

Treball Final de Grau

Estudi: Grau en Enginyeria Mecànica

Títol:

Desenvolupament i validació d'un model per dissenyar generadors termoelèctrics amb dissipació per convecció forçada

Document: Memòria i Annexos

Alumne: Angel Martínez Marín

Tutor: Toni Pujol Sagaró / Ivan Ruiz Cózar

Departament: Enginyeria Mecànica i de la Construcció Industrial

Àrea: Mecànica de Fluids

Convocatòria (mes/any): Juny 2019

Índex

1	Introducció	10
1.1	Antecedents	10
1.1.1	Necessitat del peticionari	12
1.2	Objecte	12
1.3	Especificacions	13
2	Metodologia	14
2.1	Introducció	14
2.1.1	Configuració sense bypass	15
2.1.2	Configuració amb bypass	15
2.2	Selecció d'articles	16
2.3	Procés de càlcul	18
2.3.1	Model hidràulic	19
2.3.2	Model tèrmic	20
3	Solució a implementar	22
3.1	Introducció	22
3.2	Configuració sense bypass	22
3.3	Configuració amb bypass	25
4	Implementació en un entorn gràfic	29
4.1	Introducció	29
4.2	Implementació del model sense bypass	31
4.3	Implementació del model amb bypass	31
5	Conclusions i futur treball	33
5.1	Conclusions	33
5.2	Futur treball	33
6	Relació de documents	34

7 Bibliografia	35
-----------------------	-----------

8 Nomenclatura	37
-----------------------	-----------

Annexos

A Experiment	39
---------------------	-----------

A.1 Introducció	39
A.2 Aparells utilitzats	39
A.2.1 Geometries dels dissipadors	41
A.3 Resultats experimentals	41
A.3.1 Introducció	41
A.3.2 Assaig amb el dissipador sense bypass	42
A.3.3 Núvol de punts a partir de les dades experimentals. Configuració sense bypass	43
A.3.4 Assaig amb el dissipador amb bypass	45
A.3.5 Núvol de punts a partir de les dades experimentals. Configuració amb bypass	46

B Models amb una configuració sense bypass	48
---	-----------

B.1 Introducció	48
B.2 Model David Copeland	49
B.2.1 Model hidràulic	49
B.2.2 Model tèrmic	51
B.3 Model W. M. Kays i A. L. London	54
B.3.1 Model hidràulic	54
B.4 Model B. R. Munson, et al.	57
B.4.1 Model hidràulic	57
B.5 Model R. Hossain, et al.	59
B.5.1 Model hidràulic	59
B.6 Model H. L. Chen, et al.	61
B.6.1 Model hidràulic	61
B.6.2 Model tèrmic	64
B.7 Model M. Lindstedt, et al.	67
B.7.1 Model hidràulic	67
B.7.2 Model tèrmic	69
B.8 Conclusions	73

C	Models amb una configuració amb bypass	74
C.1	Introducció	74
C.2	Model R. Hossain, et al.	75
C.2.1	Model hidràulic	75
C.3	Model H. L. Chen, et al.	79
C.3.1	Model hidràulic	79
C.3.2	Model tèrmic	84
C.4	Model M. Lindstedt, et al.	87
C.4.1	Model hidràulic	87
C.4.1.1	Pèrdues de càrrega degudes al bypass o derivació del flux	88
C.4.1.2	Pèrdues de càrrega en el dissipador d'aletes	91
C.4.1.3	Pèrdues de càrrega en el dissipador i el bypass	93
C.4.2	Model tèrmic	94
C.5	Conclusions	96
D	Manual d'usuari	97
D.1	Introducció	97
D.2	Realització d'un càlcul amb una configuració sense bypass	97
D.3	Realització d'un càlcul amb una configuració amb bypass	98

Índex de figures

1.1	Muntatge utilitzat en el laboratori per la realització dels diversos assajos.	10
1.2	Dissipador d'aletes planes paral·leles. <i>Font:</i> www.shoptronica.com/	12
2.1	Vista longitudinal del muntatge per passar el fluid a través del dissipador d'aletes sense cap tipus de bypass. Les dades de la secció transversal del dissipador utilitzat és pot veure en la Taula B.1. La secció transversal del dissipador es mostra en el tall AA.	15
2.2	Vista longitudinal del muntatge per passar el fluid a través del dissipador d'aletes amb bypass. Les dades de la secció transversal del dissipador utilitzat és pot veure en la Taula C.1. La secció transversal del dissipador es mostra en el tall BB.	16
2.3	Esquematzació dels experiments realitzats.	18
2.4	Seccions dels dissipadors tèrmics en configuracions sense i amb bypass per veure les superfícies lliures que transmetran el flux de calor.	21
3.1	Diferència percentual e de les pèrdues de càrrega en una configuració sense bypass. Aquesta diferència és obtinguda amb els valors dels resultats experimentals i els obtinguts teòricament amb els models basats en equacions analítiques.	23
3.2	Diferència percentual e de la resistència tèrmica de convecció en una configuració sense bypass. Aquesta diferència és obtinguda amb els valors dels resultats experimentals i els obtinguts teòricament amb els models basats en equacions analítiques.	24
3.3	Diferència percentual e del coeficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador i l'ambient en una configuració sense bypass. Aquesta diferència és obtinguda amb els valors dels resultats experimentals i els obtinguts teòricament amb els models basats en equacions analítiques.	24

3.4	Diferència percentual e de les pèrdues de càrrega en una configuració amb bypass. Aquesta diferència és obtinguda amb els valors dels resultats experimentals i els obtinguts teòricament amb els models basats en equacions analítiques.	26
3.5	Diferència percentual e de la resistència tèrmica de convecció en una configuració amb bypass. Aquesta diferència és obtinguda amb els valors dels resultats experimentals i els obtinguts teòricament amb els models basats en equacions analítiques.	27
3.6	Diferència percentual e del coeficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador i l'ambient en una configuració sense bypass. Aquesta diferència és obtinguda amb els valors dels resultats experimentals i els obtinguts teòricament amb els models basats en equacions analítiques.	27
4.1	Full de càlcul vist per l'usuari.	29
4.2	Resultats obtinguts pel client després d'introduir les dades d'entrada. . .	30
4.3	Selecció de la barra de menú <i>Datos</i> en <i>Microsoft Excel</i>	32
4.4	Finestra emergent resultant de seleccionar l'opció <i>Buscar objetivo...</i> en l'anàlisi anomenat <i>Análisi Y si</i>	32
A.1	Muntatge utilitzat en el laboratori per la realització dels diversos assajos.	40
A.2	Representació del núvol de punts de les dades experimentals de les pèrdues de càrrega expressades en la Taula A.3.	43
A.3	Representació del núvol de punts de les dades experimentals de la resistència tèrmica de convecció expressades en la Taula A.3.	43
A.4	Representació del núvol de punts de les dades experimentals del coeficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador i l'ambient expressades en la Taula A.3.	44
A.5	Representació del núvol de punts de les dades experimentals de les pèrdues de càrrega expressades en la Taula A.4.	46
A.6	Representació del núvol de punts de les dades experimentals de la resistència tèrmica de convecció expressades en la Taula A.4.	46
A.7	Representació del núvol de punts de les dades experimentals del coeficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador i l'ambient expressades en la Taula A.4.	47
B.1	Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador d'aletes sense bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el model proposat per David Copeland en [3].	51

B.2	Comparació del coeficient de transferència de calor per convecció tèrmica h [W/(K m ²)] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada sense bypass segons el model analític de David Copeland en [3].	52
B.3	Comparació de la resistència tèrmica de convecció R [K/W] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada sense bypass segons el model analític de David Copeland en [3].	53
B.4	Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador d'aletes sense bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el model proposat per C.K. Loh, et al. en [8] a partir del llibre <i>Compact heat exchangers</i> [5].	56
B.5	Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador d'aletes sense bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el model proposat per C.K. Loh, et al. en [8] a partir del llibre <i>Fundamentals of fluid mechanics</i> [9].	58
B.6	Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador d'aletes sense bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el model proposat per R. Hossain, et al. [4].	60
B.7	Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador d'aletes sense bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el model proposat per H. L. Chen et al. [1].	63
B.8	Comparació del coeficient de transferència de calor per convecció tèrmica h [W/(K m ²)] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada sense bypass segons el model exposat per H.L. Chen, et al. en[1].	65
B.9	Comparació de la resistència tèrmica de convecció R [K/W] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada sense bypass segons el model exposat per H. L. Chen et al. en [1].	66
B.10	Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador sense bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el model proposat per M. Lindstedt i R. Karvinen en [7].	69
B.11	Comparació de la resistència tèrmica de convecció R [K/W] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada sense bypass segons el model exposat per M. Lindstedt i R. Karvinen en [7].	71
B.12	Comparació del coeficient de transferència de calor per convecció tèrmica h [W/(K m ²)] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada sense bypass segons el model exposat per M. Lindstedt i R. Karvinen en [7].	72

C.1	Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador d'aletes amb bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el present model proposat per R. Hossain, et al. [4].	78
C.2	Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador d'aletes amb bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el present model proposat per H. L. Chen, et al. en [1]. (<i>Primera aproximació</i>).	83
C.3	Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador d'aletes amb bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el present model proposat per H. L. Chen, et al. en [1]. (<i>Segona aproximació</i>).	84
C.4	Comparació del coeficient de transferència de calor per convecció tèrmica h [W/(K m ²)] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada amb bypass segons el model exposat per H.L. Chen, et al. en[1].	85
C.5	Comparació de la resistència tèrmica de convecció R [K/W] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada amb bypass segons el model exposat per H. L. Chen et al. en [1].	85
C.6	Distribució del cabal d'entrada Q_{in} a través del dissipador tèrmic d'aletes planes paral·leles.	88
C.7	Perfil de velocitats que segueix el cabal en el bypass Q_{bt} al llarg de la canonada.	89
C.8	Perfil de velocitats que segueix el cabal en les aletes Q_{ch} al llarg de la canonada.	92
C.9	Caiguda de pressió teòrica enfront l'experimental Δp [Pa] obtinguda al laboratori implementant el mètode analític exposat per M. Lindstedt i R. Karvinen en [7] en una canonada amb un dissipador amb bypass.	94
C.10	Comparació de la resistència tèrmica de convecció R [K/W] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada amb bypass segons el model exposat per M. Lindstedt i R. Karvinen en [7].	95
C.11	Comparació del coeficient de transferència de calor per convecció tèrmica h [W/(K m ²)] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada amb bypass segons el model exposat per M. Lindstedt i R. Karvinen en [7].	95
D.1	Valors d'entrada per una configuració sense bypass.	98
D.2	Valors d'entrada per una configuració amb bypass.	98

Introducció

1.1 Antecedents

El grup de recerca GREFEMA de la Escola Politècnica Superior de la Universitat de Girona (EPS - UdG) ha realitzat una sèrie d'experiments (veure Annex A) en el laboratori de Lubricants i Combustibles per tal de recuperar energia tèrmica a partir de generadors termoelèctrics.

Aquests experiments consisteixen en fer passar un cabal conegut d'aire calent per un conducte gràcies a un ventilador i una resistència tèrmica controlada amb un PID. D'aquesta forma, la variació en la temperatura dels gasos que circulen pel conducte és mínima. A dins del conducte, s'hi troba un dissipador d'aletes. Sota aquest hi ha la placa conductora i el mòdul termoelèctric. El muntatge es pot veure en la Figura 1.1.

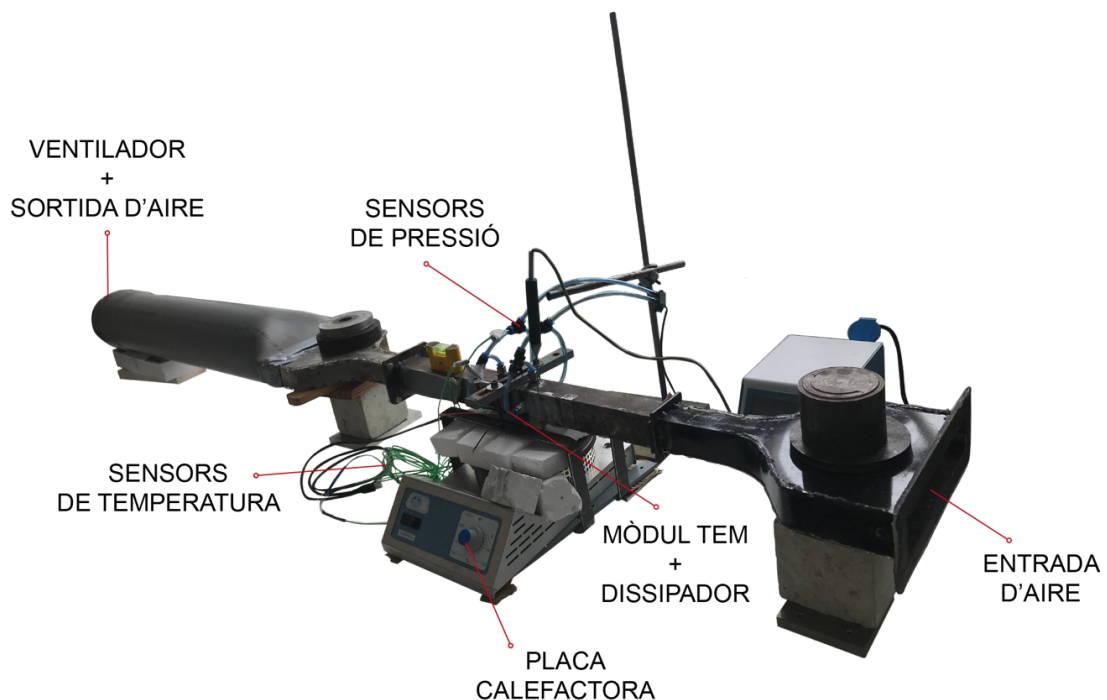


Figura 1.1.: Muntatge utilitzat en el laboratori per la realització dels diversos assajos.

Els mòduls termoelèctrics comercials que funcionen com a generadors d'energia elèctrica són uns dispositius formats per un conjunt de pellets compostats per materials semiconductors de tipus positiu (p) o negatiu (n) connectats elèctricament en sèrie i tèrmicament en paral·lel. Quan es manté una diferència de temperatures entre les seves cares, es genera un flux de calor produint una diferència de potencial elèctrica gràcies a l'efecte Seebeck.

Recentment, aquests mòduls de generació termoelèctrica comercial (Thermoelectric modules o TEM) s'han utilitzat en una gran varietat de dispositius de construcció ben senzilla amb l'objectiu de disposar d'una pila d'energia elèctrica quan es mantenen les dues superfícies del TEM en un focus fred i un de calent.

El rendiment del TEM depèn, en gran mesura, de la diferència de temperatures (i, per tant del flux de calor) assolida en les seves cares. És per això que la dissipació de calor en el focus fred cap a l'ambient és molt important per tal de mantenir-lo a una temperatura reduïda i, per tant, assolir una alta generació d'energia elèctrica.

Tot i que en alguns casos la dissipació del focus fred es realitza mitjançant convecció natural, és més eficient una dissipació amb un mecanisme de convecció forçada, sobretot amb líquid a baixa temperatura. Tanmateix, en algunes aplicacions simples i robustes, la refrigeració líquida del focus fred no és aconsellable i s'opta per a una dissipació cap a l'ambient mitjançant dissipadors amb aletes i ventiladors (ventilació forçada).

Els dissipadors d'aletes (veure Figura 1.2) són uns aparells que serveixen per reduir la temperatura d'alguns components electrònics. El seu funcionament consisteix principalment en transferir la calor des d'un focus calent fins a on es vulgui dissipar, en el nostre cas serà a l'aire. Aquest procés es realitza augmentant la superfície de contacte amb l'aire permetent així una eliminació més ràpida del calor excedent.

Aquests dissipadors tèrmics transfereixen energia en forma de calor cap a l'entorn. Per això és necessari que el material disposi d'una bona conducció tèrmica, llavors es solen fabricar d'alumini, fet que redueix també la seva massa.

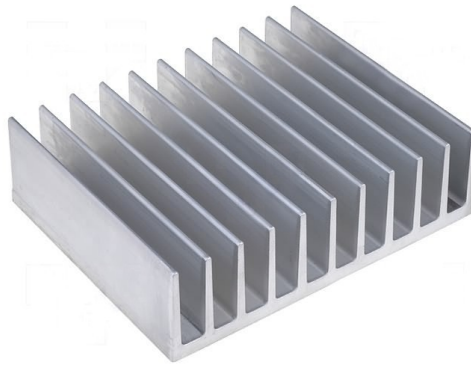


Figura 1.2.: Dissipador d'aletes planes paral·leles. *Font:* www.shoptronica.com/

L'àmplia varietat d'aquests dissipadors (nombre d'aletes, gruix, longitud i altura d'aletes, material, etc.) dificulta l'elecció del tipus de dissipador que s'ajusta millor a les característiques del generador termoelèctric dissenyat.

Es disposa dels resultats experimentals en l'Annex A.

1.1.1 Necessitat del peticionari

El grup de recerca GREFEMA necessita obtenir les corbes de caiguda de pressió i resistències tèrmiques de dissipadors d'aletes planes. Per tant, es necessitarà una eina numèrica per reproduir el comportament tèrmic i hidràulic per tal de reproduir la transferència de calor i la pèrdua de càrrega en un dissipador d'aletes.

1.2 Objecte

Desenvolupar i validar un model basat en equacions analítiques de la literatura per tal de simular la transferència de calor i les pèrdues de càrrega en un dissipador d'aletes planes paral·leles.

Caldrà implementar una solució en un entorn gràfic o full de càlcul per facilitar l'ús per al client.

1.3 Especificacions

Els requeriments del client es poden veure reflexats en la Taula 1.1 segons es tractin de requeriments de caràcter obligatori (O) o de caràcter desitjable (D).

Taula 1.1.: Taula de requeriments pel present projecte.

Tema	O/D	Descripció
Cerca	O	Realitzar una cerca bibliogràfica dels models hidràulics i tèrmics existents en la literatura que utilitzin dissipadors tèrmics amb aletes planes paral·leles.
Definició criteri	O	Definir un criteri per escollir el millor model hidràulic i tèrmic a partir de les dades experimentals.
Aplicatiu	D	Dissenyar un aplicatiu en un entorn simple per poder validar el model escollit.

L'abast del present projecte serà desenvolupar el model matemàtic que simuli la transferència de calor en un generador termoelèctric amb dissipació per convecció forçada. Programar un full de càlcul per assolir una interfície de treball d'ús senzill. Validar el model amb dades experimentals obtingudes per altres autors.

Metodologia

2.1 Introducció

Un cop conegut l'experiment que es va realitzar al laboratori de Lubricants i Combustibles de l'Escola Politècnica Superior de la UdG (veure Annex A) i les dades geomètriques dels dissipadors existents, es realitzarà una cerca per la literatura per tal de trobar casos existents on es treballi amb dissipadors d'aletes planes paral·leles per convecció forçada.

A continuació es diferenciaran els dos tipus de configuració amb el que s'han realitzat els experiments:

- La primera configuració és l'anomenada *sense bypass* on tot el cabal entrant per la canonada passarà entre les aletes del dissipador i no es derivarà cap flux per fora d'aquest.
- La segona configuració és *amb bypass*, per tant, existirà una part del cabal entrant que no passarà per l'interior del dissipador i fluirà per sobre d'aquest.

Una vegada han quedat les dues configuracions diferenciades, cal saber les dades que es voldran obtenir per tal d'ajustar el mètode numèric. Aquestes seran les velocitats entrants, és a dir, la velocitat a l'entrada de la canonada, a l'entrada dels canals i a l'entrada del bypass, tot i que si es treballa amb una configuració sense bypass, aquesta última serà zero.

Sabent les velocitats serà molt simple determinar els cabals en cada punt. A més, caldrà determinar les caigudes de pressió originades per haver col·locat un dissipador d'aletes enmig de la canonada.

També caldrà determinar el coeficient de transferència de calor per convecció h (veure nomenclatura en el Capítol 8) i la resistència tèrmica de convecció R_{CV} entre el dissipador i l'ambient.

2.1.1 Configuració sense bypass

Per analitzar el muntatge amb el dissipador d'aletes sense bypass es poden diferenciar varis trams tal i com es mostra en la Figura 2.1.

A l'entrada de la canonada, en el punt (1), es pot veure el perfil d'un flux dirigint-se cap al dissipador. En una configuració sense bypass, per tant, el flux de gasos passarà íntegrament pels canals del dissipador.

Això vol dir que entre el punt (2) i (3) el flux patirà una contracció degut a la reducció de la secció. Un cop els gasos surten del dissipador, en el punt (4), degut a un augment de la secció, existiran unes pèrdues degudes a l'expansió del fluid.

Finalment els gasos sortiran de la canonada (punt (5)).

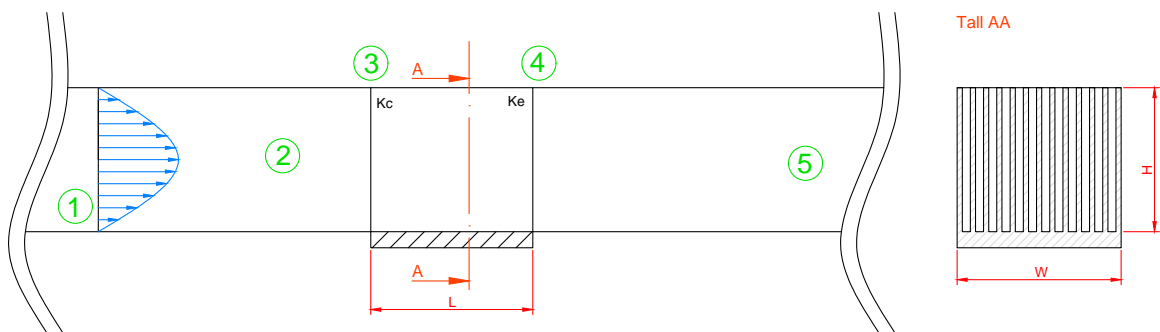


Figura 2.1.: Vista longitudinal del muntatge per passar el fluid a través del dissipador d'aletes sense cap tipus de bypass. Les dades de la secció transversal del dissipador utilitzat és pot veure en la Taula B.1. La secció transversal del dissipador es mostra en el tall AA.

2.1.2 Configuració amb bypass

Per analitzar el muntatge amb el dissipador d'aletes amb bypass es diferenciarien varis trams tal i com es mostra en la Figura 2.2.

En el primer d'aquests, és a dir, a l'entrada de la canonada, en el punt (1), es pot veure el perfil d'un flux d'aire dirigint-se cap al dissipador en una configuració amb bypass, per tant, una part del flux de gasos es derivarà per la zona superior del dissipador.

Degut a la reducció de la secció transversal entre el punt (2) i (3), el flux patirà una contracció. Un cop els gasos surten del dissipador, en el punt (4), degut a un augment de la secció, existiran unes pèrdues degudes a l'expansió del fluid.

Finalment, a la sortida del dissipador (punt (5)) s'hauran generat les mateixes pèrdues de carrega ja que el flux torna a coincidir en el mateix punt hidràulic.

El principal problema que existeix en aquest tipus de configuració és que el rati r entre el cabal del bypass Q_{bt} i el cabal d'entrada Q_{in} és un valor desconegut. Per resoldre aquest problema caldrà resoldre els càlculs hidràulics de manera iterativa tal i com s'explica en l'Annex C.

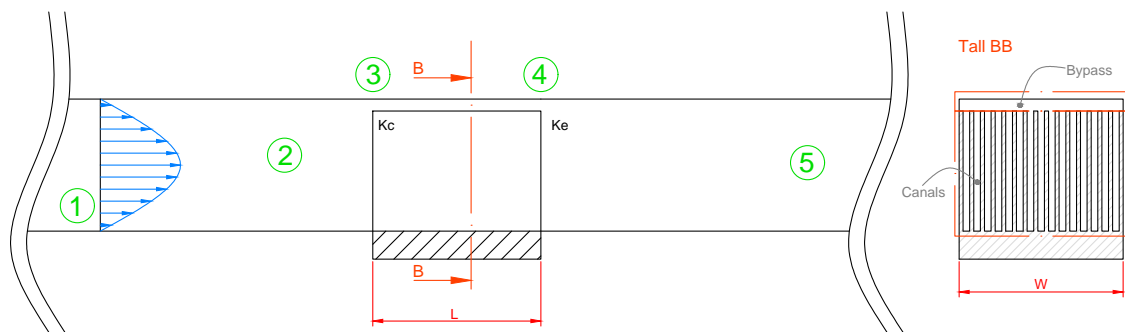


Figura 2.2.: Vista longitudinal del muntatge per passar el fluid a través del dissipador d'ales amb bypass. Les dades de la secció transversal del dissipador utilitzat és pot veure en la Taula C.1. La secció transversal del dissipador es mostra en el tall BB.

2.2 Selecció d'articles

Tal i com es mostra en la Taula 2.1, es poden veure referenciats els articles i llibres cercats per la literatura.

Després de realitzar una cerca bibliogràfica de models analítics per simular el comportament dels dissipadors amb convecció forçada, es dissenyarà una taula de decisions per poder concloure així amb un model aplicable als dissipadors existents en laboratori. D'aquesta manera es trobarà la solució més adient.

Per realitzar la cerca bibliogràfica de diferents llibres de text i articles de recerca s'han utilitzat bases de dades tals com *scopus*, *sciencedirect* amb recursos com el cercador web o la biblioteca de la UdG.

Taula 2.1.: Selecció dels articles més rellevants extrets de la literatura per a poder determinar un model per dissenyar generadors termoelèctrics amb dissipació per convecció forçada.

Ref.	Autors	Títol de l'article/llibre	Editorial	Any publ.
[1]	H. L. Chen, et al.	Analytical analysis and experimental verification of interleaved parallelogram heat sink	Elsevier	2017
[3]	D. Copeland	Optimization of parallel plate heatsinks for forced convection	IEEE	2000
[4]	R. Hossain, et al.	Influence of bypass on flow through plate fin heat sinks	IEEE	2007
[5]	W. Kays i A. London	Compact heat exchangers	McGraw-Hill	1984
[6]	S. Lee	Optimum design and selection of heat sinks	IEEE	1995
[7]	M. Lindstedt i R. Karvinen	Optimization of Plate Fin Arrays with Laminar and Turbulent Forced Convection	IOP Publishing	2012
[8]	C. K. Loh, et al.	Comparative analysis of heat sink pressure drop using different methodologies	IEEE	2004
[9]	B. Munson, et al.	Fundamentals of fluid mechanics	John Wiley & Sons	1995
[11]	D. Shin	Thermal design and evaluation methods for heat sink	Citeseer	1998

Per a poder realitzar aquesta taula de decisions s'haurà de tenir en compte si la referència cercada realitza càlculs hidràulics, és a dir, les pèrdues de càrrega generades en els extrems del dissipador. També caldrà tenir en compte els càlculs tèrmics, és a dir, la transferència de calor. A més, també caldrà tenir en consideració si el model plantejat per l'autor es pot implementar tant per dissipadors amb o sense bypass, és a dir, si existirà una derivació del flux entre el dissipador (bypass) o tot el cabal entrant per la canonada passarà entre les aletes del dissipador (no bypass).

També caldrà indicar en quin tipus de règim es pot implementar, és a dir, en règims on el flux és laminar o turbulent. Tot i això, també es valorarà positivament si el model proposat ha estat validat, ja sigui experimentalment, amb un programa de simulació o amb ambdós mètodes.

Una vegada es tenen els factors més importants destacats en la Taula 2.2, caldrà reproduir cada model basat en equacions analítiques per tal de reproduir les corbes obtingudes experimentalment en [2].

Taula 2.2.: Factors a tenir en compte per poder determinar els models a estudiar.

Referència	Configuració	Règim	Model Hidràulic	Model Tèrmic	Validació
[1]	No Bypass	Laminar	✓	✓	Exp.
[3]	Bypass	Laminar	✓	✓	Exp.
[4]	Ambdós	Laminar	✓	✗	Exp.
[5]	No Bypass	Laminar	✓	✗	Exp. i Sim.
[7]	No Bypass	Ambdós	✓	✓	✗
[9]	No Bypass	Laminar	✓	✗	Exp. i Sim.
[11]	Bypass	Laminar	✓	✓	Sim.

Un cop aquests models estiguin simulats, es decidirà implementar aquell amb una diferència percentual mitjana respecte a l'experiment inferior tal i com es defineix en el Capítol 3.

2.3 Procés de càlcul

Per realitzar el càlcul hidràulic i tèrmic, s'haurà de tenir en compte que les dades conegudes són el cabal Q_{in} i la temperatura dels gasos d'entrada T_{GAS} , les dimensions geomètriques i les propietats físiques tals com les conductivitats, viscositats o calors específics.

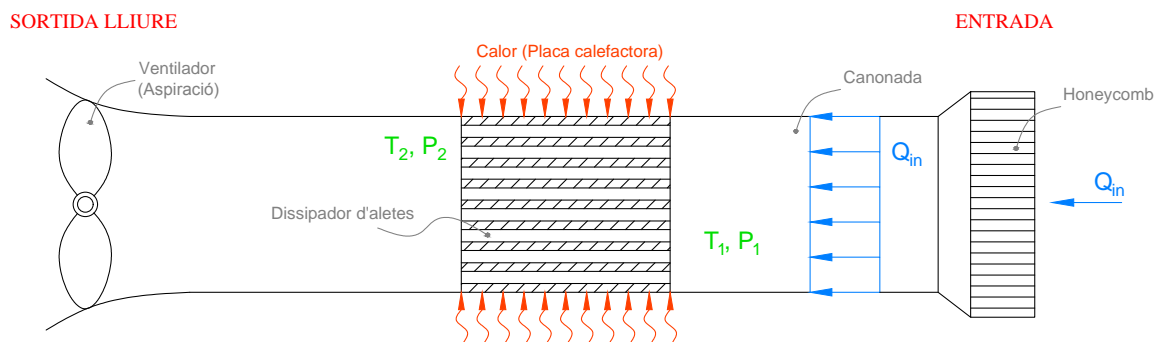


Figura 2.3.: Esquematzació dels experiments realitzats.

Quan es realitzi el càlcul hidràulic, caldrà tenir en compte si es tracta d'un dissipador amb una configuració en bypass o sense aquest per tal d'obtenir el cabal de gasos que circulen per entremig de les aletes Q_{ch} i pel bypass Q_{bt} (en el cas d'existir). A més, també s'haurà de determinar la caiguda de pressió deguda a aquest dissipador d'aletes.

En quant al càlcul tèrmic, caldrà obtenir la resistència tèrmica de convecció i així mateix, el coeficient de transferència de calor per convecció.

2.3.1 Model hidràulic

En el prelude del càlcul hidràulic caldrà diferenciar si s'està treballant amb una configuració en bypass o sense. Coneixent aquesta configuració es determinaran un seguit d'equacions i hipòtesi tal i com es podrà veure reflectit en els Annexos B i C.

Com es pot veure en les Figures 2.1 i 2.2, sempre es podrà determinar la caiguda de pressió total en el dissipador d'aletes com la suma de les pèrdues a l'entrada degut a la contracció del fluid $\Delta p_{2,3}$, en el bypass o aletes $\Delta p_{3,4}$ i a la sortida degut a l'expansió del fluid $\Delta p_{4,5}$ per la variació de la secció transversal.

Per tant, es podrà expressar la caiguda de pressió total en el dissipador com es mostra en l'Eq. 2.1.

$$\Delta p_{hs} = \Delta p_{2,3} + \Delta p_{3,4} + \Delta p_{4,5} \quad (2.1)$$

Tal i com s'ha expressat, el principal objectiu del càlcul hidràulic és determinar el cabal de gasos que circulen per les aletes Q_{ch} i pel bypass Q_{bt} , sempre satisfent l'equació de continuïtat que es mostra a continuació,

$$Q_{in} = Q_{ch} + Q_{bt} \quad (2.2)$$

on Q_{in} és el cabal d'entrada dels gasos expressat en $[m^3/s]$, i per tant, una dada coneguda.

Una altra condició indispensable a complir és que la caiguda de pressió total generada al pas del dissipador d'aletes (*heatsink*) Δp_{hs} haurà de ser la mateixa que la caiguda de pressió total generada en la zona lliure d'aletes o bypass (*bypass top*) Δp_{bt} ja que aquests punts es trobaran hidràulicament en paral·lel.

$$\Delta p_{bt} = \Delta p_{hs} \quad (2.3)$$

Si es defineix r com la relació entre el cabal que circula pel bypass i el cabal d'entrada, aquest prendrà un valor tal i com es mostra a l'Eq. 2.4.

$$Q_{bt} = r Q_{in} \quad (2.4)$$

$$Q_{ch} = (1 - r) Q_{in}$$

A l'hora de realitzar el càlcul en el cas del bypass no es coneixerà el rati r de cabal que circularà pel bypass. D'aquesta manera, caldrà realitzar un càlcul iteratiu de tot el model hidràulic aplicant el mètode de Newton-Raphson fins que aquest valor r convergeixi a una solució fent que es satisfaci l'Eq. 2.4 amb la condició de l'Eq. 2.3.

Els valors de les caigudes de pressió generades al pas del dissipador i del bypass es calculen tal i com es mostra en els apartats B.7 i C.4.

2.3.2 Model tèrmic

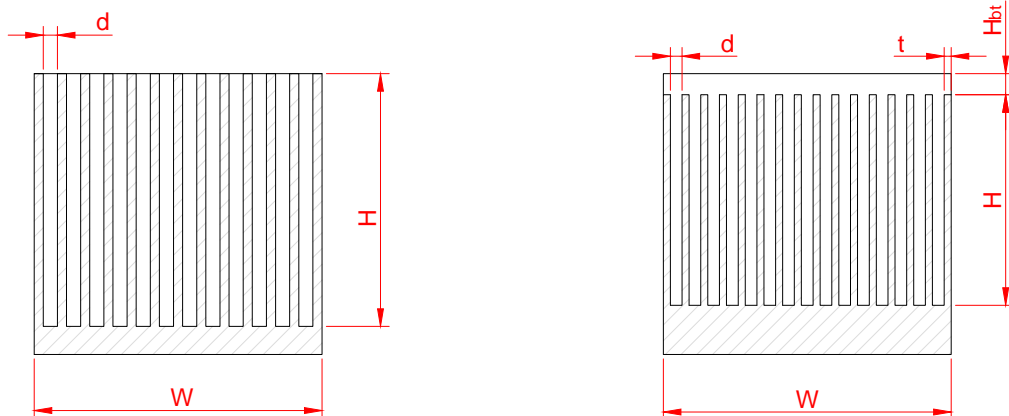
L'objectiu principal de realitzar els càlculs per al model tèrmic és calcular la resistència tèrmica per convecció R_{CV} entre els diferents dissipadors d'aletes i l'ambient. Així mateix, si es coneix aquesta resistència, es podrà determinar el coeficient de transferència de calor per convecció h entre el dissipador i l'ambient.

A l'hora de calcular h o R_{CV} , caldrà tenir en compte que les àrees de transferència de calor (Figura 2.4) es distribueixen de manera diferent degut a que el model amb una configuració amb bypass tindrà més superfícies lliures respecte al model sense bypass. Aquest fet es degut a que en el model sense bypass les aletes estaran en contacte directe amb la canonada i, per tant, no podran dissipar el calor com les aletes del dissipador amb bypass.

També és important destacar que no s'han tingut en compte les àrees frontals i posteriors dels dissipadors d'aletes per extreure el calor.

L'àrea de transferència de calor en un dissipador amb bypass A_t es podrà determinar com:

$$A_t = L [(N - 1) (2H + d) + N t] \quad (2.5)$$



(a) Secció del dissipador tèrmic utilitzat en la configuració sense bypass.

(b) Secció del dissipador tèrmic utilitzat en la configuració amb bypass.

Figura 2.4.: Seccions dels dissipadors tèrmics en configuracions sense i amb bypass per veure les superfícies lliures que transmetran el flux de calor.

on N és el número d'aletes, H és l'alçada de les aletes, d és l'amplada dels canals, t és el gruix de les aletes i L és la longitud del dissipador tèrmic.

D'altra banda, l'àrea de transferència de calor d'un dissipador sense bypass $A_{t,bt}$ es determinarà com:

$$A_{t,bt} = L [(N - 1) (2 H + d)] \tag{2.6}$$

on N és el número d'aletes, H és l'alçada de les aletes, d és l'amplada dels canals i L és la longitud del dissipador tèrmic.

Solució a implementar

3.1 Introducció

Una vegada ha quedat implementat cada model mostrat en la Taula 2.2, es seleccionarà un model tenint en compte principalment la diferència percentual entre els resultats calculats amb els models basats en equacions analítiques de la literatura i els obtinguts experimentalment.

Aquesta diferència percentual la definirem com la diferència entre els dos valors respecte el resultat experimental, i expressada en tant per cent.

$$e (\%) = \frac{|X_t - X_e|}{X_e} 100 \quad (3.1)$$

on X_t és el resultat teòric i X_e és el valor obtingut experimentalment.

Havent definit aquesta diferència com el criteri principal per seleccionar un model, s'estudiaran els resultats obtinguts en cada configuració.

3.2 Configuració sense bypass

En la Taula 3.1 es veu quantificada la mitjana de la diferència dels resultats obtinguts amb cada model respecte les dades experimentals en una configuració sense bypass tal i com s'especifica en l'Eq. 3.1. El procediment per realitzar els càlculs es pot trobar en l'Annex B.

Per veure la tendència real dels models, es reescriurà l'Eq. 3.1 de forma que es puguin captar les diferències percentuals negatives dels models respecte les dades experimentals. Això es podrà dur a terme tal i com es mostra en l'Eq. 3.2.

$$e (\%) = \frac{X_t - X_e}{X_e} 100 \quad (3.2)$$

Taula 3.1.: Mitjana de la diferència percentual e de cada model respecte els resultats experimentals. Configuració sense bypass.

Referència	Model Hidràulic	\bar{e} (%)	Model Tèrmic	\bar{e} (%)
[1]	✓	27.4	✓	13.2
[3]	✓	69.2	✓	51.5
[4]	✓	40.9	✗	✗
[7]	✓	7.2	✓	5.1
[5]	✓	22.6	✗	✗
[9]	✓	—	✗	✗

Havent calculat la diferència percentual tal i com es mostra en l'Eq. 3.2, es representaran aquestes variacions (Figures 3.1, 3.2 i 3.3) per tal d'identificar la tendència dels models.

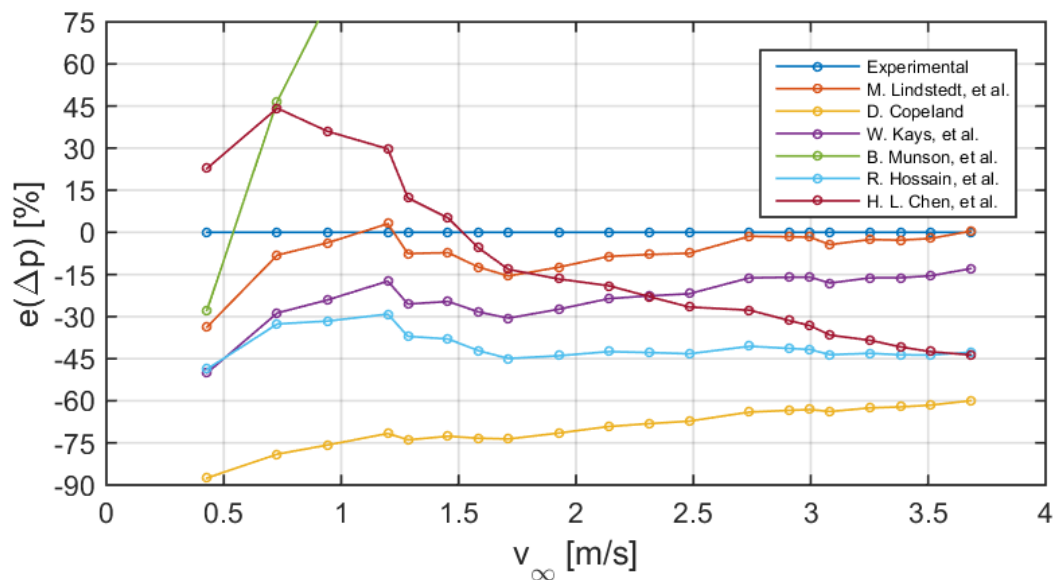


Figura 3.1.: Diferència percentual e de les pèrdues de càrrega en una configuració sense bypass. Aquesta diferència és obtinguda amb els valors dels resultats experimentals i els obtinguts teòricament amb els models basats en equacions analítiques.

Tal i com es mostra en la Figura 3.1, el model amb una diferència percentual més baixa respecte els resultats experimentals ha estat el model presentat per M. Lindstedt, et al. en [7].

A continuació, en la Figura 3.2, es mostrarà una comparació de les diferències percentuals de la resistència tèrmica de convecció.

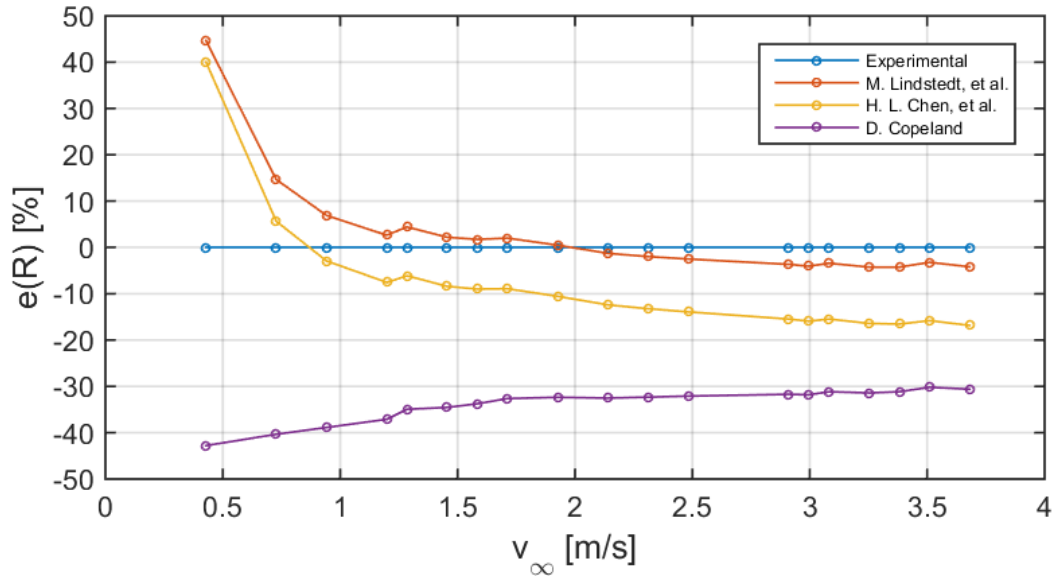


Figura 3.2.: Diferència percentual e de la resistència tèrmica de convecció en una configuració sense bypass. Aquesta diferència és obtinguda amb els valors dels resultats experimentals i els obtinguts teòricament amb els models basats en equacions analítiques.

Seguidament, en la Figura 3.3, es mostrarà una comparació de les diferències percentuals del coeficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador i l'ambient.

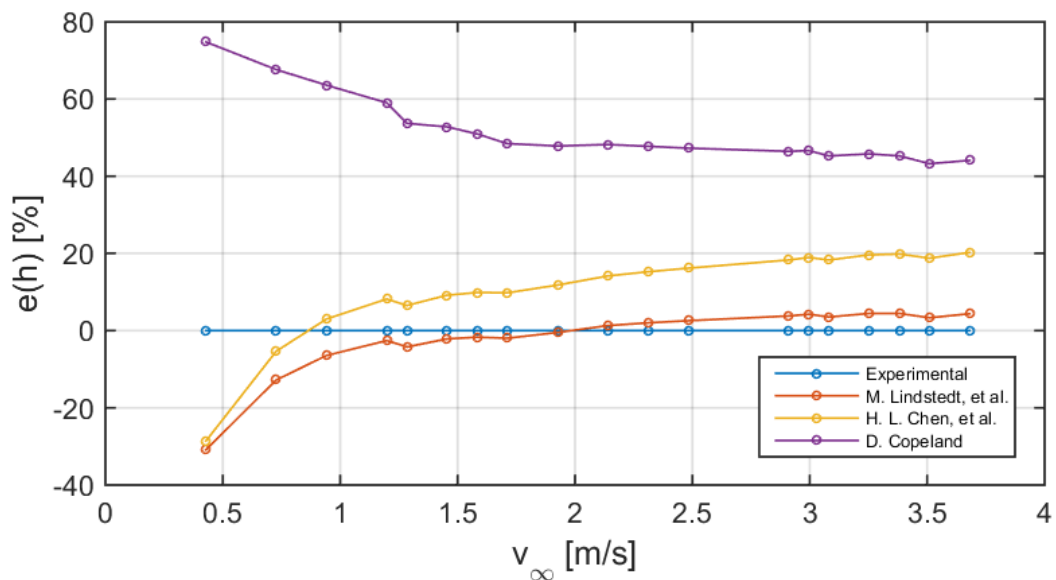


Figura 3.3.: Diferència percentual e del coeficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador i l'ambient en una configuració sense bypass. Aquesta diferència és obtinguda amb els valors dels resultats experimentals i els obtinguts teòricament amb els models basats en equacions analítiques.

En la Figura 3.2 es pot veure que en els primers punts existeix una gran diferència. Això és degut a que tota la formulació implementada correspon a casos on la convecció es forçada, i, amb velocitats tan baixes s'està treballant amb una convecció natural del calor.

Tal com s'ha comentat anteriorment i es pot veure en la Figura 3.3, les diferències en els primers punts són degudes a les baixes velocitats en l'entrada del dissipador fent que la convecció sigui natural i no forçada com es suposava.

D'aquesta manera, el model seleccionat per dur a terme la implementació del model tèrmic serà el presentat per M. Lindstedt i R. Karvinen en [7]. El desenvolupament d'aquest model es podrà trobar en l'apartat B.7.

3.3 Configuració amb bypass

En la Taula 3.2 es veu quantificada la mitjana de la diferència dels resultats obtinguts respecte les dades experimentals en una configuració amb bypass tal ic s'expressa en l'Eq. 3.1. El procediment per realitzar els càlculs es pot trobar en l'Annex C.

Taula 3.2.: Mitjana de la diferència percentual e de cada model respecte els resultats experimentals. Configuració amb bypass.

Referència	Model Hidràulic	\bar{e} (%)	Model Tèrmic	\bar{e} (%)
[1]-1	✓	18.2	✓	8.1
[1]-2	✓	20.8	✓	8.1
[4]	✓	24.4	✗	✗
[7]	✓	6.0	✓	10.9

Es destacable que, tot i que el model presentat per H. L. Chen, et al. en [1] no tingui disponible una solució pel càlcul hidràulic en una configuració amb bypass, s'ha pogut ajustar aquest per la nova configuració. S'han realitzat dues aproximacions diferents tal i com es veu en la Taula 3.2.

De la mateixa manera que en la configuració sense bypass, per veure la tendència real dels models amb bypass, es representarà la diferència per cada valor seguint l'Eq. 3.2.

Aquestes gràfiques amb les diferències percentuals respecte les dades experimentals es poden trobar en les Figures 3.4, 3.5 i 3.6.

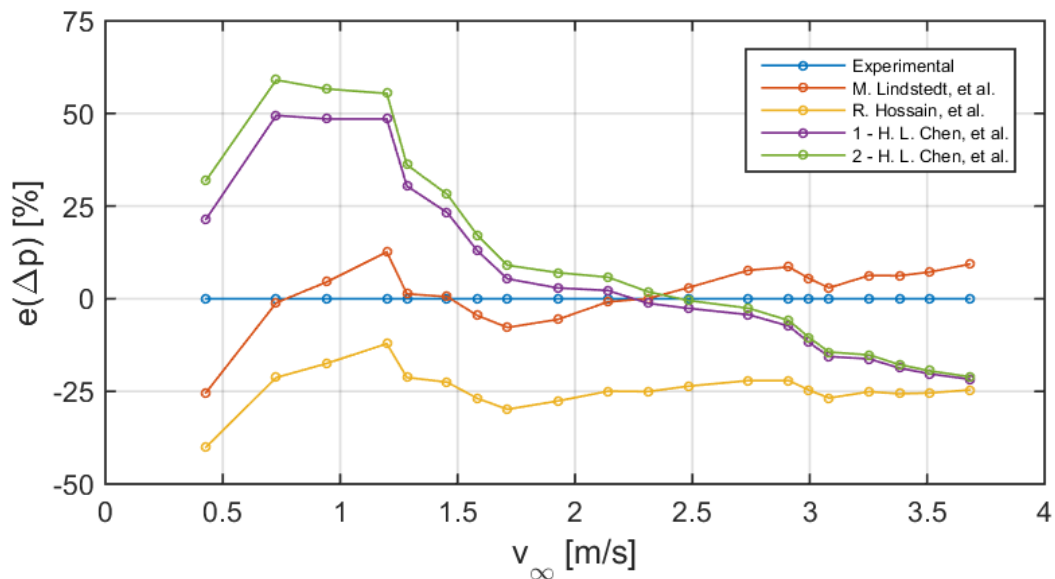


Figura 3.4.: Diferència percentual e de les pèrdues de càrrega en una configuració amb bypass. Aquesta diferència és obtinguda amb els valors dels resultats experimentals i els obtinguts teòricament amb els models basats en equacions analítiques.

En aquesta primera Figura 3.4 es pot apreciar com el model amb una diferència percentual més baixa és aquell presentat per M. Lindstedt, et al. Aquest fet és destacable ja que l'autor va presentar una solució única per una configuració sense bypass. Per tant, ha sigut en el present projecte on s'ha desenvolupat aquesta solució per una configuració amb bypass tal i com es mostra en l'apartat C.4.

En la següent Figura 3.5, es pot veure la diferència percentual dels valors de la resistència tèrmica de convecció. De igual manera que en els casos amb una configuració sense bypass, existeix una variabilitat important en els primers punts. Aquestes discrepàncies són degudes a que la formulació implementada correspon a casos on la convecció és forçada, i, amb velocitats baixes, en realitat es treballa amb una convecció natural del calor.

En la Figura 3.6 s'aprecia la diferència percentual del coeficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador i l'ambient. Tal i com s'ha comentat anteriorment, les diferències en els primers punts són degudes a la suposició de que la convecció del calor és forçada quan en realitat, per velocitats baixes, és natural.

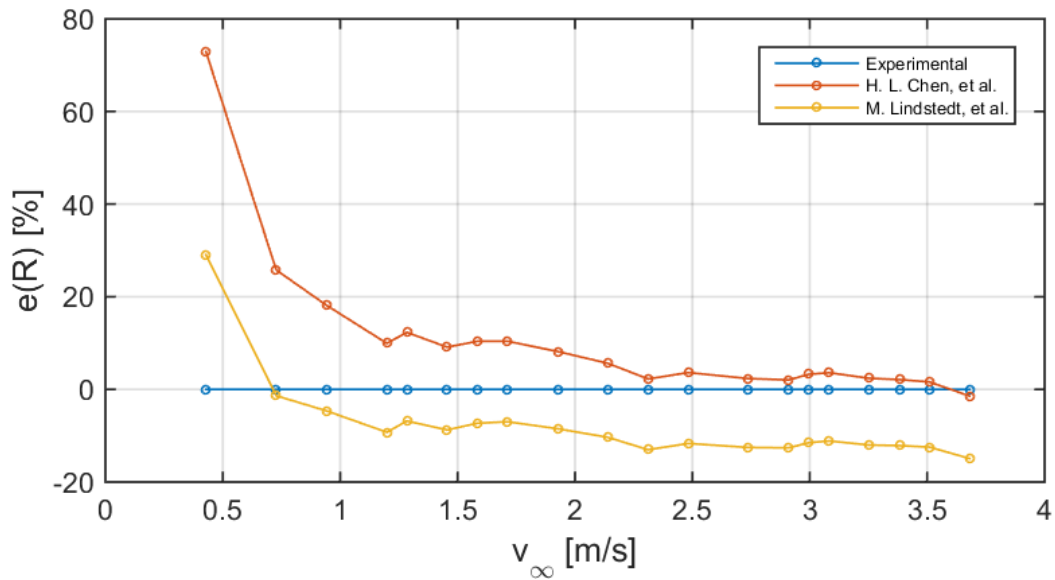


Figura 3.5.: Diferència percentual e de la resistència tèrmica de convecció en una configuració amb bypass. Aquesta diferència és obtinguda amb els valors dels resultats experimentals i els obtinguts teòricament amb els models basats en equacions analítiques.

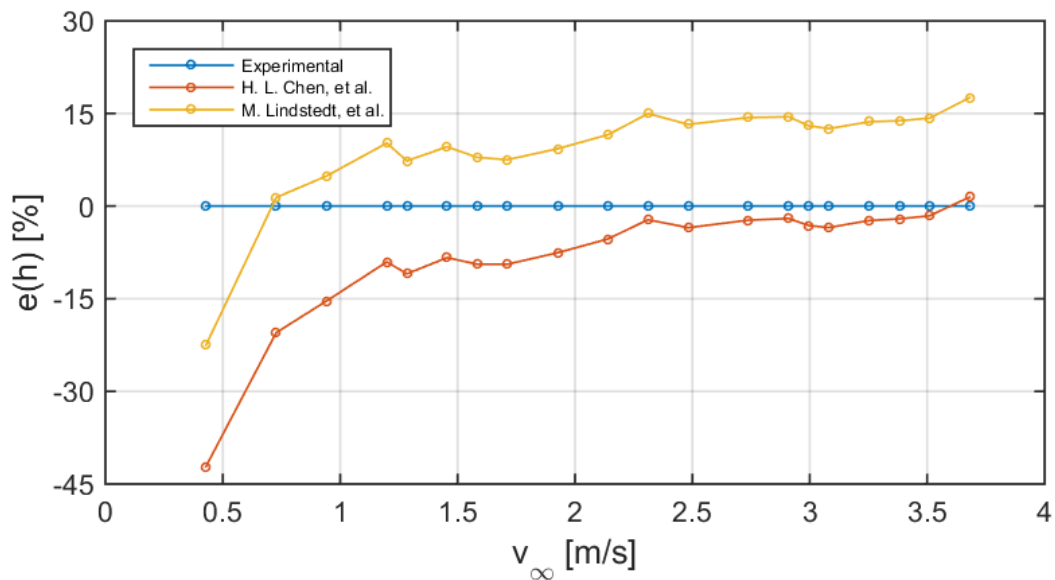


Figura 3.6.: Diferència percentual e del coeficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador i l'ambient en una configuració sense bypass. Aquesta diferència és obtinguda amb els valors dels resultats experimentals i els obtinguts teòricament amb els models basats en equacions analítiques.

Després de quantificar les diferències percentuals de les dades a valorar pels clients, es decideix implementar, tant pel model hidràulic com pel model tèrmic, la solució presentada per M. Lindstedt i R. Karvinen en [7] amb les modificacions pertinents per treballar amb una configuració amb bypass. El desenvolupament d'aquesta solució es podrà trobar detalladament en l'apartat C.4.

Implementació en un entorn gràfic

4.1 Introducció

Un cop es tenen seleccionats els models numèrics que s'implementaran en una eina gràfica. S'escollirà una en la qual un ús senzill sigui determinant per al posterior treball. És així que s'optarà per implementar aquests models en el programari *Microsoft Excel*.

Només a l'obrir aquesta interfície de treball es pot trobar un seguit de celes on es podrà modificar la geometria del dissipador a estudiar i, a més, veure gràficament com és aquesta tal i com es veu en la Figura 4.1.

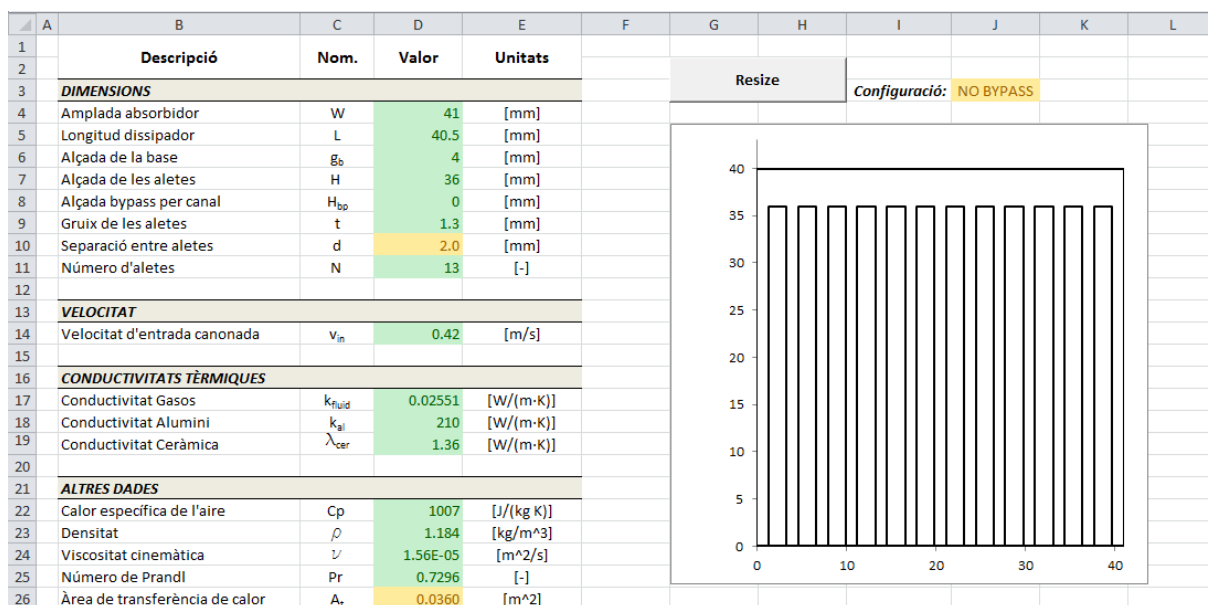


Figura 4.1.: Full de càlcul vist per l'usuari.

Tal i com es veu en la Figura 4.1, l'usuari haurà de modificar el valor de les dimensions si vol canviar de geometria del dissipador d'aletes planes. Cal dir que només haurà de variar aquelles cel·les que estiguin ressaltades de color verd ja que les que ho estan de color groc no es podran modificar degut a que serà un resultat dependent d'altres dades.

A més, si l'usuari vol veure representat el seu dissipador d'aletes planes estudiat, només caldrà mirar la gràfica que es mostra a la dreta en la Figura 4.1, i, en el cas de que el rati entre l'alçada i la longitud sigui diferent al predeterminat només caldrà premer el botó *Resize* per visualitzar completament el dissipador.

Seguidament, l'usuari podrà variar les conductivitats tèrmiques dels materials disponibles, en el cas predeterminat es treballarà amb alumini pel dissipador.

A continuació també es podrà modificar dades tals com la calor específica dels gasos a l'entrada c_p , la densitat dels gasos a l'entrada de la canonada ρ , la viscositat cinemàtica ν o el nombre de Prandtl Pr ja que aquest últim es considerarà constant per a qualsevol valor de la velocitat d'entrada.

L'usuari haurà d'introduir el valor de la velocitat dels gasos a l'entrada de la canonada v_{in} per poder realitzar el càlcul hidràulic i tèrmic.

Per últim, només caldrà veure la part de *Resultats* on es mostraran els resultats interessants per al client, és a dir, les velocitats i cabals d'entrada a la canonada, el bypass i els canals, la caiguda de pressió, la resistència tèrmica de convecció i el coeficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador i l'ambient. Aquests resultats es poden veure en la Figura 4.2 a partir de les dades d'entrada de la Figura 4.1.

32				
33			Refresh	
34	RESULTATS			
35	DESCRIPCIÓ	NOM.	VALOR	UNITATS
36	Velocitat entrada canonada	v_{in}	0.4280	[m/s]
37	Velocitat entrada canal	v_{ch}	0.8293	[m/s]
38	Velocitat entrada bypass	v_{bt}	0.0000	[m/s]
39	Cabal entrada canonada	Q_{in}	0.7195	$\times 10^{-3}$ [m ³ /s]
40	Cabal entrada canal	Q_{ch}	0.7195	$\times 10^{-3}$ [m ³ /s]
41	Cabal entrada bypass	Q_{bt}	0.0000	$\times 10^{-3}$ [m ³ /s]
42	Caiguda de pressió	ΔP	2.54	[Pa]
43	Resistència tèrmica de convecció	R_{cv}	1.27	[K/W]
44	Coeficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador i l'ambient	h	21.89	[W/m ² ·K]

Figura 4.2.: Resultats obtinguts pel client després d'introduir les dades d'entrada.

Cal destacar el botó que es veu en la Figura 4.2 on es llegeix *Refresh*. Aquest botó serà necessari en el cas d'estar treballant amb una configuració amb bypass ja que el primer resultat obtingut serà el primer valor de la iteració esmentada en l'apartat 2.3.1. Per tant, no estarà retornant els valors adequats. És per això que al prémer el botó es realitzaran les iteracions pertinents fins a què el rati dels cabals r convergeixi. Una vegada aquest valor ha convergit es retornaran els resultats esperats. Per dur a terme aquest procediment s'ha seguit l'explicació esmentada en l'apartat 4.3.

Un altre fet a destacar de la Figura 4.2 són les cel·les ressaltades de color vermell en la velocitat en el bypass v_{bt} i en el cabal del bypass Q_{bt} . Això es deu a que en el cas de treballar amb una configuració sense bypass, tal i com ho és en el cas de la Figura 4.2, no existirà cap tipus de cabal derivat i per tant cap velocitat. És per aquest el motiu pel qual es decideix destacar la inexistència de flux amb aquest color vermell.

Tot seguit es mostrarà el procediment que s'ha dut a terme per a realitzar una correcta implementació dels models numèrics escollits en els apartats B.7 i C.4.

4.2 Implementació del model sense bypass

La implementació d'aquest model sense bypass ha estat d'una dificultat baixa degut a que el rati r era un valor conegut en tot moment. D'aquesta manera no ha calgut realitzar el mètode de Newton-Raphson per trobar la solució del sistema tal i com s'esmentava en l'apartat 2.3.1.

D'aquesta manera, només s'ha seguit el procediment de càlcul indicat en l'apartat B.7.

4.3 Implementació del model amb bypass

Per tal d'implementar el model amb bypass numèricament ha estat d'una dificultat complexa ja que el rati r que ens expressa Q_{bt} respecte Q_{in} és un valor variant per qualsevol valor de la velocitat d'entrada v_{∞} . És per això que ha calgut aplicar el mètode de Newton-Raphson per trobar un valor de r que convergís en un valor per tal de que es complís la condició de que la caiguda de pressió en el bypass havia de ser la mateixa que en el dissipador.

Per trobar aquest valor r amb *Microsoft Excel* ha calgut trobar les arrels de l'Eq. 2.3. Per fer-ho amb aquest software, tal i com es mostra en la Figura 4.3 és necessari anar a la barra de menú *Datos*, i dins de *Herramientas de datos* seleccionar l'opció *Análisi Y si*. A continuació es mostrarà un desplegable on es seleccionarà l'opció *Buscar objetivo...*

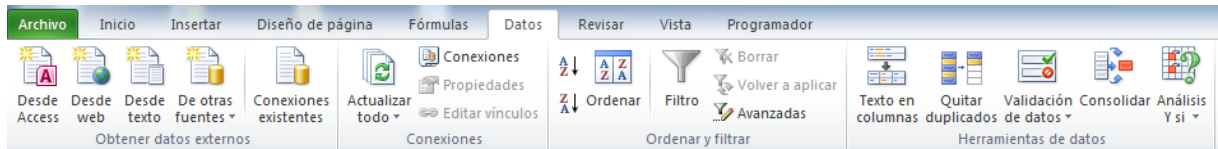


Figura 4.3.: Selecció de la barra de menú *Datos* en *Microsoft Excel*.

En aquest moment apareix una finestra tal i com es mostra en la Figura 4.4. Per continuar és necessari definir la cel·la on s'està aplicant la condició de l'Eq. 2.3. Aquesta cel·la sempre hauria de ser un valor proper a zero, per tant, es definirà amb valor igual a 0 per modificar la cel·la on tenim definit el rati r .

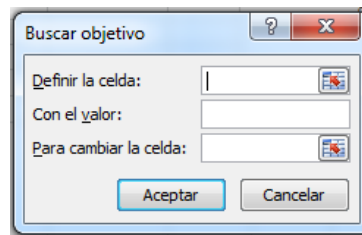


Figura 4.4.: Finestra emergent resultant de seleccionar l'opció *Buscar objetivo...* en l'anàlisi anomenat *Análisi Y si*.

Seguidament caldrà escriure les equacions mostrades en l'apartat C.4 per determinar els valors desitjats pel client, tals com Δp , h i R_{CV} .

Conclusions i futur treball

5.1 Conclusions

En la realització d'aquest estudi s'han assolit els objectius o requeriments principals establerts pels clients.

Amb els documents d'aquest present projecte queden suficientment definits tots i cadascun dels menesters del client. A més, també ha quedat definit el procediment i el mode de fer un bon ús del full de càlcul.

Després de l'estudi realitzat per la literatura, cal destacar la precisió amb la que s'han ajustat els models hidràulics i tèrmics obtenint un error mitjà inferior al 8% i 11%, respectivament, respecte els resultats experimentals.

5.2 Futur treball

Com a futur treball respecte aquest estudi, és molt destacable la facilitat restant per poder implementar aquesta solució en un software comercial tal com el *GT-Suite* a través d'una subrutina en llenguatge de programació *Fortran*.

Amb la definició del full de càlcul es podrà realitzar el mateix estudi amb una varietat més diversa de dissipadors tèrmics. D'aquesta manera es podrà realitzar un anàlisi de sensibilitat dels models implementats respecte la geometria dels dissipadors o les propietats del fluid d'entrada.

Relació de documents

A continuació hi ha citat un llistat en ordre descendent dels documents que formen el present projecte.

- Document 1. Memòria i Annexos

 - Annex A. Experiment

 - Annex B. Models amb una configuració sense bypass

 - Annex C. Models amb una configuració amb bypass

 - Annex D. Manual d'usuari

- Document 2. Pressupost

 - Annex A. Annex al pressupost

Bibliografia

- [1] Hong-Long Chen i Chi-Chuan Wang. „Analytical analysis and experimental verification of interleaved parallelogram heat sink“. A: *Applied Thermal Engineering* 112 (2017), pàg. 739 - 749 (v. les pàg. 17, 18, 23, 25, 61, 63, 65, 66, 79, 83 - 85, 96).
- [2] Martí Roca Coldecarrera. „Obtenció dels punts de disseny d'un generador termoelèctric amb diferents dissipadors en convecció forçada“. A: *Escola Politècnica Superior, UdG, Girona* (2018) (v. les pàg. 17, 39).
- [3] David Copeland. „Optimization of parallel plate heatsinks for forced convection“. A: *Sixteenth Annual IEEE Semiconductor Thermal Measurement and Management Symposium (Cat. No. 00CH37068)*. IEEE. 2000, pàg. 266 - 272 (v. les pàg. 17, 18, 23, 49, 51 - 53).
- [4] Rakib Hossain, J Richard Culham i M Michael Yovanovich. „Influence of bypass on flow through plate fin heat sinks“. A: *Twenty-Third Annual IEEE Semiconductor Thermal Measurement and Management Symposium*. IEEE. 2007, pàg. 220 - 227 (v. les pàg. 17, 18, 23, 25, 59, 60, 75, 78).
- [5] William Morrow Kays i Alexander Louis London. „Compact heat exchangers“. A: (1984) (v. les pàg. 17, 18, 23, 54, 56, 57, 61, 62, 81, 82).
- [6] Seri Lee. „Optimum design and selection of heat sinks“. A: *IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology: Part A* 18.4 (1995), pàg. 812 - 817 (v. la pàg. 17).
- [7] M Lindstedt i R Karvinen. „Optimization of Plate Fin Arrays with Laminar and Turbulent Forced Convection“. A: *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 395. 1. IOP Publishing. 2012, pàg. 012059 (v. les pàg. 17, 18, 23, 25, 28, 69, 71 - 73, 87, 94 - 96).
- [8] CK Loh i DJ Chou. „Comparative analysis of heat sink pressure drop using different methodologies“. A: *Twentieth Annual IEEE Semiconductor Thermal Measurement and Management Symposium (IEEE Cat. No. 04CH37545)*. IEEE. 2004, pàg. 148 - 153 (v. les pàg. 17, 54, 56 - 58).

- [9] Bruce R Munson, Donald F Young i Theodore H Okiishi. „Fundamentals of fluid mechanics“. A: *Oceanographic Literature Review* 10.42 (1995), pàg. 831 (v. les pàg. 17, 18, 23, 57, 58).
- [10] Ramesh K Shah i Alexander Louis London. *Laminar flow forced convection in ducts: a source book for compact heat exchanger analytical data*. Academic press, 2014 (v. les pàg. 50, 68, 92).
- [11] Donglyoul Shin. „Thermal design and evaluation methods for heat sink“. A: *E-CIM Team, Copernte Technical Operations* (1998) (v. les pàg. 17, 18).

Nomenclatura

Nom.	Descripció	Unitats
A_t	Àrea de transferència de calor en models sense bypass	[m ²]
$A_{t,bp}$	Àrea de transferència de calor en models amb bypass	[m ²]
A_m	Àrea mullada	[m ²]
d	Amplada del canal	[m]
D_h	Diàmetre hidràulic del canal	[m]
$D_{h,bt}$	Diàmetre hidràulic del bypass	[m]
e	Diferència percentual	[%]
f	Coefficient de fricció	[-]
f_{app}	Coefficient de fricció aparent	[-]
f_{fd}	Coefficient de fricció en el tram desenvolupat	[-]
g_b	Gruix de la base del dissipador	[m]
h	Coefficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador d'aletes i l'ambient	[W / (K m ²)]
H	Alçada de l'aleta	[m]
H_{bt}	Alçada del bypass	[m]
K_c	Coefficient de contracció	[-]
$K_{c,bt}$	Coefficient de contracció en el bypass	[-]
K_e	Coefficient d'expansió	[-]
$K_{e,bt}$	Coefficient d'expansió en el bypass	[-]
L	Longitud del dissipador d'aletes	[m]
L^+	Longitud adimensional del flux	[-]
L^*	Longitud adimensional del flux	[-]
n	Número de canals	[-]
N	Número d'aletes	[-]
P_m	Perímetre mullat	[m]
Pr	Número de Prandtl	[-]
Q_{in}	Cabal d'entrada en la canonada	[m ³ /s]
Q_{ch}	Cabal en els canals	[m ³ /s]
Q_{bt}	Cabal en el bypass	[m ³ /s]
r	Ratio entre els cabals	[-]

Re	Nombre de Reynolds	[—]
Re_{bt}	Nombre de Reynolds en el bypass	[—]
R_{CV}	Resistència tèrmica de convecció	[K/W]
t	Gruix de l'aleta	[m]
T_{GAS}	Temperatura dels gasos d'entrada	[K]
v_{ch}	Velocitat del fluid a través del canal	[m/s]
v_{∞}	Velocitat del fluid en l'entrada en la canonada	[m/s]
v_{bt}	Velocitat del fluid en el bypass	[m/s]
X_e	Resultat obtingut experimentalment	[—]
X_t	Resultat obtingut teòricament	[—]
W	Amplada del dissipador	[m]

Greek letter

α	Factor geomètric	[—]
β	Coefficient corrector	[—]
λ	Coefficient de pèrdues de càrrega primàries	[—]
ρ	Densitat del fluid	[kg/m ³]
$\Delta p_{2,3}$	Caiguda de pressió deguda a la contracció	[Pa]
$\Delta p_{3,4}$	Caiguda de pressió en les aletes del dissipador	[Pa]
$\Delta p_{4,5}$	Caiguda de pressió deguda a l'expansió	[Pa]
Δp_c	Caiguda de pressió deguda a la contracció	[Pa]
Δp_{dev}	Caiguda de pressió a l'entrada del dissipador	[Pa]
Δp_{fd}	Caiguda de pressió en el tram desenvolupat del dissipador	[Pa]
Δp_e	Caiguda de pressió deguda a l'expansió	[Pa]
Δp_{hs}	Caiguda de pressió en el dissipador	[Pa]
Δp_{bt}	Caiguda de pressió deguda al bypass superior	[Pa]
σ	Ratio d'àrea lliure en el canal	[—]
μ	Viscositat dinàmica del fluid d'entrada	[Pa s]
ν	Viscositat cinemàtica del fluid d'entrada	[m ² /s]

Experiment

A.1 Introducció

Al juny de 2018, el grup de recerca GREFEMA va realitzar una sèrie d'experiment a l'Escola Politècnica Superior de Girona amb el fi d'obtenir els punts de disseny d'un generador termoelèctric amb diferents dissipadors en convecció forçada [2]. Per tal de dur a terme aquests experiments es varen utilitzar dues geometries diferents.

A.2 Aparells utilitzats

Per la realització dels experiments es varen necessitar un llistat d'aparells i sensors per tal de generar les condicions òptimes per enregistrar les dades correctament.

Taula A.1.: Aparells utilitzats en l'assaig experimental en [2].

Component	Fabricant	Descripció d'ús
Ventilador	HELLA MARINE	Generar el flux d'aire
Placa ceràmica	MACOR	Coneixement de propietats tèrmiques
Placa calefactora	JP SELECTA	Proporcionar calor al mòdul TEM
Regulador electrònic	JP SELECTA	Control de la placa calefactora
Sensor de temperatura	JP SELECTA	Mesurar la temperatura de la placa calefactora
Sensor de pressió	SENSIRION	Mesurar la diferència de pressió del flux d'aire al pas del dissipador
Aparell d'adquisició	SENSIRION	Monitoritzar a l'ordinador el registre de lectures de pressió
Sensor de velocitat	VELOPORT 20	Mesurar les diferents velocitats de l'aire de sortida

A més dels aparells i sensors utilitzats, també va ser necessari el dissipador de calor per poder facilitar així la pèrdua del calor a través dels gasos calents cap a l'exterior. D'aquesta manera, es va mantenir una diferència de temperatura entre la cara freda i la cara calenta del TEM.

En el muntatge mostrat en la Figura A.1 es pot veure el funcionament de l'experiment. També existeix una esquematització del muntatge per aclarir el funcionament en la Figura 2.3.

Per la realització d'aquest es col·locà un ventilador a la sortida que extragués l'aire del conducte. Degut a aquest fet, l'aire entrarà per l'extrem oposat per una geometria de tipus *honeycomb* homogeneïtzant el flux d'aire per la canonada.

Paral·lelament, la placa calefactora estarà escalfant la cara calenta del mòdul TEM.

En tot moment es té registre de la temperatura existent en el dissipador i del valor de la pressió a la sortida del mateix gràcies als sensors de temperatura i pressió.

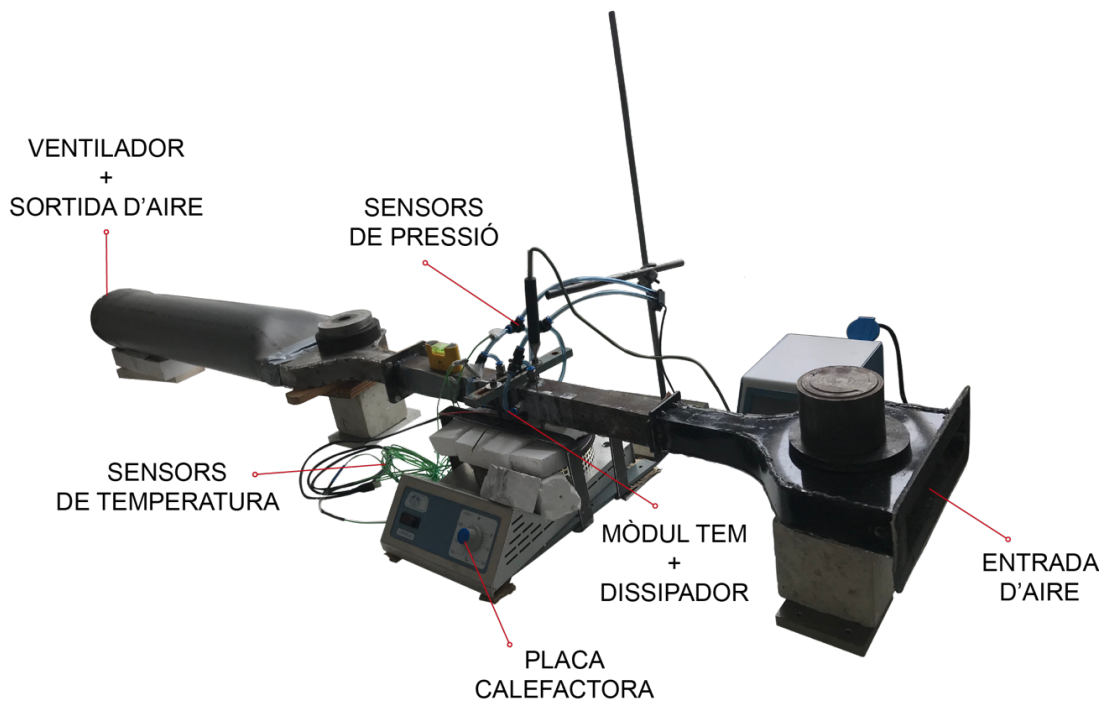
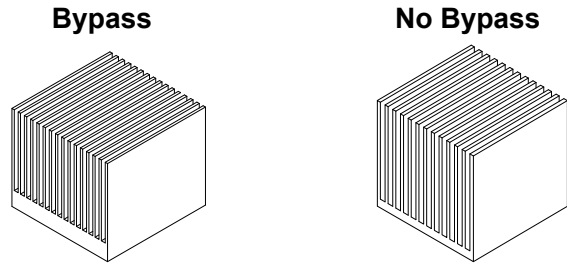


Figura A.1.: Muntatge utilitzat en el laboratori per la realització dels diversos assajos.

A.2.1 Geometries dels dissipadors

En els experiments realitzats es varen utilitzar dues geometries tal i com es mostra en la Taula A.2.

Taula A.2.: Geometries dels dissipadors d'aletes utilitzats durant la realització dels experiments en el laboratori de Lubricants i Combustibles.



Descripció	Nom.	Valor	Unitats	Valor	Unitats
Longitud de la base	W	41.0	mm	41.0	mm
Longitud del dissipador	L	42.0	mm	40.5	mm
Alçada de l'aleta	H	30.0	mm	36.0	mm
Amplitud canal	d	1.7	mm	2.0	mm
Gruix de l'aleta	t	1.0	mm	1.3	mm
Gruix de la base	g	7.0	mm	4.0	mm
Alçada del bypass	H _{bt}	3.0	mm	0.0	mm
Número d'aletes	N	16	—	13	—

A.3 Resultats experimentals

A.3.1 Introducció

A continuació es mostren els resultats obtinguts durant la realització dels experiments en el laboratori de Lubricants i Combustibles.

Les dades a tenir en compte es mostra en les Taules A.3 i A.4. Aquestes dades són les velocitats d'entrada en la canonada, les caigudes de pressió totals degudes al dissipador, la resistència tèrmica de convecció, i , en conseqüència el coeficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador i l'ambient.

A.3.2 Assaig amb el dissipador sense bypass

Durant els assaigs realitzats amb el dissipador amb la configuració sense bypass es va aconseguir recollir una sèrie de dades. Aquestes han quedat representades en la Taula A.3 amb l'error de cada mesura. Aquest error es deu al propi error dels aparells que enregistren les dades i a la variació de les dades respecte la mitjana de la mostra total.

El rang de treball ha estat entre 0.43 i 3.68 m/s, tot i que per una velocitat $v_\infty = 2.74 \pm 0.17$ m/s no es van poder obtenir les dades de la resistència tèrmica de convecció R_{CV} . Com a conseqüència tampoc es va poder determinar el valor del coeficient de transferència de calor per convecció h entre el dissipador i l'ambient.

Taula A.3.: Valors nominals amb l'error obtingut durant l'experiment en el laboratori. Els resultats corresponen a un dissipador amb una configuració sense bypass.

v_∞ (m/s)	Δp (Pa)	R_{CV} (K/W)	h (W/(K m ²))
0.43 ± 0.05	3.8 ± 0.2	0.88 ± 0.06	31.7 ± 2.2
0.73 ± 0.05	5.4 ± 0.3	0.80 ± 0.06	34.9 ± 2.6
0.94 ± 0.05	7.3 ± 0.3	0.75 ± 0.06	37.0 ± 3.0
1.20 ± 0.06	9.6 ± 0.4	0.70 ± 0.05	39.5 ± 2.8
1.28 ± 0.07	11.8 ± 0.5	0.67 ± 0.05	41.4 ± 3.1
1.46 ± 0.08	14.1 ± 0.6	0.65 ± 0.05	42.5 ± 3.3
1.58 ± 0.14	16.8 ± 0.7	0.64 ± 0.05	43.7 ± 3.4
1.71 ± 0.13	19.6 ± 0.8	0.62 ± 0.05	45.1 ± 3.6
1.93 ± 0.14	22.5 ± 0.9	0.60 ± 0.05	46.4 ± 3.9
2.14 ± 0.16	25.3 ± 1.0	0.59 ± 0.05	47.3 ± 4.0
2.31 ± 0.15	28.2 ± 1.1	0.58 ± 0.04	48.2 ± 3.3
2.48 ± 0.13	31.4 ± 1.2	0.57 ± 0.04	49.1 ± 3.4
2.74 ± 0.17	34.3 ± 1.3	—	—
2.91 ± 0.16	37.8 ± 1.5	0.54 ± 0.04	51.2 ± 3.8
3.00 ± 0.14	39.6 ± 1.5	0.54 ± 0.04	51.5 ± 3.8
3.08 ± 0.14	42.5 ± 1.7	0.53 ± 0.04	52.3 ± 3.9
3.25 ± 0.14	45.5 ± 1.8	0.53 ± 0.04	52.8 ± 4.0
3.38 ± 0.14	48.4 ± 2.0	0.52 ± 0.04	53.5 ± 4.1
3.51 ± 0.14	51.1 ± 2.1	0.51 ± 0.04	54.7 ± 4.3
3.68 ± 0.14	53.7 ± 2.2	0.50 ± 0.04	55.1 ± 4.4

Els núvols de punts obtinguts a partir de les dades de la Taula A.3 es poden trobar en les Figures A.2, A.3 i A.4.

A.3.3 Núvol de punts a partir de les dades experimentals. Configuració sense bypass

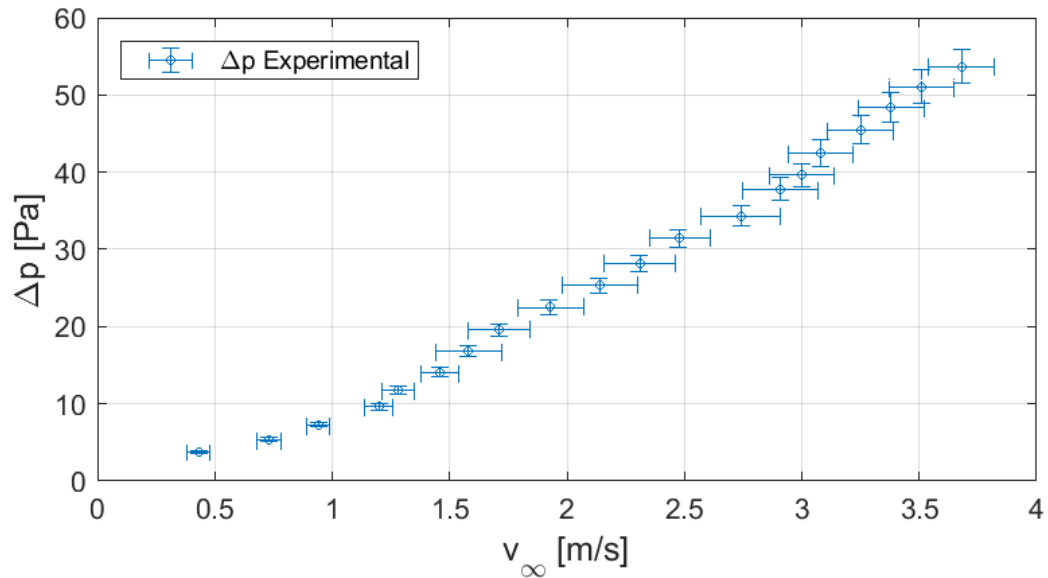


Figura A.2.: Representació del núvol de punts de les dades experimentals de les pèrdues de càrrega expressades en la Taula A.3.

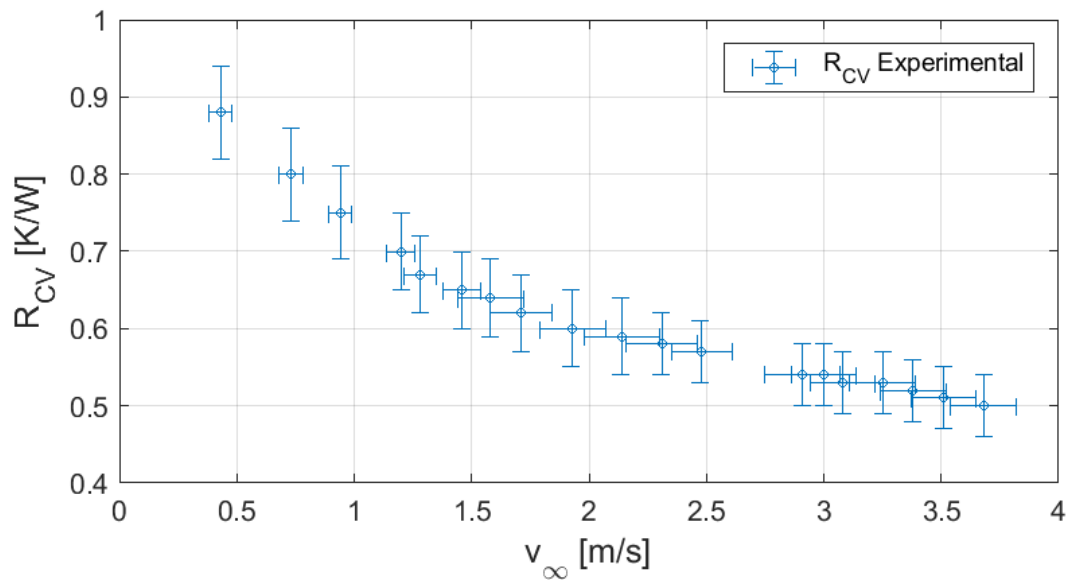


Figura A.3.: Representació del núvol de punts de les dades experimentals de la resistència tèrmica de convecció expressades en la Taula A.3.

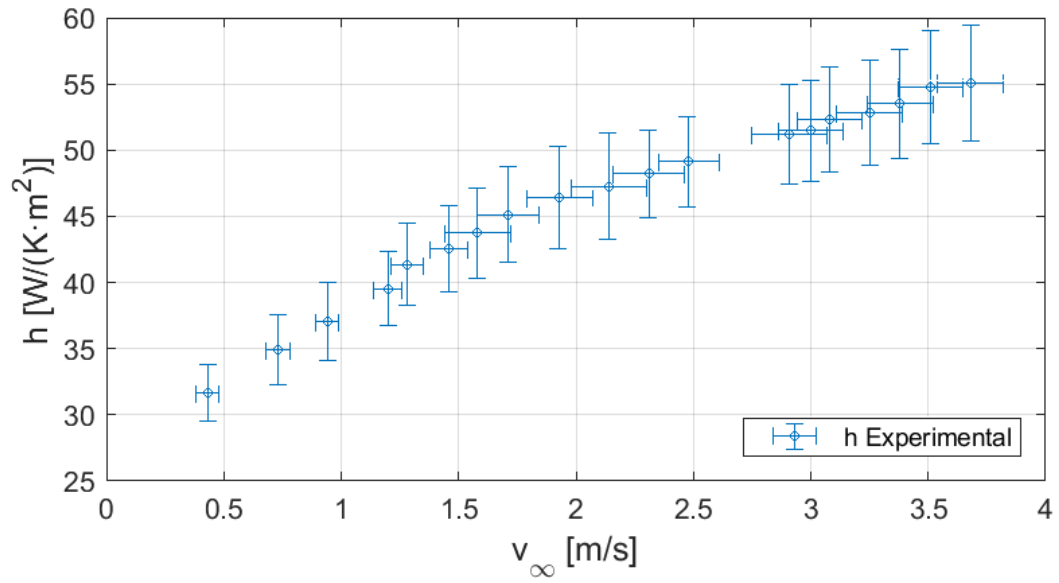


Figura A.4.: Representació del núvol de punts de les dades experimentals del coeficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador i l'ambient expressades en la Taula A.3.

A.3.4 Assaig amb el dissipador amb bypass

Durant els assaigs realitzats amb el dissipador amb la configuració amb bypass es va aconseguir recollir una sèrie de dades. Aquestes han quedat representades en la Taula A.3 amb l'error de cada mesura. Aquest error es deu al propi error dels aparells que enregistren les dades i a la variació de les dades respecte la mitjana de la mostra total.

El rang de treball ha estat entre 0.43 i 3.68 m/s.

Taula A.4.: Valors nominals amb l'error obtingut durant l'experiment en el laboratori. Els resultats corresponen a un dissipador amb una configuració amb bypass.

v_{∞} (m/s)	Δp (Pa)	R_{CV} (K/W)	h (W/(K m ²))
0.43 ± 0.05	3.9 ± 0.2	0.89 ± 0.08	28.3 ± 2.5
0.73 ± 0.05	5.8 ± 0.3	0.74 ± 0.06	34.0 ± 2.8
0.94 ± 0.05	7.7 ± 0.4	0.64 ± 0.05	39.4 ± 3.1
1.20 ± 0.06	9.9 ± 0.4	0.58 ± 0.05	43.4 ± 3.7
1.28 ± 0.07	12.2 ± 0.5	0.55 ± 0.05	46.3 ± 4.2
1.46 ± 0.08	14.6 ± 0.6	0.52 ± 0.04	48.4 ± 3.7
1.58 ± 0.14	17.4 ± 0.7	0.49 ± 0.04	51.2 ± 4.2
1.71 ± 0.13	20.2 ± 0.8	0.47 ± 0.04	53.3 ± 4.5
1.93 ± 0.14	23.0 ± 0.9	0.46 ± 0.04	55.0 ± 4.8
2.14 ± 0.16	25.7 ± 1.0	0.45 ± 0.04	56.3 ± 5.0
2.31 ± 0.15	28.6 ± 1.1	0.45 ± 0.04	56.4 ± 5.0
2.48 ± 0.13	31.0 ± 1.2	0.43 ± 0.04	58.9 ± 5.5
2.74 ± 0.17	34.6 ± 1.3	0.42 ± 0.04	60.6 ± 5.8
2.91 ± 0.16	37.7 ± 1.5	0.41 ± 0.03	61.9 ± 4.5
3.00 ± 0.14	40.6 ± 1.6	0.40 ± 0.03	63.4 ± 4.8
3.08 ± 0.14	43.5 ± 1.7	0.39 ± 0.03	64.3 ± 4.9
3.25 ± 0.14	45.9 ± 1.8	0.39 ± 0.03	65.0 ± 5.0
3.38 ± 0.14	48.8 ± 2.0	0.38 ± 0.03	65.8 ± 5.2
3.51 ± 0.14	51.3 ± 2.0	0.38 ± 0.03	66.4 ± 5.2
3.68 ± 0.14	54.3 ± 2.2	0.39 ± 0.03	65.6 ± 5.0

Els núvols de punts obtinguts a partir de les dades de la Taula A.4 es poden trobar en les Figures A.5, A.6 i A.7.

A.3.5 Núvol de punts a partir de les dades experimentals. Configuració amb bypass

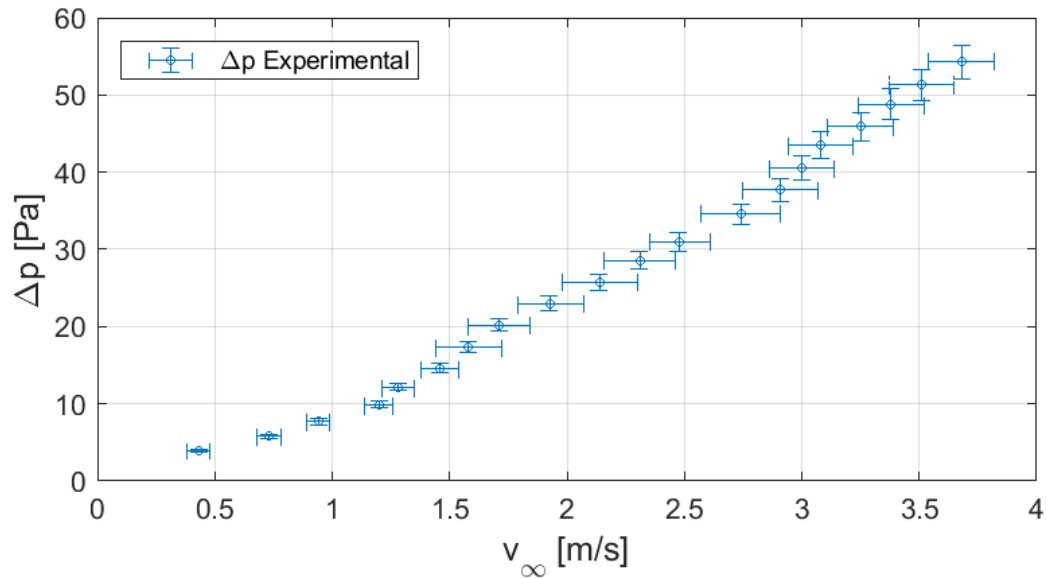


Figura A.5.: Representació del núvol de punts de les dades experimentals de les pèrdues de càrrega expressades en la Taula A.4.

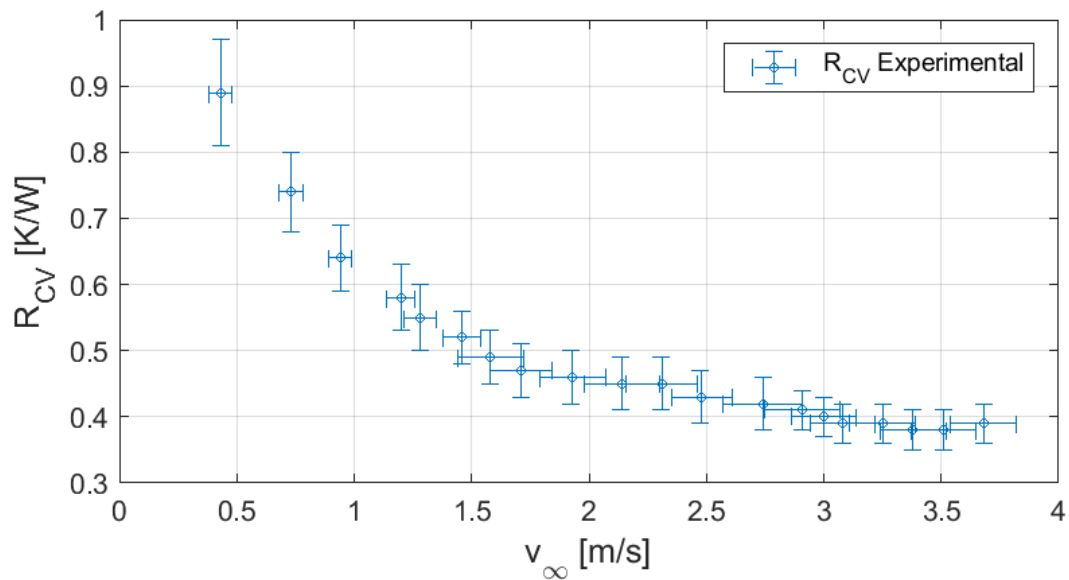


Figura A.6.: Representació del núvol de punts de les dades experimentals de la resistència tèrmica de convecció expressades en la Taula A.4.

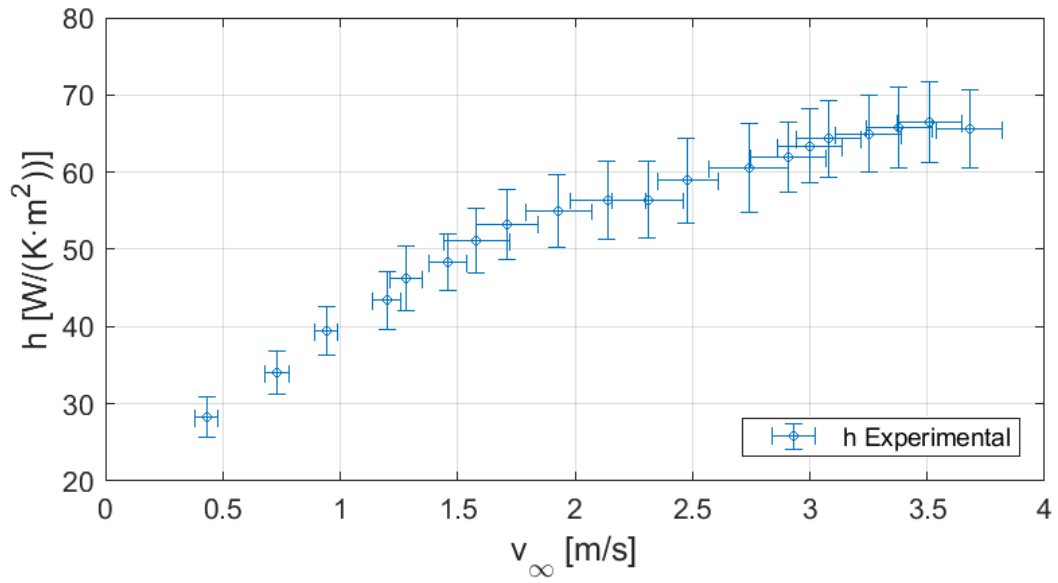


Figura A.7.: Representació del núvol de punts de les dades experimentals del coeficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador i l'ambient expressades en la Taula A.4.

Models amb una configuració sense bypass

B.1 Introducció

Després d'estudiar els articles i revisar els llibres de la literatura que es mostren en la Taula 2.1, s'implementaran aquests mateixos models. Això es farà per tal de simular el comportament dels models analítics amb les condicions de l'experiment.

Per realitzar l'estudi d'aquest dissipador d'aletes en un conducte sense bypass, s'analitzarà un model hidràulic i un model tèrmic. Així es determinarà la caiguda de pressió als extrems del dissipador i la resistència tèrmica de convecció entre el dissipador i l'ambient.

Els dissipadors tèrmics sense bypass destaquen pel fet que tot el cabal que entra per la canonada es contraurà pels canals del dissipador sense que el flux es pugui derivar per l'exterior del dissipador.

A continuació, s'exposaran els diferents models que han estat implementats amb les condicions de l'experiment i la geometria del dissipador disponible (veure Taula B.1).

Taula B.1.: Dimensions del dissipador d'aletes utilitzat durant l'experiment sense bypass.

Descripció	Nom.	Valor	Unitats
Longitud de la base	W	41.0	mm
Longitud del dissipador	L	40.5	mm
Alçada de l'aleta	H	36.0	mm
Amplitud canal	d	2.0	mm
Gruix de l'aleta	t	1.3	mm
Gruix de la base	g_b	4.0	mm
Alçada del bypass	H_{bt}	0.0	mm
Número d'aletes	N	13	—

B.2 Model David Copeland

B.2.1 Model hidràulic

En aquest primer model de l'article *Optimization of parallel plate heatsinks for forced convection* de David Copeland [3] es comença considerant el desenvolupament del perfil de la velocitat a través d'un tub de perfil rectangular.

Pel que fa al dissipador, es considera el cas d'un número d'aletes infinit. D'aquesta manera, es simplificarà el càlcul del diàmetre hidràulic de la secció,

$$D_h = \frac{2dH}{d+H} \simeq 2d \quad (\text{B.1})$$

sempre i quan $H \gg d$, on d és l'amplada del canal i H l'alçada d'una aleta.

A més, s'ha considerat que el flux no superarà en cap cas el número de Reynolds límit que farà que aquest sigui turbulent. Per tant, només estudiarà el cas per un flux laminar.

$$Re = \frac{v_{ch} D_h}{\nu} \quad (\text{B.2})$$

on v_{ch} és la velocitat a l'entrada dels canals, D_h és el diàmetre hidràulic del canal i ν correspon al valor de la viscositat cinemàtica dels gasos.

Un cop comentades les principals hipòtesis del model hidràulic proposat, es defineixen les pèrdues de càrrega en l'Eq. B.3.

$$\Delta p = \left(4 f_{app} L^+ + K_e + K_c\right) \left(\frac{1}{2} \rho v_{ch}^2\right) \quad (\text{B.3})$$

$$\text{On : } \quad K_e = (1 - \sigma)^2 - 0.4 \sigma$$
$$K_c = 0.8 - 0.4 \sigma^2$$

Per poder determinar els valors dels coeficients de contracció K_c i expansió K_e en un flux en règim laminar, serà de vital importància quantificar el factor geomètric σ tal i com s'expressa en l'Eq. B.4.

$$\sigma = \frac{d}{d+t} \quad (\text{B.4})$$

on d és l'amplada del canal i t és el gruix d'una aleta.

El valor de la longitud hidrodinàmica desenvolupada es determinarà com s'expressa en l'Eq. B.5.

$$L^+ = \frac{L}{Re D_h} \quad (\text{B.5})$$

on L és la longitud del dissipador i D_h és el diàmetre hidràulic del canal.

El valor de la fricció aparent f_{app} de l'Eq. B.3 és el valor del coeficient de fricció per a un flux laminar extret de [10] i ajustada a l'equació de Churchill-Usagi.

$$f_{app} Re = \left[\left(\frac{3.2}{(L^+)^{0.57}} \right)^2 + (f Re_{ch})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{B.6})$$

$$\text{On : } f Re_{ch} = 4.7 + 19.64 \left[\frac{1 + \left(\frac{d}{H} \right)^2}{\left(1 + \frac{d}{H} \right)^2} \right]$$

Amb totes aquestes dades, es poden representar les pèrdues de càrrega en els extrems del dissipador en funció de la velocitat dels gasos a l'entrada de la canonada v_∞ tal i com es veu en la Figura B.1.

Com es pot apreciar en la Figura B.1, existeix una gran variabilitat entre les dades experimentals i les teòriques mencionades en el present model. Aquestes discrepàncies en els resultats són deguts a la suposició d'un règim laminar en l'entrada de la canonada quan experimentalment no ho era.

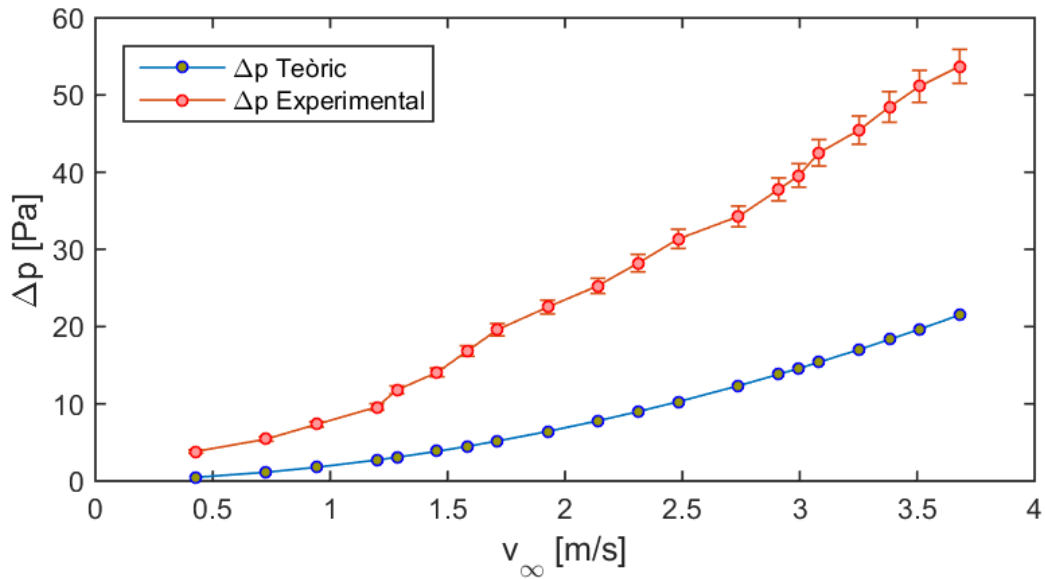


Figura B.1.: Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador d'aletes sense bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el model proposat per David Copeland en [3].

B.2.2 Model tèrmic

Tot i que el model hidràulic ha quedat lluny dels resultats experimentals, també s'estudiarà el model tèrmic proposat per aquest mateix autor.

Per a poder ajustar aquest model tèrmic amb les dades experimentals es partirà d'un nombre de Prandtl conegut amb un valor $Pr = 0.7296$ constant.

Es començarà buscant el valor de la longitud adimensional del flux (Eq. B.7) per a poder implementar el mètode de l'autor tal i com es veu a continuació:

$$L^* = \frac{L}{Re Pr D_h} \quad (\text{B.7})$$

on L correspon a la longitud del dissipador, Re al nombre de Reynolds, Pr és el nombre de Prandtl i D_h és el diàmetre hidràulic del canal.

Seguidament es determinarà el nombre de Nusselt mitjà del canal tal i com es mostra en l'Eq. B.8.

$$Nu_m = \sqrt[3]{\left[2.22 (L^*)^{-0.33}\right]^3 + Nu^3} \quad (\text{B.8})$$

$$\text{On : } Nu = 8.31 \left[\frac{\left(\frac{d}{H}\right)^2 + 1}{\left(\frac{d}{H} + 1\right)^2} \right] - 0.02$$

Tal i com s'expressa en l'Eq. B.9, el coeficient de transferència de calor per convecció tèrmica estarà definit pel nombre de Nusselt Nu_m , la conductivitat tèrmica del fluid k_f i el diàmetre hidràulic del canal D_h .

$$h_m = \frac{Nu_m k_f}{D_h} \quad (\text{B.9})$$

Havent trobat el valor de h_m d'aquest model, es podrà comparar amb l'obtingut experimentalment tal i com es mostra en la Figura B.2.

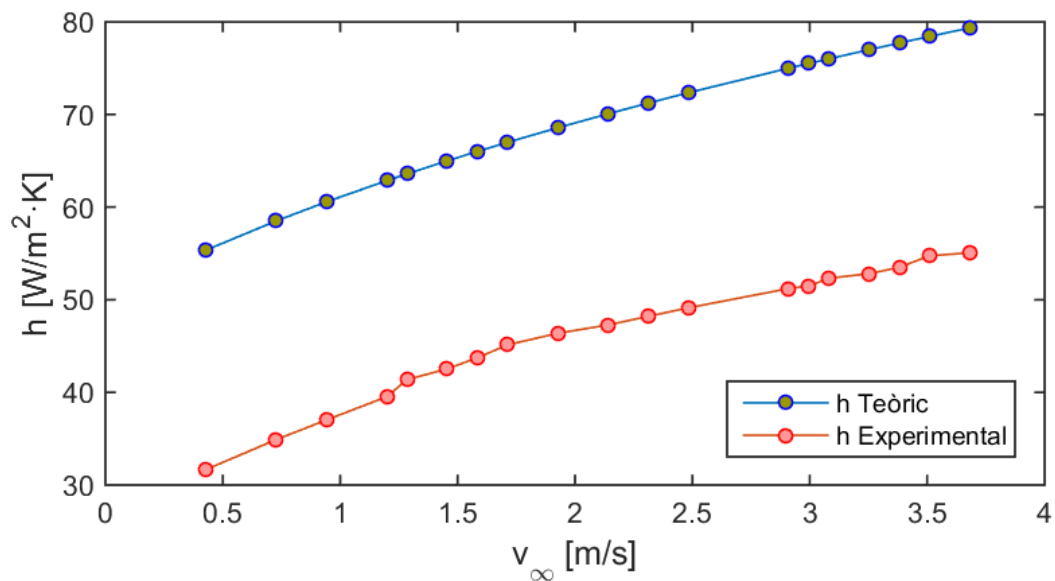


Figura B.2.: Comparació del coeficient de transferència de calor per convecció tèrmica h [W/(K m²)] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada sense bypass segons el model analític de David Copeland en [3].

Un cop h_m és un valor conegut i es coneix l'àrea de transferència de calor A_t , per determinar el valor de la resistència tèrmica de convecció R_{CV} entre el dissipador i l'ambient caldrà utilitzar l'Eq. B.10.

$$R_{cv,hs} = \frac{1}{h_m A_t} \quad (\text{B.10})$$

Amb aquest valor de la resistència tèrmica de convecció del dissipador R_{CV} obtinguda a partir del model proposat, es compararà amb els resultats experimentals tal i com es mostra en la Figura B.3.

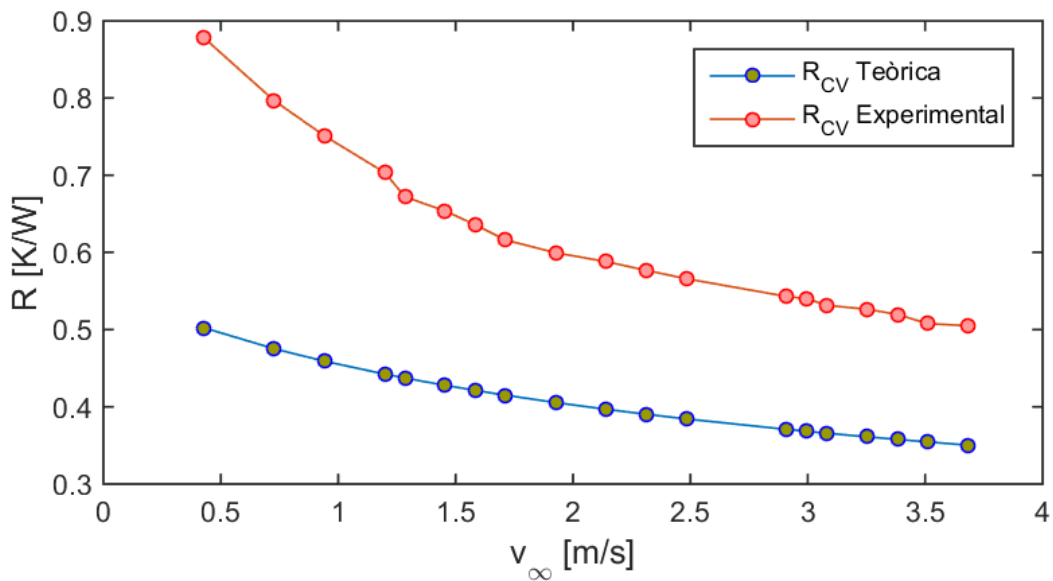


Figura B.3.: Comparació de la resistència tèrmica de convecció R [K/W] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada sense bypass segons el model analític de David Copeland en [3].

Es pot comprovar com, de la mateixa manera que amb el model hidràulic, degut a la suposició d'un règim totalment laminar, existirà un error important a tenir en compte entre aquest model i els resultats experimentals.

B.3 Model W. M. Kays i A. L. London

B.3.1 Model hidràulic

En aquest segon model extret de l'article *Comparative analysis of heat sink pressure drop using different methodologies*, els autors C. K. Loh, et al. [8] realitzen un càlcul de les pèrdues de pressió a partir de l'Eq. B.15 corresponent al llibre *Compact heat exchangers* de W. M. Kays i A. L. London [5].

A més, els autors van intentar utilitzar el software *FLOTHERM v4.1* per tal de comparar els resultats teòrics i experimentals.

En aquest article, la velocitat del canal és estimada com el rati entre la suma de totes les àrees frontals dels canals i l'àrea total del dissipador.

$$v_{ch} = v_{\infty} \frac{A_{Tf}}{A_T} = v_{\infty} \frac{W^2}{n H d} \quad (\text{B.11})$$

on W és l'amplada de la base, n són el nombre de canals, H és l'alçada de les aletes i d és l'amplitud del canal.

En la gènesi del càlcul hidràulic serà necessari determinar el diàmetre hidràulic del canal tal i com es mostra en l'Eq. B.12.

$$D_h = \frac{4 A_m}{S_m} = \frac{4 d H}{2 (d + H)} \quad (\text{B.12})$$

on d és l'amplada del canal i H l'alçada de l'aleta.

El nombre de Reynolds i la longitud adimensional es podrà calcular tal i com es mostrava en les Eq. B.2 i B.5, respectivament.

El coeficient de fricció en un flux laminar totalment desenvolupat, f , es pot obtenir a través dels gràfics publicats per Kays i London [5], o també es pot obtenir un valor aproximat com,

$$f Re_{ch} = 24 - 32.53 \beta + 46.72 \beta^2 - 40.83 \beta^3 + 22.96 \beta^4 - 6.09 \beta^5 \quad (\text{B.13})$$

$$\text{On : } \beta = \frac{d}{H}$$

El coeficient de fricció aparent del flux hidrodinàmic en desenvolupament, f_{app} , està relacionat amb la longitud hidrodinàmica adimensional L^+ i el coeficient de fricció f en un flux laminar totalment desenvolupat. Per tant:

$$f_{app} Re_{ch} = \left[\left(\frac{3.44}{\sqrt{L^+}} \right)^2 + (f Re_{ch})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{B.14})$$

A partir de l'Eq. B.14 es podrà trobar el valor de la fricció aparent pel fluid desenvolupat, f_{app} , i seguidament determinar les pèrdues de càrrega en el dissipador d'aletes.

$$\Delta p = \left(\frac{f_{app} N (2 H L + b L)}{H W} \right) \left(\frac{1}{2} \rho v_{ch}^2 \right) \quad (\text{B.15})$$

$$\begin{aligned} \text{On : } \quad K_e &= (1 - \alpha^2)^2 \\ K_c &= 0.42 (1 - \alpha^2) \end{aligned}$$

Per determinar els coeficients de contracció K_c i expansió K_e serà necessari quantificar el factor geomètric α tal i com l'autor expressa en l'Eq. B.16 per fluids en règim laminar.

$$\alpha = 1 - \frac{N t}{W} \quad (\text{B.16})$$

on N són el número d'aletes, W és l'amplada del dissipador i t és el gruix d'una aleta.

Segons l'autor, l'Eq. B.15 es pot obtenir a partir de la derivació de les equacions de Flemings i Darcy.

Tal i com es pot veure en la Figura B.4, la corba de valors obtinguda amb les equacions del present mètode amb equacions analítiques no queda molt lluny dels valors nominals de l'experiment.

La diferència percentual mitjana és inferior al 22.6% entre les dues corbes.

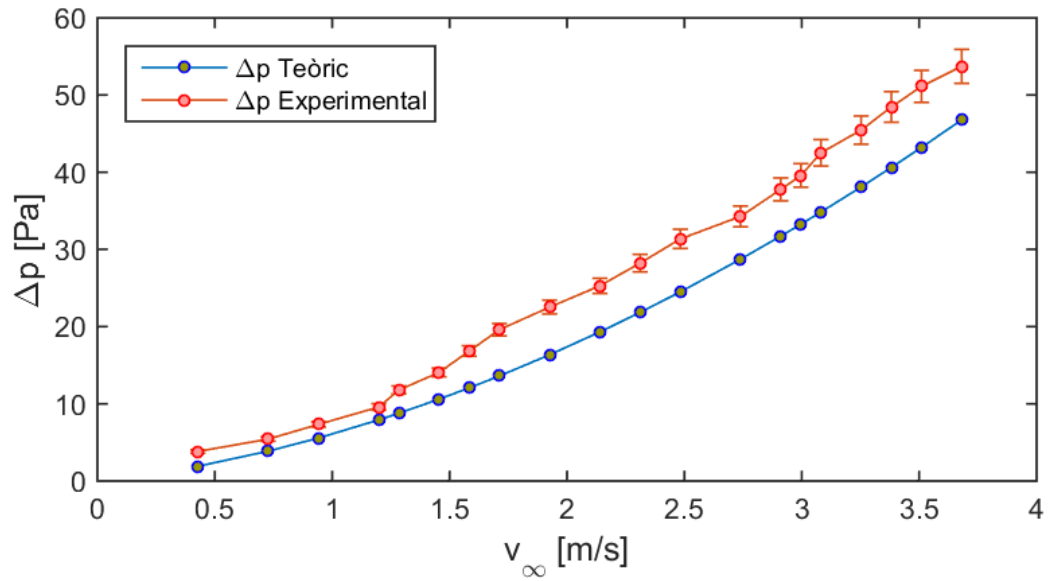


Figura B.4.: Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador d'ales sense bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el model proposat per C.K. Loh, et al. en [8] a partir del llibre *Compact heat exchangers* [5].

Aquest error pot ser degut a la principal suposició de l'autor d'un flux laminar completament desenvolupat en els canals del dissipador d'ales.

B.4 Model B. R. Munson, et al.

B.4.1 Model hidràulic

En aquest nou model extret també de l'article *Comparative analysis of heat sink pressure drop using different methodologies*, els autors C. K. Loh, et al. [8] realitzen un càlcul de les pèrdues de pressió a partir de l'Eq. B.17 corresponent al llibre *Fundamentals of fluid mechanics* de B. R. Munson, et al. [9].

Igual que en el mètode anterior, els autors van intentar validar els resultats teòrics i experimentals amb el software *FLOTherm v4.1*.

Els autors van estimar la velocitat del fluid a través dels canals com el rati entre la suma de totes les àrees frontals dels canals i l'àrea total del dissipador. Per tant, la velocitat en el canal v_{ch} es podrà determinar com s'expressa en l'Eq. B.11.

Abans d'implementar l'Eq. B.17 serà necessari trobar el diàmetre hidràulic, el nombre de Reynolds i la longitud adimensional del flux tal com s'expressa en les Eq. B.12, B.2 i B.5 respectivament.

El coeficient de fricció en un flux laminar totalment desenvolupat, f , es pot obtenir a través dels gràfics publicats per Kays i London [5], o també es pot obtenir un valor aproximat com s'expressa en l'Eq. B.13.

El coeficient de fricció aparent del flux hidrodinàmic en desenvolupament, f_{app} , està relacionat amb la longitud hidrodinàmica adimensional i el coeficient de fricció en un flux laminar totalment desenvolupat. D'aquesta manera es podrà determinar tal i com s'indica en l'Eq. B.14.

A partir de l'Eq. B.14 es podrà trobar el valor de la fricció aparent pel fluid desenvolupat, f_{app} , i seguidament determinar les pèrdues de pressió en el dissipador d'aletes planes.

$$\Delta p = 4 \left(f_{app} L^+ + K_e + K_c \right) \left(\frac{1}{2} \rho v_{ch}^2 \right) \quad (\text{B.17})$$

On :
$$K_e = (1 - \beta)^2 - 0.4 \beta$$

$$K_c = 0.8 + 0.04 \beta - 0.44 \beta^2$$

Per determinar els coeficients de contracció K_c i d'expansió K_e serà menester trobar el factor geomètric β tal i com l'autor expressa en l'Eq. B.18.

$$\beta = \frac{d}{H} \tag{B.18}$$

on d és l'amplada del canal i H és l'alçada d'una aleta.

Aquesta Eq. B.17 es pot obtenir, segons l'autor, mitjançant un equilibri de forces generades en l'interior del dissipador.

Com es mostra en la Figura B.5 existeix una gran diferència entre els resultats obtinguts amb la implementació del model basat en equacions analítiques proposat per l'autor i els resultats experimentals.

Aquest fet pot ser degut, a més de la suposició d'un flux totalment laminar, d'un error en la formulació de l'Eq. B.17 ja que el factor '4' no hauria, en principi, de multiplicar els coeficients de contracció i expansió.

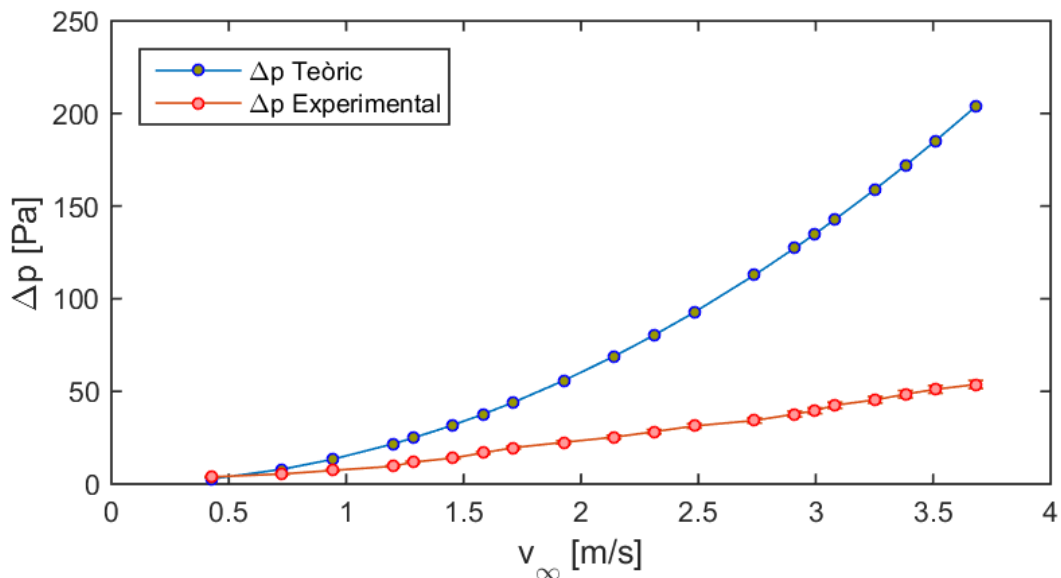


Figura B.5.: Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador d'aletes sense bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el model proposat per C.K. Loh, et al. en [8] a partir del llibre *Fundamentals of fluid mechanics* [9].

B.5 Model R. Hossain, et al.

B.5.1 Model hidràulic

En el model hidràulic exposat a l'article *Influence of bypass on flow through plate fin heat sinks*, els autors R. Hossain, et al. [4] van desenvolupar un model analític per predir el cabal de fluid i la caiguda de pressió a través del dissipador tèrmic aplicant el principi de conservació de la massa i el teorema de l'impuls entre les aletes del dissipador.

Aquest model és aplicable sempre i quan el fluid tingui un règim laminar, i per a qualsevol tipus de configuració amb bypass o sense.

A més, durant el desenvolupament del model, se suposarà un flux constant i laminar.

Abans d'implementar l'Eq. B.20 serà necessari trobar el diàmetre hidràulic del canal D_h , el nombre de Reynolds Re i la longitud adimensional del flux L^+ tal i com s'indica en les Eq. B.1, B.2 i B.5, respectivament.

A partir de la solució de l'equació de Navier-Stokes per a la tensió a tallant en una paret del canal i l'anàlisi del volum de control per a un flux de moment dimensional, $f Re_{ch}$ queda determinat en la següent expressió:

$$f Re_{ch} = \frac{24}{1 + \frac{d}{H}} \quad (\text{B.19})$$

El coeficient de fricció aparent per un flux laminar hidrodinàmic en desenvolupament, f_{app} , es pot obtenir a partir de la correlació de Churchill-Usagi tal i com es mostra en l'Eq. B.14.

En aquest moment ja es podrà determinar el valor de les pèrdues de pressió a través del dissipador tèrmic. Aquestes es poden expressar com:

$$\Delta p = K_c \left(\frac{1}{2} \rho v_\infty^2 \right) + \left(K_e + \frac{4 f_{app} L}{D_h} \right) \left(\frac{1}{2} \rho v_{ch}^2 \right) \quad (\text{B.20})$$

$$\text{On: } K_e = 1 - 2.76 \sigma + \sigma^2$$

$$K_c = 1.18 + 0.0015 \sigma - 0.395 \sigma^2$$

Cal destacar que les equacions emprades per determinar els coeficients de contracció K_c i expansió K_e són les corresponents a un flux en règim laminar. El factor de geometria σ es pot determinar com en l'Eq. B.4.

Coneixent els termes que componen l'Eq. B.20, es poden representar les corbes de pèrdues de càrrega en funció de la velocitat d'entrada a la canonada tant experimentalment com amb el mètode proposat per R. Hossain, et al.

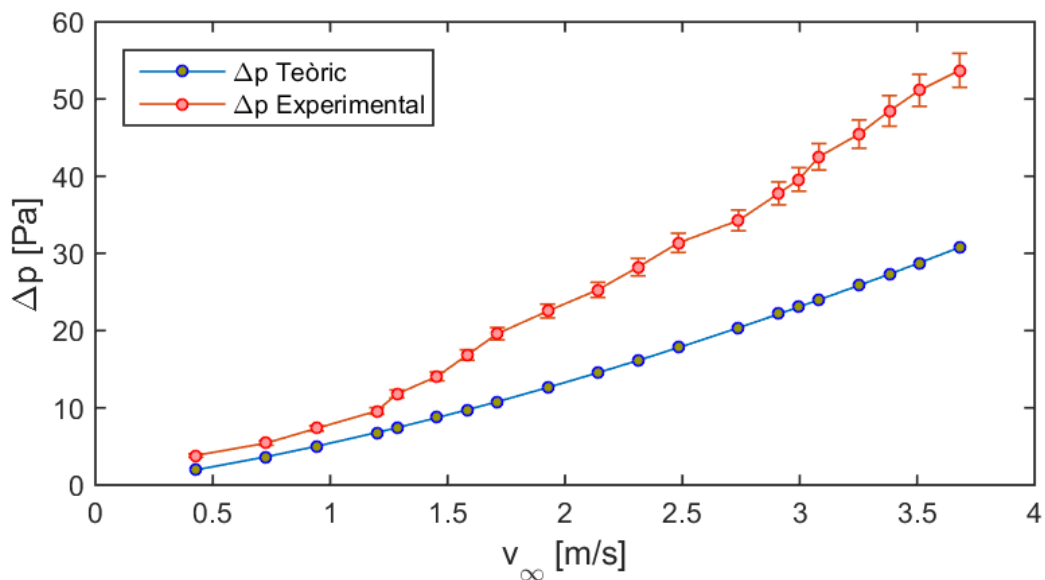


Figura B.6.: Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador d'aletes sense bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el model proposat per R. Hossain, et al. [4].

Cal esmentar que aquest error tan important és degut a la consideració de l'autor d'un flux laminar totalment desenvolupat en els canals.

També és destacable que, si s'observa detalladament les pèrdues de càrrega, en l'expansió del fluid es generen una sèrie de pèrdues de valor negatiu. Aquestes, segons l'autor, poden tenir aquest valor degut a la geometria del dissipador sempre i quan la caiguda de pressió total no sigui inferior a zero.

B.6 Model H. L. Chen, et al.

B.6.1 Model hidràulic

En aquest últim model estudiat amb una configuració sense bypass de l'article *Analytical analysis and experimental verification of interleaved parallelogram heat sink* per H. L. Chen, et al. [1] es considerarà un cabal uniforme, on aquest estarà en un règim laminar amb un nombre de Reynolds inferior a 2000 i que aquest cabal no tindrà cap tipus de fuites ni derivacions d'aire entre els canals del dissipador tèrmic.

Quan el cabal d'aire entra a través dels canals del dissipador, aquest es troba una caiguda de pressió a l'entrada degut a la contracció de la secció transversal. Aquest fet es produeix quan l'aire flueix des d'un punt sense restriccions a un canal més estret. Aquestes pèrdues van en funció del rati d'àrea lliure σ definit com:

$$\sigma = \frac{(N - 1) d}{W - t} \quad (\text{B.21})$$

Amb aquest rati σ es podrà trobar el coeficient de la caiguda de pressió a l'entrada (K_c) tal i com es mostra en l'Eq. B.22.

$$K_c = 0.8 + 0.04 \sigma - 0.44 \sigma^2 \quad (\text{B.22})$$

Aquesta expressió en una aproximació extreta del llibre *Compact heat exchangers* [5] on només té validesa per a cabals en règim laminar ($Re < 2000$).

D'aquesta manera, la caiguda de pressió degut a la contracció del fluid a l'entrada del dissipador es pot determinar com,

$$\Delta p_c = \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 (1 - \sigma^2 + K_c) \quad (\text{B.23})$$

A continuació l'autor diferencia dues parts a través dels canals. La primera és quan el flux d'aire entra al dissipador de calor, on la capa límit del fluid augmenta i per tant, la força tallant domina. Aquest patró en aquest primer tram el denominarà com la regió

hidràulica en desenvolupament i la caiguda de pressió degut a aquest efecte es pot determinar com,

$$\Delta p_{dev} = \frac{1}{2} \rho v_{ch}^2 \left(\frac{4L f_{app}}{D_h} \right) \quad (\text{B.24})$$

$$\text{On : } f_{app} = \frac{1}{Re} \left[\frac{3.44}{\sqrt{L^+}} + \frac{\left(24 + \frac{0.1685}{L^+} \right) - \frac{3.44}{\sqrt{L^+}}}{1 + \frac{0.00029}{(L^+)^2}} \right]$$

$$L^+ = \frac{L_{hy}}{Re D_h}$$

$$L_{hy} = D_h \left(\frac{0.315}{0.0175 Re + 1} + 0.011 Re \right)$$

La següent i última zona dins del canal és troba aigües avall del dissipador, on les capes límit es fusionen per produir el que anomenarà un règim completament desenvolupat on el coeficient de fricció serà independent de la longitud del flux. La força tallant en aquest tram serà constant i per tant la caiguda de pressió desenvolupada es podrà trobar gràcies a la equació de Fanning.

$$\Delta p_{fd} = \frac{1}{2} \rho v_{ch}^2 \left(\frac{4L f_{fd}}{D_h} \right) \quad (\text{B.25})$$

$$\text{On : } f_{fd} = \frac{1}{Re} \left(24 - 32.53 \alpha + 46.72 \alpha^2 - 40.83 \alpha^3 + 22.96 \alpha^4 - 6.09 \alpha^5 \right)$$

A mesura que el cabal d'aire surt del dissipador tèrmic, es produeix una caiguda de pressió a la sortida degut a una expansió irreversible. Aquesta pèrdua, de igual manera que en la contracció, serà dependent del rati d'àrea lliure.

El coeficient de caiguda de pressió en l'expansió (K_e) es pot determinar com es mostra en l'Eq. B.26.

$$K_e = 1 - 2.4 \sigma + \sigma^2 \quad (\text{B.26})$$

Aquesta expressió en una aproximació estreta del llibre *Compact heat exchangers* [5] on només té validesa per a cabals en règim laminar ($Re < 2000$).

Per tant, la caiguda de pressió degut a l'expansió del fluid a la sortida del dissipador es pot calcular com,

$$\Delta p_e = \frac{1}{2} \rho v_{ch}^2 (-1 + \sigma^2 + K_e) \quad (\text{B.27})$$

La caiguda de pressió total en el dissipador tèrmic es pot resumir com la suma de totes les caigudes de pressió anteriors tal i com es mostra en l'Eq. B.28.

$$\begin{aligned} \Delta p &= \Delta p_c + \Delta p_{dev} + \Delta p_{fd} + \Delta p_e = \\ &= \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 (1 - \sigma^2 + K_c) + \frac{1}{2} \rho v_{ch}^2 \left[\left(\frac{4L f_{app}}{D_h} \right) + \left(\frac{4L f_{fd}}{D_h} \right) + (-1 + \sigma^2 + K_e) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

Un cop determinada la caiguda de pressió total en el dissipador tèrmic, es poden representar les corbes de pèrdues de càrrega en funció de la velocitat d'entrada a la canonada amb les dades experimentals i les obtingudes amb el present model.

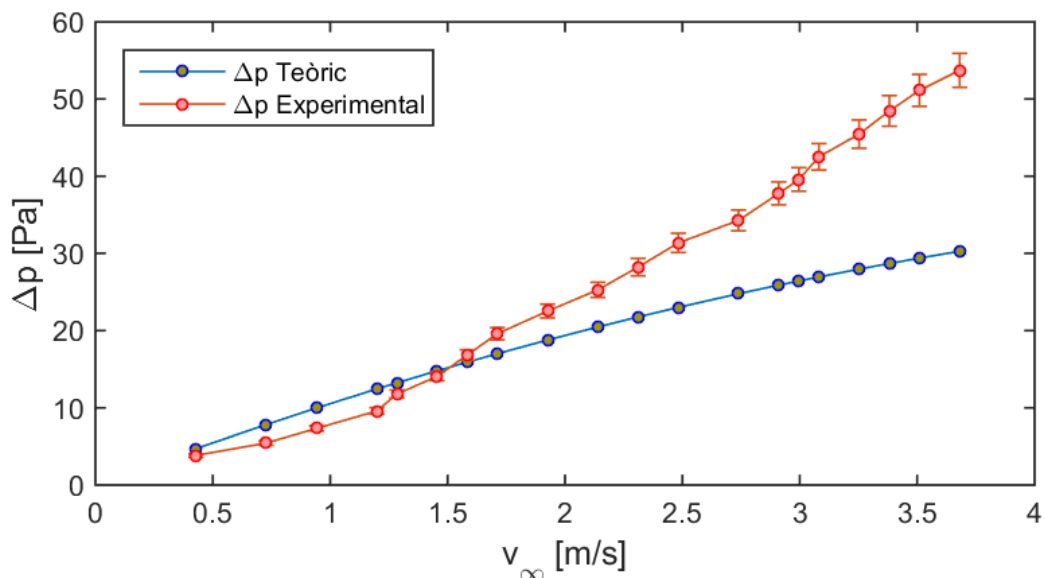


Figura B.7.: Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador d'aletes sense bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el model proposat per H. L. Chen et al. [1].

És molt destacable la tendència que pren la corba del model ja que no sembla augmentar de la mateixa manera que els altres models o les dades experimentals. Aquest fet és degut a que, segons està proposat i per la geometria del nostre cas, existiran unes pèrdues de càrrega a l'expansió negatives que faran reduir les pèrdues totals.

Aquestes pèrdues a l'expansió, segons l'autor, podran ser negatives sempre i quan la suma total de les pèrdues prenguin un valor positiu.

B.6.2 Model tèrmic

Tot i trobar aquesta incidència a l'hora d'ajustar el model hidràulic per la nostra geometria, intentarem ajustar el model tèrmic.

Es començarà calculant la longitud adimensional del flux tenint en compte la consideració d'un nombre de Prandtl constant tal i com es mostra en l'Eq. B.7.

A l'hora de buscar el nombre de Nusselt cal tenir en compte que no tenim un flux de calor constant en quatre costats. Per solucionar aquest problema, una nova correlació per trobar aquest nombre s'aplica per a l'estimació del coeficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador i l'aire forçat mitjançant l'ús d'un nou número de Reynolds modificat.

$$Re_s = \frac{\rho v_\infty d}{\mu} \frac{d}{L} \quad (\text{B.29})$$

on ρ és la densitat dels gasos a l'entrada, v_∞ és la velocitat del flux a l'entrada de la canonada, d és l'amplada dels canals, μ és la viscositat dinàmica dels gasos i L correspon a la longitud del dissipador.

Cal comentar que aquest nou nombre de Reynolds modificat, segons l'autor, per a un correcte i precís comportament del model haurà de estar comprès entre $0.26 < Re_s < 175$.

D'aquesta manera, el valor mitjà del nombre de Nusselt es podrà obtenir com es mostra en l'Eq. B.30.

$$\bar{Nu} = \left[\frac{1}{(0.5 Re_s Pr)^3} + \frac{1}{\left(0.664 Re_s^{0.5} Pr^{0.33} + \left(1 + \frac{3.65}{Re_s^{0.5}} \right)^{0.5} \right)^3} \right]^{-0.33} \quad (\text{B.30})$$

on Re_s és el nombre de Reynolds modificat i Pr és el nombre de Prandtl.

Seguidament es podrà determinar el coeficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador i l'ambient tal i com es mostra en l'Eq. B.31.

$$\bar{h} = \frac{\bar{Nu} k_f}{d} \quad (\text{B.31})$$

on \bar{Nu} és el valor mitjà del nombre de Nusselt, k_f és la conductivitat tèrmica del fluid i d és l'amplada dels canals.

Un cop determinats els valors teòrics del coeficient transferència de calor per convecció tèrmica, aquests es podran representar i comparar amb els obtinguts experimentalment tal i com es mostra en la Figura B.8.

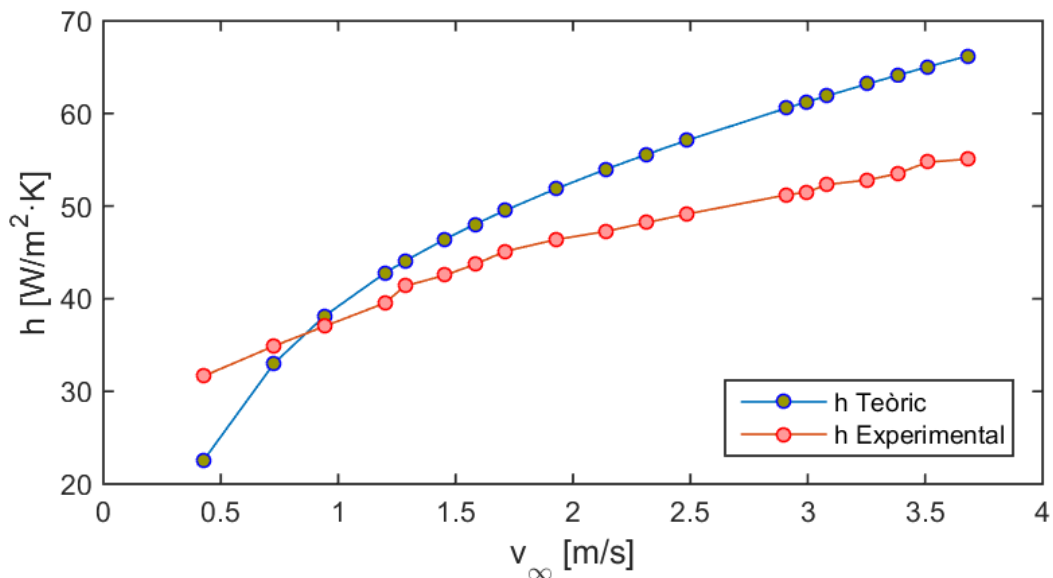


Figura B.8.: Comparació del coeficient de transferència de calor per convecció tèrmica h [W/(K m²)] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada sense bypass segons el model exposat per H.L. Chen, et al. en[1].

Amb el valor del coeficient de transferència de calor per convecció es podrà determinar la resistència tèrmica de convecció R_{CV} sempre i quan l'àrea de transferència de calor A_t sigui una dada coneguda.

$$R_{CV} = \frac{1}{\bar{h} A_t} \quad (\text{B.32})$$

Igual que amb \bar{h} , ara en la Figura B.9, es compararan els valors de la resistència tèrmica de convecció tant en el cas experimental com en el present model estudiat.

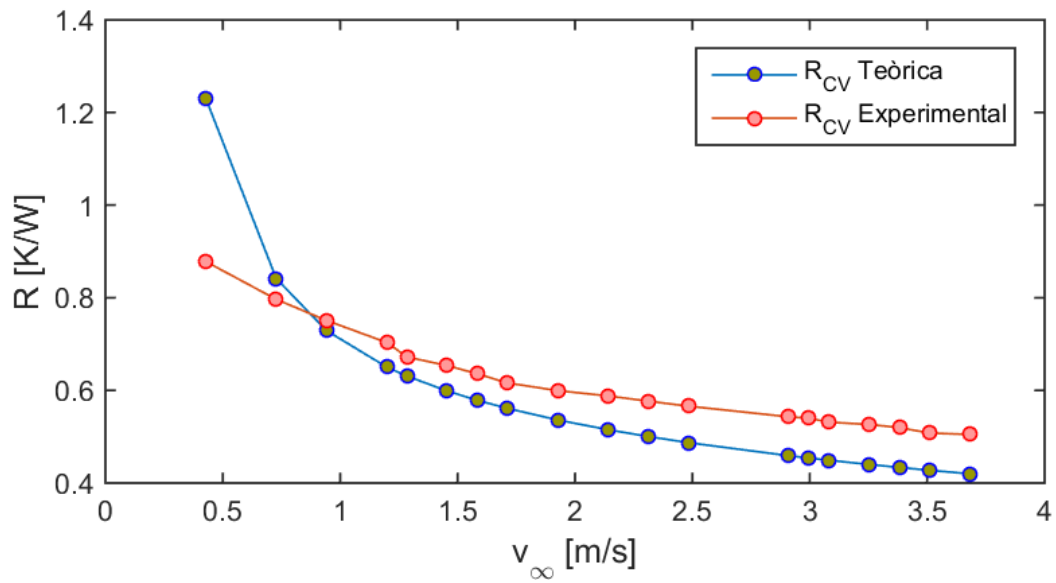


Figura B.9.: Comparació de la resistència tèrmica de convecció R [K/W] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada sense bypass segons el model exposat per H. L. Chen et al. en [1].

B.7 Model M. Lindstedt, et al.

B.7.1 Model hidràulic

Per reproduir aquest model es començarà calculant el diàmetre hidràulic D_h de les aletes tal i com es mostra en l'Eq. B.12.

La velocitat del fluid a l'entrada del canal v_{ch} es podrà determinar en funció de la velocitat d'entrada de la canonada v_∞ .

$$v_{ch} = v_\infty \frac{A_{tf}}{A_t} = v_\infty \frac{W^2}{n H d} \quad (\text{B.33})$$

on W és l'amplada de la base, n són el nombre de canals lliures, H és l'alçada de les aletes i d és l'amplitud del canal.

Coneixent el diàmetre hidràulic D_h , la velocitat d'entrada del fluid v_∞ i la viscositat cinemàtica ν d'aquest, es podrà calcular el nombre de Reynolds Re i conèixer d'aquesta manera si s'està tractant amb un fluid en règim laminar o en règim turbulent.

$$Re = \frac{\rho D_h v_{ch}}{\mu} = \frac{D_h v_{ch}}{\nu} \quad (\text{B.34})$$

on ρ és la densitat del gasos d'entrada, D_h és el diàmetre hidràulic del canal, μ és la viscositat dinàmica i ν correspon a la viscositat cinemàtica.

La longitud desenvolupada hidrodinàmica L^+ es calcularà com es mostra en l'Eq. B.5.

Segons el mètode plantejat per M. Lindstedt i R. Karvinen en el present model basat en equacions analítiques, els coeficients de contracció K_c i expansió K_e del fluid es poden determinar analíticament gràcies a les següents expressions:

$$\begin{aligned} K_c &= 0.4 (1 - \sigma^{2.1}) \\ K_e &= 1 - 2\beta\sigma + \sigma^2 \end{aligned} \quad (\text{B.35})$$

$$\text{On : } \sigma = \frac{d}{d+t}$$

$$\beta = 1 + \left[(4.224 \sqrt{L^+})^{-2.7} + 0.2^{-2.7} \right]^{-1/2.7}$$

En el cas d'un fluid totalment laminar a través d'un canal rectangular, el coeficient de fricció es obtingut a partir de [10]:

$$f Re = \frac{24}{\Phi(\varepsilon)} \quad (\text{B.36})$$

$$\text{On : } \Phi(\varepsilon) = (1 + \varepsilon)^2 \left[1 - \frac{192\varepsilon}{\pi^5} \tanh\left(\frac{\pi}{2\varepsilon}\right) \right]$$

$$\text{Amb : } \varepsilon = \frac{d}{H}$$

Per fluxos totalment desenvolupats s'ha utilitzat el mètode de Churchill i Usagi per a poder determinar el coeficient de fricció aparent per a aquest tipus de fluxos.

$$f_{app} Re = \left[\left(\frac{3.44}{\sqrt{L^+}} \right)^2 + (f Re)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{B.37})$$

Degut a la simetria del dissipador s'assumeixen les mateixes propietats tèrmiques i hidràuliques en cada canal. També s'assumirà el mateix valor per les propietats tèrmiques tal com la conductivitat tèrmica del fluid k_f , densitat ρ , calor específica a una pressió constant c_p , viscositat μ i la conductivitat tèrmica de l'aleta k_s .

Amb totes aquestes dades i hipòtesis, la caiguda de pressió en el dissipador sense bypass es determinarà com:

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho v_{ch}^2 (4 f_{app} Re L^+ + K_c + K_e) \quad (\text{B.38})$$

Aplicant les condicions de l'experiment sobre el model de M. Lindstedt, et al. i l'Eq. B.38, es podrà determinar la caiguda de pressió entre l'entrada i la sortida del dissipador tal i com es mostra en la Figura B.10.

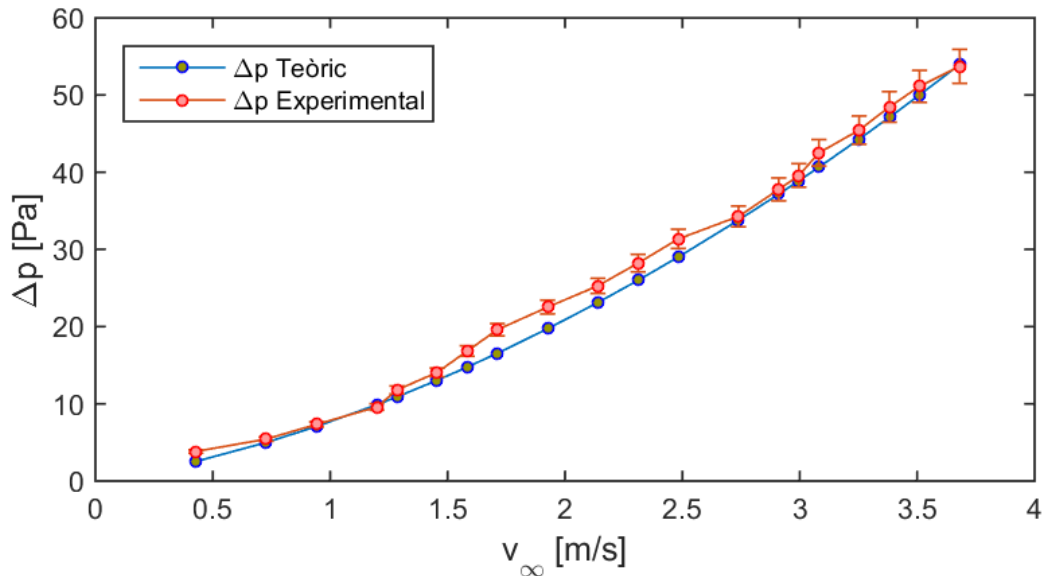


Figura B.10.: Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador sense bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el model proposat per M. Lindstedt i R. Karvinen en [7].

L'error mitjà obtingut amb aquest model numèric respecte els resultats experimentals ha estat del 7.24%. Tal i com es veu en la Taula 3.1, es podrà dir que aquest és el model que més s'aproxima als resultats experimentals. És per aquest motiu que la implementació en el full de càlcul pel client es realitzarà amb el present model.

B.7.2 Model tèrmic

Després d'aconseguir un bon ajustatge amb el model hidràulic proposat per l'autor, s'intentarà reproduir el model tèrmic.

Es començarà calculant la longitud adimensional del flux tenint en compte la consideració d'un nombre de Prandtl constant tal i com es mostra en l'Eq. B.7.

Tenint en compte un flux laminar entre les aletes paral·leles és pot obtenir:

$$Nu_{m,T} = 7.55 + \frac{0.024 (L^*)^{-1.14}}{1 + 0.0358 (L^*)^{-0.64} Pr^{0.17}} \quad (\text{B.39})$$

on L^* és la longitud adimensional i Pr és el nombre de Prandtl.

Un balanç energètic simple entre els canals isotèrmics resulta en:

$$\Phi_i = \rho c_p H d v_{in} \Delta T_{max} [1 - \exp(-4 L^* Nu_{m,T})] \quad (\text{B.40})$$

on ρ és la densitat dels gasos, c_p és el calor específic de l'aire, H és l'alçada de les aletes, d és l'amplada dels canals, v_{in} és la velocitat del flux a l'entrada dels canals, ΔT_{max} correspon a la diferència de temperatures entre la cara freda del TEM i la cara calenta de l'aïllant, L^* és la longitud adimensional pel càlcul tèrmic i $Nu_{m,T}$ és el nombre de Nusselt.

El nombre de Nusselt per un conjunt d'aletes respecte la temperatura es pot obtenir a partir d'un balanç energètic tal i com es mostra en la Eq. B.41.

$$Nu_{m,T}^\infty = \frac{D_h}{k_f} \frac{\Phi_i}{2 L l \Delta T_{max}} = \frac{1}{4 L^*} (1 - \exp(-4 L^* Nu_{m,T})) \quad (\text{B.41})$$

L'eficiència η es podrà calcular com:

$$\eta = \frac{\tanh(X)}{X} \quad (\text{B.42})$$

$$\text{On : } X = \sqrt{Nu_{m,T}^\infty Y}$$

$$\text{Amb : } Y = \frac{k_f H^2}{k_s d t}$$

sabent que k_f és la conductivitat tèrmica del fluid, H és l'alçada de l'aleta, k_s és la conductivitat tèrmica del dissipador (alumini), d és l'amplada dels canals i t correspon al gruix de les aletes.

Finalment es podrà determinar la resistència tèrmica de convecció tal i com es mostra en l'Eq. B.43.

$$R_{CV} = \frac{\Delta T_{max}}{N \Phi_i \eta} \quad (\text{B.43})$$

Un cop determinats els valors teòrics de la resistència tèrmica de convecció, aquests es podran representar i comparar amb els obtinguts experimentalment tal i com es mostra en la Figura B.11.

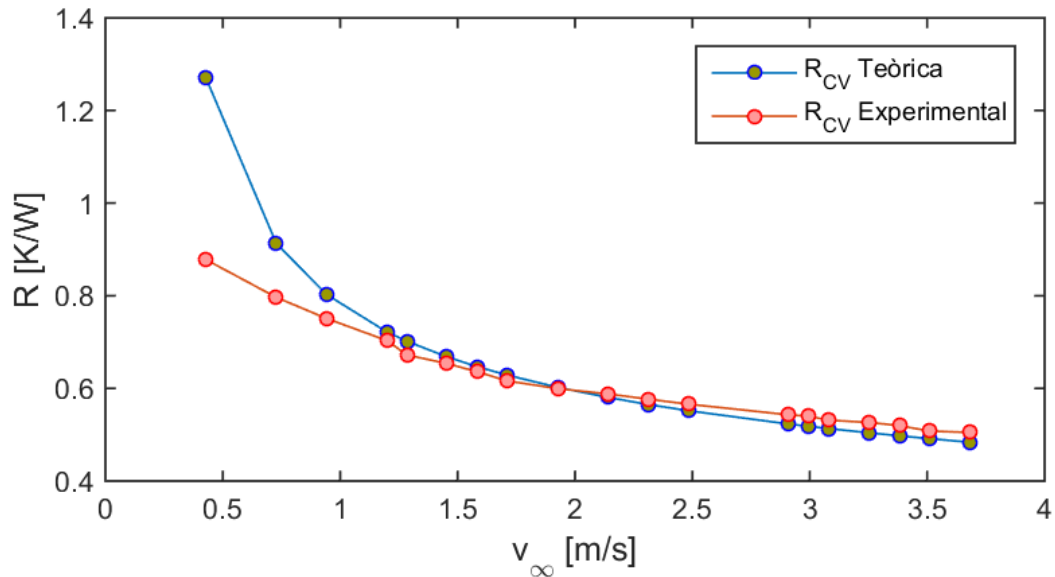


Figura B.11.: Comparació de la resistència tèrmica de convecció R [K/W] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada sense bypass segons el model exposat per M. Lindstedt i R. Karvinen en [7].

Una vegada la resistència tèrmica de convecció ha estat calculada, i, coneixent l'àrea de transferència de calor del dissipador, es podrà quantificar el valor del coeficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador i l'ambient tal i com es mostra en l'Eq. B.44.

$$h = \frac{1}{R_{CV} A_t} \tag{B.44}$$

on R_{CV} és la resistència tèrmica de convecció i A_t és l'àrea que possibilita la transferència de calor entre el dissipador i l'ambient.

De la mateixa manera que s'han comparat els resultats de R_{CV} es podran comparar els resultats del coeficient de transferència de calor per convecció tèrmica h tal i com es mostra en la Figura B.12.

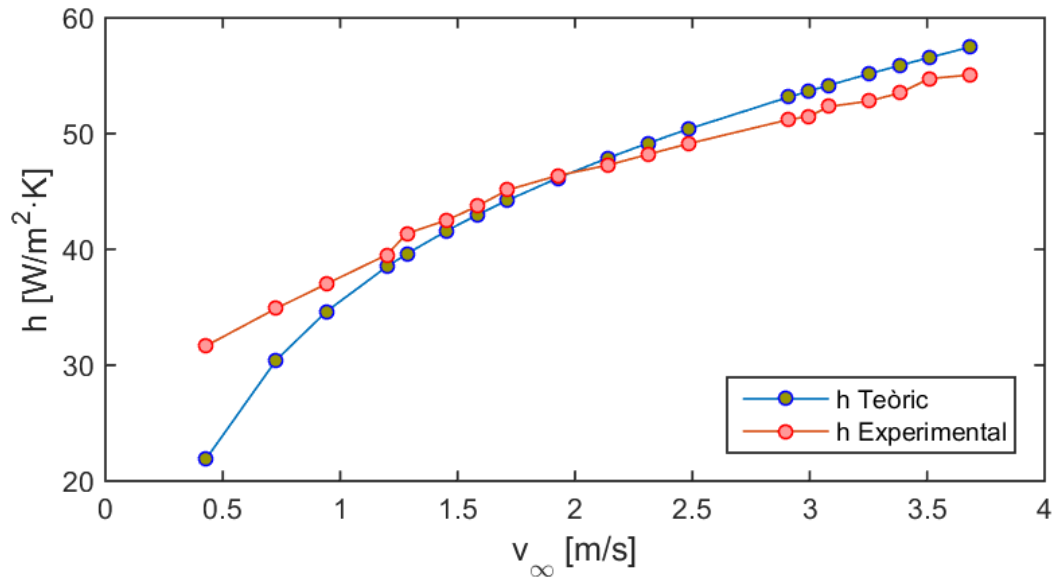


Figura B.12.: Comparació del coeficient de transferència de calor per convecció tèrmica h [W/(K m²)] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada sense bypass segons el model exposat per M. Lindstedt i R. Karvinen en [7].

Tant en la Figura B.11 com en la Figura B.12 existeixen unes discrepàncies en els primers valors degut a la suposició d'una convecció del calor forçada. En els primers punts de les corbes, al ser a una velocitat baixa, la convecció en realitat s'està fent de manera natural i no com s'havia suposat.

B.8 Conclusions

Després de fer desenvolupament dels mètodes basats en equacions analítiques de la literatura en aquest Annex B, es trauran varies conclusions.

En primer lloc, es pot veure en la Figura B.10 de la secció B.7 que aquest ha sigut la millor aproximació als resultats hidràulics. També cal dir que en aquest mateix model presentat per M. Lindstedt, et al. en [7] es troba la solució més ajustada tèrmicament als resultats experimentalment.

Seguidament, cal destacar que els errors obtinguts en la resta de mètodes presentats en aquest Annex B han estat deguts principalment a que el cabal en l'interior dels canals treballava amb un règim laminar, però abans d'impactar en el tub no tenia aquest règim. La problemàtica es trobava en que el flux laminar no estava totalment desenvolupat ja que el dissipador tèrmic té una curta longitud. És per això que existeix una transició de turbulent (abans d'impactar) a laminar (canals) i torna a un règim turbulent (sortida del dissipador) que no és tan clara com s'expressa i pot existir una zona de transició en els canals de turbulent a laminar.

Models amb una configuració amb bypass

C.1 Introducció

Per realitzar l'estudi d'aquest dissipador d'aletes en un conducte amb bypass, s'analitzarà un model hidràulic i un model tèrmic per tal de determinar la caiguda de pressió als extrems del dissipador i la resistència de convecció generada.

Taula C.1.: Dimensions del dissipador d'aletes utilitzat durant l'experiment amb bypass.

Descripció	Nom.	Valor	Unitats
Longitud de la base	W	41.0	mm
Longitud del dissipador	L	42.0	mm
Alçada de l'aleta	H	30.0	mm
Amplitud canal	d	1.7	mm
Gruix de l'aleta	t	1.0	mm
Gruix de la base	g_b	7.0	mm
Alçada del bypass	H_{bt}	3.0	mm
Número d'aletes	N	16	—

Els dissipadors tèrmics amb una configuració amb bypass es caracteritzen perquè no tot el flux que entra per la canonada es derivarà cap als canals del dissipador, sinó que existirà una part del cabal que fluirà per l'espai obert entre la canonada i la cara superior del dissipador.

A continuació s'exposaran els diferents models que han estat ajustats per tal d'acondicionar-se a les condicions de l'experiment realitzat al laboratori i la geometria del dissipador disponible.

C.2 Model R. Hossain, et al.

C.2.1 Model hidràulic

En el model hidràulic exposat a l'article *Influence of bypass on flow through plate fin heat sinks*, els autors R. Hossain, et al. [4] van desenvolupar un model analític per predir el cabal de fluid i la caiguda de pressió a través del dissipador tèrmic aplicant el principi de conservació de la massa i el teorema de l'impuls entre les aletes del dissipador.

Aquest model és aplicable sempre i quan el fluid tingui un règim laminar, i per a qualsevol tipus de configuració, és a dir, amb bypass o sense.

A més, durant el desenvolupament del model, se suposarà un flux constant i laminar.

Per fer més entenedor el càlcul hidràulic, l'autor va separar en diferents termes les pèrdues de càrrega. Llavors, la caiguda de pressió total en el dissipador tèrmic es pot resumir com la suma de diferents termes com es defineix en l'Eq. C.1.

$$\Delta p_{hs} = \Delta p_{hs,c} + \Delta p_{hs,fd} + \Delta p_{hs,e} \quad (\text{C.1})$$

on $\Delta p_{hs,c}$ són les pèrdues de càrrega en el dissipador degudes a la contracció, $\Delta p_{hs,fd}$ són les pèrdues de càrrega en el dissipador considerant un flux laminar desenvolupat al llarg del dissipador i $\Delta p_{hs,e}$ correspon a les pèrdues de càrrega degudes a l'expansió del fluid en la sortida del dissipador.

Per calcular aquests tres termes de l'Eq. C.1 es seguirà el procediment de càlcul sense bypass de la secció B.5.1, però, suposant un rati r comprés entre 0 i 1 per fer el primer càlcul de la iteració.

D'aquesta manera, el terme de les pèrdues de càrrega degudes a la contracció es determinaran com es mostra en l'Eq. C.2.

$$\Delta p_{hs,c} = \frac{1}{2} \rho v_{\infty}^2 (K_c) \quad (\text{C.2})$$

A continuació, seguint el procediment de la secció B.5.1 es podran quantificar les pèrdues del fluid totalment desenvolupat com s'expressa en l'Eq. C.3.

$$\Delta p_{hs,fd} = \frac{1}{2} \rho v_{ch}^2 \left(\frac{4 f_{app} L}{D_h} \right) \quad (C.3)$$

Finalment, les pèrdues degudes a l'expansió quedaran determinades com es mostra en l'Eq. C.4.

$$\Delta p_{hs,e} = \frac{1}{2} \rho v_{ch}^2 (K_e) \quad (C.4)$$

Amb les pèrdues de càrrega totals en el dissipador d'aletes quantificades per un valor qualsevol r entre 0 i 1, es calcularan les pèrdues de càrrega totals en el bypass com es mostra en l'Eq. C.5.

$$\Delta p_{bt} = \frac{1}{2} \rho v_{bt}^2 \left(K_{c,bt} + K_{e,bt} + \frac{4 f_{app,bt} L}{D_{h,bt}} \right) \quad (C.5)$$

Per poder implementar l'Eq. C.5, serà vital determinar els coeficients de contracció $K_{c,bt}$ i expansió $K_{e,bt}$ en aquest bypass.

Com que es preveu que en l'interval de velocitats que es treballarà es passarà d'un règim laminar a un turbulent a través del bypass, es diferenciaran dues equacions (Eqs. C.6 i C.7) per cada coeficient depenent d'aquest rang de treball.

$$K_{e,bt} = 1 + \frac{H_{bt}^2}{W^2 r^2} - 2 \frac{1.2 H_{bt}}{W r} \quad \text{si } Re < 2000 \quad (C.6)$$

$$K_{e,bt} = 1 + \frac{H_{bt}^2}{W^2 r^2} - 2 \frac{H_{bt}}{W r} \quad \text{si } Re \geq 2000 \quad (C.7)$$

De la mateixa manera es diferenciaran dues equacions (Eqs. C.8 i C.9) pel coeficient d'expansió segons el regim de treball.

$$K_{e,bt} = 0.4 \left[2 - \left(\frac{H_{bt}}{r W} \right)^2 \right] \quad \text{si } Re < 2000 \quad (C.8)$$

$$K_{e,bt} = 0.4 \left[1 - \left(\frac{H_{bt}}{r W} \right)^{2.1} \right] \quad \text{si } Re \geq 2000 \quad (C.9)$$

Coneixent els coeficients de contracció $K_{c,bt}$ i expansió $K_{e,bt}$ del bypass, caldrà determinar el coeficient de fricció aparent pel flux que es derivarà pel bypass. Per fer-ho, abans és necessari calcular la longitud hidrodinàmica adimensional tal i com es mostra a continuació.

$$D_{h,bt} = \frac{4 A_{m,bt}}{P_{m,bt}} \quad (C.10)$$

$$Re_{bt} = \frac{v_{bt} D_{h,bt}}{\nu} \quad (C.11)$$

$$L_{bt}^+ = \frac{L}{Re_{bt} D_{h,bt}} \quad (C.12)$$

El coeficient de fricció aparent per un flux hidrodinàmic en desenvolupament a través del bypass $f_{app,bt}$, es pot obtenir a partir de la correlació de Churchill-Usagi com es mostra en l'Eq. C.13.

$$f_{app,bt} Re_{bt} = \left[\left(\frac{3.44}{\sqrt{L_{bt}^+}} \right)^2 + (f Re_{bt})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (C.13)$$

$$\text{On : } f Re_{bt} = \frac{24}{1 + \frac{H_{bt}}{W}}$$

En aquests moments es pot determinar el valor de les pèrdues de càrrega generades en el bypass tal i com es mostrava en l'Eq. C.5.

Una vegada tenim determinades també les pèrdues de càrrega totals en el bypass, caldrà repetir aquest procés per tants valors de r com sigui necessari sempre i quan aquesta prengui un valor entre 0 i 1 per tal de que les pèrdues hidràuliques siguin les mateixes en la derivació del bypass i en el propi dissipador tèrmic.

Quan es compleix que $\Delta p_{hs} - \Delta p_{bt} = 0$ es podrà concloure amb el valor correcte de les pèrdues de càrrega i, a més, es coneixerà el rati de cabal r que es derivarà cap el bypass.

D'aquesta manera, serà possible comparar els resultats obtinguts experimentalment amb els obtinguts a partir de l'aplicació d'aquest model hidràulic tal i com es mostra en la Figura C.1.

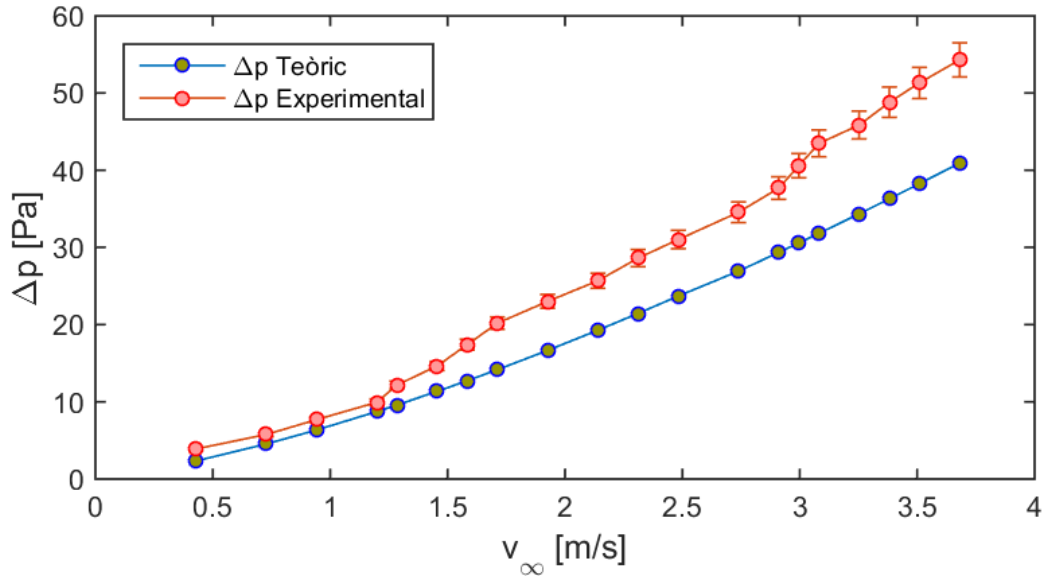


Figura C.1.: Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador d'ales amb bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el present model proposat per R. Hossain, et al. [4].

Finalment, es pot concloure havent obtingut un error mitjà del 24.5% respecte els resultats experimentals. Aquesta diferència pot haver estat deguda a que l'autor considera un flux desenvolupat al llarg del dissipador. Per tant, aquesta suposició no es del tot certa ja que degut a la curta longitud del dissipador, no es pot desenvolupar totalment un flux laminar.

C.3 Model H. L. Chen, et al.

C.3.1 Model hidràulic

En el model hidràulic exposat a l'article *Analytical analysis and experimental verification of interleaved parallelogram heat sink*, els autors H. L. Chen, et al. [1] van desenvolupar un model per tal de predir les pèrdues de carrega a través d'un dissipador tèrmic.

Cal recordar que una de les seves principals hipòtesis per dur a terme els càlculs era que no utilitzarien cap tipus de sistema que pogués derivar el cabal, per tant, un model en una configuració sense bypass.

Tot i això, en aquest apartat s'intentarà ajustar aquest model per a un funcionament apropiat en una configuració amb bypass.

Per determinar la caiguda de pressió en el tram del bypass Δp_{bt} serà necessari trobar abans els coeficients de contracció $K_{c,bt}$ i expansió $K_{e,bt}$ en aquest bypass.

Com que es preveu que en l'interval de velocitats que es treballarà es passarà d'un règim laminar a un turbulent a través del bypass, es diferenciarien dues equacions per cada coeficient depenent del rang de treball.

Els coeficients d'expansió en el bypass $K_{e,bt}$ van ser determinats en les Eqs. C.6 i C.7. Els coeficients de contracció en el bypass $K_{c,bt}$ es poden distingir segons el règim de treball en les Eqs. C.8 i C.9.

Com s'ha comentat prèviament, aquest mètode no ha estat ajustat abans per treballar amb una configuració amb bypass. Per tant, es plantejaran dues maneres diferents per determinar les pèrdues de càrrega primàries al bypass, és a dir, les que no són generades degut a la expansió o la contracció del cabal.

Per ajustar el primer mètode, es podrà determinar la caiguda de pressió en el bypass segons l'Eq. C.14.

$$\Delta p_{bt}^{(1)} = \frac{1}{2} \rho v_{bt}^2 \left(\lambda \frac{L}{D_{h,bt}} + K_{c,bt} + K_{e,bt} \right) \quad (\text{C.14})$$

Per implementar l'Eq. C.14, caldrà determinar el coeficient de fricció λ suposant que es tracta d'una canonada llisa. El càlcul es farà segons l'equació de Heinrich Blasius (Eq. C.15) per a poder quantificar les pèrdues de càrrega primàries en el bypass. D'aquesta manera, queden tots els termes de l'Eq. C.14 definits.

$$\lambda = \frac{64}{Re_{bt}} \quad \text{si } Re < 2000 \quad (\text{C.15})$$

$$\lambda = \frac{0.316}{Re_{bt}^{0.25}} \quad \text{si } Re \geq 2000 \quad (\text{C.16})$$

Com es va comentar anteriorment, es realitzarà una segona aproximació (Eq. C.17) per tal d'obtenir les pèrdues de càrrega en el bypass.

$$\Delta p_{bt}^{(2)} = \frac{1}{2} \rho v_{bt}^2 \left(\frac{4 f_{app,bt} L}{D_{h,bt}} + K_{c,bt} + K_{e,bt} \right) \quad (\text{C.17})$$

La longitud hidrodinàmica adimensional es pot calcular com s'expressa en l'Eq. C.12. Per determinar la caiguda de pressió a partir de l'Eq. C.17, serà necessari determinar abans el valor del coeficient de fricció aparent per un flux desenvolupat que es derivarà pel bypass a partir de les següents equacions.

$$f_{app,bt} Re_{bt} = \left[\left(\frac{3.44}{\sqrt{L_{bt}^+}} \right)^2 + (f Re_{bt})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{C.18})$$

$$\text{On : } f Re_{bt} = \frac{24}{1 + \frac{H_{bt}}{W}} \quad (\text{C.19})$$

Un cop conegudes les pèrdues de càrrega generades pel bypass, s'hauran de calcular també les generades en el dissipador de calor. Aquestes hauran de tenir el mateix valor que les del bypass pels mateixos valors de cabal d'entrada, és a dir, caldrà iterar el valor de r .

Quan el cabal d'aire entra a través dels canals del dissipador, aquest es trobarà una caiguda de pressió degut a la contracció de la secció transversal. Aquestes pèrdues es poden expressar en funció del rati d'àrea lliure σ definit com:

$$\sigma = \frac{(N - 1) d}{W - t} \quad (\text{C.20})$$

Amb aquest rati σ es podrà trobar el coeficient de contracció K_c tal i com es mostra a continuació,

$$K_c = 0.8 + 0.04 \sigma - 0.44 \sigma^2 \quad (\text{C.21})$$

Aquesta expressió en una aproximació estreta del llibre *Compact heat exchangers* [5] on només té validesa per a cabals en règim laminar ($Re = \frac{v D_h}{\nu} < 2000$).

D'aquesta manera, la caiguda de pressió degut a la contracció del fluid a l'entrada del dissipador es pot determinar com,

$$\Delta p_{hs,c} = \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 (1 - \sigma^2 + K_c) \quad (\text{C.22})$$

A continuació l'autor diferencia dues parts a través dels canals. La primera és quan el flux d'aire entra al dissipador de calor, on la capa límit del fluid augmenta i per tant, la força tallant domina. Aquest patró en aquest primer tram el denominarà com la regió hidràulica en desenvolupament i la caiguda de pressió degut a aquest efecte es pot determinar com,

$$\Delta p_{hs,dev} = \frac{1}{2} \rho v_{ch}^2 \left(\frac{4 L f_{app}}{D_h} \right) \quad (\text{C.23})$$

$$\text{On : } f_{app} = \frac{1}{Re} \left[\frac{3.44}{\sqrt{L^+}} + \frac{\left(24 + \frac{0.1685}{L^+} \right) - \frac{3.44}{\sqrt{L^+}}}{1 + \frac{0.00029}{(L^+)^2}} \right]$$

$$L^+ = \frac{L_{hy}}{Re D_h}$$

$$L_{hy} = D_h \left(\frac{0.315}{0.0175 Re + 1} + 0.011 Re \right)$$

La següent i última zona dins del canal és troba aigües avall del dissipador, on les capes límit es fusionen per produir el que anomenarà un règim completament desenvolupat on el coeficient de fricció serà independent de la longitud del flux. La força tallant en

aquest tram serà constant i per tant la caiguda de pressió desenvolupada es podrà trobar gràcies a la equació de Fanning.

$$\Delta p_{hs,fd} = \frac{1}{2} \rho v_{ch}^2 \left(\frac{4L f_{fd}}{D_h} \right) \quad (\text{C.24})$$

$$\text{On : } f_{fd} = \frac{1}{Re} \left(24 - 32.53 \alpha + 46.72 \alpha^2 - 40.83 \alpha^3 + 22.96 \alpha^4 - 6.09 \alpha^5 \right)$$

A mesura que el cabal d'aire surt del dissipador tèrmic, es produeix una caiguda de pressió a la sortida degut a una expansió irreversible. Aquesta pèrdua, de igual manera que en la contracció, serà dependent del rati d'àrea lliure.

El coeficient de caiguda de pressió en l'expansió (K_e) es pot determinar com,

$$K_e = 1 - 2.4 \sigma + \sigma^2 \quad (\text{C.25})$$

Aquesta expressió en una aproximació extreta del llibre *Compact heat exchangers* [5] on només té validesa per a cabals en règim laminar ($Re < 2000$).

Per tant, la caiguda de pressió degut a l'expansió del fluid a la sortida del dissipador es pot calcular com,

$$\Delta p_{hs,e} = \frac{1}{2} \rho v_{ch}^2 \left(-1 + \sigma^2 + K_e \right) \quad (\text{C.26})$$

La caiguda de pressió total en el dissipador tèrmic es pot resumir com la suma de totes les caigudes de pressió anteriors tal i com es mostra en l'Eq. C.27.

$$\begin{aligned} \Delta p_{hs} &= \Delta p_{hs,c} + \Delta p_{hs,dev} + \Delta p_{hs,fd} + \Delta p_{hs,e} = & (\text{C.27}) \\ &= \frac{1}{2} \rho v_{\infty}^2 \left(1 - \sigma^2 + K_c \right) + \frac{1}{2} \rho v_{ch}^2 \left[\left(\frac{4L f_{app}}{D_h} \right) + \left(\frac{4L f_{fd}}{D_h} \right) + \left(-1 + \sigma^2 + K_e \right) \right] \end{aligned}$$

Caldrà repetir aquest procés per tants valors de r com sigui necessari sempre i quan aquesta prengui un valor entre $0 < r < 1$ per tal de que les pèrdues hidràuliques siguin les mateixes en la derivació del bypass i en el propi dissipador tèrmic.

Una vegada es compleix que $\Delta p_{hs} - \Delta p_{bt} = 0$, es podrà concloure amb el valor correcte de les pèrdues de càrrega i, a més, es coneixerà el rati de cabal r que es derivarà cap el bypass.

D'aquesta manera serà possible comparar els resultats obtinguts experimentalment amb els obtinguts a partir de l'aplicació d'aquestes dues aproximacions del model hidràulic tal i com es mostra en les Figures C.2 i C.3.

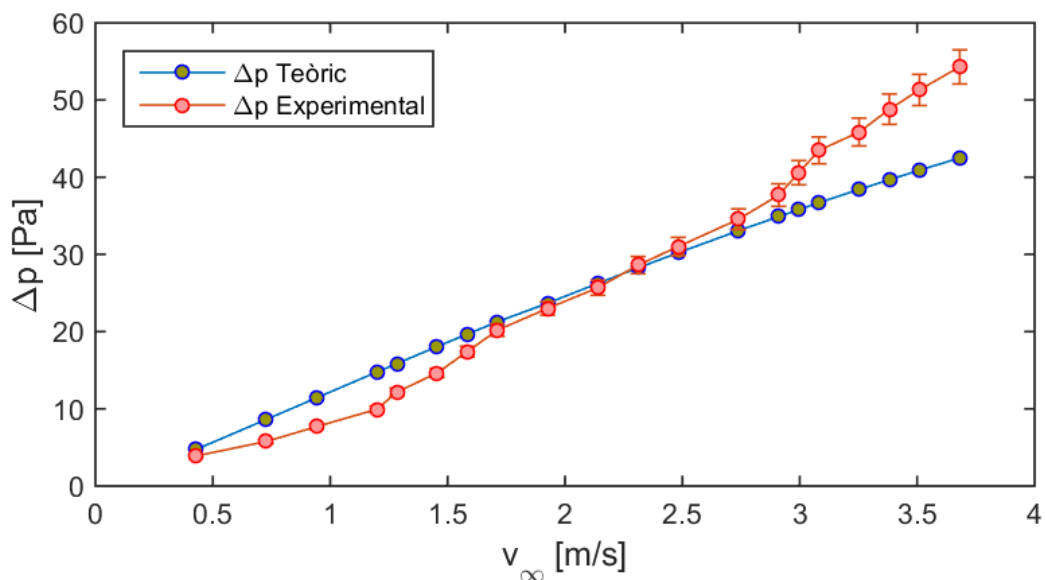


Figura C.2.: Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador d'aletes amb bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el present model proposat per H. L. Chen, et al. en [1]. (Primera aproximació).

Tal i com passava amb la configuració sense bypass, la corba proposada per l'autor té una tendència que no segueix les dades experimentals. Això és degut principalment a la geometria del dissipador utilitzat, el canvi de la configuració i, a més, en el bypass s'han utilitzat unes equacions que només respecten el rang de treball d'un flux laminar.

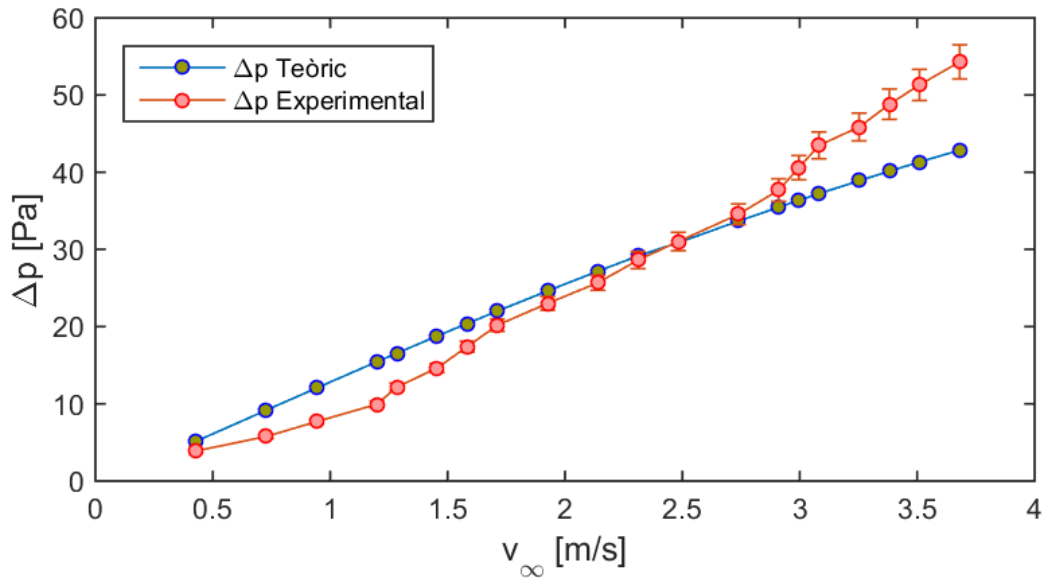


Figura C.3.: Comparació de la caiguda de pressió Δp [Pa] entre l'entrada i la sortida del dissipador d'aletes amb bypass obtinguda experimentalment i mitjançant el present model proposat per H. L. Chen, et al. en [1]. (Segona aproximació).

C.3.2 Model tèrmic

El procediment a seguir per la correcta implementació d'aquest model es pot trobar en la secció B.6.2.

Havent calculat el coeficient de convecció tèrmic del dissipador d'aletes, es podrà realitzar una comparació entre els resultats experimentals i els obtinguts amb el present mètode tal i com es mostra en la Figura C.4.

A la Figura C.4 es pot apreciar com els valors del coeficient de convecció tèrmic teòrics no s'allunyen en gran quantitat dels obtinguts experimentalment. Cal destacar que amb aquest mètode s'ha obtingut un error mitjà de les dades del 8.1%.

A continuació, amb el valor del coeficient de convecció tèrmic es podrà determinar la resistència tèrmica de convecció sempre i quan l'àrea de transferència de calor sigui una dada coneguda.

$$R_{cv,hs} = \frac{1}{h A_t} \tag{C.28}$$

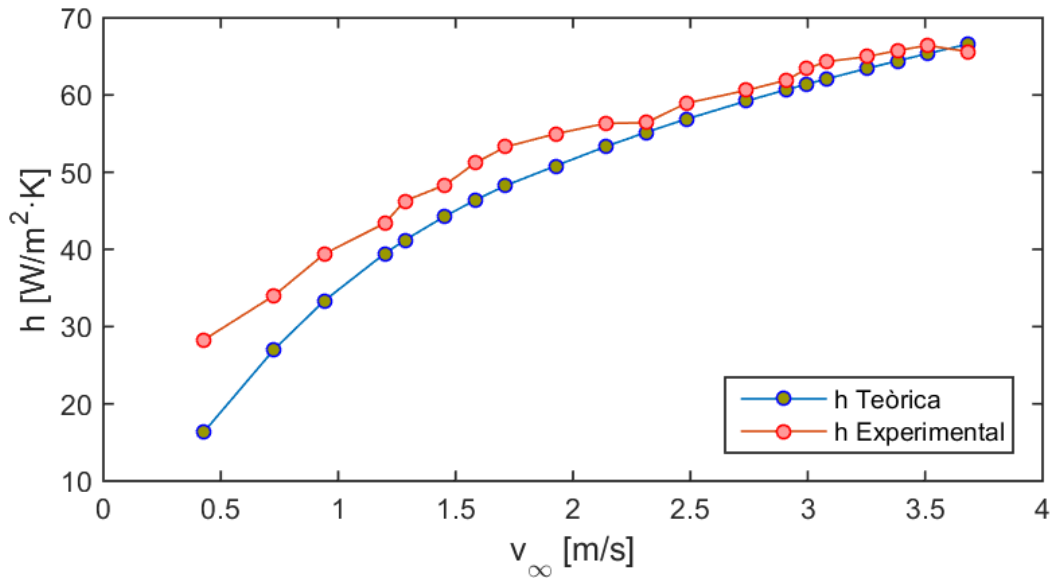


Figura C.4.: Comparació del coeficient de transferència de calor per convecció tèrmic h [$\text{W}/(\text{K m}^2)$] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada amb bypass segons el model exposat per H.L. Chen, et al. en[1].

Amb la resistència tèrmica de convecció del dissipador d'aletes calculada, es farà una comparació amb les dades experimentals tal i com es veu a la Figura C.5.

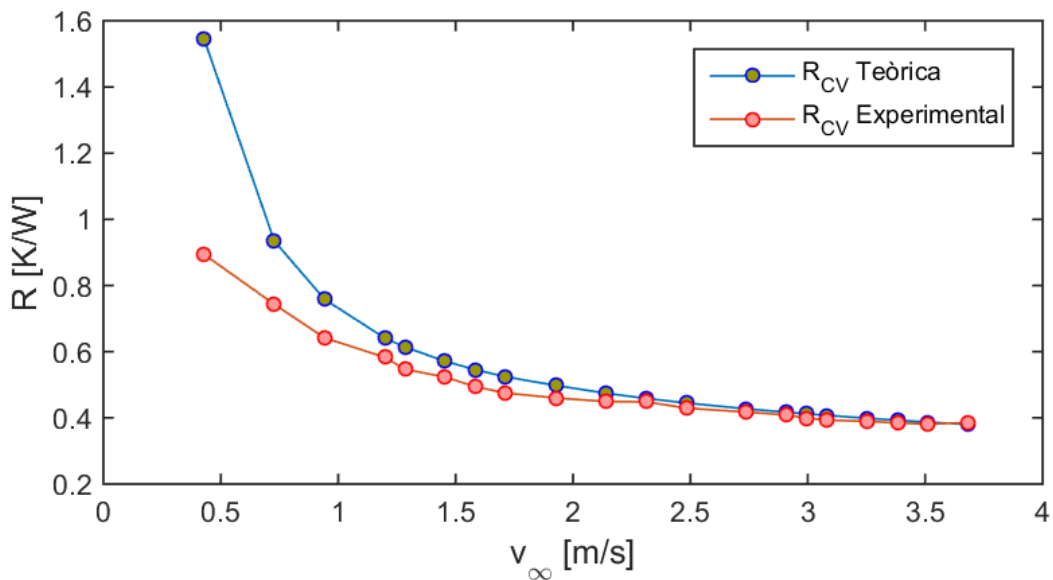


Figura C.5.: Comparació de la resistència tèrmica de convecció R [K/W] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada amb bypass segons el model exposat per H. L. Chen et al. en [1].

En aquesta Figura C.5 es pot veure com els resultats teòrics, d'igual manera que amb el coeficient h , s'acosten als valors experimentals a mesura que augmenta la velocitat.

Aquest fet és degut a que les equacions emprades són per a convecció forçada i, per tant, a velocitats baixes encara no ens trobem en aquest règim de treball i la dissipació és gairebé amb convecció natural.

C.4 Model M. Lindstedt, et al.

C.4.1 Model hidràulic

Abans de realitzar cap càlcul, cal dir que l'autor no va realitzar un model hidràulic per un dissipador en una configuració amb bypass. És per això que en el present projecte s'intentarà adaptar aquest model sense bypass per a ser utilitzat en ambdues configuracions.

Per ajustar el model hidràulic segons el mètode proposat per M. Lindstedt i R. Karvinen en [7] cal saber que les pèrdues de càrrega en el tram del bypass seran les mateixes que en els extrems del dissipador.

$$\Delta p_{bt} = \Delta p_{hs} \quad (\text{C.29})$$

A més, pel principi de conservació de la massa, se sap que el cabal d'entrada per la canonada serà el mateix que la suma dels cabals de sortida del dissipador i del bypass. Tal i com es pot veure en la Figura C.6, el cabal d'entrada Q_{in} es dividirà en dos cabals secundaris Q_{bt} i Q_{hs} tant bon punt arribi al dissipador.

$$Q_{in} = Q_{ch} + Q_{bt} \quad (\text{C.30})$$

$$\begin{aligned} \text{On : } \quad Q_{ch} &= (1 - r) Q_{in} = (1 - r) A_{in} v_{\infty} \\ Q_{bt} &= r Q_{in} = r A_{in} v_{\infty} \end{aligned}$$

on r és la relació entre el cabal que circula pel bypass i el cabal d'entrada. Aquest rati prendrà un valor $0 < r \leq 1$.

Per determinar aquest rati r caldrà suposar un valor inicial i, a partir d'aquest, resoldre el càlcul de manera iterativa de tot el model hidràulic aplicant el mètode de Newton-Raphson fins que aquest valor r convergeixi a una solució. Aquest valor haurà convergit una vegada es satisfaci l'Eq. C.30 amb la condició de l'Eq. C.29.

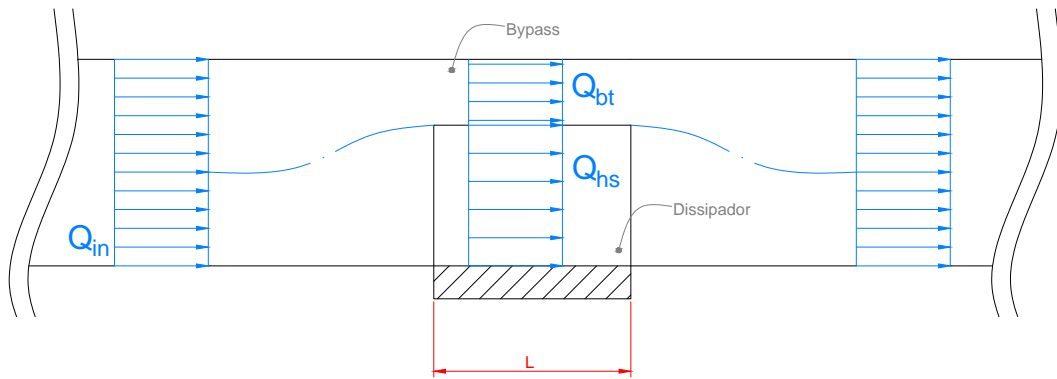


Figura C.6.: Distribució del cabal d'entrada Q_{in} a través del dissipador tèrmic d'aletes planes paral·leles.

C.4.1.1 Pèrdues de càrrega degudes al bypass o derivació del flux

Per trobar les pèrdues de càrrega degudes a la derivació del flux serà necessari abans haver trobat el rati r que ens diu la relació de cabal que s'ha derivat respecte el d'entrada.

Llavors, coneixent aquest rati r es coneixerà el cabal derivat al bypass. Aleshores, la velocitat del flux v_{bt} al bypass serà una dada coneguda ja que la secció per on passarà aquest flux és una dada geomètrica coneguda.

El diàmetre hidràulic del bypass $D_{h,bt}$ es podrà calcular com s'expressa en l'Eq. C.31.

$$D_{h,bt} = \frac{4 A_m}{P_m} = \frac{4 W H_{bt}}{2 W + 2 H_{bt}} \quad (\text{C.31})$$

Amb la velocitat dels gasos en el bypass v_{bt} i el diàmetre hidràulic del bypass $D_{h,bt}$ es podrà calcular el nombre de Reynolds del flux derivat en el bypass (Eq. C.32).

$$Re_{bt} = \frac{v_{bt} D_{h,bt}}{\nu} \quad (\text{C.32})$$

A continuació és trobarà el coeficient de fricció λ (Eqs. C.33 i C.34) suposant que es tracta d'una canonada llisa. El càlcul es farà segons l'equació de Heinrich Blasius per a poder quantificar les pèrdues de càrrega primàries en el bypass.

$$\lambda = \frac{64}{Re_{bt}} \quad \text{si } Re < 2000 \quad (\text{C.33})$$

$$\lambda = \frac{0.316}{\sqrt[4]{Re_{bt}}} \quad \text{si } Re \geq 2000 \quad (\text{C.34})$$

Seguidament es calcularan els coeficients de contracció $K_{c,bt}$ i expansió $K_{e,bt}$ al bypass per poder valorar així la caiguda de pressió total en el bypass.

Per poder determinar aquests coeficients caldrà resoldre les tres equacions fonamentals de la mecànica de fluids, és a dir, l'equació de continuïtat, el teorema de l'impuls i el teorema de Bernoulli.

Cal recordar que pel principi de conservació de la massa o equació de continuïtat, el cabal d'entrada serà igual a la suma de tots els cabals de sortida, és a dir, la suma dels cabals de les aletes i el cabal del bypass.

$$Q_{in} = Q_{ch} + Q_{bt} \quad (\text{C.35})$$

$$\text{On: } \quad Q_{ch} = (1 - r) Q_{in} = (1 - r) A_{in} v_{\infty}$$

$$Q_{bt} = r Q_{in} = r A_{in} v_{\infty}$$

D'aquesta manera, el cabal de gasos Q_{bt} que passarà pel bypass (veure Figura C.7) es podrà determinar com s'expressa a continuació:

$$Q_{bt} = A_{bt} v_{bt} = r A_{in} v_{\infty} \quad (\text{C.36})$$

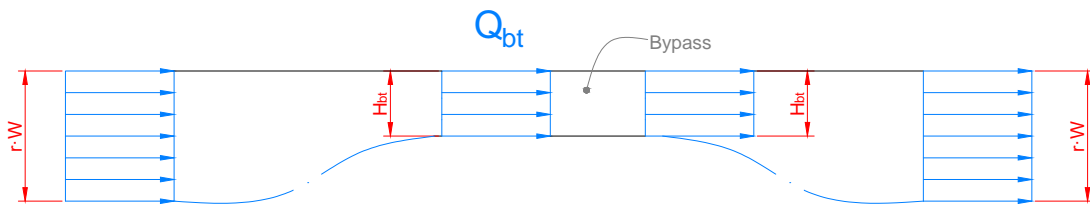


Figura C.7.: Perfil de velocitats que segueix el cabal en el bypass Q_{bt} al llarg de la canonada.

Suposant que la velocitat dels gasos en el bypass sigui més gran que la velocitat d'aquests a l'entrada de la canonada, es podrà concloure,

$$H_{bt} v_{bt} = r W v_{\infty} \quad \text{si } v_{bt} > v_{\infty} \rightarrow H_{bt} < r W \quad (\text{C.37})$$

A continuació s'aplicarà el teorema de l'impuls on ens diu que la suma de les forces generades en un volum de control serà igual a la diferència del producte entre els cabals massics per la seva velocitat corresponent tal i com ens indica l'Eq. C.38.

$$\sum \vec{F} = \sum \dot{m}_s \vec{v}_s - \sum \dot{m}_e \vec{v}_e \quad (\text{C.38})$$

on \dot{m}_s i \dot{m}_e són els cabals massics a la sortida i entrada del volum de control respectivament, i \vec{v}_s i \vec{v}_e són les velocitats a la sortida i entrada del volum de control.

Tenint en compte que el perfil de la velocitat no és constant i té un perfil molt parabòlic durant el règim laminar, s'haurà d'incloure el coeficient corrector β per tal d'ajustar aquest teorema. Per tant, si es desenvolupa l'Eq. C.38 es podrà concloure com es veu en l'Eq. C.39.

$$p_{bt} r W - p_I r W = \beta \rho v_I^2 r W - \beta \rho v_{bt}^2 H_{bt} \quad (\text{C.39})$$

on p_{bt} és la pressió generada del bypass, r és el rati dels cabals, W és l'amplada del dissipador, p_I és la pressió en el punt I , β és el coeficient corrector per perfils parabòlics, v_I és la velocitat del fluid en el punt I , ρ és la densitat dels gasos, v_{bt} és la velocitat del fluid en el bypass i H_{bt} correspon a l'alçada del bypass.

Seguidament es plantejarà el teorema de Bernoulli o principi de conservació de l'energia tal i com es mostra en l'Eq. C.40.

$$\frac{p_{bt}}{\rho g} + z + \alpha \frac{v_{bt}^2}{2g} = \frac{p_I}{\rho g} + z + \alpha \frac{v_I^2}{2g} + K_e \frac{v_{bt}^2}{2g} \quad (\text{C.40})$$

A partir d'aquest teorema de Bernoulli expressat en l'Eq. C.40, es podrà simplificar reagrupant termes tal i com es mostra a continuació.

$$K_e \frac{v_{bt}^2}{2g} = \frac{(p_{bt} - p_I)}{\rho g} + \alpha \frac{(v_{bt}^2 - v_I^2)}{2g} \quad (\text{C.41})$$

Tenint en compte els resultats obtinguts a partir del principi de conservació de la massa, el teorema de l'impuls i el principi de conservació de l'energia (teorema de Bernoulli), es determinarà el coeficient d'expansió K_e com es mostra a l'Eq. C.42.

$$K_e = \alpha + (2\beta - \alpha) \frac{H_{bt}^2}{r^2 W^2} - 2\beta \frac{H_{bt}}{r W} \quad (\text{C.42})$$

Degut al perfil tan parabòlic de la velocitat en règims laminars, els coeficients α i β prenen valors de 2 i 4/3 respectivament. Existeixen casos on, segons l'autor, el valor de β pot variar lleugerament.

En règims turbulents el perfil de la velocitat és més constant en el seu centre i llavors els valors de α i β passen a valer 1.

En aquests moments ja es conèixen tots els termes necessaris per poder calcular les caigudes de pressió en el bypass. Aquestes pèrdues venen definides segons l'Eq. C.43.

$$\Delta p_{bt} = \rho \left(\frac{\lambda L}{2 D_{h,bt}} + K_{c,bt} + K_{e,bt} \right) v_{bt}^2 \quad (\text{C.43})$$

C.4.1.2 Pèrdues de càrrega en el dissipador d'aletes

Es començarà calculant les pèrdues de càrrega en el dissipador tèrmic. Per fer-ho, caldrà determinar el diàmetre hidràulic d'un dels canals tal i com es va mostrar en l'Eq. B.12.

Es definirà la velocitat d'entrada a la canonada v_∞ com la relació entre el cabal de gasos a l'entrada Q_{in} i la secció transversal lliure a la mateixa entrada de la canonada A_{in} :

$$v_\infty = \frac{Q_{in}}{A_{in}} \quad (\text{C.44})$$

Coneixent el diàmetre hidràulic, la velocitat d'entrada del fluid i la viscositat d'aquest, es podrà calcular el nombre de Reynolds tal i com es va mostrar en l'Eq. B.34. Així es podrà conèixer si s'està tractant d'un fluid en règim laminar o en règim turbulent.

La longitud desenvolupada hidrodinàmica es determinarà independentment de si es tracta d'una configuració amb bypass o sense. Per tant, es calcularà com l'Eq. B.5.

Per calcular els coeficients de contracció K_c i expansió K_e serà necessari conèixer el trajecte del cabal en les aletes Q_{ch} (veure Figura C.8) i plantejar les equacions fonamentals de la mecànica de fluids, és a dir, l'equació de continuïtat, el teorema de l'impuls i el teorema de Bernoulli. D'aquesta manera el coeficient de contracció K_c es calcularà com es mostra en l'Eq. C.45 i el coeficient d'expansió K_e en el dissipador tal i com es mostra en l'Eq. C.46.

$$K_c = 0.4 \left[2 - \left(\frac{H d}{W (1-r) (d+t)} \right)^2 \right] \quad (\text{C.45})$$

$$K_e = 1 + \left[\frac{H d}{W (1-r) (d+t)} \right]^2 - 2\beta \left[\frac{H d}{W (1-r) (d+t)} \right] \quad (\text{C.46})$$

$$\text{On : } \beta = 1 + \left[\left(4.224 \sqrt{L^+} \right)^{-2.7} + 0.2^{-2.7} \right]^{-1/2.7}$$

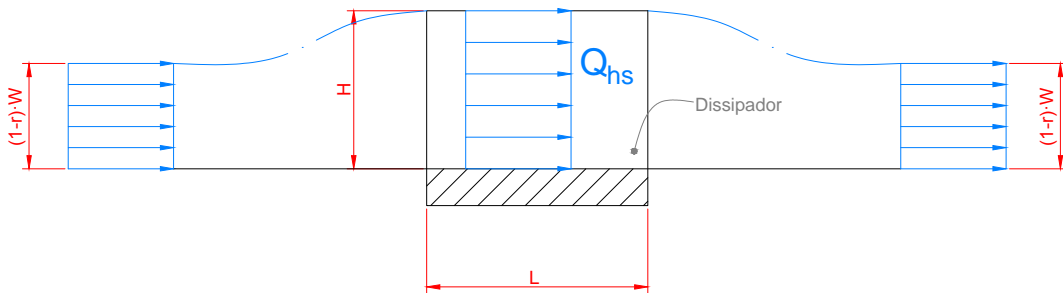


Figura C.8.: Perfil de velocitats que segueix el cabal en les aletes Q_{ch} al llarg de la canonada.

En el cas d'un fluid totalment laminar a través d'un canal rectangular, el coeficient de fricció es obtingut a partir de [10]:

$$f Re = \frac{24}{\Phi(\varepsilon)} \quad (\text{C.47})$$

$$\text{On : } \Phi(\varepsilon) = (1 + \varepsilon)^2 \left[1 - \frac{192 \varepsilon}{\pi^5} \tanh \left(\frac{\pi}{2\varepsilon} \right) \right]$$

Amb : $\varepsilon = \frac{d}{H}$

Per fluxos totalment desenvolupats s'ha utilitzat el mètode de Churchill i Usagi per a poder determinar el coeficient de fricció aparent per a aquest tipus de fluxos.

$$f_{app} Re = \left[\left(\frac{3.44}{\sqrt{L^+}} \right)^2 + (f Re)^2 \right]^{1/2} \quad (C.48)$$

Una vegada determinat el coeficient de fricció aparent per fluxos totalment desenvolupats es podran valorar les pèrdues de pressió en el dissipador d'aletes.

$$\Delta p_{hs} = \frac{1}{2} \rho v_{ch}^2 (4 f_{app} Re L^+ + K_c + K_e) \quad (C.49)$$

C.4.1.3 Pèrdues de càrrega en el dissipador i el bypass

Un cop determinades les pèrdues de càrrega en el dissipador i el bypass per a un valor r caldrà comprovar el valor de aquestes dues pèrdues de càrrega. Caldrà seguir el procediment esmentat en la secció 2.3.1 per tal que aquestes pèrdues siguin iguals.

Una vegada es compleix que $\Delta p_{hs} - \Delta p_{bt} = 0$ es podrà dir que el valor de r haurà convergit en una solució. Aquesta resultarà, posteriorment, en les pèrdues de càrrega en els extrems del dissipador.

A continuació, tal i com es mostra en la Figura C.9, es podrà fer una comparació entre les pèrdues de càrrega obtingudes experimentalment al laboratori i les pèrdues obtingudes a partir de l'ajustatge d'aquest mètode.

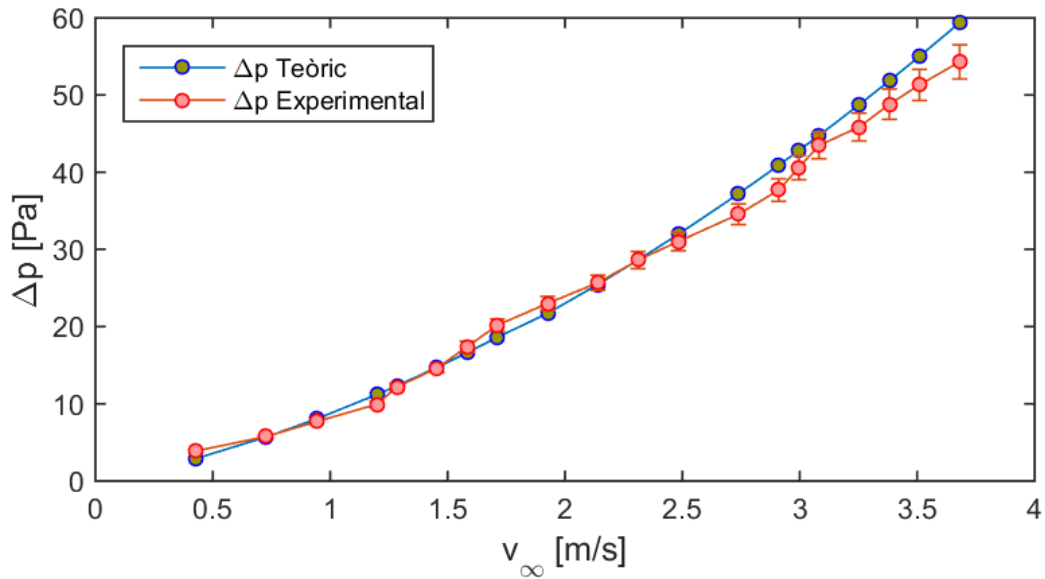


Figura C.9.: Caiguda de pressió teòrica enfront l'experimental Δp [Pa] obtinguda al laboratori implementant el mètode analític exposat per M. Lindstedt i R. Karvinen en [7] en una canonada amb un dissipador amb bypass.

Es pot veure en la Figura C.9 que aquest model hidràulic ajustat en el present projecte a partir del model sense bypass de M. Lindstedt, et al. en [7] resulta tenir un baix error respecte les dades experimentals.

C.4.2 Model tèrmic

Una vegada s'ha determinat el cabal entre les aletes, el model tèrmic proposat amb una configuració en tipus bypass seguirà la mateixa estructura i equacions que la seguida en la secció B.7.2.

D'aquesta manera s'obté una resistència tèrmica de convecció que es podrà comparar amb l'obtinguda experimentalment tal i com es mostra en la Figura C.10.

Es pot apreciar en la Figura C.10 com a partir de la segona dada mesurada, la corba teòrica segueix la mateixa tendència que la experimental. Aquest fet es degut, com s'ha comentat anteriorment, a que a baixes velocitats la convecció del calor en realitat es fa de forma natural i no forçada.

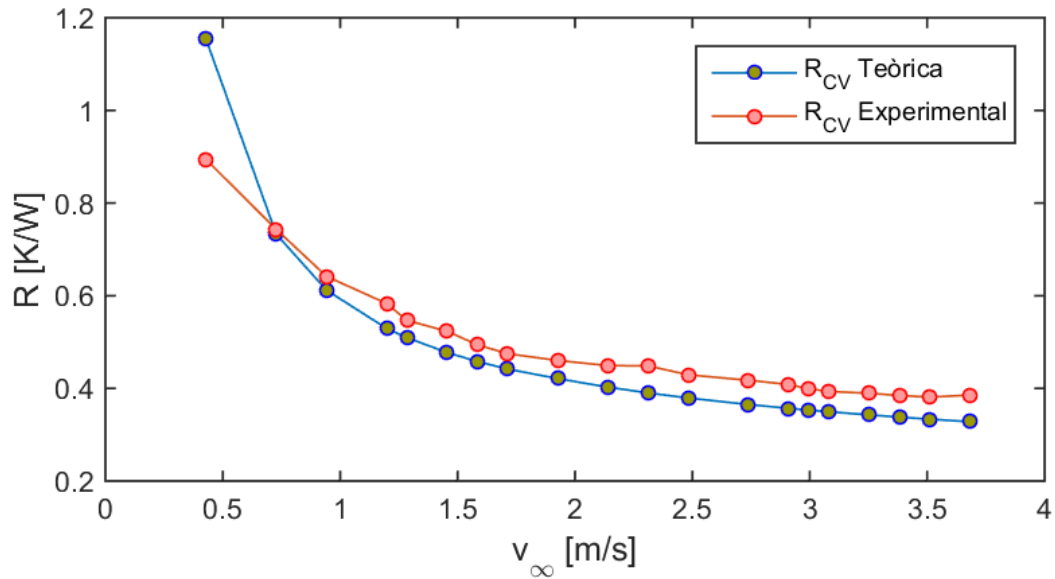


Figura C.10.: Comparació de la resistència tèrmica de convecció R [K/W] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada amb bypass segons el model exposat per M. Lindstedt i R. Karvinen en [7].

Igualment es podran comparar els valors del coeficient de transferència de calor per convecció entre el dissipador i l'ambient teòrics i experimentals tal i com es veu en la Figura C.11.

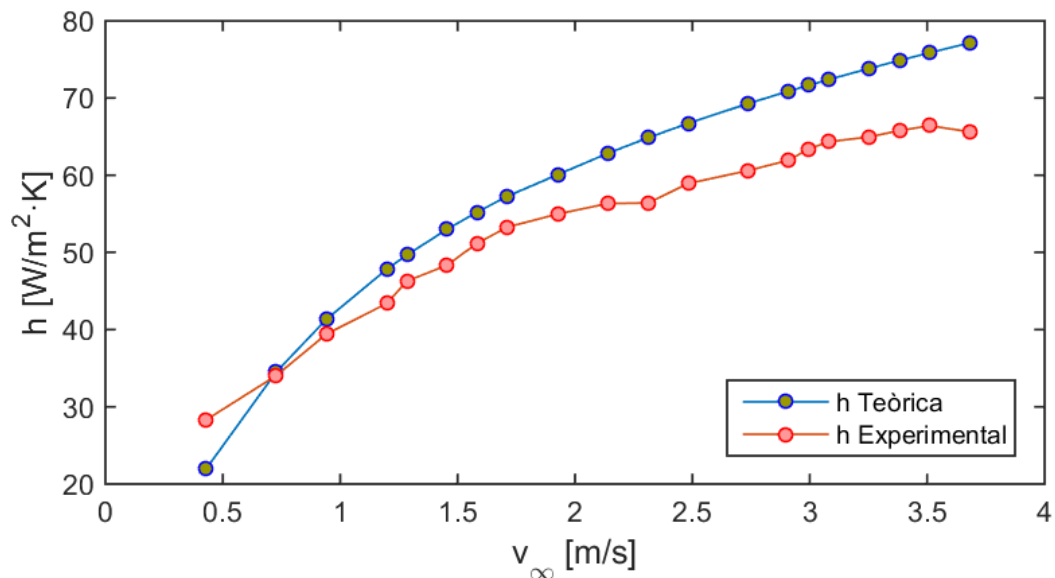


Figura C.11.: Comparació del coeficient de transferència de calor per convecció tèrmica h [W/(K m²)] entre el dissipador d'aletes i l'ambient en una canonada amb bypass segons el model exposat per M. Lindstedt i R. Karvinen en [7].

C.5 Conclusions

Després de fer desenvolupament dels mètodes basats en equacions analítiques de la literatura en aquest Annex C, es trauran varies conclusions.

En quant al càlcul hidràulic, el millor model ha estat l'implementat en l'actual projecte a partir d'un model hidràulic proposat per M. Lindstedt, et al. en [7].

Pel que fa al càlcul tèrmic, el model amb un error més baix respecte la mitjana de les dades experimentals ha estat el presentat per H. L. Chen, et al. en [1]. En la realització d'aquests càlculs tèrmics, com s'ha comentat anteriorment, s'utilitzava una formulació per convecció forçada quan en realitat, per velocitats baixes, la convecció era natural. Això feia que l'error augmentés considerablement en els primers punts respecte les dades experimentals.

Manual d'usuari

D.1 Introducció

En aquest present annex es descriurà el procediment a efectuar per part de l'usuari amb la finalitat del seu correcte ús.

Es diferenciaran dos procediments depenent de si l'usuari vol realitzar un càlcul a través d'una configuració sense o amb bypass.

D.2 Realització d'un càlcul amb una configuració sense bypass

Per realitzar un càlcul amb una configuració sense bypass només caldrà introduir la geometria del dissipador indicant clarament que l'alçada del bypass H_{bt} prendrà un valor de 0 tal i com es mostra en la Figura D.1. D'aquesta manera, el full de càlcul realitzarà la implementació amb les equacions analítiques per una configuració sense bypass.

També es podrà comprovar que s'està treballant amb una configuració sense bypass observant la cel·la que ens indica la configuració. En la Figura D.1 es veu clarament que la configuració serà: *'NO BYPASS'*.

L'usuari només haurà de modificar les cel·les amb un fons verd ja que, contràriament, si es fa un canvi en la resta de cel·les, no s'obtidran els resultats esperats.

Una vegada l'usuari hagi introduït les dades d'entrada, es retornaran els resultats esperats.

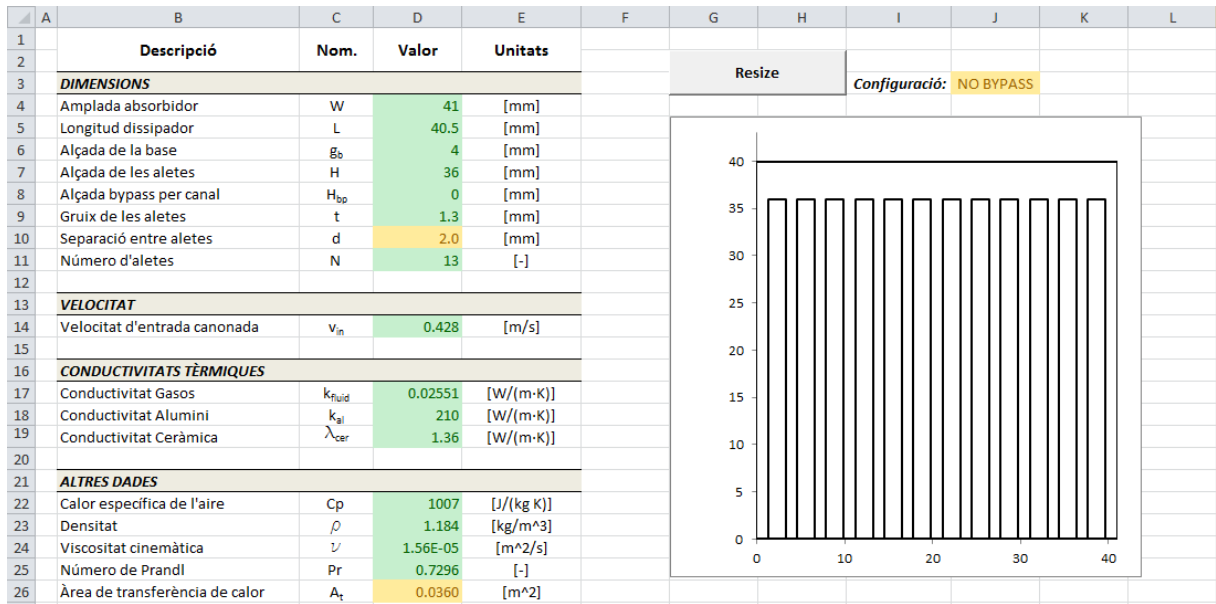


Figura D.1.: Valors d'entrada per una configuració sense bypass.

D.3 Realització d'un càlcul amb una configuració amb bypass

Per realitzar un càlcul amb una configuració amb bypass serà necessari introduir la geometria del dissipador amb una alçada del bypass H_{bt} superior a 0 tal i com es mostra en la Figura D.2. Així, el full de càlcul implementarà les equacions analítiques per una configuració amb bypass.

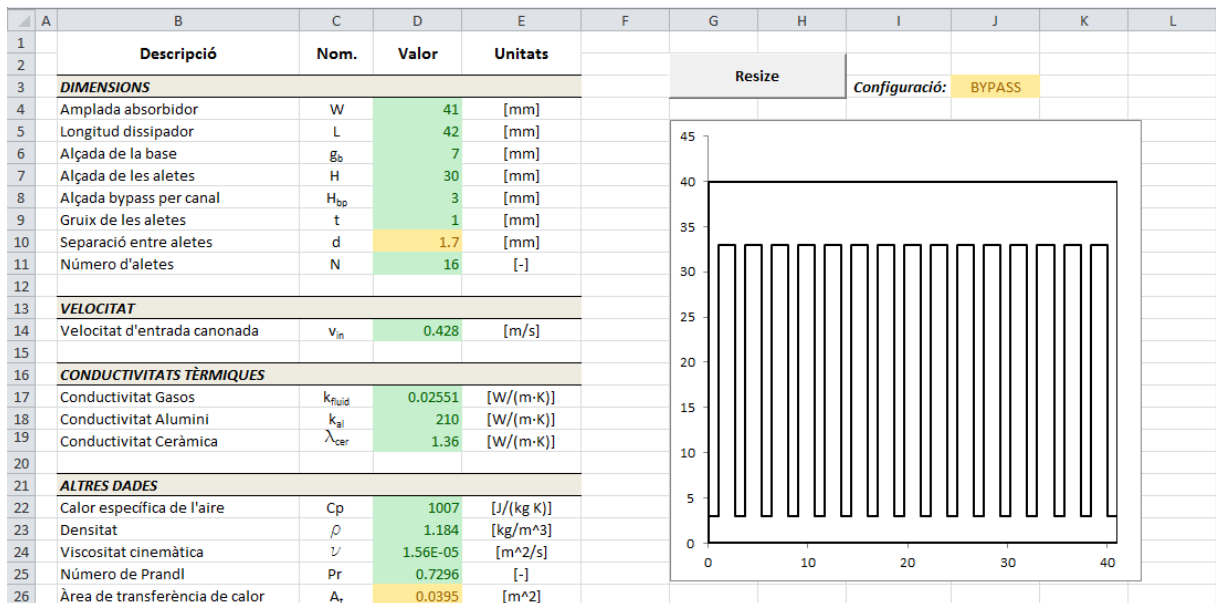


Figura D.2.: Valors d'entrada per una configuració amb bypass.

De igual manera que en el cas sense bypass, l'usuari només haurà de modificar les cel·les amb un fons verd.

Abans de recuperar els resultats que retorna el full de càlcul caldrà prémer el botó *Refresh*. D'aquesta manera es realitzarà el càlcul iterati mencionat en la secció 2.3.1. Una vegada s'ha pres aquest botó, els resultats retornats pel full de càlcul seran els esperats pel client segons la implementació feta a partir de la literatura.

