

Treball final de màster

Estudi: Màster en Enginyeria Industrial

Títol: Càlcul de deformacions en servei en elements de formigó armat a flexió considerant la interacció entre armadures i formigó

Document: Memòria i annexos

Alumne: Lazaro Ariño Esmoris

Tutor: Lluís Torres Llinàs

Departament: Enginyeria mecànica i de la construcció industrial

Àrea: Enginyeria de la construcció

Convocatòria (mes/any): Juny 2022

Índex de continguts

1	Introducció	1
1.1	Antecedents	1
1.2	Objecte	1
1.3	Abast.....	2
2	Fonaments teòrics.....	3
2.1	Formigó armat.....	3
2.2	Fissuració en elements de formigó armat.....	4
2.3	Diagrames tensió- deformació dels materials	7
2.3.1	Diagrama tensió deformació del formigó	7
2.3.2	Diagrama tensió deformació de l'acer	13
3	Model basat en l'adherència – lliscament d'un bloc entre dues seccions totalment fissurades .	14
3.1	Fonaments teòrics.....	14
3.2	Comportament seccional de les seccions totalment fissurades	15
3.3	Comportament seccional considerant lliscament.....	17
3.3.2	Adherència acer formigó.....	18
3.4	Bloc entre dues fissures	19
3.4.1	Càlcul de la separació entre fissures (<i>Lcr</i>).....	19
3.4.2	Lliscament entre l'armadura i el formigó (<i>s</i>).....	20
3.4.3	Equilibri barra reforç	20
3.5	Programa bloc	21
3.6	Càlcul de la curvatura mitjana del bloc entre dues fissures.....	26
3.7	Càlcul de l'amplada de fissura.....	26
4	Model adherència – lliscament per una biga recolzada en els seus extrems.....	27
4.2	Programa biga	28
4.3	Programa curvatura fletxa	31
5	Aplicació de l'eina desenvolupada	34
5.1	Geometria i propietats del formigó	34
5.2	Curvatura mitjana	35
5.3	Amplada de fissura.....	39
5.4	Fletxa	43
6	Pressupost.....	51
7	Conclusions	52

8	Relació de documents	53
9	Bibliografia	54
Annex A	Programa Bloc	56
Annex B	Programa biga	61
Annex C	Versió prèvia.....	69

1 Introducció

1.1 Antecedents

El formigó és un material d'ús generalitzat en la construcció, que s'obté a partir de la barreja d'aigua ciment i àrids (amb la possible incorporació d'additius). El formigó resisteix bé els esforços de compressió, segons la resistència obtinguda amb la dosificació de cada mescla, i, en canvi, no suporta bé els esforços a tracció. Per tal de donar solució a aquesta situació, el formigó armat incorpora armadures d'acer, o d'altres materials alternatius (com fibra de vidre o carboni) que s'encarreguen d'aguantar els esforços de tracció.

El formigó es comporta de forma lineal a tensions baixes, habitualment en la zona d'estats límits de servei, mentre que per a tensions més altes i pròximes a la seva ruptura, les lleis adopten lleis de tensió-deformació de forma sensiblement parabòlica.

Quan el formigó es fissura disminueix dràsticament la rigidesa de l'element estructural. Gràcies a l'adherència entre el formigó i l'acer, el formigó traccionat entre dues fissures pot col·laborar en la rigidesa donat lloc al fenomen conegut com a "tension-stiffening" (TS).

Aquest fenomen és degut a l'adherència entre armadures i formigó, de manera que els esforços de tracció, que a les seccions fissurades són totalment resistits per les armadures, es van transferint paulatinament al formigó en les zones entre fissures i així s'acaba tenint un element amb una rigidesa més gran que en el cas de considerar les seccions totalment fissurades.

Quan es contempla el lliscament que es produeix entre l'armadura d'acer i formigó a causa de les tensions d'adherència, les seccions més properes a la secció totalment fissurada presenten més lliscament, per tant, la barra d'acer s'emporta més tracció i el formigó contribueix poc a resistir les traccions. A les seccions més allunyades de les seccions fissurades l'adherència és menor, les armadures llisquen menys, la força que aguanten és menor, mentre que per contra el formigó s'emporta una part de la tracció. El formigó contribueix a la tracció disminuint l'esforç resistit per l'acer.

En funció de l'adherència l'acer pot lliscar poc, amb bona adherència, o molt, amb adherència menys bona. Aquesta característica influeix en la deformació de les seccions entre fissures (deformacions unitàries dels materials i curvatura seccional). En considerar el comportament d'un bloc de formigó armat entre dues fissures es poden obtenir les deformacions a cada secció, l'obertura de fissura als extrems del bloc i globalment una curvatura mitjana del bloc. L'obtenció de la curvatura a cada secció d'anàlisi (o d'una curvatura mitjana per el bloc entre dues fissures) permet obtenir el detall de la variació al llarg d'una biga, així com la fletxa en qualsevol punt de l'element mitjançant la doble integració de curvatures, o sistemes equivalents, com per exemple els basats en la biga conjugada.

1.2 Objecte

L'objecte del treball és desenvolupar una eina de càlcul que permeti trobar les deformacions en seccions de formigó armat sotmeses a flexió reforçades amb acer o materials compostos tenint en compte la interacció entre armadures i formigó. Les deformacions seccionals s'avaluaran amb el dígrama moment curvatura mitjana en la respectiva secció considerant

l'efecte TS. Es podran introduir diferents diagrames tensió-deformació del formigó i de les armadures i del reforç.

1.3 Abast

S'implementarà codi Matlab on es calcularà la curvatura de les diferents seccions tenint en compte la influència de la interacció entre el reforç i formigó mitjançant lleis d'adherència - lliscament local entre el formigó i el tipus d'armadura emprada.

S'utilitzarà una versió prèvia de codi Matlab per al càlcul del valor i posició de la resultant de les tensions de compressió del formigó.

La programació de la metodologia de resolució s'ha implementat en dues fases. En la primera s'han considerat blocs de formigó entre dues fissures de longitud igual a la separació entre fissures, donant lloc al "programa bloc". En la segona la metodologia anterior s'ha incorporat a una biga a flexió donant lloc al "programa biga".

El programa bloc calcula la curvatura de les diferents seccions situades entre dues seccions totalment fissurades, i l'amplada de fissura de les seccions totalment fissurades, entre altres paràmetres intermedis que són necessaris per al càlcul d'aquests últims introduint les dimensions de la secció de la biga, les propietats del formigó i l'acer.

El programa biga calcula les curvatures d'una biga simplement recolzada i amb càrrega uniforme, al llarg de tota la seva longitud.

Per calcular les curvatures de la zona on els moments són superiors al moment de fissuració s'utilitza el programa bloc.

Un cop es coneixen les curvatures en tota la seva longitud, el programa obté la fletxa de la biga pel mètode de la biga conjugada.

Un cop verificada la correcta programació, s'ha utilitzat el mètode per tal d'avaluar la influència dels diferents paràmetres geomètrics i mecànics de l'estructura en les deformacions locals i globals.

2 Fonaments teòrics

En aquest apartat es farà una breu introducció de conceptes generalistes del formigó per tal de situar i entendre conceptes que s'explicaran en apartats posteriors.

2.1 Formigó armat

El formigó és un material bàsicament constituït per la mescla, en proporcions convenients, de ciment àrids i aigua, amb o sense additius, que al endurir-se adquireix resistència.

El formigó armat s'obté col·locant en el formigó barres d'acer disposades de tal forma que essencialment absorbeixin els esforços que el formigó sol es incapaç de resistir, o sigui, els esforços de tracció. Els acers dins del formigó reben el nom d'armadures.

En la següent figura s'especifica el comportament a flexo-tracció del formigó.

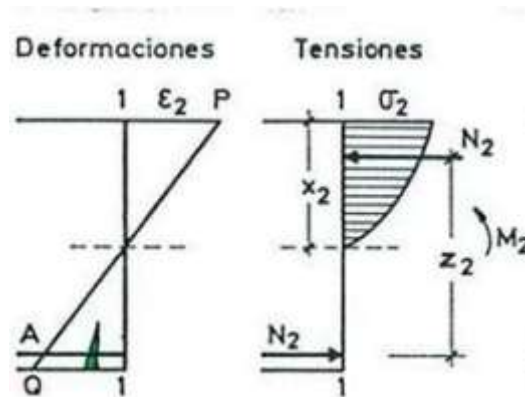


Figura 1: Comportament seccional del formigó sotmès a flexo-tracció d'una secció totalment Fissurada. [10]

Es considera que la deformació unitària màxima que aguanta el formigó a compressió és del 3,5‰.

Com s'ha explicat abans la resistència a tracció del formigó és petita, encara que no vol dir que el formigó no pugui estar traccionat.

2.2 Fissuració en elements de formigó armat

En la següent figura es descriu de manera simplificada la corba que resulta de l'assaig de tracció d'un element de formigó armat.

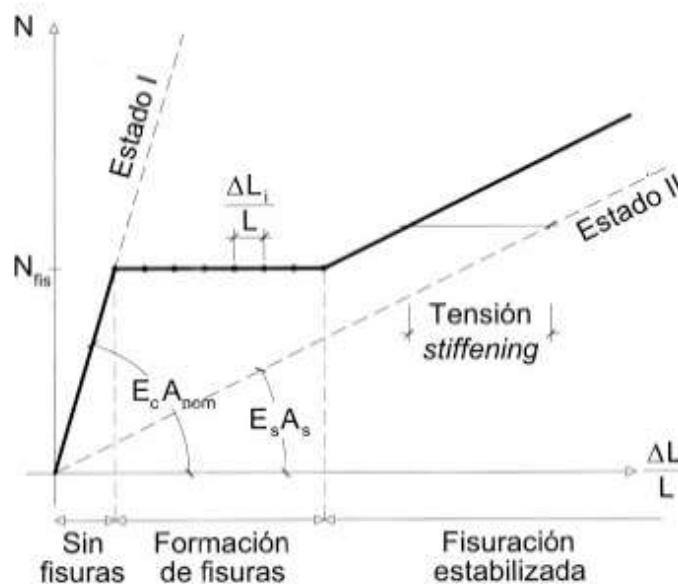


Figura 2 : Diagrama esforç deformació d'un element sotmès a tracció [1]

En l'eix de les abscisses es representa la força normal de tracció, i en l'eix de les ordenades es representa la deformació unitària.

En aquesta figura es pot observar que la fissuració es produeix en diverses etapes. La primera etapa sense fissures, la segona etapa de formació de fissures, i la tercera etapa de fissuració estabilitzada.

- Sense fissures

En aquesta fase l'acer i el formigó tenen les mateixes deformacions en totes les seccions de la biga. L'àrea total transformada a formigó és

$$A = A_c + A_s(n - 1) \quad (\text{Eq.1})$$

on A_c és l'àrea de la secció de formigó i A_s és l'àrea de l'armadura de reforç i

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad (\text{Eq.2})$$

on E_c és el mòdul elàstic del formigó i E_s és el mòdul elàstic de l'acer.

En aquesta primera fase les deformacions del formigó i l'acer són iguals,

$$\varepsilon_c = \varepsilon_s = \frac{N}{E_c A} \quad (\text{Eq.3})$$

i les tensions del formigó

$$\sigma_c = \varepsilon_c E_c \quad \sigma_s = \varepsilon_s E_s \quad (\text{Eq.4})$$

- Formació de la primera fissura

Quant les tensions de tracció arriben a la resistència de tracció (f_{ct}), es forma la primera fissura en la secció més dèbil la biga. En aquest punt la secció passa de l'estat 1 (no fissurada) a l'estat 2 (totalment fissurada). El formigó deixa d'estar traccionat ja que l'esforç es superior al límit de la seva resistència i les barres d'acer de l'armadura passen a rebre tota la tracció. La deformació unitària de l'acer es,

$$\varepsilon_s = \frac{N_{fis}}{E_s A_s} \quad (\text{Eq.5})$$

on A_s és l'àrea de la secció d'acer, E_s és el mòdul elàstic de l'acer i N_{fis} és la força que causa la fissuració.

Les seccions allunyades de la secció fissurada segueixen estant en l'estat 1 tal com es mostra en la següent figura.

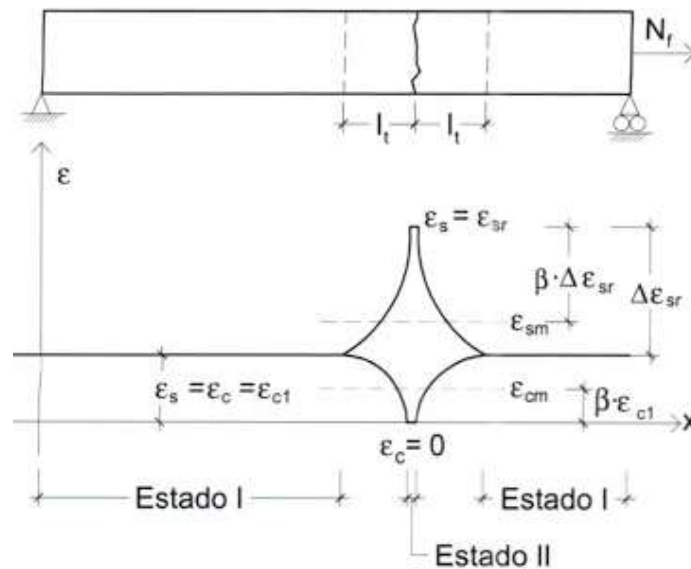


Figura 3 :Formació de la primera fissura. [1]

En les zones properes a la zona de fissuració, separades per una distància lt , les seccions es situen entre l'estat 1 i l'estat 2. Seguint el diagrama esforç deformació s'observa que la rigidesa disminueix en aquesta zona. La conseqüència de la disminució de la rigidesa és

que les seccions properes a la zona de fissuració experimenten un allargament sense haver d'augmentar l'esforç.

- Fissuració estabilitzada

Segons la simplificació de la Fig. 2, amb l'esforç superior al de fissuració qualsevol secció que es trobi en l'estat I pot passar a l'estat II. Les fissures que es formen tenen la mateixa amplada que la primera fissura.

Quan totes les fissures estiguin a una distància inferior $2lt$ (longitud de transmissió per arribar a la compatibilitat de deformacions entre armadura i formigó) ja no es formaran més fissures, per tant, s'estarà en una etapa de fissuració estabilitzada, tal com s'indica en la següent figura.

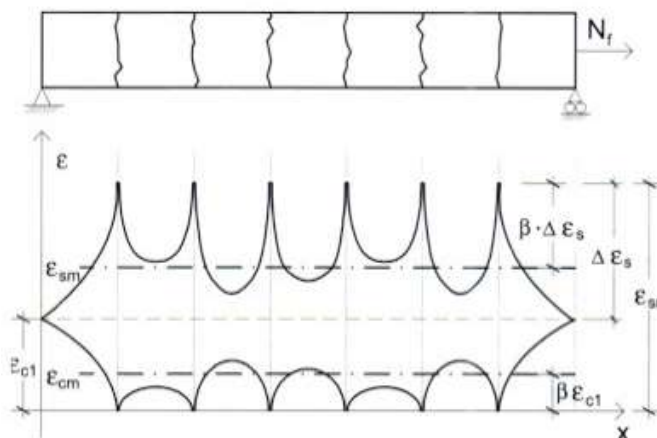


Figura 4 : Fissuració estabilitzada. [1]

En aquesta fase si s'augmenta la força de tracció la barra es seguirà allargant, l'amplada de fissura augmentarà, i l'acer arribaria a plastificar.

2.3 Diagrames tensió- deformació dels materials

2.3.1 Diagrama tensió deformació del formigó

En el diagrama tensió - deformació del formigó s'observa una part inicial sensiblement lineal i una part final que s'aproxima a una paràbola tal com s'observa en la següent figura.

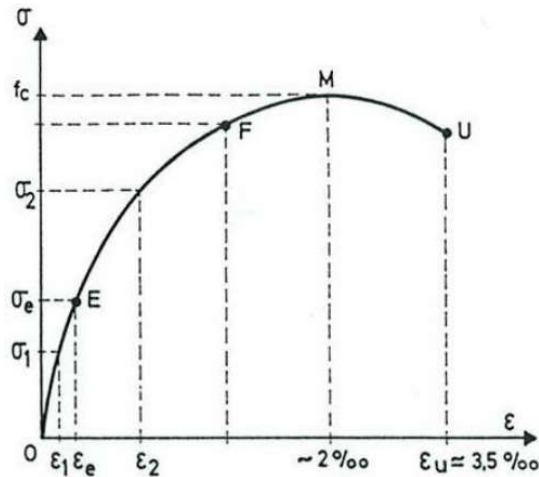


Figura 5 :Diagrama tensió - deformació del formigó. [11]

La zona en la que el comportament es pot considerar lineal arriba a l'entorn del 40% de la resistència a compressió f_c . Les tensions de treball en situació de servei estan per sota d'aquest límit.

Existeixen diferents propostes de lleis de tensió – deformació per el formigó comprimit. A continuació se'n relacionen sis de les mes usuals a la bibliografia.

1. Lineal

En aquesta llei se suposa un comportament elàstic de l'estructura. La tensió es proporcional al mòdul elàstic.

En la següent figura es representa el diagrama tensió-deformació per una llei lineal.

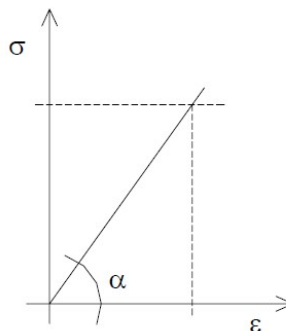


Figura 6 : Diagrama tensió-deformació per una llei lineal. [12]

2. Paràbola- Rectangle

El diagrama Paràbola- Rectangle està format inicialment per un paràbola i finalment per una recta horitzontal, tal com es representa en la següent figura.

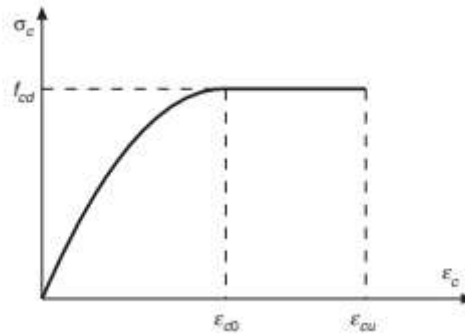


Figura 7 : Diagrama tensió- deformació per una llei Paràbola-Rectangle. [5]

ε_{c0} correspon a la deformació unitària de ruptura del formigó a compressió simple, ε_{cu} és la deformació unitària de ruptura a flexió simple, i f_{cd} és igual a f_{cm} que és la resistència a compressió mitjana del formigó.

Les tensions d'aquesta llei són:

Per $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c0}$

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^n \right] \quad (\text{Eq.6})$$

i per $\varepsilon_{c0} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad (\text{Eq.7})$$

on $n = 2$ i els valors de ε_{c0} i ε_{cu} per $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ són $\varepsilon_{c0} = 0.002$ i $\varepsilon_{cu} = 0.0035$.

3. Parabòlica (Eurocodi 2)
Segons l'Eurocodi 2 es representa el digrama tensió-deformació tal com es mostra en la següent figura.

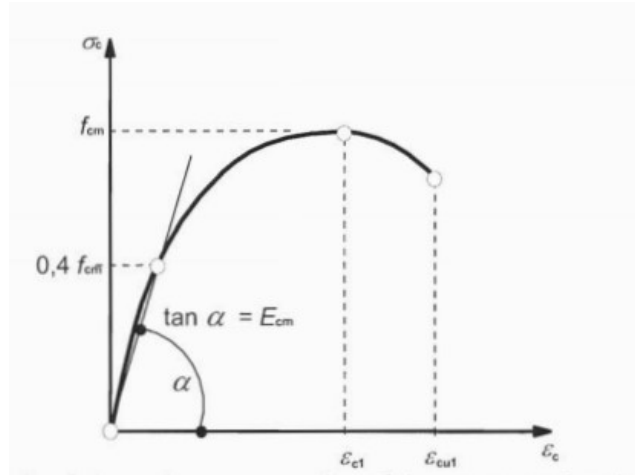


Figura 8 : Diagrama tensió – deformació per la llei parabòlica. [6]

f_{cm} és la resistència mitjana a compressió del formigó que és considera igual a la característica f_{ck} , mes 20 MPa.

La relació entre la f_{cm} i la σ_c es troba mitjançant l'equació:

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} \quad (\text{Eq.8})$$

on

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad (\text{Eq.9})$$

i

$$k = 1.05 E_{cm} \frac{|\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}} \quad (\text{Eq.10})$$

4. Saenz (1964)

Aquest diagrama es divideix en tres trams. El primer es comporta de forma lineal. En el segon tram no lineal disminueix la rigidesa al augmentar la tensió a compressió del formigó σ_c . El tercer tram comença quan s'arriba a la tensió màxima a compressió f_c . La rigidesa és negativa.

En la següent figura es representa el diagrama tensió – deformació Saenz.

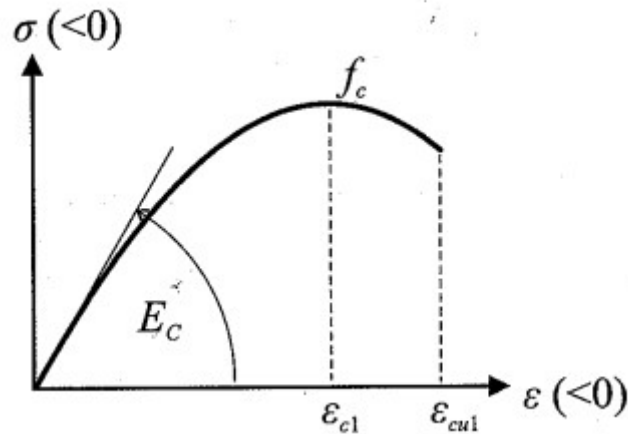


Figura 9 :Digrama tensió – deformació Saenz. (1.964) [7]

L'equació que representa aquest diagrama és:

$$\sigma_c = \frac{E_c \varepsilon}{1 + \left(\frac{E_c}{E_{c1}} - 2\right) \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}}\right)^2} \quad (\text{Eq.11})$$

on

$$E_{c1} = -\frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c1}} \quad (\text{Eq.12})$$

5. Todeschini (1.964)

Un altre diagrama tensió – deformació és el proposat per Todeschini. En la següent figura s'exposa aquest diagrama.

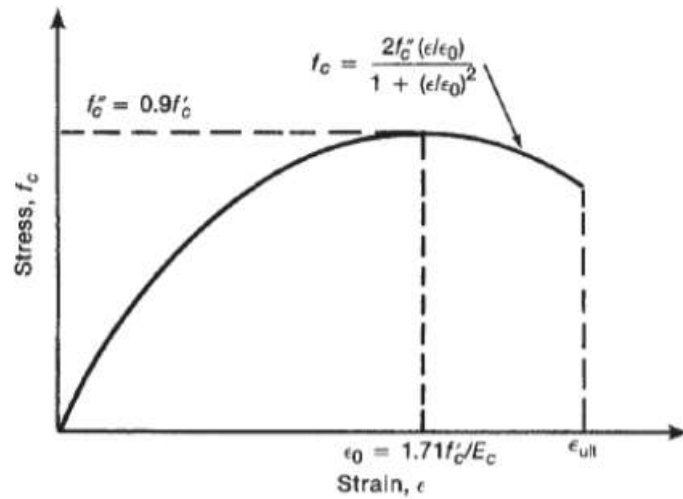


Figura 10 :Diagrama tensió – deformació de Todeschini. [8]

L'equació que representa aquest diagrama és:

$$\sigma_c = \frac{2 f'_c \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)}{1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2} \quad (\text{Eq.13})$$

on

$$\varepsilon_0 = \frac{1.71 f_{cd}}{E_c} \quad (\text{Eq.14})$$

$$E_c = 4700 \sqrt{f_{cd}} \quad (\text{Eq.15})$$

i

$$f'_c = 0.9 f_{cd} \quad (\text{Eq.16})$$

6. Hognestad modificat (1.951)

En la següent figura s'exposa el diagrama tensió – deformació proposat per Hognestad.

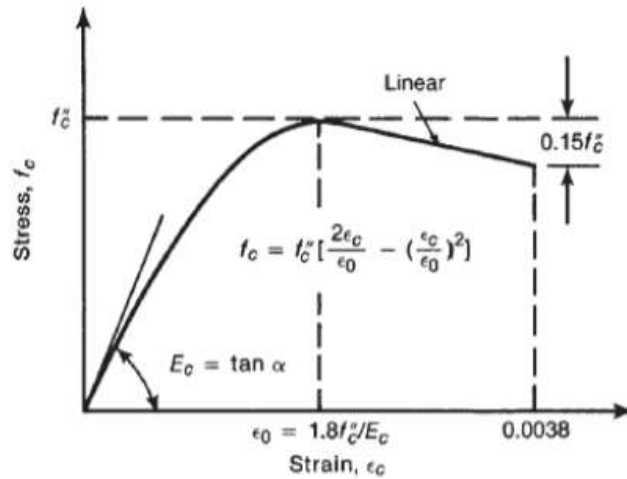


Figura 11 :Diagrama tensió – deformació de Hognestad. [8]

El primer tram és una paràbola que va fins a la tensió màxima de compressió f'_c . El segon tram és una recta que disminueix fins a la tensió de ruptura.

L'equació de la corba és:

Per $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_0$

$$\sigma_c = f'_c \left(\frac{2 \varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right) \quad (\text{Eq.17})$$

i per $\varepsilon_0 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$

$$\sigma_c = f'_c (1 - z (\varepsilon_c - \varepsilon_{cu})) \quad (\text{Eq.18})$$

on

$$z = \frac{0.15 f'_c}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_0} \quad (\text{Eq.19})$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1.8 f'_c}{E_c} \quad (\text{Eq.20})$$

i

$$f'_c = f_{cd} \quad (\text{Eq.21})$$

2.3.2 Diagrama tensió deformació de l'acer

El diagrama tensió deformació de l'acer es representa a la següent figura:

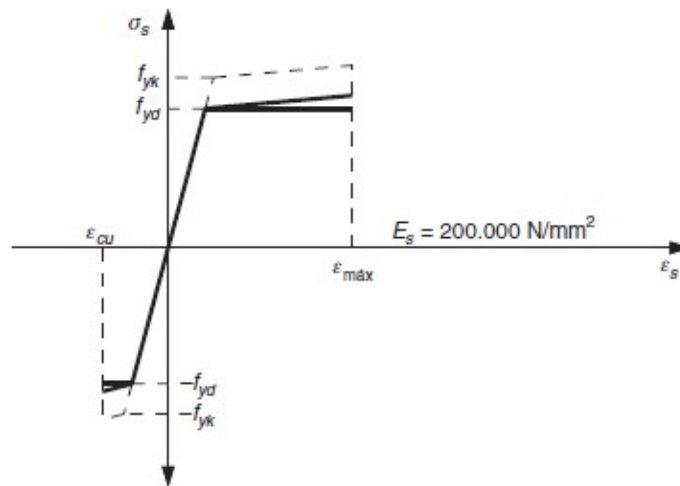


Figura 12 : Diagrama tensió deformació de l'acer. [10]

La deformació màxima a compressió de l'acer en un element de formigó armat serà del 3.5‰, ja que es limita al màxim que pot aguantar el formigó a compressió. La deformació màxima de dimensionament a tracció és del 10‰, encara que l'acer es deforma molt més abans d'arribar a la ruptura. Pels càlculs del formigó es considera una tensió màxima de càlcul de l'acer de,

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (\text{Eq.22})$$

on f_{yk} és la resistència de l'acer i γ_s és 1.

3 Model basat en l'adherència - lliscament d'un bloc entre dues seccions totalment fissurades

En aquest apartat es definirà el model de lliscament entre dues seccions totalment fissurades, les equacions que defineixen el comportament seccional i el programa bloc.

3.1 Fonaments teòrics

En l'apartat 2.2 s'ha mostrat l'esquema bàsic de fissuració en el formigó armat. En aquest apartat s'analiza un bloc entre dues fissures en el qual es consideren diferents seccions de la 1 a la n, tal com es mostra en la següent figura.

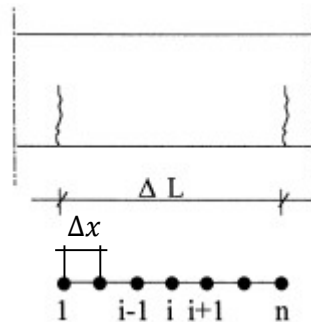


Figura 13 : Bloc dividit en n seccions. [3]

La primera i l'última secció estan totalment fissurades, i les seccions que es troben al mig no estan totalment fissurades, però sí que pot haver lliscament entre el formigó i armadures. En la figura les seccions estan representades per punts separats Δx . ΔL és la distància entre dues seccions totalment fissurades.

En la secció totalment fissurada l'armadura presenta el màxim lliscament respecte del formigó. A més lliscament l'armadura s'emporta més esforç de tracció mentre que el formigó s'emporta molt poca tracció o pràcticament no s'emporta res. Aquesta situació no és constant. El lliscament a les seccions posteriors disminueix fins a arribar a zero, i llavors canvia de signe. Això vol dir que la secció que tingues un lliscament nul seria la secció on el formigó s'emportaria el màxim de tensió de tracció mentre que l'acer s'emportaria el mínim de tensió a tracció, respecte les altres seccions que conformen el bloc. A les seccions posteriors a la de lliscament zero, aquesta augmenta fins a assolir el valor del lliscament de l'última secció del bloc.

En la següent figura es representa la deformació unitària de l'acer ε_s i la deformació unitària del formigó a tracció ε_{ct} al llarg del bloc.

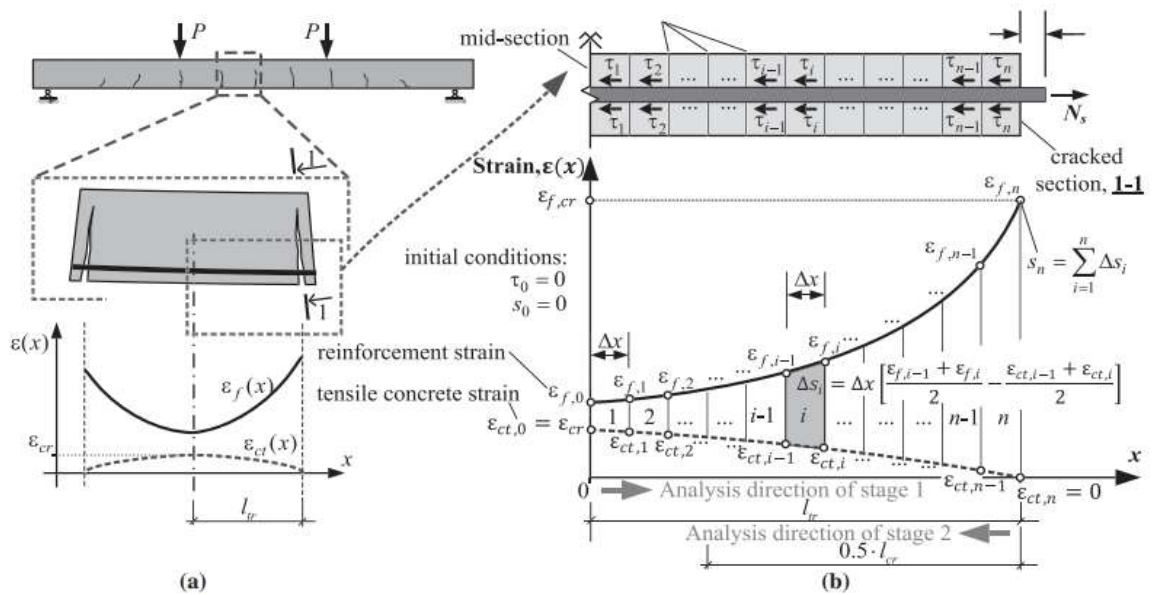


Figura 14 : Anàlisi de deformacions entre dues seccions totalment fissurades : a) tot el bloc b) anàlisi al detall. [2]

3.2 Comportament seccional de les seccions totalment fissurades

En aquest apartat s'exposaran les equacions i el diagrama tensió deformació de les seccions totalment fissurades.

Les seccions totalment fissurades es troben als extrems inicial i final del bloc. Les dades que resulten de les equacions que conformen aquest tipus de secció són conegudes.

En la següent figura s'exposen els diagrames de tensions i deformacions de les seccions totalment fissurades.

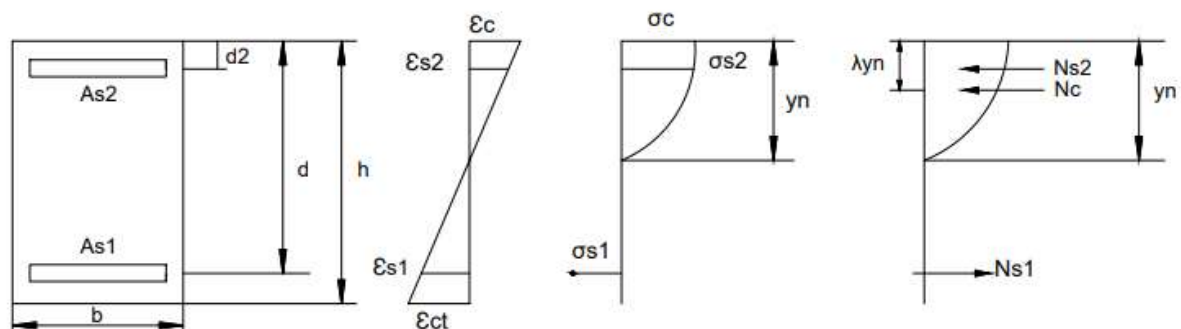


Figura 15 : Diagrama tensió deformació secció totalment fissurada. [El. Pròpia]

Les equacions que garanteixen l'equilibri són:

$$\sum F = 0 \quad (\text{Eq.23})$$

$$\sigma_{s2} A_{s2} + N_c - \sigma_{s1} A_{s1} = 0 \quad (\text{Eq.24})$$

N_c és la força de compressió que rep el formigó i es formula com:

$$N_c = b Y_n \alpha f_{ck}; \quad \alpha = f(\epsilon_c) \quad (\text{Eq.25})$$

La tensió a la barra de tracció és:

$$\sigma_{s1} = n \frac{M (d - Y_n)}{I_{fis}} \quad (\text{Eq.26})$$

i a la barra de compressió és,

$$\sigma_{s2} = n \frac{M (Y_n - d_2)}{I_{fis}} \quad (\text{Eq.27})$$

n és la relació entre el mòdul elàstic de l'acer i el formigó.

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad (\text{Eq.28})$$

La inèrcia de la secció totalment fissurada és :

$$I_{fis} = \frac{1}{3} b Y_n^3 + A_{s1,eq} (d - Y_n)^2 + A_{s2,eq} (Y_n - d_2)^2 \quad (\text{Eq.29})$$

Les àrees equivalents són les àrees respectives d'acer multiplicades per el factor n .

L'equació que garanteix l'equilibri de moments és:

$$\sum M = N_c (d - \lambda Y_n) + \sigma_{s2} A_{s2} (d - d_2) - M = 0; \quad \lambda = f(\epsilon_c) \quad (\text{Eq.30})$$

M és el moment aplicat en la respectiva secció, i λ és el coeficient que multiplicat per la Y_n situa el centre de masses on s'aplica la força resultant del bloc de compressions del formigó. Aquest sumatori s'aplica respecte on se situen les armadures de reforç a tracció.

3.3 Comportament seccional considerant lliscament

Per al càlcul del comportament de les seccions que es troben entre les dues seccions totalment fissurades s'introdueix el lliscament. El sistema d'equacions no lineals obtingudes a partir de les lleis d'equilibri de forces, compatibilitat de deformacions i lleis constitutives dels materials es resol mitjançant un càlcul iteratiu que s'explicarà en l'apartat del programa bloc.

En la següent figura es mostren els diagrames tensió - deformació de la secció considerant lliscament.

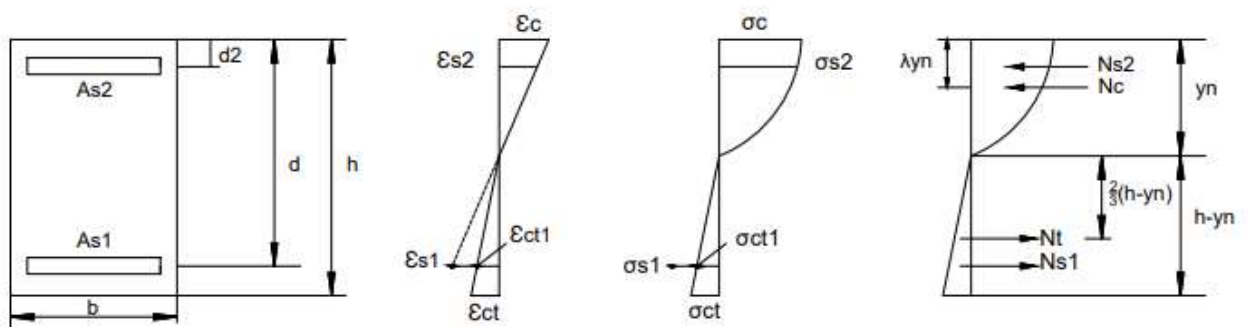


Figura 16 : Diagrama tensió-deformació de la secció considerant lliscament. [El. Pròpia]

Les equacions que regeixen aquest tipus de secció són:

$$N_t = \frac{1}{2} \sigma_{ct} b (h - y_n); \quad \sigma_{ct} = \varepsilon_{ct} E_c \quad (\text{Eq.31})$$

- Equacions comptabilitat de deformacions seccionals

$$Y_n = d \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_{s,1}} \quad (\text{Eq.32})$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_c \frac{y_n - d_2}{Y_n} \quad (\text{Eq.33})$$

$$\varepsilon_{ct1} = \varepsilon_{ct} \frac{d - y_n}{h - y_n} \quad (\text{Eq.34})$$

- Equacions equilibri seccional

$$N_c + \varepsilon_{s2} E_s A_{s2} - \sigma_{s1} A_{s1} - N_t = 0 \quad (\text{Eq.35})$$

$$N_c (d - \lambda x y_n) + \sigma_{s2} A_{s2} (d - d_2) - N_t \left[(d - y_n) - \frac{2}{3} (h - y_n) \right] - M = 0 \quad (\text{Eq.36})$$

- Equacions de les lleis constitutives dels materials

1. Formigó:

$$\sigma_t = E_c \varepsilon_t; (\sigma_t \leq f_{ct}) \quad (\text{Eq.37})$$

2. Acer

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s (\varepsilon_s \leq \varepsilon_y); \sigma_s = f_y (\varepsilon_s > \varepsilon_y) \quad (\text{Eq.38})$$

La posició de la línia neutra del bloc no és constant, i depèn de la deformació unitària a compressió de l'extrem superior de la secció i de la deformació unitària de la barra de reforç a tracció, tal com s'expressa en l'equació 32.

En el cas del sumatori de moments (Eq.36), es calcula respecte l'alçada on es troben les armadures de reforç de tracció.

3.3.2 Adherència acer formigó

L'adherència entre l'armadura i el formigó, τ , és funció del lliscament s . En funció del tipus d'adherència es contemplen tres situacions: bona adherència i adherència menys bona per l'acer, i adherència aplicada a altres materials, com per exemple barres de fibra de vidre.

Les equacions que caracteritzen cada tipus de llei [4] són:

- Per adherència bona:

$$T_{bmax} = 2.5 \sqrt{f_{cm}} \quad (\text{Eq.39})$$

on f_{cm} és la resistència del formigó a compressió mitjana que es igual a f_{ck} més 20 MPa.

Per $s \leq 1mm$

$$\tau = T_{bmax} s^{0,4} \quad (\text{Eq.40})$$

i per $s > 1mm$

$$\tau = T_{bmax} \quad (\text{Eq.41})$$

- Per adherència dolenta:

$$T_{bmax} = 9 \quad (\text{Eq.42})$$

Per $s \leq 1mm$

$$\tau = T_{bmax} \left(\frac{s}{1,8} \right)^{0,4} \quad (\text{Eq.43})$$

i per $s > 1mm$

$$\tau = T_{bmax} \quad (\text{Eq.44})$$

- Per adherència corresponent a la fibra de vidre s'adopta com a representatiu el valor [12]

$$\tau = 19.5 s \quad (\text{Eq.45})$$

3.4 Bloc entre dues fissures

En l'apartat 3.1 ja s'ha explicat en què consisteix el boc entre dues seccions totalment fissurades. En aquest apartat s'introdueixen les equacions que donen la distància entre dues seccions totalment fissurades (L_{cr}), el lliscament i l'equilibri barra reforç.

3.4.1 Càlcul de la separació entre fissures (L_{cr})

Pel càlcul de la L_{cr} s'utilitzen les següents equacions [4] :

$$L_{cr} = 1.5 \left(c + \frac{1}{4} \frac{1}{1.8} \frac{D}{\rho_{s,ef}} \right) \quad (\text{Eq.46})$$

$$c = h - d \quad (\text{Eq.47})$$

$$\rho_{s,ef} = \frac{A_s}{A_{c,ef}} \quad (\text{Eq.48})$$

$$A_{c,ef} = 2.5 (h - d) b \leq \frac{h - Y_c}{3} b \quad (\text{Eq.49})$$

D és el diàmetre de l'armadura de reforç i A_s és l'àrea total de les armadures de reforç a tracció.

3.4.2 Lliscament entre l'armadura i el formigó (s)

El lliscament és el desplaçament entre dos punts d'una mateixa secció. Cadascun d'aquests dos punts pertany un a l'armadura i l'altre al formigó.

L'equació que descriu el lliscament és :

$$s = u_{s1} - u_{ct1}, \quad (\text{Eq.50})$$

on u és el desplaçament. El sufix s es refereix a l'armadura i el sufix c es refereix al formigó, tots dos traccionats.

3.4.3 Equilibri barra reforç

En aquest apartat s'introdueix la equació d'equilibri de la barra de reforç que permetran calcular l'increment de la tensió de tracció que rep aquesta.

En la següent figura es mostren les forces que intervenen:

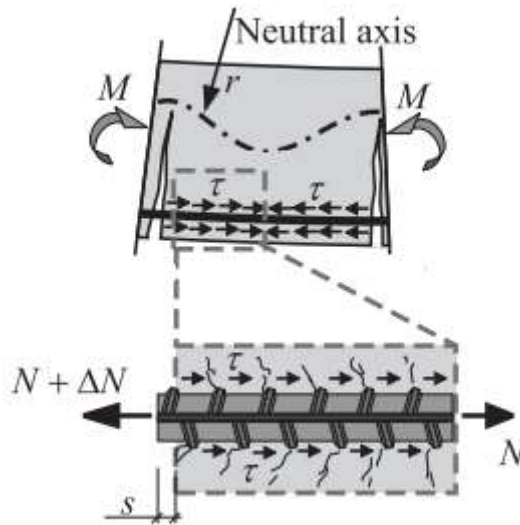


Figura 17 : Equilibri de les forces que intervenen en la barra de reforç. [2]

L'equació que resulta de l'equilibri és:

$$\Delta N = \Delta \sigma_{s1} = \tau \frac{4}{D} \Delta x, \quad (\text{Eq.51})$$

on la τ és l'adherència entre el formigó i l'acer, D és el diàmetre de l'armadura de reforç i Δx és la distància entre dues seccions consecutives.

$\Delta \sigma_{s1}$ no és constant. Depèn de la τ que no és constant, ja que el lliscament varia en funció de la posició on es trobi la secció. Per tant, a mesura que s'acosta al punt de lliscament zero aquest increment de tensió disminueix. Un cop a passat aquest punt aquest increment creix fins al màxim, que serà en l'última secció totalment fissurada.

3.5 Programa bloc

L'objectiu del programa bloc és trobar tota una sèrie de paràmetres de les seccions que es troben entre les dues seccions totalment fissurades. A continuació s'explica la seqüència de càlcul implementada.

Per la secció totalment fissurada es coneixen tots els paràmetres que ja s'han explicat a l'apartat 3.2

1. Primer s'escull la llei d'adherència que es vol fer servir, i si el càlcul que es vol fer és amb el moment constant o amb el moment variable al llarg de tot el bloc.
2. Es parteix de l'esforç de tracció que s'exerceix sobre les barres de reforç en la secció 1 totalment fissurada, $\sigma_{s1,1}$, i la deformació unitària de les barres de reforç $\varepsilon_{s1,1}$.

3. S'escull el lliscament inicial entre el màxim, que serà la deformació unitària multiplicada per la distància entre les seccions totalment fissurades (L_{cr}) i un mínim que serà zero.
4. Un cop es coneix quin és el lliscament inicial es troba la τ inicial segons la llei d'adherència escollida. El lliscament té un signe positiu. Un cop coneguda la tau es troba el següent esforç que aguanta l'armadura de reforç de la secció 2. Aquest serà inferior que el de la secció 1, ja que l'adherència és inferior. El subíndex 1 o 2 es refereix a la secció 1 o 2.

$$\sigma_{s1,2} = \sigma_{s1,1} - \Delta\sigma_{s1}; \quad (\text{Eq.52})$$

El signe menys canviarà quan la secció en qüestió presenti un lliscament amb signe negatiu. El signe positiu comporta que el lliscament sigui cap a l'esquerra i el signe negatiu al revés.

5. S'escull un valor aleatori de la deformació a compressió de l'extrem superior de la secció ε_c . S'escull un valor entre el 3,5‰ i zero, i s'apliquen les equacions 32 i 33 per trobar el centre de masses de la secció, $Y_{n,2}$ i la deformació unitària de les barres de reforç de compressió, $\varepsilon_{s2,2}$.
6. Amb la ε_c la versió prèvia calcula $\alpha f(\varepsilon_c)$ i la $\lambda f(\varepsilon_c)$. Amb els paràmetres coneguts es calcula la $N_{c,2}$ amb l'equació 25, la força que rep l'armadura de compressió $N_{s2,2}$ i la força que rep l'armadura de tracció $N_{s1,2}$. Aplicant el sumatori de forces (Eq.35) es troba la força a tracció que rep el formigó $N_{t,2}$.
7. Un cop es coneixen totes les forces implicades en la secció s'aplica el sumatori de moments igual a zero. (Eq.36)
8. Si el sumatori no dona zero es torna a escollir un altre ε_c , seguint el mètode de la bisecció, fins a trobar la ε_c que satisfà l'equilibri de la secció.
9. Un cop ja s'han trobat els paràmetres que satisfan l'equilibri seccional es troba la deformació unitària de l'extrem inferior a tracció del formigó ε_{ct} utilitzant l'equació 31, i la deformació unitària del formigó en la cota on se situen les armadures de tracció, ε_{ct1} . (Eq.34)
10. Per finalitzar es calcula el lliscament per la secció corresponent a partir dels paràmetres coneguts,

$$S_2 = S_1 + \left[\frac{\varepsilon_{s1,i-1} + \varepsilon_{s1,i}}{2} - \frac{\varepsilon_{ct1,i-1} + \varepsilon_{ct1,i}}{2} \right] \Delta_x. \quad (\text{Eq.53})$$

Δ_x és la distància entre dues seccions. Els subíndexs i i $i - 1$ es refereixen a les seccions actual i anterior respectivament.

11. Un cop conegut aquest paràmetre es torna a realitzar el mateix procediment des del pas quatre fins al deu per a la següent secció.
12. Aquest procediment es torna a repetir per totes les seccions fins a arribar a la secció n totalment fissurada. En aquesta secció, com ja s'ha esmentat, es coneixen tots els paràmetres. En concret la $\sigma_{s1,n}$ calculada amb el mètode iteratiu ha de coincidir amb la $\sigma_{s1,n}$ calculada prèviament amb les equacions de l'apartat 3.2. Si no coincideixen es torna a calcular totes les seccions partint d'un lliscament inicial diferent tornant a aplicar el mètode de la bisecció amb el lliscament inicial, fins a assolir aquell que compleix que la $\sigma_{s1,n}$ calculada prèviament coincideixi amb la $\sigma_{s1,n}$ calculada amb el mètode iteratiu.

Per tant, en aquest programa bloc s'apliquen dos mètodes iteratius. Un s'aplica a cada secció a partir de la secció 2 per torbar la ε_c de l'extrem superior de la secció que compleixi l'equilibri seccional. L'altre s'aplica per assolir el lliscament inicial que compleix que a la iteració n s'assoleix que la $\sigma_{s1,n}$ calculada prèviament coincideixi amb la calculada pel mètode iteratiu.

En la següent figura es resumeix l'esquema del programa a través del diagrama de blocs:

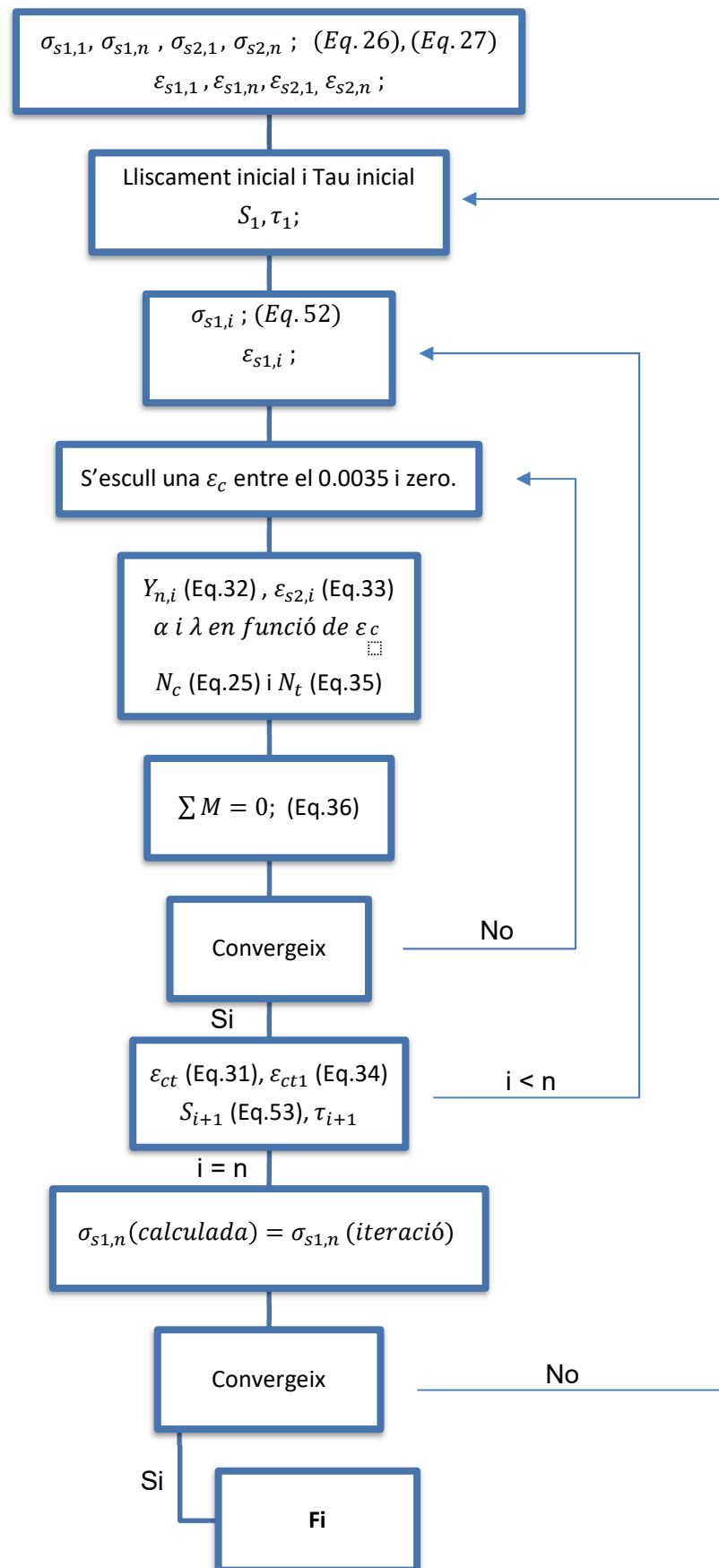


Figura 18 : Diagrama de blocs del programa bloc

En les següents figures es poden veure exemples de la sortida de resultats del programa bloc per seccions amb $h = 500$ mm, $b = 300$ mm, $d = 450$ mm sense armadura de compressió i amb 6 barres d'acer de 16 mm de diàmetre d'armadura de tracció, sotmeses a un moment de 60 kNm. La distància entre seccions totalment fissurades és de 300 mm.

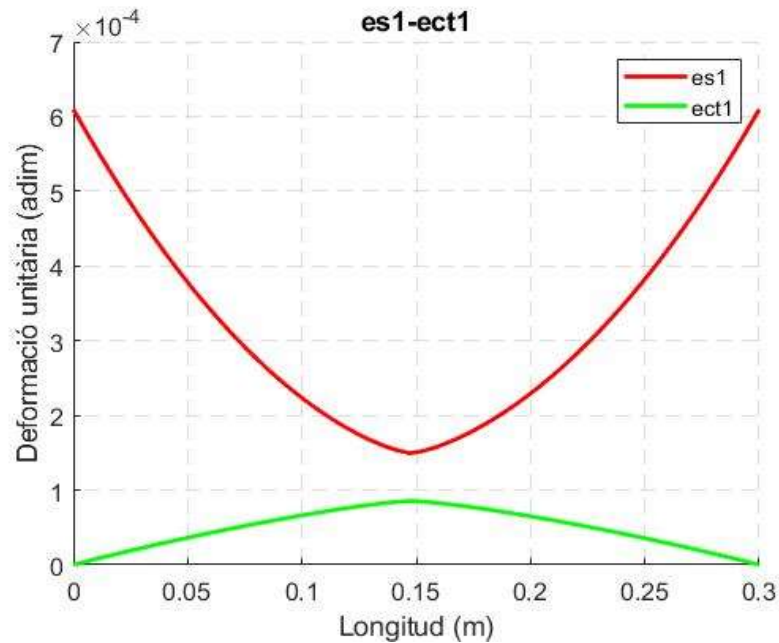


Figura 19 : Deformació unitària de l'acer (ϵ_{s1}) i el formigó (ϵ_{ct}) [El. Pròpia]

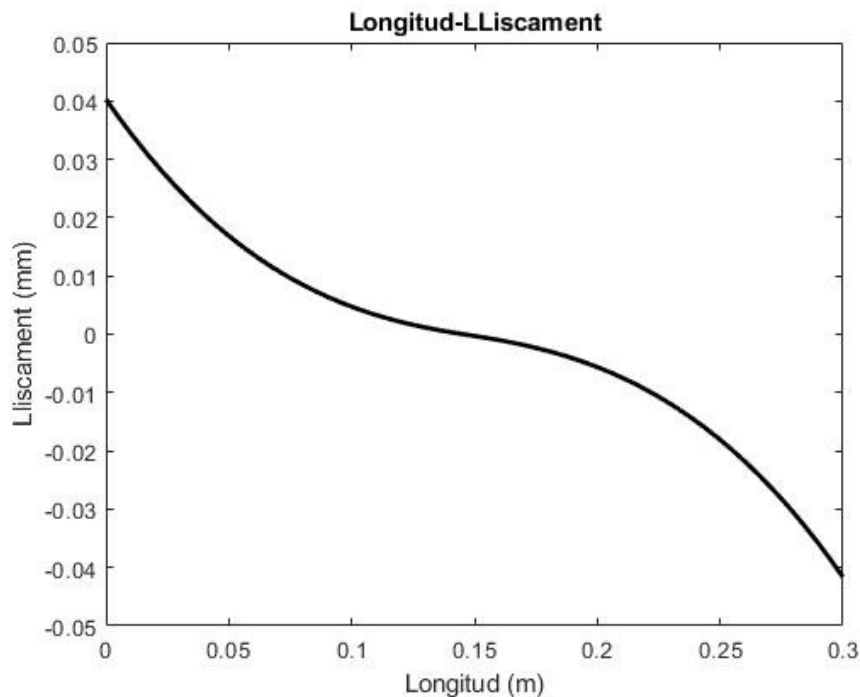


Figura 20 : Lliscament entre el formigó i l'armadura d'acer. [El. Pròpia]

En les figures es pot observar el que ja s'ha comentat a l'apartat 3.1 sobre l'evolució del lliscament i les deformacions unitàries del formigó i l'acer. En la zona de lliscament zero es troba la zona de màxima tracció del formigó i mínima de l'acer.

3.6 Càlcul de la curvatura mitjana del bloc entre dues fissures

La curvatura mitjana varia en funció del moment flector. Per als moments inferiors al moment de fissuració s'aplica un càlcul lineal amb secció no fissurada. Per als moments superiors al moment de fissuració s'utilitza el programa bloc.

Per calcular la curvatura mitjana primer s'ha de calcular la curvatura en cadascuna de les seccions del bloc. La fórmula de la curvatura a cada secció és:

$$C_i = \frac{\varepsilon_{s1,i}}{d - Y_{n,i}} \quad (\text{Eq.54})$$

i la de la curvatura mitjana és :

$$C_m = \frac{\sum C_i \Delta x}{l_{cr}} \quad (\text{Eq.55})$$

Aplicant el mateix moment a cada extrem del bloc es poden obtenir diagrames moment-curvatura mitjana per a diferents configuracions del bloc.

3.7 Càlcul de l'amplada de fissura

L'amplada de les fissures a l'extrem del bloc es calcula com l'allargament de l'acer menys el del formigó al llarg del bloc.

$$W = \int_0^{l_{cr}} [\varepsilon_{s1}(x) - \varepsilon_{ct1}(x)] dx = \sum_1^n [(\varepsilon_{s1,i} - \varepsilon_{ct1,i}) \Delta x] \quad (\text{Eq.56})$$

4 Model adherència - lliscament per una biga recolzada en els seus extrems

En aquest apartat s'explicarà el programa biga. Aquest programa calcula les curvatures al llarg de tota la biga sotmesa a una càrrega distribuïda i recolzada als seus extrems. No es té en compte el pes propi de la biga.

En la següent figura es mostra el tipus de biga:

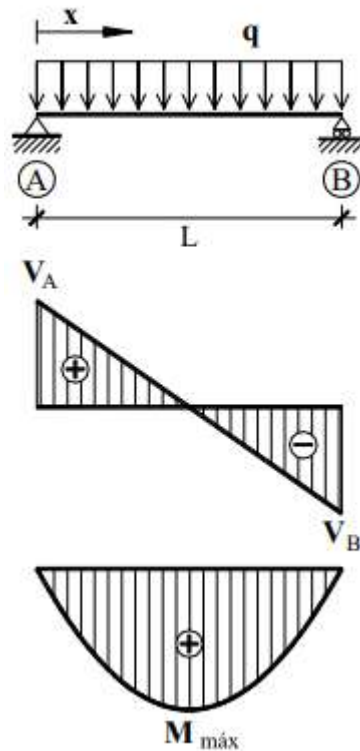


Figura 21 : Biga recolzada als seus extrems. [10]

Al llarg de la longitud de la biga es diferenciarien tres zones. La zona 1 va des del punt inicial de moment zero, punt A de la figura, fins al punt on el moment és immediatament inferior al moment de fissuració. La zona 2 es troba entre els punts on el moment és igual o superior al moment de fissuració, que en aquest cas es troba a la part central. La zona 3 és aquella des del punt on el moment és inferior al moment de fissuració fins al recolzament, punt B de la figura, on el moment és zero.

En la zona 2 s'utilitza el programa bloc. Es suposa que la biga es troba en la situació de fissuració estabilitzada. El comportament seccional del programa bloc ja s'ha explicat en apartats anteriors. En la zona 1 i la zona 3 les seccions no estan fissurades.

4.2 Programa biga

El primer que fa el programa biga és calcular les reaccions en els extrems i el diagrama de moments.

Tot seguit calcula els punts on es situa el moment de fissuració resolent la següent equació:

$$M_{fis} = Rx - q \frac{x^2}{2} \quad (\text{Eq.57})$$

Operant l'equació anterior s'obté la següent equació:

$$qx^2 + 2Rx - 2 M_{fis} = 0 \quad (\text{Eq.58})$$

R és la reacció de la biga als extrems, q és la càrrega uniforme distribuïda i

$$M_{fis} = \frac{1}{6} b h^2 f_{ctm} \quad (\text{Eq.59})$$

on

$$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (\text{Eq.60})$$

f_{ctm} és la resistència mitjana a tracció del formigó.

Ara que ja s'han calculat els punts on es situa el moment de fissuració es delimiten i es tracten per separat les tres zones.

L'objectiu del programa biga és calcular les curvatures en totes les seccions. Per les seccions que es troben en les zones on el moment és inferior al moment de fissuració, zones 1 i 3, el centre de gravetat és:

$$Y_n = d \left(\frac{-\rho_1 + n \rho_1 + \frac{1}{2} \frac{h^2}{d^2} - \rho_2 \frac{d_2}{d} + \rho_2 n \frac{d_2}{d}}{-\rho_1 + n \rho_1 + \frac{h}{d} - \rho_2 n} \right) \quad (\text{Eq.61})$$

on

$$\rho_1 = \frac{A_s}{b d} \quad i \quad \rho_2 = \frac{A_{s2}}{b d} \quad (\text{Eq.62})$$

La d_2 és la distància de l'extrem superior de la secció fins on es situen les barres de reforç de compressió. El centre de gravetat es situa al mateix punt en totes les seccions. ρ_1 i ρ_2 són les quanties geomètriques de l'armadura de tracció i compressió respectivament.

Un cop se sap on se situa el centre de gravetat, i es coneix quin és el moment aplicat en la respectiva secció es pot saber quin és la ε_{s1} aplicant l'equació 26 i dividint pel mòdul elàstic del material de l'armadura de reforç, que en la majoria de casos serà acer. Coneguts aquests paràmetres es calcula la curvatura d'aquestes seccions amb l'equació 54.

En el cas de la zona 2 on el moment és igual o superior al moment de fissuració, s'utilitza el programa bloc. En aquest cas el programa ajusta la distància entre seccions totalment fissurades per aconseguir que el nombre de blocs que es situen en aquesta zona sigui un nombre enter. La fissuració està estabilitzada. El programa bloc ja calcula la curvatura per les diferents seccions.

En les següents figures es poden veure exemples de la sortida de resultats del programa bloc per una biga de 7 m, amb una secció amb les mateixes característiques que la emprada en el programa bloc excepte l'armadura de tracció que correspondrà a 3 barres de 16 mm:

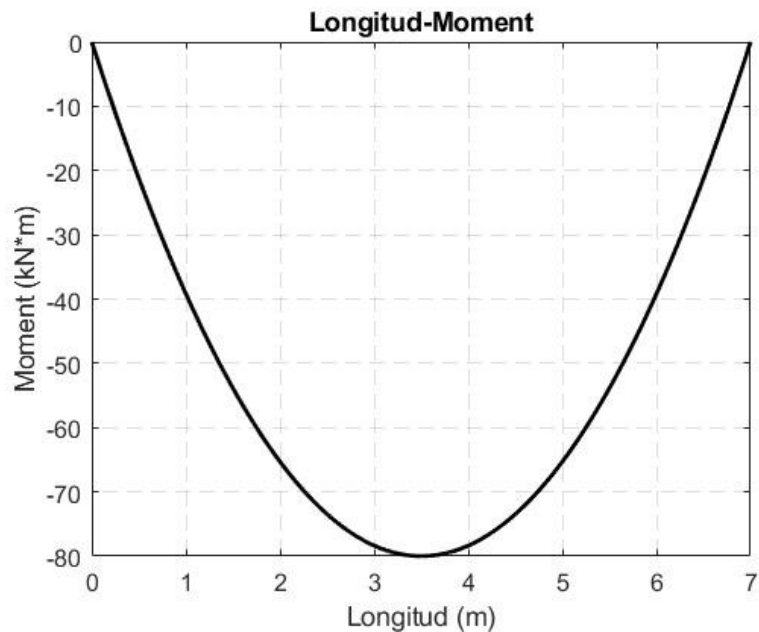


Figura 22 : Diagrama Longitud – Moment. [El. Pròpia]

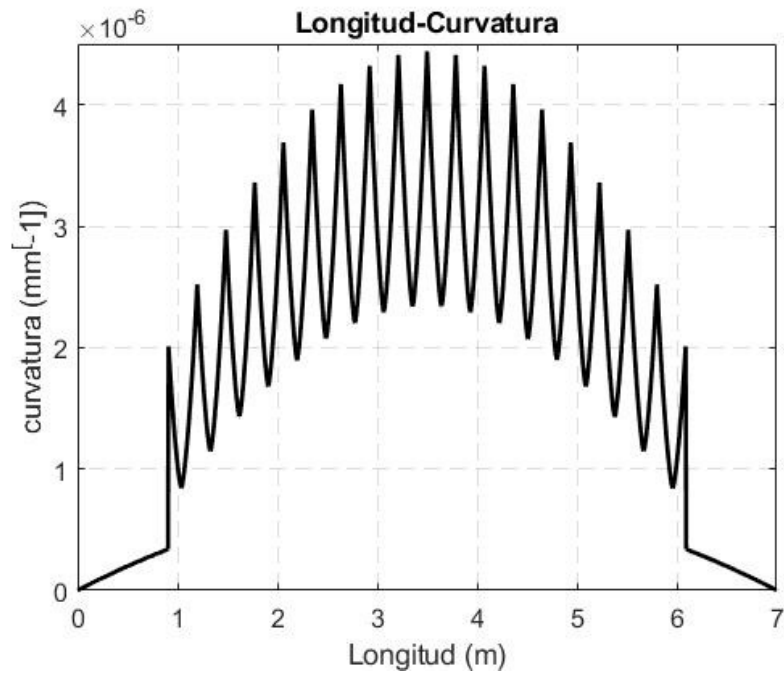


Figura 23 : Diagrama Longitud – Curvatura. [El. Pròpia]

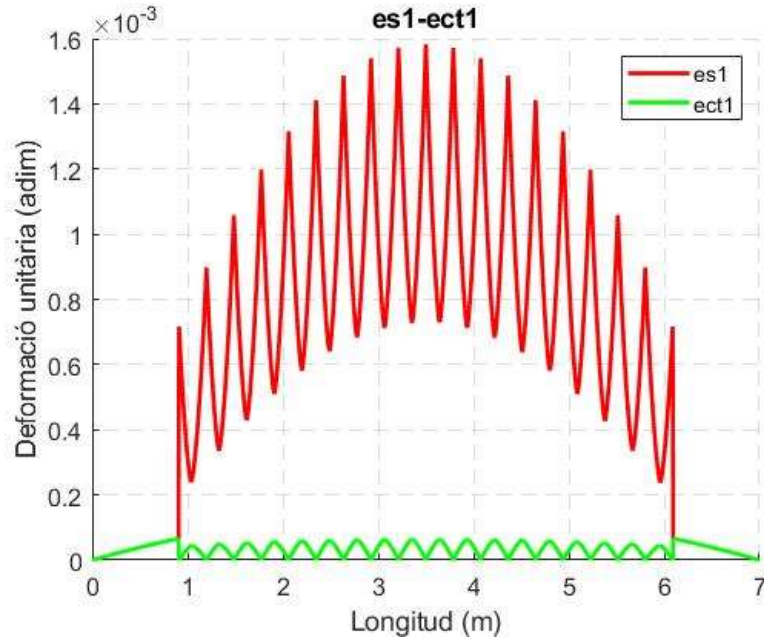


Figura 24 : Diagrama Longitud – Deformació unitària. [El. Pròpia]

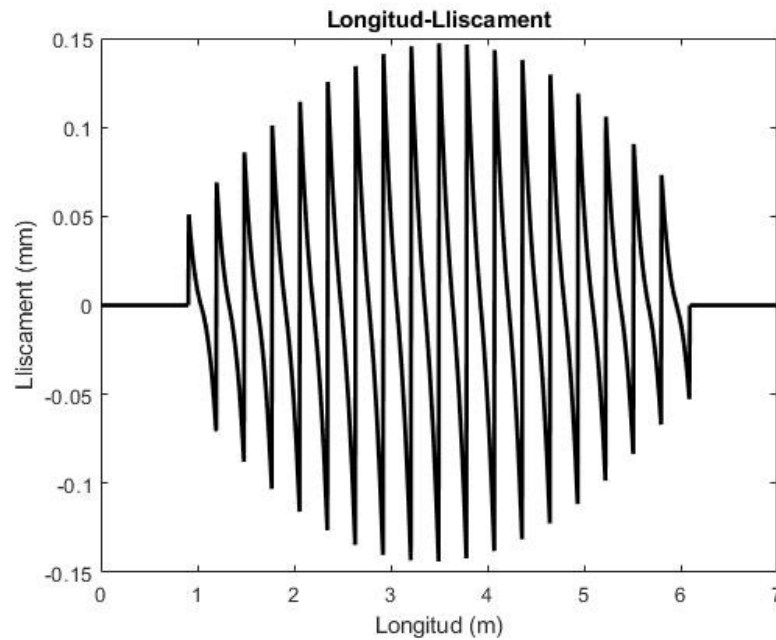


Figura 25 : Diagrama Longitud – Lliscament. [El. Pròpia]

En la figura 18, en les zones on el moment és inferior al moment de fissuració la ε_{s1} i la ε_{ct1} són iguals. Altra comentari respecte a les figures es observar a la zona on el moment es superior o igual al de fissuració, tant les curvatures, com les deformacions unitàries i els lliscaments es comporten de manera individual per cada bloc. La simetria dels resultats correspon a la simetria del diagrama de moments de la biga.

4.3 Programa curvatura fletxa

El programa biga facilita la curvatura al llarg de tota la seva llargada considerant el lliscament.

En resum, es pot saber la curvatura al llarg de la biga tenint en compte el lliscament i el tipus d'adherència. Amb això es pot calcular la fletxa a cada punt de les curvatures, utilitzant el mètode de la biga conjugada.

Primer el programa troba la reacció de la biga conjugada. En la següent figura s'adjunta la representació de la curvatura al llarg de la biga.

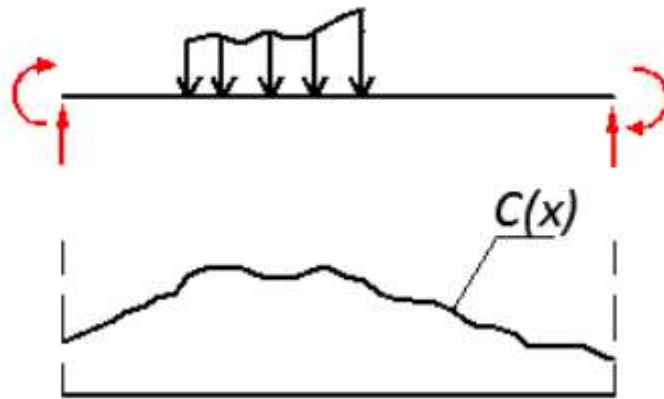


Figura 26 : Curvatura i biga conjugada. [10]

Per trobar la reacció a la força provocada pel total de l'àrea per sota de la corba de les curvatures, es divideix aquesta en àrees molt petites. L'àrea de cadascuna d'elles és l'equivalent a buscar l'àrea d'un rectangle, amb el centre de gravetat situat al centre de la longitud de la base. El moment provocat per cadascuna d'elles respecte a l'extrem dret de la biga i sumats tots ells representen el moment total provocat per la curvatura. Aplicant el sumatori de moments igual a zero es troba la reacció de la biga conjugada,

$$R = \frac{\sum A_i (L - X_i)}{L} . \quad (\text{Eq.63})$$

En la següent figura es representa la reacció de la biga conjugada.

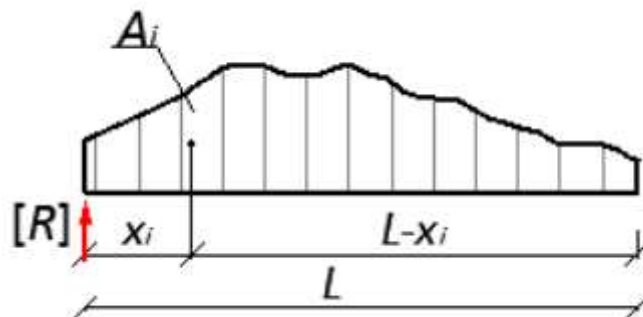


Figura 27 : Reacció de la biga conjugada. [10]

Un cop el programa ha trobat la reacció, aquest calcula la fletxa de la biga. La fletxa serà l'equivalent al diagrama de moments de la biga conjugada,

$$Y = M = R \times d - \sum A_i x (d - X_i) . \quad (\text{Eq.64})$$

En la següent figura es representa l'equilibri de moments en un punt qualsevol de la biga.

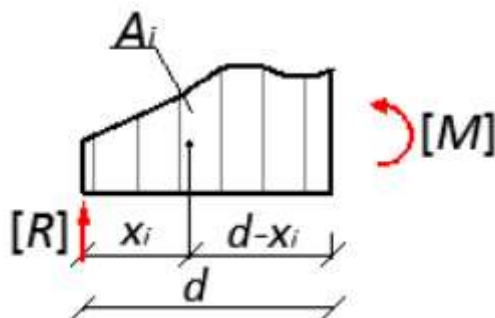


Figura 28 : Equilibri de moments. [10]

5 Aplicació de l'eina desenvolupada

En aquest apartat es mostren els resultats obtinguts d'utilitzar el programa bloc i el programa biga per els diferents casos que s'exposaran a continuació. Per al càlcul de la curvatura mitjana i de l'amplada de fissura en funció dels moments s'ha utilitzat el programa bloc tal com s'ha explicat en les apartats 3.6 i 3.7. Per al càlcul de la fletxa s'ha utilitzat el programa biga tal i com s'ha explicat en l'apartat 4. Per les lleis d'adherència s'han fet servir les expressions de l'apartat 3.3.2.

A continuació es mostraran en diversos apartats els diagrames moment – curvatura, i moment – amplada de fissura, per les dues geometries de cantell (Geometria 1) i plana (Geometria 2), i per diverses quanties (ρ). En l'últim apartat es mostren les diferents fletxes de la biga també per les diverses geometries i quanties.

S'ha considerat un valor de la tensió en servei de l'armadura traccionada al voltant dels 300 MPa, tant per a l'acer com la fibra de vidre.

5.1 Geometria i propietats del formigó

En la següent taula s'exposen les propietats del formigó, les propietats de l'armadura d'acer i de la fibra de vidre.

Taula 1 : Propietats físiques del formigó i armadures

f_{ck}	30	MPa
f_{yk}	500	MPa
f_{fk}	1.000	MPa
E_c	32.837	MPa
E_s	200.000	MPa
E_f	60.000	MPa

La E_c és el mòdul elàstic del formigó.

A continuació s'exposen les dimensions de les dues geometries de les seccions que s'utilitzaran en els posteriors apartats.

- Geometria 1

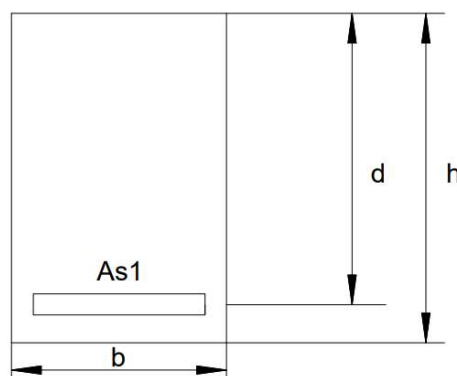


Figura 29 :Geometria 1. [El. Pròpia]

Taula 2 :Dimensions de la geometria 1

h	500	mm
b	300	mm
d	450	mm

- Geometria 2

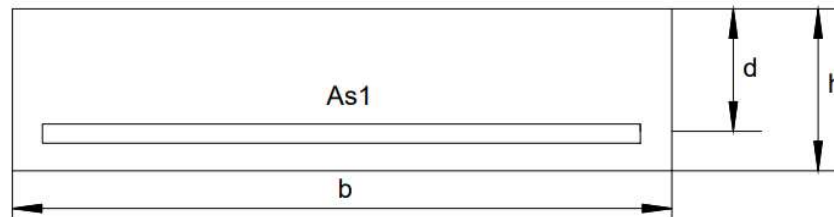


Figura 30 : Geometria 2. [El. Pròpia]

Taula 3 : Dimensions de la geometria 2.

h	300	mm
b	1000	mm
d	250	mm

5.2 Curvatura mitjana

En el següent apartat es mostren les gràfiques de la curvatura mitjana per diferents quanties geomètriques ρ . L'armadura de tracció és d'acer.

En les següents figures $\rho = 0,005$ per la geometria 1 i 2 respectivament.

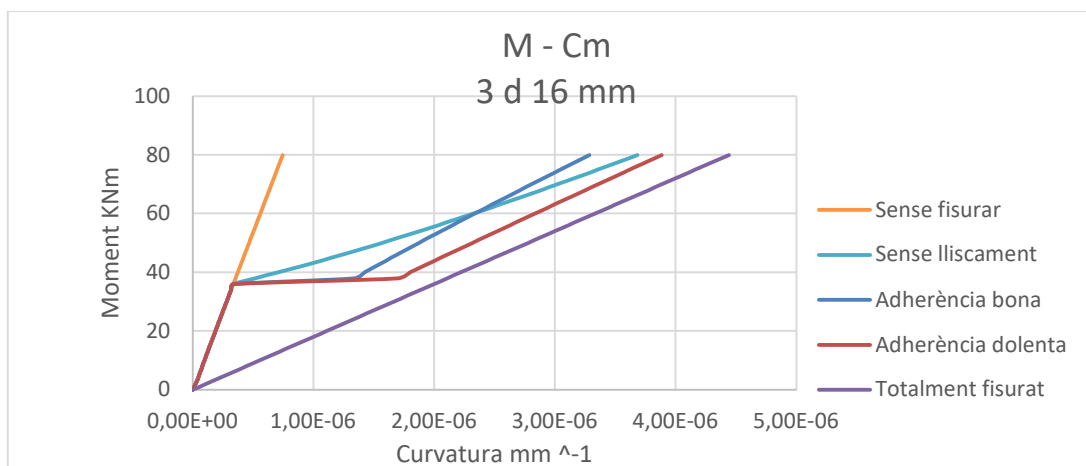


Figura 31 : Moment – curvatura mitjana amb $A_s = 603 \text{ mm}^2$. [El. Pròpia]

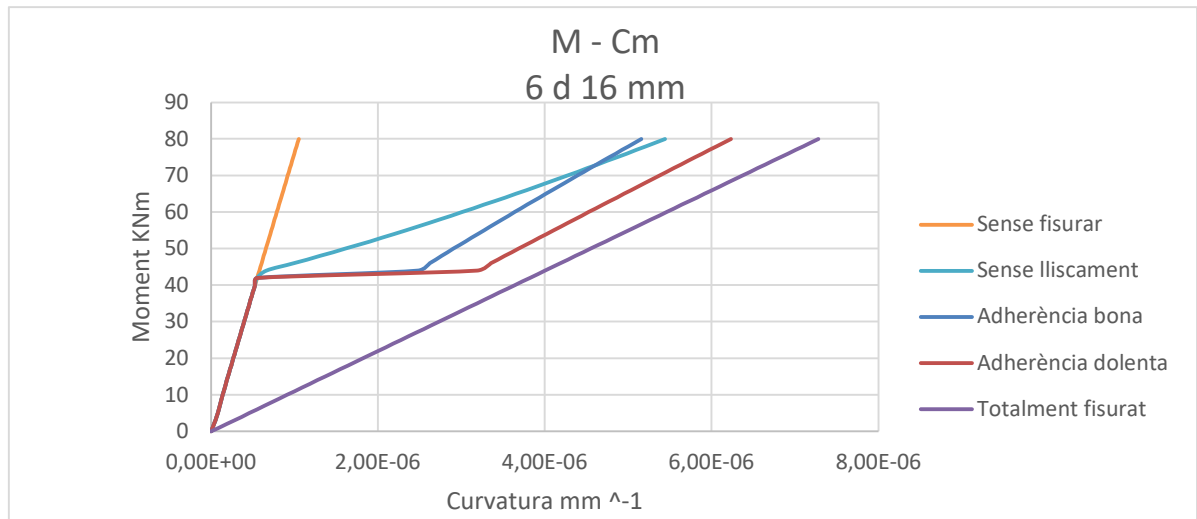


Figura 32 :Moment – curvatura mitjana amb $A_s = 1.206 \text{ mm}^2$. [El. Pròpia]

S'observa com la disminució de l'adherència es tradueix en majors deformacions. Si es comparen les dues gràfiques per un moment fixat, s'observa que la curvatura de la geometria plana és més gran que la corresponent a la geometria de cantell.

En les següents figures $\rho = 0,01$ per la geometria 1 i 2 respectivament.

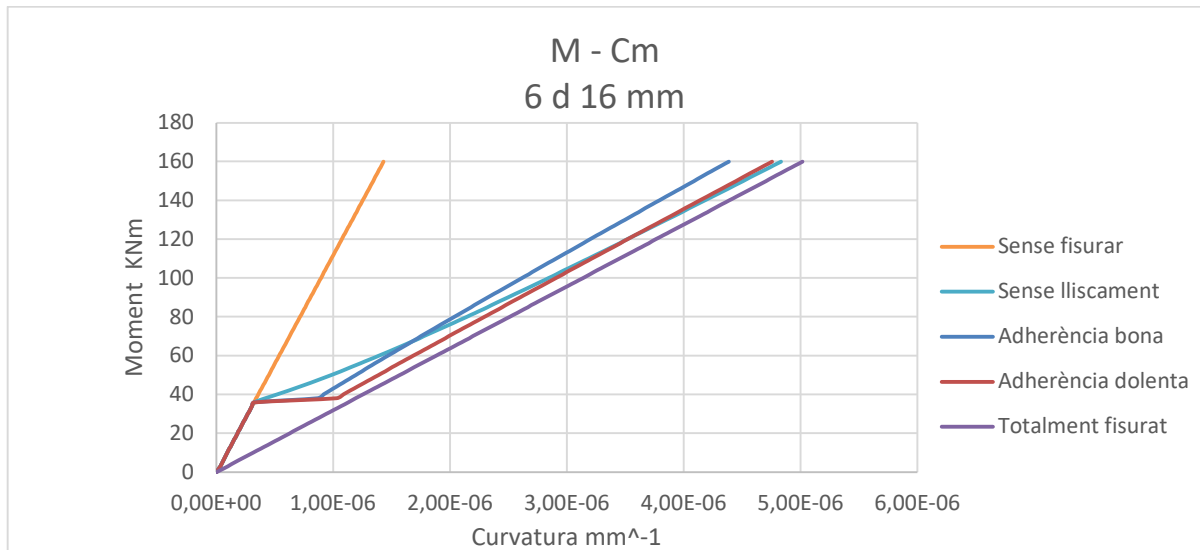


Figura 33 : Moment – curvatura mitjana amb $A_s = 1.206 \text{ mm}^2$. [El. Pròpia]

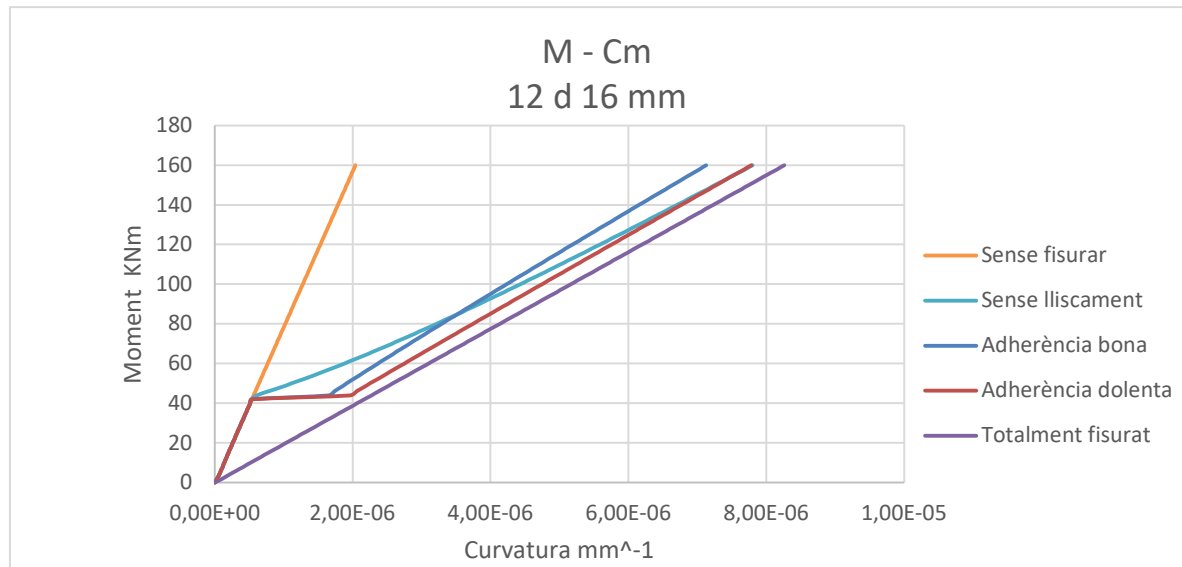


Figura 34 :Moment – curvatura mitjana amb $A_s = 2.413 \text{ mm}^2$. [EI. Pròpia]

Si es comparen les gràfiques amb les corresponents a una quantia inferior per un moment fixat, s'observa que la curvatura disminueix.

En les següents figures $\rho = 0,015$ per la geometria 1 i 2 respectivament.

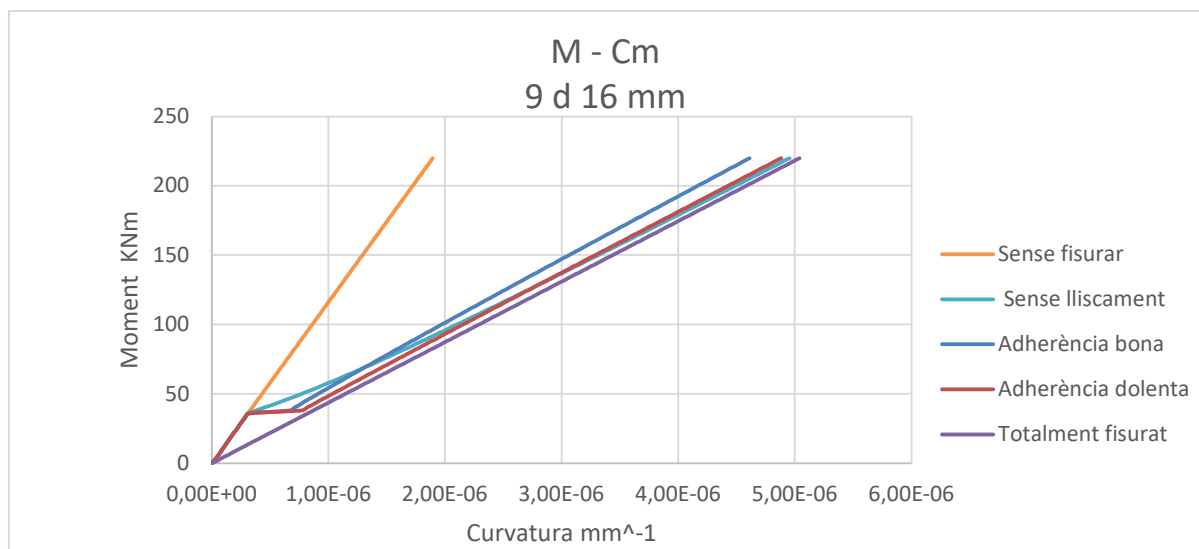


Figura 35 : Moment – curvatura mitjana amb $A_s = 1.809 \text{ mm}^2$. [EI. Pròpia]

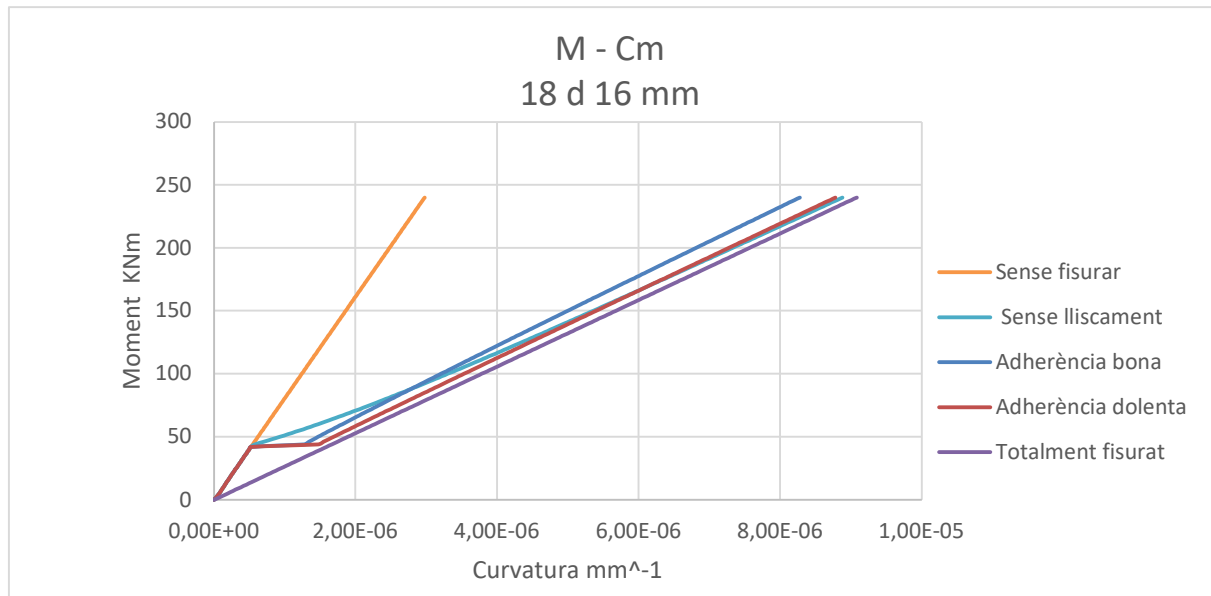


Figura 36 : Moment – curvatura mitjana amb $A_s = 3.619 \text{ mm}^2$. [El. Pròpia]

Per un moment fixat la curvatura de la geometria 2 és inferior a la de la geometria 1. A mesura que es va augmentant l'armadura de tracció, la curvatura disminueix. Això és conseqüència del moment d'inèrcia. Segons l'equació 54, la curvatura és funció de la deformació unitària de l'acer. Si augmenta ε_s , la curvatura augmenta, i al revés. Al mateix temps ε_s depèn del mòdul elàstic i de la tensió segons l'equació 38. La tensió segons l'equació 26 és inversament proporcional al moment d'inèrcia de la secció. Per tant, si disminueix la inèrcia augmenta la tensió, i com a conseqüència augmenta la ε_s i la curvatura. La secció de geometria 1 té menys moment d'inèrcia que la de geometria 2, en conseqüència, és lògic que la curvatura sigui més gran en la secció plana. En el cas d'augmentar l'armadura de tracció la inèrcia augmenta, i la conseqüència lògica és que la curvatura disminueixi.

De les gràfiques moment - curvatura cal observar que a partir del moment superior al moment de fissuració, la corba es desplaça a la dreta de la recta corresponent a la curvatura de la secció no fissurada. A mesura que l'adherència és més dolenta la recta s'acosta més al comportament totalment fissurat.

Cal comentar que degut a que el programa s'ha desenvolupat per una L_{cr} constant s'origina una resposta pràcticament lineal per a la secció fissurada. Com a treball futur s'hauria d'implementar una L_{cr} que vagi reduint-se a mesura que es vagin obtenint noves fissures de manera que s'obtidria una resposta com la de la següent figura:

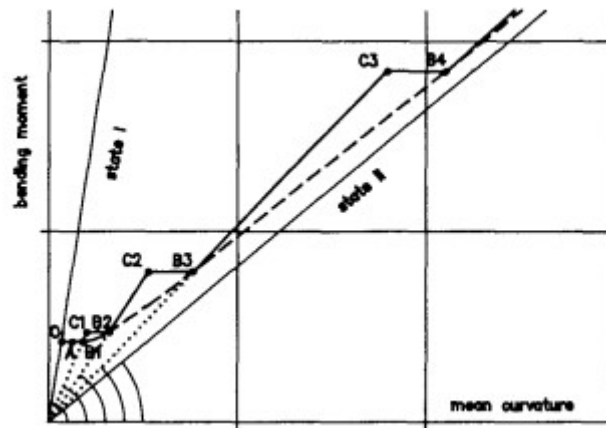


Figura 37 : Diagrama moment – curvatura amb diferents fissures [9]

C1, C2 i C3 corresponen a la fissuració 1, 2 i 3 amb una L_{cr} que decreix a mesura que es forma una nova fissura.

5.3 Amplada de fissura

En les següents figures es representa l'amplada de fissura en funció del moment per les diferents quanties i geometries.

En les següents figures $\rho = 0,005$ per la geometria 1 i 2 respectivament.

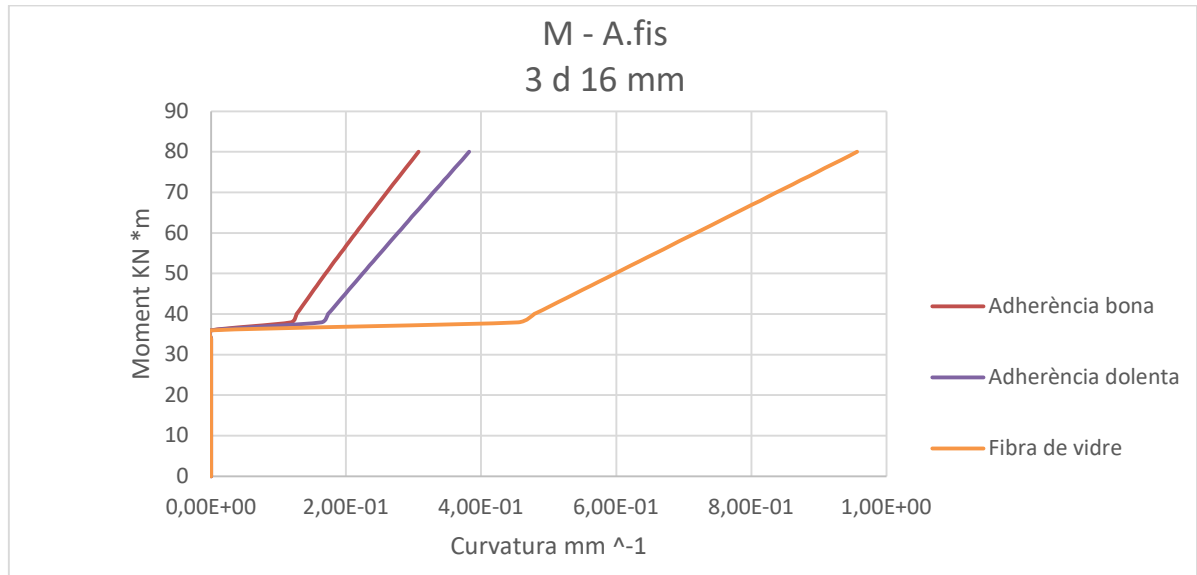


Figura 38 : Moment – amplada de fissura amb A_s de 603 mm^2 . [El. Pròpia]

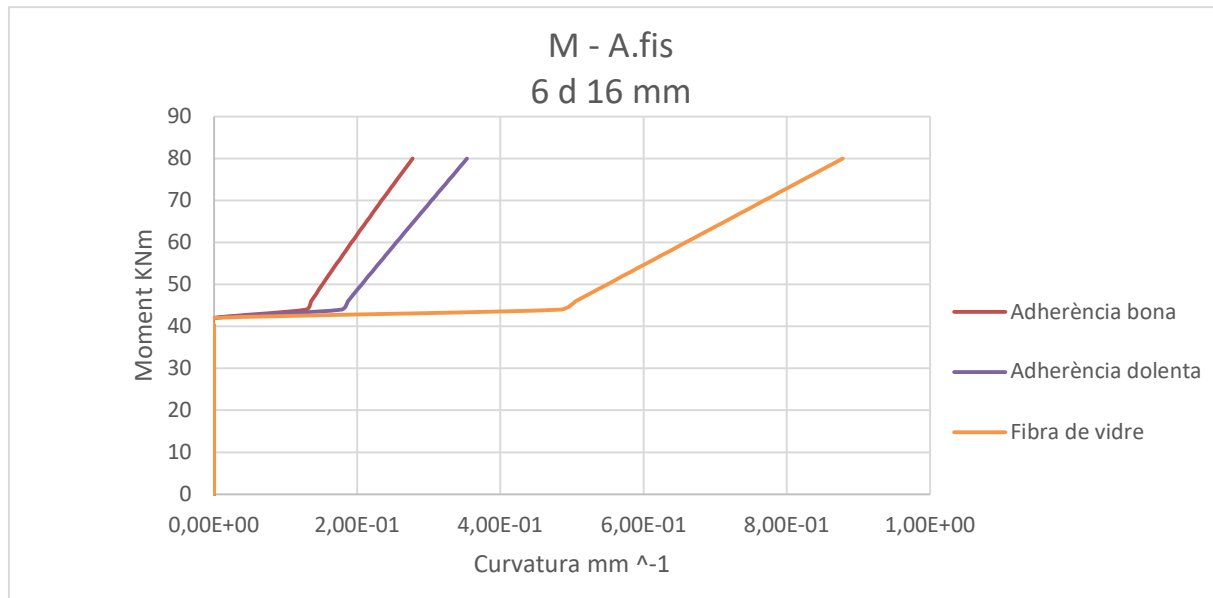


Figura 39 : Moment – amplada de fissura amb A_s de 1.206 mm^2 . [El. Pròpia]

Per a un a millor comparació les gràfiques s'han estès fins a valors alts de l'obertura de fissura (a la pràctica el valor en servei sol estar limitat a 0,4 mm). S'observa que l'amplada de fissura augmenta a mesura que disminueix l'adherència. En el cas de les armadures de fibra de vidre l'amplada de fissura augmenta molt més respecte a les armadures d'acer, molt influenciada pel baix mòdul elàstic i pels valors menors de l'adherència per a lliscaments petits.

En les següents figures $\rho = 0,01$ per la geometria 1 i 2 respectivament.

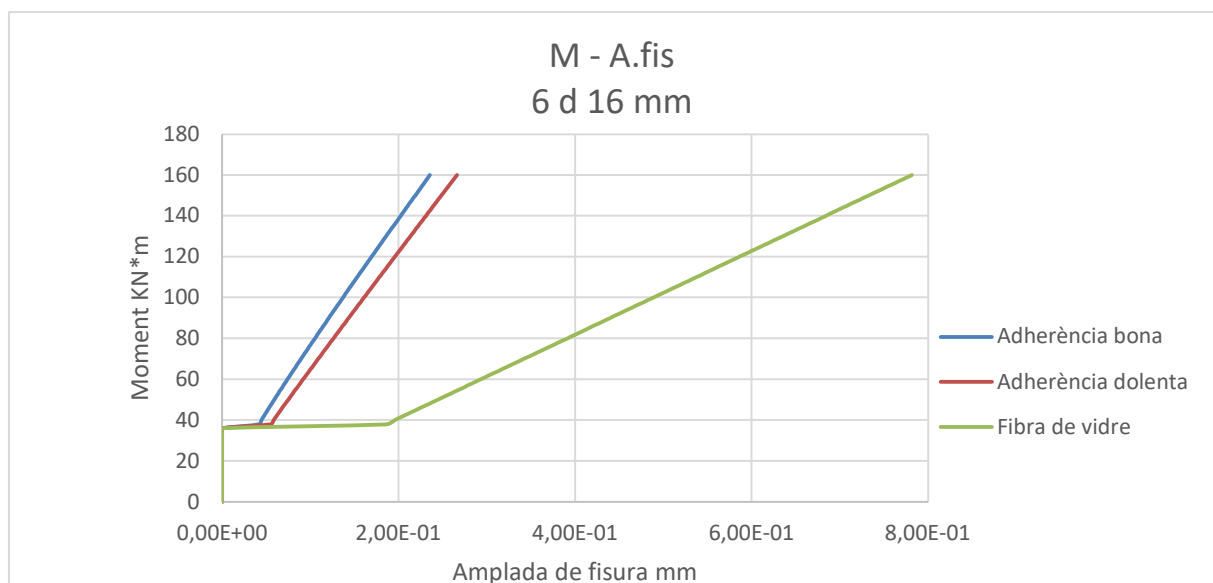


Figura 40 : Moment – amplada de fissura amb A_s de 1.206 mm^2 . [El. Pròpia]

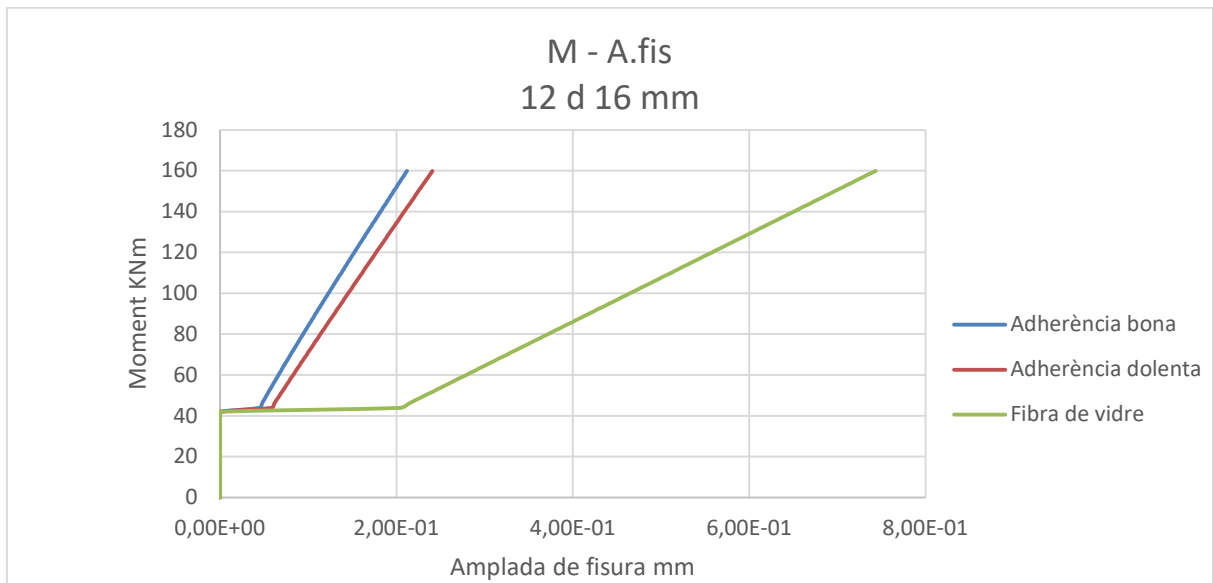


Figura 41 :Moment – amplada de fissura amb A_s de 2.413 mm^2 . [El. Pròpia]

Es pot observar la lògica disminució de l'amplada de fissura amb l'augment de l'àrea d'armadura de tracció.

En les següents figures $\rho = 0,015$ per la geometria 1 i 2 respectivament.

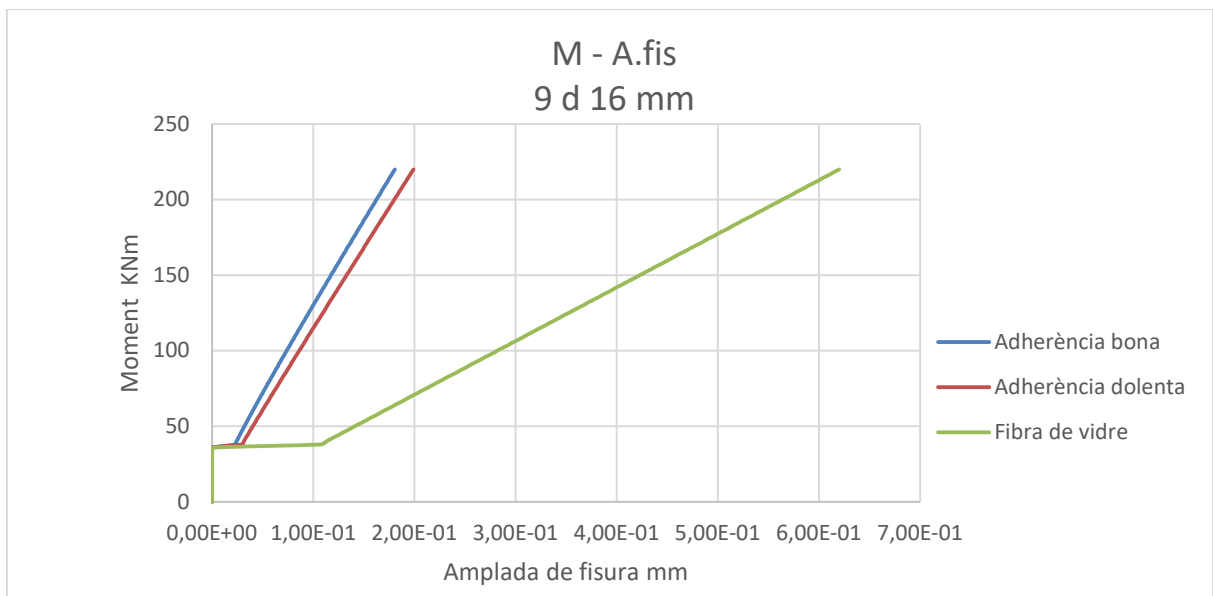


Figura 42 : Moment – amplada de fissura amb A_s de 1.809 mm^2 . [El. Pròpia]

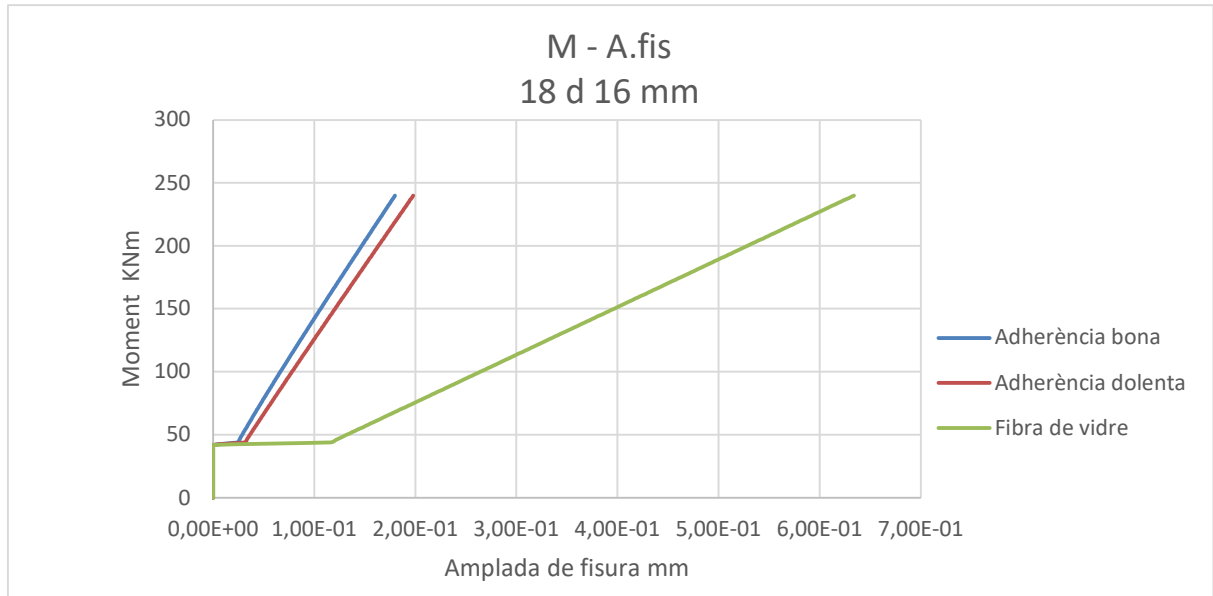


Figura 43 : Moment – amplada de fissura amb A_s de 3.619 mm^2 . [El. Pròpia]

En les següents taules s'especifiquen les diferents amplades de fissura per cadascuna de les diferents adherències considerades i l'increment d'aquestes respecte a una l'adherència bona (que es pren com a referència), per a diferents moments.

Taula 4 : Amplada de fissura per $\rho = 0,005$

Moment (KNm)	Amplada de fissura (mm)					
	Geometria 1			Geometria 2		
	50	66	80	50	66	80
Adherència bona	0,169	0,242	0,307	0,151	0,217	0,277
Adherència dolenta	0,224	0,308	0,382	0,206	0,284	0,353
(A.D-B.A)/B.A*100	32,4%	27,5%	24,4%	36,2%	30,8%	27,5%
Fibra de vidre	0,598	0,789	0,957	0,549	0,724	0,878
(f.v-B.A)/B.A*100	252,8%	226,7%	211,5%	262,9%	233,7%	216,8%

De forma analítica es quantifiquen les tendències que ja s'han observat de forma gràfica. La disminució de l'adherència augmenta l'amplada de fissura. En concret l'augment amb una adherència dolenta oscil·la entre un 32% i un 24% per la geometria 1 i entre un 36% i un 27% per la geometria 2. En el cas de l'adherència corresponent a la fibra de vidre l'augment oscil·la entre un 253% i 211% per la geometria 1 i un 263% i un 217% per la geometria 2.

Taula 5 :Amplada de fissura per $\rho = 0,01$

Moment (KNm)	Amplada de fissura (mm)					
	Geometria 1			Geometria 2		
	50	66	80	50	66	80
Adherència bona	0,059	0,080	0,105	0,053	0,074	0,094
Adherència dolenta	0,075	0,099	0,126	0,067	0,092	0,114
(A.D - B.A)/B.A*100	26,9%	23,1%	20,1%	28,0%	23,6%	21,0%
Fibra de vidre	0,244	0,322	0,391	0,232	0,307	0,372
(f.v - B.A)/B.A*100	314,3%	302,7%	272,4%	341,4%	312,2%	295,3%

De forma analítica també s'observa que si s'augmenta l'armadura de tracció disminueix l'amplada de fissura. Per la geometria 2, amb un moment de 80 KNm i amb adherència bona l'amplada de fissura passa de 0,2 mm amb una quantia de 0,005 a 0,09 amb una quantia de 0,01. Aquesta tendència s'observa per les diferents geometries, moments i adherències.

Taula 6 : Amplada de fissura per $\rho = 0,015$

Moment (KNm)	Amplada de fissura (mm)					
	Geometria 1			Geometria 2		
	50	66	80	50	66	80
Adherència bona	0,032	0,045	0,057	0,029	0,040	0,051
Adherència dolenta	0,040	0,055	0,067	0,036	0,049	0,061
(A.D - B.A)/B.A*100	26,0%	21,9%	19,4%	26,7%	22,5%	19,9%
Fibra de vidre	0,141	0,186	0,225	0,132	0,174	0,211
(f.v - B.A)/B.A*100	342,3%	314,7%	298,7%	361,2%	331,8%	314,8%

Tant de forma gràfica com de forma analítica s'observa que a mesura que augmenta el moment augmenta l'amplada de fissura. A pitjor adherència l'amplada de fissura és més gran ja que com a conseqüència de la mala adherència les armadures d'acer i el formigó llisquen més. En el cas de l'armadura de fibra de vidre l'amplada de fissura augmenta molt respecte a la d'acer ja que el mòdul elàstic es molt més petit, en concret és un 70% més petit i l'adherència és molt dolenta.

5.4 Fletxa

En aquest apartat s'estudia la fletxa que resulta d'aplicar una càrrega repartida.

Per complir amb una tensió màxima a estat límit de servei (ELS) de l'armadura al voltant dels 300 MPa per les dues geometries de la secció, amb la mínima ρ , li correspon un moment de 80 KNm en la secció central. La càrrega repartida que li correspon un moment màxim de 80 KNm és de 13,06 KN/m. La biga és recolzada als seus extrems i té una longitud de 7 m.

El diagrama de moments aplicat a la biga correspon a l'exposat a la Figura 16.

En les següents figures es mostren les fletxes de la biga amb armadures d'acer per les diferents quanties i geometries.

En les següents figures $\rho = 0,005$ per la geometria 1 i 2. En aquest cas també es mostren les curvatures al llarg de la biga per la geometria 1.

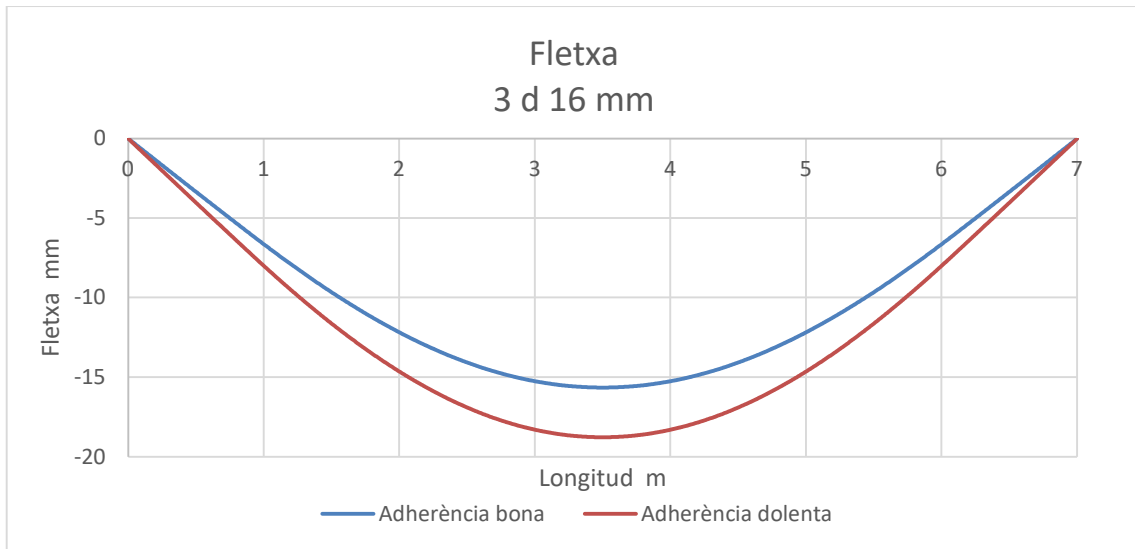


Figura 44 : Fletxa amb una A_s de 603 mm^2 . [El. Pròpia]

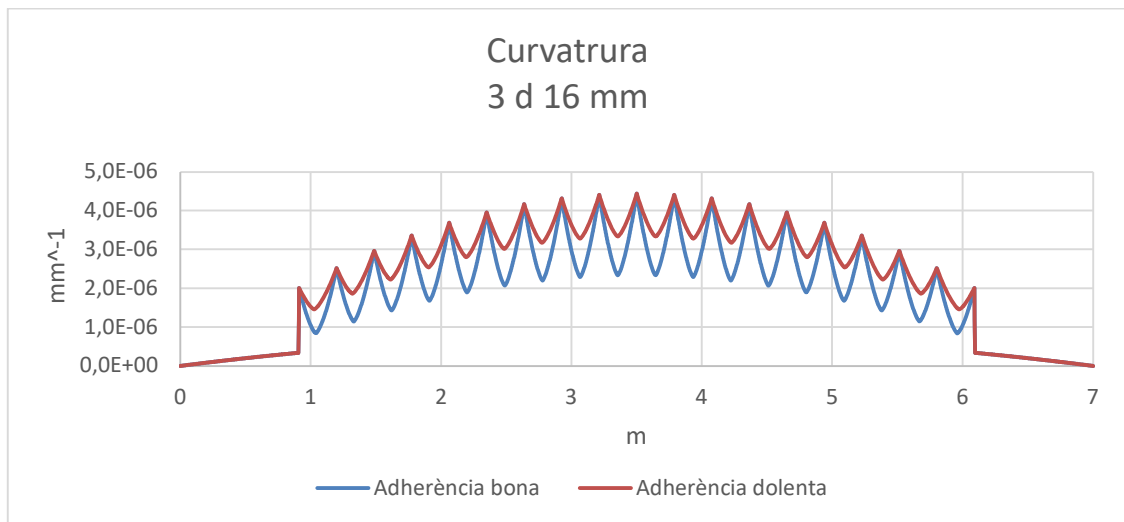


Figura 45 : Curvatures corresponents a la geometria 1 amb una A_s de 603 mm^2 . [El. Pròpia]

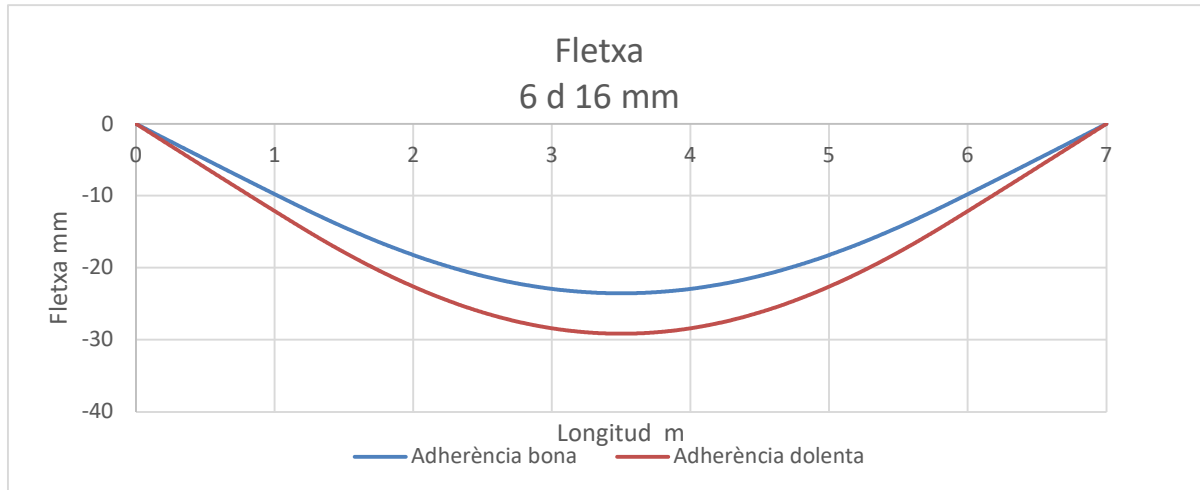


Figura 46 : Fletxa amb una A_s de 1.206 mm^2 . [El. Pròpia]

A les gràfiques s'observa com influeix l'adherència en la fletxa de la biga. A pitjor adherència la biga flecta més, i la curvatura serà més gran respecte a una bona adherència. Respecte a les geometries de les seccions la geometria 2 flecta més respecte a la geometria 1.

En les següents figures $\rho = 0,01$ per la geometria 1 i 2 respectivament.

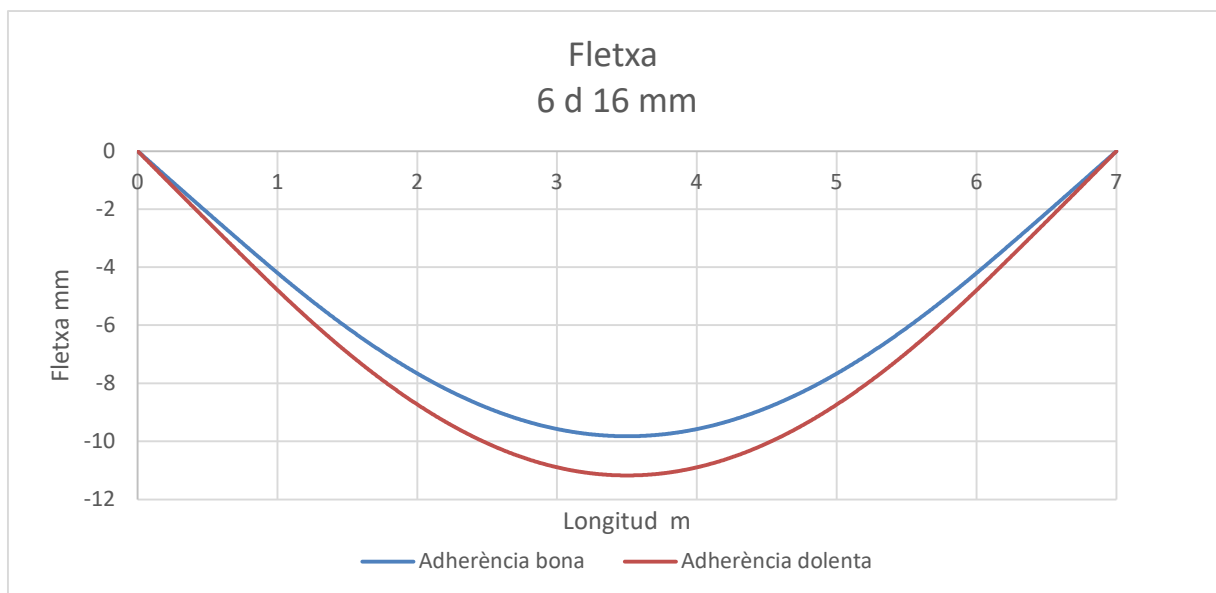


Figura 47 : Fletxa amb una A_s de 1.206 mm^2 . [El. Pròpia]

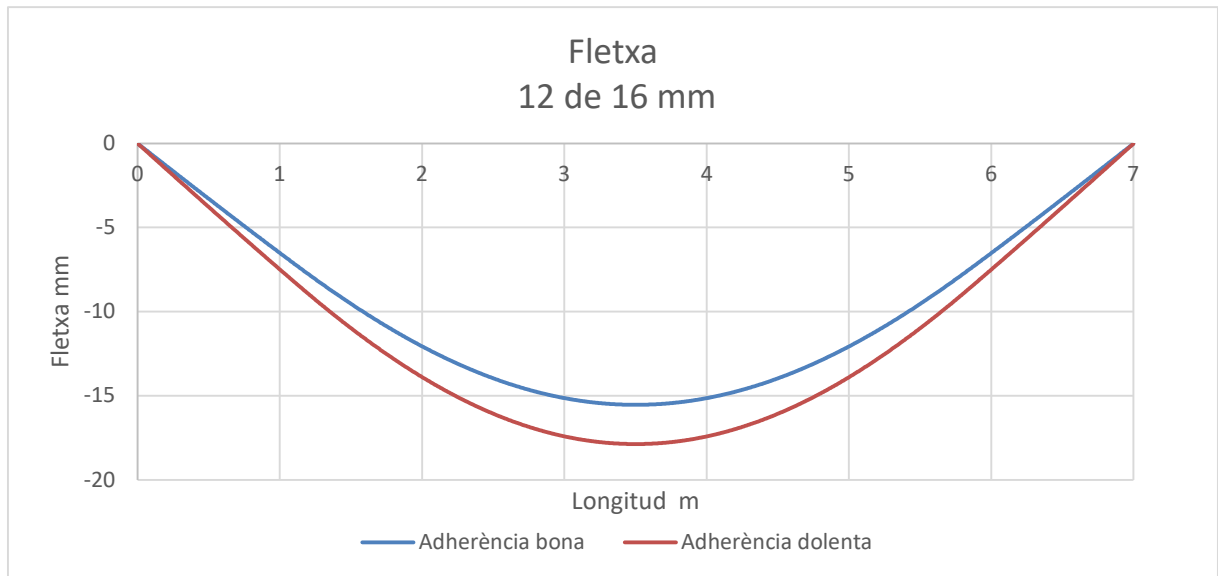


Figura 48 : Fletxa amb una A_s de 2.413 mm^2 . [El. Pròpia]

L'augment de la quantitat d'armadura de tracció provoca una disminució de la fletxa de la biga.

En les següents figures $\rho = 0,015$ per la geometria 1 i 2 respectivament

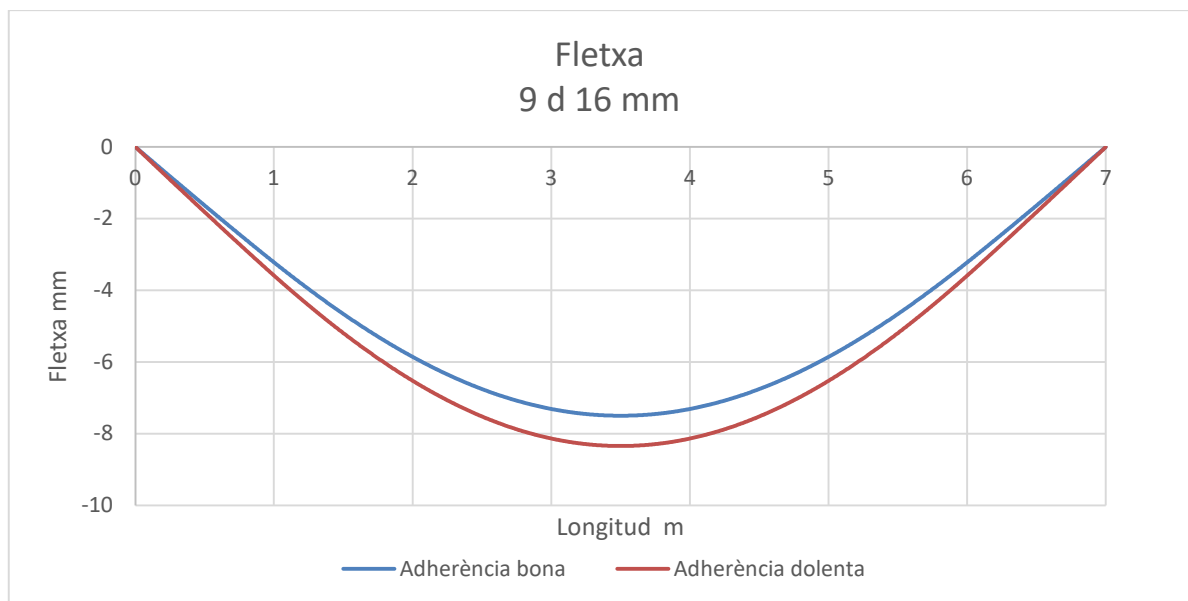


Figura 49 : Fletxa amb una A_s de 1.809 mm^2 . [El. Pròpia]

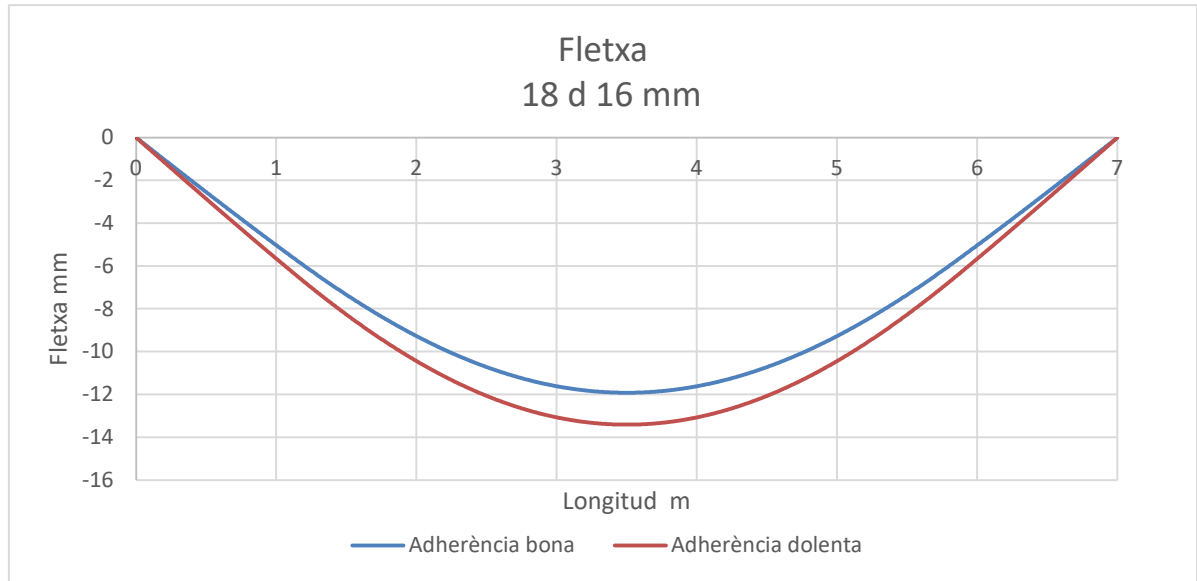


Figura 50 : Fletxa amb una A_s de 3.619 mm^2 . [El. Pròpia]

En les següents figures es mostren les fletxes de la biga amb armadures de fibra vidre per les diferents quanties i geometries.

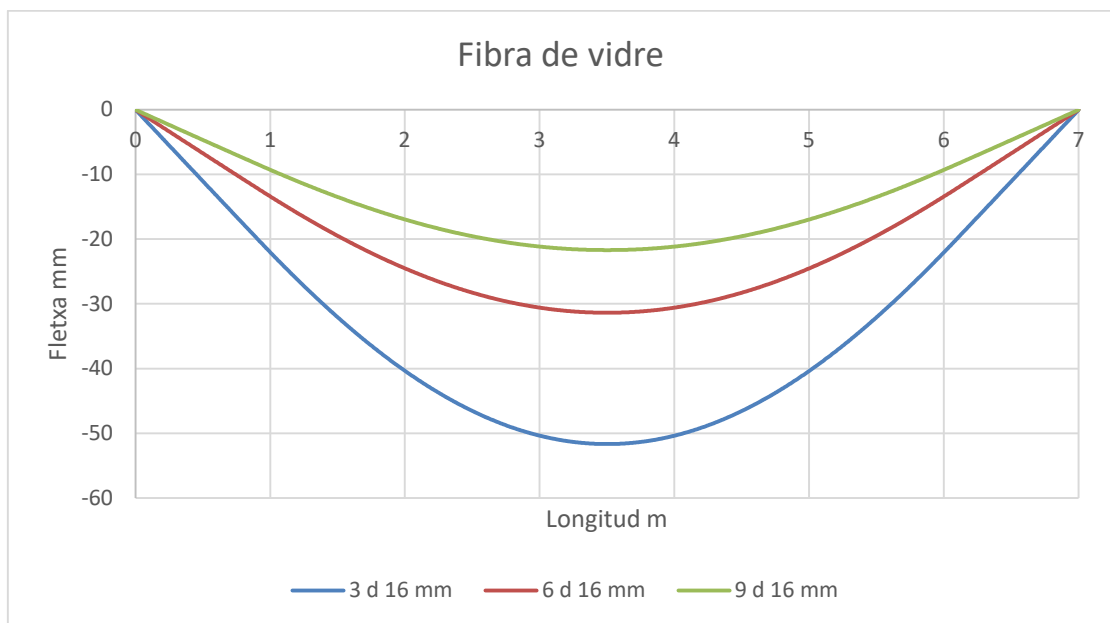


Figura 51 : Fletxes de la biga amb armadures de fibra de vidre per la geom.1. [El. Pròpia]

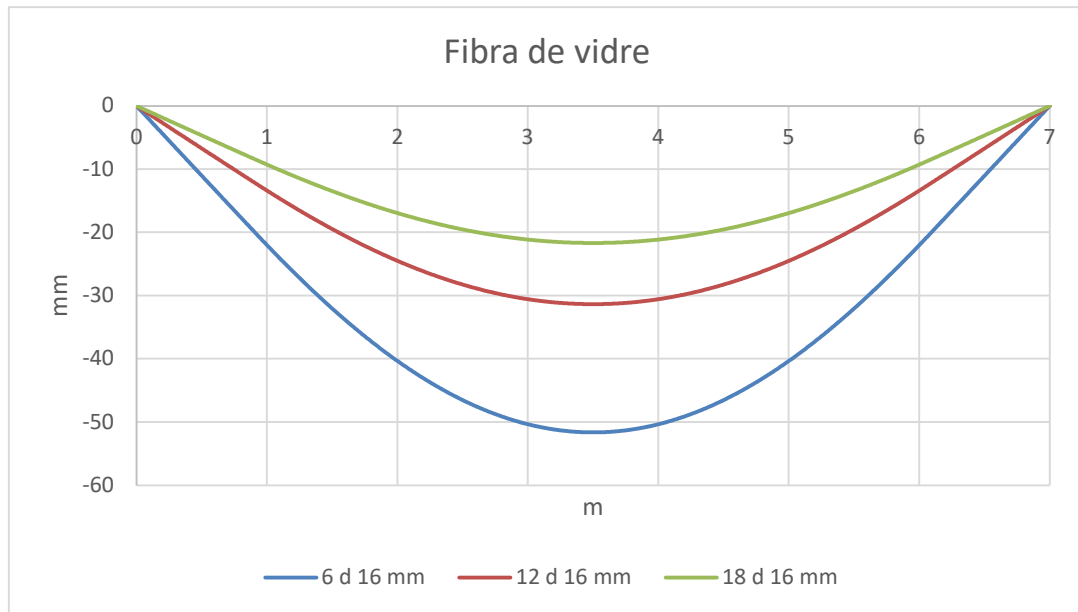


Figura 52 : Fletxes de la biga amb armadures de fibra de vidre per la geom. 2. [El. Pròpia]

En el cas de la biga amb armadures de fibra de vidre la biga flecta bastant més respecte a la biga amb armadures d'acer. L'efecte del augment d'armadura, i el de la geometria de la secció és el mateix que l'obtingut amb les armadures d'acer.

En les següents taules s'especifiquen les fletxes màximes per les diferents lleis d'adherència, per cada ρ i les respectives geometries així com els increments respecte la bona adherència.

Taula 7 : Fletxa màxima per $\rho = 0,005$

	Fletxa màxima (mm)	
	Geometria 1	Geometria 2
Adherència bona	-15,65	-23,53
Adherència dolenta	-18,77	-29,14
(A.D-B.A)/B.A*100	-19,95%	-23,86%
Fibra de vidre	-51,64	-81,11
(f.v-B.A)/B.A*100	-229,93%	-244,77%

De forma analítica es constata el que s'ha vist de forma gràfica. Per una biga amb armadures d'acer i una mala adherència la fletxa màxima flecta un 20% i un 24% més respecte a una bona adherència amb geometries de les seccions del tipus 1 i 2 respectivament. En el cas de les armadures de fibra de vidre flecten un 230% i un 245% més respecte a les d'acer amb una bona adherència per les seccions amb una geometria del tipus 1 i 2 respectivament.

Taula 8 : Fletxa màxima per $\rho = 0,01$

	Fletxa màxima (mm)	
	Geometria 1	Geometria 2
Adherència bona	-9,82	-15,53
Adherència dolenta	-11,17	-17,86
(A.D-B.A)/B.A*100	-13,76%	-15,02%
Fibra de vidre	-31,35	-45,46
(f.v-B.A)/B.A*100	-219,31%	-192,72%

També de forma analítica es veu la disminució de la fletxa màxima amb l'augment de l'armadura. Com a exemple en el cas de d'una biga amb una geometria del tipus 1, adherència bona i una quantia de 0,01 és de 9,82 mm i amb una quantia de 0,005 és de 15,65 mm.

Taula 9 : Fletxa màxima per $\rho = 0,015$

	Fletxa màxima (mm)	
	Geometria 1	Geometria 2
Adherència bona	-7,49	-11,92
Adherència dolenta	-8,34	-13,41
(A.D-B.A)/B.A*100	-11,27%	-12,51%
Fibra de vidre	-21,67	-34,52
(f.v-B.A)/B.A*100	-189,18%	-189,72%

El que es pot observar tant en les gràfiques com en les taules es que a pitjor adherència la biga flecta més. A més armadura de reforç la biga flecta menys. L'armadura de reforça amb fibra de vidre flecta més respecta a l'acer ja que l'adherència és més dolenta i perquè el seu mòdul elàstic és mot més petit.

L'adherència afecta al lliscament. A més lliscament entre les armadures i el formigó, implica que l'armadura de reforç s'emporti més tensió. Al augmentar la tensió també augmenta la deformació unitària de l'armadura ε_s . Si augmenta ε_s , aplicant l'equació 54, la curvatura augmenta. Si la curvatura augmenta, l'àrea per sota la corba és més gran A_i , i aplicant l'equació 64 implica l'augment de la fletxa. La biga flecta més.

A continuació es comparen els resultats de la fletxa màxima per les diferents lleis de tensió deformació del formigó comprimit per les dues geometries amb una $\rho = 0,01$.

Taula 10 : Fletxa màxima per 6 barres de 16 mm per la geometria 1

	Fletxa màxima (mm)		
	Bona adherència	Adherència dolenta	f.vidre
Lineal	-9,82	-11,17	-31,35
Parab. rec	-9,88	-11,23	-29,08
(P.rec - Lin) / Lin * 100	-0,65%	-0,53%	7,23%
Parabòlica	-9,86	-11,21	-29,07
(Parab - Lin) / Lin * 100	-0,39%	-0,34%	7,27%
Saenz	-9,83	-11,18	-29,04
(Saenz - Lin) / Lin * 100	-0,12%	-0,12%	7,36%
Todeschini	-9,87	-11,21	-29,07
(Todes - Lin) / Lin * 100	-0,50%	-0,40%	7,26%
Hognestad	-9,85	-11,21	-29,07
(Hogn - Lin) / Lin * 100	-0,36%	-0,32%	7,28%

Taula 11 : Fletxa màxima per 12 barres de 16 mm per la geometria 2

	Fletxa màxima (mm)		
	Adherència bona	Adherència dolenta	f.vidre
Lineal	-15,53	-17,86	-45,46
Parab. rec	-15,62	-17,95	-45,56
(P.rec - Lin) / Lin * 100	-0,57%	-0,48%	-0,23%
Parabòlica	-15,58	-17,92	-45,54
(Parab - Lin) / Lin * 100	-0,32%	-0,30%	-0,17%
Saenz	-15,54	-17,88	-45,49
(Saenz - Lin) / Lin * 100	-0,09%	-0,10%	-0,08%
Todeschini	-15,60	-17,93	-45,55
(Todes - Lin) / Lin * 100	-0,46%	-0,37%	-0,20%
Hognestad	-15,58	-17,91	-45,53
(Hogn - Lin) / Lin * 100	-0,30%	-0,28%	-0,17%

En aquestes taules es comprova que en funció de la llei de tensió – deformació que s’ha escollit el resultat pràcticament no afecta als resultats. Això s’atribueix a que la tensió a la que treballa el formigó a compressió en ELS es situa per la zona inicial, gairebé lineal, del diagrama.

6 Pressupost

A continuació es detalla el pressupost de la realització i execució del programari amb codi Matlab i el de la redacció del projecte.

Taula 12 : Pressupost del projecte

	DIES	HORES / DIA	HORES	€/HORA	TOTAL
Adquisició de coneixements					
Recopilació d'informació	15	3	45	13	585,00 €
Programació codi Matlab					
Redacció del programa bloc	30	3	90	13	1.170,00 €
Redacció del programa biga	15	3	45	13	585,00 €
Execució del programa	20	3	60	13	780,00 €
Redacció del projecte					
Apartats 1,2,3 i 4 (Part teòrica)	25	3	75	13	975,00 €
Apartat 5 (Aplicació de l'eina)	15	3	45	13	585,00 €
Apartat 6,7 (Pressupost i conclusions)	2	3	6	13	78,00 €
Total	122		366		
Base imposable					4.758,00 €
21 % d'IVA					999,18 €
Total					5.757,18 €

El pressupost total de la realització del projecte suma un total de 5.757,18 €.

7 Conclusions

En aquest treball s'ha desenvolupat una metodologia de càlcul de deformacions en estructures de formigó armat sotmeses a esforços de flexió considerant la interacció entre reforç i formigó mitjançant lleis d'adherència-lliscament local. S'ha fet un plantejament general amb la possibilitat d'inclusió de diferents lleis d'adherència i de tensió-deformació del formigó comprimit. D'aquesta manera, la metodologia implementada pot simular bigues amb diferents propietats per al formigó i armadures, diferents geometries i armadures de tracció i compressió.

La metodologia s'ha implementat en codi Matlab en dues fases. En la primera s'ha modelitzat el comportament de blocs de formigó armat delimitats per dues fissures, amb moments iguals o diferents als extrems (programa bloc). En la segona, s'ha implementat el resultat de la primera fase a nivell biga (programa biga).

La resolució del problema s'ha plantejat de manera iterativa combinant la solució del comportament no lineal a nivell seccional, d'acord amb les equacions de comportament plantejades, i a nivell d'element entre les dues fissures plantejant una metodologia basada en una solució per diferències finites fent el càlcul en una sèrie de punts, que corresponen a diferents seccions.

Cal indicar que aquest treball s'ha de considerar com una primera fase d'implementació de la metodologia, on s'ha considerat una separació fixa entre fissures (longitud del bloc), que es pot estimar amb equacions disponibles a diferents textos i guies de disseny. Com a continuació del treball s'hauria d'implementar la possibilitat de separació de fissures decreixent a mesura que augmenta el moment aplicat, la qual cosa s'ha considerat que quedava fora de l'abast del treball.

S'han plantejat una sèrie d'exemples il·lustratius de les potencialitats de l'eina per al càlcul en servei, prenent com a base dues geometries seccionals amb diferents nivells d'armat i tres tipus de comportament adherent (acer amb adherència bona, acer amb adherència dolenta i armadura de fibra de vidre). Així, es mostren diagrames moment-curvatura mitjana de bloc, es comparen les diverses combinacions, es fan comparacions de moment-amplada de fissura de bloc i gràfics amb l'evolució de la curvatura i fletxa al llarg d'una biga.

Dels resultats de les comparacions realitzades s'observa que es reproduïxen bé les tendències esperades en quant a dimensions seccionals, quanties i mòdul elàstic de les armadures, així com l'efecte de la l'adherència en les deformacions a nivell seccional i a nivell de biga. La utilització de diferents lleis de modelització del formigó comprimit no té incidència apreciable al comportament en la zona de servei estudiada.

8 Relació de documents

El present treball està format pels següents documents:

DOCUMENT NUM.1 – MEMÒRIA I ANNEXOS

MEMÒRIA

ANNEXOS A LA MEMÒRIA

ANNEX A PROGRAMA BLOC

ANNEX B PROGRAMA BIGA

ANNEX C VERSIÓ PRÈVIA

9 Bibliografia

- [1] Juan Carlos Arroyo Portero, Francisco Morán Cabré, Álvaro García Meseguer. Hormigón Armado. CINTER Divulgación Técnica. 2018.
- [2] Jakubovskis R, Kaklauskas G, Gribniak V, Weber A, Juknys, M. Serviceability analysis of concrete beams with different arrangements of GFRP bars in the tensile zone. ASCE J Compos Constr. Vol.18. No.5. p.1-11. 2014.
- [3] Manfredi G, Pecce M. A refined R.C, beam element including bond-slip relationship for the analysis of continuous beams. Computers and Structures. Vol.69. p.53-62. 1998.
- [4] International Federation for Structural Concrete (fib). fib Model Code for Concrete Structures 2010, Ernst & Sohn. Berlin. 2013.
- [5] Comisión Permanente del Hormigón (CPH). Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08. Secretaría General Técnica del Ministerio de Fomento. Madrid. 2008.
- [6] European Committee for standardization (CEN). Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels. 2004.
- [7] Ulrich Häussler-Combe. Computational Methods for Reinforced Concrete Structures. John Wiley & Sons. 2014.
- [8] Edgar I. Villagrán A., César Vera M., Ana Elena Posada S. Modelo esfuerzo-deformación para elementos de concretos reforzado que cumple con las hipótesis de las NTC RCDF 2004. Facultad de Ingeniería, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, BUAP. 2013.
- [9] Creazza G, Di Marco R. Bending, moment-mean curvature relationship with constant axial load in the presence of tension stiffening. Materials and Structures. Vol. 26. p.196-206. 1993.
- [10] Lluís Torres Llinars. Apunts d'estructures de formigó del MEI. Escola politècnica superior. UDG. Curs 2019/20.
- [11] Sofia Arellanos Cárdenas, Socorro López Cortez, Lucía Ramírez Torres, Juan Carlos Mares Gutierrez. Diagrama Tensión-Deformación. Escuela Nacional de Ciencias Biológicas del Instituto Politécnico Nacional de México. 2012.
- [12] Baena M, Torres L, Turon A, Barris C. Experimental study of bond behaviour between concrete and FRP bars using a pull-out test. Composites: Part B. Vol.40. p.784-797. 2009.

ANNEXOS

Annex A Programa Bloc

```
%% Moment curvatura amb lliscament
%% Biga birecolzada
Lbiga=7;% m Longitud de la biga
Qbiga=13.05; %KN/m Càrrega repartida
R=(Qbiga*Lbiga)/2;%KN Reacció recolzament biga bi recolzada
L1_=2;% m punt inicial fisuració
%% Moment-Longitud
i=1;
P_=[0:0.01:Lbiga];
for P=P_
    M_biga=R*P-P^2*Qbiga/2;
    M_biga_(i)=M_biga;
    i=i+1;
end
%% Condicions de contorn
% Moment a L1
M_biga_L1=interp1(P_,M_biga_,L1_);%KN*m
% Centre de masses secció fisurada
Aseq=n*As;% mm2
As2eq=(n-1)*As2;%
% centre de masses secció fisurada
if strcmp(llei,'lineal')
Xcg=(-(Aseq-As2eq)+((Aseq-As2eq)^2-2*b*(-Aseq*d+As2eq*d2))^(1/2))/b; %% mm
else
Xcg=interp1(M_2,x_2,M_biga_L1)
end

% Inèrcia secció fisurada
Ifis=1/3*b*Xcg^3+Aseq*(d-Xcg)^2+As2eq*(Xcg-d2)^2; % mm4

% Distància entre fisures
c=(h-d); % mm
if (2.5*(h-d)<(h-Xcg)/3)
    Ac_ef= 2.5*(h-d)*b;
else
    Ac_ef=(h-Xcg)/3*b;
end
rho_ef=As/Ac_ef;
%Lcr_=1.5*(c+1/4*1/1.8*D1/rho_ef);% mm Distància entre fisures
Lcr_=260;%mm
Ln_=L1_+Lcr_/1000;
% Moment a Ln i Xcg totalment fisurat
M_biga_Ln=interp1(P_,M_biga_,Ln_);%KN*m
Xcg2=interp1(M_2,x_2,M_biga_Ln); %mm
Ifis2=1/3*b*Xcg2^3+Aseq*(d-Xcg2)^2+As2eq*(Xcg2-d2)^2; % mm4
iAfis=1;
iCmitj=1;
M_=[0:2:80];

for M=M_ %KN*m Considerant el moment constant

    if (M>Mcr)
% S'escull si el moment es constant o variable
moment='constant'; % 'constant' moment constant al llarg de tota la biga
                % 'variable' moment variable al llarg de tota la biga
```

```

% S'escull quina llei vols per l'adherència
adherencia='fvidre';
                % bona
                % dolenta
                % fvidre (fibra de vidre)

% Sigma 1 i sigma n
if strcmp(moment,'constant')
    Sigma_s1_1=n*M*10^6*(d-Xcg)/Ifis; % MPa Sigma 1 iteració 1
    Sigma_s2_1=n*M*10^6*(Xcg-d2)/Ifis; % MPa Sigma 2 iteració 1
    Sigma_s1_n=n*M*10^6*(d-Xcg)/Ifis; % Mpa Sigma 1 iteració n
    Sigma_s2_n=n*M*10^6*(Xcg-d2)/Ifis; % Mpa Sigma 2 iteració n
elseif strcmp(moment,'variable')
    Sigma_s1_1=n*M_biga_L1*10^6*(d-Xcg)/Ifis; % MPa Sigma 1 iteració 1
    Sigma_s2_1=n*M_biga_L1*10^6*(Xcg-d2)/Ifis; % MPa Sigma 2 iteració 1
    Sigma_s1_n=n*M_biga_Ln*10^6*(d-Xcg2)/Ifis2; % Mpa Sigma 1 iteració n
    Sigma_s2_n=n*M_biga_Ln*10^6*(Xcg2-d2)/Ifis2; % Mpa Sigma 2 iteració n
end

% Deformacions secció fisurada iteració 1
es1_1=Sigma_s1_1/Es; % deformació barra de tracció en la iteració 1
es2_1=Sigma_s2_1/Es; % deformació barra de compressió en la iteració 1
es1_n=Sigma_s1_n/Es; % deformació barra de tracció en la iteració n

%% Inicialització
npunts=54;% nombre de punts de càlcul
Inc_X=Lcr_/(npunts-1); % mm increment de x
i=1;
% Posició línia neutra inicial
Yn_(i)=Xcg; %% mm centre de gravetat
% Punt secció inicial
L1(i)=L1_;
% Deformació inicial barra de tracció/compressió i formigó
es1_(i)=es1_1;
es2_(i)=es2_1;
% Esforços al punt 1
Sigma_s1_(i)=Sigma_s1_1;
Sigma_s2_(i)=Sigma_s2_1;
%Curbatura inicial
Curb_(i)=es1_(i)/(d-Yn_(i));
% Mètode de la bisecció per trobar la sigma al punt n
dif=10^-3;
error=10;
S_max=max(es1_1,es1_n)*Lcr_;% mm
S_min=0;
j=0;
while (error > dif || error <0)
    i=1;
    j=j+1;
% LLiscamnet inicial
S_(i)=(S_max+S_min)/2;% mm
Sinc_(j)=S_(i);
% Tau inicial
fcm=fck+8;
if strcmp (adherencia,'bona')
    Tbmax=2.5*(fcm)^(1/2);
    if S_(i)<=1
        Tau_(i)=Tbmax*(abs(S_(i)))^0.4;
    end
end

```

```

else
    Tau_(i)=Tbmax;
end
elseif strcmp (adherencia,'dolenta')
    Tbmax=9;
    if S_(i)<=1
        Tau_(i)=Tbmax*(abs(S_(i))/1.8)^0.4;
    else
        Tau_(i)=Tbmax;
    end
elseif strcmp (adherencia,'fvidre')
    Tau_(i)=19.5*abs(S_(i));

end
i=i+1;
%% Punt n
while(Yn_(i-1)>0 && (i-1)< npunts && Sigma_s1_(i-1)>0)
% incialització iteració n
L1(i)=L1(i-1)+Inc_X/1000 ;% m

if (S_(i-1)>0)
    Sigma_s1_(i)=Sigma_s1_(i-1)-Tau_(i-1)*4/D1*Inc_X;%D1 un barra
else
    Sigma_s1_(i)=Sigma_s1_(i-1)+Tau_(i-1)*4/D1*Inc_X;
end

es1_(i)=Sigma_s1_(i)/Es;
ec_min=0;
ec_max=0.0035;
if strcmp (moment,'variable')
M=interp1(P_,M_biga_,L1(i));%KN*m
end
Sum_moments=10;
error=10^-4;

while (Sum_moments<0 || Sum_moments> error)

    ec=(ec_min+ec_max)/2; % adimensional
    Yn=d*ec/(ec+es1_(i)); % mm
    alfa=interp1(epsilon_cm,alfa_2,ec);
    gamma=interp1(epsilon_cm,gamma_2,ec);
    es2=ec*(Yn-d2)/Yn; % adimensional
    Nc=alfa*fck*b*Yn;
    if (i==npunts)
        Nt=0;
    else
        Nt=alfa*fck*b*Yn+Es*es2*As2-As*Sigma_s1_(i);%N
    end
    Sum_moments=alfa*fck*b*Yn*(d-gamma*Yn)+es2*Es*As2*(d-d2)...
    -Nt*((d-Yn)-2/3*(h-Yn))-M*10^6 ;% N*mm

    if Sum_moments>=0
        ec_max=ec;
    else
        ec_min=ec;
    end
end
Sigma_s1_(i);

```

```

end

ect_(i)=2*Nt/(Ec*(h-Yn)*b);
ect1_(i)=ect_(i)*(d-Yn)/(h-Yn);
Nc_(i)=Nc;
Nt_(i)=Nt;
Yn_(i)=Yn;
ec_(i)=ec;
es2_(i)=es2;
S_(i)=S_(i-1)-((es1_(i)+es1_(i-1))/2-(ect1_(i)+ect1_(i-1))/2)*Inc_X;%mm
Curb_(i)=es1_(i)/(d-Yn_(i)); % Curbatura

if strcmp(adherencia,'bona')
    if S_(i)<=1
        Tau_(i)=Tbmax*(abs(S_(i)))^0.4;
    else
        Tau_(i)=Tbmax;
    end
elseif strcmp(adherencia,'dolenta')
    if S_(i)<=1
        Tau_(i)=Tbmax*(abs(S_(i))/1.8)^0.4;
    else
        Tau_(i)=Tbmax;
    end
elseif strcmp(adherencia,'fvidre')
    Tau_(i)=19.5*abs(S_(i));
    %Tau_(i)=2*abs(S_(i));
end

i=i+1;
end
error=Sigma_s1_n-Sigma_s1_(i-1);
if (error > 0)
    S_max=S_(1);
else
    S_min=S_(1);
end
Sfinal_(j)=S_(i-1);
end
end

if (M < Mcr)
    Curbmitj_(iCmitj)=interp1(Mm,Cm,M);
    Afis_(iAfis)=0;
    AfisK1_(iAfis)=0;
    Afisk05_(iAfis)=0;

else
    Curbmitj_(iCmitj)=sum(Curb_*Inc_X)/Lcr_;
    Afis_(iAfis)=sum((es1_-ect1_)*Inc_X); % mm amplada de fisura
end
iCmitj=iCmitj+1;
iAfis=iAfis+1;
end
TT=[ Curbmitj_ ' Afis_' ]

```

```
%% REPRESENTACIÓ GRÀFICA
figure(1) %%Diagrama tensió-deformació formigó
plot(epsilon_cm,sigma_c,'k','LineWidth',2)
grid on
set(gca,'GridLineStyle','--','FontSize',12)
xlabel('Deformació (mm)')
ylabel('Tensió (MPa)')
title('Formigó')

figure(2)%%Diagrama es1-ect1
hold on,grid on,set(gca,'GridLineStyle','--','FontSize',12)
plot(L1,es1_,'r','LineWidth',2)
plot(L1,ect1_,'g','LineWidth',2)
legend('es1','ect1','location','NorthEast');
xlabel('Longitud (m)')
title('es1-ect1')

figure(3)%%Diagrama longitud-lliscament
grid on
set(gca,'GridLineStyle','--','FontSize',12)
plot(L1,S_,'k','LineWidth',2)
xlabel('Longitud (m)')
ylabel('LLiscament (mm)')
title('Longitud-LLiscament')

figure(4)%%Diagrama amplada fisura-moment
grid on
set(gca,'GridLineStyle','--','FontSize',12)
plot(M_,Afis_,'k','LineWidth',2)
xlabel('Moment (KN*m)')
ylabel('Amplada de fisura (mm)')
title('Moment- Amplada de fisura')
```


Annex B Programa biga

```
%% Moment curvatura amb el lliscamnet

%% Biga birecolzada
Lbiga=7;% m Longitud de la biga
Qbiga=13.06; %KN/m Càrrega repartida
R=(Qbiga*Lbiga)/2;%KN Reacció recolzament biga bi recolzada

%% Moment-Longitud
i=1;
P_=[0:0.01:Lbiga];
for P=P_
    M_biga=R*P-P^2*Qbiga/2;
    M_biga_(i)=M_biga;
    i=i+1;
end

% S'escull quina llei vols per l'adherència
adherencia='fvidre';
                % bona
                % dolenta
                % fvidre (fibra de vidre)

Lfis1=(R-(R^2-2*Qbiga*Mcr)^(1/2))/Qbiga; % m
Lfis2=(R+(R^2-2*Qbiga*Mcr)^(1/2))/Qbiga; % m

Llinc_=Lfis1; % m punt inicial fisuració

%% Secció fisurada

%% Condicions de contorn
% Moment a L1
M_biga_L1=interp1(P_,M_biga_,Llinc_);%KN*m
% Centre de masses secció fisurada
Aseq=n*As;% mm2
As2eq=(n-1)*As2;%
% centre de masses secció fisurada
if strcmp(llei,'lineal')
Xcg=(-(Aseq-As2eq)+((Aseq-As2eq)^2-2*b*(-Aseq*d+As2eq*d2))^(1/2))/b; %% mm
else
Xcg=interp1(M_2,x_2,M_biga_L1)
end

% Inèrcia secció fisurada punt 1 bloc 1
Ifis1=1/3*b*Xcg^3+Aseq*(d-Xcg)^2+As2eq*(Xcg-d)^2; % mm4

% Distància entre fisures
c=(h-d); % mm
if (2.5*(h-d)<(h-Xcg)/3)
    Ac_ef= 2.5*(h-d)*b;
else
    Ac_ef=(h-Xcg)/3*b;
end
rho_ef=As/Ac_ef;
```

```
Lcr_=1.5*(c+1/4*1/1.8*D1/rho_ef);% mm Distància entre fisures
%Lcr_=210;

%Lcr_modificada
nfish=1;
while((Lfis2-Lfis1)*1000/nfish>Lcr_)
    nfish=nfish+1;
end
nfish=nfish-1;
Lcr_=(Lfis2-Lfis1)*1000/nfish;

%Punts entre dues seccions totalment fisurades
npunts=1;
Inc_X=Lcr_/(npunts-1);
while (Inc_X > 5)% separació en mm.
    npunts=npunts+1;
    Inc_X=Lcr_/(npunts-1); % mm increment de x
end
npunts=npunts-1; % punts de càlcul
Inc_X=Lcr_/(npunts-1);

%% Inicialització programa

nfish=1;
for L1=[L1inc_:Lcr_/1000:Lfis2-Lcr_/1000]
    Ln=L1+Lcr_/1000;

    % Moment a Ln i Xcg totalment fisurat
    M_biga_Ln=interp1(P_,M_biga_,Ln_);%KN*m
    Xcg2=interp1(M_2,x_2,M_biga_Ln); %mm
    Xcg2_(nfish)=Xcg2;
    Ifis2=1/3*b*Xcg2^3+Aseq*(d-Xcg2)^2+As2eq*(Xcg2-d2)^2; % mm4

    % Sigma 1 i sigma n
    Sigma_s1_1=n*M_biga_L1*10^6*(d-Xcg)/Ifis1; % MPa Sigma 1 iteració 1
    Sigma_s2_1=n*M_biga_L1*10^6*(Xcg-d2)/Ifis1; % MPa Sigam 2 iteració 1
    Sigma_s1_n=n*M_biga_Ln*10^6*(d-Xcg2)/Ifis2; % Mpa Sigma 1 iteració n
    Sigma_s2_n=n*M_biga_Ln*10^6*(Xcg2-d2)/Ifis2; % Mpa Sigma 2 iteració n

    % Deformacions secció fisurada iteració 1
    es1_1=Sigma_s1_1/Es; % deformació barra de tracció en la iteració 1
    es2_1=Sigma_s2_1/Es; % deformació barra de compressió en la iteració 1
    es1_n=Sigma_s1_n/Es; % deformació barra de tracció en la iteració n

    % Inicialització
    i=1;
    M_biga_fis(i)=M_biga_L1;
    % Posició línia neutra inicial
    Yn_(i)=Xcg; %% mm centre de gravetat
    % Punt secció inicial
    L1(i)=L1_;
    % Deformació inicial barra de tracció/compressió i formigó
    es1_(i)=es1_1;
    es2_(i)=es2_1;
    % Esforços al punt 1
    Sigma_s1_(i)=Sigma_s1_1;
    Sigma_s2_(i)=Sigma_s2_1;
    %Curbatura inicial
```

```
Curb_(i)=es1_(i)/(d-Yn_(i));
% Mètode de la bisecció per trobar la sigma al punt n
dif=10^-3;
error=10;
S_max=max(es1_1,es1_n)*Lcr_;% mm
S_min=0;
j=0;
while (error > dif || error <0)
i=1;
j=j+1;
% LLiscamnet inicial
S_(i)=(S_max+S_min)/2;% mm
Sinc_(j)=S_(i);
% Tau inicial
fcm=fck+8;
if strcmp (adherencia,'bona')
    Tbmax=2.5*(fcm)^(1/2);
    if S_(i)<=1
        Tau_(i)=Tbmax*(abs(S_(i)))^0.4;
    else
        Tau_(i)=Tbmax;
    end
elseif strcmp (adherencia,'dolenta')
    Tbmax=9;
    if S_(i)<=1
        Tau_(i)=Tbmax*(abs(S_(i))/1.8)^0.4;
    else
        Tau_(i)=Tbmax;
    end
elseif strcmp (adherencia,'fvidre')
    Tau_(i)=19.5*abs(S_(i));
    %Tau_(i)=50*abs(S_(i));
end
i=i+1;
%% Punt n
while(Yn_(i-1)>0 && (i-1)< npunts && Sigma_s1_(i-1)>0)
% incialització iteració n
L1(i)=L1(i-1)+Inc_X/1000 ;% m

if (S_(i-1)>0)
    Sigma_s1_(i)=Sigma_s1_(i-1)-Tau_(i-1)*4/D1*Inc_X;%D1 un barra
else
    Sigma_s1_(i)=Sigma_s1_(i-1)+Tau_(i-1)*4/D1*Inc_X;
end

es1_(i)=Sigma_s1_(i)/Es;
ec_min=0;
ec_max=0.0035;
M=interp1(P_,M_biga_,L1(i));%KN*m
Sum_moments=10;
error=10^-4;

while (Sum_moments<0 || Sum_moments> error)

    ec=(ec_min+ec_max)/2; % adimensional
    Yn=d*ec/(ec+es1_(i)); % mm
```

```

    alfa=interp1(epsilon_cm,alfa_2,ec);
    gamma=interp1(epsilon_cm,gamma_2,ec);
    es2=ec*(Yn-d2)/Yn;    % adimensional
    Nc=alfa*fck*b*Yn;
    if (i==npunts)
        Nt=0;
    else
        Nt=alfa*fck*b*Yn+Es*es2*As2-As*Sigma_s1_(i);%N
    end
    Sum_moments=alfa*fck*b*Yn*(d-gamma*Yn)+es2*Es*As2*(d-d2)...
    -Nt*((d-Yn)-2/3*(h-Yn))-M*10^6 ;% N*mm

    if Sum_moments>=0
        ec_max=ec;
    else
        ec_min=ec;
    end
    Sigma_s1_(i);

end
M_biga_fis(i)=M; %KN*m
ect_(i)=2*Nt/(Ec*(h-Yn)*b);
ect1_(i)=ect_(i)*(d-Yn)/(h-Yn);
Nc_(i)=Nc;
Nt_(i)=Nt;
Yn_(i)=Yn;
ec_(i)=ec;
es2_(i)=es2;
S_(i)=S_(i-1)-((es1_(i)+es1_(i-1))/2-(ect1_(i)+ect1_(i-1))/2)*Inc_X;%mm

if strcmp(adherencia,'bona')
    if S_(i)<=1
        Tau_(i)=Tbmax*(abs(S_(i)))^0.4;
    else
        Tau_(i)=Tbmax;
    end
elseif strcmp(adherencia,'dolenta')
    if S_(i)<=1
        Tau_(i)=Tbmax*(abs(S_(i))/1.8)^0.4;
    else
        Tau_(i)=Tbmax;
    end
elseif strcmp(adherencia,'fvidre')
    Tau_(i)=19.5*abs(S_(i));
    %Tau_(i)=50*abs(S_(i));
end

i=i+1;
end
error=Sigma_s1_n-Sigma_s1_(i-1);
if (error > 0)
    S_max=S_(1);
else
    S_min=S_(1);
end

Sfinal_(j)=S_(i-1);
end

```

```

Xcg=Xcg2;
Ifis1=Ifis2;
M_biga_L1=M_biga_Ln;
Afis(nfis)=sum((es1_ect1_)*Inc_X); % mm Amplada de fisura
ML1(nfis,:)=L1; % Matriu L1
MSigmas(nfis,:)=Sigma_s1_; % Matriu sigmas
Mes1(nfis,:)=es1_; % Matriu es1
Mect1(nfis,:)=ect1_; % Matriu ect1
MS(nfis,:)=S_; % Matriu lliscament
MYn(nfis,:)=Yn_; % Matriu Yn
Mbigafis(nfis,:)=M_biga_fis; % Matriu moment en la secció de càlcul
nfis=nfis+1 % Nombre de fisures
end

ii=1;
fil=1;
col=1;
for fil=[1:1:nfis-1];
    if fil==(nfis-1)
        col_=[1:1:npunts];
    else
        col_=[1:1:npunts-1];
    end
    for col=col_
        Yn_(ii)=MYn(fil,col);
        ect1_(ii)=Mect1(fil,col);
        es1_(ii)=Mes1(fil,col);
        L1(ii)=ML1(fil,col);
        S_(ii)=MS(fil,col);
        C_biga_fis(ii)=es1_(ii)/(d-Yn_(ii)); % Càlcul de la curbatura
        M_biga_fis(ii)=Mbigafis(fil,col);
        col=col+1;
        ii=ii+1;
    end
    fil=fil+1;
end

% Paràmetres a Lfis2
Yn_(ii-1)=Xcg2;
es1_(ii-1)=es1_n;
C_biga_fis(ii-1)=es1_(ii-1)/(d-Yn_(ii-1));

Xcg2bis=Xcg2_'

%% Secció no fisurada

Xcgnofis=((-rho1+rho1*n+0.5*h^2/d^2-rho2*d2/d+rho2*n*d2/d)/...
    (-rho1+rho1*n+h/d-rho2+rho2*n))*d; % mm
Inofis=1/12*b*h^3+b*h*(Xcgnofis-h/2)^2+As*(n-1)*(d-Xcgnofis)^2 +...
    As2*(n-1)*(Xcgnofis-d2)^2; % mm4

%Punts entre dues seccions no fisurades
npunts1=1;
Inc_X1=Lfis1*1000/(npunts1-1);
while (Inc_X1 > 5)% separació en mm.
    npunts1=npunts1+1;
    Inc_X1=Lfis1*1000/(npunts1-1); % mm increment de x
end

```

```

npunts1=npunts1-1; %punts de càlcul
Inc_X1=Lfis1*1000/(npunts1-1);

% es1 i curbatura secció no fisurada inicial (moment variable)
i=1;
Lnofis1_[0:Inc_X1/1000:Lfis1-Inc_X1/1000]; % m
for Lnofis1=Lnofis1_

    M_biga_Lnofis1_(i)=interp1(P_,M_biga_,Lnofis1); % KN*m
    Sigma_s1_Lnofis1_(i)=n*M_biga_Lnofis1_(i)*10^6*(d-Xcgnofis)/Inofis;% Mpa
    es1_Lnofis1_(i)=Sigma_s1_Lnofis1_(i)/Es; % adimensional
    S_Lnofis1_(i)=0; % mm
    % Curbatura
    C_biga_nofis1(i)=es1_Lnofis1_(i)/(d-Xcgnofis); % adimensional
    i=i+1;
end

% es1 i curbatura secció no fisurada final (moment variable)
i=1;
Lnofis2_[Lfis2+Inc_X1/1000:Inc_X1/1000:Lbiga]; % m
for Lnofis2=Lnofis2_

    M_biga_Lnofis2_(i)=interp1(P_,M_biga_,Lnofis2); % KN*m
    Sigma_s1_Lnofis2_(i)=n*M_biga_Lnofis2_(i)*10^6*(d-Xcgnofis)/Inofis;% Mpa
    es1_Lnofis2_(i)=Sigma_s1_Lnofis2_(i)/Es; % adimensional
    S_Lnofis2_(i)=0; % mm
    % Curbatura
    C_biga_nofis2(i)=es1_Lnofis2_(i)/(d-Xcgnofis);% adimensional
    i=i+1;
end

%Concatenació d'epsilon s1,ect1 i S_(lliscament)

L1=[Lnofis1_ L1 Lnofis2_];
es1_[es1_Lnofis1_ es1_ es1_Lnofis2_];
% es1=ect1 en la secció no fisurada
ect1_[es1_Lnofis1_ ect1_ es1_Lnofis2_];
S_[S_Lnofis1_ S_ S_Lnofis2_];
C_biga_[C_biga_nofis1 C_biga_fis C_biga_nofis2];
M_biga_[M_biga_Lnofis1_ M_biga_fis M_biga_Lnofis2_];
P_=L1;

%% Longitud-Curvatura

%% Càlcul reacció biga conjugada
incr=0.01;
L__=[0:incr:Lbiga];
i2=1;
L_=[Lbiga:-incr:incr];
for L=L_
    A_(i)=(interp1(P_,C_biga_,L)+interp1(P_,C_biga_,(L-
incr)))*1000/2*incr;%Adimensional
    C_(i)=(Lbiga-(L-incr/2)); % m
    i=i+1;
end
M_Tbigaconjugada=sum(A_.*C_); % m
R_=M_Tbigaconjugada/Lbiga;%% Adimensional Reacció biga conjugada

```

```
%% Moment total respecte qualsevol distància. Fletxa de la biga birecolzada
i2=1;
i3=1;
MT(i2)=0;% Moment increment zero.
i2=i2+1;
Y(i3)=0; %mm Deformada inicial
i3=i3+1;
MT(i2)=(interp1(P_,C_biga_,0)+interp1(P_,C_biga_,(incr)))*1000/4*incr^2;%moment
increment1
Y(i3)=-(R_*incr-MT(i2))*1000;%mm Fletxa de la biga
i2=i2+1;
i3=i3+1;

L2_[2*incr:incr:Lbiga];

for L2=L2_
L1_[0:incr:L2-incr];
i=1;
for L=L1_
A(i)=(interp1(P_,C_biga_,L)+interp1(P_,C_biga_,(L+incr)))*1000/2*incr;
%Adimensional
d1(i)=L2-(L+incr/2);
B(i)=A(i)*d1(i);
i=i+1;
end
MT(i2)=sum(B); % Moment total
Y(i3)=-(R_*L2-MT(i2))*1000; % mm Fletxa de la biga
i2=i2+1;
i3=i3+1;
end

TT=[Y']

%% REPRESENTACIÓ GRÀFICA
figure(1) %% Diagrama tensió-deformació formigó
plot(epsilon_cm,sigma_c,'k','LineWidth',2)
grid on
set(gca,'GridLineStyle','--','FontSize',12)
xlabel('Deformació (mm)')
ylabel('Tensió (MPa)')
title('Formigó')

figure(2) %% Moment-curvatura mitjana, seccio fissurada i no fissurada
plot(C_2,M_2,'--r',C_1,M_1,'--b',Cm,Mm,'k','LineWidth',2);
legend('Cf','Cnf','Cm','location','NorthEast');
grid on
set(gca,'GridLineStyle','--','FontSize',12)
xlabel('Curvatura (mm-1)')
ylabel('Moment (kN/m)')
title('Moment - Curvatura')
```

```
figure(3) % %Diagrama Moment-longitud formigó
plot(P_,-M_biga_,'k','LineWidth',2)
grid on
set(gca,'GridLineStyle','--','FontSize',12)
xlabel('Longitud (m)')
ylabel('Moment (kN*m)')
title('Longitud-Moment')

figure(4)%% Diagrama Moment-curvatura
plot(P_,C_biga_,'k','LineWidth',2)
grid on
set(gca,'GridLineStyle','--','FontSize',12)
xlabel('Longitud (m)')
ylabel('curvatura (mm^[-1])')
title('Longitud-Curvatura')

figure(5)%% Diagrama fletxa
hold on
plot(L__,Y,'k','LineWidth',2)
grid on
set(gca,'GridLineStyle','--','FontSize',12)
xlabel('Longitud (m)')
ylabel('deformada (mm)')
title('Longitud-deformada')

figure(6)%% Diagrama longitud-es1-ect1
hold on,grid on,set(gca,'GridLineStyle','--','FontSize',12)
plot(L1,es1_,'r','LineWidth',2)
plot(L1,ect1_,'g','LineWidth',2)
legend('es1','ect1','location','NorthEast');
xlabel('Longitud (m)')
title('es1-ect1')

figure(7)%% Diagrama longitud-lliscament
grid on
set(gca,'GridLineStyle','--','FontSize',12)
plot(L1,S_,'k','LineWidth',2)
xlabel('Longitud (m)')
ylabel('Lliscament (mm)')
title('Longitud-Lliscament')
```


Annex C Versió prèvia

```
clear; clc; clf;

%% ENTRADA DE DADES

% DADES DE LA SECCIO
h = 500;
b = 300;
d = 450;
d2= 50;% Recobriment mecànic As2
n1=3 % nombre de barres d'acer a tracció
D1=16; % mm diàmetre de les barres d'acer a tracció
n2=0; % nombre de barres d'acer a compressió
D2=16;% mm diàmetre de les barres d'acer a compressió
As= n1*pi/4*D1^2; % mm2 àrea armadura de tracció
As2=n2*pi/4*D2^2; % mm2 àrea armadura de compressió

% DADES DEL MATERIAL

fck = 30; % MPA
fcm = 30; % MPA

epsilon_cu = 0.0035;

Ec=22000*((fcm+8)/10)^0.3;

Es = 60000;
fy = 500;

% LLEIS DELS MATERIALS

llel = 'lineal';
% lineal = Lineal
% parab_rec= Paràbola rectangle
% parabolic = Parabòlica (Eurocodi 2)
% saenz = Saenz (1964)
% todeschini = Todeschini (1964)
% hognestad = Hognestad Modificat (1951)

acer = 'plast';
% elast = Per armadura elàstica
% plast = Per armadura elasto-plàstica

%INTERPOLACIO CURVATURA MITJANA
beta=1;
%beta=0.5;

%% CALCUL PARAMETRES SECCIÓ I MATERIALS
```

```
rho1 = As/(b*d);
rho2 = As2/(b*d);
n=Es/Ec;
epsilon_y = fy/Es;
fctm=0.3*fck^(2/3);
%% INICIALITZA MATRIUS

int=0.00001;
parts=(epsilon_cu/int)+1;

epsilon_c1=0;
epsilon_cm=zeros(parts,1);
epsilon_cm(2,1) = int;
sigma_c=zeros(parts,1);
eta=zeros(parts,1);

epsilon_s1_2=zeros(parts,1);
epsilon_s2_2=zeros(parts,1);

exf=zeros(parts,1);
exfxe=zeros(parts,1);

exf_t=zeros(parts,1);
exfxe_t=zeros(parts,1);

sum_exf=zeros(parts,1);
sum_exfxe=zeros(parts,1);
sum_exf(1,1)=exf(1,1);
sum_exfxe(1,1)=exfxe(1,1);

sum_exf_t=zeros(parts,1);
sum_exfxe_t=zeros(parts,1);
sum_exf_t(1,1)=exf_t(1,1);
sum_exfxe_t(1,1)=exfxe_t(1,1);

alfa_2=zeros(parts,1);
gamma_2=zeros(parts,1);
x_2=zeros(parts,1);
x1=zeros(parts,1);
x2=zeros(parts,1);
x3=zeros(parts,1);

M_2=zeros(parts,1);
%M_2(1,1)=0;
C_2=zeros(parts,1);

itermax=500;
Equi=zeros(itermax,1);
x_1=zeros(parts,1);

exf_t=zeros(parts,1);
exfxe_t=zeros(parts,1);
sum_exf_t=zeros(parts,1);
sum_exfxe_t=zeros(parts,1);
sum_exf_t(1,1)=exf_t(1,1);
sum_exfxe_t(1,1)=exfxe_t(1,1);
```

```
parts_t=floor(0.8*parts);

epsilon_t=zeros(parts_t,1);
alfa_t=zeros(parts,1);
gamma_t=zeros(parts,1);
epsilon_s1_1=zeros(parts,1);
epsilon_s2_1=zeros(parts,1);
sigma_s1_1=zeros(parts,1);
sigma_s1_2=zeros(parts,1);

M_1 = zeros(parts_t,1);
C_1 = zeros(parts_t,1);

Ig = zeros(parts,1);

Mm = zeros(parts,1);
C_2_ = zeros(parts,1);
C_1_ = zeros(parts,1);
Cm = zeros(parts,1);

xi = zeros(parts,1);
Mcr = zeros(parts,1);

%% LLEIS TENSIÓ - DEFORMACIÓ
% Busquem les tensions i deformacions utilitzant diferents lleis, lineal i
% no lineals (paràbola-rectangle, parabòlica, saenz, todeschini i hognestad
% modificat).

%% LINEAL

if strcmp(llei,'lineal');

    for i=2:1:parts;
        epsilon_cm(i,1)=int+epsilon_cm(i-1,1);
        sigma_c(i,1)=epsilon_cm(i,1)*Ec;
    end
end

%% PARÀBOLA-RECTANGLE

if strcmp(llei,'parab_rec');
    epsilon_c1=0.002;

    for i=2:1:parts;
        epsilon_cm(i,1)=int+epsilon_cm(i-1,1);
        if epsilon_cm(i,1)<=epsilon_c1;
            eta(i,1)=epsilon_cm(i,1)/epsilon_c1;
            sigma_c(i,1)=fcm*(1-(1-eta(i,1))^2);
        else
            sigma_c(i,1)=fcm;
        end
    end
end

%% PARABÒLICA EUROCODI 2-2004
```

```
if strcmp(llei, 'parabolic');
    Ecm=22000*(fcm/10)^0.3;
    epsilon_c1=0.7/1000*fcm^0.31;
    if epsilon_c1>2.8/1000
        epsilon_c1=2.8/1000;
    end

    for i=2:1:parts;
        k1=1.05*Ecm*abs(epsilon_c1)/fcm;
        epsilon_cm(i,1)=int+epsilon_cm(i-1,1);
        eta(i,1)=epsilon_cm(i,1)/epsilon_c1;
        sigma_c(i,1)=fcm*(k1*eta(i,1)-(eta(i,1))^2)/(1+(k1-2)*eta(i,1));
    end
end

%% SAENZ

if strcmp(llei, 'saenz');
    epsilon_c1=0.002;
    Ec1=fcm/epsilon_c1;

    for i=2:1:parts;
        epsilon_cm(i,1)=int+epsilon_cm(i-1,1);
        sigma_c(i,1)=(Ec*epsilon_cm(i,1))/(1+(((Ec/Ec1)-
2)*(epsilon_cm(i,1)/epsilon_c1))+((epsilon_cm(i,1)/epsilon_c1)^2));
    end
end

%% TODESCHINI

if strcmp(llei, 'todeschini');
    Ec0=4700*sqrt(fcm);
    epsilon_0=1.71*fcm/Ec0;

    for i=2:1:parts;
        epsilon_cm(i,1)=int+epsilon_cm(i-1,1);

sigma_c(i,1)=2*fcm*(epsilon_cm(i,1)/epsilon_0)/(1+(epsilon_cm(i,1)/epsilon_0)^2);
    end
end

%% HOGNESTAD MODIFICAT

if strcmp(llei, 'hognestad');
    Ec0=1.05*22000*(fcm/10)^0.3;
    epsilon_0=2*fcm/Ec0;
    %epsilon_0=0.002;
    %epsilon_0=0.7/1000*fcm^0.31

    z=0.15/(epsilon_cu-epsilon_0);

    for i=2:1:parts;
        epsilon_cm(i,1)=int+epsilon_cm(i-1,1);
        if epsilon_cm(i,1)<=epsilon_0;
            sigma_c(i,1)=fcm*(2*epsilon_cm(i,1)/epsilon_0-
((epsilon_cm(i,1)/epsilon_0)^2));
        else
```

```

        sigma_c(i,1)=fcm*(1-z*(epsilon_cm(i,1)-epsilon_0));
    end
end
end

%% ALFA, GAMMA I LÍNIA NEUTRA (FORMIGÓ A COMPRESSIÓ) - Secció Fissurada
% Calculem els coeficients de tensió alfa i gamma de la zona comprimida
% per a la secció fissurada i posició línia neutra

for i=2:parts;
    exf(i,1)=0.5*(sigma_c(i,1)+sigma_c(i-1,1))*(epsilon_cm(i,1)-epsilon_cm(i-1,1));
    exfxe(i,1)=0.5*(sigma_c(i,1)+sigma_c(i-1,1))*(((epsilon_cm(i,1)^2)/2)-((epsilon_cm(i-1,1))^2)/2));
end

for i=2:parts;
    sum_exf(i,1)=sum_exf(i-1,1)+exf(i,1);
    sum_exfxe(i,1)=sum_exfxe(i-1,1)+exfxe(i,1);
end

for i=2:parts;
    alfa_2(i,1)=sum_exf(i,1)/(fcm*epsilon_cm(i,1));
    gamma_2(i,1)=1-(sum_exfxe(i,1)/(epsilon_cm(i,1)*sum_exf(i,1)));
end

for i=2:parts;
%posició línia neutra secció fissurada
    if strcmp(acer, 'elast');
%emprem les eqs. de l'Excel d'Anàlisi Seccional
        x_2(i,1)=(-
        (As*Es*epsilon_cm(i,1)+As2*Es*epsilon_cm(i,1))+sqrt((As*Es*epsilon_cm(i,1)+As2*Es*
        epsilon_cm(i,1))^2+4*alfa_2(i,1)*fcm*b*(As*Es*epsilon_cm(i,1)*d+As2*Es*epsilon_cm(
        i,1)*d2)))/(2*alfa_2(i,1)*fcm*b);
    end
    if strcmp(acer, 'plast');
        x1(i,1)=(-
        (As*Es*epsilon_cm(i,1)+As2*Es*epsilon_cm(i,1))+sqrt((As*Es*epsilon_cm(i,1)+As2*Es*
        epsilon_cm(i,1))^2+4*alfa_2(i,1)*fcm*b*(As*Es*epsilon_cm(i,1)*d+As2*Es*epsilon_cm(
        i,1)*d2)))/(2*alfa_2(i,1)*fcm*b);
        x2(i,1)=(-
        (As*Es*epsilon_cm(i,1)+As2*fy)+sqrt((As*Es*epsilon_cm(i,1)+As2*fy)^2+4*alfa_2(i,1)
        *fcm*b*(As*Es*epsilon_cm(i,1)*d)))/(2*alfa_2(i,1)*fcm*b);
        x3(i,1)=(-As*fy+As2*Es*epsilon_cm(i,1))+sqrt((-
        As*fy+As2*Es*epsilon_cm(i,1))^2+4*alfa_2(i,1)*fcm*b*(As2*Es*epsilon_cm(i,1)*d2)))/
        (2*alfa_2(i,1)*fcm*b);
        x4(i,1)=((As-As2)*fy)/(alfa_2(i,1)*fcm*b);

        if (((d/x1(i,1)-1)*epsilon_cm(i,1)) < epsilon_y) && (((1-
        d2/x1(i,1))*epsilon_cm(i,1)) < epsilon_y)
            x_2(i,1)=x1(i,1);
        elseif (((d/x2(i,1)-1)*epsilon_cm(i,1)) < epsilon_y) && (((1-
        d2/x2(i,1))*epsilon_cm(i,1)) > epsilon_y)
            x_2(i,1)=x2(i,1);
        elseif (((d/x3(i,1)-1)*epsilon_cm(i,1)) > epsilon_y) && (((1-
        d2/x3(i,1))*epsilon_cm(i,1)) < epsilon_y)
            x_2(i,1)=x3(i,1);
        else

```

```
        x_2(i,1)=x4(i,1);
    end
end
end

%% LÍNIA NEUTRA (FORMIGÓ A TRACCIÓ I COMPRESSIÓ) - Secció No Fissurada

for i=2:parts_t

    iter=1;
    incr=h/100;
    tol_incr=h/50000;

    x_1(i,1) = incr;
    epsilon_t(i,1)=epsilon_cm(i,1)*((h-x_1(i,1))/x_1(i,1));

    while epsilon_t(i,1)>epsilon_cu
        x_1(i,1)=x_1(i,1)+incr;
        epsilon_t(i,1)=epsilon_cm(i,1)*((h-x_1(i,1))/x_1(i,1));
    end
    epsilon_s1_1(i,1)=epsilon_cm(i,1)*((d-x_1(i,1))/x_1(i,1));
    epsilon_s2_1(i,1)=epsilon_cm(i,1)*((x_1(i,1)-d2)/x_1(i,1));

    if epsilon_s1_1(i,1)<= epsilon_y;
        sigma_s1_1(i,1)=Es*epsilon_s1_1(i,1);
    else
        sigma_s1_1(i,1)=fy;
    end
    if epsilon_s2_1(i,1)<= epsilon_y
        sigma_s2_1(i,1)=Es*epsilon_s2_1(i,1);
    else
        sigma_s2_1(i,1)=fy;
    end

    alfa_t=interp1(epsilon_cm,alfa_2,epsilon_t);
    Equi(iter,1) = ((alfa_2(i,1)*fcm*b*x_1(i,1))+(As2*sigma_s2_1(i,1))-
(alfa_t(i,1)*fcm*b*(h-x_1(i,1)))-(As*sigma_s1_1(i,1)));

    sign1=sign(Equi(iter,1));
    sign2=sign1;

    while(abs(incr)>=tol_incr)
        iter=iter+1;
        sign1=sign2;
        x_1(i,1)=x_1(i,1)+incr;

        epsilon_t(i,1)=epsilon_cm(i,1)*((h-x_1(i,1))/x_1(i,1));

        while epsilon_t(i,1)>epsilon_cu
            x_1(i,1)=x_1(i,1)+incr;
            epsilon_t(i,1)=epsilon_cm(i,1)*((h-x_1(i,1))/x_1(i,1));
        end
        epsilon_s1_1(i,1)=epsilon_cm(i,1)*((d-x_1(i,1))/x_1(i,1));
        epsilon_s2_1(i,1)=epsilon_cm(i,1)*((x_1(i,1)-d2)/x_1(i,1));

        if epsilon_s1_1(i,1)<= epsilon_y;
            sigma_s1_1(i,1)=Es*epsilon_s1_1(i,1);
```

```

else
    sigma_s1_1(i,1)=fy;
end
if epsilon_s2_1(i,1)<= epsilon_y
    sigma_s2_1(i,1)=Es*epsilon_s2_1(i,1);
else
    sigma_s2_1(i,1)=fy;
end

alfa_t=interp1(epsilon_cm,alfa_2,epsilon_t);
Equi(iter,1) = ((alfa_2(i,1)*fcm*b*x_1(i,1))+(As2*sigma_s2_1(i,1))-
(alfa_t(i,1)*fcm*b*(h-x_1(i,1))))-(As*sigma_s1_1(i,1));

sign2=sign(Equi(iter,1));
if (sign1~=sign2)
    incr=-incr/10;
end
end
gamma_t=interp1(epsilon_cm,gamma_2,epsilon_t);
end

%% MOMENT-CURVATURA SECCIÓ FISSURADA
% Busquem el moment i la curvatura de la secció fissurada utilitzant les
% diferents lleis

for i=2:parts;
    epsilon_s1_2(i,1) = ((d/x_2(i,1))-1)*epsilon_cm(i,1);
    epsilon_s2_2(i,1) = (1-(d2/x_2(i,1)))*epsilon_cm(i,1);
    if epsilon_s1_2(i,1)<= epsilon_y
        sigma_s1_2(i,1)=Es*epsilon_s1_2(i,1);
    else
        sigma_s1_2(i,1)=fy;
    end
    if epsilon_s2_2(i,1)<= epsilon_y
        sigma_s2_2(i,1)=Es*epsilon_s2_2(i,1);
    else
        sigma_s2_2(i,1)=fy;
    end
    M_2(i,1)=((alfa_2(i,1)*fcm*x_2(i,1)*b*(d-
gamma_2(i,1)*x_2(i,1)))+(sigma_s2_2(i,1)*As2*(d-d2)))/1000000;
    C_2(i,1) = epsilon_cm(i,1)/x_2(i,1);
end

%% MOMENT-CURVATURA SECCIÓ NO FISSURADA
% Busquem el moment i la curvatura de la secció no fissurada utilitzant les
% diferents

for i=2:parts_t;
    mc=alfa_2(i,1)*fcm*b*x_1(i,1)*(d-gamma_2(i,1)*x_1(i,1));
    mt=alfa_t(i,1)*fcm*b*(h-x_1(i,1))*(gamma_t(i,1)*(h-x_1(i,1))-(h-d));
    mas2=As2*sigma_s2_1(i,1)*(d-d2);

    M_1(i,1)=(mc+mas2-mt)/1000000; %kN.m
    C_1(i,1) = epsilon_cm(i,1)/x_1(i,1);
end

%% MOMENT-CURVATURA MITJANA

```

```
Iner=b*(h^3)/12;
y_max=h/2;
Mcr=fctm*Iner/y_max/1000000;

Mm_max=max(M_2);
incr1=Mm_max/(parts);

for i=2:1:parts;
    Mm(i,1)=Mm(i-1,1)+incr1;
end

%% INTERPOLACIO PER TROBAR ELS VECTORS DE CURVATURES CORRESPONENTS ALS VALORS
ASSIGNAT AL VECTOR Mm

C_2_=interp1(M_2,C_2,Mm);
C_1_=interp1(M_1,C_1,Mm);

%% CALCUL DE LA CURVATURA MITJANA

for i=2:parts;
    if Mm(i,1) <= Mcr;
        xi(i,1)=0;
    else
        xi(i,1)=1-(beta*((Mcr/Mm(i,1))^2));
    end
    Cm(i,1)=(xi(i,1)*C_2_(i,1))+((1-xi(i,1))*C_1_(i,1));
end
```