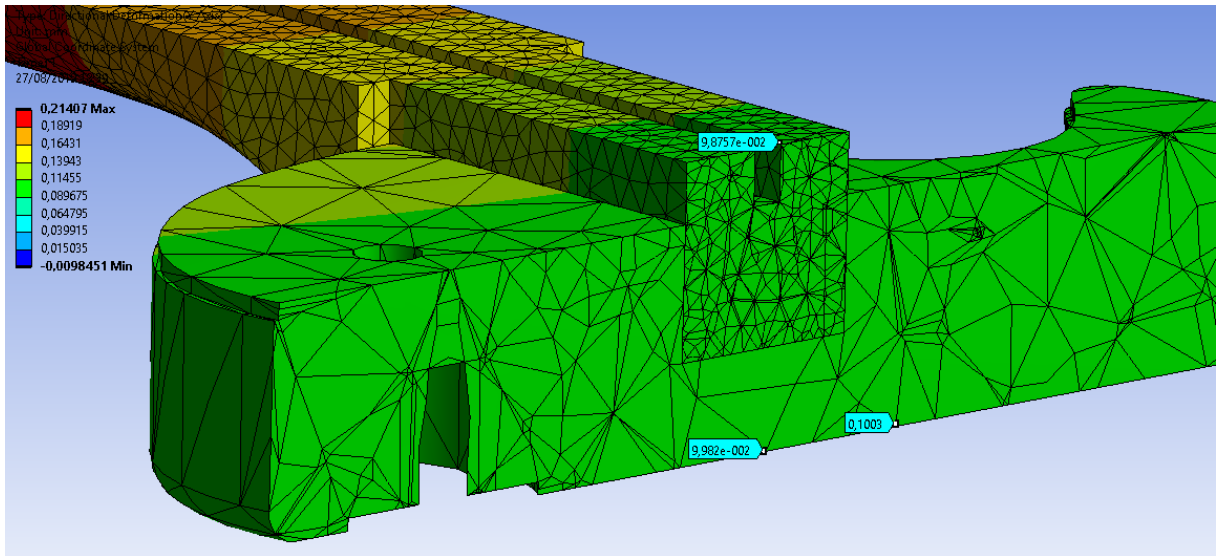


Figura D6: Fletxa que provoquen les forces estàtiques

$$y_0 = \frac{0,29111 + 0,28675}{2} = + 0,57786 \text{ mm}$$

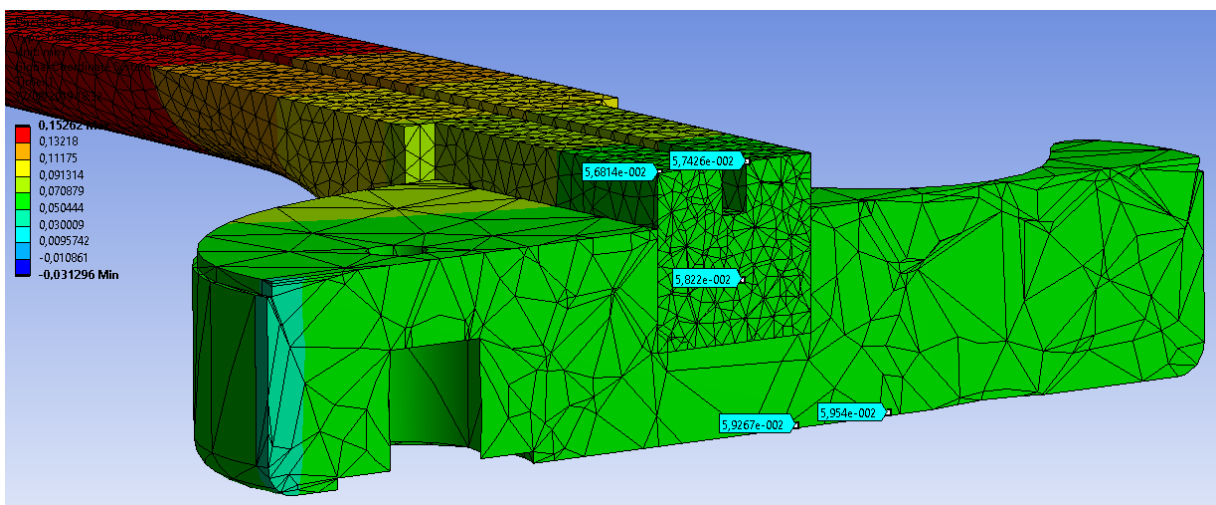


Figura D7: Fletxa que després d'aplicar 100N

$$y_1 = \frac{0,43129 + 0,42226}{2} = -0,42678 \text{ mm}$$

Llavors tenim un desplaçament total de:

$$\Delta y = | +0,57786 - (-0,42678) | = 1,0046 \text{ mm}$$

Constant elàstica:

$$K = \frac{F}{\Delta y} = \frac{100}{1,0046} = 99,5386 \frac{N}{mm} = 99\,538,6 \frac{N}{m} \quad (\text{Eq. 8})$$

Per tant amb les següents dades calculem la força equivalent considerant la hipòtesis de la velocitat:

$$v = 50\% \cdot V_{inicial} = 0,5 \cdot 2,53366 \frac{m}{s} = 1,2668 \frac{m}{s}$$

$$k = 99\,538,6 \frac{N}{m}$$

$$m = 5.8 \text{ kg}$$

Lavors la força equivalent:

$$F_{max} = k \cdot y_{max} = k \cdot \sqrt{\frac{v^2 \cdot m}{k}} = 99\,538,6 \cdot \sqrt{\frac{1,2668^2 \cdot 5.8}{99\,538,6}} = 962,489 \text{ N} \quad (\text{Eq. 6})$$

Com es pot observar el resultat és menor degut a que la velocitat ha disminuït encara que la rigidesa hagi augmentat lleugerament.

Anem a aplicar aquesta força al programa i anem a analitzar els resultats per veure si hem aconseguit alguna millora.

D.4 Resultats

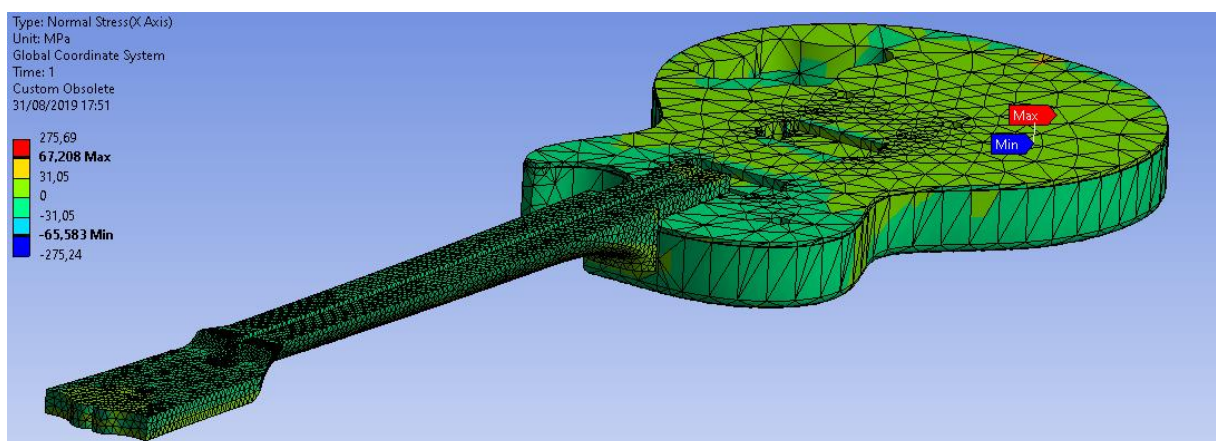


Figura D8: Tensions en l'eix de les X

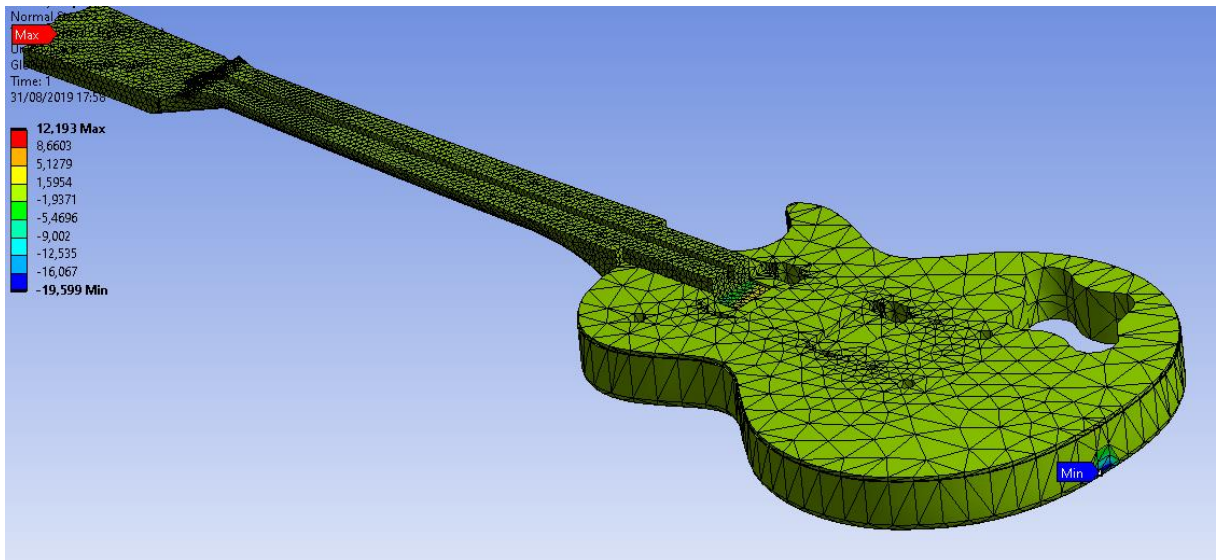


Figura D9: Tensions en l'eix de les Y

Com es pot veure les tensions màximes es troben en els punts de suport tant en sentit X com Y.

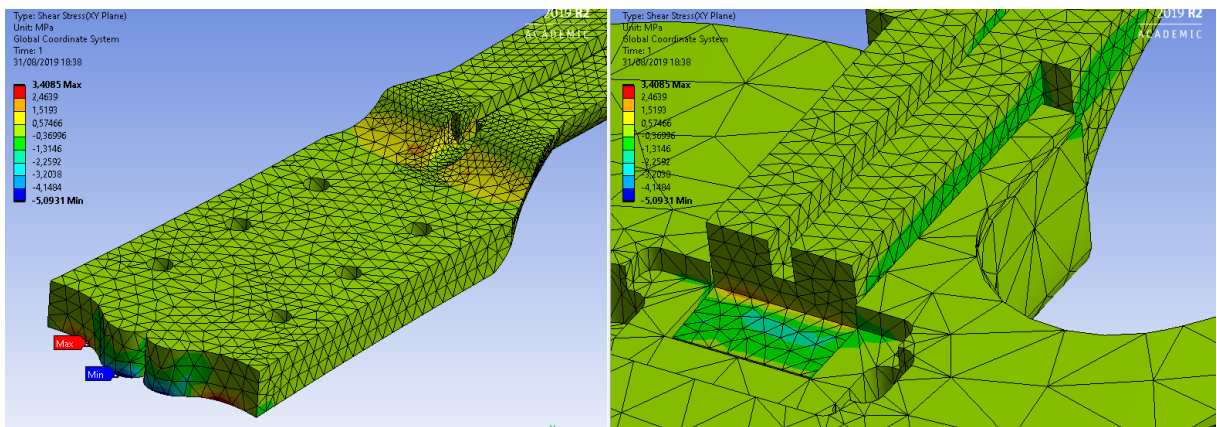


Figura D10: Tensions tallants del pla XY

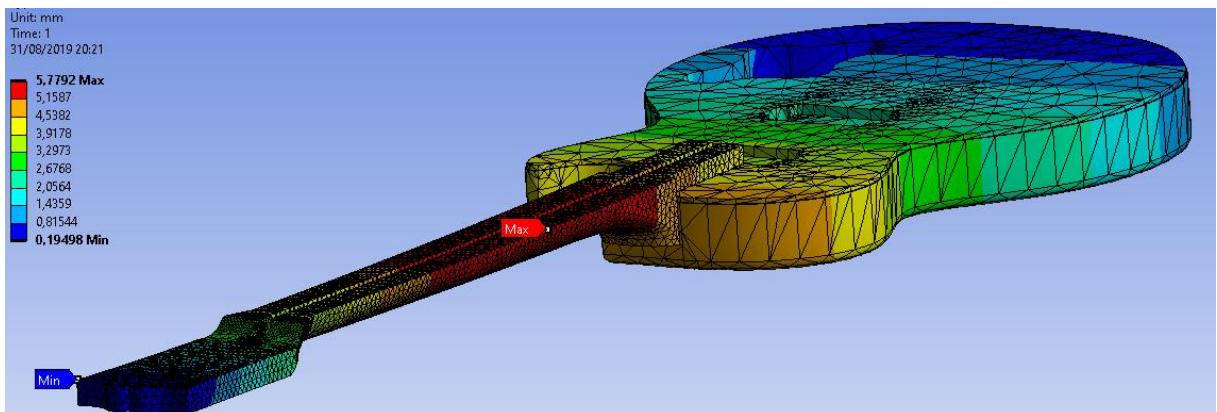


Figura D11: Deformada total

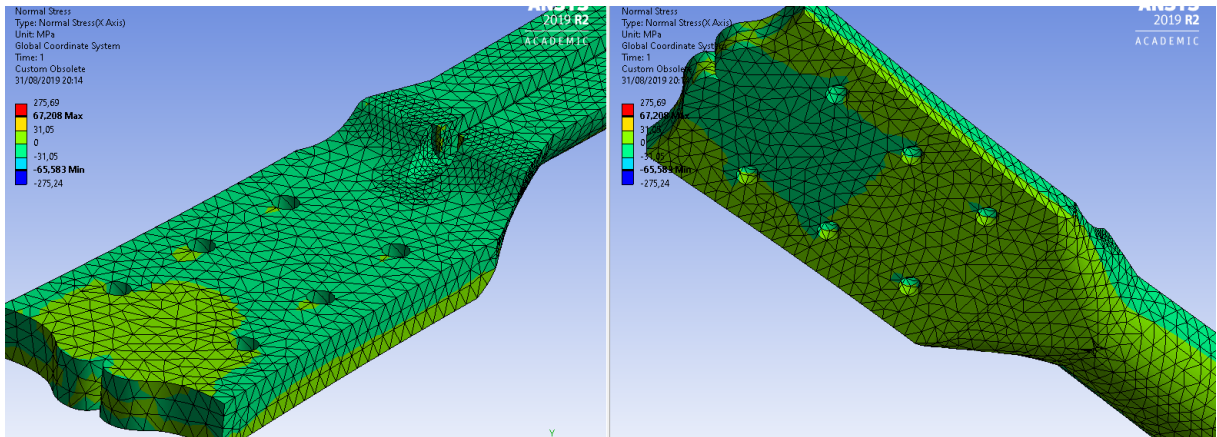


Figura D12: Tensions normals en l'eix X en el canvi de secció i ranura

Clarament s'observa que les tensions s'han reduït en la zona de canvi de secció i ranura del claviller. Anem a observar el resultat segons el nostre criteri de ruptura:

$$\frac{\sigma_x}{X} + \frac{\sigma_y}{Y} + \frac{\tau_{xy}}{S} \leq 1 \quad (\text{Eq. 1})$$

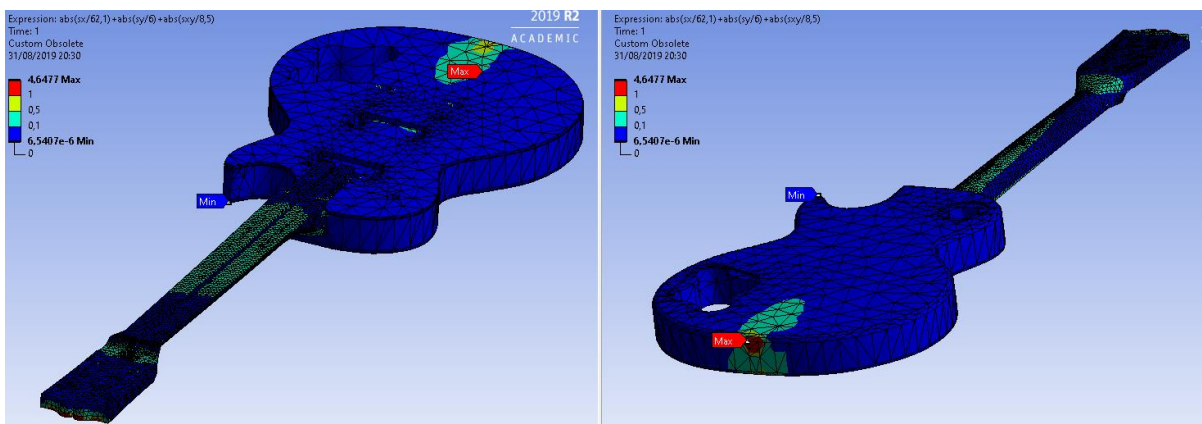


Figura D13: Resultat segons criteri de ruptura lineal

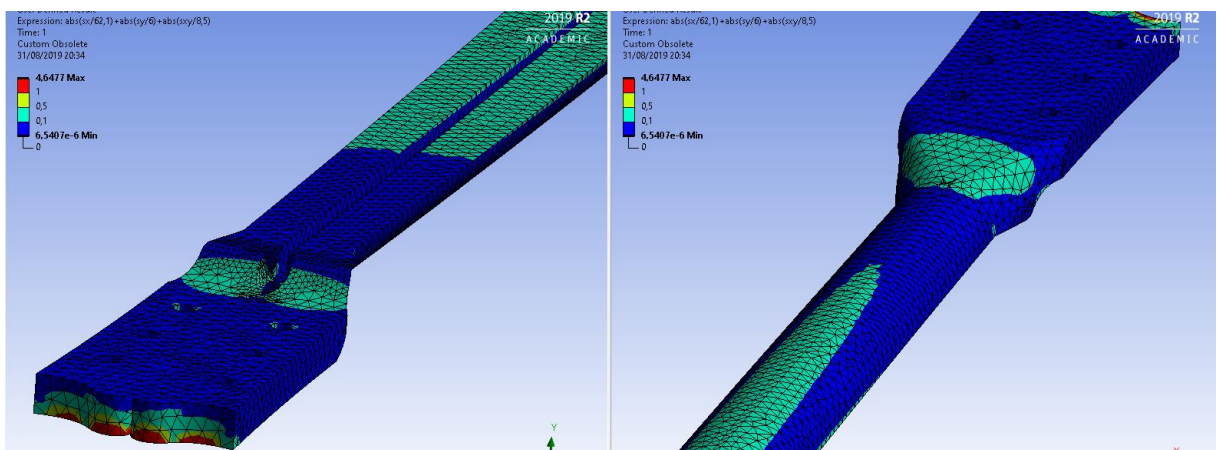


Figura D14: Resultat segons criteri de ruptura lineal en la zona crítica

Clarament observem que les concentracions de tensions s'han reduït considerablement a tal punt de que les tensions es distribueixin pel màstil com es pot veure en les figures anteriors.

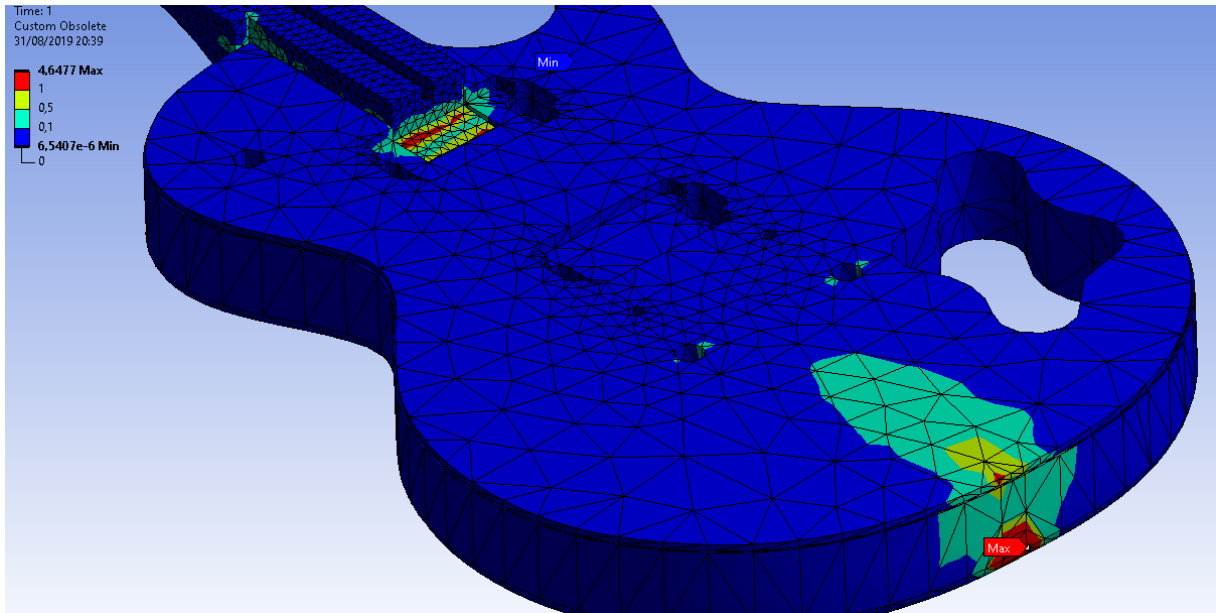


Figura D15: Zones amb els valors més elevats

Els valor màxim es troba en un extrem de la guitarra on tenim una restricció per poder fer el sistema estàtic. Altrament la qualitat no es bona i sabem que en aquesta zona la guitarra no trenca i per tant es un valor fals.

Per altra banda tenim elements en vermell en una ranura de les pastilles el qual es degut a que hem aplicat la força per aquesta superfície ja que és per la qual es troba aproximadament el centre de masses. La força realment es troba distribuïda per tot el cos i no concentrada en aquesta superfície i per tant ignorarem aquests valors d'aquesta zona.

ANNEX E: MÈTODE ALTERNATIU DE SOLUCIÓ

E.1 Introducció

L'anàlisi en elements finits en cas estàtic és molt útil per casos on les seccions i geometries son complicades i molt més si son amb materials de cas ortotròpic ja que realitzen els càlculs ràpidament en comparació als càlculs tradicionals. No obstant cal considerar les condicions ideals les quals s'estudien amb la teoria ja que en cas contrari, ens podria donar resultats erronis els quals si no tenim coneixements previs no ens podríem assabentar i cometríem l'error d'acceptar-los.

En el nostre cas es tractava d'un cas d'impacte accidental dinàmic en el qual a través de coneixements teòrics de càlcul de màquines podríem passar aquesta força a un cas estàtic i calcular les tensions equivalents en el programa que és el que s'ha realitzat en els càlculs de l'annex B.

No obstant hi ha una alternativa molt més precisa del programa ANSYS que podria calcular les tensions que pateixen en el transcurs de l'impacte i és el subprograma dinàmic explícit.

E.2 Descripció

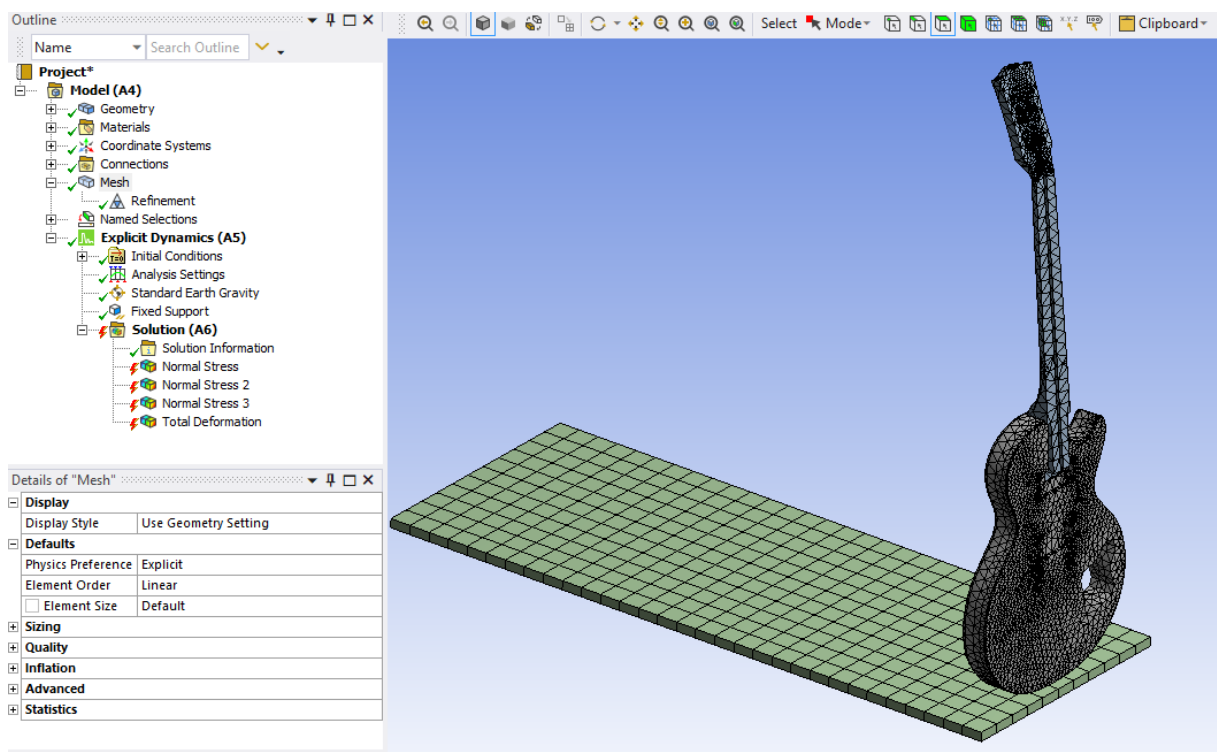


Figura E1: Entorn de treball de Explicit Dynamics

Amb aquest mode d'anàlisi podem simular l'impacte per gravetat i estudiar les tensions que pateix en aquell instant o en un altre qualsevol ja que el programa calcula els resultats per cicles durant el temps.

No obstant això consumeix recursos de l'ordinador i pot estar calculant durant un llarg període de temps ja que el funcionament principal és per iteració. També en cada iteració ha de calcular cada element de la guitarra.

E.3 Anàlisi i resolució

Igual que en els casos estàtics s'han d'introduir les dades del material i el propi model el qual s'ha d'afegir l'element terra per a l'impacte.

E.3.1 Condicions de contorn

Per altra banda s'han d'introduir les condicions de contorn les quals en el nostre cas seria:

- L'element terra és fixa pel pla i considerar aquest com un material rígid per que així sigui la guitarra qui absorbeixi tota la energia d'impacte.
- Les limitacions estan entre els elements del terra i la guitarra. S'introdueix la superfície del terra com a límit de contacte pel cos.

E.3.2 Reducció de temps

Per a poder avançar el càlcul és pot considerar un espai on el claviller es trobi a 1 o 2 mm de separació amb la condició de que esta a una velocitat d'impacte estudiat prèviament i així els números de cicles de càlcul es reduirien. També la reducció del mallat i numero de graus de llibertat contribuiria a la reducció del temps de càlcul.

E.3.3 Resolució

En aquest cas l'anàlisi per aquest mètode no s'ha pogut realitzar degut al les següents raons:

- Els recursos dels ordinadors tant a les aules com el personal no son aptes ja que en consumeix molt.
- Requereix un marge de temps per sobre de 4h per un total de 23200 elements.
- Per poder tenir un càlcul correcte necessitaríem aproximadament 70000 elements a més de que el propi programa requereix un mínim de qualitat d'elements.
- El programa per l'aula virtual està limitat a un màxim de 3h d'us.

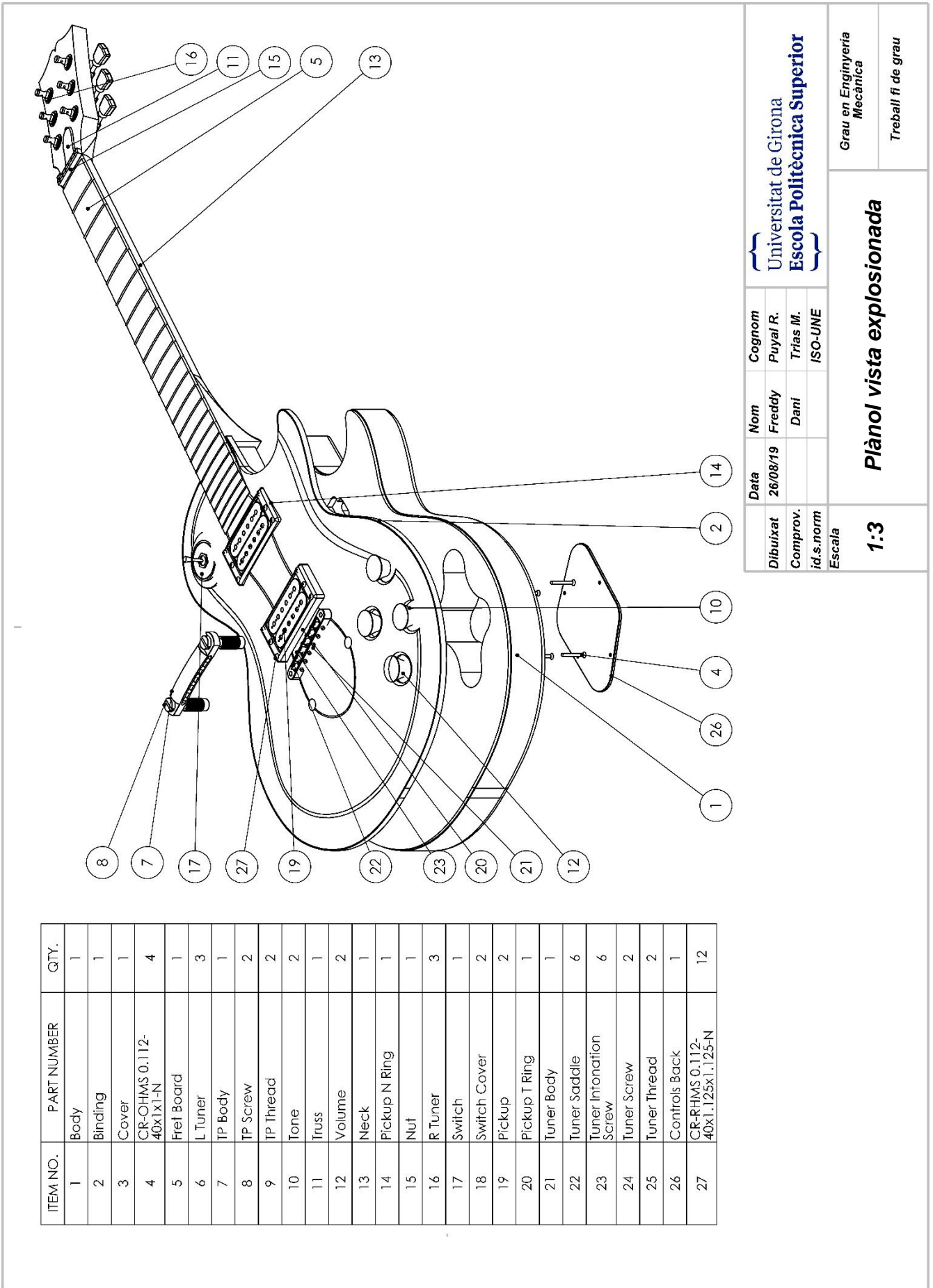
En general, aquest mètode no s'ha pogut realitzar degut a les raons anteriors. No obstant seria possiblement el que més valors verços proporcionaria ja que és pràcticament una simulació del cas físic real. Per a poder realitzar aquest estudi per aquest mètode possiblement necessitaríem processadors més potents o sistemes de processament en paral·lel.

ANNEX F: PLÀNOLS

En aquest annex es presentarà dos plànols:

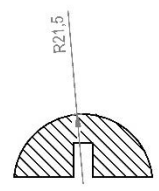
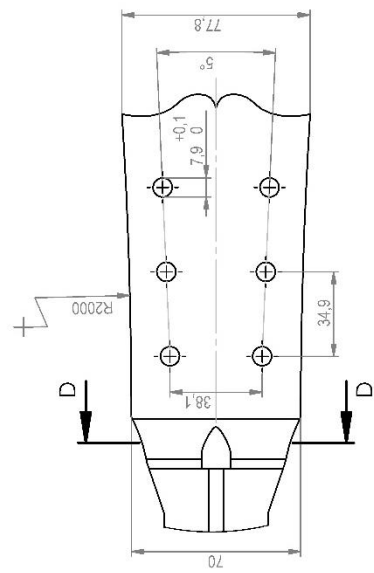
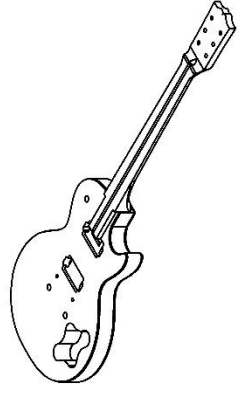
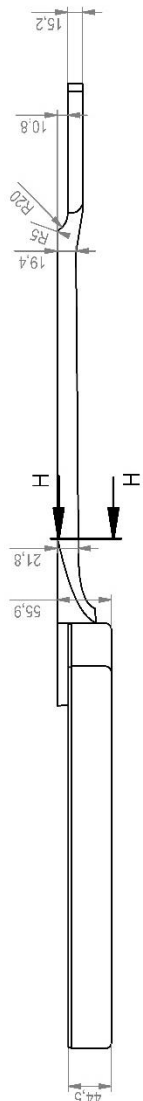
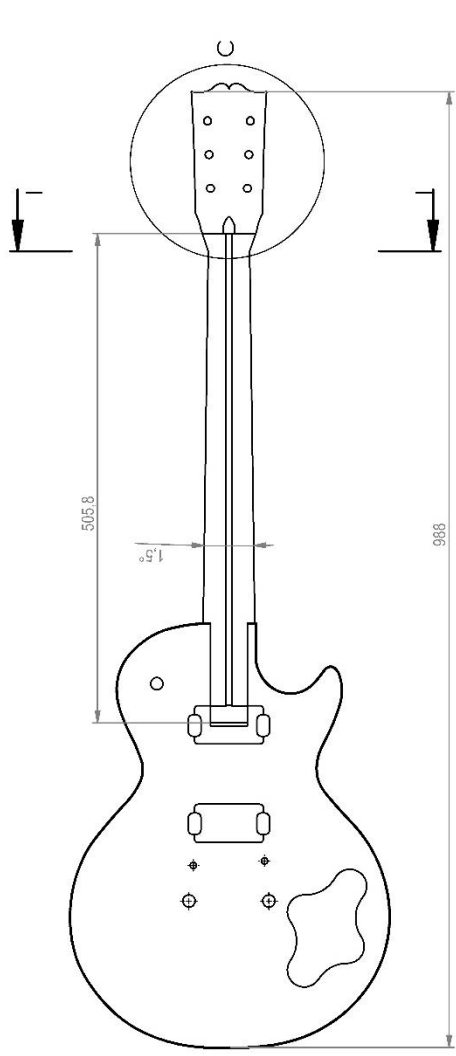
- El primer del conjunt de la guitarra en vista dels elements desmuntats
- El segon que és la redissenjada.

En aquest últim plànol només s'ha acotat els elements i parts que s'han editat ja que no tot el conjunt ha sigut dissenyat per part nostre.

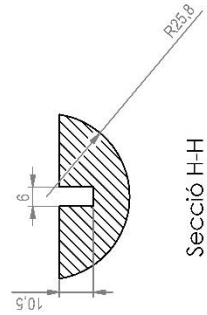


ITEM NO.	PART NUMBER	QTY.
1	Body	1
2	Binding	1
3	Cover	1
4	CR-OHMS 0.112-40x1.125-N	4
5	Fret Board	1
6	L Tuner	3
7	TP Body	1
8	TP Screw	2
9	TP Thread	2
10	Tone	2
11	Truss	1
12	Volume	2
13	Neck	1
14	Pickup N Ring	1
15	Nut	1
16	R Tuner	3
17	Switch	1
18	Switch Cover	2
19	Pickup	2
20	Pickup T Ring	1
21	Tuner Body	1
22	Tuner Saddle	6
23	Tuner Intonation Screw	6
24	Tuner Screw	2
25	Tuner Thread	2
26	Controls Back	1
27	CR-RHMS 0.112-40x1.125x1.125-N	12

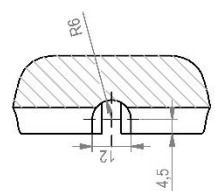
Dibuixat	26/08/19	Nom	Freddy	Cognom	Puyal R.
Comprov.			Dani		Trias M.
id.s.norm					ISO-UNE
Escola	Universitat de Girona Escola Politècnica Superior				
1:3	Plànol vista explosionada				
Treball fi de grau					



Secció I-I
Escala 2:3



Secció H-H
Escala 2:3



Secció D-D
Escala 2:3

Detall C
Escala 1:2

Dibuixat	Comprov.	Data	Nom	Cognom	Universitat de Girona Escola Politècnica Superior	
77.8	id.s.norm	26/08/19	Freddy Dani	Puyal R. Trias M.		
Escala				ISO-UNE		
1:5					Plànol de redisseny	
					Grau en Enginyeria Mecànica	
					Treball fi de grau	

