

Treball final de màster

Estudi: Màster en Enginyeria Industrial

Títol: Modelització i anàlisi del comportament càrrega-deformació de bigues de formigó armat

Document: Memòria i Annexos

Alumne: Adrià Cudí Molas

Tutor: Cristina Barris Peña

Departament: Enginyeria mecànica i de la construcció industrial

Àrea: Enginyeria de la construcció

Convocatòria (mes/any): 06/2022

ÍNDIX

1.	INTRODUCCIÓ	5
1.1.	Antecedents	5
1.2.	Objecte	5
1.3.	Abast.....	5
2.	MARC TEÒRIC	7
2.1.	Resolució de bigues contínues segons la Resistència de Materials	7
2.2.	Corbes tensió-deformació dels materials	9
2.2.1.	Formigó	9
2.2.2.	Acer	10
2.2.3.	Material compost (FRP)	13
2.3.	Comportament $M - \kappa$ d'una secció de formigó armat (FA).....	14
2.3.1.	Estadis durant la deformació del FA.....	15
2.3.2.	Bigues amb armadura a compressió.....	18
2.3.3.	Bigues de FA reforçada amb materials compostos (FRP)	18
2.4.	Càlcul de la fletxa per diferències finites.....	19
2.5.	Mètodes iteratius de càlcul aproximat de zeros	21
2.5.1.	Mètode de la Regula-Falsi	22
2.5.2.	Mètode de Newton-Raphson.....	23
2.5.3.	Mètode de la bisecció.....	24
3.	METODOLOGIA.....	26
3.1.	Cas 1: Biga d'un sol material amb comportament lineal	26
3.1.1.	Càlcul per el principi de superposició	27
3.1.2.	Càlcul a partir de les deformacions	30
3.2.	Cas 2: Biga d'acer amb perfil IPE amb comportament elasto-plàstic.....	32
3.3.	Cas 3: Biga de formigó armat amb secció fissurada.....	34
3.4.	Cas 4: Biga de formigó armat	40
3.5.	Cas 5: Biga de formigó armat reforçada amb material compost (FRP)....	42
3.6.	Cas 6: Biga de formigó armat reforçada amb material compost (FRP) en el suport central.....	46
3.7.	Cas 7: Biga de formigó armat amb càrrega distribuïda.....	47
4.	ANÀLISI DE RESULTATS.....	49
4.1.	Cas 1: Biga d'un sol material amb comportament lineal	49

4.1.1.	Càlcul per el principi de superposició	49
4.1.2.	Càlcul a partir de les deformacions	51
4.2.	Cas 2: Biga d'acer de perfil IPE amb comportament elasto-plàstic.....	53
4.3.	Cas 3: Biga de formigó armat amb secció fissurada.....	56
4.4.	Cas 4: Biga de formigó armat	60
4.5.	Cas 5: Biga de formigó armat reforçada amb material compost (FRP)....	64
4.6.	Cas 6: Biga de formigó armat reforçada amb material compost (FRP) en el suport central.....	68
4.7.	Cas 7: Biga de formigó armat amb càrrega distribuïda.....	72
5.	RESUM DEL PRESSUPOST	75
6.	CONCLUSIONS	76
7.	RELACIÓ DE DOCUMENTS.....	79
8.	REFERÈNCIES.....	80
9.	GLOSSARI	81
	ANNEXOS.....	84
A.	DIAGRAMA DE BLOCS DE LES RUTINES.....	85
B.	CODI RUTINES PROGRAMARI MATLAB.....	117
B.1.	Codi rutina biga d'un sol material amb comportament lineal per principi de superposició	117
B.2.	Codi rutina biga d'un sol material amb comportament lineal per deformacions	123
B.3.	Codi rutina biga d'acer amb perfil IPE amb comportament elasto-plàstic ...	134
B.4.	Codi rutina biga de formigó armat amb secció fissurada	148
B.5.	Codi rutina biga de formigó armat.....	172
B.6.	Codi rutina biga de formigó armat reforçada amb material compost (FRP)	193
B.7.	Codi rutina biga de formigó armat reforçada amb material compost (FRP) en el suport central.....	215
B.8.	Codi rutina biga de formigó armat amb càrrega distribuïda	236
B.9.	Codi funcions	257
B.8.1.	Codi funció <i>curvatura</i>	257
B.8.2.	Codi funció <i>curvatura_DIST</i>	259
B.8.3.	Codi funció <i>distX</i>	260
B.8.4.	Codi funció <i>distXFRP</i>	262
B.8.5.	Codi funció <i>MC2_v2</i>	264

B.8.6. Codi funció <i>MCIPE_v2</i>	269
B.8.7. Codi funció <i>MC_DISTv2</i>	271
B.8.8. Codi funció <i>FRPsobre</i>	275
C. PRESSUPOST	279

1. INTRODUCCIÓ

1.1. Antecedents

El comportament deformacional del formigó armat (FA) té una component clarament no-lineal degut, principalment, a la no-linealitat dels seus materials constituents, formigó i acer però també degut a la fissuració del formigó a tracció.

La relació càrrega-fletxa d'una biga de FA es pot calcular a partir de l'anàlisi seccional, la doble integració de curvatura al llarg de la biga i la interpolació entre la resposta fissurada i no fissurada seguint l'Eurocodi 2. Aquesta metodologia es troba actualment implementada en una rutina numèrica que disposa el grup AMADE per a bigues isostàtiques. No obstant això, la gran majoria de les estructures de FA solen ser hiperestàtiques. La resolució d'aquest cas, on s'espera que hi hagi una redistribució de moments on es crea una ròtula plàstica, encara no es troba resolta.

1.2. Objecte

L'objecte de l'estudi és desenvolupar una eina numèrica que permeti reproduir el comportament càrrega-fletxa d'una biga contínua de formigó armat. Caldrà tenir en compte les diferents rigideses de les seccions al llarg de la biga, degut a l'armat discontinu, i la redistribució de moments que es generarà en els suports centrals.

1.3. Abast

En primer lloc s'estudiarà la modelització del comportament càrrega-fletxa d'una biga contínua hiperestàtica de formigó sense considerar les no-linealitats. Seguidament es proposarà un codi per obtenir el mateix resultat però amb un mètode numèric.

En el següents codis s'implementaran uns models considerant les no-linealitats dels materials. Les bigues contínues seran de formigó armat. S'estudiaran i s'implementaran codis numèrics per a dos bigues contínues amb càrregues puntuals centrades i simètriques respecte el recolzament central. Un cas es considerarà amb secció fissurada i l'altre es tindrà en compte l'estadi elàstic del formigó a tracció.

Tanmateix s'intentarà implementar reforços de materials compostos en les zones que es requereixi per tal d'augmentar la capacitat portant del conjunt.

Finalment s'estudiarà i s'implementarà un codi numèric capaç de resoldre una biga de formigó armat amb una càrrega distribuïda constant al llarg de la seva longitud i considerant l'estadi elàstic del formigó armat.

2. MARC TEÒRIC

En el present capítol s'introduiran els conceptes teòrics necessaris per a poder entendre la metodologia i els resultats obtinguts durant l'estudi. Es començarà introduint la configuració de l'estudi, característiques dels materials a estudiar i els mètodes necessaris per a la resolució de cada cas.

2.1. Resolució de bigues contínues segons la Resistència de Materials

En el present estudi s'analitzarà una biga contínua de dos trams de la mateixa longitud, cadascun. Aquestes es consideren correntment amb un recolzament fixe i la resta com articulacions mòbils sobre rodets. En el nostre cas es prendrà com a recolzament fixe el central, tal i com es pot observar en la Figura 1.



Figura 1: Esquema de la biga contínua.

La teoria sobre bigues contínues explica que cada recolzament intermedi suposa un lligam hiperestàtic més. Així doncs, al només tenir un sol recolzament intermedi només tindrà un lligam hiperestàtic. El signe del moment flector que ens apareix en el recolzament central dependrà del sentit de la càrrega que s'aplica a la biga. S'analitzarà la biga contínua per dos tipus de càrregues: càrrega puntual al centre de la llum entre suports, Figura 2, i càrrega distribuïda al llarg de la biga, Figura 3.



Figura 2: Biga contínua amb càrregues puntuals al centre de la llum entre suports.

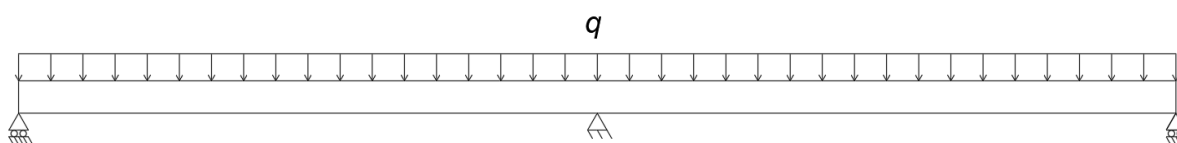


Figura 3: Biga contínua amb una càrrega distribuïda.

És evident que si el moment flector que apareix en el recolzament central fos conegut, el problema de la biga contínua quedaria reduït al càlcul de biga isostàtica simplement recolzada en els diferents trams de la biga. Per calcular el moment flector al recolzament central, M_b , s'utilitzarà la condició de continuïtat elàstica de la biga. Per al recolzament central, o en el cas de que hi haguessin més recolzaments intermedis en la biga contínua, el gir de la biga en aquests recolzaments hauria de complir la següent condició:

$$\theta_b = \theta'_b \quad (1)$$

On θ_b és l'angle en el recolzament per l'esquerra, i θ'_b és l'angle en el recolzament per la dreta.

Seguint el tercer teorema de Mohr (o primer de la biga conjugada) les expressions generals dels angles de rotació en els extrems es calculen com reaccions produïdes en les bigues conjugades quan es carreguen amb les àrees dels diagrames de moments flexors corresponents, dividit per la rigidesa seccional de la biga, com es mostra més endavant.

Per altra banda, donada la simetria de forma i càrrega de la biga de la Figura 2 aquesta es pot simplificar a una biga simplement recolzada en l'extrem esquerra i encastada en l'extrem dret. Tot i la simplificació, la biga segueix essent un sistema hiperestàtic, en el que es coneix l'angle girat pel recolzament B és igual a zero. En les Figura 4 i Figura 5 es pot observar les configuracions que s'estudiaran en el present estudi.

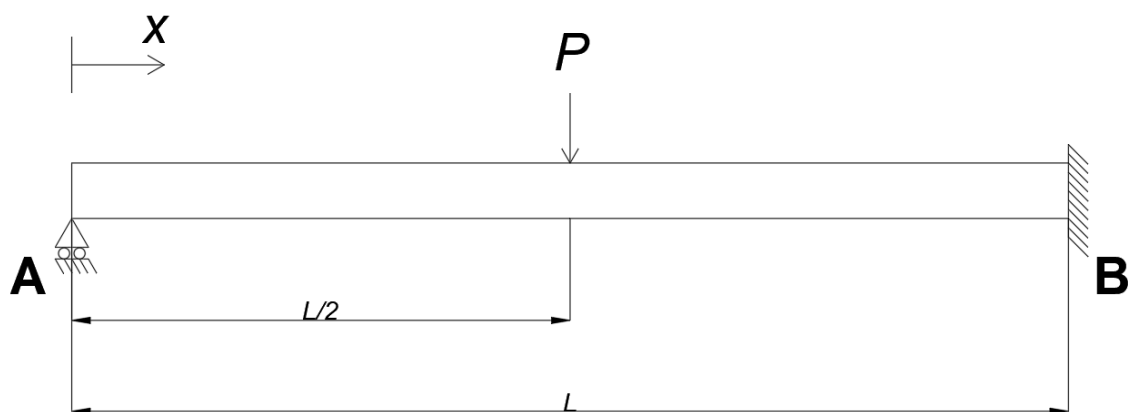


Figura 4: Configuració simplificada de la biga contínua amb càrregues puntuals al centre de la llum entre suports.

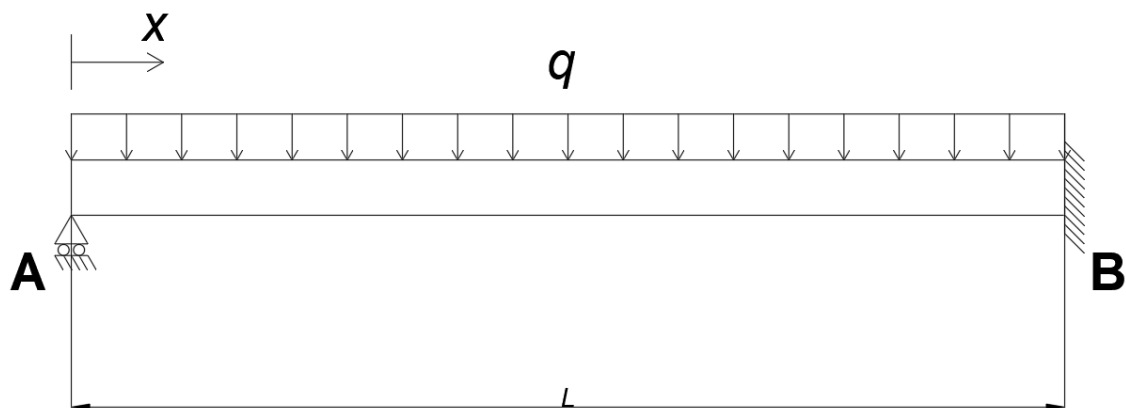


Figura 5: Configuració simplificada de la biga contínua amb una càrrega distribuïda.

2.2. Corbes tensió-deformació dels materials

Els materials que s'utilitzaran en l'estudi són el formigó, l'acer i el material compost (FRP). En el present apartat s'explicarà, molt breument, característiques mecàniques dels tres materials esmentats i els seus diagrames tensió-deformació.

2.2.1. Formigó

El formigó és un material que destaca per la seva resistència a compressió simple. En canvi, no té una bona resistència a tracció.

El diagrama noval tensió-deformació del formigó seria el més apropiat per l'estudi, ja que és el més fidel a la realitat. Presenta una part inicial sensiblement rectilínia i la part final és parabòlica, vegeu Figura 6. Montoya [1]

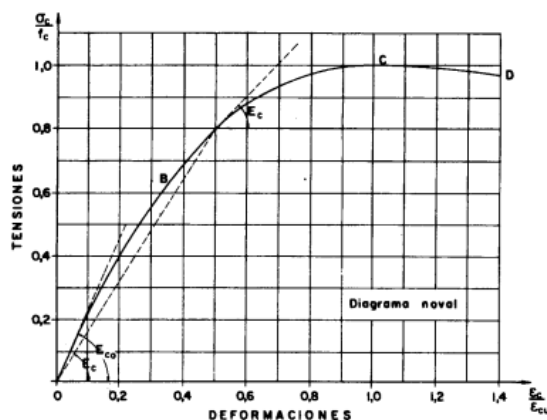


Figura 6: Diagrama noval tensió-deformació del formigó.

Segons EHE-08 [2] i l'Eurocodi2 [3] per a càlculs de seccions sotmeses a sol·licitacions normals, en Estats Límits Últims es pot adoptar el diagrama paràbola-rectangle del formigó, Figura 7. Per el càlcul en servei, on les càrregues són inferiors, es considera que el formigó està en la branca elàstica inicial, per això s'utilitzarà E_c .

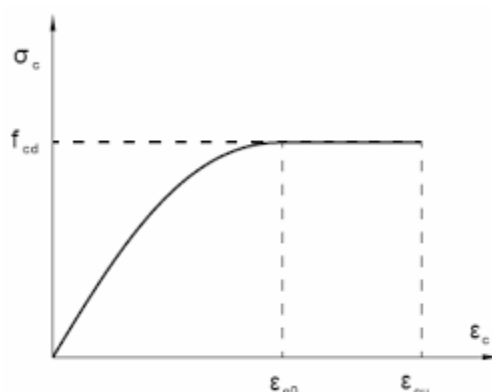


Figura 7: Diagrama paràbola-rectangle del formigó.

L'equació del diagrama paràbola-rectangle està formada per una paràbola d'ordre dos i un segment rectilini. El vèrtex on passa de paràbola a recta, es troba en l'eix d'abscissa la deformació del 2‰, (ϵ_{c2}), i al final del tram rectangular trobem la deformació del 3,5‰, deformació de ruptura del formigó a flexió (ϵ_{cu}), on el formigó trencaria per flexió. La tensió màxima d'aquest diagrama correspon a la resistència de càlcul del formigó a compressió (f_{cd}).

2.2.2. Acer

Les característiques mecàniques més importants per a la definició de l'acer són: la resistència, el límit elàstic, l'allargament, l'allargament de fluència i l'allargament últim. Aquestes característiques es determinen mitjançant un assaig a tracció.

- Resistència (f_s): És la màxima força de tracció que suporta la barra per la ruptura.
- Límit elàstic (f_y): És la màxima tensió que pot suportar el material sense que es formin deformacions plàstiques significatives.
- Allargament o deformació unitària (ε): Allargament sota qualsevol valor de càrrega.
- Allargament de fluència (ε_y): Allargament màxim que pot suportar el material sense que es formin deformacions plàstiques.
- Allargament últim (ε_u): L'allargament màxim abans del trencament.

El diagrama tensió (σ) -deformació unitària (ε) característic de l'acer és el de la Figura 8.

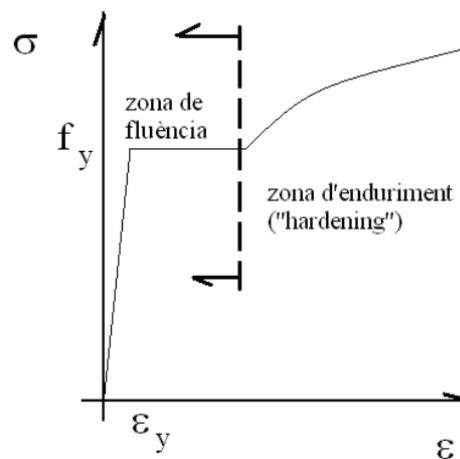


Figura 8: Diagrama tensió-deformació característic de l'acer.

Dins l'estadi de comportament plàstic, amb deformacions permanents, pot haver-hi una zona de fluència i una zona d'enduriment, es pot observar en la Figura 8, on la tensió-deformació té un comportament no lineal. Aquest efecte es recull, molt freqüentment, en models bilineals. Aquests poden tenir en compte l'enduriment o no. Per aquests, la zona d'enduriment és lineal. Els models bilineals o simplificats s'utilitzaran en les simulacions.

Normes com l'EAE [4], l'EHE-08 [2] o l'Eurocodi2 [3] permeten simplificar el diagrama característic de tensió-deformació de l'acer de la Figura 7, obtenint un diagrama simplificat de càlcul. Aquest es dedueix del diagrama característic mitjançant una afinitat obliqua, paral·lela a la recta de Hooke, a raó de $1/\gamma_m$, essent γ_m el coeficient parcial per a la resistència que es tracti. En compressió s'adopta el mateix diagrama que en tensió.

El diagrama de càlcul pot ser de dos tipus diferents:

- Diagrama tensió-deformació bilineal simplificat.
- Diagrama tensió-deformació bilineal amb enduriment.

Diagrama tensió-deformació bilineal simplificat

El model simplificat amb plasticitat ideal, o sigui, sense enduriment, la distribució de deformacions i tensions és la de la Figura 9. S'utilitza aquest mètode amb la finalitat d'extreure un diagrama de $M - \kappa$ per a esforços a tracció i compressió.

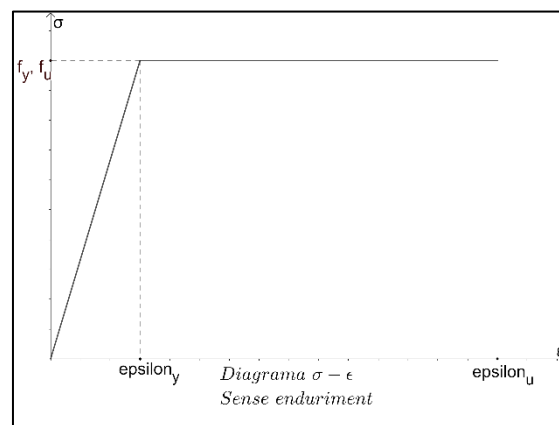


Figura 9: Diagrama tensió-deformació bilineal simplificat

La llei de Hooke descriurà el comportament lineal-elàstic, i a partir l'allargament de fluència la tensió serà constant i igual al límit elàstic. Les següents expressions, (2), (3), (4) i (5), descriuen el comportament simplificat per un acer.

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_s} \quad (2)$$

$$\varepsilon_u = \frac{f_u}{E_s} \quad (3)$$

$$\text{if } \varepsilon < \varepsilon_y; \quad \sigma = E_s * \varepsilon \quad (4)$$

$$\text{if } \varepsilon \geq \varepsilon_y; \quad \sigma = f_y \quad (5)$$

On:

- ε_y és la deformació en el límit elàstic de l'acer.
- ε_u és la deformació última de l'acer.
- f_y és el límit elàstic en [MPa].

- f_u és l'esforç últim en [MPa].
- E_s és el mòdul elàstic de l'acer en [MPa].

Diagrama tensió-deformació bilineal amb enduriment

El diagrama tensió-deformació per el model bilineal amb enduriment és el de la Figura 10. S'observa que a diferència del diagrama bilineal simplificat, la branca de règim plàstic està inclinada.

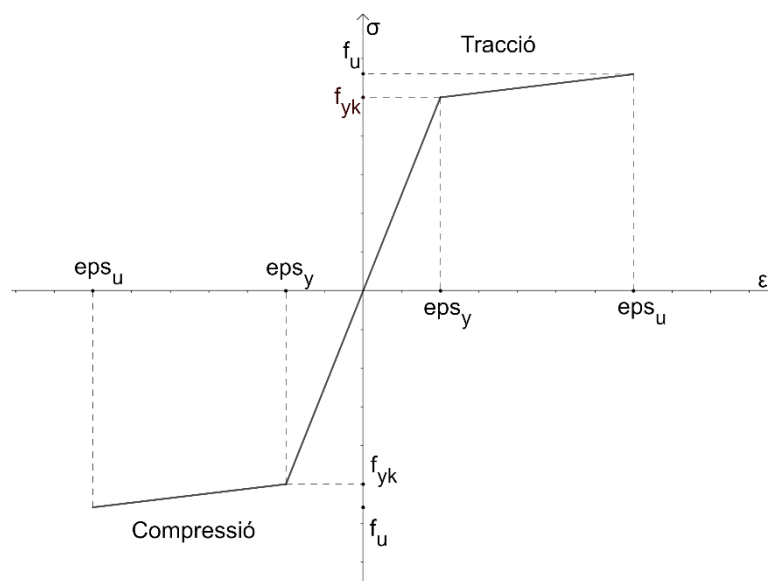


Figura 10: Diagrama característic tensió-deformació bilineal amb enduriment de l'acer.

La branca de règim elàstic està formada per la recta de Hooke i la recta inclinada és del 10% del pendent respecte la recta de Hooke. La següent expressió determina les tensions en el règim plàstic amb enduriment.

$$if \varepsilon_y \leq \varepsilon \leq \varepsilon_u; \quad \sigma = f_y + \frac{e}{100} * E_s * (\varepsilon - \varepsilon_y) \quad (6)$$

On:

- e és el % d'enduriment de l'acer, en [%].

2.2.3. Material compost (FRP)

En el camp de reforços del formigó es troben les bigues de FA reforçades amb materials compostos de fibra contínua i matriu polimèrica (en anglès Fibre Reinforced Polymers, FRP). Aquests reforços estan formats per una matriu de resina i reforçats amb fibres. El seu comportament tensió-deformació està regit per la llei de mescles, en la que es té en compte

el % volumètric de cada material. Com es pot veure a la Figura 11, les fibres són molt més resistents que la matriu, per això cal utilitzar entre un 60-80% de fracció volumètrica de fibres.

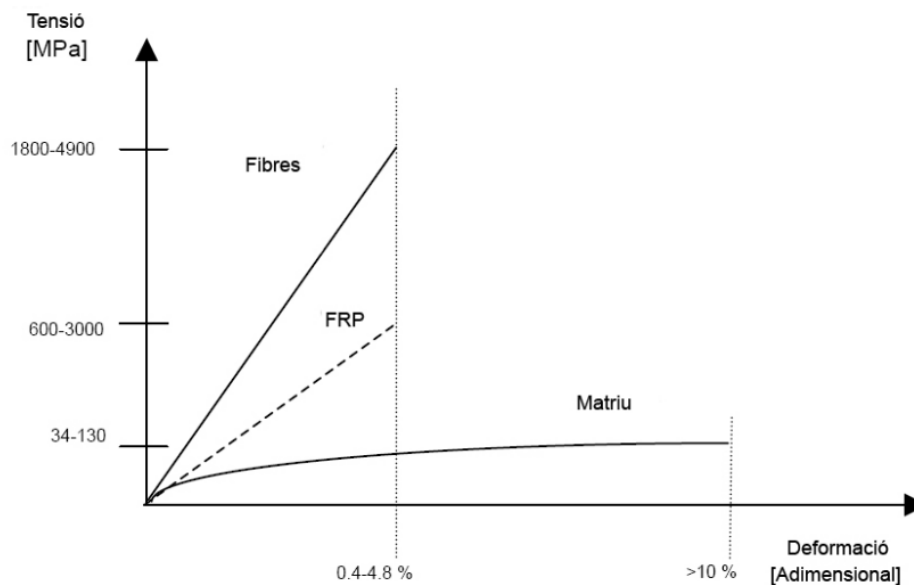


Figura 11: Diagrama tensió-deformació dels FRP i els seus components.

Una qüestió molt important a l'hora de fabricar l'FRP és l'elecció de la resina, ja que afectarà directament a les propietats mecàniques del compòsit. Aquesta per poder treure el major rendiment al compòsit ha d'aguantar deformacions més elevades que les fibres.

Les fibres utilitzades han de tenir una alta resistència i rigidesa. El rendiment d'aquestes depèn de la seva longitud, qualitat de la fibra, orientació i el grau d'adherència amb la matriu. Les més utilitzades són les fibres de carboni, fibra de vidre i l'aramida.

Els materials FRP no mostren comportament plàstic abans de la ruptura a tracció, ja que són completament elàstics. Per tant el seu comportament al llarg del diagrama tensió-deformació és lineal fins el límit elàstic, que és on hi ha la ruptura, en la Figura 11 es pot observar un exemple.

A diferència de l'acer, la tensió de compressió que pot suportar l'FRP és menor que la de tracció, ja que el material pot patir un vinclament local de les seves fibres. És per aquest motiu que no és recomanable utilitzar-lo per suportar esforços a compressió.

2.3. Comportament $M - \kappa$ d'una secció de formigó armat (FA)

El formigó presenta una bona resistència a compressió, però ofereix una escassa resistència a tracció, per el que resulta inadequat per peces que hagin de treballar a tracció o flexió. Però

si es reforça el formigó disposant barres d'acer en les zones de tracció, el material resultant s'anomena formigó armat i pot combinar ambdós esforços, suportant doncs càrregues de flexió.

2.3.1. Estadis durant la deformació del FA

Per entendre el comportament del formigó armat (FA), s'han d'analitzar els canvis que pateix la secció des de càrregues molt petites fins a la seva ruptura. Per facilitar la comprensió d'aquest procés es segueix el procés de la càrrega mitjançant el diagrama de $M - \kappa$, que relaciona el moment flector de la secció amb la curvatura, i alhora amb la inclinació del pla de deformacions. El FA abans de la ruptura passa per els següents estadis.

Estadi elàstic sense fissures

En l'estadi elàstic, l'estat de tensions (σ) al llarg de la secció és proporcional a l'estat de deformacions (ε), tant en les fibres comprimides com en les traccionades de la secció. És a dir, el comportament en l'acer a tracció com el formigó en compressió i tracció és lineal. Tota la secció col·labora amb el comportament elàstic, ja que tant la secció comprimida com la traccionada desenvolupen tensions de resposta contra el moment flector.

A l'augmentar la càrrega, el moment flector en la secció més sol·licitada de la biga augmentarà. En l'estudi la secció més sol·licitada serà en el recolzament fix i en el centre de la llum de la biga. Sempre s'arribarà abans a la tensió de ruptura del formigó per tracció en la cara traccionada, que per compressió en la cara oposada. Això és degut a que el formigó per tracció té una resistència molt més petita que per compressió.

Aquest estadi es mantindrà fins que la tensió a tracció de la secció arriba a la resistència a tracció del formigó. En aquest instant, el moment flector que actua sobre la secció fissurada s'anomenarà moment de fissuració (M_f). El seu valor es pot calcular amb la següent expressió.

$$M_f = \frac{f_{ct} * I_b}{h/2} \quad (7)$$

On:

- f_{ct} és la resistència de càlcul a tracció del formigó en [MPa].
- I_b és la inèrcia bruta en [mm⁴].
- h és l'alçada de la secció.

Estadi fissurat

Una vegada arribat a la fissuració s'ha produït un nou equilibri de forces en la secció, ja que tot el formigó que contribuïa en la tracció ja no ho fa. Aquesta tracció sobrant l'absorbeix l'acer, i el seu allargament es veu incrementat, aquest comportament es pot observar en la Figura 12 en la σ_{sr} . La curvatura de la secció també es veu augmentada, ja que la secció fissurada és més flexible. Així doncs augmenta la curvatura per el mateix moment de fissuració.

El centre de la gravetat de la secció es modifica. Ja no treballa en la part traccionada, en conseqüència el seu centre de gravetat es desplaça cap a la cara de la secció que no ha fissurat, la que està a compressió. També es desplaça la línia neutra, definida com la frontera entre la tracció i la compressió a nivell seccional.

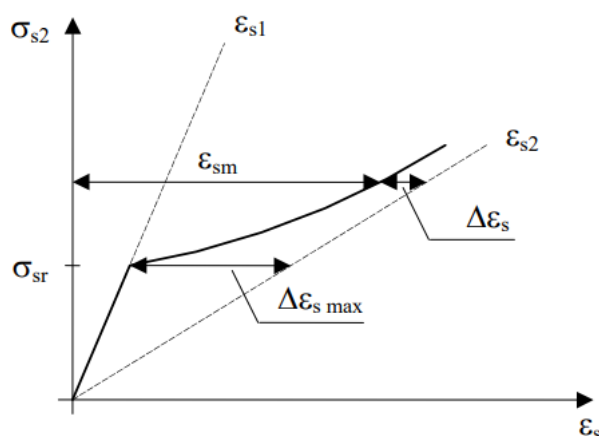


Figura 12: Exemple de diagrama de tensió-deformació per un secció de FA en l'estadi de fissuració..

Per determinar l'esforç que genera el formigó a compressió degut al moment flector que l'afecta per una determinada deformació s'utilitzen les expressions (8) i (9).

$$\text{if } \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}; \quad \sigma_c = f_{cd} * \left(1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^2 \right) \quad (8)$$

$$\text{if } \varepsilon_{c2} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}; \quad \sigma_c = f_{cd} \quad (9)$$

On:

- ε_c és una determinada deformació del formigó a compressió.
- ε_{c2} és la deformació de valor 0.002.
- ε_{cu} és la deformació última del formigó de valor 0.0035.
- f_{cd} és la resistència de càlcul del formigó en [MPa].

Determinats l'esforç que genera el formigó per a cada deformació, s'han de calcular dues constants k_1 i k_2 , expressions (10), (11), (12) i (13), necessàries per el càlcul del diagrama moment-curvatura per una determinada secció.

$$\text{if } \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}; \quad k_1 = 1000 * \varepsilon_c * \left(0.5 - 1000 * \frac{\varepsilon_c}{12}\right) \quad (10)$$

$$\text{if } \varepsilon_{c2} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}; \quad k_1 = 1 - \frac{2}{3000 * \varepsilon_c} \quad (11)$$

$$\text{if } \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}; \quad k_2 = \frac{8 - 1000 * \varepsilon_c}{4 * (6 - 1000 * \varepsilon_c)} \quad (12)$$

$$\text{if } \varepsilon_{c2} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}; \quad k_2 = \frac{1000 * \varepsilon_c * (3000 * \varepsilon_c - 4) + 2}{(2000 * \varepsilon_c * (3000 * \varepsilon_c - 2))} \quad (13)$$

Es manté en la fase de fissuració fins que la tensió del formigó de la fibra a compressió arriba a la seva resistència màxima a compressió, a partir d'aquest punt perdria la linealitat. O si la tensió del acer en les fibres a tracció supera el límit elàstic.

Estadi de no linealitat

En aquesta fase, o bé el formigó a compressió entra en la fase no lineal o l'acer ha plastificat a tracció, tal i com hem comentat. Així doncs, el comportament de la biga de formigó armat passa a tenir un comportament no lineal. El càlcul numèric es complica, la rigidesa de la secció disminueix progressivament fins arribar a una de les dues possibles alternatives:

- a) Si l'acer ha plastificat, el formigó encara té un comportament lineal. Aquesta fase acabarà o trencant l'acer o entrant en la fase no lineal del formigó a compressió.
- b) Si el formigó està en fase no lineal, per aquest cas l'estadi acabarà quan plastifiqui l'acer o es trenqui el formigó per compressió.

Estadi de pre-trencament

Alguna secció de la biga trenca perquè arriba a la ruptura de l'acer o del formigó. La ruptura en l'acer es produeix quan la seva deformació arriba al 1%. En canvi la ruptura del formigó es produeix quan la seva fibra més comprimida arriba a la deformació del 3,5%.

Per la ruptura d'un material plàstic, es produeix quan s'arriba a la deformació inadmissible, no quan s'arriba a la màxima tensió. En canvi per un material elàstic, és indiferent parlar de tensions o deformacions ja que són proporcionals.

Al final del diagrama $M - \kappa$ hi ha el moment últim (M_u) i la curvatura última (κ_u).

2.3.2. Bigues amb armadura a compressió

Els anteriors estadis estan explicats per una biga on només tenia armadura a tracció. Ara bé, en l'estudi, la biga de FA tindrà armadura a tracció i compressió. Aquesta última afectarà a les situacions explicades anteriorment.

L'armadura a compressió accepta la deformació imposada del formigó que el rodeja, 3,5%. Així doncs, si s'acosta a la ruptura per compressió, l'armadura a compressió també adoptarà una deformació pròxima a la de la fibra de formigó més allunyada de la línia neutre. Aquest valor de deformació serà superior al del seu límit elàstic. Per lo tant aquesta armadura entra en les equacions d'equilibri de forces i moments.

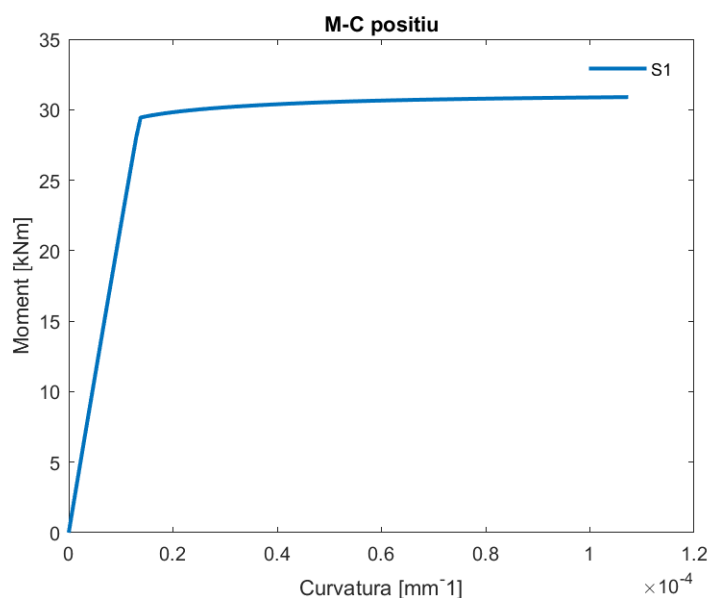


Figura 13: Diagrama Moment-curvatura per a seccions fissurades amb armat inferior i superior.

2.3.3. Bigues de FA reforçada amb materials compostos (FRP)

En el camp de reforços del formigó ens trobem les bigues de FA reforçades amb materials compostos. Aquests reforços estan formats per laminats de fibra de carboni. Útils per reforçar o també restaurar estructures de formigó. En l'estudi aquest reforç és un adhesiu que es col·loca en les zones amb més tracció de la biga. Un inconvenient dels materials compostos, és que a efectes de càlcul no compta. O sigui, la pròpia biga de FA ha d'aguantar les sol·licitacions. És tan sols un reforç per casos límits.

En el nostre estudi simularem un biga reforçada amb FRP, aquest s'haurà de col·locar estratègicament en les seccions de la biga on hi hagin traccions elevades i el moment flector

sigui proper al moment últim. Així doncs s'hauran de col·locar on aparegui el moment màxim positiu i el moment màxim negatiu. En el següent capítol especificarem on col·locarem l'FRP.

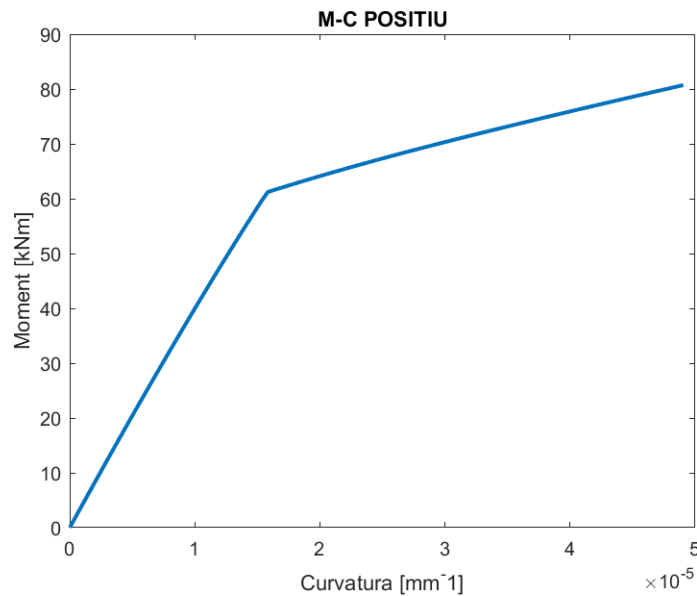


Figura 14: Diagrama Moment-curvatura per a seccions fissurades amb armat inferior i superior i FRP.

2.4. Càlcul de la fletxa per diferències finites

Aquest permet resoldre la fletxa per tot tipus de casos, indiferentment del tipus de biga o càrrega, aplicant de forma directa el quart teorema de Mohr, només per a bigues bi-recolzades.

Per el càlcul de la fletxa, es parteix d'un diagrama de moments flectors al llarg de la biga. Seguidament es calcula el diagrama de moments per la biga conjugada, vegeu un exemple en la Figura 24. LA metodologia de diferències finites consisteix en dividir la longitud de la biga en petits increments, essent el vector d'increments com $x \in [0, L]$.

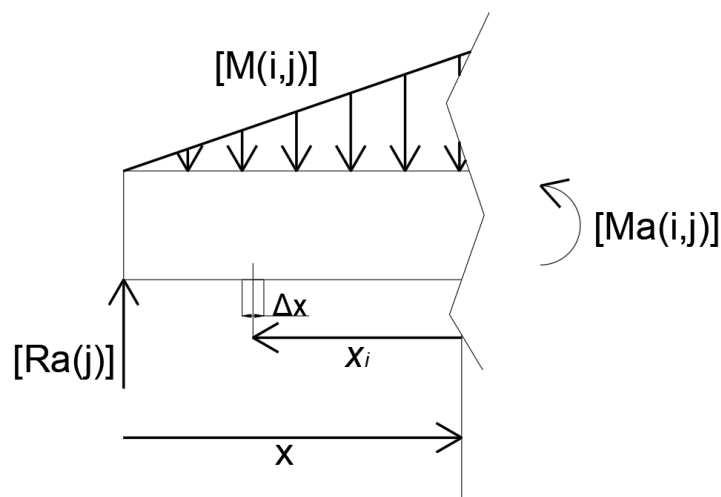


Figura 15: Exemple del càlcul de la fletxa per una secció a una distància x del recolzament.

En la Figura 15 s'observa el tall de la biga per calcular la fletxa per una determinada secció, on:

- $[R_a(j)]$ és la reacció de la biga conjugada per a una determinada càrrega, en $[Nmm^2]$
- $[M(i, j)]$ són els moments flectors de la biga conjugada per cada secció i càrrega, en $[Nmm^3]$.
- $[M_a(i, j)]$ és el valor de la fletxa per cada increment en $[mm]$.
- Δx és l'exemple de la distància d'un increment en $[mm]$

Per calcular la fletxa $[M_a(i, j)]$ s'utilitza la següent expressió, extreta de l'estàtica de la Figura 15. On el vector "i" és el vector posicions respecte el recolzament esquerra i el vector "j" és el vector de les diferents càrregues.

$$[M_a(i, j)] = [R_a(j)] * x(i) - \Sigma([M_i(i, j)] * x_i) \quad (14)$$

On:

- $[M_i]$ és el moment conjugat d'un cert increment.
- x_i és la distància d'un cert increment fins al tall de la biga.

A l'hora de programar la rutina, el sumatori de l'anterior expressió es realitza amb la multiplicació de vectors, ja que la multiplicació d'un vector columna per un vector fila el resultant és un vector de forma 1x1. Així doncs aquesta propietat dels vectors realitzarà el sumatori.

Primer es crea un vector de posició invertit, que creix per cada increment. En la següent expressió es pot observar com creix per una iteració.

$$x_i = [i, i - 1, \dots, 1, 0]; \quad x_{i+1} = [i + 1, i, i - 1, \dots, 1, 0] \quad (15)$$

Conegut el vector de moments conjugats, és el següent:

$$M_{0 \rightarrow i} = [M_0, M_1, \dots, M_{i-1}, M_i] \quad (16)$$

Es transposa el vector de posició x_i , que queda en forma de columna. I es multiplica per el vector de moments conjugats. S'obté el resultat del sumatori per una secció concreta de l'expressió (14)(17).

El càlcul de la reacció del conjugat per una biga contínua amb la configuració de la Figura 4 són les següents:

$$[R_a(j)] = \frac{P(j) * L^2}{16} - \frac{1}{6} * M_b(j) * L \quad (17)$$

On:

- $[P(j)]$ és una determinada càrrega en unitats, en [N].
- $[M_b(j)]$ és el moment flector en l'encastament, en [Nm]

Conegudes totes les variables del diagrama de moments conjugats i seguint el mètode descrit en el present apartat es pot conèixer la fletxa per cada secció i càrrega per qualsevol configuració de biga.

2.5. Mètodes iteratius de càlcul aproximat de zeros

Els mètodes de càlcul aproximat de zeros són una bona eina per a realitzar càlculs iteratius i que convergeixen a una solució aproximada. En l'estudi s'ha d'utilitzar un mètode de càlcul aproximat per trobar el valor de M_b en funció d'una determinada càrrega.

Per l'aplicació d'aquests mètodes, la funció a resoldre ha de ser contínua. La metodologia per els casos que s'exposen a continuació és la següent:

- S'ha de trobar un interval $[a, b]$ per tal de que $f(a) * f(b) < 0$. Aplicant Teorema de Bolzano es sap amb certesa que en l'interval $[a, b]$ hi ha un i no més d'un zero. Aquest procés s'anomena localització d'un zero i no té algorismes concrets.

- Ja localitzat el zero, per calcular-lo de forma aproximada, s'utilitzarà un mètode iteratiu per aproximar-nos a la solució.

En els següents apartats s'explica algun del mètodes iteratius més típics.

2.5.1. Mètode de la Regula-Falsi

Ja conegut l'interval $[a, b]$ es pren la recta secant que passa pels punts $(a, f(a))$ i $(b, f(b))$, el pendent de la recta que passa per aquests dos punts és la següent:

$$p = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \quad (18)$$

I l'equació de la recta és la següent:

$$y - f(a) = p * (x - a) \quad (19)$$

Coneguda la recta secant es busca el punt de tall amb l'eix X. Aquest s'anomena $(m_0, 0)$.

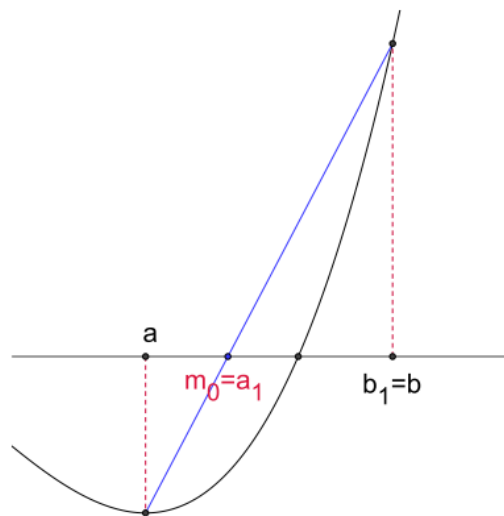


Figura 16: Mètode de la Regula-Falsi.

S'obté un nou subinterval $[a, m_0]$ si $f(a) * f(m_0) < 0$ si no s'agafa l'altre subinterval $[m_0, b]$. Per el nou subinterval on hi ha el zero localitzat es torna a buscar la recta secant, el pendent i el punt on talla en l'eix X. Es fa de nou la comprovació per calcular el següent subinterval. Vegeu exemple a la Figura 16.

Es pren com a solució aproximada el valor de m_n de l'última iteració. Es sap que la solució és prou bona quan la diferència entre la última i la penúltima m sigui de la precisió adequada.

2.5.2. Mètode de Newton-Raphson

La idea del mètode de Newton-Raphson consisteix en aproximar la funció de la recta tangent i trobar on talla aquesta en l'eix X, vegeu exemple Figura 17.

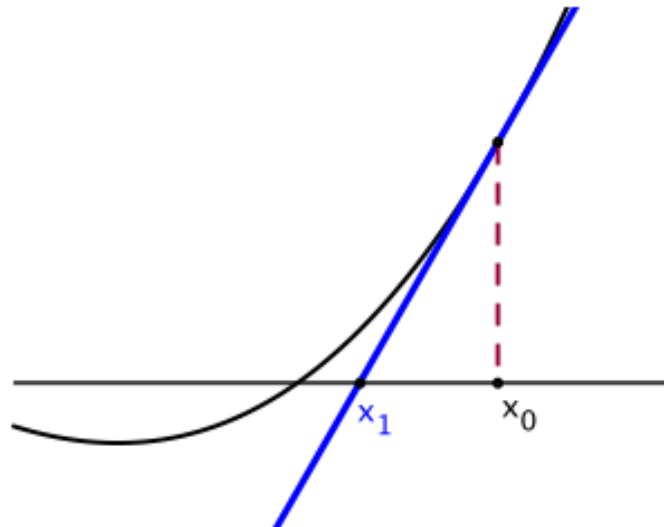


Figura 17: Mètode de Newton-Raphson.

Es comença prenent un valor de $x_0 \in [a, b]$, aquest valor en principi és arbitrari, i que $f'(x) \neq 0$, ja que una recta de pendent 0 no tallarà en l'eix X. Prenent la recta tangent en el punt $(x_0, f(x_0))$ calculem el punt de tall de la recta en l'eix X. On talli serà el primer iterant, x_1 , s'observa en la Figura 17.

Es repeteix el procés per x_1 . El valor del següent iterant es pot trobar amb la següent expressió.

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})} \quad (20)$$

Així doncs es repetirà el procés fins que la diferència en valor absolut de x_n i x_{n-1} sigui de la precisió desitjada.

2.5.3. Mètode de la bisecció

El mètode de la bisecció és un algoritme de busca d'arrels de forma iterativa i aproximada. És un dels mètodes més senzills per resoldre equacions d'una variable de forma aproximada, també s'anomena el mètode de l'interval mig. El seu funcionament es basa en el teorema del valor entremig.

És necessari entendre el mètode per dur a terme l'estudi, ja que és el mètode iteratiu que s'ha escollit per buscar el moment en el suport del centre de la biga contínua. És un mètode senzill de programar i optimitza molt la rutina ja que convergeix de seguida a la solució.

S'estableix un rang de valors per la variable que es busca, $[a, b]$, sabent que la solució està dins de l'interval especificat. Substituint el valor mig del rang tal i com indica l'expressió següent.

$$m_1 = \frac{a_1 + b_1}{2} \quad (21)$$

On m_1 és el valor de la primera iteració a substituir en la funció $f(m_1)$. En funció del resultat obtingut, si és positiu o negatiu acotarem el rang per el costat de a o de b de l'interval. De tal forma que si el $f(a_1)$ és el positiu i $f(b_1)$ és el negatiu en funció del valor de $f(m_1)$ s'escurçarà el marge per un costat o l'altre. Es pot observar un exemple en les següents expressions.

$$\text{if } f(m_1) > 0; b_2 = m_1; a_2 = a_1 \quad (22)$$

$$\text{if } f(m_1) < 0; b_2 = b_1; a_2 = m_1 \quad (23)$$

Seguidament és tornaria a calcular el nou valor de m_2 per el nou rang de valors $[a_2, b_2]$, amb l'expressió (21).

En la següent figura es pot observar un esquema del seu funcionament de manera visual.

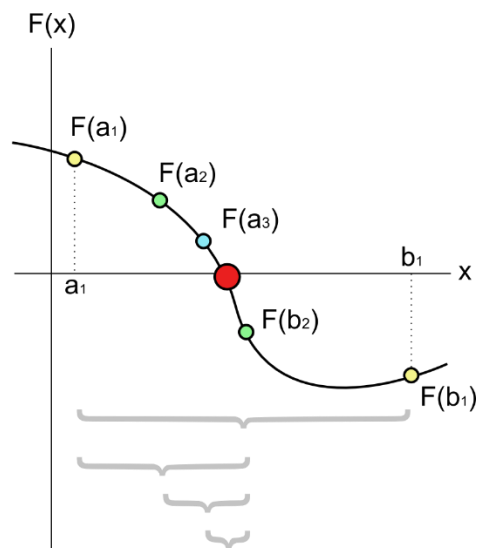


Figura 18: Exemple esquemàtic del funcionament del mètode iteratiu de la bisecció.

3. METODOLOGIA

En aquest capítol es presenten els diferents casos que s'han resolt, en l'estudi, d'una biga contínua de dos trams.

Els primers casos les bigues són d'un sol material, acer o formigó. Aquests són casos amb comportament lineal. Els segons tipus de casos són bigues de FA o FA amb materials compostos. Aquests tenen un comportament no lineal. Per el cas de la biga de FA, s'estudia un cas on la càrrega és distribuïda al llarg de la biga contínua.

Per a la biga d'acer amb perfil IPE i les de formigó armat es dividirà la metodologia en càlcul a nivell seccional i a nivell de biga.

3.1. Cas 1: Biga d'un sol material amb comportament lineal

En el primer cas es resoldrà una biga contínua de dos trams de secció constant i simètrica respecte el seu eix horitzontal i constituïda per un únic material amb comportament tensió-deformació perfectament lineal.

Les dades inicials de l'estudi són: la longitud total de la biga contínua ($2L$), les dimensions de la secció, base (b) i alçada (h), i el material de la biga i la seva rigidesa (EI). Es considera que els dos trams de la biga són d'igual longitud (L). La càrrega està aplicada al mig de la llum de cada tram, tal i com es pot observar en la Figura 19.

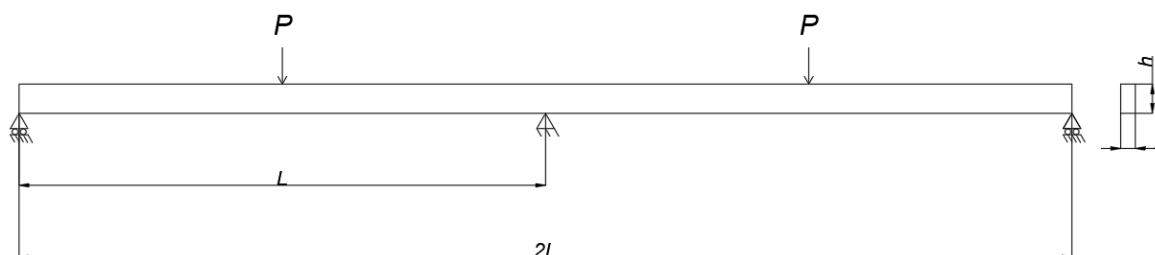


Figura 19: Característiques de la biga contínua cas 1.

Donada la simetria de forma i càrregues de la biga, el problema es simplifica a la meitat de la biga, aplicant la condició d'encastament al recolzament central, per tal de reproduir la condició de simetria, vegeu configuració en la Figura 4.

En l'apartat 2.1 es comenta el procés emprat per solucionar l'estàtica per a una biga contínua hiperestàtica.

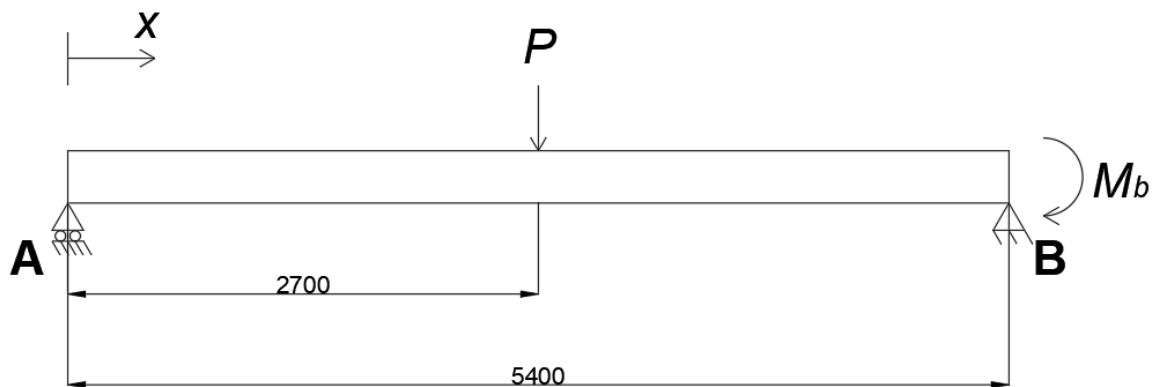


Figura 20: Biga resultant d'alliberar el grau de llibertat del gir en l'encastament.

3.1.1. Càlcul per el principi de superposició

A partir d'aquest punt, s'aplica el principi de superposició i es resol el càlcul de l'angle en el recolzament B aplicant els coneixements bàsics de la Resistència de Materials. En les següents figures s'observen les configuracions de les bigues isostàtiques del principi de superposició.

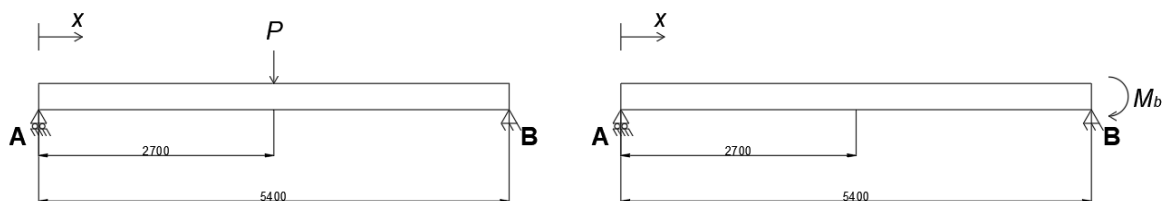


Figura 21: Bigues isostàtiques resultants del principi de superposició.

En el diagrama de blocs de la Figura 22 s'observa el procés per obtenir el valor de M_b utilitzant el principi de la superposició i el tercer Teorema de Mohr.

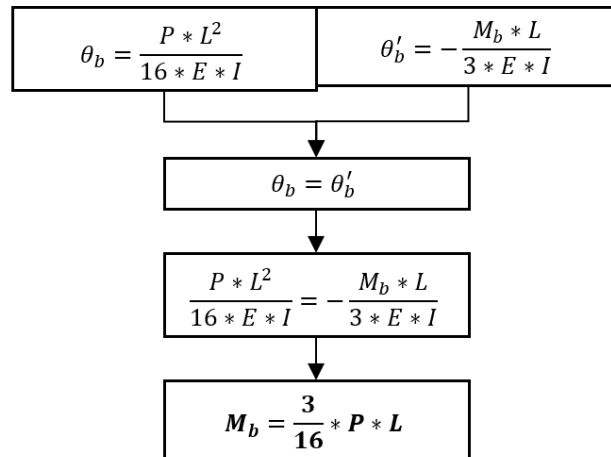


Figura 22: Diagrama de blocs de l'aplicació del tercer Teorema de Mohr.

Ja conegut el moment en l'encastament dret, es poden trobar els valors de les reaccions als dos recolzaments i el diagrama final de moments flectors combinant els dos diagrames de les bigues isostàtiques.

Per determinar els moments flectors per cada secció i biga isostàtica s'utilitzen les expressions (24), (25) i (26).

$$\text{if } pos \leq \frac{L}{2}; M = \frac{P * pos}{2}, (\text{biga isostàtica 1}) \quad (24)$$

$$\text{if } pos > \frac{L}{2}; M = \frac{P * L}{4} - \frac{P * \left(pos - \frac{L}{2}\right)}{2}, (\text{biga isostàtica 1}) \quad (25)$$

$$M = -\frac{M_b * pos}{L}, (\text{biga isostàtica 2}) \quad (26)$$

On de les anteriors equacions es pot extreure el diagrama de moments flectors de la biga, es pot observar un exemple en la següent figura.

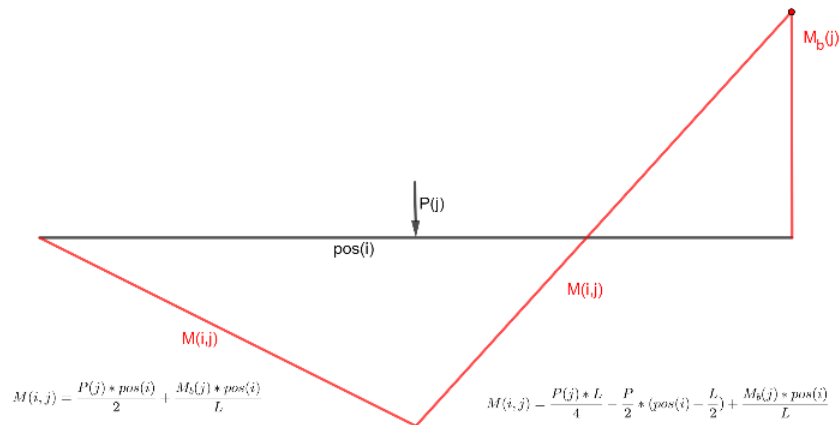


Figura 23: Exemple d'un diagrama de moments per a una biga simplement recolzada i encastada en l'altre extrem.

Al tractar-se d'un cas amb rigidesa constant al llarg de la secció i de la biga el seu diagrama de curvatures tindrà la mateixa forma que el de moments. Per calcular la curvatura per cada secció i càrrega utilitzem la següent expressió.

$$\kappa = \frac{M}{E * I} \tag{27}$$

On:

- E és el mòdul elàstic del material de la biga contínua en [MPa].
- I és la inèrcia de la secció en [mm⁴].

Emprant el principi de la superposició, s'obtindrà la fletxa en qualsevol punt restant la fletxa produïda per la càrrega P i per el parell M_b . Per conèixer les fletxes produïdes per la càrrega P i M_b s'ha de calcular el diagrama del moment conjugat.

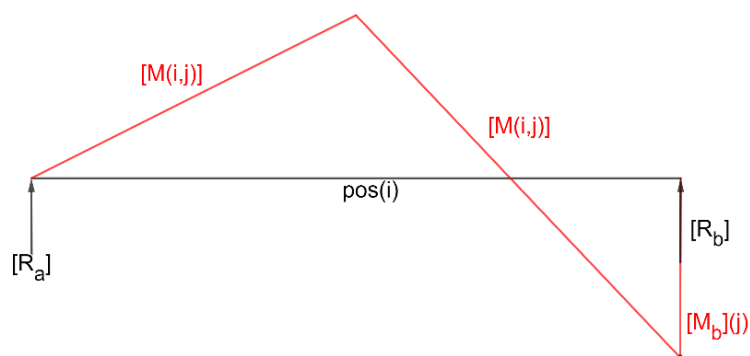


Figura 24: Exemple d'un diagrama de moments conjugat.

Un cop coneguts els diagrames del moment conjugat s'ha de dividir-lo pel producte del mòdul de Young (E) i la inèrcia de la secció (I), tal i com indica l'expressió (28).

$$\delta = \frac{[M(i,j)]}{E * I} \quad (28)$$

Així doncs s'obté el diagrama de fletxes final combinant els de les dues bigues isostàtiques de la Figura 21.

També es pot utilitzar el càlcul de la fletxa per diferències finites, capítol 2.4. Aquest càlcul servirà per qualsevol cas si es conegut el diagrama de moments i les reaccions en els recolzaments.

En aquest primer cas no s'analitza la ruptura de la biga, tan sols es crea la rutina per verificar que el mètode que s'aplicarà en els següents casos funciona correctament. Es pot observar l'esquema de la rutina en l'annex A i el codi en l'annex B.

3.1.2. Càlcul a partir de les deformacions

L'objectiu d'aquest apartat és obtenir els mateixos resultats que el 3.1.1, d'aquesta forma es corrobora que el mètode de càlcul del diagrama de moments flectors funciona correctament.

En aquest cas no s'utilitzarà una formulació analítica tancada al cas concret de càrregues, si no que a partir d'un vector de deformacions, $\varepsilon \in [0, \varepsilon_u]$, s'obtidran els moments per cada secció a partir del diagrama de moment-curvatura.

La problemàtica del cas es troba en que per una determinada càrrega existeix un determinat moment flector en l'encastament, M_b . Aquest es troba utilitzant un mètode iteratiu de càlcul

aproximat de zeros. En la rutina s'implementa el mètode de la bisecció, capítol 2.5.3, per a la cerca del moment en l'encastament per una determinada càrrega.

El tercer Teorema de Mohr és la funció condició, expressió (29), per determinar que el moment en l'encastament és l'adequat per una determinada càrrega.

$$\theta_b(j) = \Sigma(pos(i) * \kappa(i,j)) = 0 \quad (29)$$

On:

- $\theta_b(j)$ és l'angle girat en el punt B de la biga per una determinada càrrega.
- $pos(i)$ és el vector de la posició respecte el recolzament esquerra, en [mm]
- $\kappa(i,j)$ és la curvatura per una determinada secció i càrrega en [mm^{-1}].

Per conèixer les curvatures per cada secció i càrrega hem de determinar els moments flectors en cada secció. En el cas que ens ocupa s'utilitzen les expressions (30) i (31).

$$if \ pos(i) \leq \frac{L}{2}; \quad M(i,j) = \frac{P(j) * pos(i)}{2} + \frac{M_b * pos(i)}{L} \quad (30)$$

$$if \ pos(i) > \frac{L}{2}; \quad M(i,j) = \frac{P(j) * L}{4} - \frac{P(j) * (pos(i) - \frac{L}{2})}{2} + \frac{M_b * pos(i)}{L} \quad (31)$$

On:

- $M(i,j)$ és el moment flector per una determinada secció i càrrega en [Nmm].

Coneguts els moments flectors de cada secció de la biga, s'interpolen en el diagrama moment-curvatura. Amb el diagrama de curvatures comprovem si el moment en l'encastament és el correcte amb l'expressió (29). En cas de que no es compleixi el tercer teorema de Mohr, es modifiquen els valors del moment en l'encastament mitjançant el mètode de la bisecció, fins a convergir a la solució.

Conegut el moment en l'encastament per una determinada càrrega, s'obté el diagrama de moments flectors i el diagrama de curvatures al llarg de la biga contínua.

Amb el diagrama de moments flectors es calcula el seu conjugat. Amb aquest es pot calcular la fletxa per cada càrrega i secció emprant el mètode de les diferències finites, capítol 2.4.

Aquest mètode i el mètode iteratiu per al càlcul de M_b està present en cada resolució de l'estudi. Es pot observar l'esquema de la rutina en l'annex A i el codi en l'annex B.

3.2. Cas 2: Biga d'acer amb perfil IPE amb comportament elasto-plàstic

En el segon cas es resol una biga contínua constituïda d'un acer S355 amb un comportament tensió-deformació amb una fase elàstica i una plàstica. La seva secció és geomètricament simètrica respecte el seu eix horitzontal. El perfil de la biga d'acer és un IPE300, vegeu Figura 25, amb un acer S355. La rutina creada permet variar el perfil de la biga.

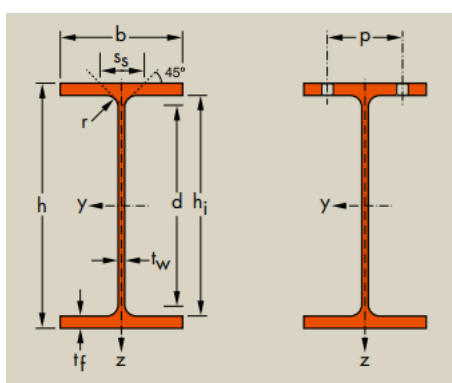


Figura 25: Perfil bigues IPE.

Les dades inicials del tercer cas són les mateixes que els anteriors casos, vegeu Figura 19.

a) Càlcul a nivell seccional

El diagrama tensió-deformació, la fase elàstica està determinada per la llei de Hooke, a partir de la deformació de fluència la secció entra al règim plàstic on el seu pendent estarà determinat per un 5% del pendent del règim elàstic, tal i com l'expressió (6), es pot observar el diagrama tensió-deformació en la Figura 10. La deformació última de l'acer és del 10‰, on la secció en qüestió trencarà. Durant la deformació plàstica es generarà una ròtula plàstica en la secció, fins arribar al moment últim on la secció trencarà. En la Figura 26 es pot observar gràficament el límit del moment últim en un diagrama de moment flectors.

Es pren la consideració que la secció ha plastificat totalment quan la fibra més allunyada de la línia neutre arriba la tensió del límit elàstic.

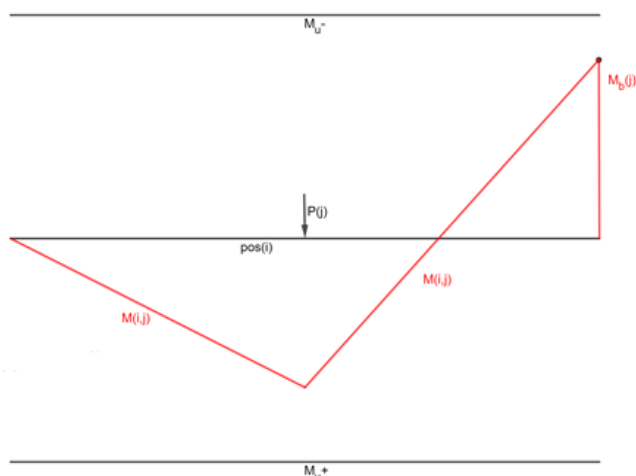


Figura 26: Moments últims per una biga de secció constant i simètrica respecte el seu eix horitzontal.

b) Càlcul a nivell de biga

Es calcula el moment en l'encastament utilitzant el mètode de la bisecció i el tercer Teorema de Mohr, com en l'apartat 3.1.2.

Tal i com s'ha vist al cas anterior, en règim elàstic, la secció més sol·licitada de la biga contínua és la del recolzament central de la biga contínua. Així doncs, per una determinada càrrega aquesta serà la primera secció en superar el límit del moment plàstic. En aquest instant de càrrega, es crea la ròtula plàstica en l'encastament.

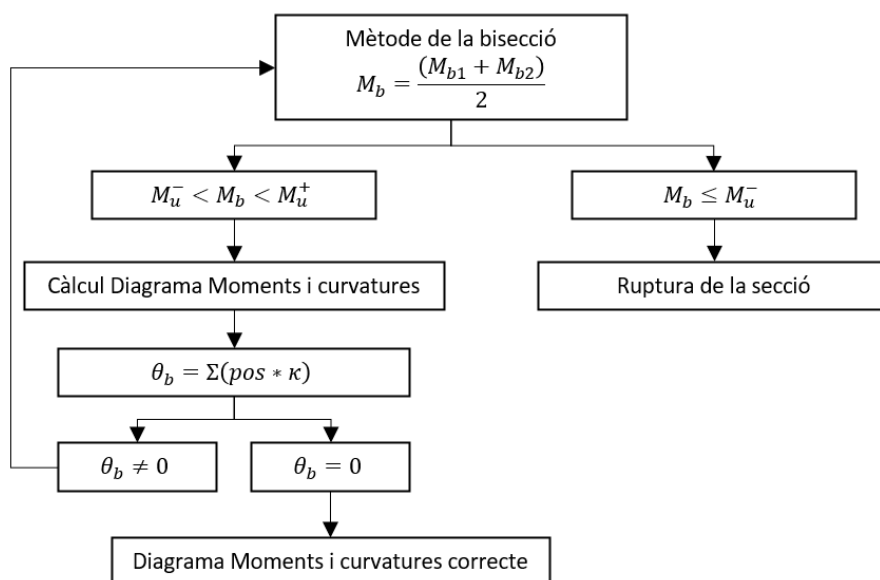


Figura 27: Diagrama de blocs del procés de càlcul del moment en l'encastament i els diagrames de moments i curvatures.

En el diagrama de blocs de la Figura 27 es mostra el procés per determinar el valor del moment en l'encastament. Es parteix d'uns valors inicials per a M_{b1} i M_{b2} , on la solució es troba entre els seus dos valors, mètode de la bisecció, vegeu apartat 2.5.3. En el cas de que $M_u^- < M_b < M_u^+$ es calcula el moment flector per a cada secció amb les expressions (30) i (31). Seguidament es calcula la curvatura per cada secció de la biga interpolant els moments flexors de cada secció en el diagrama de moment-curvatura. Conegut el valor de les curvatures es comprova la condició del tercer teorema de Mohr. En cas de que l'angle sigui diferent a zero, es modifica el rang de M_{b1} i M_{b2} en funció de l'angle girat obtingut. En cas de que l'angle girat és zero, el moment en l'encastament, el diagrama de moments flexors i curvatures són correctes.

Així doncs la càrrega augmenta fins la creació de la ròtula plàstica, la condició de la tercera llei de Mohr es segueix complint en el règim plàstic, fins que arriba o supera el moment últim, $M_b \leq M_u^-$, i la secció es trenca en el suport central de la biga contínua.

Amb el diagrama de moments flexors es calcula el seu conjugat. Amb aquest es pot calcular la fletxa per cada càrrega i secció emprant el mètode de les diferències finites, capítol 2.4. Es pot observar l'esquema de la rutina en l'annex A i el codi en l'annex B.

3.3. Cas 3: Biga de formigó armat amb secció fissurada

En el present cas es resoldrà una biga contínua de formigó armat, de secció constant però armat variable, tant de positiu com de negatiu, al llarg de la seva longitud. Es considera un comportament tensió-deformació del formigó seguint la paràbola-rectangle d'Eurocodi 2 [3] i un comportament de l'acer elastoplàstic

Les dimensions geomètriques de la biga de formigó armat seran les mateixes que els casos 1 i 2. En la Figura 28 es pot observar les característiques de l'armat considerat, les longituds Figura 28 no són els utilitzats en l'estudi ja que la relació d/L no és bona per aplicacions estructurals. Aquestes es tripliquen perquè el rati sigui òptim per aplicacions estructurals. La biga de formigó armat s'ha extret d'un exercici proposat per la Federació Internacional de Formigó, cedit per el grup AMADE.

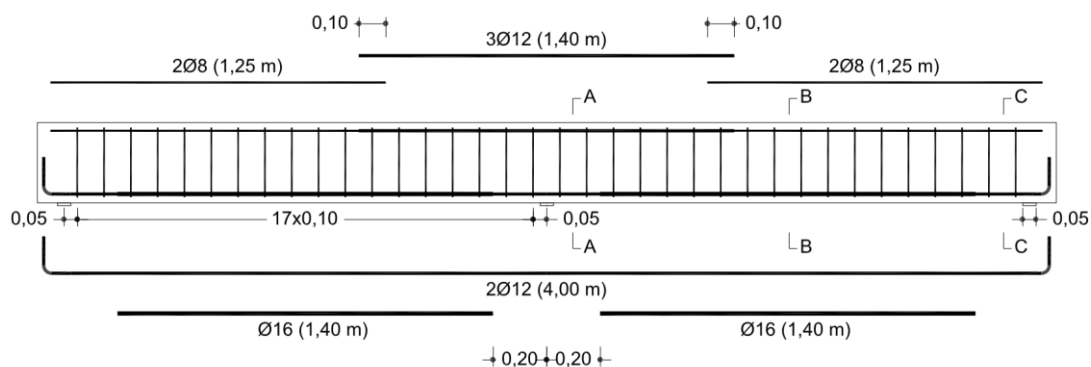


Figura 28: Diferents tipus d'armats de la biga a estudiar.

En total hi ha cinc tipologies de seccions, aquestes es poden observar en la següent figura. Aquestes estan ordenades d'esquerra a dreta, començant per el recolzament esquerra fins el suport central.

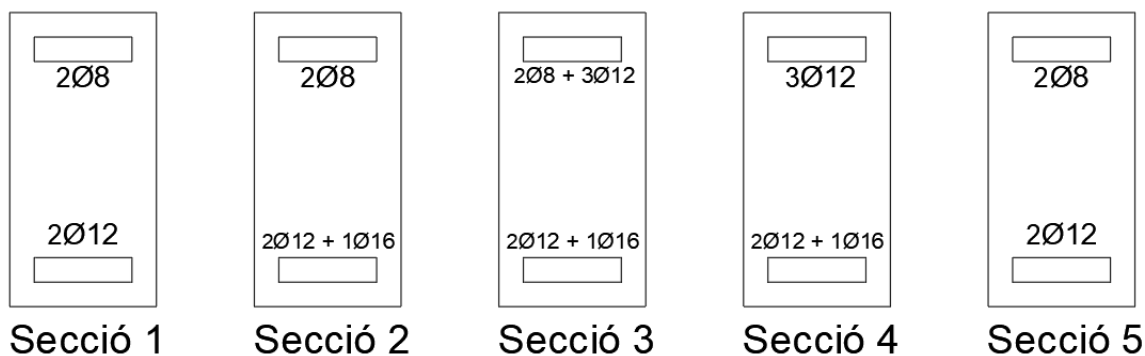


Figura 29: Diferents tipologies de seccions de la biga contínua de l'estudi.

En el present cas no es tindrà en compte el primer estadi del formigó en la seva deformació, l'estadi elàstic, si no que es parteix de la secció fissurada i arriba fins el trencament de la secció.

El plantejament general del càlcul de seccions sotmesa a tensions normals consisteix en determinar totes les dades relacionades amb ella: definició geomètrica i mecànica completa, el moment últim de càlcul per casos en flexió simple i les característiques del pla de ruptura associat a cada esforç últim, la posició de la fibra neutra i la curvatura del pla de ruptura. [1]

a) Càlcul a nivell de secció

Per a calcular el diagrama moment-curvatura per a cada tipus de secció s'ha de saber que el formigó té una deformació de ruptura a flexió del 3,5‰, així doncs en la rutina es crea un vector de deformacions, $\epsilon_c(n)$, on el màxim és la deformació de ruptura a flexió del formigó.

A partir del vector de deformacions del formigó, es calcula l'esforç que genera el formigó a compressió degut al moment flector que l'afecta, expressions (8) i (9), ja que a tracció el formigó no treballa degut a que la secció esta fissurada.

Seguidament es calculen les distàncies de la fibra neutre amb les expressions (32), (33), (34) i (35), per cada una de les seccions i deformacions. Es considera que tota la secció es troba en el règim elàstic.

$$x_e(n) = \frac{-E_s * \varepsilon_c(n) * (A_{s2} + A_{s1}) + \sqrt{(E_s * \varepsilon_c(n) * (A_{s2} + A_{s1}))^2 + 4 * k_1(n) * f_{cd} * b * (E_s * \varepsilon_c(n) * (A_{s2} * d_2 + A_{s1} * d))}}{2 * k_1(n) * f_{cd} * b} \quad (32)$$

$$x_{e-p}(n) = \frac{-(A_{s2} * f_{yd} + E_s * \varepsilon_c(n) * A_{s1}) + \sqrt{(A_{s2} * f_{yd} * E_s + \varepsilon_c(n) * A_{s1})^2 + 4 * k_1(n) * f_{cd} * b * (E_s * \varepsilon_c(n) * A_{s1} * d)}}{2 * k_1(n) * f_{cd} * b} \quad (33)$$

$$x_{p-e}(n) = \frac{-(A_{s2} * E_s * \varepsilon_c(n) - f_{yd} * A_{s1}) + \sqrt{(A_{s2} * E_s * \varepsilon_c(n) - f_{yd} * A_{s1})^2 + 4 * k_1(n) * f_{cd} * b * (E_s * \varepsilon_c(n) * A_{s2} * d_2)}}{2 * k_1(n) * f_{cd} * b} \quad (34)$$

$$x_p(n) = \frac{-f_{yd} * (A_{s2} - A_{s1}) + \sqrt{(f_{yd} * (A_{s2} - A_{s1}))^2 + 4 * k_1(n) * f_{cd} * b}}{2 * k_1(n) * f_{cd} * b} \quad (35)$$

On:

- E_s , és el mòdul de Young de l'acer en [MPa].
- A_{s1} i A_{s2} , són l'armat inferior i superior respectivament en [mm²].
- b és la base de la secció en [mm].
- d és el cantell útil de l'armadura traccionada, definit com la distància de la part superior fins al centre de gravetat de l'armadura traccionada en [mm].
- d_2 és el cantell útil de l'armadura a compressió, definit com la distancia de la part superior fins al centre de gravetat de l'armadura a compressió en [mm].
- $x_e(n)$ és la distancia de la línia neutra en un règim totalment elàstic, en [mm].
- $x_{p-e}(n)$ és la distància de la línia neutra en un règim plàstic(superior)-elàstic(inferior), en [mm].
- $x_{e-p}(n)$ és la distància de la línia neutra en un règim elàstic(superior)-plàstic(inferior), en [mm].
- $x_p(n)$ és la distància de la línia neutra en un règim totalment plàstic, en [mm].

Seguidament es discrimina els règims, expressió (36), en que es troba la secció en funció de la deformació i la línia neutre calculada amb l'expressió anterior. La línia neutre correcte és la que compleix una de les següents quatre condicions.

$$\text{if } \varepsilon_c(n) * \left(\frac{d}{x_e(n)} - 1\right) \leq \frac{f_{yd}}{E_s} \ \& \ \varepsilon_c(n) * \left(1 - \frac{d_2}{x_e(n)}\right) \leq \frac{f_{yd}}{E_s}; \text{ (totalment elàstic)} \quad (36)$$

$$\begin{aligned}
 & \text{if } \varepsilon_c(n) * \left(\frac{d}{x_{p-e}(n)} - 1 \right) \leq \frac{f_{yd}}{E_s} \ \& \ \varepsilon_c(n) * \left(1 - \frac{d_2}{x_{p-e}(n)} \right) > \frac{f_{yd}}{E_s}; \ (A_{s1} \text{ elàstic}, A_{s2} \text{ plàstic}) \\
 & \text{if } \varepsilon_c(n) * \left(\frac{d}{x_{e-p}(n)} - 1 \right) > \frac{f_{yd}}{E_s} \ \& \ \varepsilon_c(n) * \left(1 - \frac{d_2}{x_{e-p}(n)} \right) \leq \frac{f_{yd}}{E_s}; \ (A_{s1} \text{ plàstic}, A_{s2} \text{ elàstic}) \\
 & \text{if } \varepsilon_c(n) * \left(\frac{d}{x_p(n)} - 1 \right) > \frac{f_{yd}}{E_s} \ \& \ \varepsilon_c(n) * \left(1 - \frac{d_2}{x_p(n)} \right) > \frac{f_{yd}}{E_s}; \ (\text{totalment plàstic})
 \end{aligned}$$

On:

- f_{yd} és la resistència de càlcul de l'acer en [MPa].

Seguidament es calcula la deformació unitària en l'armat superior i inferior tenint en compte la hipòtesi de Bernoulli, és a dir, que les seccions planes abans d'aplicar-hi el moment es mantenen planes un cop deformades, seguint les següents expressions.

$$\varepsilon_{s1}(n) = \varepsilon_c(n) * \left(\left(\frac{d}{x(n)} \right) - 1 \right) \quad (37)$$

$$\varepsilon_{s2}(n) = \varepsilon_c(n) * \left(1 - \left(\frac{d_2}{x(n)} \right) \right) \quad (38)$$

On:

- $\varepsilon_{s1}(n)$ és la deformació de l'acer de l'armat inferior per una determinada deformació de la secció.
- $\varepsilon_{s2}(n)$ és la deformació de l'acer de l'armat superior per una determinada deformació de la secció.

La tensió a l'armat inferior i superior es determina amb les següents expressions.

$$\sigma_1(n) = \min (\varepsilon_{s1}(n) * E_s, f_{yd}) \quad (39)$$

$$\sigma_2(n) = \min (\varepsilon_{s2}(n) * E_s, f_{yd}) \quad (40)$$

On:

- $\sigma_1(n)$ és la tensió que genera l'armat inferior degut al moment flector que afecta a la secció, en [MPa].
- $\sigma_2(n)$ és la tensió que genera l'armat superior degut al moment flector que afecta a la secció, en [MPa]

Conegudes les tensions als materials, es calcula el moment flector de la secció, buscant l'equilibri de moments respecte el centroid de la distribució de tensions al formigó, segons l'expressió (41). Per altra banda, la curvatura de la secció es pot calcular a partir de qualsevol

de les deformacions obtingudes. A l'expressió (42) la curvatura s'ha obtingut a partir de la deformació unitària màxima a compressió del formigó.

$$M(n) = s_1(n) * A_{s1} * (d - k_2(n) * x(n)) + s_2(n) * A_{s2} * (k_2(n) * x(n) - d_2) \quad (41)$$

$$\kappa(n) = \varepsilon_c(n)/x(n) \quad (42)$$

Aplicant aquesta metodologia per un vector de deformacions unitàries en el formigó variant des de zero al seu valor màxim, es pot obtenir el diagrama moment-curvatura per a la secció d'estudi, representat en la Figura 30.

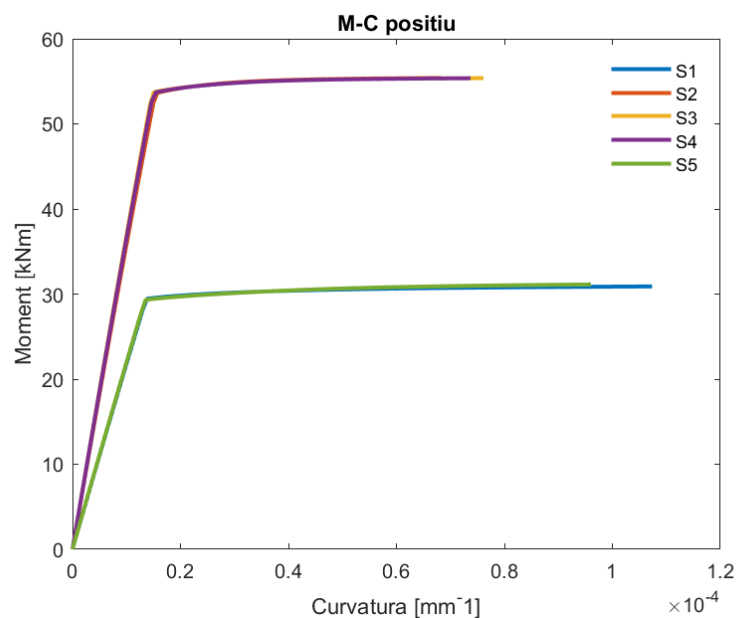


Figura 30: Diagrama moment-curvatura per seccions inicialment fissurades, d'una biga de FA amb diferents seccions i per a moments i curvatures positius.

El procés realitzat per trobar el diagrama de moment-curvatura per a cada secció fissurada, s'ha de repetir per a deformacions negatives. Per realitzar-ho s'ha de girar 180° les seccions respecte el seu eix horitzontal, de tal forma que, l'armat superior passi a ser l'inferior i viceversa. Les distàncies de l'armat fins la part superior de la secció també variaran. Es mostra el resultat en la Figura 31.

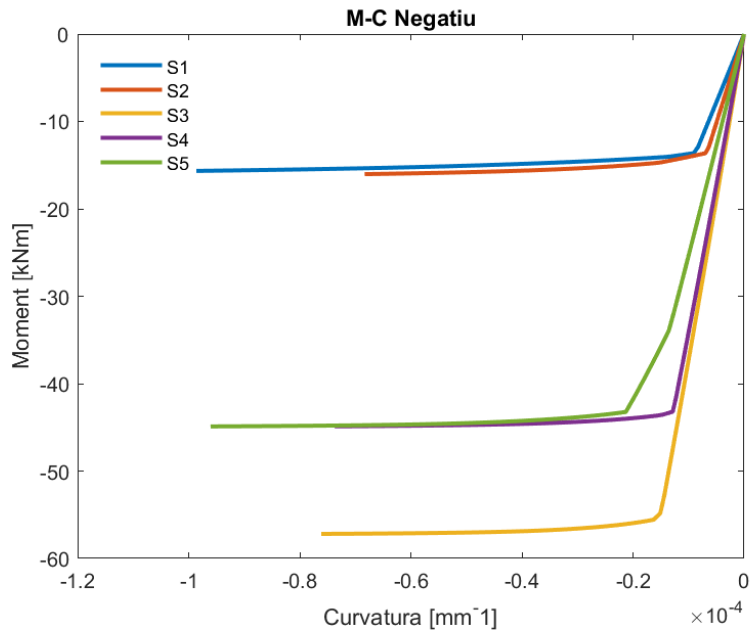


Figura 31: Diagrama moment-curvatura per seccions inicialment fissurades, d'una biga de FA amb diferents seccions i per a moments i curvatures negatius.

El nom de la funció que efectua aquests càlculs és *distX*, el seu diagrama de blocs es pot observar en l'annex A i el seu codi en l'annex B

b) Càlcul a nivell de biga

A nivell de biga es segueix el procés descrit en el diagrama de blocs de la Figura 22. A diferència del cas de l'apartat 3.2 és que cada secció tindrà un diagrama moment-curvatura, o sigui els moments de plasticificació i últims seran diferents per a cada secció. Vegeu un exemple en la Figura 32. La ruptura a nivell seccional arribarà quan el moment en una secció sigui igual o superior a un dels seus moments últims, es pot observar un exemple dels límits en la següent figura.

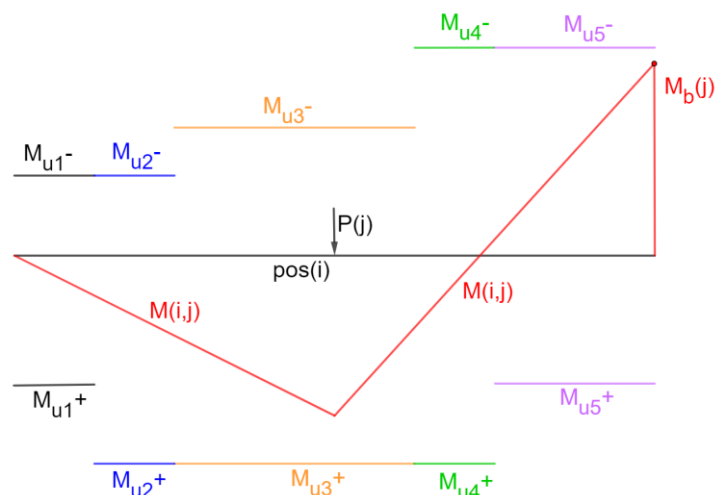


Figura 32: Exemple esquemàtic dels moments últims en un diagrama de moments.

De nou la secció més crítica és la de l'encastament. Quan s'arriba al moment de plastificació en l'acer es crearà una ròtula en l'encastament. Es segueix augmentant la càrrega fins arribar a la ruptura de la secció en qüestió.

Amb el diagrama de moments flectors es calcula el seu conjugat. Amb aquest es pot calcular la fletxa per cada càrrega i secció emprant el mètode de les diferències finites, capítol 2.4. Es pot observar l'esquema de la rutina en l'annex A i el codi en l'annex B.

3.4. Cas 4: Biga de formigó armat

En el present cas es resol una biga contínua de FA idèntica al del cas 4. Es tindrà en compte l'estadi elàstic del formigó, a diferència de l'anterior apartat.

Les dimensions geomètriques de la biga de FA són idèntiques al cas 4, així doncs la biga és la de la Figura 28 i Figura 29, amb les dimensions triplicades per obtenir un bon quocient d/L per que sigui apte per aplicacions estructurals, i les seccions són les de la Figura 29.

a) Càlcul a nivell seccional

A nivell seccional per el present cas es té en compte l'estadi elàstic i la convergència cap a l'estadi de fissuració de la Figura 12. Per realitzar aquesta convergència s'ha de determinar quin és el moment on apareix la primera fissura en el formigó, expressió (43).

$$M_{fis} = W_f * f_{ctm,fl} \quad (43)$$

On:

- M_{fis} és el moment per el qual es formarà la primera esquerda en la secció n [Nmm].
- W_f és el mòdul resistent del formigó [mm³].
- $f_{ctm,fl}$ és la resistència a flexo-tracció del formigó [Mpa].

Seguidament es calcula el mòdul resistent del formigó i la resistència a flexo-tracció ja que són dades desconegudes.

$$W_f = \frac{1}{6} * b * h^2 \quad (44)$$

$$f_{ctm,fl} = \max \left\{ \left(1.6 - \frac{h}{1000} \right) * f_{ctm}; f_{ctm} \right\} \quad (45)$$

$$f_{ctm} = 0.3 * f_{ck}^{\frac{2}{3}}; \quad \text{si } f_{ck} < 50 \text{ MPa} \quad (46)$$

On:

- f_{ctm} és la resistència mitja a tracció del formigó en [MPa] .

Així doncs si s'aplica l'expressió (43),(44), (45) i (46) es determinarà quin és el moment de fissuració per una secció en qüestió.

b) Càlcul a nivell de biga

A nivell de biga, el procés a seguir per determinar el moment en l'encastament, les reaccions i el diagrama de moments flectors per una determinada càrrega s'ha de seguir el procés de l'anterior cas.

Amb el moment de fissuració, M_{fis} , s'ha trobat la frontera entra l'estadi elàstic i la convergència cap a l'estadi fissurat. En la Figura 33 s'observa un diagrama de blocs amb el procés a seguir en funció del valor del moment en la secció.

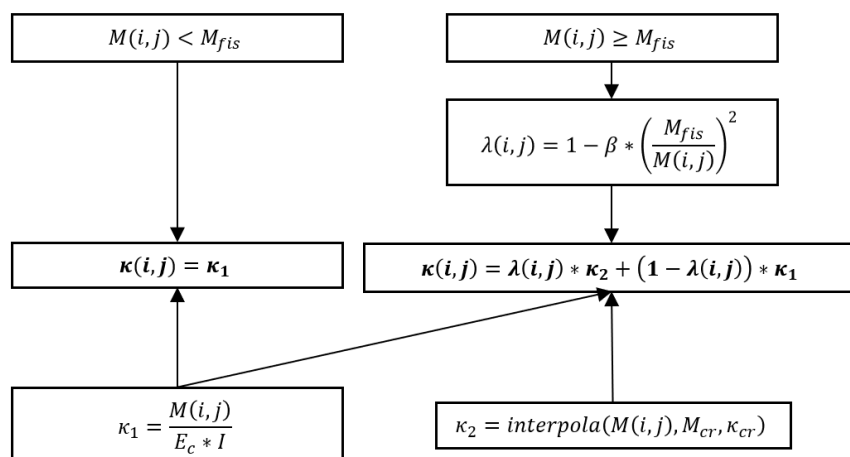


Figura 33: Diagrama de blocs del procés de càlcul de l'estadi elàstic i la convergència cap a l'estadi fissurat a partir del diagrama de moment-curvatura de secció fissurada.

On:

- $\lambda(i, j)$ és un coeficient que determina la relació entre les dues curvatures, entre $[0,1]$.
- β és un coeficient igual a la unitat.

En cas de que el moment flector per una determinada secció i càrrega és menor al moment de fissuració, la secció es troba en l'estadi elàstic. Així doncs, la seva recta tensió-deformació és la ε_{s1} de la Figura 12, i la seva curvatura es calcula amb la fórmula de κ_1 de la Figura 33. Si el moment flector per una determinada secció i càrrega és major que el moment de fissuració, llavors la seva deformació es troba entre les rectes ε_{s1} i ε_{s2} de la Figura 12. La variable que relaciona les dues rectes de la deformació i s'utilitza per obtenir la curvatura de la secció és λ , vegeu la Figura 33.

El procés per la determinació de ruptura i creació de ròtules plàstiques en seccions de la biga contínua es realitza amb els càlculs emprats en el cas 3, capítol 3.3.

Amb el diagrama de moments flectors es calcula el seu conjugat. Amb aquest es pot calcular la fletxa per cada càrrega i secció emprant el mètode de les diferències finites, capítol 2.4. Es pot observar l'esquema de la rutina en l'annex A i el codi en l'annex B.

3.5. Cas 5: Biga de formigó armat reforçada amb material compost (FRP)

Per el cas que ens ocupa, es resol una biga de FA idèntica als anteriors casos però se li afegeix material compost (FRP) en les seccions més sol·licitades de la biga contínua, Figura 34. El material compost s'instal·la en les seccions 2 i 5 de la Figura 29.

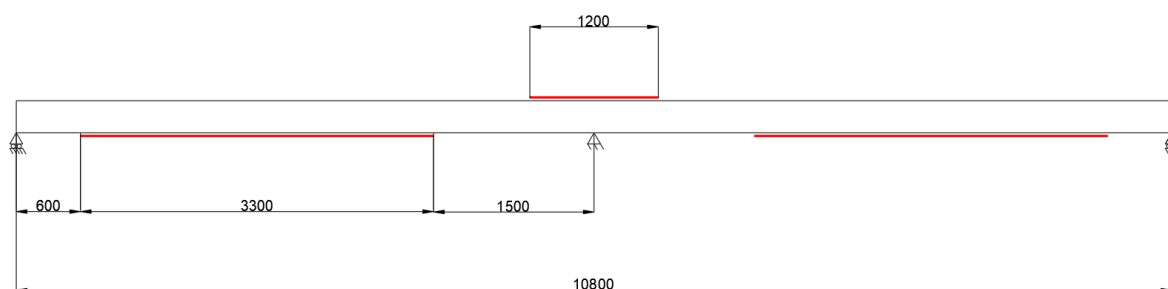


Figura 34: Disposició del FRP en la biga contínua per augmentar el moment últim positiu i negatiu.

El procés que es realitza per determinar el diagrama de moment-curvatura per secció fissurada serà molt semblant al del capítol 3.4, amb la única diferència que en l'equilibri de forces es considerarà una nova força provinent del reforç amb FRP.

a) Càlcul a nivell seccional

El vector de deformacions, els esforços del formigó i les constants k_1 i k_2 es calculen amb les mateixes expressions que en el capítol 3.5. El càlcul de la línia neutre per una secció en funció del seu règim són les següents:

$$x^{(n)} = \frac{-\varepsilon_c(n) * (E_s * A_{s2} + E_s * A_{s1} + E_f * A_f) + \sqrt{(\varepsilon_s(n) * (E_s * A_{s2} + E_s * A_{s1} + E_f * A_f))^2 + 4 * k_1(n) * f_{cd} * b * (\varepsilon_c(n) * (E_s * A_{s2} * d_2 + E_s * A_{s1} * d + E_f * A_f * d_f))}}{2 * k_1(n) * f_{cd} * b} \quad (47)$$

$$x_{e-p}(n) = \frac{-(f_{yd} * A_{s2} + \varepsilon_s(n) * (E_s * A_{s1} + E_f * A_f)) + \sqrt{(f_{yd} * A_{s2} + \varepsilon_s(n) * (E_s * A_{s1} + E_f * A_f))^2 + 4 * k_1(n) * f_{cd} * b * (\varepsilon_c(n) * (E_s * A_{s1} * d + E_f * A_f * d_f))}}{2 * k_1(n) * f_{cd} * b} \quad (48)$$

$$x_{p-e}(n) = \frac{-(\varepsilon_s(n) * (E_s * A_{s2} + E_f * A_f) - f_{yd} * A_{s1}) + \sqrt{(\varepsilon_s(n) * (E_s * A_{s2} + E_f * A_f) - f_{yd} * A_{s1})^2 + 4 * k_1(n) * f_{cd} * b * (\varepsilon_c(n) * (E_s * A_{s2} * d_2 + E_f * A_f * d_f))}}{2 * k_1(n) * f_{cd} * b} \quad (49)$$

$$x_{p-p}(n) = \frac{-(\varepsilon_s(n) * E_f * A_f + f_{yd} * (A_{s2} - A_{s1})) + \sqrt{(\varepsilon_s(n) * E_f * A_f + f_{yd} * (A_{s2} - A_{s1}))^2 + 4 * k_1(n) * f_{cd} * b}}{2 * k_1(n) * f_{cd} * b} \quad (50)$$

On:

- E_f és el mòdul elàstic del material compost en [MPa].
- A_f és l'àrea de material compost de la secció en [mm²].
- d_f és la distància de la part superior de la secció fins el material compost en [mm].

Seguidament es discrimina els règims, expressió (36), en que es troba la secció en funció de la deformació i la línia neutre calculada amb l'expressió anterior. En funció del règim de la secció la distància de la fibra neutre varia.

Seguidament es calcula la deformació que pateix el material compost amb la següent expressió.

$$\varepsilon_f(n) = \varepsilon_c(n) * \left(\left(\frac{d_f}{x(n)} \right) - 1 \right) \quad (51)$$

Les deformacions de l'acer i el formigó es determinen amb les expressions (37) i (38). Amb la deformació de les fibres es pot calcular l'esforç que genera l'FRP.

$$\sigma_f(n) = \varepsilon_f(n) * E_f \quad (52)$$

Els esforços generats per el formigó i l'acer degut a la deformació es calculen amb les expressions (39) i (40). Ja conegudes totes les tensions i deformacions dels diferents materials de la secció es pot calcular el diagrama $M - \kappa$ per a cada secció amb FRP de la biga contínua amb les següents expressions.

$$M(n) = s_1(n) * A_{s1} * (d - k_2(n) * x(n)) + s_2(n) * A_{s2} * (k_2(n) * x(n) - d) \quad (53)$$

$$\kappa(n) = \varepsilon_c(n) / x(n) \quad (54)$$

Els diagrames $M - \kappa$ fissurats resultants per el cas que ens ocupa són els següents.

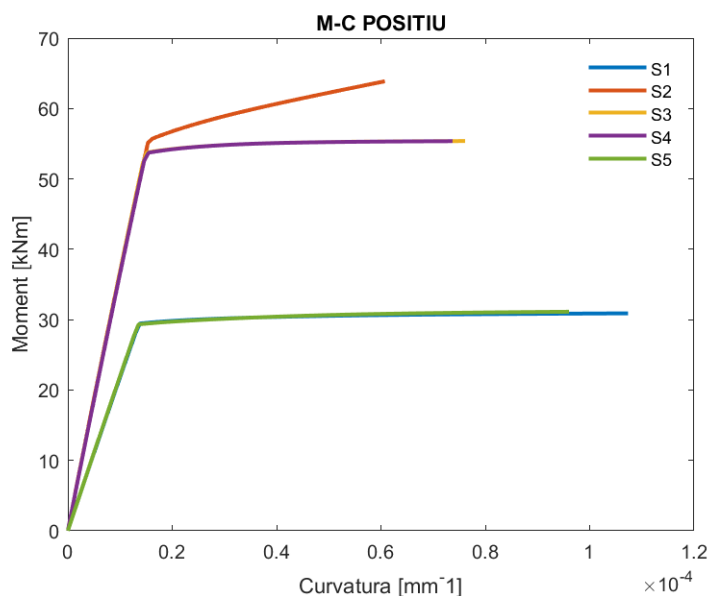


Figura 35: Diagrama Moment-curvatura amb FRP a la secció 5, per a moments positius.

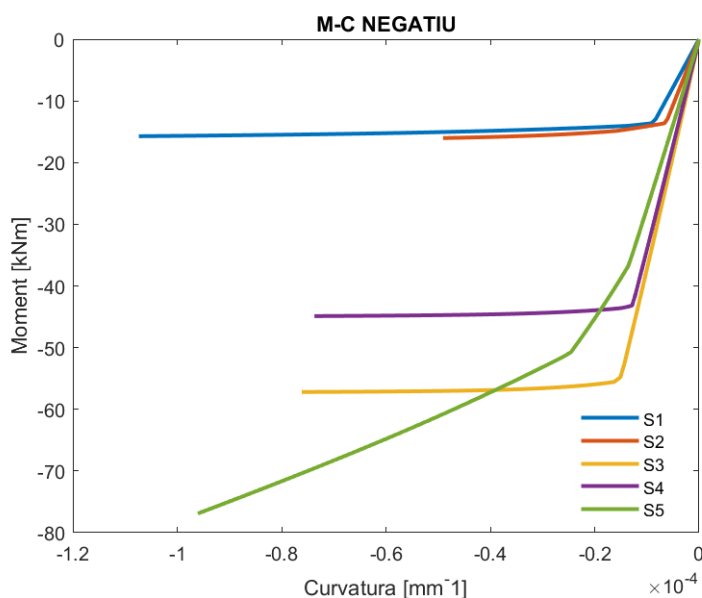


Figura 36: Diagrama Moment-curvatura amb FRP a la secció 2, per a moments negatius.

On s'observa que per els moments positius, la secció 2 incorpora FRP i el seu estadi de pre-trencament és lineal. El mateix passa per la secció 5 per moments negatius. Així doncs en l'estadi de pre-trencament es manté una rigidesa constant gràcies el material compost.

El nom de la funció que efectua aquests càlculs és *distXFRP*, el seu diagrama de blocs es pot observar en l'annex A i el seu codi en l'annex B

b) Càlcul a nivell de biga

A nivell de biga el diagrama de moments i curvatures per cada secció i càrrega es calculen amb la mateixa metodologia que el cas anterior, 3.4.

Amb el diagrama de moments flectors es calcula el seu conjugat. Amb aquest es pot calcular la fletxa per cada càrrega i secció emprant el mètode de les diferències finites, capítol 2.4. Es pot observar l'esquema de la rutina en l'annex A i el codi en l'annex B.

3.6. Cas 6: Biga de formigó armat reforçada amb material compost (FRP) en el suport central

En el present cas es resol una biga de FA idèntica als anteriors casos però s'afegeix FRP en la tipologia de secció 5, la del suport central de la biga contínua, Figura 37. També s'augmenta la quantitat d'armat superior en la secció 4, ja que si no la primera ruptura hagués estat en el canvi de secció 4 a 5.

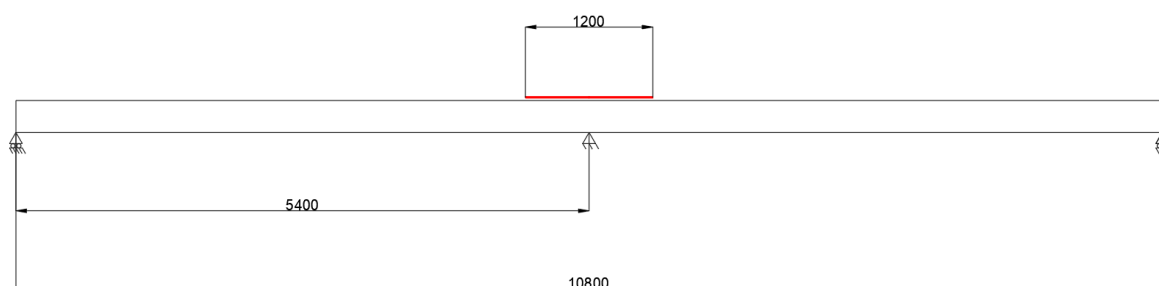


Figura 37: Disposició del FRP en la biga contínua en la secció tipus 5.

a) Càlcul a nivell seccional

A nivell seccional els diagrames de moment-curvatura per a cada secció s'obtenen amb la mateixa metodologia que el capítol anterior, 3.5.

b) Càlcul a nivell de biga

A diferència de tots els anteriors casos, la primera ròtula plàstica i ruptura s'originen en la secció del punt d'aplicació de la càrrega. Així doncs la secció que arribarà en primer lloc al moment de plastificació de l'acer serà la del punt d'aplicació de la càrrega. La càrrega es pot augmentar fins arribar a la ruptura en aquesta secció.

Per determinar el diagrama de moments flectors, el diagrama de curvatures i el moment en l'encastament per a cada càrrega, s'ha utilitzat el mateix procés que el capítol anterior, 3.5.

Amb el diagrama de moments flectors es calcula el seu conjugat. Amb aquest es pot calcular la fletxa per cada càrrega i secció emprant el mètode de les diferències finites, capítol 2.4. Es pot observar l'esquema de la rutina en l'annex A i el codi en l'annex B.

3.7. Cas 7: Biga de formigó armat amb càrrega distribuïda

En l'últim cas es resol una biga contínua constituïda de FA, Figura 38, i les cinc diferents seccions al llarg de la biga contínua, Figura 29.

La càrrega aplicada és distribuïda al llarg de la biga, Figura 38. El càlcul de la biga s'aproxima més a un càlcul per a l'edificació i no per un assaig de laboratori com en els anteriors casos. Ja que aquestes càrregues s'utilitzen per el dimensionament d'estructures.

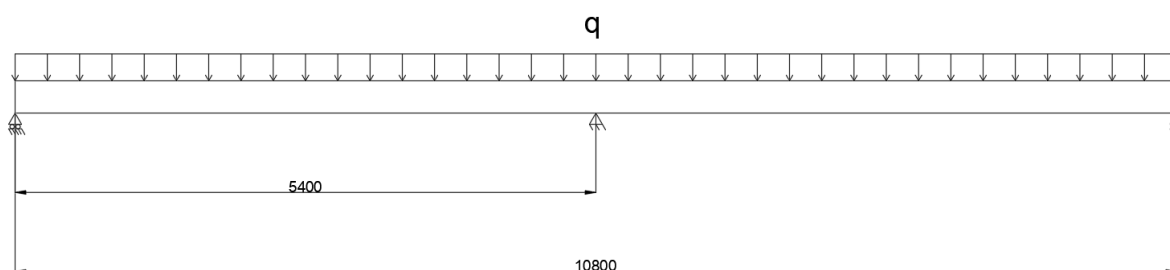


Figura 38: Configuració de la biga contínua per una càrrega distribuïda.

a) Càlcul a nivell seccional

A nivell seccional el càlcul per determinar els diagrames moment-curvatura fissurats per cada secció i el càlcul de la convergència de l'estadi elàstic al fissurat és idèntic al capítol 3.4.

b) Càlcul a nivell de biga

A nivell de biga, el càlcul del moment per a cada secció varia degut al canvi de tipologia de la càrrega. La biga segueix essent un sistema hiperestàtic, així doncs haurem de determinar el valor del moment en l'encastament emprant el mètode iteratiu de la bisecció i amb la verificació del tercer Teorema de Mohr. La fórmula per calcular el moment flector per a cada secció són les següents.

$$M(i, j) = \frac{P(j) * pos(i)}{2} * (L - pos(i)) + \frac{M_b(j) * pos(i)}{L} \quad (55)$$

Conegut el moment per cada secció i els diagrames de moment-curvatura, s'obté el diagrama de curvatures corresponent interpolant el moment flector de cada secció amb el diagrama moment-curvatura corresponent.

Per el càlcul de la fletxa s'utilitza el mètode de les diferències finites. El càlcul que s'ha de modificar és el de la reacció del recolzament esquerra de la biga contínua, expressió (56).

$$[R_a(i, j)] = \frac{[P(j)] * L^3}{24} - \frac{1}{6} * [M_b(j)] * L \quad (56)$$

Amb el diagrama de moments flexors es calcula el seu conjugat. Amb aquest es pot calcular la fletxa per cada càrrega i secció emprant el mètode de les diferències finites, capítol 2.4. Es pot observar l'esquema de la rutina en l'annex A i el codi en l'annex B.

4. ANÀLISI DE RESULTATS

En aquest capítol s'analitzen els resultats obtinguts a partir de les simulacions que s'han realitzat amb les rutines programades amb el programari Matlab. El procés d'anàlisi de resultats que es segueix comença per el diagrama de moments flectors i de curvatures. Es comprova que hi ha relació directe entre ells. Seguidament es comprova la relació entre el diagrama de curvatures i de la fletxa per cada secció i càrrega, i per últim es comenta el diagrama de càrrega-fletxa màxima.

Els rangs s'han elegit perquè s'arribi a la ruptura d'alguna secció de la biga contínua. Els increments són bastant grans, això afavoreix la comprensió dels resultats, ja que si fossin petits les línies dels diagrames es solapen i pot arribar a ser confús. Les rutines permeten variar fàcilment el rang i els increments de les càrregues.

4.1. Cas 1: Biga d'un sol material amb comportament lineal

S'ha simulat un vector de càrregues de 0 a 40 kN, amb un increment de 10 kN per simulació. Aquest rang i increment es pot modificar en la rutina.

4.1.1. Càlcul per el principi de superposició

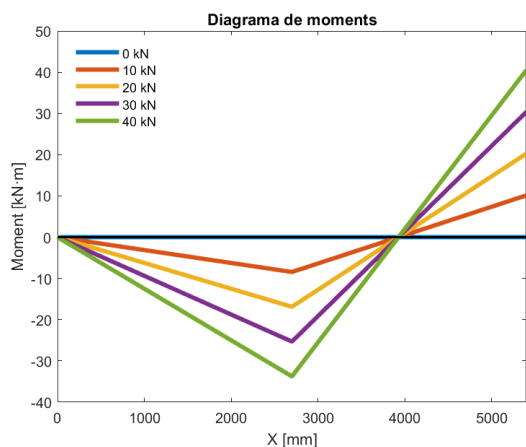


Figura 39: Diagrama de moments flectors, cas biga contínua d'un sol material amb comportament lineal.

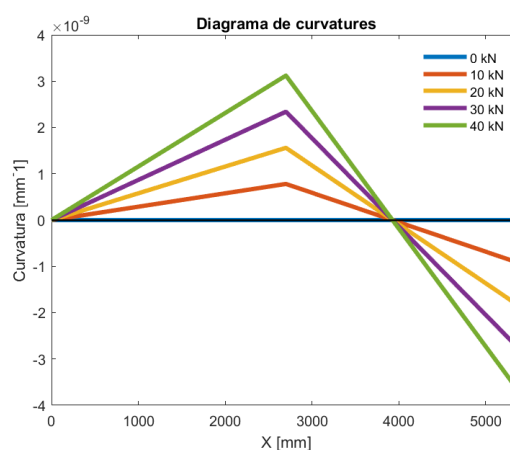


Figura 40: Diagrama de curvatures, cas biga contínua d'un sol material amb comportament lineal.

El diagrama de curvatures és de la mateixa forma que el de moments. Aquesta semblança és deguda a que la rigidesa és constant al llarg de la biga contínua.

Les curvatures juguen un paper important en el diagrama de fletxes, ja que en funció del signe de la curvatura la fletxa serà convexa o còncava. En el punt on la curvatura és zero, apareixerà

un punt d'inflexió en el diagrama de fletxes. En la següent figura podem observar el diagrama de fletxes.

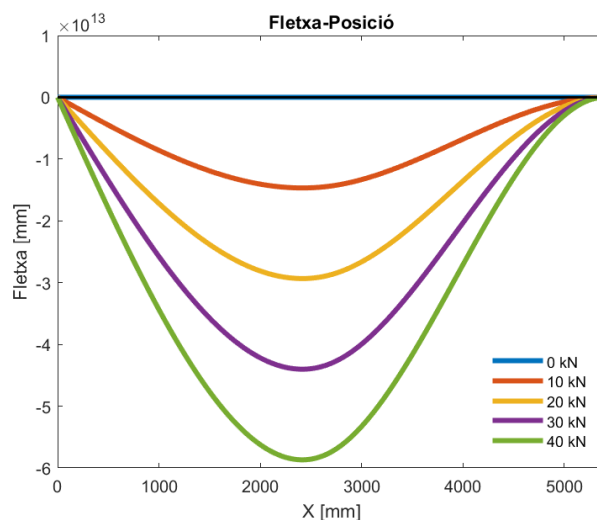


Figura 41: Diagrama de fletxes, cas biga contínua d'un sol material amb comportament lineal.

Així doncs s'observa que aproximadament en la longitud de 4 metres el diagrama de fletxes passa de convex a còncav. Justament la curvatura és zero en la longitud aproximada de 4 metres.

En el diagrama de fletxes, Figura 41, en l'encastament θ és zero. Es degut a la condició del tercer Teorema de Mohr. En la següent figura podem observar el diagrama de la fletxa màxima en funció de la càrrega.

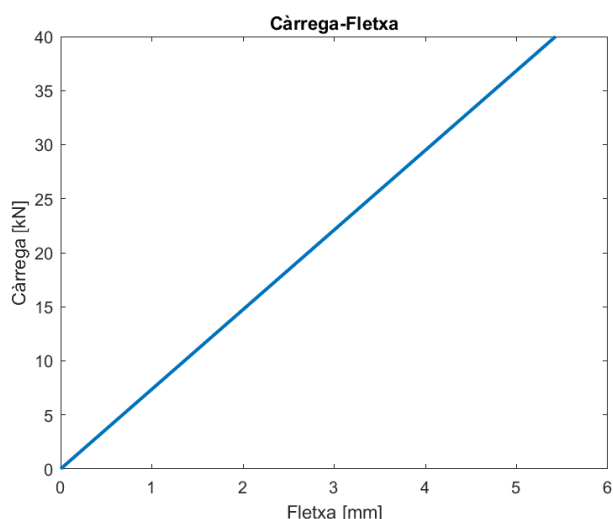


Figura 42: Diagrama càrrega-fletxa, cas biga contínua d'un sol material amb comportament lineal.

El diagrama tensió-deformació és una branca infinita lineal, ja que no es considera règim plàstic ni ruptura de secció. Les seccions sempre es troben en règim elàstic. En el diagrama

càrrega-fletxa de la Figura 42 es pot observar la linealitat de la biga contínua en la deformació. Al augmentar la càrrega augmenta linealment la fletxa màxima.

4.1.2. Càlcul a partir de les deformacions

Per realitzar la comprovació, el vector de càrregues és el mateix que el cas anterior, de 0 a 40 kN amb un increment de 10 kN per simulació. En la següent figura es pot observar el diagrama de moments flectors i curvatures.

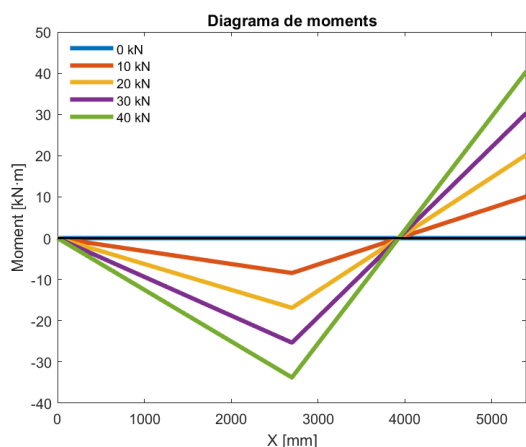


Figura 43: Diagrama de moments flectors, cas biga contínua d'un sol material amb comportament lineal per deformacions.

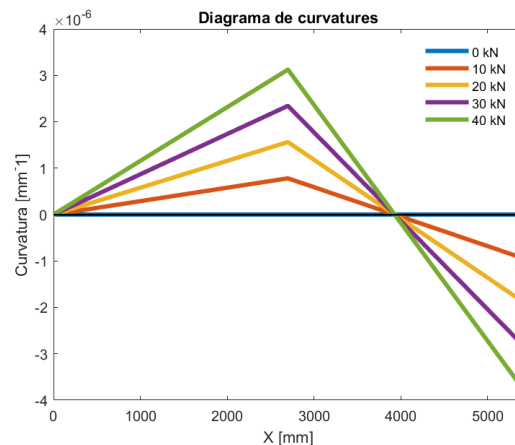


Figura 44: Diagrama de curvatures, cas biga contínua d'un sol material amb comportament lineal per deformacions.

Si s'observa el diagrama de moments flectors de la figura anterior i el de la Figura 40, els valors numèrics concorden. Així doncs el càlcul dels moments flectors, $M(i, j)$, per cada secció i càrrega obtingut mitjançant un vector de deformacions, el diagrama de moment-curvatura, el mètode de la bisecció i amb la comprovació del tercer Teorema de Mohr funciona correctament.

El diagrama de curvatures de la Figura 44 és idèntic al del cas anterior, Figura 39. El mètode per deformacions funciona correctament. En la següent figura s'observa el diagrama de fletxes.

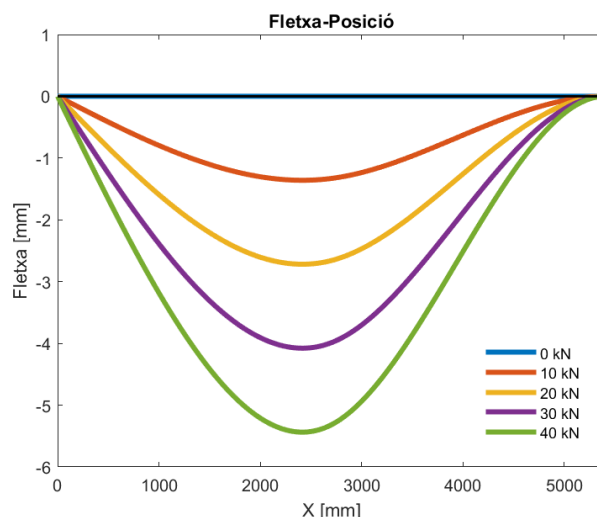


Figura 45: Diagrama de fletxes, cas biga contínua d'un sol material amb comportament lineal per deformacions.

El diagrama de fletxes també és idèntic al cas anterior, Figura 41, ja que si el diagrama de moments i curvatures són correctes, el mètode que s'utilitza per determinar la fletxa en ambdós casos és el mateix, així doncs el resultat ha de ser el mateix.

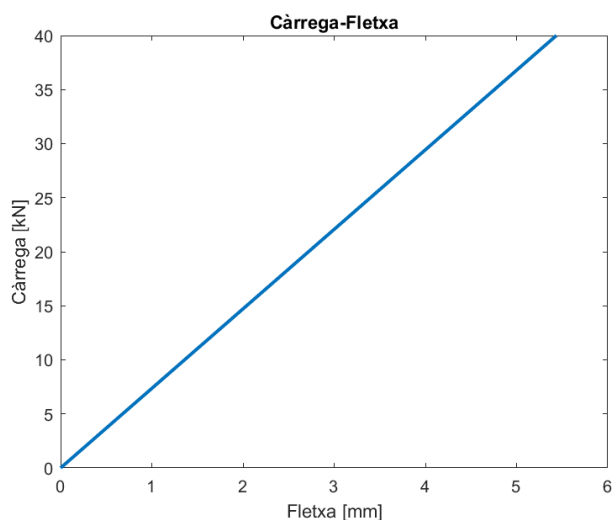


Figura 46: Diagrama càrrega-fletxa màxima, cas biga contínua d'un sol material amb comportament lineal per deformacions.

El diagrama càrrega-fletxa màxima de la Figura 46 és idèntic al cas anterior, Figura 42, ja que només es té en compte el règim elàstic.

Així doncs el mètode per deformacions amb la condició del tercer teorema de Mohr per determinar el diagrama de moments flectors i reaccions de la biga contínua funciona correctament.

4.2. Cas 2: Biga d'acer de perfil IPE amb comportament elasto-plàstic

Degut a que l'acer té un límit elàstic i una tensió última més elevada que el formigó hem d'augmentar el rang de càrregues per arribar a la ruptura de la biga. El rang elegit és de [0,300] kN amb uns increments de 50 kN. El diagrama de moments flectors resultant és el següent.

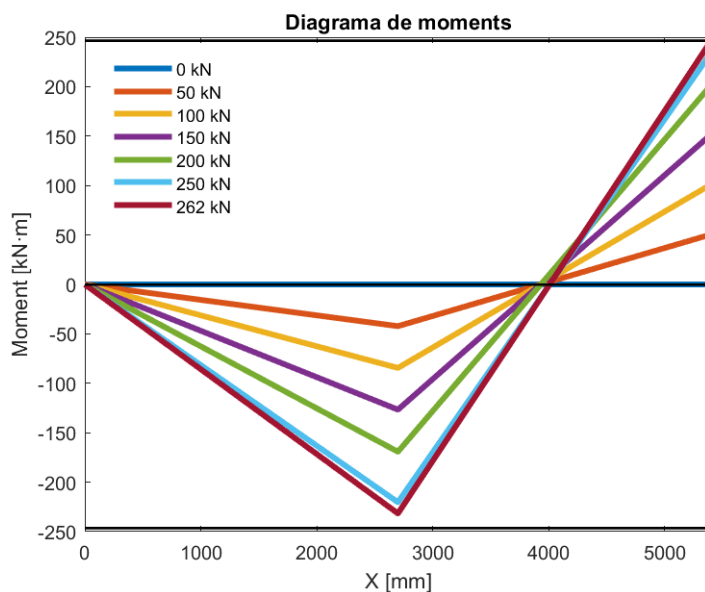


Figura 47: Diagrama de moments flectors, cas biga lineal IPE.

S'observa que en el diagrama de moments flectors, Figura 47, en el suport central de la biga continua s'arriba al moment últim abans que en el punt d'aplicació de la càrrega, per una càrrega de 262 kN. Les rectes negres horitzontals són els moments últims positius i negatius per a cada secció de la biga. Són constants degut a que la biga és d'un sol material i les seccions són simètriques respecte el seu eix horitzontal.

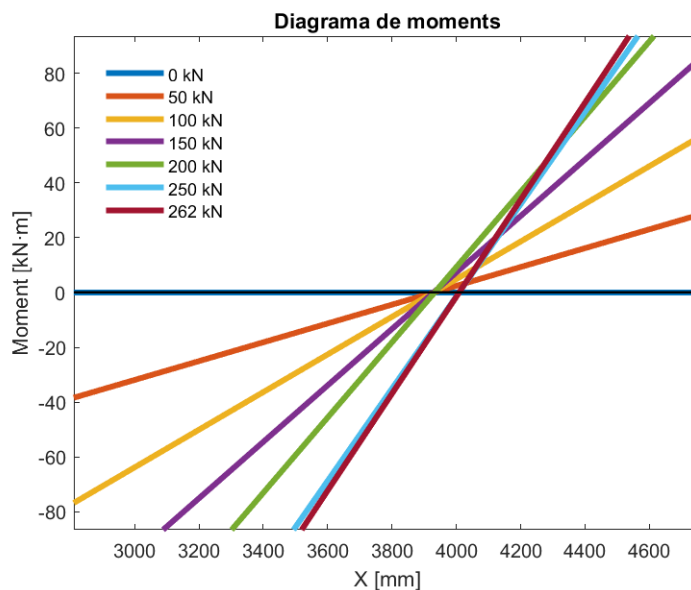


Figura 48: Vista al detall del diagrama de moments flexors en la secció de moment flector nul, cas biga lineal IPE.

En el diagrama detallat de moments flexors s'observa el punt on pivota el diagrama de moments flexors, $M(i, j) = 0$. Les rectes de les càrregues 250 i 262 kN, no tallen en la secció pivotant. Això és degut a que alguna secció de la biga ja ha arribat en el moment de plastificació i s'ha creat una o dues ròtules. En el diagrama de curvatures, Figura 49, es pot determinar la creació de ròtules plàstiques.

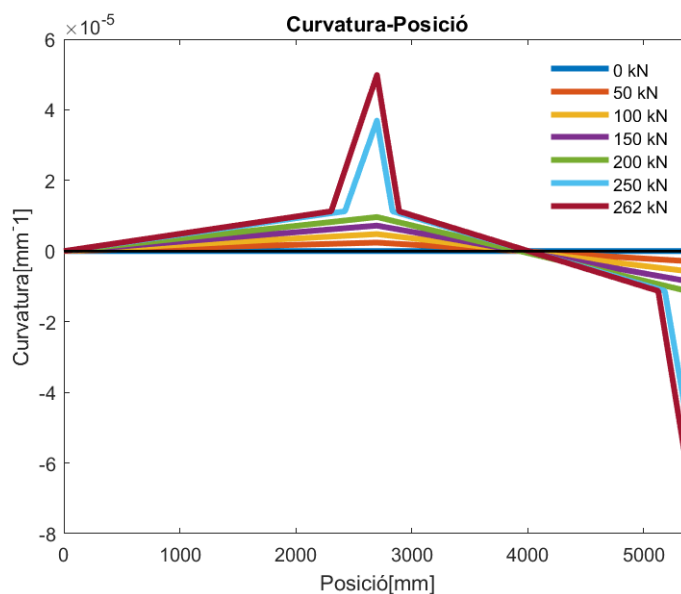


Figura 49: Diagrama de curvatures, cas biga lineal IPE.

En el diagrama de curvatures, Figura 49, s'aprecia que per la càrrega aplicada de 200 kN s'acaba de formar la primera ròtula plàstica en el recolzament central de la biga contínua. Seguidament per una càrrega de 250 kN ja hi ha dues ròtules plàstiques, la del recolzament del centre de la biga contínua i en el punt d'aplicació de la càrrega. I finalment, com s'ha comentat anteriorment, la secció en el recolzament central de la biga contínua trenca per una càrrega de 262 kN.

En la plastificació, el diagrama de curvatures varia el pendent, però segueix essent un tram rectilini, o sigui, manté la linealitat en la seva deformació plàstica.

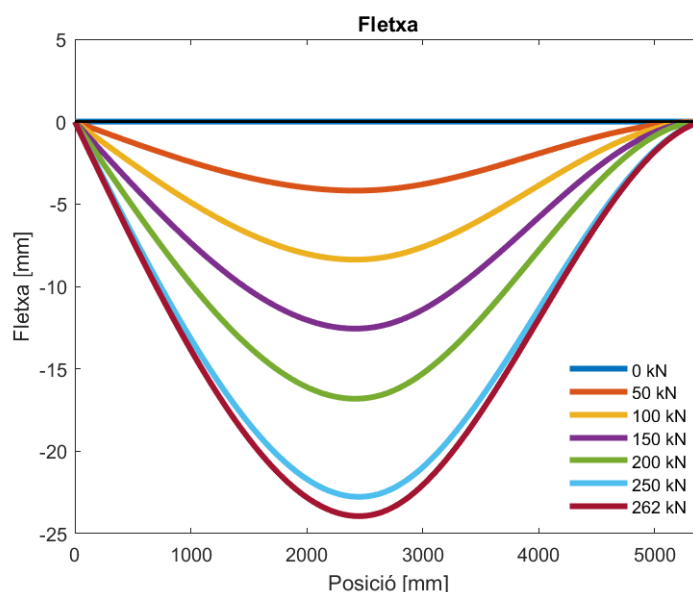


Figura 50: Diagrama de la fletxa, cas biga lineal IPE.

En la Figura 50 s'observa que el canvi de signe de les curvatures genera un punt d'inflexió en el diagrama de les fletxes, com en els casos anteriors. S'aprecia que l'augment de la fletxa màxima entre les corbes de 200 i 250 kN és major, que per càrregues menors, degut a la plastificació. També s'observa que en la corba de 200, 250 i 262 kN ja els angles abans del recolzament central són majors i adopten una corba diferent que per els casos en que l'acer està en règim elàstic. Per càrregues majors a 262 kN, quan la secció trenca, no és manté la condició de la tercera llei de Mohr.

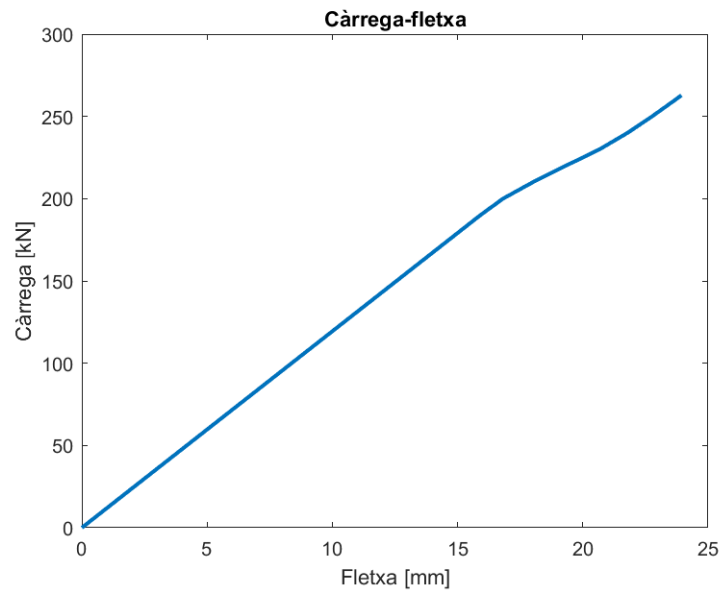


Figura 51: Diagrama càrrega-fletxa màxima, cas biga lineal IPE.

En la Figura 51 s'aprecia el comportament deformacional de la biga al augmentar la càrrega. El primer tram de pendent constant, és el rang de càrregues on encara no ha plastificat cap secció. El segon tram del pendent, entre els 200-262 kN, ja s'ha creat la ròtula en l'encastament i seguidament es crea la segona ròtula plàstica en el punt d'aplicació de la càrrega. Com ja s'ha comentat, el punt final del diagrama hi ha la ruptura de la secció en el recolzament central de la biga contínua.

4.3. Cas 3: Biga de formigó armat amb secció fissurada

En el present cas s'analitzen els resultats del cas de la biga de FA amb secció fissurada. El rang elegit per a la simulació és de 0 a 50 kN, amb uns increments de 10 kN. El diagrama de moments flectors resultant és el següent.

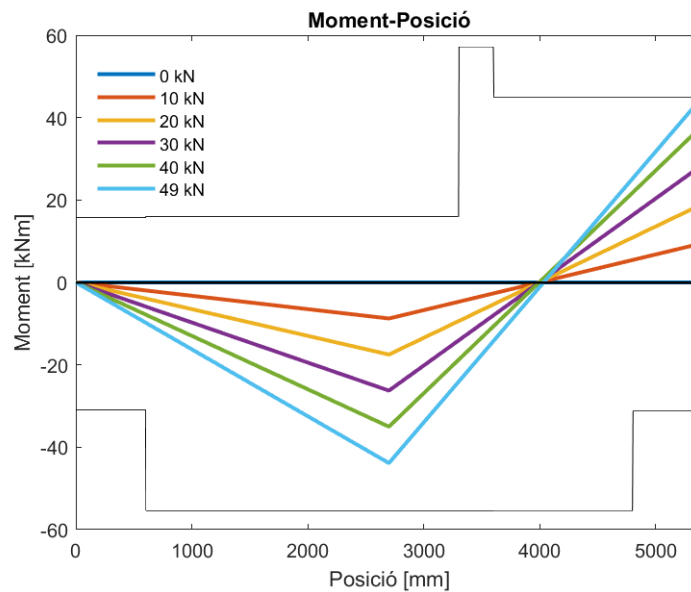


Figura 52: Diagrama de moments flectors, cas biga FA secció fissurada.

S'observa que en el diagrama de moments flectors, Figura 52Figura 47, en el suport central de la biga contínua s'arriba al moment últim abans que en el punt d'aplicació de la càrrega, per una càrrega de 49 kN. Les rectes negres horitzontals són els moments últims positius i negatius per a cada secció de la biga. La biga de FA compta de 5 armats diferents al llarg de la seva longitud, així que hi ha diferents moments últims, positius i negatius, per a cada tipologia de secció.

El punt respecte el que pivota el diagrama de moments flectors no s'aprecia gaire bé en el diagrama de la Figura 52. Així doncs s'ha realitzat un diagrama de detall per poder observar exactament el que passa en el punt de pivot.

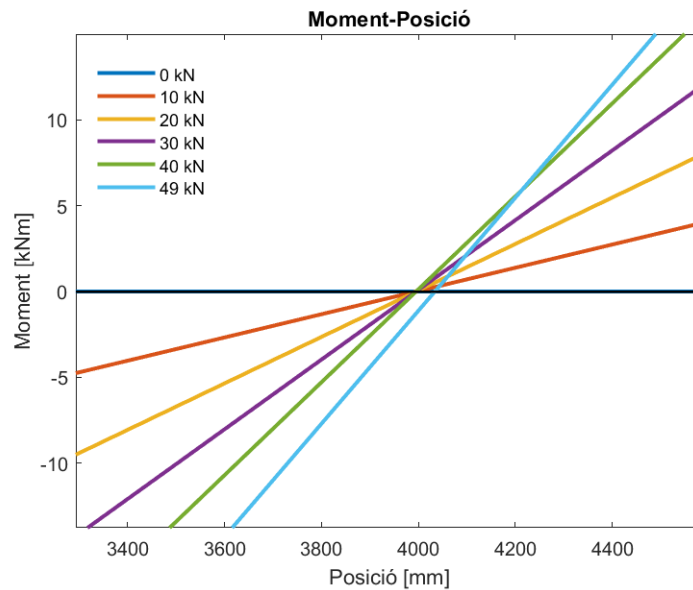


Figura 53: Detall del diagrama de moments flectors, cas biga FA amb secció fissurada.

En la Figura 53, s’observa el detall del punt de pivot del diagrama de moments flectors. Tal i com passava en l’anterior apartat, biga amb perfil IPE d’acer, observem que la recta de 49 kN no passa per el punt de on pivoten la resta de les rectes. Es sap que per a 49 kN la secció en el recolzament central de la biga es trenca, prèviament entre 40 i 49 kN en alguna secció hi ha hagut plastificació de l’acer abans de la ruptura del formigó a compressió. Aquest fet s’apreciarà en el diagrama de càrrega-fletxa màxima de la Figura 56.

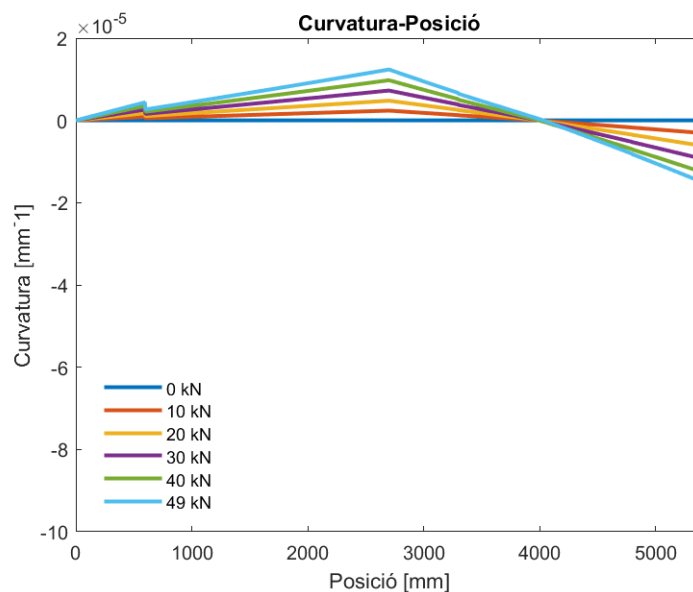


Figura 54: Diagrama de curvatures, cas biga FA secció fissurada.

En el diagrama de curvatures, Figura 54, per la càrrega que hi ha hagut la ruptura, les seccions del seu voltant han plastificat. Per cap altre càrrega a plastificat cap secció. S'observen uns canvis sobtats de curvatura, aquests són degut al canvi d'armat de la biga de FA.

En la plastificació, el diagrama de curvatures ja no és rectilini, si no que està regit per un comportament corb degut a la no-linealitat en el seu comportament deformacional. No plastifica cap secció per a moments positius.

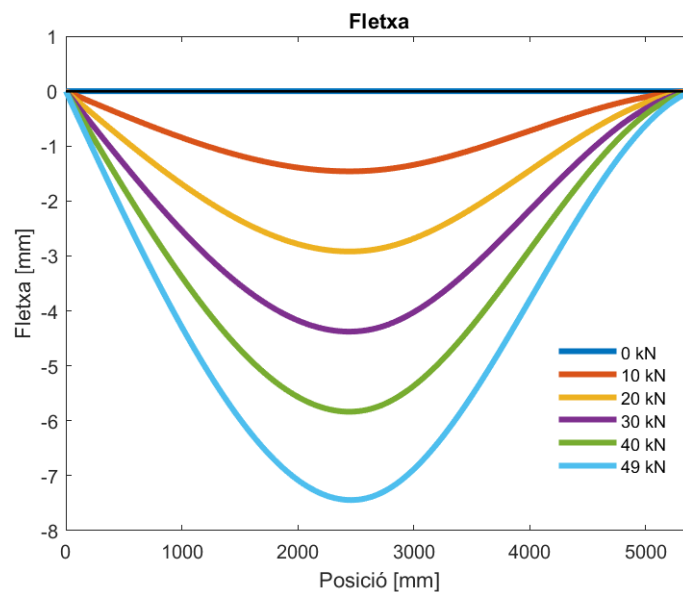


Figura 55: Diagrama de la fletxa, cas biga FA secció fissurada.

En el diagrama de fletxes, Figura 55, s'observa que per la càrrega de 49 kN l'angle abans del recolzament central és més pronunciat que per a la resta de càrregues. Això és degut a la plastificació de l'acer de les seccions que es troben al voltant del recolzament. L'increment de la fletxa és major quan l'acer d'alguna secció de la biga ha plastificat.

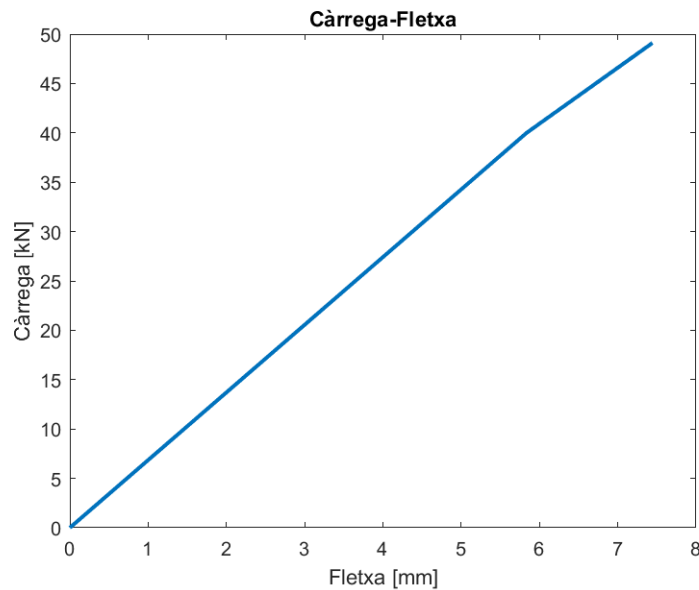


Figura 56: Diagrama de càrrega-fletxa màxima, cas biga FA secció fissurada.

En el diagrama càrrega-fletxa màxima, Figura 56, s'observa que apareixen dos pendents diferents. El primer pendent és quan l'armat de tota la biga treballa elàsticament. S'observa un canvi de pendent a uns 41 kN. A partir d'aquesta càrrega, l'acer de les secció en el suport central de la biga contínua comença a plastificar. Fins arribar a una càrrega de 49 kN on el formigó de la secció trenca a compressió.

4.4. Cas 4: Biga de formigó armat

En el present cas s'analitzen els resultats del cas de la biga de FA. El rang elegit per a la simulació és de 0 a 50 kN, amb uns increments de 10 kN, tal i com l'apartat anterior. El diagrama de moments flectors resultant és el següent.

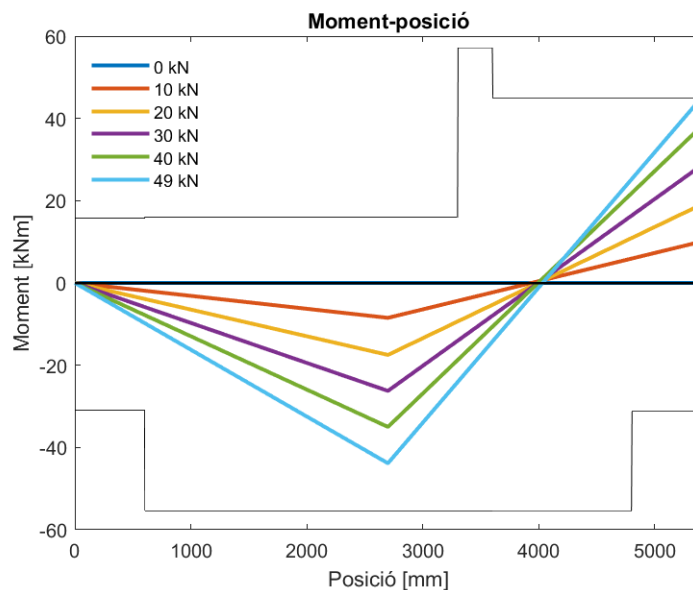


Figura 57: Diagrama de moments flectors, cas biga FA.

El diagrama de moments flectors de la Figura 57 sembla idèntic al cas anterior de la biga de formigó armat amb secció fissurada de la Figura 52. Ja que la secció del suport central trenca a 49 kN igual que l'anterior cas i els moments últims són els mateixos ja que la biga de FA és idèntica. Els moments últims segueixen prenent els mateixos valors màxims, independentment del règim elàstic. Aquest té una relació directa amb la deformació per a càrregues inferiors a arribar al moment de fissuració.

En el diagrama de detall del diagrama de moments flectors de la Figura 58 s'observa que el diagrama de moments flectors segueix pivotant respecte el mateix punt. Però per la càrrega de 10 kN talla més a l'esquerra del pivot i per el de 49 kN talla més a la dreta, com en l'anterior cas.

La càrrega de 10 kN talla més a l'esquerra degut a que les seccions de la biga es troben dins la paràbola del formigó, o sigui, el formigó encara no ha fissurat. Per la resta de càrregues el formigó ja ha fissurat en alguna secció de la biga. Per la càrrega de 49 kN succeix el mateix que en l'anterior apartat.

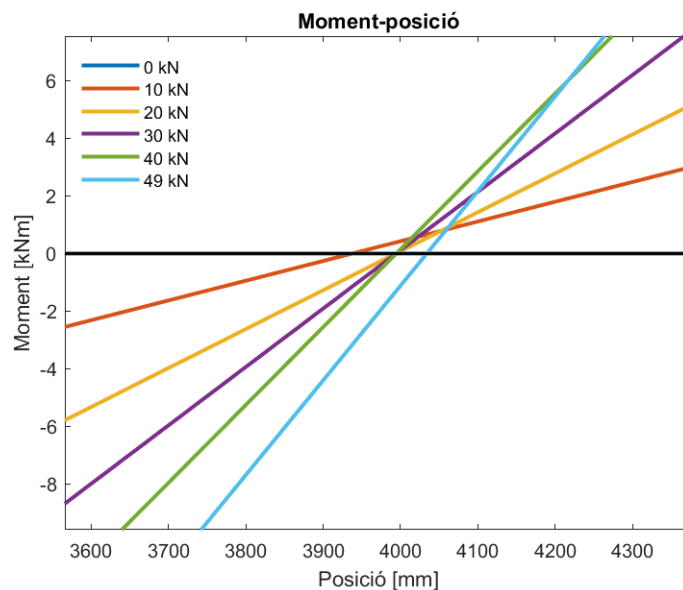


Figura 58: Detall del diagrama de moments flectors, cas biga FA.

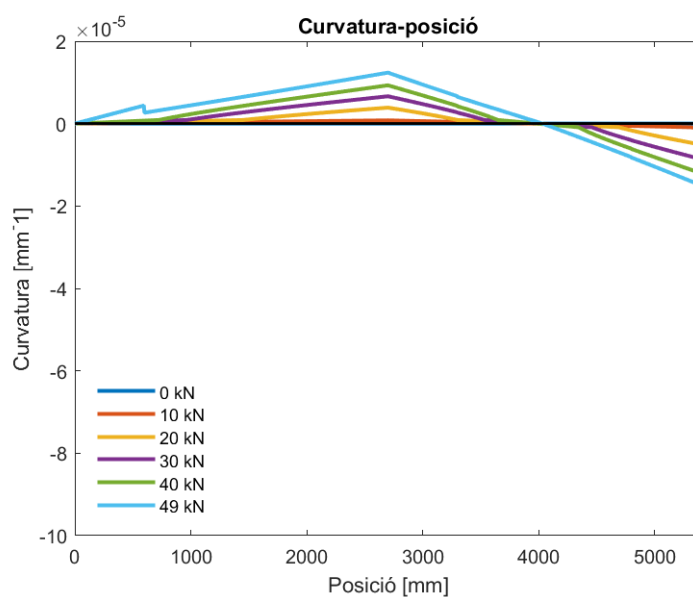


Figura 59: Diagrama de curvatures, cas biga FA.

El diagrama de curvatures de la Figura 59 s'observa que les seccions abans del recolzament central es troben en règim plàstic de l'acer, degut a la corba que descriu la càrrega de 49 kN en el diagrama de curvatures. S'aprecien canvis respecte el diagrama del cas fissurat. Hi ha menys canvis sobtats de curvatures. Aquest fet el provoca la consideració de que el formigó encara no ha fissurat. O sigui, per moments flectors petits el formigó treballa a tracció juntament amb l'armat, Així doncs, el canvi de secció no és tant bruscat com en el cas de secció fissurada. En la següent figura s'observa una part de diagrama on només ha fissurat les seccions per la càrrega de 49 kN.

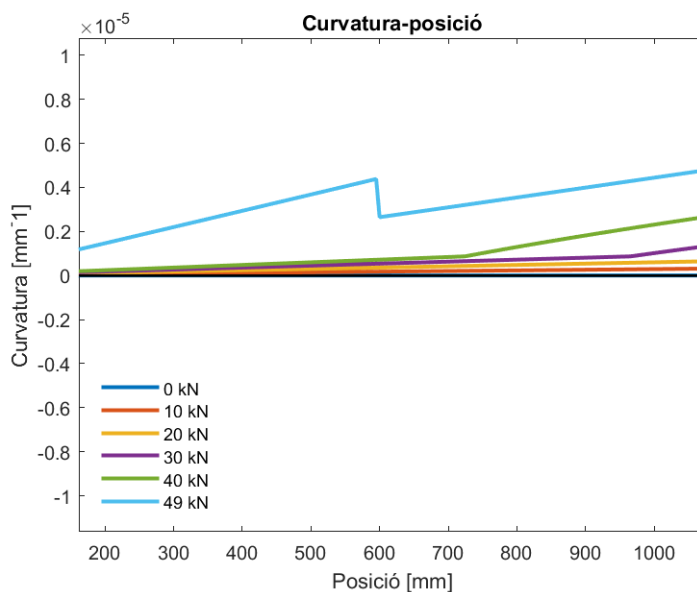


Figura 60: Detall del diagrama de curvatures, cas biga FA.

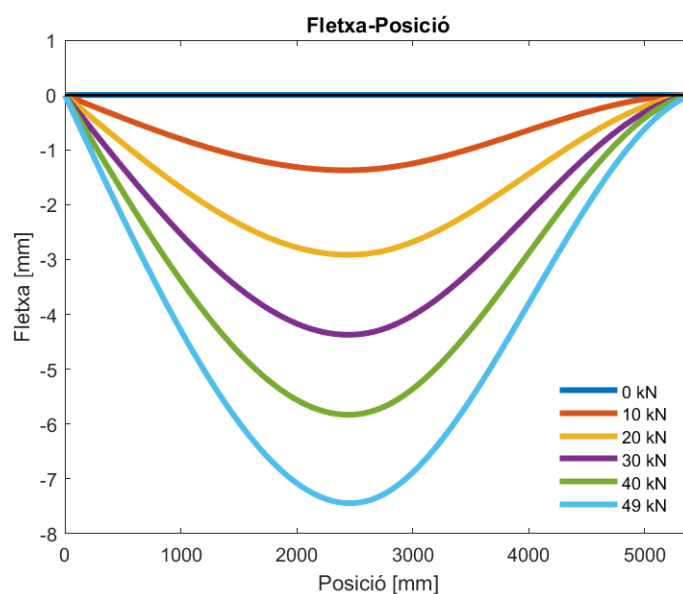


Figura 61: Diagrama de la fletxa, cas biga FA

En el diagrama de fletxes, Figura 61Figura 55, s'observa que per la càrrega de 49 kN l'angle abans del recolzament central és més pronunciat que per a la resta de càrregues. Això és degut a la plastificació de l'acer de les seccions que es troben al voltant del recolzament. L'increment de la fletxa és major quan l'acer d'alguna secció de la biga ha plastificat. En aquest diagrama no s'aprecia que per les bigues en el règim elàstic, la fletxa augmenta menys que en estat fissurat.

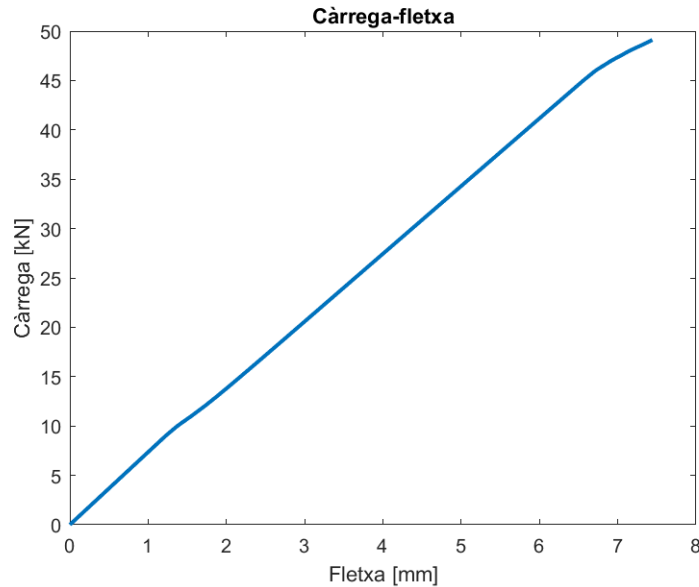


Figura 62: Diagrama de càrrega-fletxa màxima, cas biga FA

En la Figura 62, el primer pendent, del diagrama càrrega-fletxa màxima, és el de l'estat elàstic, on tota la secció es troba en règim elàstic. Aproximadament per una càrrega de 10 kN s'aprecia un petit canvi de pendent, el formigó a tracció ha fissurat. Per una càrrega d'uns 45 kN plastifica l'armat a tracció de la secció en l'encastament. I per a una càrrega de 49 kN la secció en el recolzament central de la biga contínua trenca.

4.5. Cas 5: Biga de formigó armat reforçada amb material compost (FRP)

En el present cas s'analitzen els resultats del cas de la biga de FA reforçada amb material compost en la secció 2 per a moments positius i en la secció 5 per a moments negatius. El rang elegit per a la simulació és de 0 a 90 kN, amb uns increments de 10 kN. El diagrama de moments flectors resultant és el següent.

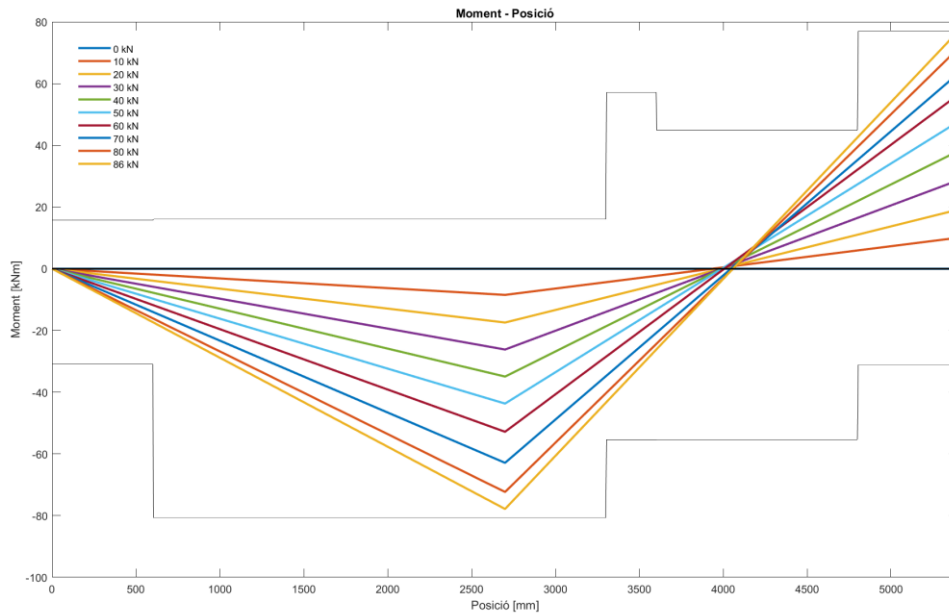


Figura 63: Diagrama de moments flectors, cas biga FA reforçada amb FRP.

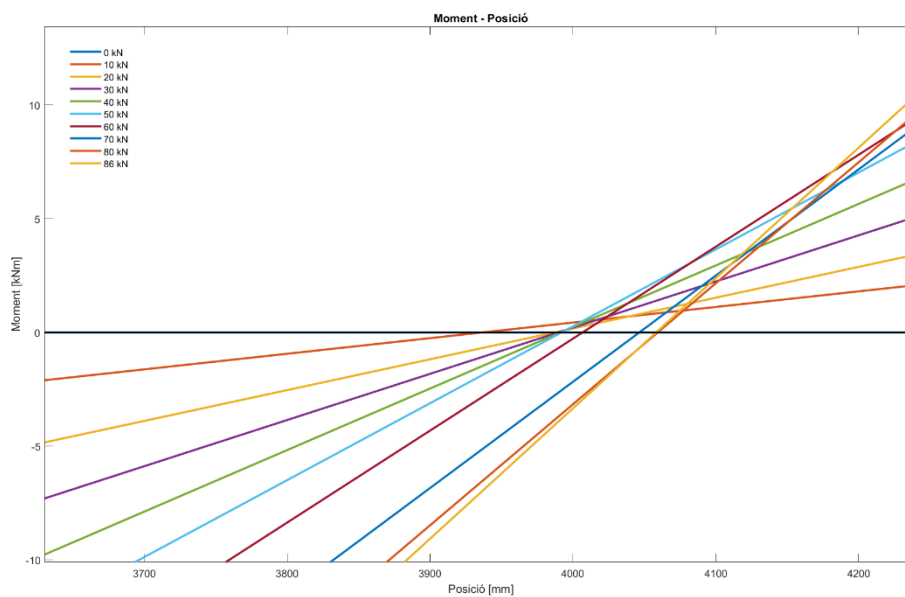


Figura 64: Detall del diagrama de moments flectors, cas biga FA reforçada amb FRP

En el diagrama de la Figura 63 sembla de la mateixa forma que el diagrama de la biga de FA, Figura 57. La diferència és que en les seccions on hi havia els moments flectors més elevats hi hem afegit FRP, d'aquesta forma el seu moment últim augmenta. De la mateixa forma l'estadi de la plastificació de l'acer s'allarga degut al FRP, en el diagrama de curvatures de la Figura 65 s'observa que l'etapa de la plastificació de les seccions s'allarga.

La secció que trenca és la del recolzament central de la biga contínua, per una càrrega de 86 kN, tal i com s'observa en la Figura 63.

En el diagrama de moments flectors detallat s'observa que per una càrrega de 10 kN encara ens trobem en règim elàstic, ja que la recta de la càrrega passa per l'esquerra del pivot. Per les càrregues de 60, 70 i 80 kN l'armat a tracció de les seccions plastifica en el recolzament central o del punt d'aplicació de la càrrega, ja que es troben per la dreta del pivot. La càrrega de 86 kN també passa per l'esquerra del pivot, ja que ha trencat la secció del recolzament central, però les del seu voltant han arribat a la plastificació de l'armat a tracció.

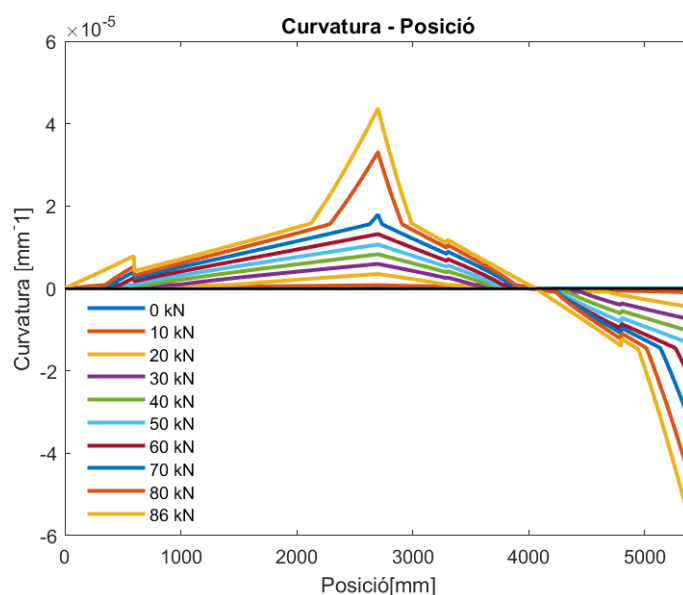


Figura 65: Diagrama de curvatures, cas biga FA reforçada amb FRP.

Per el diagrama de curvatures, Figura 65, el règim plàstic en les seccions amb FRP adopta un comportament lineal degut al FRP. Aquest té un comportament deformacional sempre elàstic fins a la seva ruptura. Aquest fenomen s'observa en els pics de la curvatura màxima negativa i positiva. Que en els anteriors casos adoptava un comportament curvilini, quan l'acer de l'armat plastificava. És el primer cas de l'estudi que s'arriba a la plastificació de l'acer en les seccions del centre de la llum de la biga.

En la Figura 65 es torna a apreciar els canvis de curvatura sobtats degut al canvi de l'armat al llarg de la biga.

Tal i com hem dit anteriorment, la càrrega de 60 kN és la primera en que es plastifica l'acer de l'armat a tracció de les seccions al voltant del recolzament central de la biga contínua. La càrrega de 70 kN és la primera de plastificar l'acer del punt d'aplicació de la càrrega.

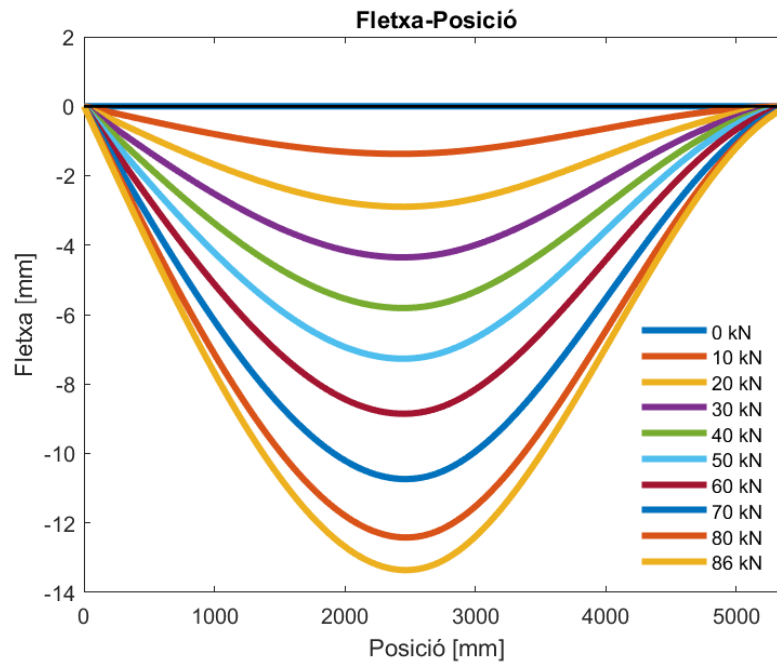


Figura 66: Diagrama de la fletxa, cas biga FA reforçada amb FRP.

En l'anterior figura s'observa el diagrama de la fletxa. Els diagrames són bastant iguals als de la biga de FA de l'apartat 4.4. Les seccions afectades per càrregues que generin un moment flector inferior al de fissuració estan dins el règim elàstic. Des de l'instant en que plastifica l'acer de l'armat a tracció d'alguna secció, la fletxa màxima augmenta més ràpid per cada increment de càrrega, fins arribar a la ruptura. Aquest fenomen s'observa millor en el diagrama càrrega-fletxa màxima de la Figura 67.

L'angle de les seccions al voltant del recolzament central, quan plastifica l'acer, augmenta l'angle, fins arribar a la ruptura, on ja no es complirà el tercer teorema de Mohr.

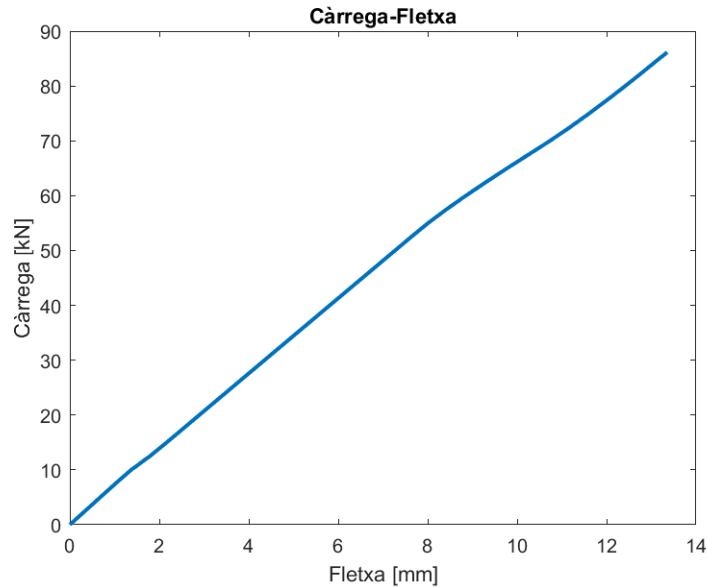


Figura 67: Diagrama de càrrega-fletxa màxima, cas biga FA reforçada amb FRP.

El diagrama de la Figura 67 és el de la càrrega-fletxa màxima. S'observa altre vegada el règim elàstic fins a una càrrega de 10 kN, seguidament el comportament de la secció amb fletxa màxima on el formigó ha fissurat, i per últim el tercer pendent, a partir d'uns 60 kN l'acer de l'armat inferior plastifica fins que finalment la secció trenca. En cada tram el pendent disminueix lleugerament, això afavoreix a que la fletxa augmenti més ràpidament.

4.6. Cas 6: Biga de formigó armat reforçada amb material compost (FRP) en el suport central

En el present cas s'analitzen els resultats del cas de la biga de FA reforçada amb material compost en la secció 5 per a moments negatius. El rang elegit per a la simulació és de 0 a 70 kN, amb uns increments de 10 kN. El diagrama de moments flectors resultant és el següent.

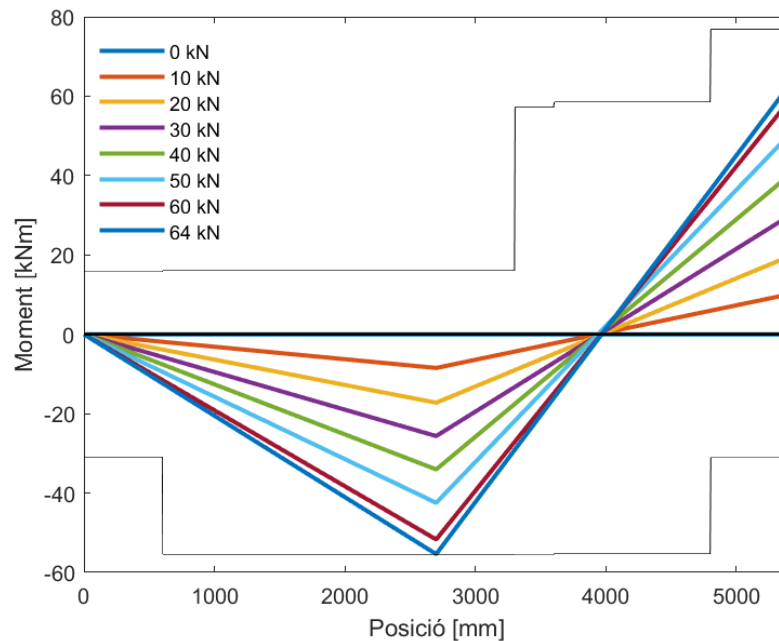


Figura 68: Diagrama de moments flectors, cas biga FA reforçada amb FRP en la secció 5 per moments negatius.

En la Figura 68 s'observa el diagrama de moments flectors del present cas. El moment últim en el recolzament central de la biga contínua és bastant més elevat al de del punt d'aplicació de la càrrega. Això es degut al material compost afegit en la secció de tipologia 5.

És el primer cas on la ruptura apareix en la secció del punt d'aplicació de la càrrega, per una càrrega de 64 kN. Per a la càrrega de 10 kN succeeix el mateix que en els anteriors casos, la seva recta talla l'eix per l'esquerra del pivot, degut a que el formigó encara no ha fissurat a tracció. I per les càrregues on hagi plastificat l'acer de l'armat a tracció d'alguna de les seccions de la biga, la seva recta del diagrama de moments tallarà per la dreta del pivot.

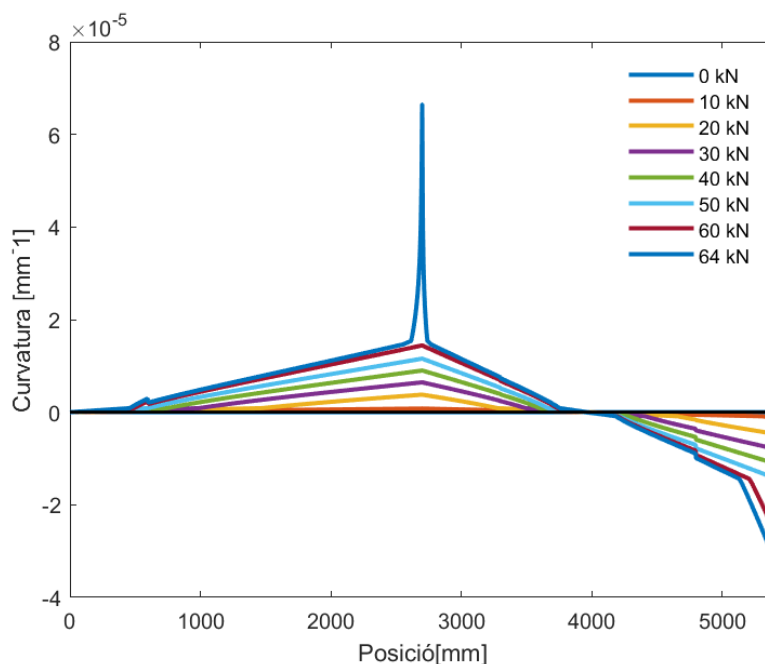


Figura 69: Diagrama de curvatures, cas biga FA reforçada amb FRP en la secció 5 per moments negatius.

En el diagrama de curvatures, Figura 69, s'observa que per curvatures positives en plasticació de l'acer de l'armat a tracció, adopta una forma curvilínia per una càrrega de 64 kN. En canvi per el règim plàstic de l'acer en curvatures negatives manté la linealitat degut al comportament elàstic del FRP, per càrregues de 60 i 64 kN. Per 60 kN, l'acer de l'armat de les seccions properes al recolzament central de la biga contínua ja han plasticat, però la curvatura adopta un comportament lineal degut al material compost. Tampoc trenca ja que l'FRP ha fet augmentar considerablement el seu moment últim.

En el diagrama de la fletxa, Figura 70 Els diagrames són similars als de la biga de FA reforçada amb material compost de l'apartat 4.5. Les seccions afectades per càrregues que generin un moment flector inferior al de fissuració es troben dins el règim elàstic. Des de l'increment de càrrega en que plasticifica l'acer de l'armat a tracció d'alguna secció, la fletxa màxima augmenta més ràpid per cada increment de càrrega, fins arribar a la ruptura. Aquest fenomen s'observa millor en el diagrama càrrega-fletxa màxima de la Figura 71.

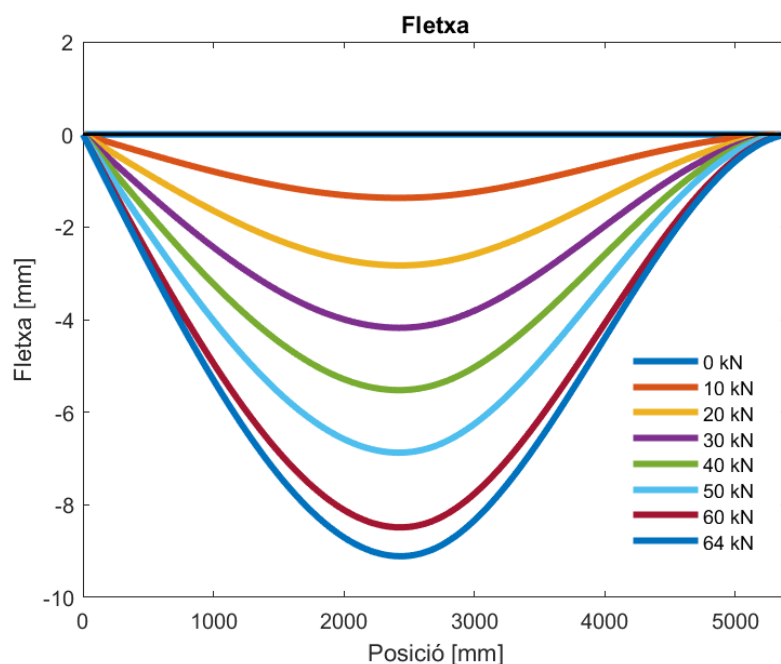


Figura 70: Diagrama de la fletxa, cas biga FA reforçada amb FRP en la secció 5 per moments negatius.

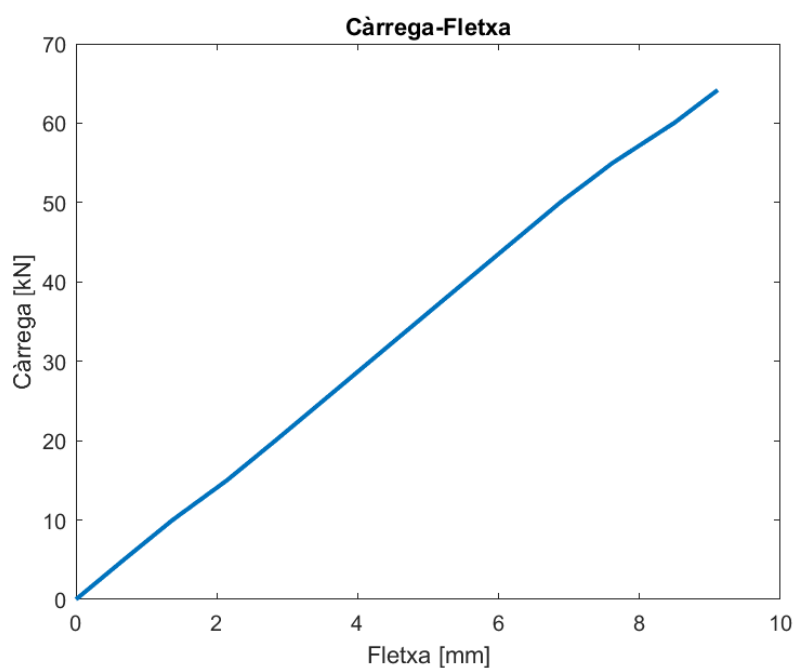


Figura 71: Diagrama de càrrega-fletxa màxima, cas biga FA reforçada amb FRP en la secció 5 per moments negatius.

El diagrama de la Figura 71Figura 67 és el de la càrrega-fletxa màxima. S'observen les mateixes etapes que en l'apartat anterior. Per una càrrega de 10 kN el formigó encara no ha fissurat. A partir de 55 kN l'acer de l'armat de la secció en el recolzament de la biga contínua ha plastificat. Fins que arriba al trencament per una càrrega de 64 kN.

4.7. Cas 7: Biga de formigó armat amb càrrega distribuïda

En el present cas s'analitzen els resultats del cas de la biga de FA amb una càrrega distribuïda. El rang elegit per a la simulació és de 0 a 13 kNm, amb uns increments de 3 kNm. El diagrama de moments flectors resultant és el següent.

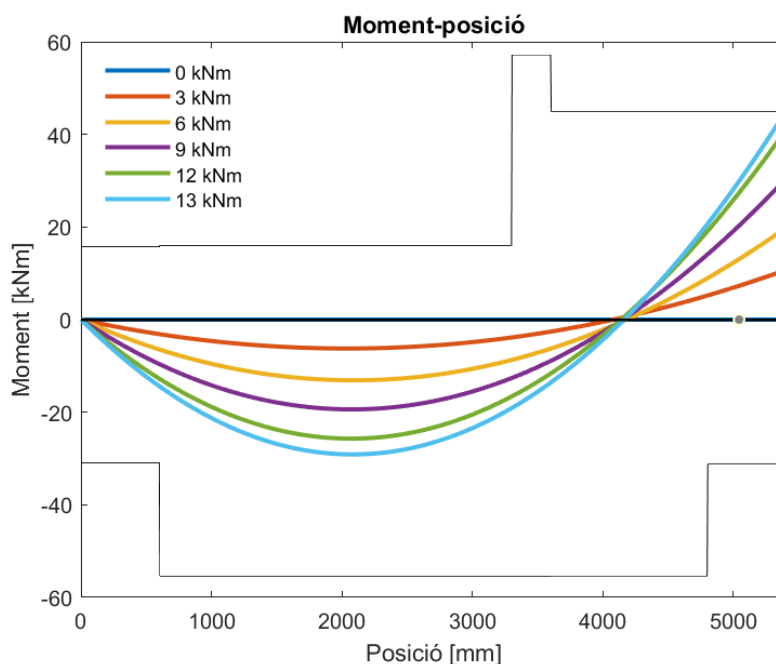


Figura 72: Diagrama de moments flectors, cas biga FA amb càrrega distribuïda.

En la Figura 72 s'observa el diagrama de moments flectors del present cas. Els moments últims són idèntics que els dels apartats 4.3 i 4.4, ja que la biga de FA és la mateixa. Al estar afectada per una càrrega distribuïda el diagrama de moments flectors adopta la forma d'una corba de grau 2. El formigó a compressió trencarà en la secció en el recolzament central de la biga contínua per una càrrega de 13 kNm. Aquesta passaria per la dreta del punt on pivoten les altres corbes que no tenen seccions on l'acer de l'armat a tracció ha plastificat. La corba de 3 kNm passa lleugerament per l'esquerra del pivot degut a que es troba en el règim elàstic, el formigó a tracció encara no ha fissurat.

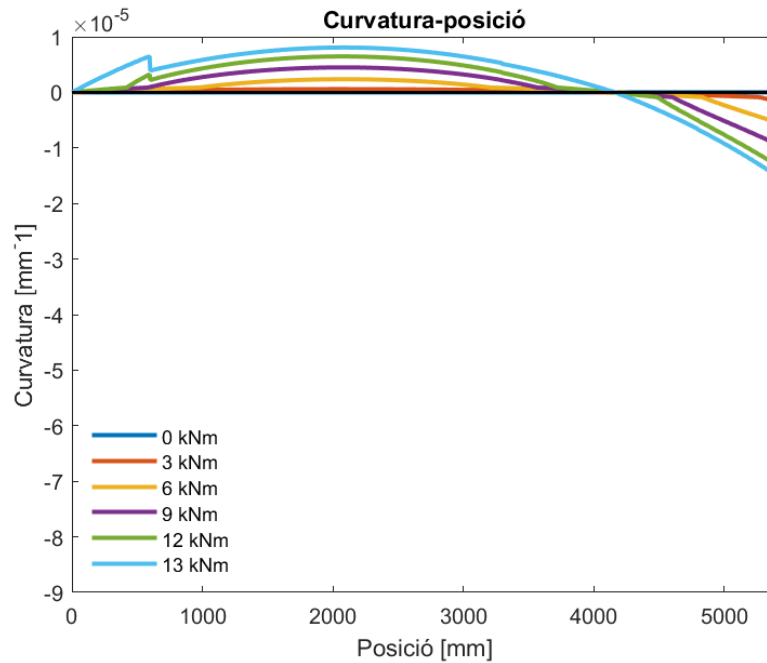


Figura 73: Diagrama de curvatures, cas biga FA amb càrrega distribuïda.

El diagrama de curvatures, Figura 73, adopta un comportament curvilini d'ordre 2, per deformacions elàstiques i a diferència de les deformacions plàstiques. S'observa que la corba de 13 kNm, l'acer de l'armat a tracció de les seccions properes al recolzament central ha plastificat, i just en el recolzament central de la biga contínua la secció trenca a compressió del formigó.

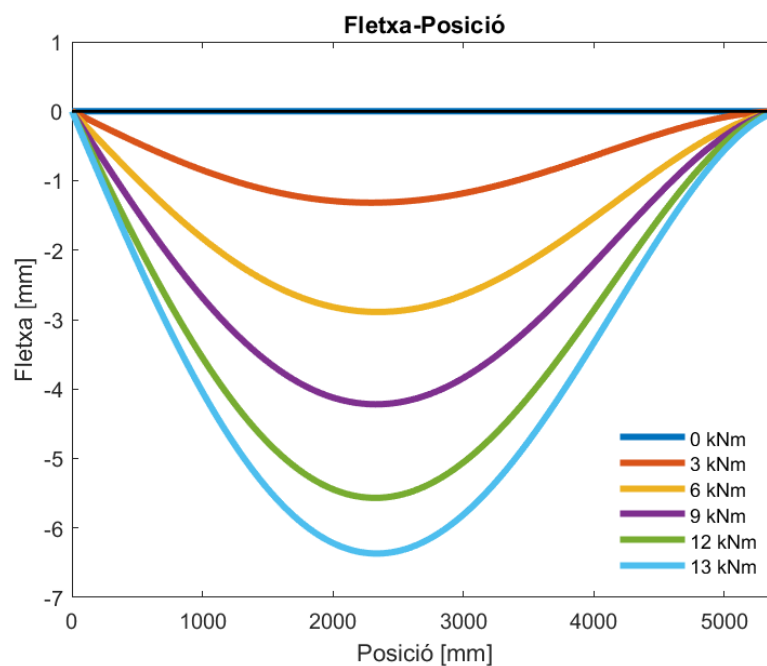


Figura 74: Diagrama de la fletxa, cas biga FA amb càrrega distribuïda.

El diagrama de la fletxa, Figura 74 s'aprecia menys la concavitat i convexitat degut a la càrrega distribuïda. Es manté la condició del 3er Teorema de Mohr, fins que passem la càrrega de 13 kNm, la secció en el recolzament central de la biga contínua haurà trencat.

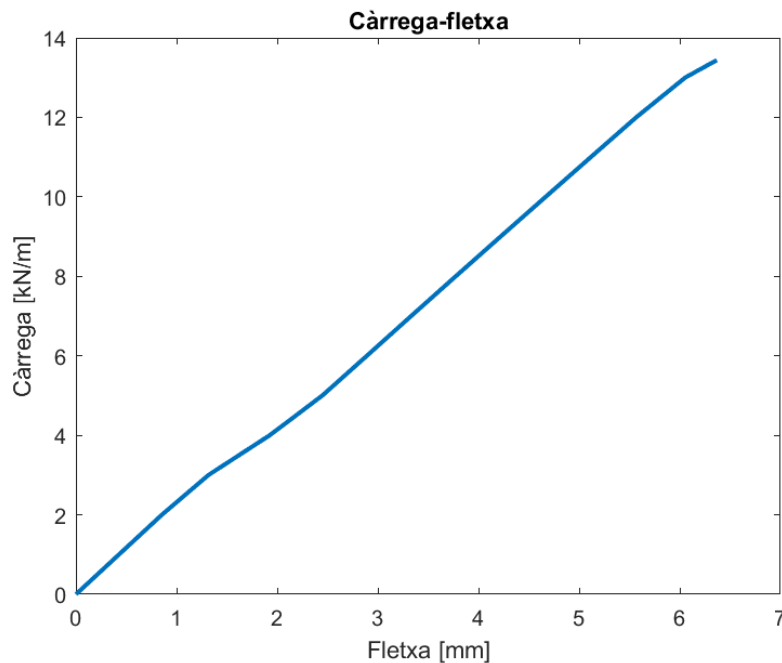


Figura 75: Diagrama de càrrega-fletxa màxima, cas biga FA amb càrrega distribuïda.

En el diagrama de càrrega-fletxa màxima, Figura 75, s'observa de nou el règim elàstic fins a una càrrega de 3 kNm aproximadament. A partir de d'uns 13 kNm l'acer plastifica i abans d'arribar als 14 kNm el formigó trenca a compressió.

5. RESUM DEL PRESSUPOST

La valoració econòmica de l'estudi és de catorze mil cent cinquanta-set euros.

Es pot trobar el pressupost detallat en l'Annex C.

6. CONCLUSIONS

En primer lloc s'ha aconseguit programar tots els codis numèrics capaços de solucionar els diversos casos plantejats en l'abast de l'estudi. Aquests són capaços de determinar la càrrega per la qual una biga contínua de dos trams i amb dues càrregues puntuals trenca. Els codis s'han programat de forma que siguin fàcilment adaptables a diferents propietats dels materials, geometria de cada secció i de la biga, valors i tipus de càrrega, etc.

A nivell de biga s'ha implementat el càlcul numèric per solucionar l'estàtica d'una biga contínua hiperestàtica de dos trams. S'han explicat diferents mètodes de càlcul de zeros de forma aproximada i s'ha implementat en les simulacions per convergir a la solució desitjada. La condició que s'imposa en les simulacions per trobar el moment flector en el suport central de la biga contínua és el tercer teorema de Mohr, el qual s'ha demostrat que es pot utilitzar tant en règim elàstic com plàstic.

A nivell de seccional s'ha resolt els diferents diagrames de moment-curvatura, suposant diferents tipus de secció (secció d'acer, secció de formigó armat (FA), secció de FA reforçada amb materials compostos), tenint en compte les no-linealitats dels materials constituents. Per a casos d'una biga constituïda de varis materials, com per exemple el FA, s'ha mostrat i explicat el procés per comprendre i poder simular el seu comportament deformacional.

En la biga de FA estudiada al treball, s'observa la redistribució de moments flexors al llarg de la biga. El diagrama de moments flexors inicialment, i fins que una secció arriba al seu moment de plastificació, pivota respecte la secció amb moment flector nul, vegeu Figura 58. Quan l'acer de l'armat a tracció plastifica, ja sigui en el suport central (màxim moment negatiu) o al centre de la llum entre recolzaments (màxim moment positiu), el diagrama deixa de pivotar respecte d'aquest i es desplaça cap a dreta o esquerra del pivot. També s'ha observat en els casos de FA que quan el formigó a tracció no ha fissurat per un determinat valor de càrrega, el seu diagrama de moments passa per l'esquerra del pivot.

En tots els casos de FA sense reforç que s'han simulat al treball, la ruptura apareix en la secció del suport central de la biga contínua, indicant que la ductilitat produïda per la plastificació del formigó no és suficient per fer arribar la secció central al seu moment plàstic. A diferència del cas de la biga de FA reforçada en els moments negatius, on la ruptura apareix al punt d'aplicació de la càrrega. Durant l'execució de l'estudi es va triar aquest cas expressament perquè la ruptura aparegués al punt d'aplicació de la càrrega, i així ho fa.

En els casos de FA reforçat amb material compost s'observa que tant en el diagrama de moments com en el diagrama de curvatures, en la plastificació de l'acer, el seu comportament és lineal degut al material compost, vegeu Figura 63Figura 65.

Finalment, el treball explora com variarien els resultats si la biga estigués sotmesa a una càrrega distribuïda. Per a aquest cas, s'ha comprovat que tot i canviar el tipus de càrrega, la biga respon d'una manera molt similar a la càrrega puntual, a diferència de que els seus diagrames estan constituïts per corbes d'ordre 2.



X

Adrià Cudí Molas

7. RELACIÓ DE DOCUMENTS

Els documents que formen l'estudi es llisten a continuació:

Document número 1 – Memòria.

- 1.1. Memòria.
- 1.2. Annexos.
 - A. Diagrama de blocs de les rutines.
 - B. Codi rutines programari Matlab.
 - C. Pressupost.

8. REFERÈNCIES

- [1] J. C. Arroyo Portero, F. Moran Cabré i Á. García Meseguer, Jimenez Montoya esencial Hormigón Armado, Cinter, 2018.
- [2] Ministerio de Fomento, EHE-08 Instrucción de Hormigón Estructural, Centro de Publicaciones, Secretaria General Técnica i Ministerio de Fomento, 2010.
- [3] BRITISH STANDARD, Eurocode 2: Design of concrete structures, 2004.
- [4] R. Argüelles Álvarez, R. Argüelles Bustillo, F. Arriaga Martitegui, J. M. Argüelles Bustillo i J. R. Atienza Reales, Estructuras de Acero. Cálculo, Madrid: BELLISCO, 2005.
- [5] Ministerio de Fomento, EAE Instrucción Acero Estructural, Centro de Publicaciones, Secretaria General Técnica, Ministerio de Fomento, 2012.
- [6] S. Timoshenko i T. Delgado Pérez de Alba, Resistencia de Materiales, Madrid: Espasa-Calpe S.A., 1980.

9. GLOSSARI

P Càrrega aplicada.

q Càrrega aplicada repartida.

pos Posició de la secció en la biga respecte el recolzament esquerre.

θ_b, θ'_b Angles girats del recolzament central de la biga contínua.

$1/r$ Gir de la secció.

σ Esforç.

ε Deformació.

ε_y Deformació del límit elàstic de l'acer.

ε_u Deformació última de l'acer.

ε_u Deformació última de l'acer.

ε_{cu} Deformació última del formigó.

ε_{s1} Deformació de l'acer de l'armat inferior.

ε_{s2} Deformació de l'acer de l'armat superior.

ε_f Deformació del FRP.

s_1 Esforç generat de l'acer de l'armat inferior degut a la deformació.

s_2 Esforç generat de l'acer de l'armat superior degut a la deformació.

s_f Esforç generat del FRP degut a la deformació.

f_y Límit elàstic de l'acer.

f_u Esforç últim de l'acer.

f_{yd} Resistència de càlcul de l'acer.

f_{ct} Resistència de càlcul del formigó a tracció.

f_{cd} Resistència de càlcul del formigó.

f_{cm} Resistència característica del formigó.

f_{ctm} Resistència mitja a tracció del formigó.

$f_{ctm,fl}$ Resistència a flexo-tracció del formigó.

f_{fk} Resistència característica del FRP.

E_s Mòdul elàstic de l'acer.

E_f Mòdul elàstic del FRP.

E_c Mòdul del formigó.

M Moment flector.

M_f Moment flector de fissuració del formigó.

M_b Moment flector en l'encastament.

M_{cr} Moment flector on es forma la primera fissura en el formigó.

M_u Moment flector últim de la secció.

κ Curvatura.

κ_y Curvatura en el límit elàstic.

κ_u Curvatura última de la secció.

κ_1 Curvatura per el règim elàstic.

κ_2 Curvatura per el règim fissurat.

L Llargada de la biga.

I Inèrcia per una secció.

I_b Inèrcia bruta de la secció.

h Alçada de la secció.

b Llargada de la base de la secció.

d Distància de la part superior de la secció fins el centre de l'armat inferior.

d_2 Distància de la part superior de la secció fins el centre de l'armat superior.

d_f Distància de la part superior de la secció fins el centre del FRP.

z Distància de la part superior de la secció fins la fibra neutre.

c Distància del recolzament esquerre fins la càrrega aplicada.

e Enduriment de l'acer.

$[R]$ Reaccions del conjugat.

$[M]$ Moment flector del conjugat.

δ Fletxa.

k_1, k_2 Constants per calcular la distància de la fibra neutre.

A_{s1} Àrea de l'armat inferior.

A_{s2} Àrea de l'armat superior.

A_f Àrea del FRP.

$x_e, x_{e-p}, x_{p-e}, x_p$ Distància de la línia neutre en funció del règim de la secció.

W_f Mòdul resistent del formigó.

λ Coeficient que determina la relació entre els règims de deformació, elàstic i fissurat.

ANNEXOS

A. DIAGRAMA DE BLOCS DE LES RUTINES

En l'annex A s'adjunten els diagrames de blocs del procediment que segueixen els codis de les simulacions. Vegeu el diagrama corresponent per cada cas en la següent taula.

Taula A 1: Índex dels diagrames de blocs de les rutines i funcions.

Casos	Figures
Cas 1: Biga d'un sol material amb comportament lineal	Figura A. 1, Figura A. 2, Figura A. 3, Figura A. 4
Cas 2: Biga d'acer amb perfil IPE amb comportament lineal per deformacions	Figura A. 5, Figura A. 6, Figura A. 7
Cas 3: Biga de FA amb secció fissurada amb comportament no lineal per deformacions	Figura A. 8, Figura A. 9, Figura A. 10
Cas 4: Biga de FA amb comportament no lineal per deformacions	Figura A. 11, Figura A. 12, Figura A. 13
Cas 5: Biga de FA reforçada amb material compost (FRP) amb comportament no lineal per deformacions	Figura A. 14, Figura A. 15, Figura A. 16
Cas 6: Biga de FA reforçada amb material compost (FRP) en el recolzament central amb comportament no lineal per deformacions	Figura A. 17, Figura A. 18, Figura A. 19
Cas 7: Biga de FA amb càrrega distribuïda amb comportament no lineal per deformacions	Figura A. 20, Figura A. 21, Figura A. 22

Funció <i>distx</i>	Figura A. 23
Funció <i>distxFRP</i>	Figura A. 24
Funció <i>curvatura</i>	Figura A. 25
Funció <i>curvatura_DIST</i>	Figura A. 26
Funció <i>MC2_v2</i>	Figura A. 27
Funció <i>MCIFE_v2</i>	Figura A. 28
Funció <i>MC_DISTv2</i>	Figura A. 29
Funció <i>FRPsobre</i>	Figura A. 30

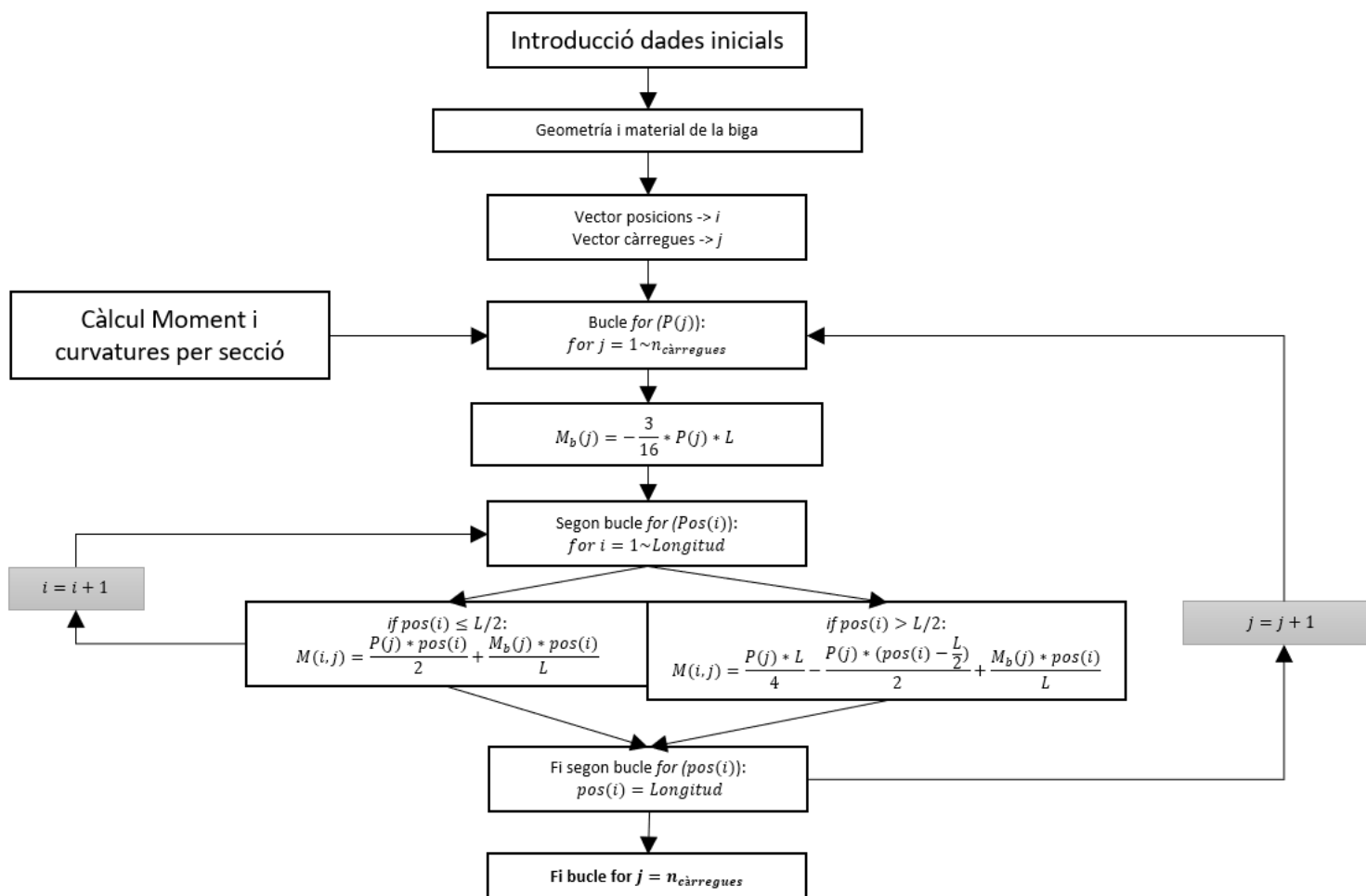


Figura A. 1: Esquema rutina per el cas lineal

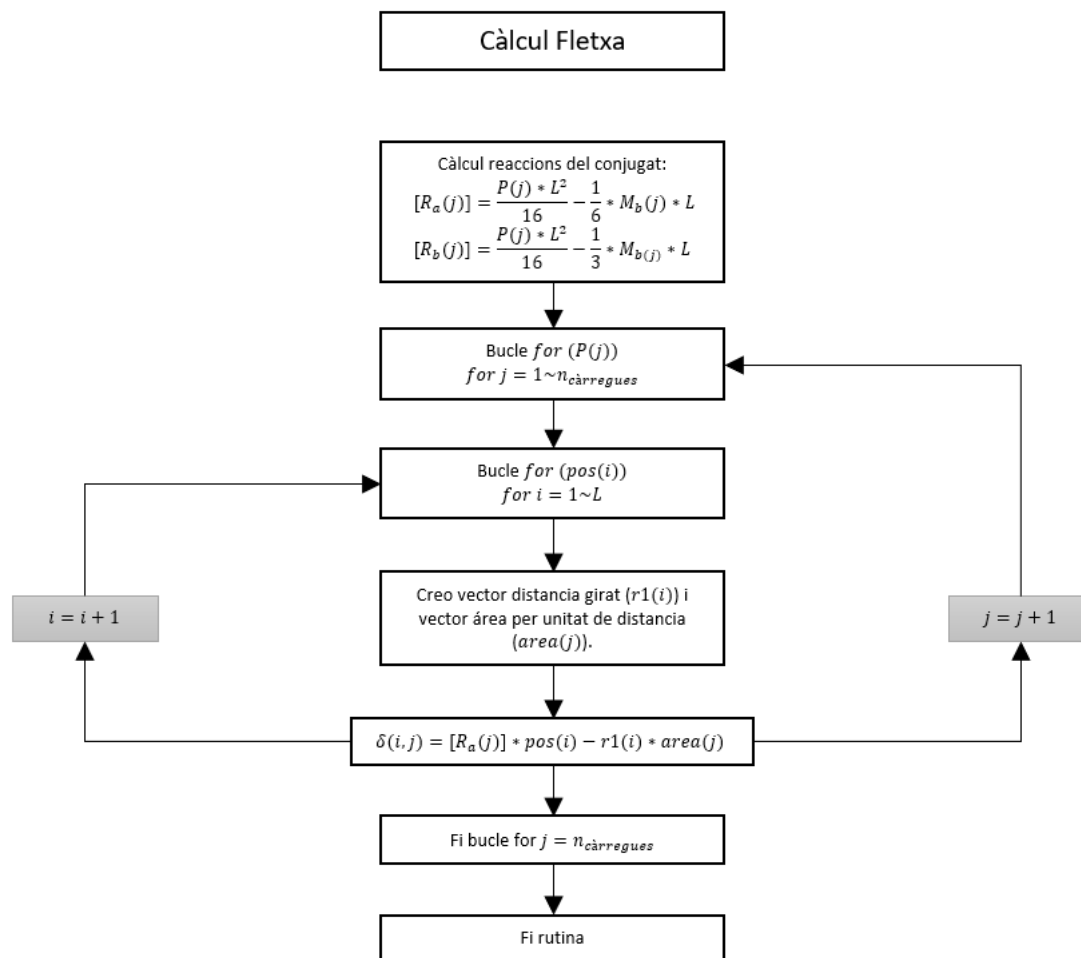


Figura A. 2: Esquema de la rutina per calcular la fletxa del cas lineal.

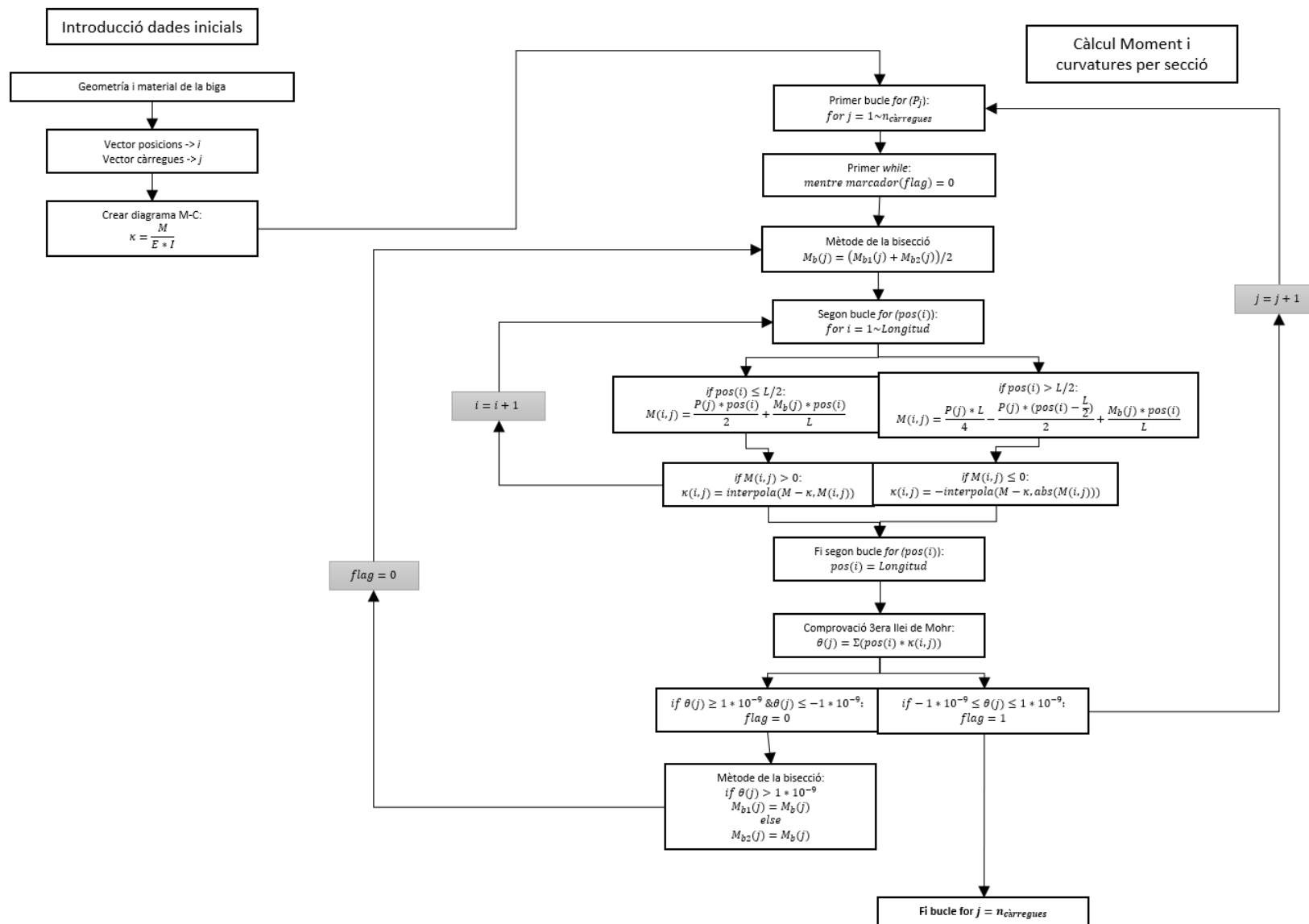


Figura A. 3: Esquema de la rutina del cas lineal per comprovació.

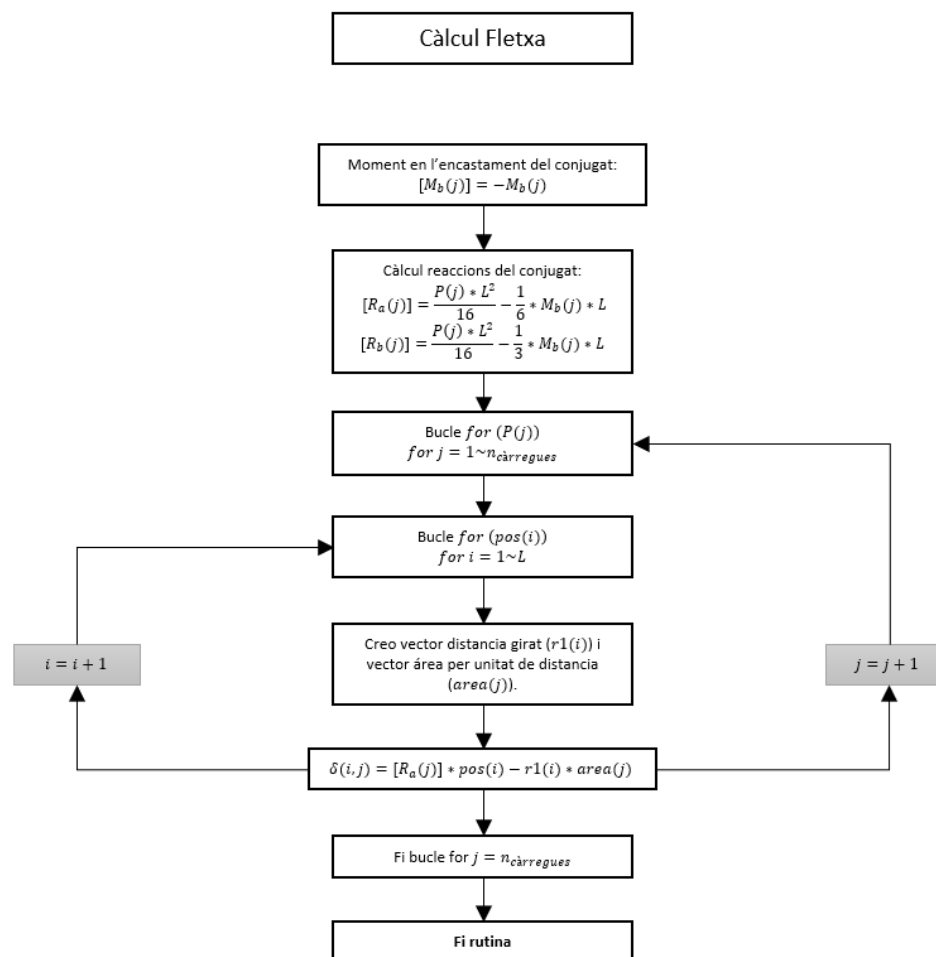


Figura A. 4: Esquema de la rutina per calcular la fletxa del cas lineal per comprovació.

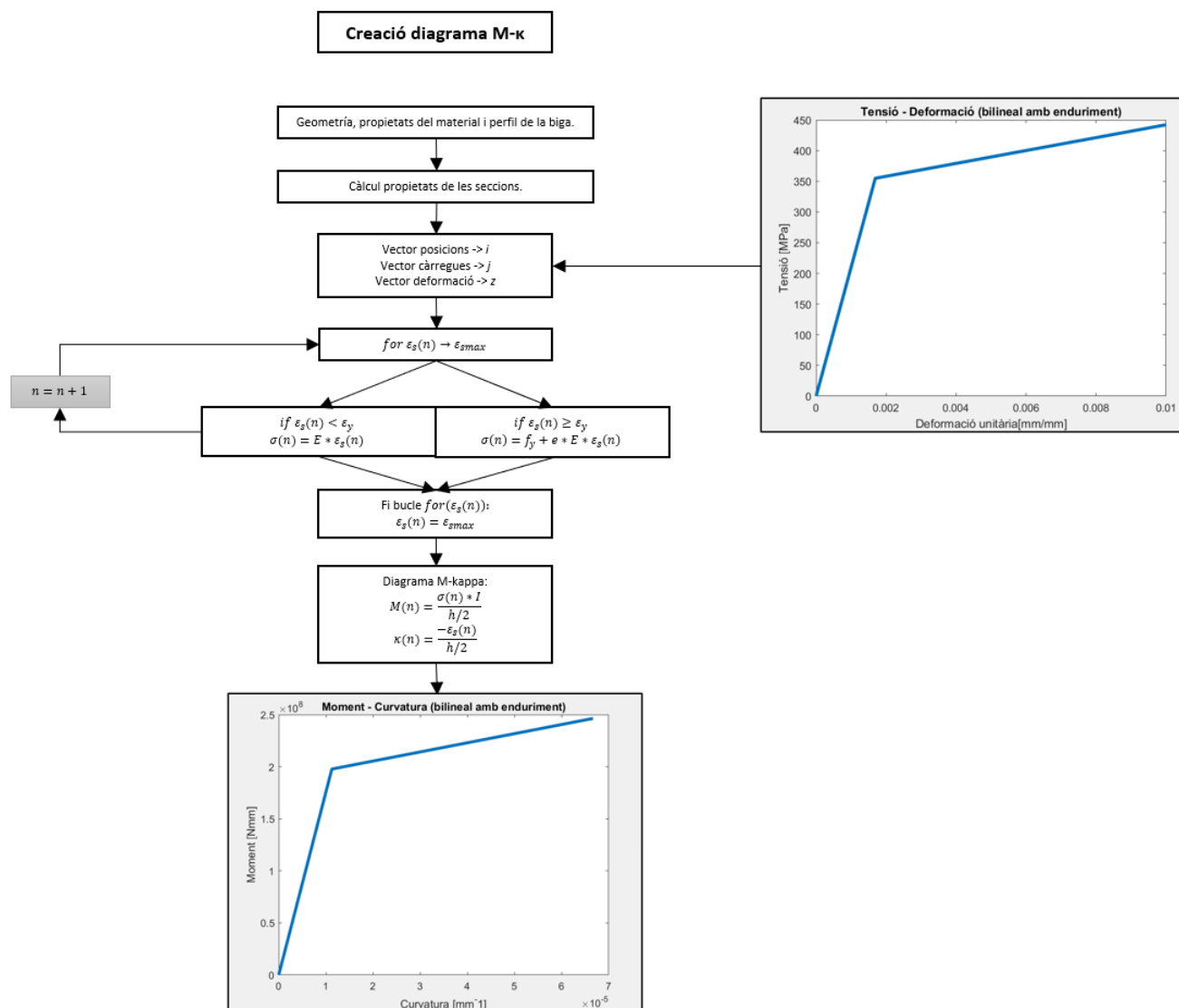


Figura A. 5: Esquema de la rutina del cas biga IPE.

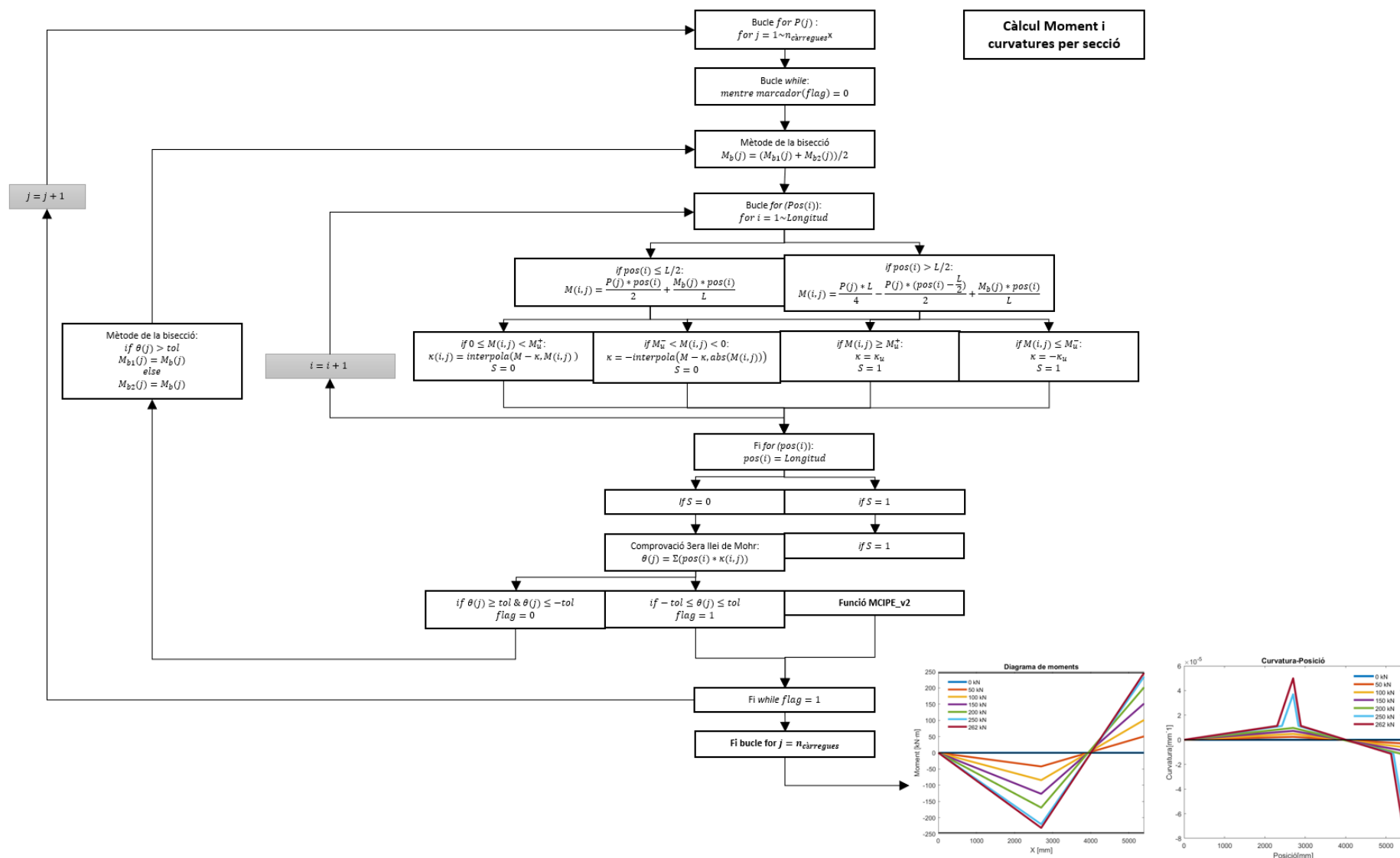


Figura A. 6: Esquema de la rutina del cas biga IPE.

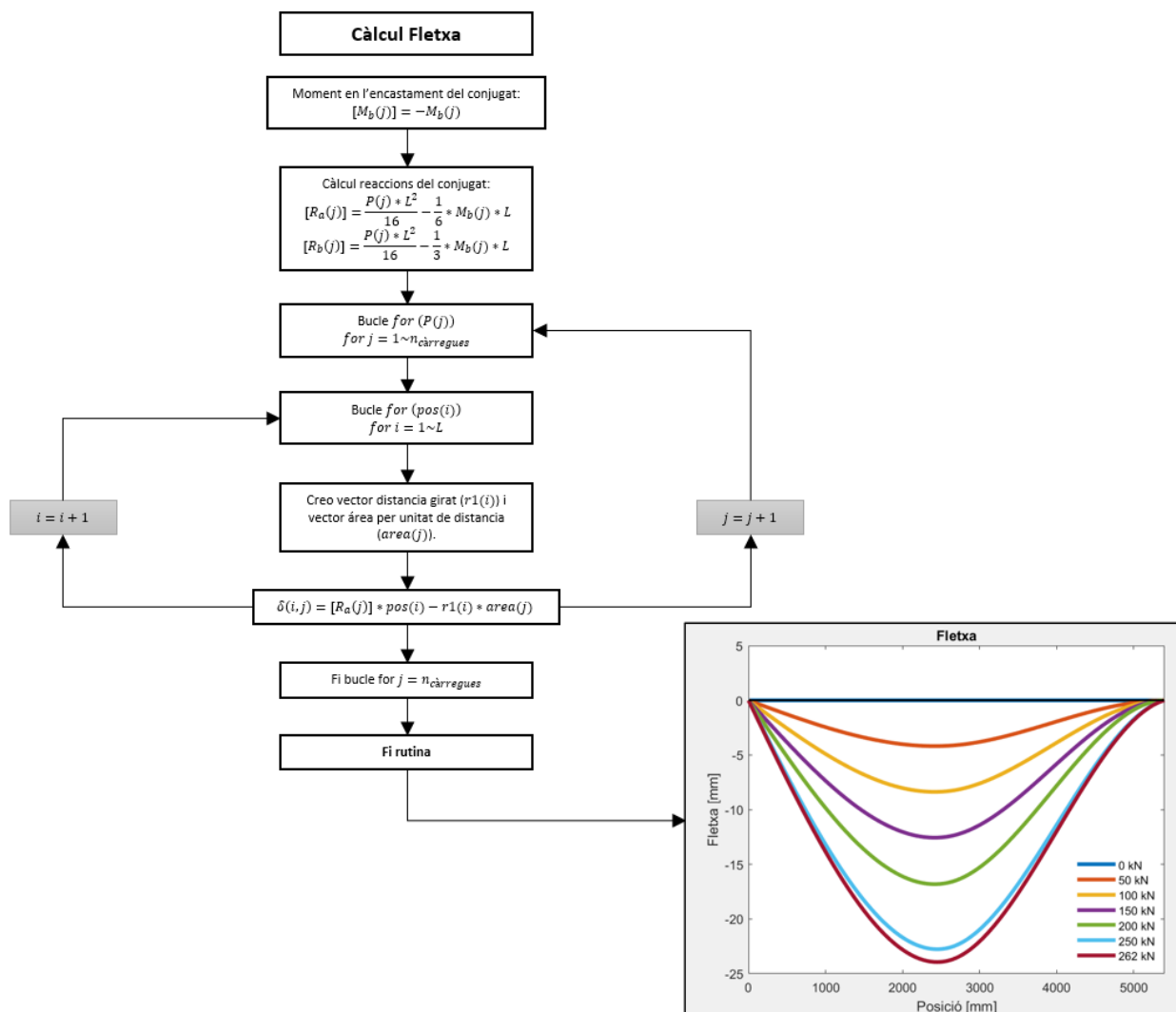


Figura A. 7: Esquema de la rutina per calcular la fletxa del cas biga IPE.

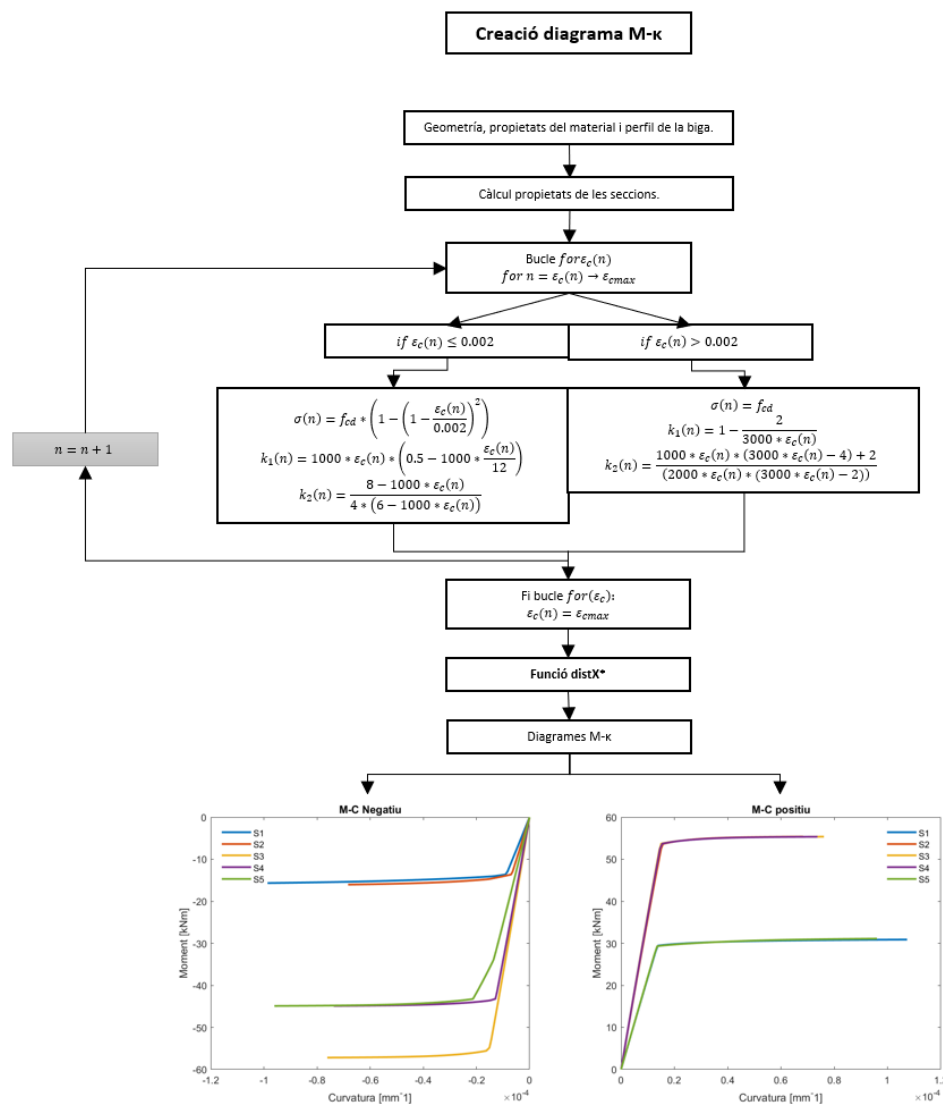


Figura A. 8: Esquema de la rutina del cas no lineal per una biga de FA en estat fissurat.

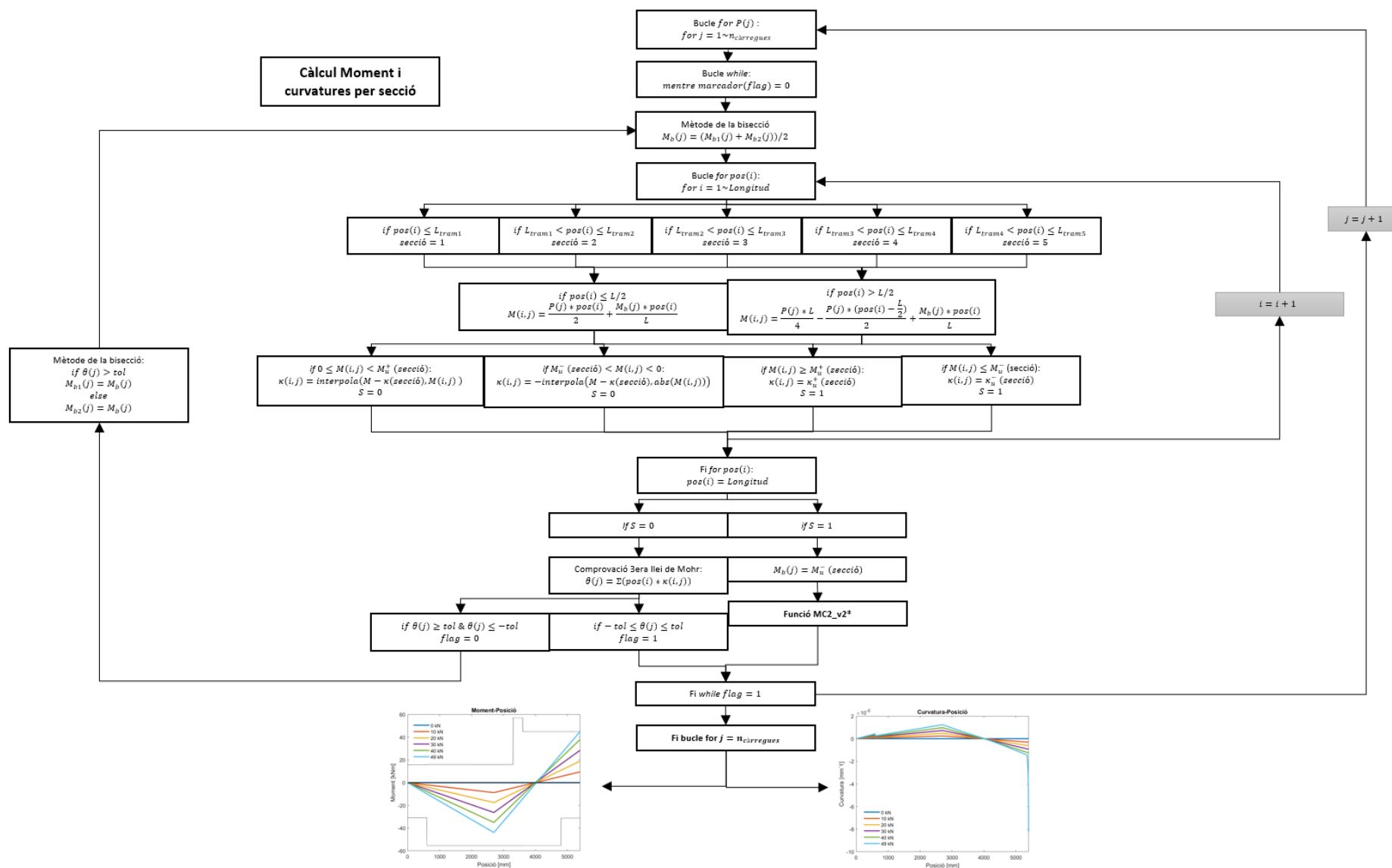


Figura A. 9: Esquema de la rutina del cas no lineal per una biga de FA en estat fissurat.

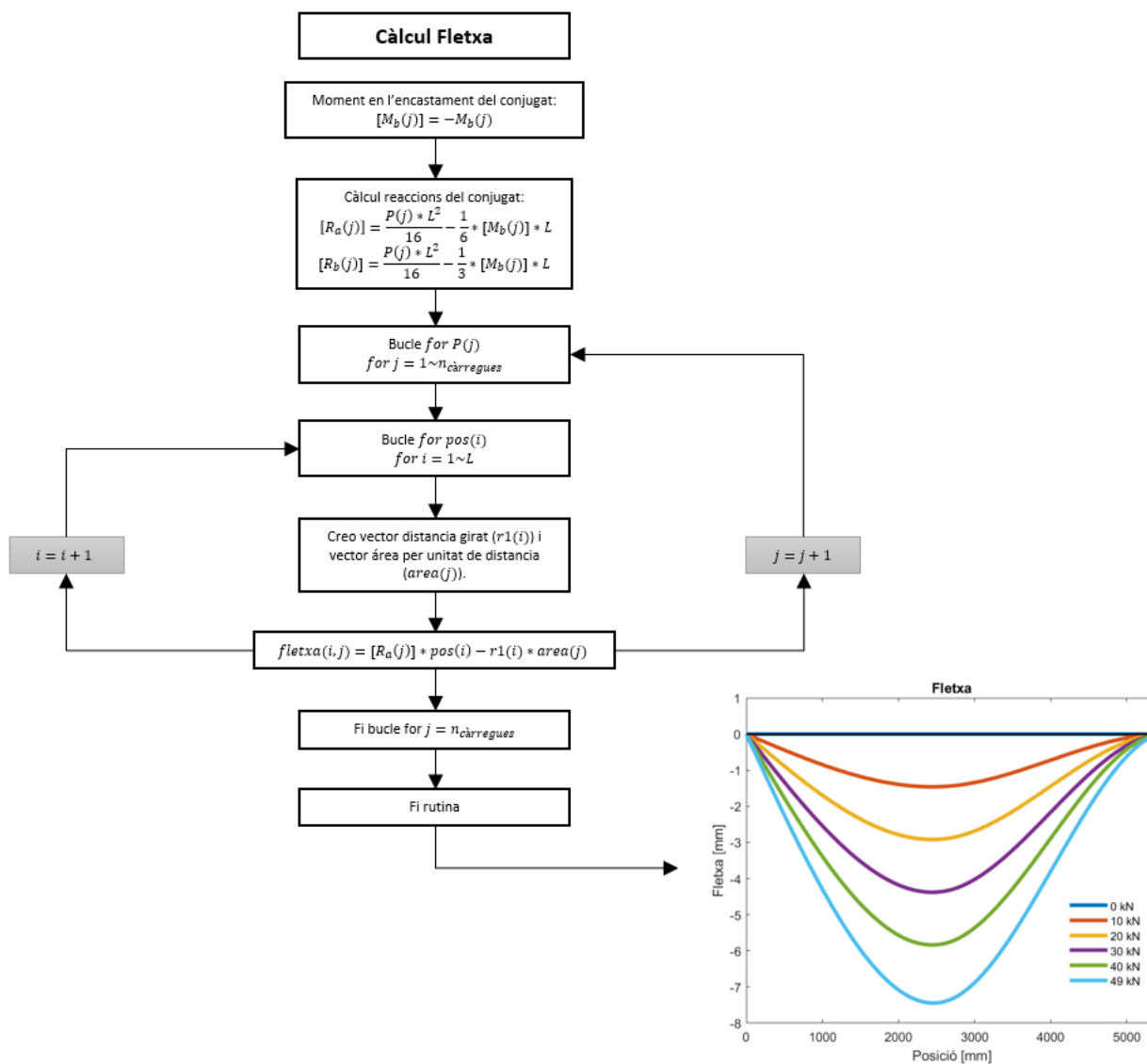


Figura A. 10: Esquema de la rutina del cas no lineal per una biga de FA en estat fissurat.

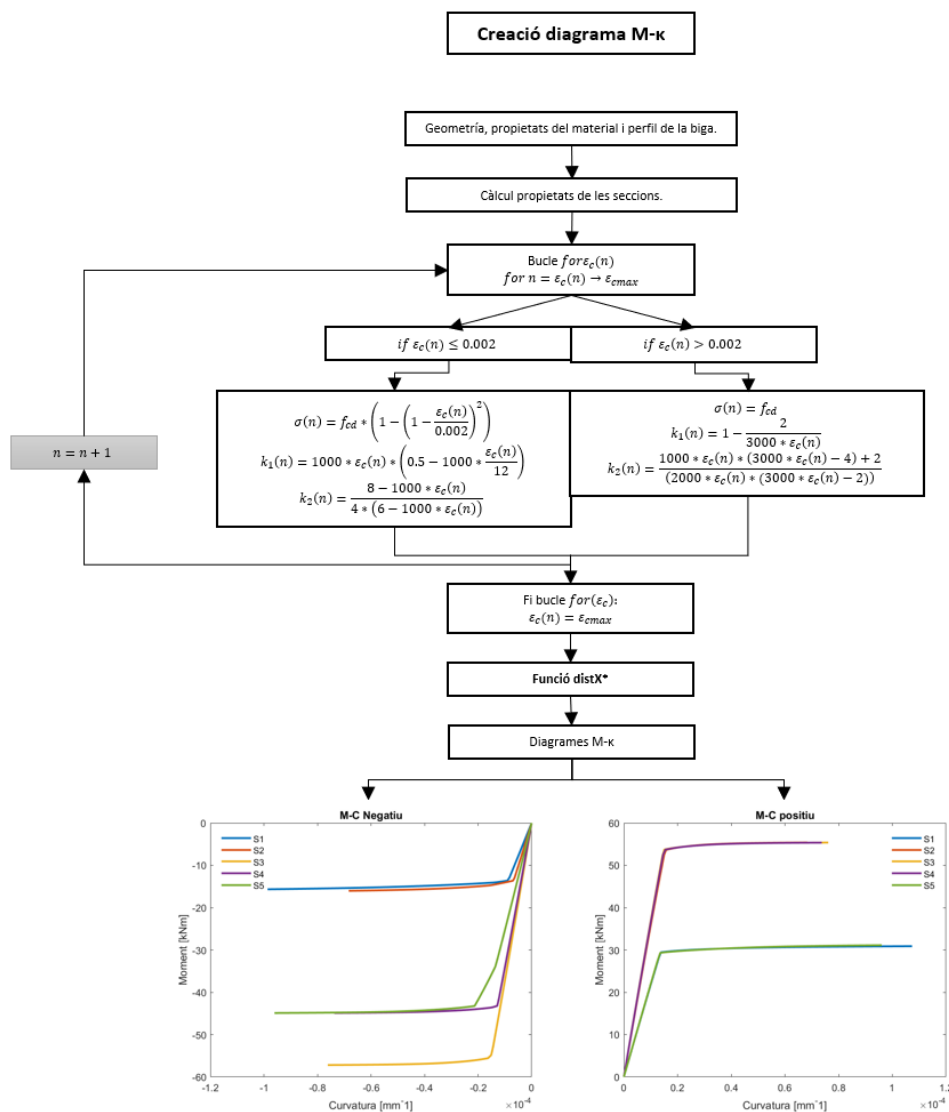


Figura A. 11: Esquema de la rutina del cas no lineal per una biga de FA.

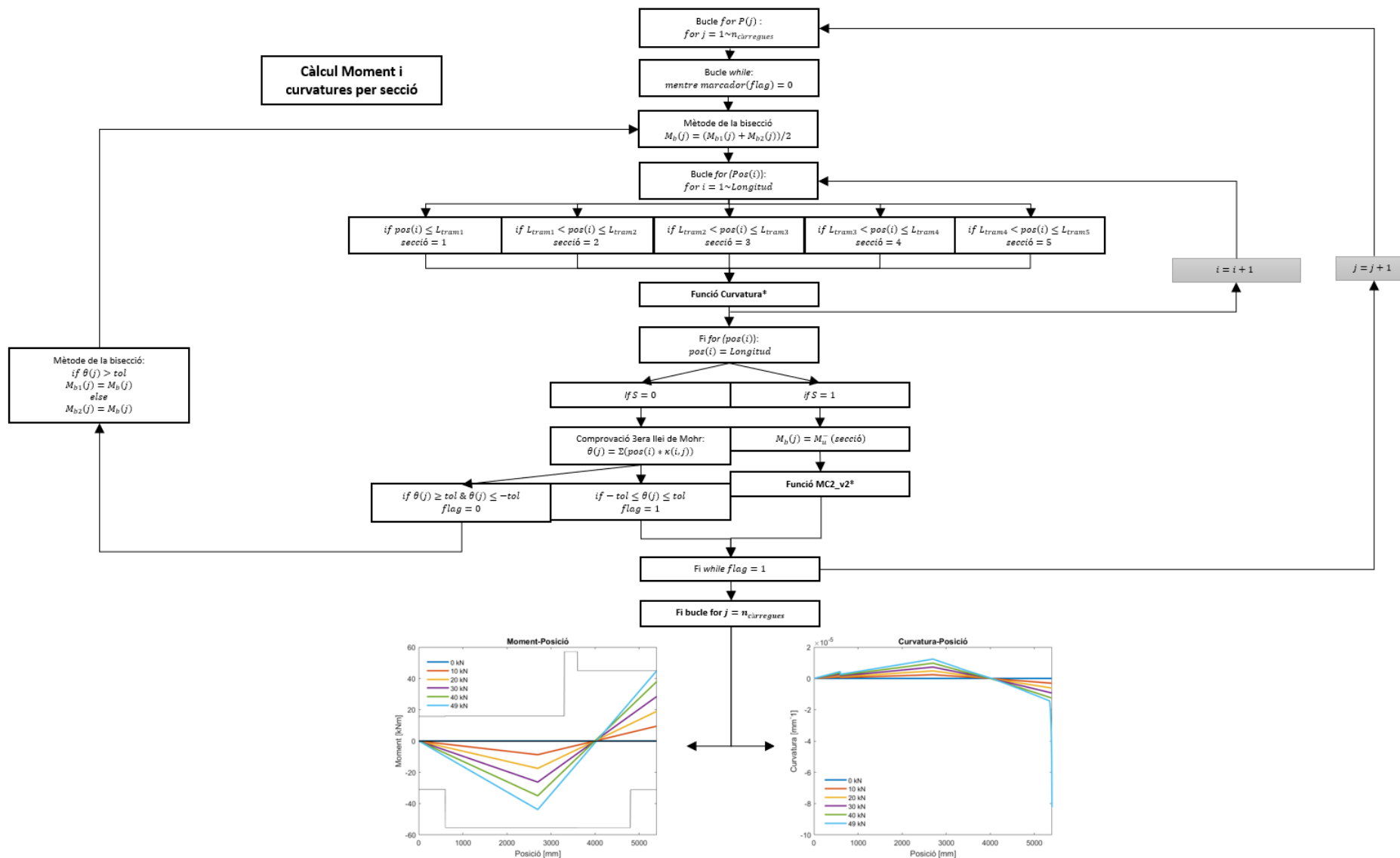


Figura A. 12: Esquema de la rutina del cas no lineal per una biga de FA.

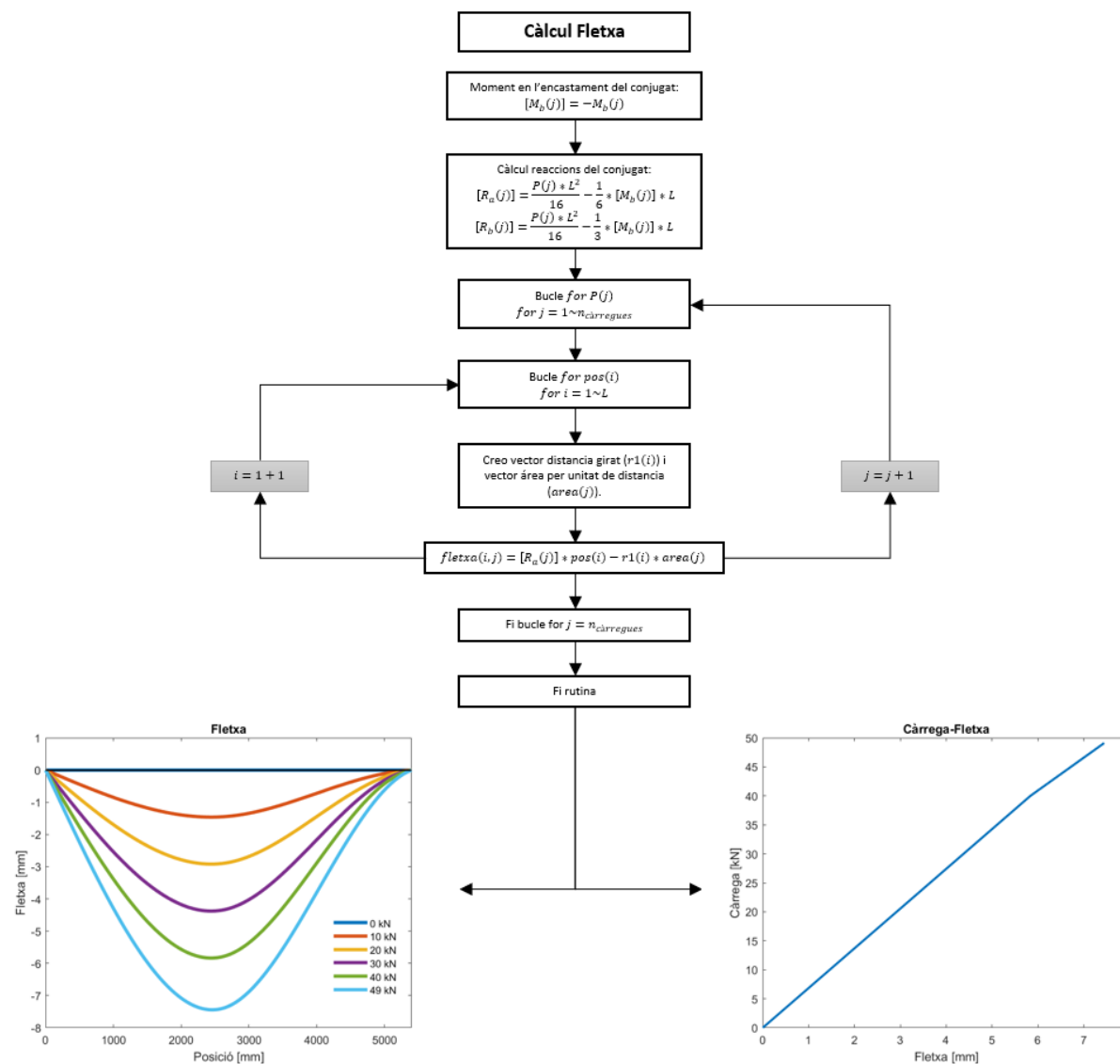


Figura A. 13: Esquema de la rutina del cas no lineal per una biga de FA.

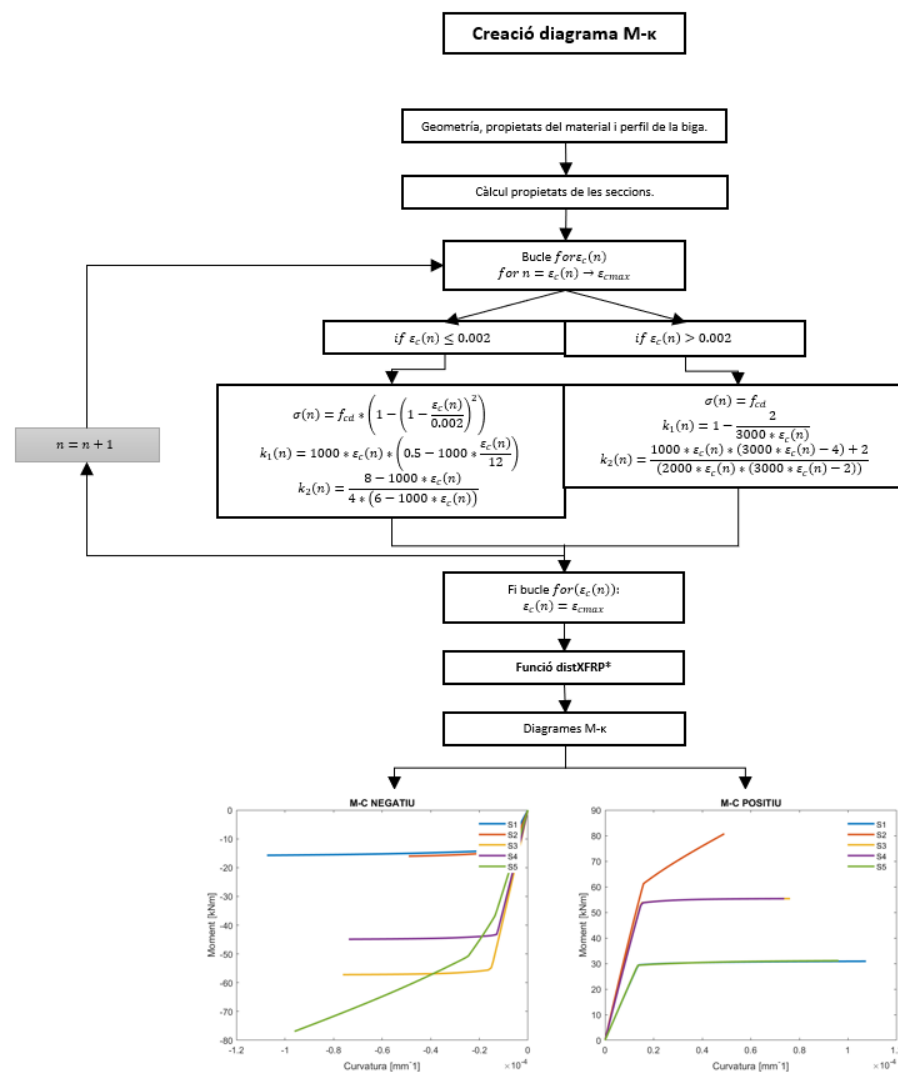


Figura A. 14: Esquema de la rutina del cas no lineal per una biga de FA reforçada amb FRP.

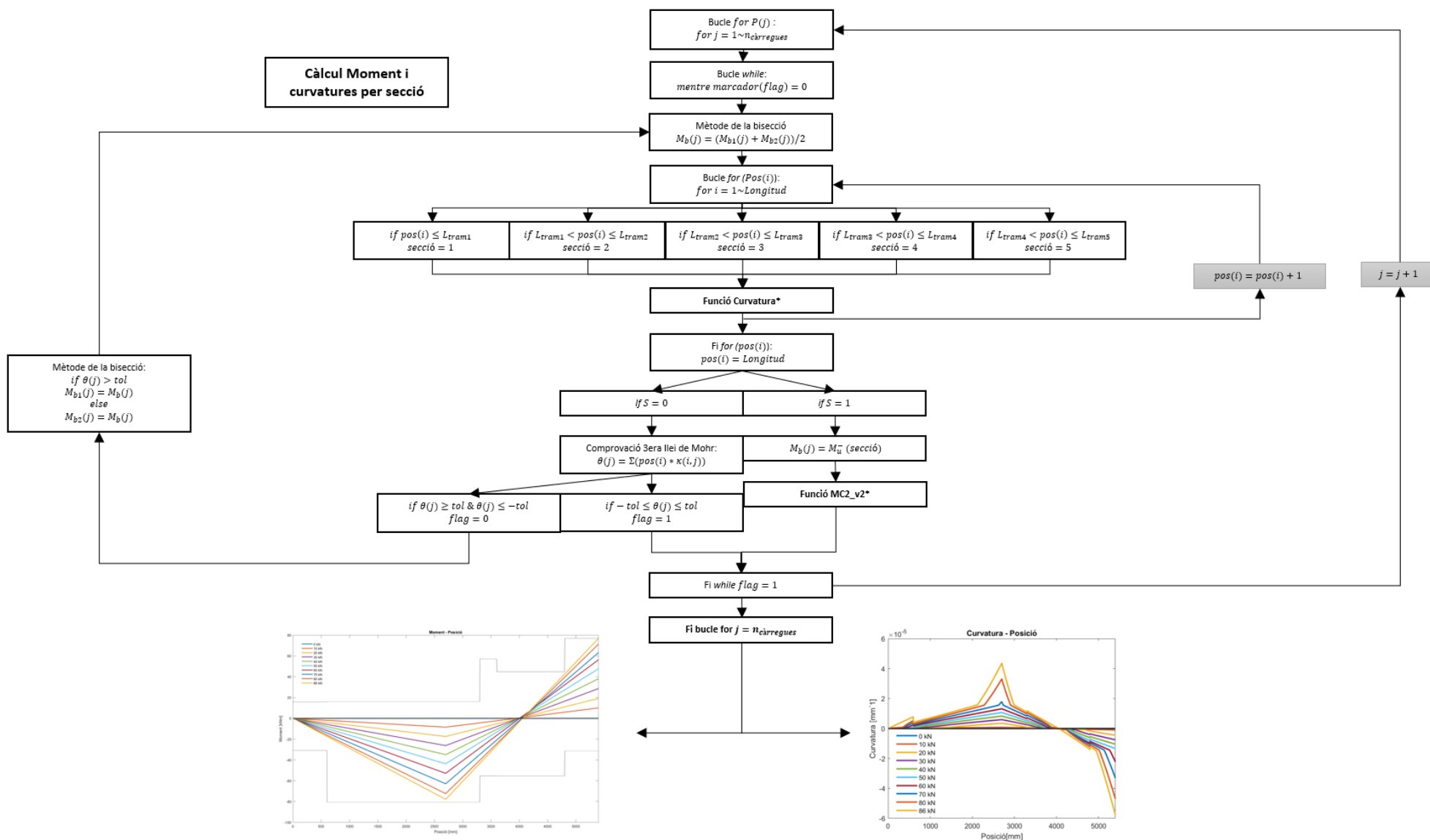


Figura A. 15: Esquema de la rutina del cas no lineal per una biga de FA reforçada amb FRP.

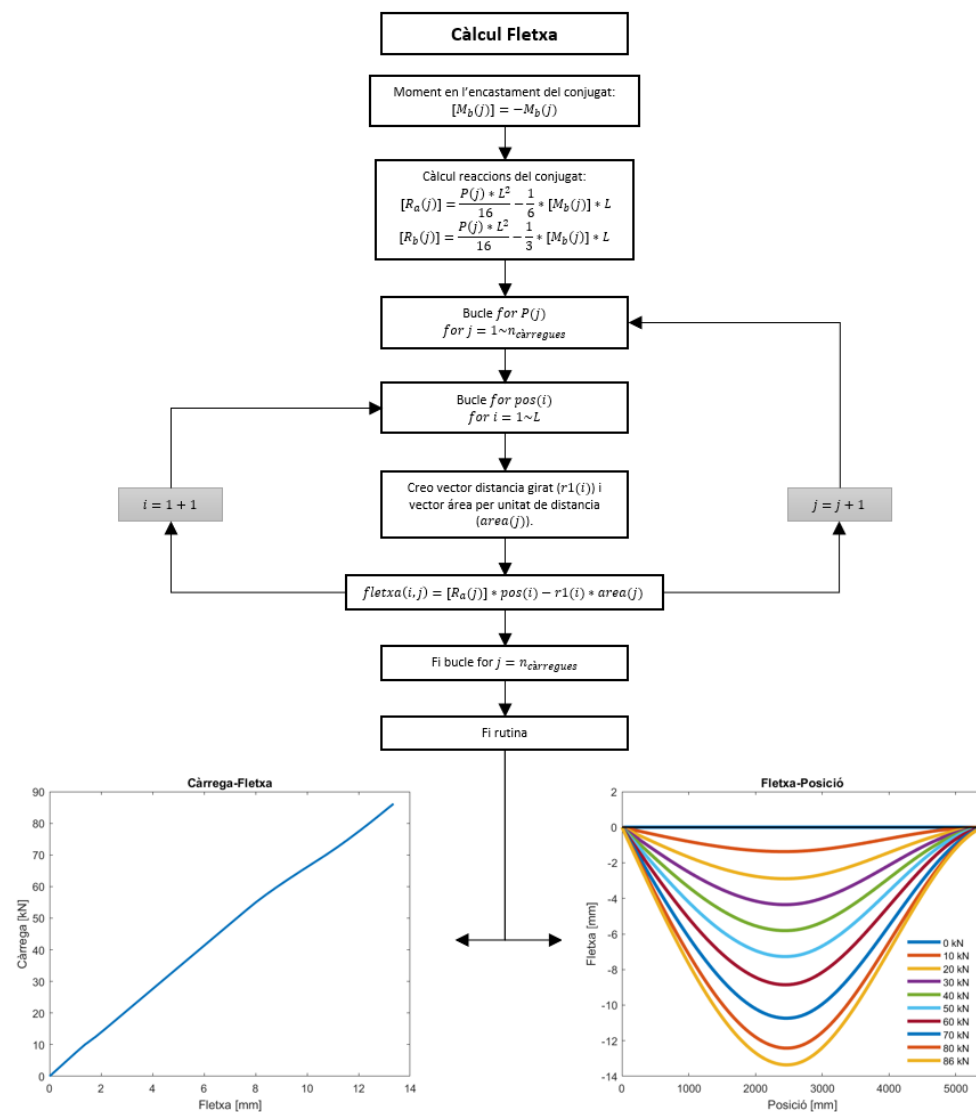


Figura A. 16: Esquema de la rutina del cas no lineal per una biga de FA reforçada amb FRP

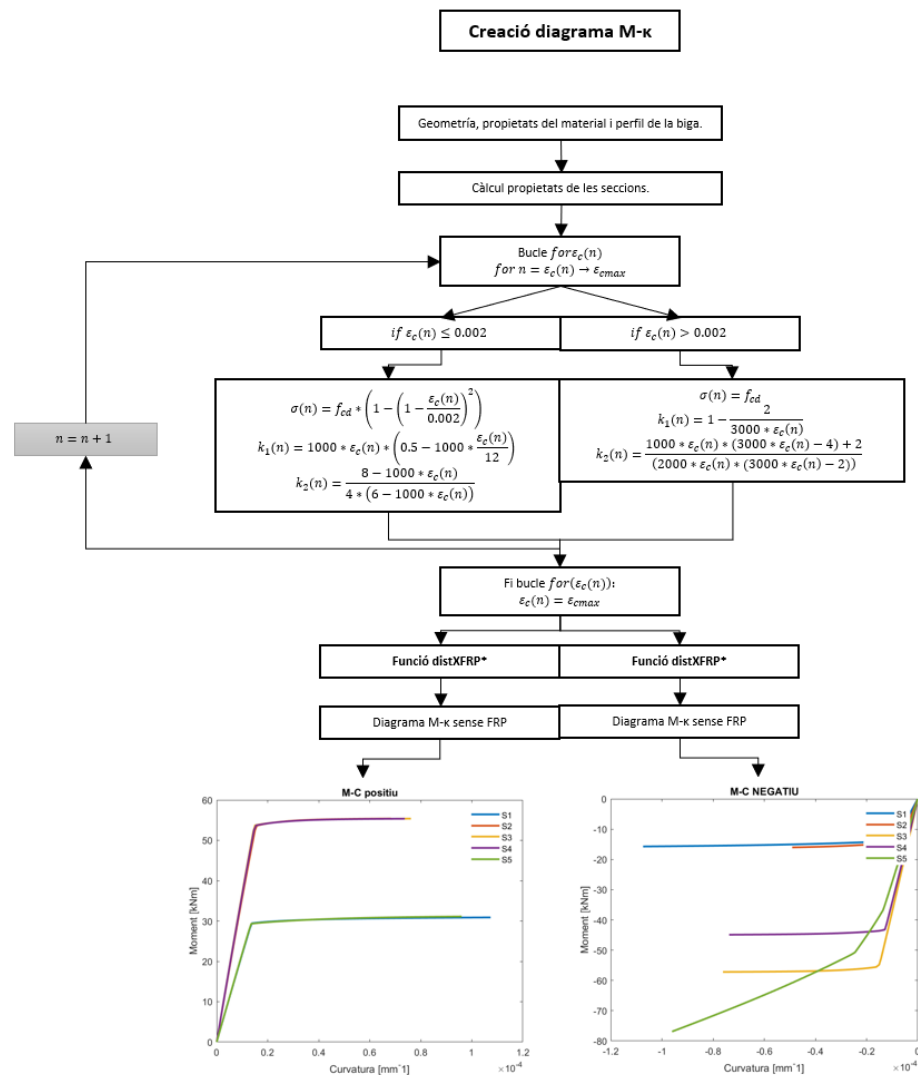


Figura A. 17: Diagrama de blocs de la rutina del cas no lineal per una biga de FA reforçada amb FRP en el suport central.

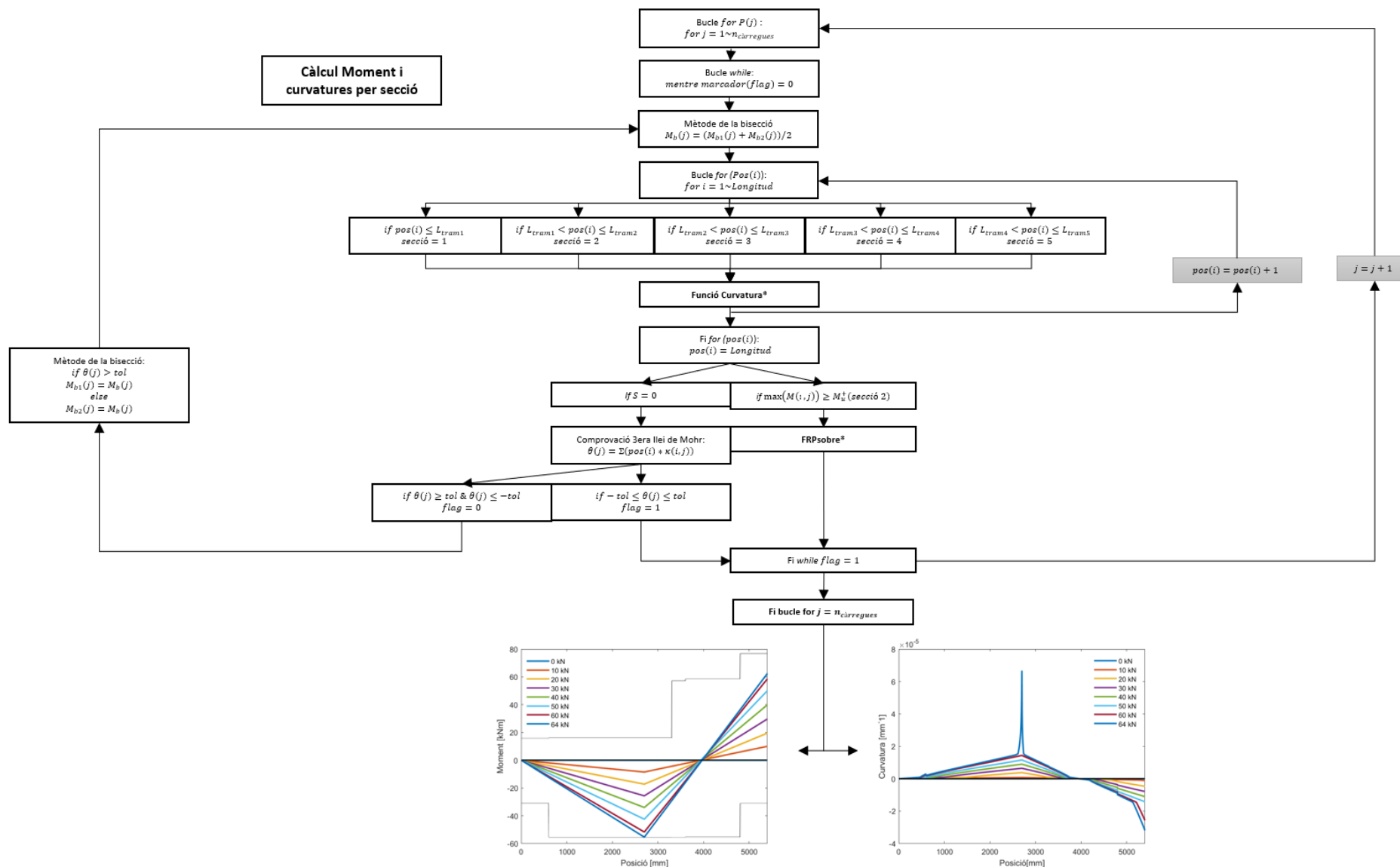


Figura A. 18: Diagrama de blocs de la rutina del cas no lineal per una biga de FA reforçada amb FRP en el suport central.

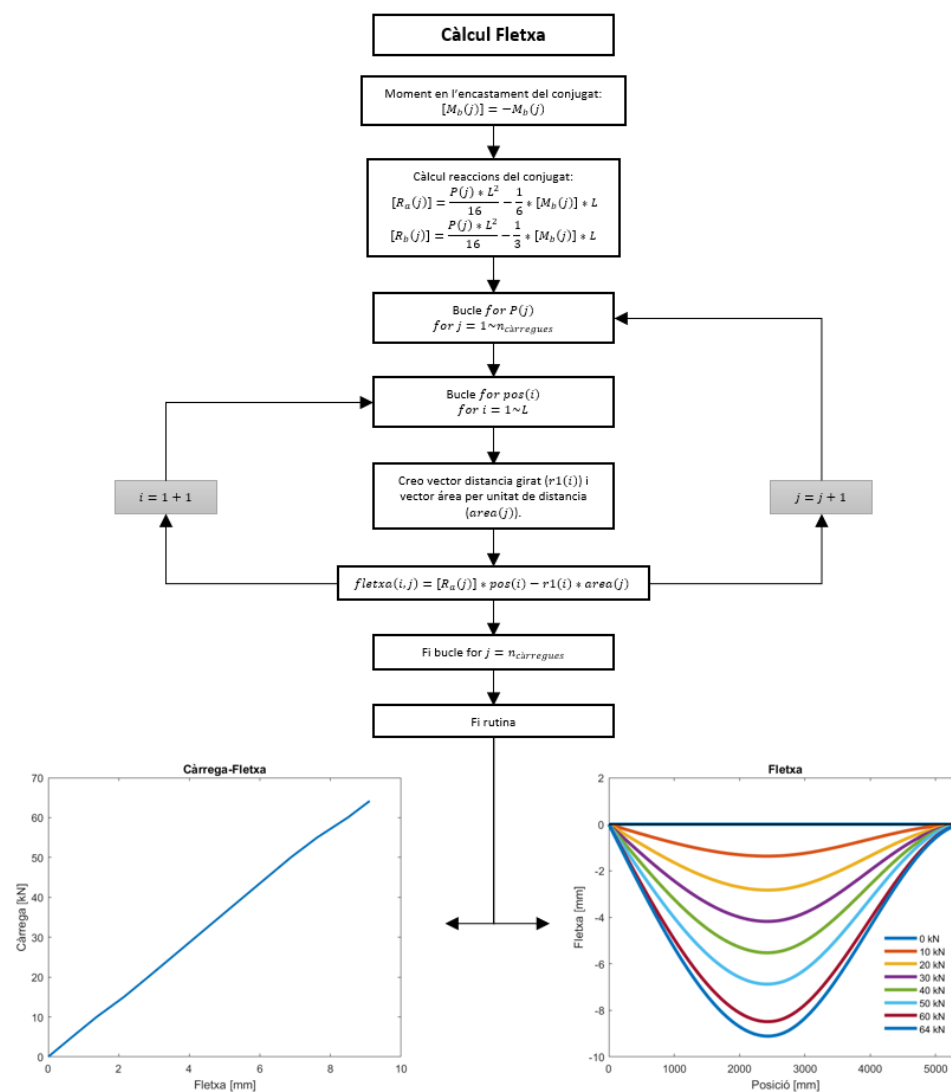


Figura A. 19: Diagrama de blocs de la rutina del cas no lineal per una biga de FA reforçada amb FRP en el suport central.

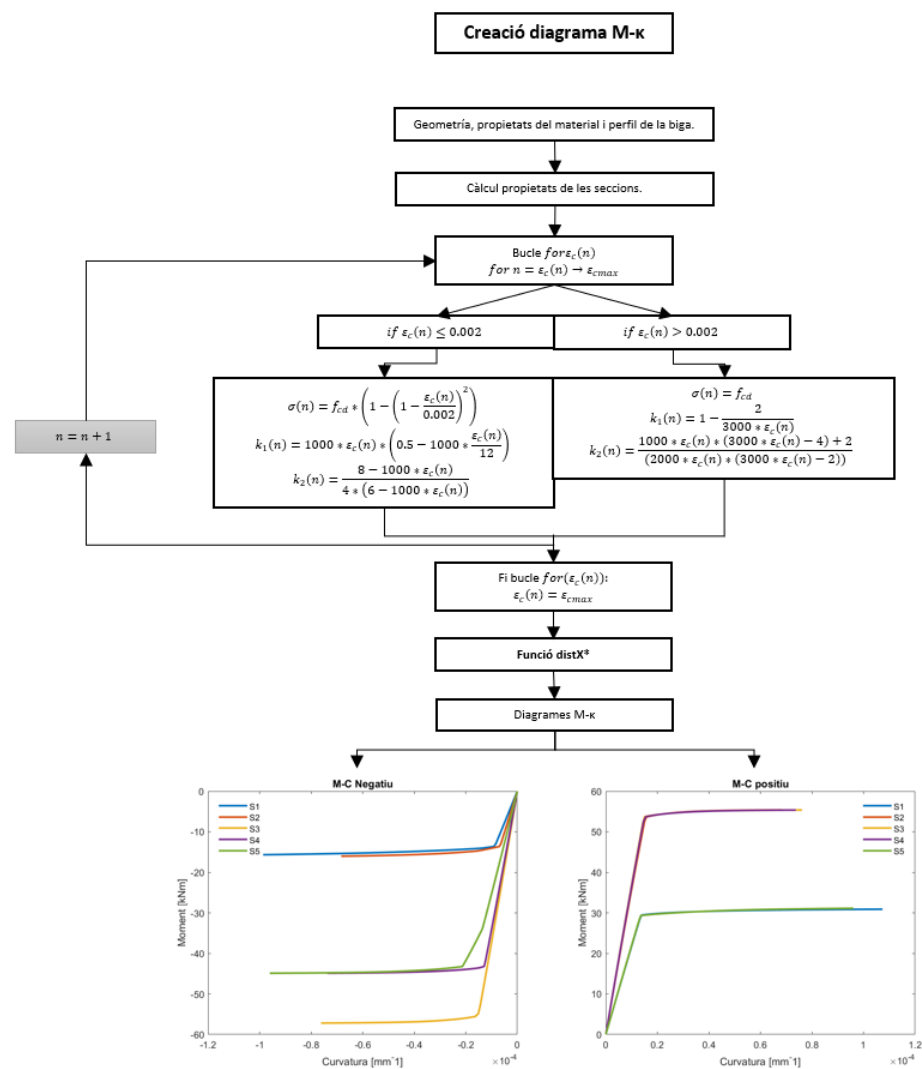


Figura A. 20: Esquema de la rutina del cas no lineal per una biga de FA amb càrrega distribuïda.

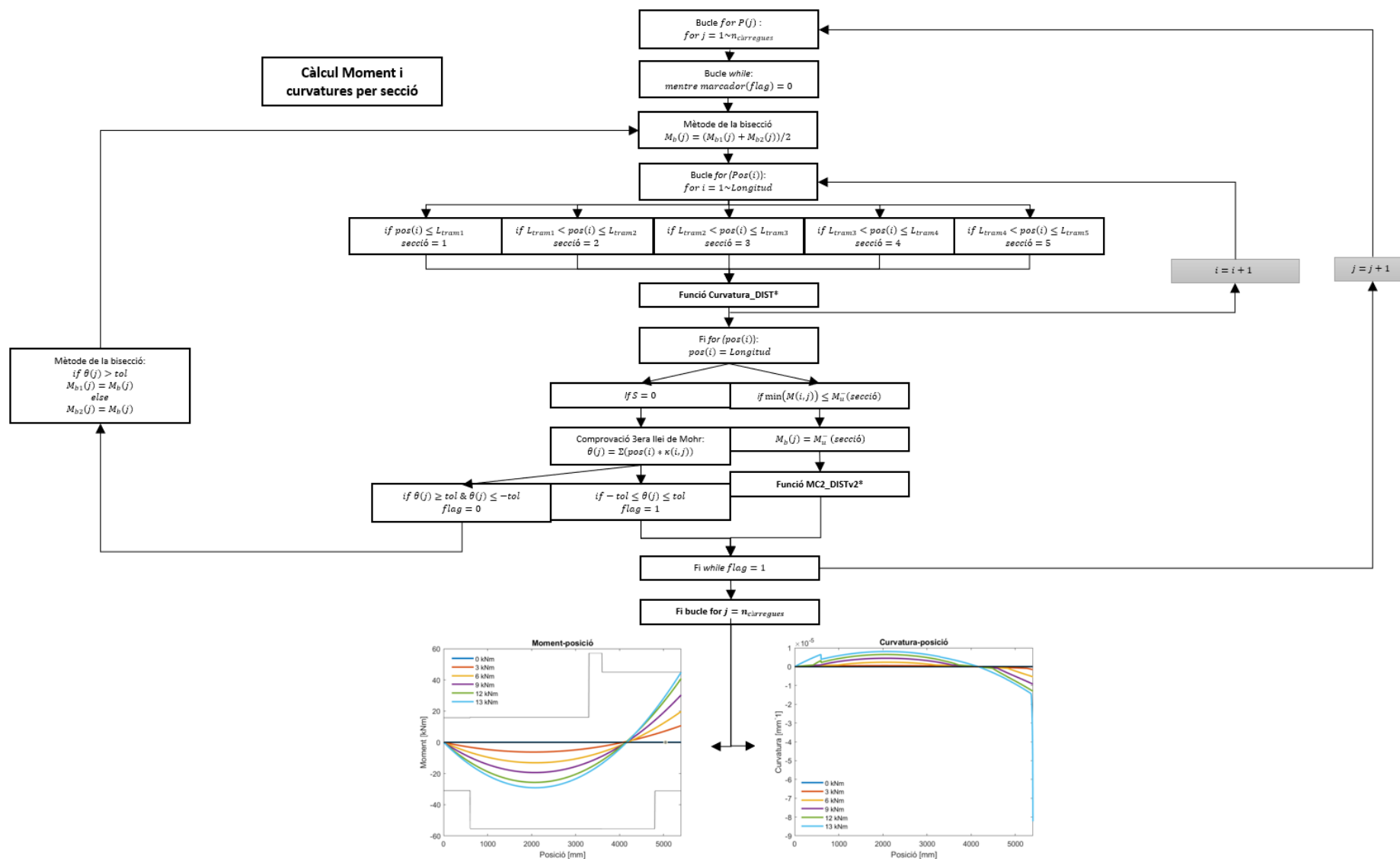


Figura A. 21: Esquema de la rutina del cas no lineal per una biga de FA amb càrrega distribuïda.

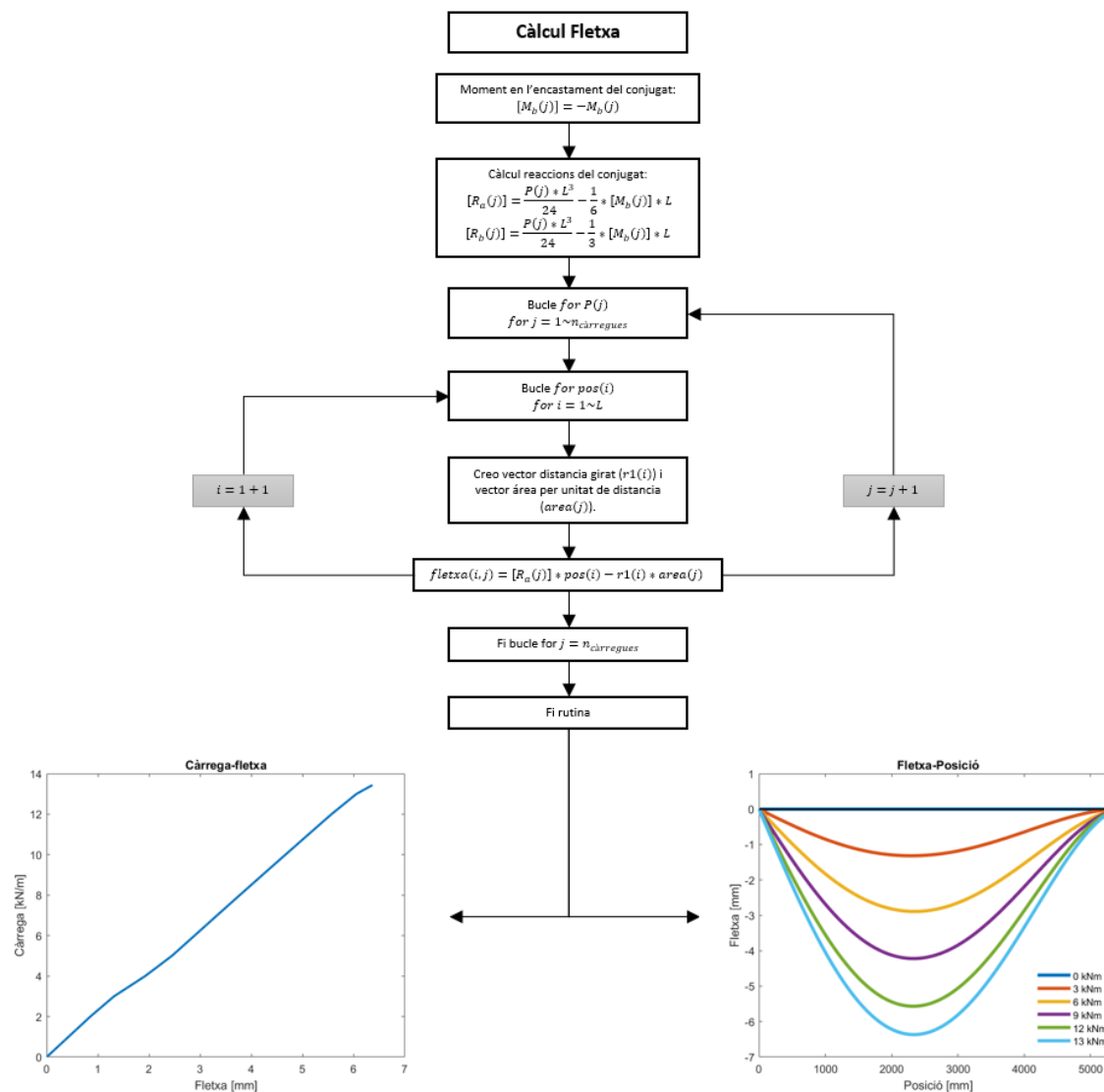


Figura A. 22: Esquema de la rutina del cas no lineal per una biga de FA amb càrrega distribuïda.

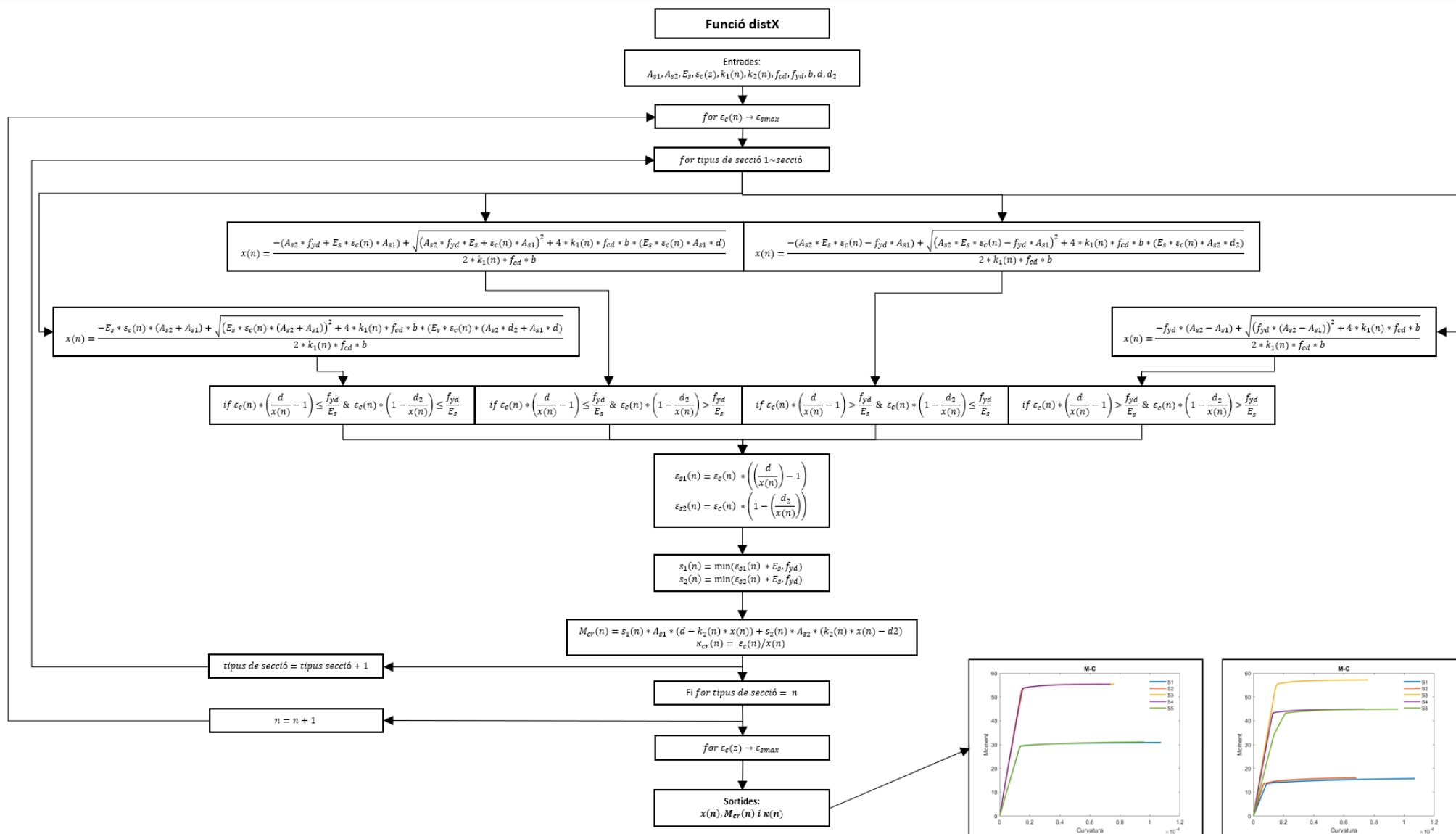


Figura A. 23: Esquema de la funció distX.

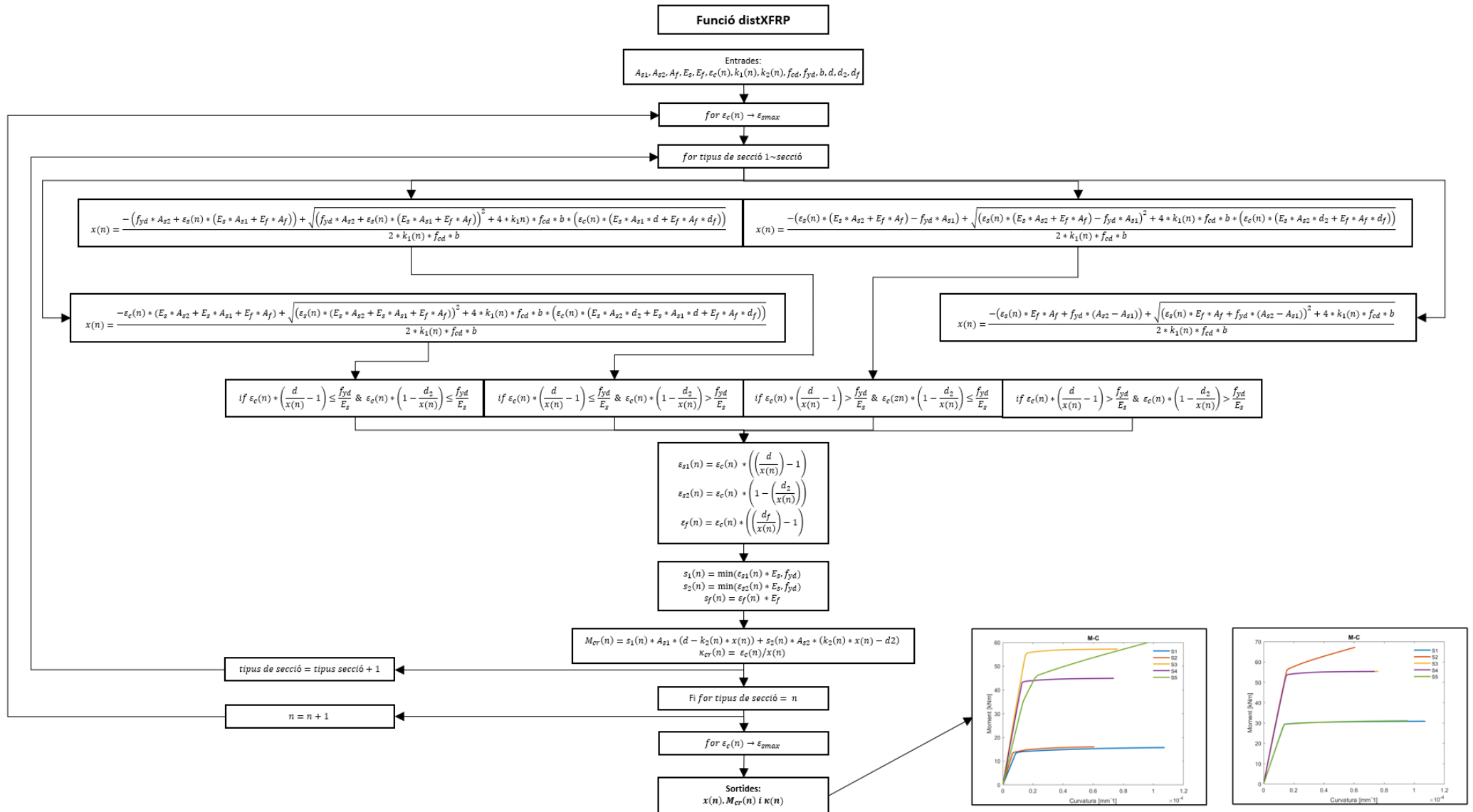


Figura A. 24: Esquema de la funció distXFRP.

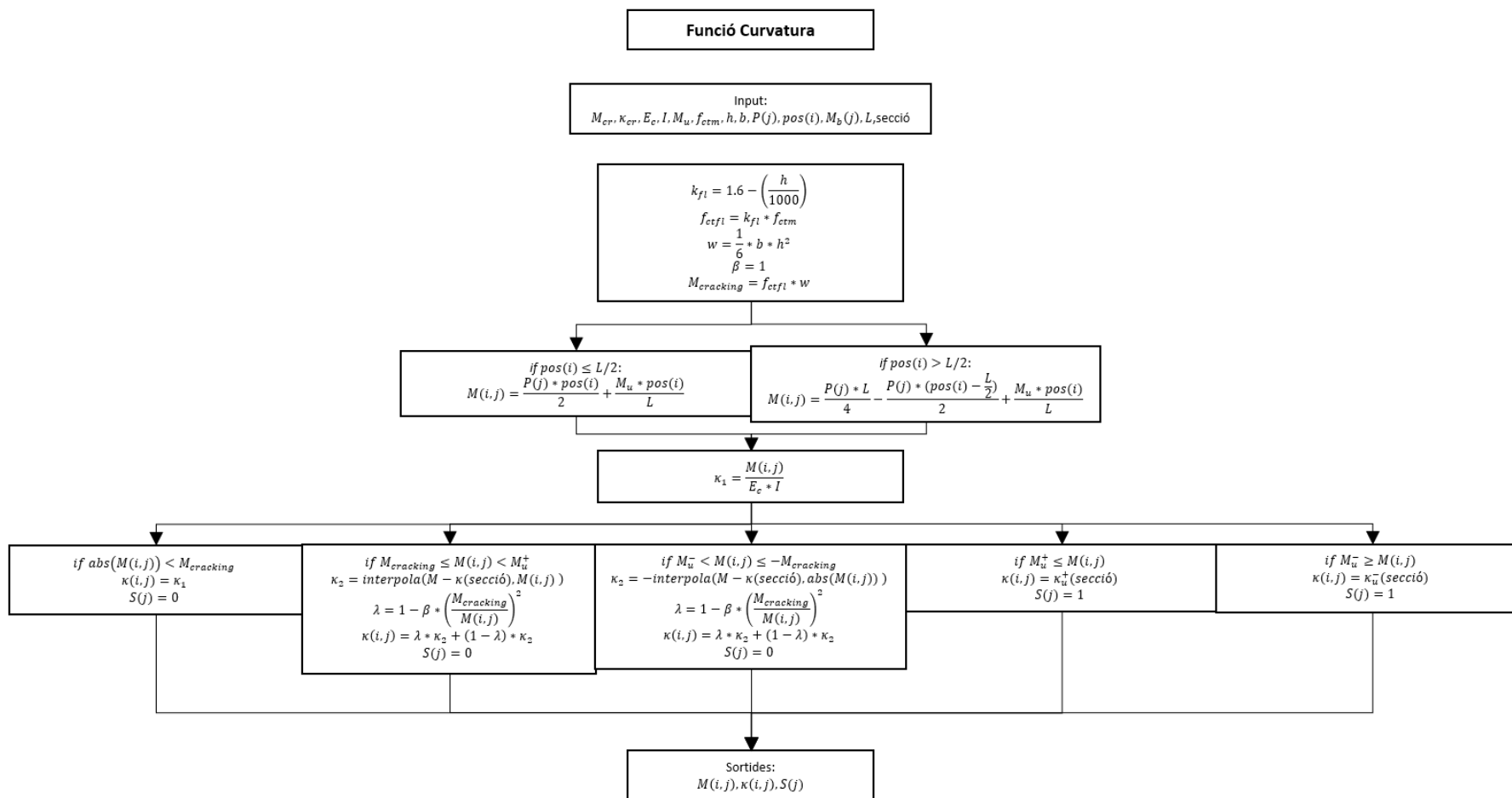


Figura A. 25: Esquema de la funció curvatura.

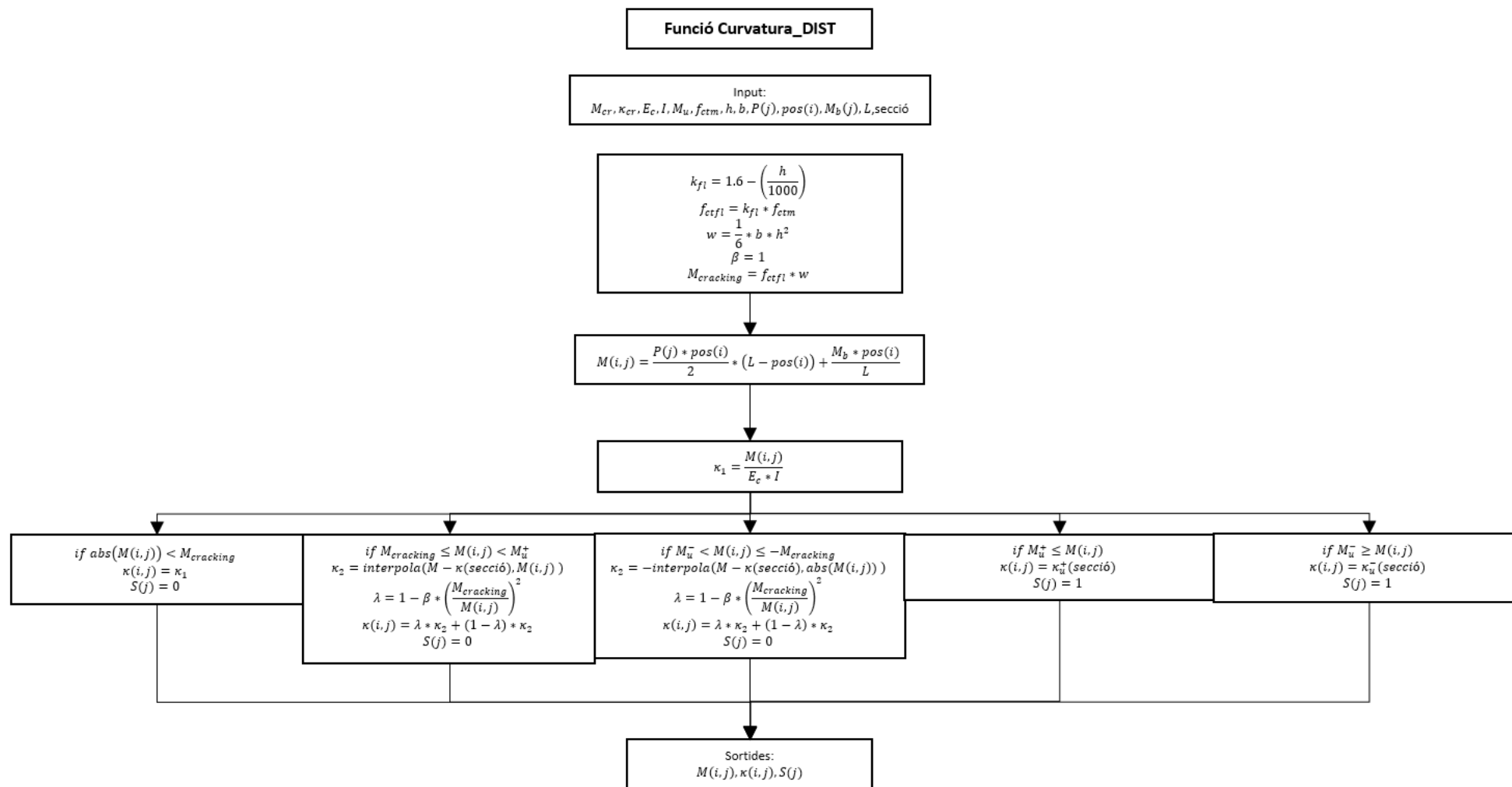


Figura A. 26: Esquema de la funció curvatura_DIST.

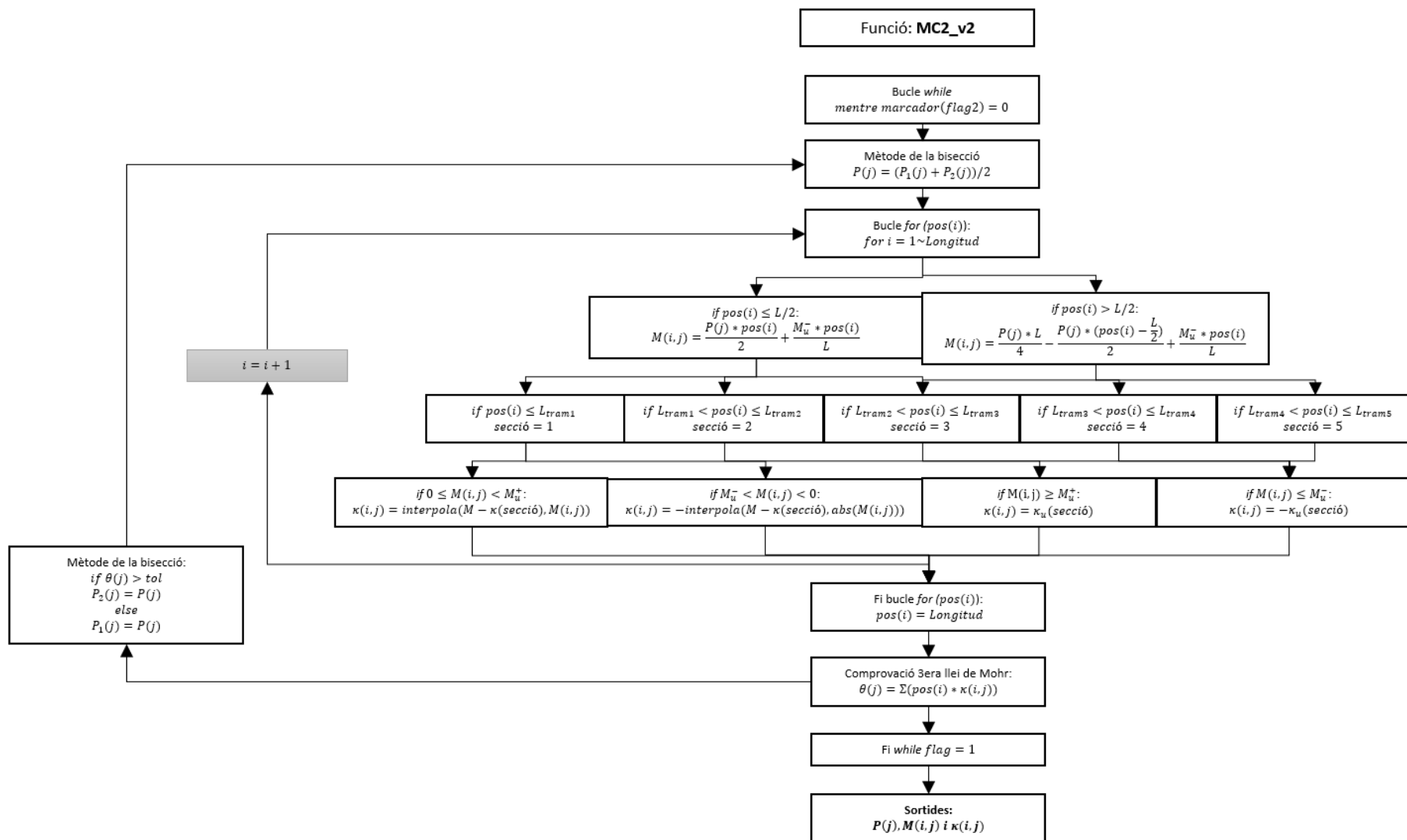


Figura A. 27: Esquema de la funció MC2_v2.

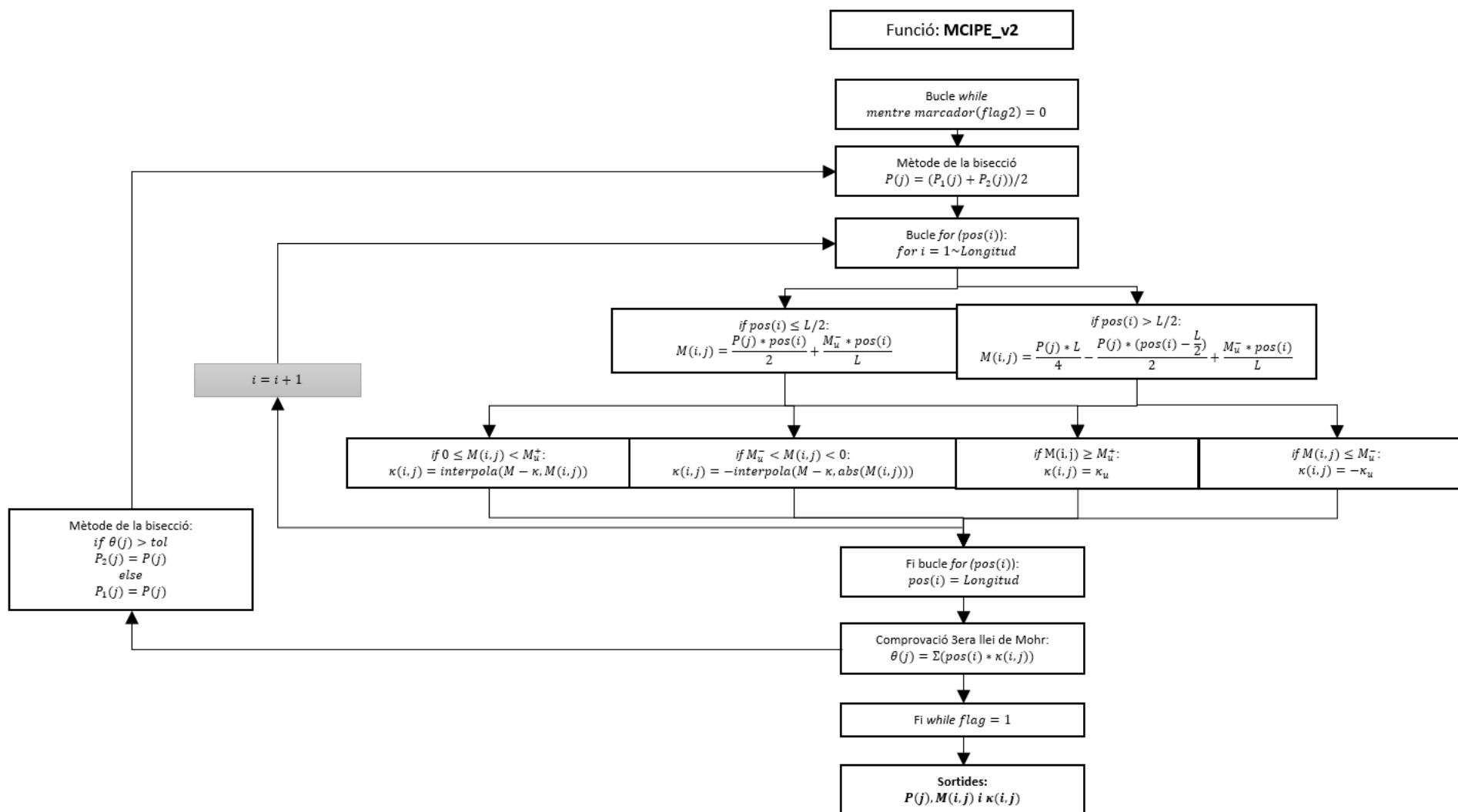


Figura A. 28: Esquema de la funció MCIPE_v2.

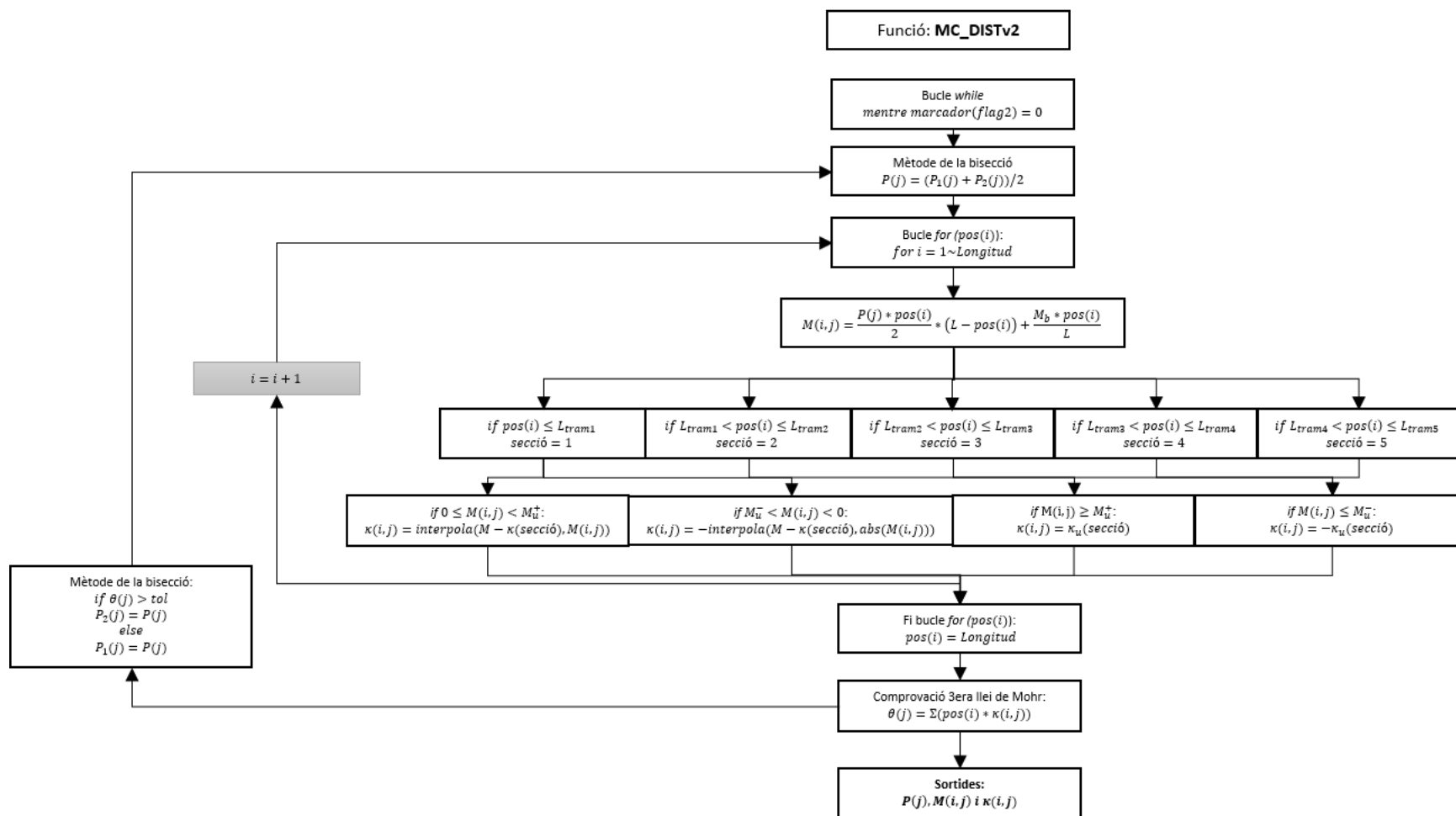


Figura A. 29: Esquema de la funció MC2_DISTv2.

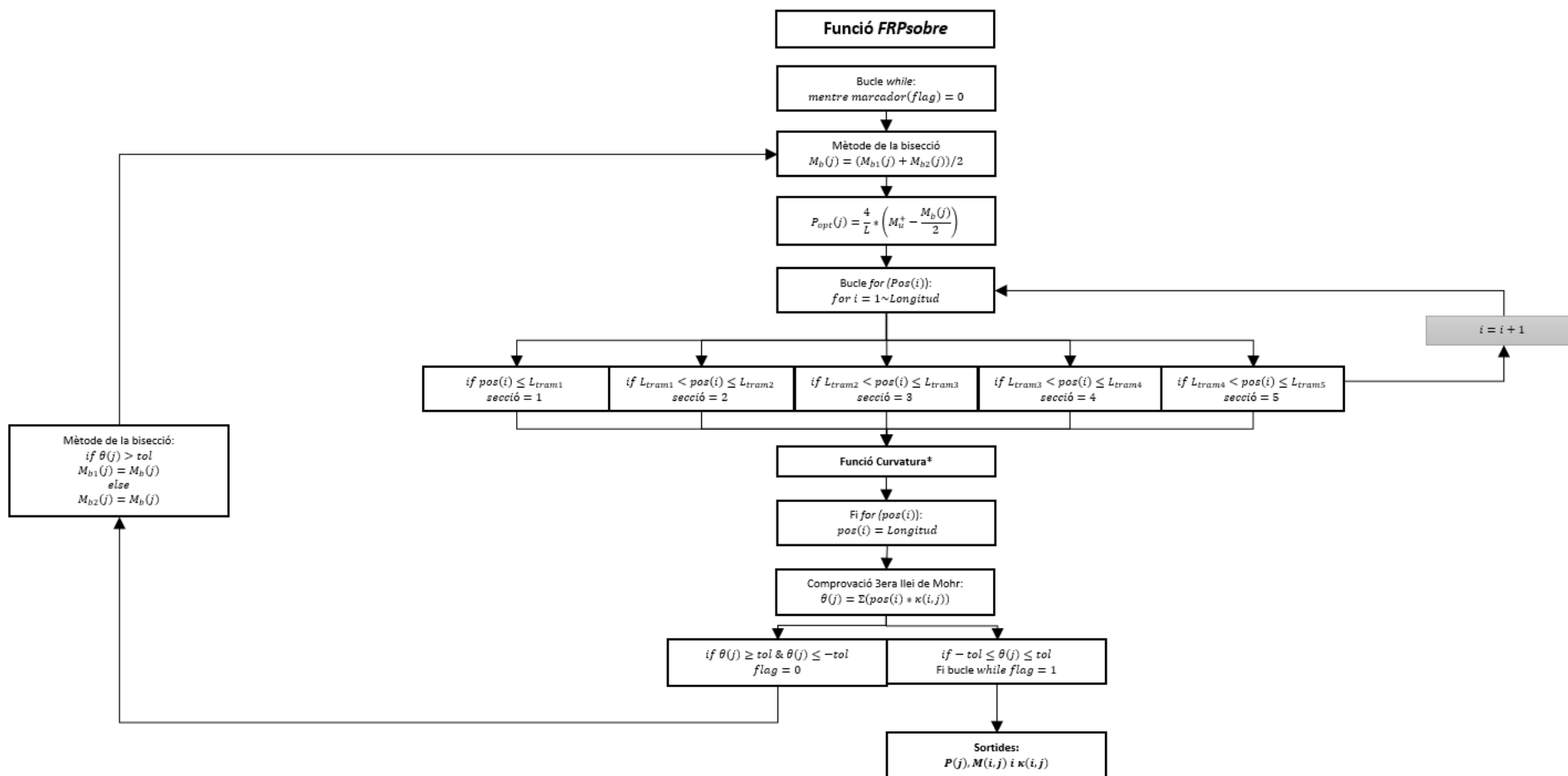


Figura A. 30: Esquema de la funció FRPsobre.

B. CODI RUTINES PROGRAMARI MATLAB

En l'annex B s'adjunten els codis de les rutines que hem creat per resoldre cada un dels casos de l'estudi.

B.1. Codi rutina biga d'un sol material amb comportament lineal per principi de superposició

Contents

- [ANÀLISI D'UNA BIGA CONTÍNUA](#)
- [Geometria](#)
- [Material](#)
- [Vectors i matrius](#)
- [Bucle biga 1](#)
- [Curvatura](#)
- [Reaccions de la biga conjugada](#)
- [Càlcul de la fletxa](#)
- [Càlcul de la fletxa sumant arees](#)
- [Diagrames](#)

```
clear all;clc;

close all;
```

ANÀLISI D'UNA BIGA CONTÍNUA

Aquesta rutina et calcula el diagrama de moments per una biga contínua amb tres columnes. També et calcula la fletxa. Permet variar la càrrega que se li vol aplicar. Sempre règim elàstic, mai hi ha ruptura. La biga és de formigó sense armar. El cas que es volgués canviar el material s'ha d'afegir les dades del material nou al lloc del formigó.

Geometria

```
L = 1800*3;           % [mm] Llum de la viga

L_t = 2*L;           % [mm] Llargada total de la biga

b = 150;             % [mm] Base de la secció
```

```
h = 300;           % [mm] Cantell de la secció

r = 900;           % [mm] Distància de la càrrega al suport

P_max = 40000;     % [N] Força màxima aplicada
```

Material

Formigó

```
fck=35;           % [MPa] Resistència característica formigó

fcm=fck;           % [MPa] Resistència característica real

gamma_c=1;

fcd=fck/gamma_c;   % [MPa] Resistència de càlcul del formigó

fctm=0.3*(fcm)^(2/3); % [MPa] Resistència mitja de càlcul

Ec=22000*(fcm/10)^0.3; % [MPa] Mòdul "elàstic" del formigó

I = b*h^3/12;      % [mm^4] Inèrcia de la secció
```

Vectors i matrius

```
pos = (0:5:L);     % Vector posició (i)

P = (0:10000:P_max); % Vector càrrega (j)

aux = length(P);   % Longitud vector càrrega

aux2 = length(pos); % Longitud vector posició

pos_zeros = zeros(aux2,1);

M=zeros(aux2,aux);

curv_cr=zeros(aux2,aux);
```

Bucle biga 1

$V_a(i,j) = (P_{i(j)} \cdot \text{pos}(i)^2) / 16$; [N*mm²] Tallant del conjugat generat per la biga recolzada i simplement carregada. Aplicant 3r teorema de Mohr, trobo el moment de la ròtula en funció de la càrrega i la secció. $M_b(i,j) = -3 \cdot V_a(i,j) / \text{pos}(i)$; [N*mm] Moment generat a l'encastament degut a la càrrega P.

```

for j = 1:aux

    Mb(j)=-3/16*P(j)*L;      % [N*mm] Moment generat a l'encastament

    for i = 1:aux2

        if pos(i) <= L/2

            % Moment per cada secció

            M(i,j) = (P(j)*pos(i))/2 + Mb(j)*pos(i)/L;

        else

            M(i,j) = (P(j)*L)/4 - (P(j)/2)*(pos(i)-L/2) + Mb(j)*pos(i)/L;

        end

    end

end

end

```

Curvatura

```

curv_cr = (M/1e3)/(Ec*I); % Matriu de curvatures

```

Reaccions de la biga conjugada

```

% Al ser el conjugat el moment en l'encastament canvia de signe.

```

```
Mb = -Mb;

for j=1:1:aux

    Ra1(j) = (P(j)*L^2)/16;           % Reacció del conjugat a l'esquerra de
    % la biga simplement carregada

    Rb1(j) = Ra1(j);                % Reacció del conjugat a la dreta de la
    % biga simplement carregada

    Ra2(j) = -(1/6)*Mb(j)*L;        % Reacció del conjugat a l'esquerra de
    % la biga amb moment a l'encastament

    Rb2(j) = -(1/3)*Mb(j)*L;        % Reacció del conjugat a la dreta de la
    % biga amb moment a l'encastament

    Ra(j) = Ra1(j)+Ra2(j);          % Reacció del conjugat al suport
    % esquerra de la biga

    Rb(j) = Rb1(j)+Rb2(j);          % Reacció del conjugat al suport dret
    % de la biga

end
```

Càlcul de la fletxa

```
for j = 1:aux

    for i = 1:aux2

        if pos(i) <= L/2            % Tram 1

            % Càlcul del moment del conjugat per la biga amb una càrrega
```



```

M_conj1(i,j) = Ra1(j)*pos(i)-(P(j)*pos(i)^3)/12;

% Càlcul del moment del conjugat per la biga amb el moment en
% l'encastament.

M_conj2(i,j) = Ra2(j)*pos(i)+(Mb(j)*pos(i)^3)/(6*L);

else % Tram 2

% Càlcul del moment del conjugat per la biga amb el moment en
% l'encastament.

M_conj2(i,j) = Ra2(j)*pos(i)+(Mb(j)*pos(i)^3)/(6*L);

end

end

end

```

Càlcul de la fletxa sumant arees

```

for j = 1:aux

r = 0;

area = 0;

for i = 1:aux2

r(i) = 5*i-5; % Creo el vector distància

r1 = (fliplr(r)).'; % Giro els valors del vector r

area(i) = M(i,j); % Vector àrea per unitat de dist.

area_dist(i) = area*r1*5; % Multiplico àrea per distancia

```

```
Ma(i,j) = Ra(j)*pos(i)-area_dist(i);    % Fletxa

end

end
```

Diagrames

```
figure()

plot(pos,-M/1e6,'linewidth',3)          % gràfic moment

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

title('Diagrama de moments');

xlim([0 L])

xlabel('X [mm]');

ylabel('Moment [kN·m]');

legend('0 kN','10 kN','20 kN','30 kN','40 kN')

figure()

plot(pos,curv_cr,'linewidth',3)        % gràfic curvatura

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

title('Diagrama de curvatures');

xlim([0 L])

xlabel('X [mm]');
```

```
ylabel('Curvatura [mm-1]);

legend('0 kN', '10 kN', '20 kN', '30 kN', '40 kN')

figure()

plot(pos, -Ma, 'linewidth', 3) % gràfic fletxa

hold on

plot(pos, pos_zeros, 'k', 'linewidth', 1.5) % Eix X

title('Fletxa-Posició');

xlim([0 L])

xlabel('X [mm]');

ylabel('Fletxa [mm]');

legend('0 kN', '10 kN', '20 kN', '30 kN', '40 kN')

figure() % Diagrama càrrega fletxa

plot(max(Ma) / (Ec*I), P/1000, 'linewidth', 2)

title('Càrrega-Fletxa')

xlabel('Fletxa [mm]')

ylabel('Càrrega [kN]')
```

Published with MATLAB® R2022a

B.2. Codi rutina biga d'un sol material amb comportament lineal per deformacions

Contents

- [ANÀLISI D'UNA BIGA CONTÍNUA AMB APLICACIÓ DEL 3ER TEOREMA DE MOHR](#)

- [Geometria](#)
- [Material](#)
- [Vectors i matrius](#)
- [M-C Anàlisi](#)
- [Moment per a cada posició i càrrega en la biga](#)
- [Càlcul de les reaccions del conjugat](#)
- [Càlcul de la fletxa sumant arees](#)
- [Diagrames](#)

```
clear all;clc;

close all;
```

ANÀLISI D'UNA BIGA CONTÍNUA AMB APLICACIÓ DEL 3ER TEOREMA DE MOHR

Aquesta rutina et calcula el diagrama de moments per una biga contínua amb tres columnes. També et calcula la fletxa. Permet variar la càrrega que se li vol aplicar. Sempre règim elàstic, mai hi ha ruptura. Resol l'estàtica de la biga contínua amb la condició de la tercera llei de Mohr. Aquesta rutina arriba a la mateixa solució que la rutina senzilla, però hi arriba amb un mètode diferent. Serveix per comprovar que la condició del 3er teorema de Mohr funciona.

Geometria

```
L = 1800*3;           % [mm] Llum de la biga

L_t = L;             % [mm] Llargada total de la biga

b = 150;             % [mm] Base de la secció

h = 300;            % [mm] Cantell de la secció

r = 900;             % [mm] Distància de la càrrega al suport

P_max = 40000;      % [N] Força màxima aplicada
```

Material

Formigo

```
fck=35;              % [MPa] Resistència característica formigó

fcm=fck;            % [MPa] Resistència característica real
```

```

gamma_c=1;

fcd=fck/gamma_c;           % [MPa] Resistència de càlcul del formigó

fctm=0.3*(fcm)^(2/3);     % [MPa] Resistència mitja de càlcul.

Ec=22000*(fcm/10)^0.3;    % [MPa] Mòdul elàstic del formigó

I = b*h^3/12;             % [mm^4] Inèrcia de la secció

eps_cu=0.0035;           % Deformació última del formigó

eps_c2=0.002;            % Deformació de fissuració del formigó

```

Vectors i matrius

```

pos = (0:5:L);             % Vector posició

P = (0:10000:P_max);      % Vector càrregues

M_i = (0:1e9:1e12);       % Vector moments

eps_c = (0:0.00005:eps_cu)'; % Vector deformacions

aux = length(P);          % Longitud vector càrregues

aux2 = length(pos);       % Longitud vector posició

aux3 = length(M_i);       % Longitud vector moments

pos_zeros = zeros(aux2,1); % Variable per dibuixar línia recta al

                             % plot

```

M-C Anàlisi

```

curv_cr=M_i/(Ec*I);       % Vector curvatura del diagrama M-C

M_cr=M_i;                 % Vector moment del diagrama M-C

% Digrama M-C negatiu

```

```
M_cr_n = -M_cr;
```

Moment per a cada posició i càrrega en la biga

```
for j = 1:aux                                % Iteració per cada càrrega

    R_incr(j) = 100;                          % inicialitzo indicador de solució

    % correcte del 3er teorema de Mohr

    flag = 0;                                 % Marcador per sortir del bucle While

    k(j) = 0;                                 % Comptador d'iteracions

    Mb1(j) = 0;                               % Límit inferior del mètode de la bisecció

    i=0;

    % Condicional per adequar el funcionament del metode de la bisecció

    if P(j)<10000

        Mb2(j) = -1e6;                        % Límit 'inferior' del mètode de la bisecció

    elseif P(j)>=10000

        Mb2(j) = -5e7;                        % Límit 'inferior' del mètode de la bisecció

    end

    while flag == 0

        Mb(j) = (Mb1(j)+Mb2(j))/2;           % Mètode de la bisecció

        for i = 1:aux2                       % Iteració per cada posició
```

```
if pos(i)<=L/2                                % Part Esquerre de la biga

    % Moment per cada posició i càrrega

    M(i,j) = ((P(j)*pos(i))/2)+(Mb(j)*pos(i)/L);

    if M(i,j)>=0

        % Curvatura per cada posició i càrrega

        C(i,j) = interp1(M_cr,curv_cr,M(i,j));

    else

        % Curvatura per cada posició i càrrega

        C(i,j) = -interp1(M_cr,curv_cr,abs(M(i,j)));

    end

end

if pos(i)>L/2                                    % Part drete de la biga

    M(i,j) = (P(j)*L)/4-(P(j)/2)*(pos(i)-L/2)+(Mb(j)*pos(i)/L);

    if M(i,j)>=0

        C(i,j) = interp1(M_cr,curv_cr,M(i,j));

    else

        C(i,j) = -interp1(M_cr,curv_cr,abs(M(i,j)));

    end

end

end
```

```
R_incr(j) = pos*C(:,j); % Angle girat

% del 3er teorema de Mohr.

if R_incr(j) < 1e-9 && R_incr(j) > -1e-9 % Comprovació de

    % sumatori és igual a 0

    flag = 1; % Marcador per

    % sortir del bucle While

    fprintf('Arriba a la solució per una càrrega %6.0f.\n',P(j));

elseif k(j)>350

    flag = 1; % Marcador per

    % sortir del bucle while

    fprintf('Error. No es troba resultat.');
```

end

```
% En cas de no trobar solució s'aplica el mètode de la bisecció

if flag == 0 && R_incr(j)>1e-9 % Mètode de la bisecció

    Mb1(j) = Mb(j); % Ens trobem en la

    % meitat superior del rang

else

    Mb2(j) = Mb(j); % Ens trobem en la

    % meitat inferior del rang

end

k(j) = k(j) + 1; % Comptador d'iteracions

end
```



```
end

C = M/(Ec*I);           % Curvatura per cada moment i càrrega
```

Càlcul de les reaccions del conjugat

```
Mb = -Mb;               % Canvi de signe del moment per el conjugat

for j=1:aux

    Ra1(j) = (P(j)*L^2)/16;           % Reacció del conjugat a l'esquerra de
    % la biga simplement carregada

    Rb1(j) = Ra1(j);                 % Reacció del conjugat a la dreta de
    % la biga simplement carregada

    Ra2(j) = -(1/6)*Mb(j)*L;         % Reacció del conjugat a l'esquerra de
    % la biga amb moment a l'encastament

    Rb2(j) = -(1/3)*Mb(j)*L;         % Reacció del conjugat a la dreta de
    % la biga amb moment a l'encastament

    Ra(j) = Ra1(j)+Ra2(j);           % Reacció del conjugat al suport
    % esquerra de la biga

    Rb(j) = Rb1(j)+Rb2(j);           % Reacció del conjugat al suport dret
    % de la biga

end
```

Càlcul de la fletxa sumant arees

```
for j = 1:aux

    r = 0;
```

```
area = 0;

for i = 1:aux2

    r(i) = 5*i-5;           % Creo el vector distància

    r1 = (fliplr(r)).';     % Giro els valors del vector distància

    area(i) = M(i,j);      % Vector àrea per unitat de distància

    area_dist(i) = area*r1*5; % Multiplico àrea per dist

    Ma(i,j) = Ra(j)*pos(i)-area_dist(i); % Fletxa

end

end
```

Diagrames

```
figure()

plot(pos,-M/1e6,'linewidth',3) % Diagrama moment per pos

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

title('Diagrama de moments');

xlim([0 L])

xlabel('X [mm]');

ylabel('Moment [kN·m]');

legend('0 kN','10 kN','20 kN','30 kN','40 kN')
```

```
figure()

plot(pos,C,'linewidth',3) % Diagrama curvatura

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

title('Diagrama de curvatures');

xlim([0 L])

xlabel('X [mm]');

ylabel('Curvatura [mm^-1]');

legend('0 kN','10 kN','20 kN','30 kN','40 kN')

figure()

plot(pos,-Ma/(Ec*I),'linewidth',3) % Diagrama fletxa

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

xlim([0 L])

title('Fletxa-Posició');

xlabel('X [mm]');

ylabel('Fletxa [mm]');

legend('0 kN','10 kN','20 kN','30 kN','40 kN')

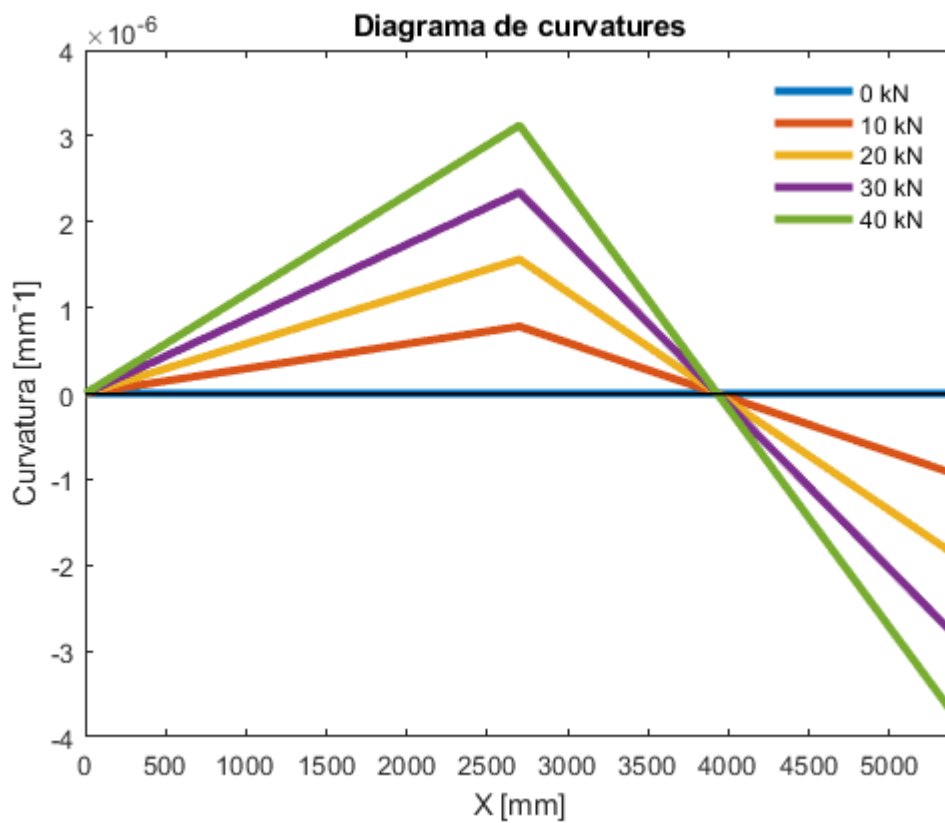
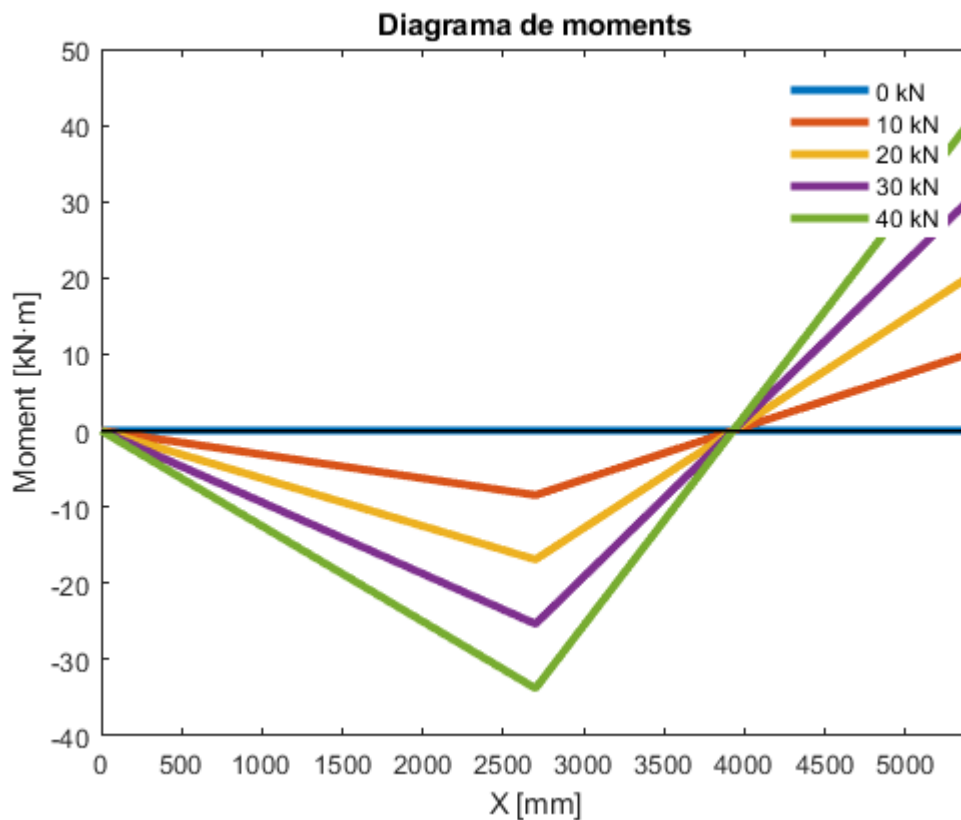
figure() % Diagrama càrrega fletxa

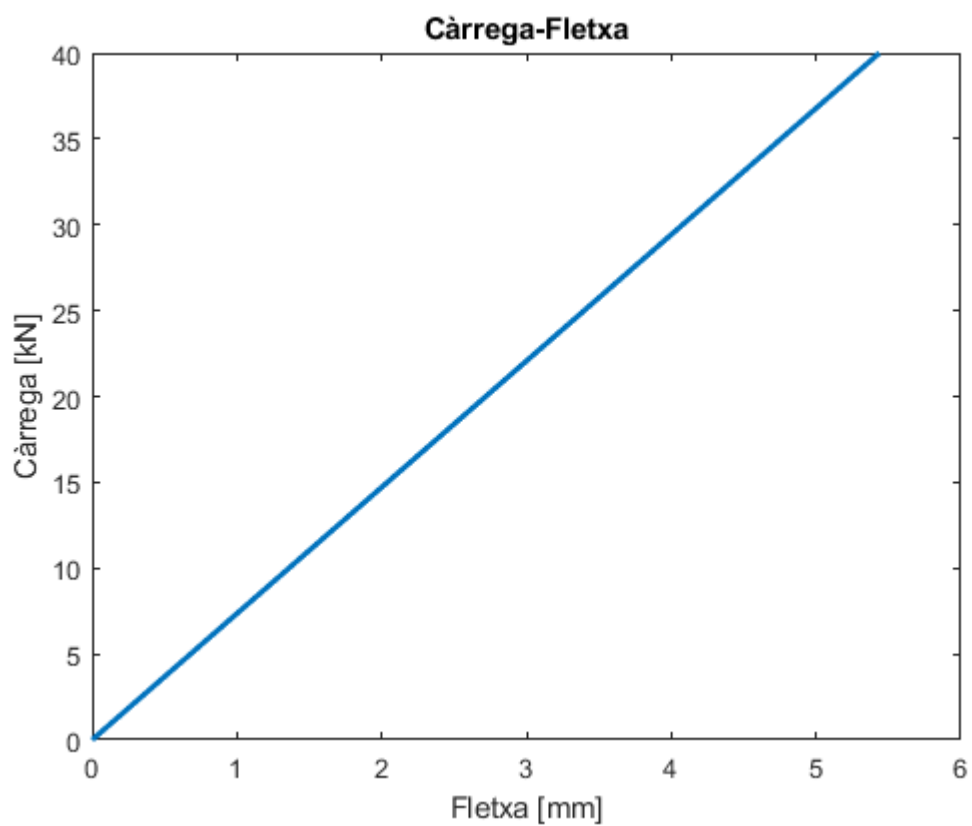
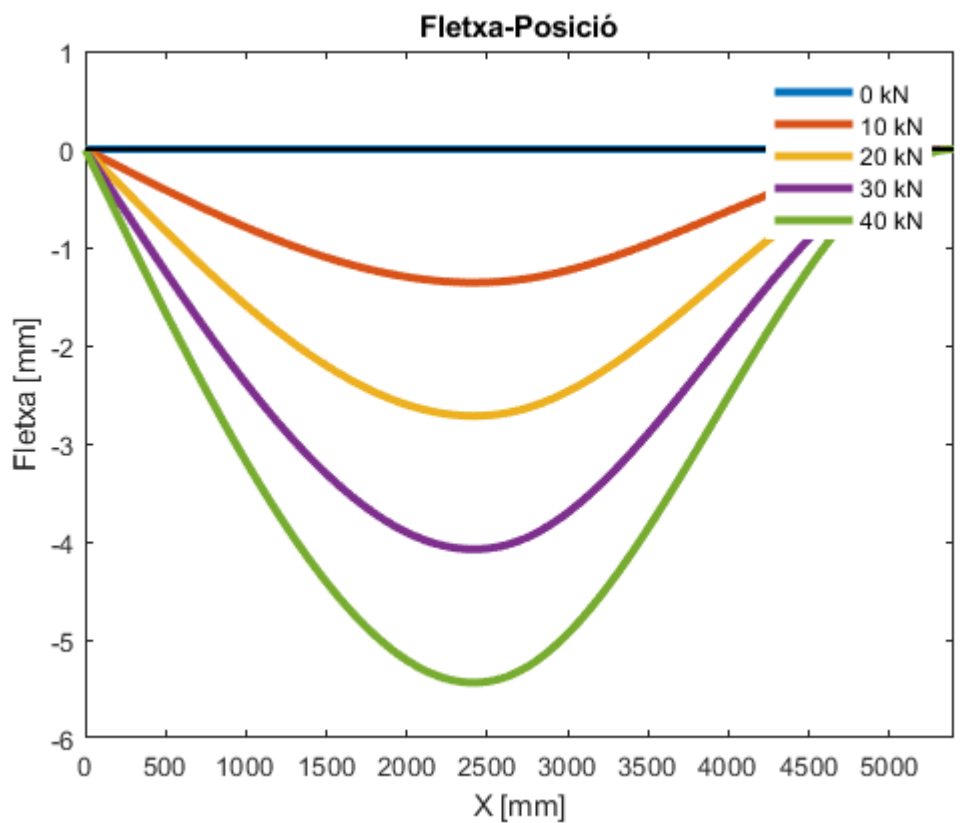
plot(max(Ma)/(Ec*I),P/1000,'linewidth',2)

title('Càrrega-Fletxa')

xlabel('Fletxa [mm]')
```

```
ylabel('Càrrega [kN]')
```





B.3. Codi rutina biga d'acer amb perfil IPE amb comportament elasto-plàstic

Contents

- [CAS BIGA CONTÍNUA AMB PERFIL IPE I ENDURIMENT](#)
- [Geometria](#)
- [Material i Característiques de la secció](#)
- [Vectors i matrius](#)
- [Tensió-Deformació \(Mètode bilineal enduriment 2,5%\)](#)
- [Moment-Curvatura \(Mètode bilineal enduriment 2,5%\)](#)
- [Bucle biga 1](#)
- [Curvatura](#)
- [Reaccions de la biga conjugada](#)
- [Calcul de la fletxa sumant àrees](#)
- [Diagrames](#)

```
clear all;clc;

close all;
```

CAS BIGA CONTÍNUA AMB PERFIL IPE I ENDURIMENT

Aquesta rutina et calcula el diagrama de moments per una biga contínua amb tres columnes amb un perfil d'acer IPE. També et calcula la fletxa. Permet variar la càrrega que se li vol aplicar. Règim elàstic i plàstic amb enduriment de l'acer. Resol l'estàtica de la biga contínua amb la condició de la tercera llei de Mohr.

Geometria

```
L = 5400;           % [mm] Llum de la viga

L_t = 2*L;         % [mm] Llargada total de la biga

r = 900;           % [mm] Distància de la càrrega al suport

P_max = 300000;    % [N] Força màxima aplicada
```

Material i Característiques de la secció

ACER PERFIL IPE300 S355 (Dades promptuari)

```

fy=355; % [MPa] Límit elàstic de l'acer

fu = 490; % [MPa] Límit últim de l'acer

h = 300; % [mm] alçada

b = 150; % [mm] base

z = h/2; % [mm] distància de la part superior fins la línia
neutre

radi = 15; % [mm] radi de soldadura

tw = 7.8; % [mm] amplada de l'ànima

tf = 10.7; % [mm] amplada de l'ala

C_ala = b/2-radi-tw/2; % [mm] llargada de l'ala

C_anima = h-2*radi-2*tf; % [mm] llargada de l'ànima

A = 53.8e2; % [mm2] àrea de la secció

Iy = 8356e4; % [mm4] inèrcia perfil fort

Wel = 557e3; % [mm3] mòdul resistent de la secció ELÀSTIC

Wpl = 628e3; % [mm3] mòdul resistent de la secció PLÀSTIC

epsilon = sqrt(235/fy); % allargament per verificar la secció

v_ala = C_ala/tf; % Quocient entre C i amplada de l'ala

v_anima = C_anima/tw; % Quocient entre C i amplada de l'ànima

Es = 2.1e5; % [MPa] Mòdul elàstic de l'acer.

```

Vectors i matrius

```

pos = (0:5:L); % Vector posició

P = (0:50000:P_max); % Vector càrrega

aux = length(P); % Longitud vector càrrega

aux2 = length(pos); % Longitud vector posició

```

```
pos_zeros = zeros(aux2,1); % Vector de zeros
```

Tensió-Deformació (Mètode bilineal enduriment 2,5%)

```
eps_u = fu/Es;  
  
eps_incr = 0.00001;  
  
eps_i = 0:eps_incr:0.01; % Vector deformacions  
  
aux3 = length(eps_i); % Longitud vector deformacions  
  
eps_y = fy/Es; % Deformació límit elàstic  
  
for i = 1:aux3  
  
    if eps_i(i)<eps_y  
  
        sigma_i(i) = Es*eps_i(i); % Tensió per cada deformació  
  
    elseif eps_i(i)>=eps_y  
  
        sigma_i(i) = fy+0.05*Es*(eps_i(i)-eps_y); % Tensió per cada deformació  
  
    end  
  
end
```

Moment-Curvatura (Mètode bilineal enduriment 2,5%)

```
Mel = fy*Wel;  
  
% Mpl = fy*Wpl;  
  
Cy = 2*eps_y/h;  
  
C_i = eps_i/z;  
  
M_i = (sigma_i*Iy)/z;  
  
Mpl = max(M_i);  
  
Mpl_vect = pos_zeros+Mpl;  
  
% Suposo que quan arriba a la curvatura màxima ja ha plastificat tota la
```



```
% secció.
```

Bucle biga 1

```
for j = 1:aux

    R_incr(j) = 100;           % Metode bisecció resultat.

    flag = 0;                % Marcador per sortir del bucle While

    k(j) = 1;                % comptador d'iteracions

    Mb1(j) = 0;              % Límit inferior del mètode de la bisecció

    i=0;

    S=0;                     % Marcador per quan s'arriba a Mp negatiu

    P_i(j)=0;                % Inicialitzo la càrrega per quan es

    % genera la ròtula al centre de la biga.

    if P(j)<10000

        Mb2(j) = -1e6;        % Límit superior del mètode de la bisecció

    elseif P(j)>=10000

        Mb2(j) = -3e8;        % Límit superior del mètode de la bisecció

    end

    while flag == 0

        Mb(j) = (Mb1(j)+Mb2(j))/2;    % Metode de la bisecció

        for i = 1:aux2

            if pos(i)<= L/2           % PART 1

                M(i,j) = ((P(j)*pos(i))/2)+(Mb(j)*pos(i)/L);
```

```
if M(i,j)>=0 && M(i,j)<Mpl

    C(i,j) = interp1(M_i,C_i,M(i,j));

elseif M(i,j)<0 && M(i,j)>-Mpl

    C(i,j) = -interp1(M_i,C_i,abs(M(i,j)));

elseif M(i,j)>=Mpl && k(j)>20

    C(i,j) = interp1(M_i,C_i,Mpl);

    S = 1;

elseif M(i,j)<=-Mpl && k(j)>20

    C(i,j) = -interp1(M_i,C_i,abs(Mpl));

    S = 1;

end

end

if pos(i)>L/2                                     % PART 2

    M(i,j) = ((P(j)*L)/4-(P(j)/2)*(pos(i)-L/2))+(Mb(j)*pos(i)/L);

    if M(i,j)>=0 && M(i,j)<Mpl

        C(i,j) = interp1(M_i,C_i,M(i,j));

    elseif M(i,j)<0 && M(i,j)>-Mpl

        C(i,j) = -interp1(M_i,C_i,abs(M(i,j)));

    elseif M(i,j)>=Mpl && k(j)>20

        C(i,j) = interp1(M_i,C_i,Mpl);

        S = 1;
```

```
elseif M(i,j)<=-Mpl && k(j)>20

    C(i,j) = -interp1(M_i,C_i,abs(Mpl));

    S = 1;

end

end

end

if min(M(:,j))<=-Mpl && k(j)>40

    Mb(j)=-Mpl;

    [P(j),M(:,j),C(:,j)] = MCIPE_v2(Mb(j),L,Mpl,M_i,C_i,aux2);

    flag = 1;           % Sortim del bucle while, s'ha creat ròtula

    fprintf('La biga arriba al moment últim negatiu per una càrrega
%6.0f.\n',P(j));

else

    R_incr(j) = pos*C(:,j);

    if R_incr(j) < 1e-9 && R_incr(j) > -1e-9   % Comprovació de

        % sumatori és igual a 0

        flag = 1;           % Marcador while

        fprintf('Cap seccio arriba a Mp per una càrrega %6.0f.\n',P(j));

    elseif k(j)>350

        flag = 1;

        fprintf('Error per una càrrega %6.0f.\n',P(j));

    end

end

end
```

```

    if flag == 0 && R_incr(j)>1e-9           % Metode de la biseccio

        Mb1(j) = Mb(j);

    else

        Mb2(j) = Mb(j);

    end

    k(j) = k(j) + 1;                       % Comptador d'iteracions

end

end

```

Cap seccio arriba a M_p per una càrrega 0.

Cap seccio arriba a M_p per una càrrega 50000.

Cap seccio arriba a M_p per una càrrega 100000.

Cap seccio arriba a M_p per una càrrega 150000.

Cap seccio arriba a M_p per una càrrega 200000.

Cap seccio arriba a M_p per una càrrega 250000.

La biga arriba al moment últim negatiu per una càrrega 262831.

Curvatura

```
% curv_cr = (M/1e3)/(Es*Iy);
```

Reaccions de la biga conjugada

```
% Al ser el conjugat el moment passa a ser positiu.
```

```
Mb = -Mb;
```

```

for j=1:1:aux

    Ra1(j) = (P(j)*L^2)/16;           % Reaccio del conjugat a l'esquerra de
                                     % la biga simplement carregada

    Rb1(j) = Ra1(j);                 % Reaccio del conjugat a la dreta de
                                     % la biga simplement carregada

    Ra2(j) = -(1/6)*Mb(j)*L;         % Reaccio del conjugat a l'esquerra de
                                     % la biga amb moment a l'encastament

    Rb2(j) = -(1/3)*Mb(j)*L;         % Reaccio del conjugat a la dreta de
                                     % la biga amb moment a l'encastament

    Ra(j) = Ra1(j)+Ra2(j);           % Reaccio del conjugat al suport
                                     % esquerra de la biga

    Rb(j) = Rb1(j)+Rb2(j);           % Reaccio del conjugat al suport dret
                                     % de la biga

end

```

Calcul de la fletxa sumant arees

```

%M_sum = (M_c)*0;

for j = 1:aux

    r = 0;

    area = 0;

    M_fletxa(:,j) = M(:,j);

    for i = 1:aux2

```

```

r(i) = 5*i-5;           % Creo el vector distancia

r1 = (fliplr(r)).';     % Giro els valors del vector distancia

area(i) = M_fletxa(i,j); % Vector area per unitat de distancia

area_dist(i) = area*r1*5; % Multiplico area per distancia

Ma(i,j) = Ra(j)*pos(i)-area_dist(i); % Fletxa

end

end

```

Diagrames

```

figure()

plot(pos,-M/1e6,'linewidth',3) % Diagrama moment

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

hold on

plot(pos,Mpl_vect/1e6,'k','linewidth',1.5)

hold on

plot(pos,-Mpl_vect/1e6,'k','linewidth',1.5)

title('Diagrama de moments');

xlim([0 L])

xlabel('X [mm]');

ylabel('Moment [kN·m]');

```

```
legend('0 kN','50 kN','100 kN','150 kN','200 kN','250 kN','262 kN')

figure()

plot(pos,-Ma/(Es*Iy),'linewidth',3) % Diagrama fletxa

% plot(pos,-Mr_cr)

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

title('Fletxa');

xlim([0 L])

xlabel('Posició [mm]');

ylabel('Fletxa [mm]');

legend('0 kN','50 kN','100 kN','150 kN','200 kN','250 kN','262 kN')

figure()

plot(pos,C,'linewidth',3) % Diagrama curvatura

% plot(pos,-Mr_cr)

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

title('Curvatura-Posició');

xlim([0 L])

xlabel('Posició[mm]');

ylabel('Curvatura[mm^-1]');

legend('0 kN','50 kN','100 kN','150 kN','200 kN','250 kN','262 kN')
```

```
figure() % Diagrama esforç deformació

plot(eps_i,sigma_i,'linewidth',3)

title('Tensió - Deformació (bilineal amb enduriment)');

xlabel('Deformació unitària[mm/mm]');

ylabel('Tensió [MPa]');

figure() % Diagrama M-C

plot(C_i,M_i,'linewidth',3)

title('Moment - Curvatura (bilineal amb enduriment)');

xlabel('Curvatura [mm^-1]');

ylabel('Moment [Nmm]');

figure()

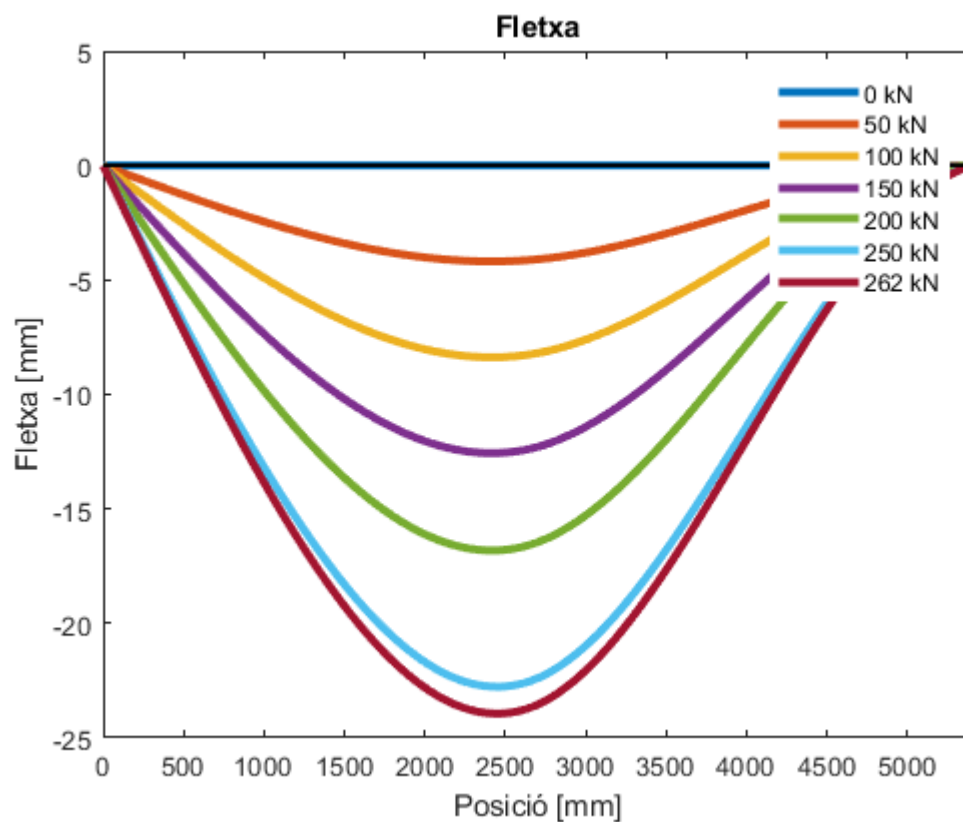
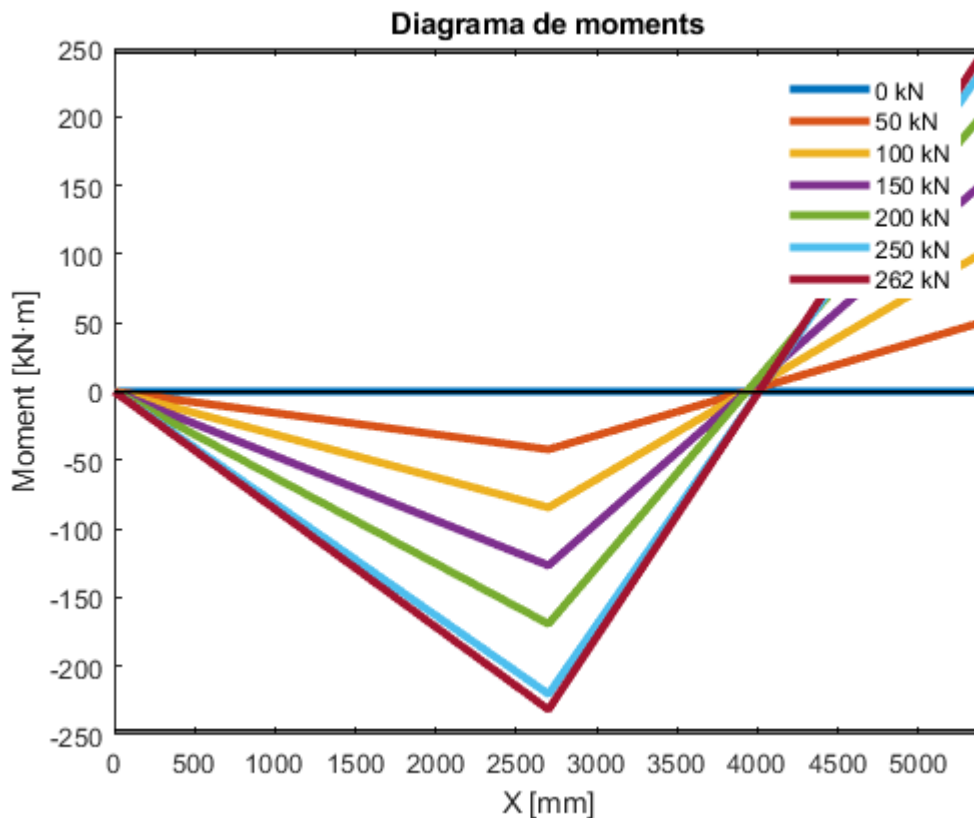
plot(max(Ma)/(Es*Iy),P/1000,'linewidth',2) % Diagrama Càrrega-Fletxa

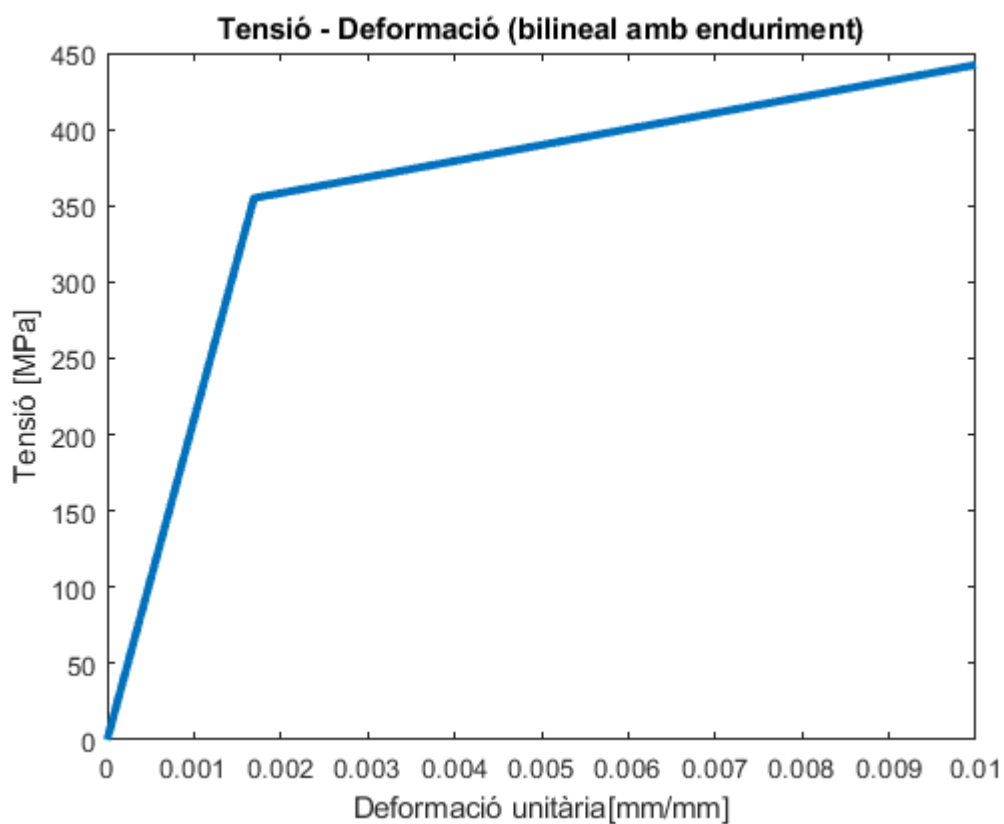
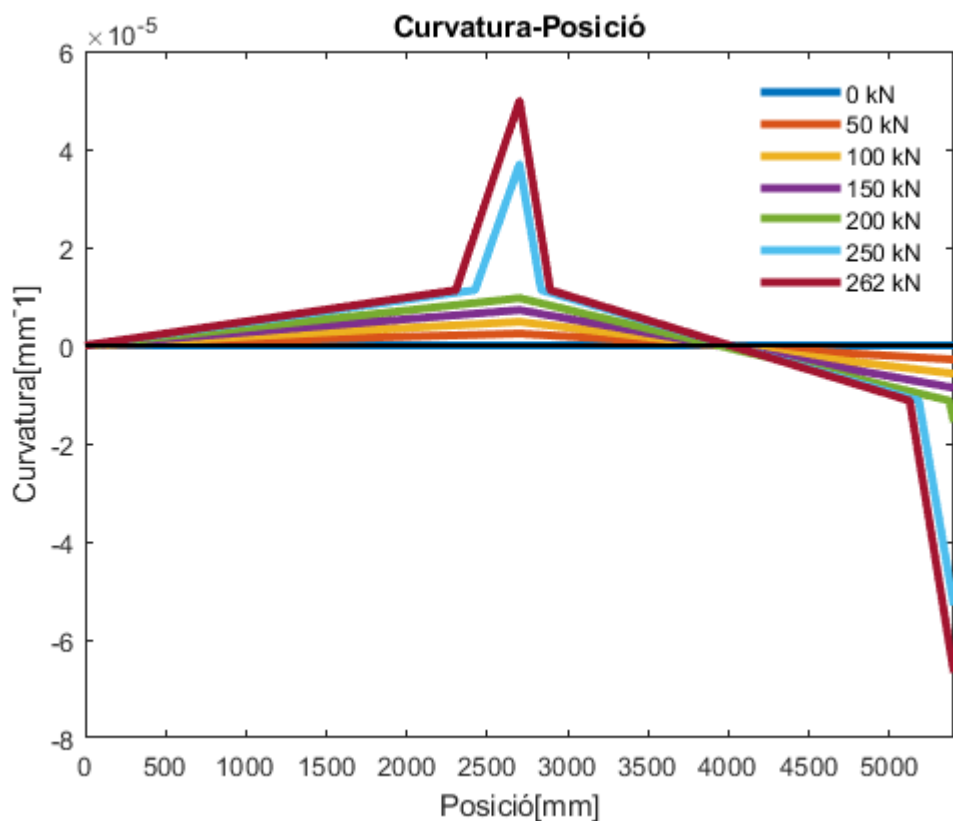
hold on

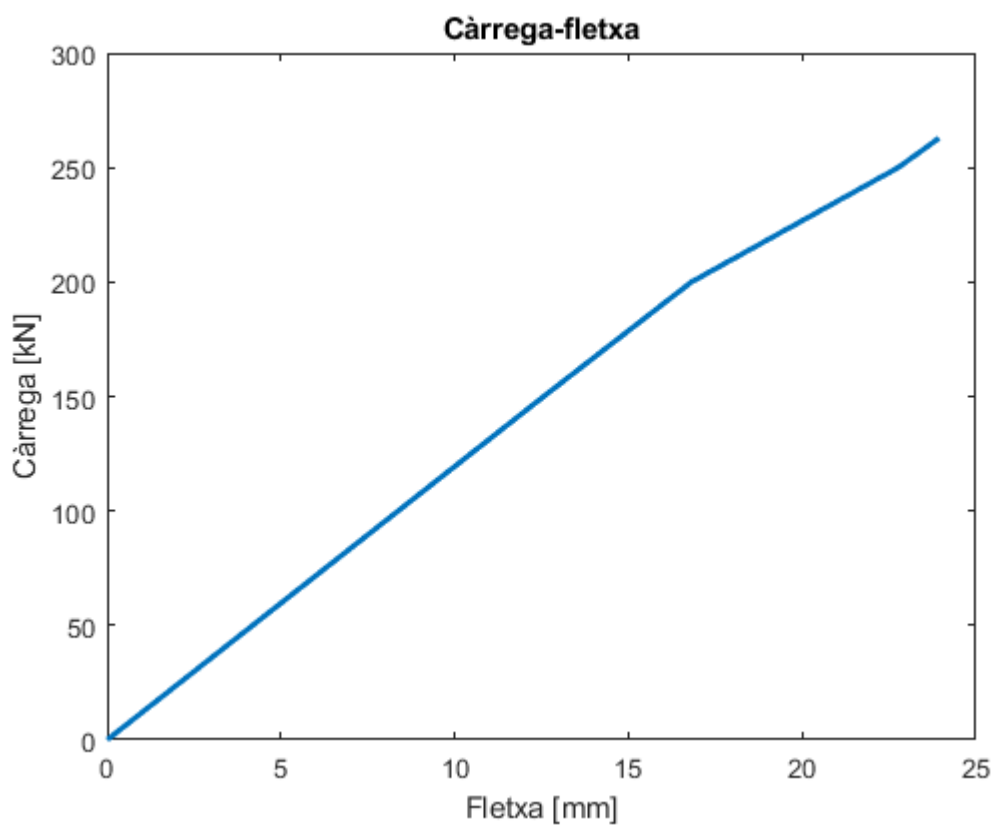
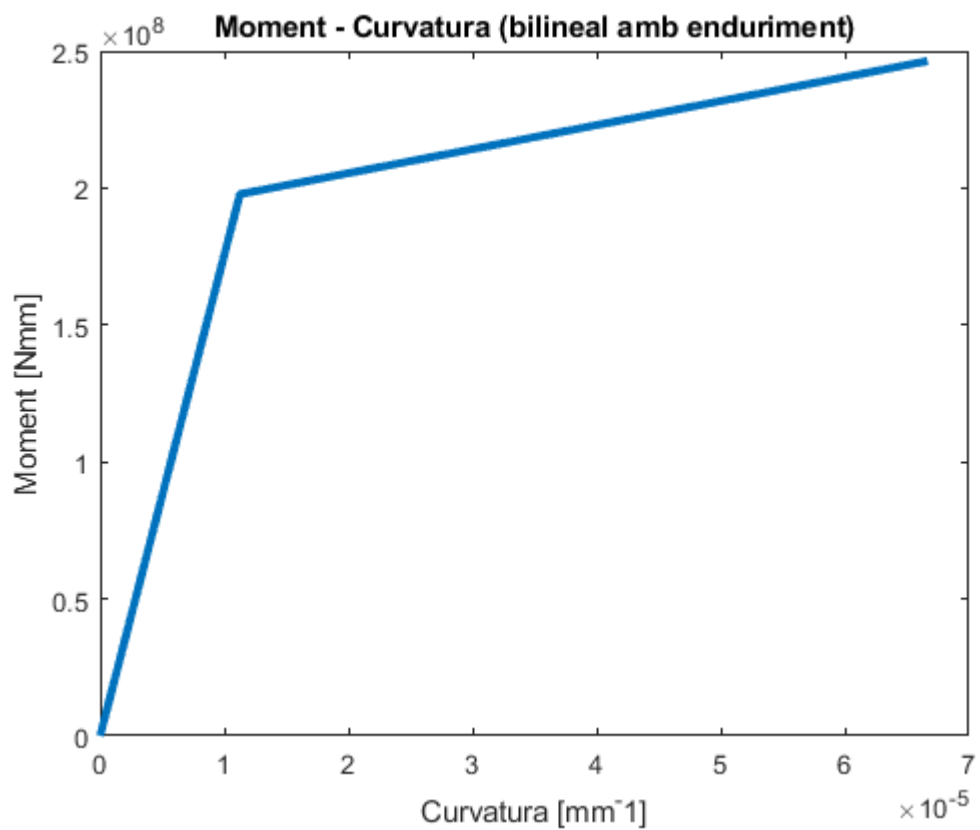
title('Càrrega-fletxa');

xlabel('Fletxa [mm]')

ylabel('Càrrega [kN]')
```





B.4. Codi rutina biga de formigó armat amb secció fissurada

Contents

- [CAS BIGA CONTÍNUA F.A. SENSE FASE DE FISSURACIÓ](#)
- [Geometria](#)
- [Propietats dels materials](#)
- [Tipologies i característiques de les seccions](#)
- [Vectors i matrius](#)
- [Diagrama M-C](#)
- [Moment per a cada posició i càrrega en la biga](#)
- [Reaccions de la biga conjugada](#)
- [Càlcul de la fletxa sumant àrees](#)
- [Diagrames](#)

```
clear all;clc;

close all;
```

CAS BIGA CONTÍNUA F.A. SENSE FASE DE FISSURACIÓ

Aquesta rutina et calcula el moment curvatura per una determinada càrrega La rigidesa de la biga NO és lineal, així doncs per passar de moment a curvatura s'ha d'interpol·lar a la gràfica de M-C. Afegeixo el M últim, es crea ròtula, i el 3er teorema de Mohr ja no es compleix.

Geometria

```
L = 1800*3;           % [mm] Llum de la biga

L_t = 2*L;           % [mm] Llargada total de la biga

b = 150;             % [mm] Base de la secció

h = 300;             % [mm] Cantell de la secció

r = 900;             % [mm] Distància de la càrrega al suport

recob = 25;         % [mm] Recobriment de la secció

tall = 10;          % [mm] Diàmetre de l'armat a tallant
```

Propietats dels materials

Formigó

```
fck=35; % [MPa] Resistència característica formigó

fcm=fck; % [MPa] Resistència característica real

gamma_c=1;

fcd=fck/gamma_c; % [MPa] Resistència de càlcul del formigó

fctm=0.3*(fcm)^(2/3); % [MPa] Resistència mitja de càlcul.

Ec=22000*(fcm/10)^0.3; % [MPa] Mòdul elàstic del formigó

I = b*h^3/12; % [mm^4] Inèrcia de la secció

eps_cu=0.0035; % Deformació última del formigó

eps_c2=0.002; % Deformació de fissuració del formigó

% Acer

fyk = 550; % [MPa] Resistència límit elàstic de l'acer

Es=205000; % [MPa] Mòdul elàstic de l'acer

gamma_s=1;

fyd=fyk/gamma_s; % [MPa] Resistència de càlcul de l'acer
```

Tipologies i característiques de les seccions

```
% Tram 1

As1_1 = 2*pi*(12/2)^2; % 2 barres de 12mm;

% Àrea armadura inferior seccio tram 1

As2_1 = 2*pi*(8/2)^2; % 2 barres de 8mm;

% Àrea armadura superior seccio tram 1
```

```
dist_tram1 = 200*3; % Final del tram 1 respecte

% el suport

d_1 = h-(recob+tall+(12/2)); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_1 = recob+tall+(8/2); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_1 = h-d2_1; % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_1 = recob+tall+(12/2); % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 2

As1_2 = 2*pi*(12/2)^2+pi*(16/2)^2; % 2 de 12 + 1 de 16; Àrea

% armadura inferior seccio tram 2

As2_2 = 2*pi*(8/2)^2; % 2 de 8; Àrea armadura

% superior seccio tram 2

dist_tram2 = 1100*3; % final del tram 2 respecte

% el suport

d_2 = h-(recob+tall+(13.33/2)); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_2 = recob+tall+(8/2); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa
```

```
dn_2 = h-d2_2; % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_2 = recob+tall+(13.33/2); % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 3

As1_3 = 2*pi*(12/2)^2+pi*(16/2)^2; % 2 de 12 + 1 de 16; Àrea
% armadura inferior seccio tram 3

As2_3 = 2*pi*(8/2)^2+3*pi*(12/2)^2; % 2 de 8 + 3 de 12; Àrea
% armadura superior seccio tram 3

dist_tram3 = 1200*3; % final del tram 3 respecte
% el suport

d_3 = h-(recob+tall+(13.33/2)); % [mm], distància de la part
% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_3 = recob+tall+(10.4/2); % [mm], distància de la part
% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_3 = h-d2_3; % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_3 = recob+tall+(13.33/2); % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 4

As1_4 = 2*pi*(12/2)^2+pi*(16/2)^2; % 2 de 12 + 1 de 16; Àrea
```

```
% armadura inferior seccio tram 4

As2_4 = 3*pi*(12/2)^2; % 3 de 12; Àrea armadura

% superior seccio tram 4

dist_tram4 = 1600*3; % final del tram 4 respecte

% el suport

d_4 = h-(recob+tall+(13.33/2)); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_4 = recob+tall+(12/2); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_4 = h-d2_4; % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_4 = recob+tall+(13.33/2); % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 5

As1_5 = 2*pi*(12/2)^2; % 2 de 12; Àrea armadura

% inferior seccio tram 5

As2_5 = 3*pi*(12/2)^2; % 3 de 12; Àrea armadura

% superior seccio tram 5

dist_tram5 = 1800*3; % final del tram 5 respecte

% el suport

d_5 = h-(recob+tall+(12/2)); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat inferior
```



```

d2_5 = recob+tall+(12/2); % [mm], distància de la part
% superior fins el centre de l'armat superior
% Secció negativa
dn_5 = h-d2_5; % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat inferior.
d2n_5 = recob+tall+(12/2); % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat superior.

```

Vectors i matrius

```

pos = (0:5:L); % [mm] Vector posició
P_max = 50000; % [N] Força màxima aplicada
P = (0:10000:P_max); % [N] Vector càrregues
eps_c = (0:0.00005:eps_cu)'; % Vector deformacions
aux = length(P); % Longitud vector càrrega
aux2 = length(pos); % Longitud vector posició
aux3 = length(eps_c); % Longitud vector deformacions
pos_zeros = zeros(aux2,1); % Vector de zeros

```

Diagrama M-C

```

for i=1:aux3
    if eps_c(i,1)<=eps_c2
        sigma_c(i,1)=fcd*(1-(1-eps_c(i,1)/eps_c2)^2); % Tensió per cada
        % deformació.
        k1(i,1)=1000*eps_c(i,1)*(0.5-1000*eps_c(i,1)/12); % Constant k1
        k2(i,1)=(8-1000*eps_c(i,1))/(4*(6-1000*eps_c(i,1))); % Constant k2
    end
end

```

```
else

    sigma_c(i,1)=fcd;

    k1(i,1)=1-2/(3000*eps_c(i,1));

    k2(i,1)=(1000*eps_c(i,1)*(3000*eps_c(i,1)-4)+2)/(2000*eps_c(i,1)*...

        (3000*eps_c(i,1)-2));

end

end

end

% Genero una matriu de X per a cada secció de la biga i per cada
% allargament. Així doncs extrec una matriu amb totes les combinacions
% possibles.

for i = 2:aux3      % Bucle for per cada deformació

    for j = 1:10    % Bucle for per cada secció

        % La funció distX és la que genera el diagrama M-C

        if j == 1      % Secció 1 positiu

            [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_1,As2_1,Es,...

                eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_1,d_1);

        elseif j == 2  % Secció 2 positiu

            [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_2,As2_2,Es,...

                eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_2,d_2);

        elseif j == 3  % Secció 3 positiu
```

```
[x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_3,As2_3,Es,...  
  
    eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_3,d_3);  
  
elseif j == 4    % Secció 4 positiu  
  
    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_4,As2_4,Es,...  
  
    eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_4,d_4);  
  
elseif j == 5    % Secció 5 positiu  
  
    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_5,As2_5,Es,...  
  
    eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_5,d_5);  
  
elseif j == 6    % Secció 1 negativa  
  
    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_1,As1_1,Es,...  
  
    eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_1,dn_1);  
  
elseif j == 7    % Secció 2 negativa  
  
    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_2,As1_2,Es,...  
  
    eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_2,dn_2);  
  
elseif j == 8    % Secció 3 negativa  
  
    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_3,As1_3,Es,...  
  
    eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_3,dn_3);  
  
elseif j == 9    % Secció 4 negativa
```

```

[x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_4,As1_4,Es,...

eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_4,dn_4);

elseif j == 10 % Secció 5 negativa

[x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_5,As1_5,Es,...

eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_5,dn_5);

end

end

end

% Moments últims per a cada tipus de secció

Mp1 = max(M_cr(:,1)); % Moment últim positiu secció 1

Mp1n = -max(M_cr(:,6)); % Moment últim negatiu secció 1

Mp2 = max(M_cr(:,2)); % Moment últim positiu secció 2

Mp2n = -max(M_cr(:,7)); % Moment últim negatiu secció 2

Mp3 = max(M_cr(:,3)); % Moment últim positiu secció 3

Mp3n = -max(M_cr(:,8)); % Moment últim negatiu secció 3

Mp4 = max(M_cr(:,4)); % Moment últim positiu secció 4

Mp4n = -max(M_cr(:,9)); % Moment últim negatiu secció 4

Mp5 = max(M_cr(:,5)); % Moment últim positiu secció 5

Mp5n = -max(M_cr(:,10)); % Moment últim negatiu secció 5

% Funció que genera el vector per dibuixar els moments últims

[M_plot,M_plot_n]=topalls(aux2,pos,Mp1,Mp1n,Mp2,Mp2n,Mp3,Mp3n,Mp4,Mp4n,...

```

```
Mp5,Mp5n,dist_tram1,dist_tram2,dist_tram3,dist_tram4,dist_tram5);
```

Moment per a cada posició i càrrega en la biga

```
for j = 1:aux                                % Iteració per cada càrrega

    R_incr(j) = 100;                          % Inicialitzo sumatori tercer teorema de Mo

    flag = 0;                                  % Marcador per sortir del bucle While

    k(j) = 0;                                  % Comptador d'iteracions

    Mb1(j) = 0;                                % Límit inferior del mètode de la bissecció

    i=0;                                        % Posició 0

    S=0;                                        % Marcador per quan s'arriba a M últim

    % Condicional per adequar el funcionament del metode de la bissecció

    if P(j)<1000

        Mb2(j) = -1e6;                          % Límit superior del mètode de la bissecció

    elseif P(j)>=1000

        Mb2(j) = -5e7;                          % Límit superior del mètode de la bissecció

    end

    while flag == 0

        Mb(j) = (Mb1(j)+Mb2(j))/2;              % Metode de la bissecció

        for i = 1:aux2                          % Iteració per cada posició
```

```

if pos(i)< dist_tram1          % SECCIÓ 1

    M(i,j) = ((P(j)*pos(i))/2)+(Mb(j)*pos(i)/L);    % Càlcul

    % del moment per cada secció i càrrega.

    % Càlcul de la curvatura en funció del valor del moment

    if M(i,j)>=0 && M(i,j)<Mp1

        C(i,j) = interp1(M_cr(:,1),curv_cr(:,1),M(i,j));

    elseif M(i,j)<0 && M(i,j)>Mp1n

        C(i,j) = -interp1(M_cr(:,6),curv_cr(:,6),abs(M(i,j)));

    elseif M(i,j)>=Mp1 && k(j)>20

        C(i,j) = interp1(M_cr(:,1),curv_cr(:,1),Mp1);

        S = 1;

    elseif M(i,j)<=Mp1n && k(j)>20

        Mb(j) = Mp1n;

        C(i,j) = -interp1(M_cr(:,6),curv_cr(:,6),Mp1n);

        S = 1;

    end

end

if pos(i)<=L/2 && pos(i)>=dist_tram1          % SECCIÓ 2(PART 1)

    M(i,j) = ((P(j)*pos(i))/2)+(Mb(j)*pos(i)/L);

    if M(i,j)>=0 && M(i,j)<Mp2

        C(i,j) = interp1(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),M(i,j));

```

```

elseif M(i,j)<0 && M(i,j)>Mp2n

    C(i,j) = -interp1(M_cr(:,7),curv_cr(:,7),abs(M(i,j)));

elseif M(i,j)>=Mp2 && k(j)>20

    C(i,j) = interp1(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),Mp2);

    S = 1;

elseif M(i,j)<=Mp2n && k(j)>20

    Mb(j) = Mp2n;

    C(i,j) = -interp1(M_cr(:,7),curv_cr(:,7),Mp2n);

    S = 1;

end

end

if pos(i)>L/2 && pos(i)<dist_tram2           % SECCIÓ 2 (PART 2)

    M(i,j) = ((P(j)*L)/4-(P(j)/2)*(pos(i)-L/2))+...

        (Mb(j)*pos(i)/L);

if M(i,j)>=0 && M(i,j)<Mp2

    C(i,j) = interp1(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),M(i,j));

elseif M(i,j)<0 && M(i,j)>Mp2n

    C(i,j) = -interp1(M_cr(:,7),curv_cr(:,7),abs(M(i,j)));

elseif M(i,j)>=Mp2 && k(j)>20

    C(i,j) = interp1(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),Mp2);

    S = 1;

elseif M(i,j)<=Mp2n && k(j)>20

```

```
        Mb(j) = Mp2n;

        C(i,j) = -interp1(M_cr(:,7),curv_cr(:,7),Mp2n);

        S = 1;

    end

end

if pos(i)>=dist_tram2 && pos(i)<dist_tram3        % SECCIÓ 3

    M(i,j) = ((P(j)*L)/4-(P(j)/2)*(pos(i)-L/2))+...

        (Mb(j)*pos(i)/L);

    if M(i,j)>=0 && M(i,j)<Mp3

        C(i,j) = interp1(M_cr(:,3),curv_cr(:,3),M(i,j));

    elseif M(i,j)<0 && M(i,j)>Mp3n

        C(i,j) = -interp1(M_cr(:,8),curv_cr(:,8),abs(M(i,j)));

    elseif M(i,j)>=Mp3 && k(j)>20

        C(i,j) = interp1(M_cr(:,3),curv_cr(:,3),Mp3);

        S = 1;

    elseif M(i,j)<=Mp3n && k(j)>20

        Mb(j) = Mp3n;

        C(i,j) = -interp1(M_cr(:,8),curv_cr(:,8),Mp3n);

        S = 1;

    end

end
```



```
if pos(i)>=dist_tram3 && pos(i)<dist_tram4 % SECCIÓ 4

    M(i,j) = ((P(j)*L)/4-(P(j)/2)*(pos(i)-L/2))+...

        (Mb(j)*pos(i)/L);

    if M(i,j)>=0 && M(i,j)<Mp4

        C(i,j) = interp1(M_cr(:,4),curv_cr(:,4),M(i,j));

    elseif M(i,j)<0 && M(i,j)>Mp4n

        C(i,j) = -interp1(M_cr(:,9),curv_cr(:,9),abs(M(i,j)));

    elseif M(i,j)>=Mp4 && k(j)>20

        C(i,j) = interp1(M_cr(:,4),curv_cr(:,4),Mp4);

        S = 1;

    elseif M(i,j)<=Mp4n && k(j)>20

        Mb(j) = Mp4n;

        C(i,j) = -interp1(M_cr(:,9),curv_cr(:,9),Mp4n);

        S = 1;

    end

end

if pos(i)>=dist_tram4 && pos(i)<=dist_tram5 % SECCIÓ 5

    M(i,j) = ((P(j)*L)/4-(P(j)/2)*(pos(i)-L/2))+...

        (Mb(j)*pos(i)/L);

    if M(i,j)>=0 && M(i,j)<Mp5

        C(i,j) = interp1(M_cr(:,5),curv_cr(:,5),M(i,j));
```

```

elseif M(i,j)<0 && M(i,j)>Mp5n

    C(i,j) = -interp1(M_cr(:,10),curv_cr(:,10),...

        abs(M(i,j)));

elseif M(i,j)>=Mp5 && k(j)>20

    C(i,j) = interp1(M_cr(:,5),curv_cr(:,5),Mp5);

    S = 1;

elseif M(i,j)<=Mp5n && k(j)>20

    Mb(j) = Mp5n;

    C(i,j) = -interp1(M_cr(:,10),curv_cr(:,10),Mp5n);

    S = 1;

end

end

end

if S == 1      % Variable per saber si s'ha creat ròtula

    Mb(j)=Mp5n;

    [P(j),M(:,j),C(:,j)] =
MC2_v2 (Mb(j),L,Mp1,Mp2,Mp3,Mp4,Mp5,Mp1n,Mp2n,Mp3n,...

Mp4n,Mp5n,M_cr,curv_cr,dist_tram1,dist_tram2,dist_tram3,dist_tram4,dist_tram5,aux2)
;

    flag = 1;      % Sortim del bucle while, s'ha creat ròtula

    fprintf('La biga arriba al moment últim negatiu per una càrrega
%6.0f.\n',P(j));

else

```

```
R_incr(j) = pos*C(:,j);      % Càlcul de l'angle, 3er teorema de
% Mohr.

if R_incr(j) < 1e-7 && R_incr(j) > -1e-7 % Comprovacio 3era

    % llei de mohr

    flag = 1;      % Si es compleix el 3er teorema de Mohr

    % surt del bucle while ja que hem trobat solució i no es

    % genera ròtula

    fprintf('Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega
%6.0f.\n',P(j));

    elseif k(j)>350      % En cas d'error surt del bucle a la

        % iteració 350

        flag = 1;      % Sortida bucle while degut a error.

        fprintf('Error per una càrrega %6.0f.\n',P(j));

    end

end

end

if flag == 0 && R_incr(j)>1e-7      % Metode de la biseccio

    Mb1(j) = Mb(j);

else

    Mb2(j) = Mb(j);

end

k(j) = k(j) + 1;      % Comptador d'iteracions

end

end
```

```

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega      0.
Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 10000.
Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 20000.
Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 30000.
Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 40000.

La biga arriba al moment últim negatiu per una càrrega 49107.

```

Reaccions de la biga conjugada

```

% Al ser el conjugat el moment canvia de signe en l'encastament.

Mb_conj = -Mb;      % Mb és el moment en l'encastament.

for j=1:1:aux

    Ra1(j) = (P(j)*L^2)/16;      % Reaccio del conjugat a l'esquerra de
    % la biga simplement carregada

    Rb1(j) = Ra1(j);           % Reaccio del conjugat a la dreta de la
    % biga simplement carregada

    Ra2(j) = -(1/6)*Mb_conj(j)*L; % Reaccio del conjugat a l'esquerra de
    % la biga amb moment a l'encastament

    Rb2(j) = -(1/3)*Mb_conj(j)*L; % Reaccio del conjugat a la dreta de
    % la biga amb moment a l'encastament

    Ra(j) = Ra1(j)+Ra2(j);      % Reaccio del conjugat al suport
    % esquerra de la biga

    Rb(j) = Rb1(j)+Rb2(j);     % Reaccio del conjugat al suport dret
    % de la biga

```

```
end
```

Càlcul de la fletxa sumant àrees

```
for j = 1:aux

    r = 0;

    area = 0;

    M_fletxa(:,j) = M(:,j);

    for i = 1:aux2

        r(i) = 5*i-5;           % Creo el vector distància

        r1 = (fliplr(r)).';     % Giro els valors del vector distància

        area(i) = M_fletxa(i,j); % Vector area per unitat de distància

        area_dist(i,j) = area*r1*5; % Multiplico area per distància

        Ma(i,j) = Ra(j)*pos(i)-area_dist(i,j); % Càlcul de la fletxa

    end

end
```

Diagrames

```
figure()

plot(pos,-Ma/(Ec*I), 'linewidth',3) % Diagrama Fletxa

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

title('Fletxa');

xlim([0 L])

xlabel('Posició [mm]');

ylabel('Fletxa [mm]');
```

```
legend('0 kN', '10 kN', '20 kN', '30 kN', '40 kN', '49 kN')

figure() % M-C positiu

plot(curv_cr(:,1),M_cr(:,1)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,2),M_cr(:,2)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,3),M_cr(:,3)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,4),M_cr(:,4)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,5),M_cr(:,5)*10^-6,'linewidth',2)

title('M-C positiu');

xlabel('Curvatura [mm^-1]');

ylabel('Moment [kNm]');

legend('S1', 'S2', 'S3', 'S4', 'S5')

figure() % M_C negatiu

plot(-curv_cr(:,1),-M_cr(:,6)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(-curv_cr(:,2),-M_cr(:,7)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(-curv_cr(:,3),-M_cr(:,8)*10^-6,'linewidth',2)

hold on
```

```
plot(-curv_cr(:,4),-M_cr(:,9)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(-curv_cr(:,5),-M_cr(:,10)*10^-6,'linewidth',2)

title('M-C Negatiu');

xlabel('Curvatura [mm^-1]');

ylabel('Moment [kNm]');

legend('S1','S2','S3','S4','S5','Location','northwest')

figure() % Diagrama de moments

plot(pos,-M/1e6,'linewidth',2)

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

hold on

plot(pos,-M_plot/1e6,'k')

hold on

plot(pos,-M_plot_n/1e6,'k')

xlim([0 L])

title('Moment-Posició');

xlabel('Posició [mm]')

ylabel('Moment [kNm]')

legend('0 kN','10 kN','20 kN','30 kN','40 kN','49 kN')

figure()

plot(pos,C,'linewidth',2) % Diagrama de curvatures
```

```
xlim([0 L])

title('Curvatura-Posició');

xlabel('Posició [mm]')

ylabel('Curvatura [mm-1]')

legend('0 kN', '10 kN', '20 kN', '30 kN', '40 kN', '49 kN')

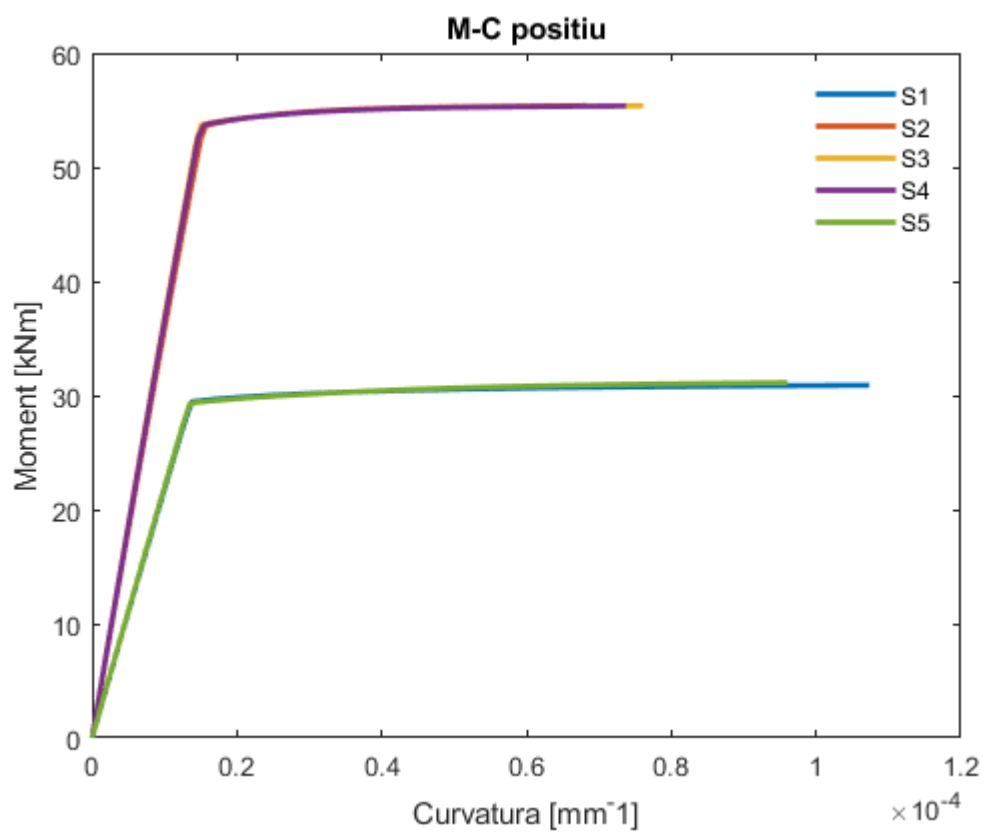
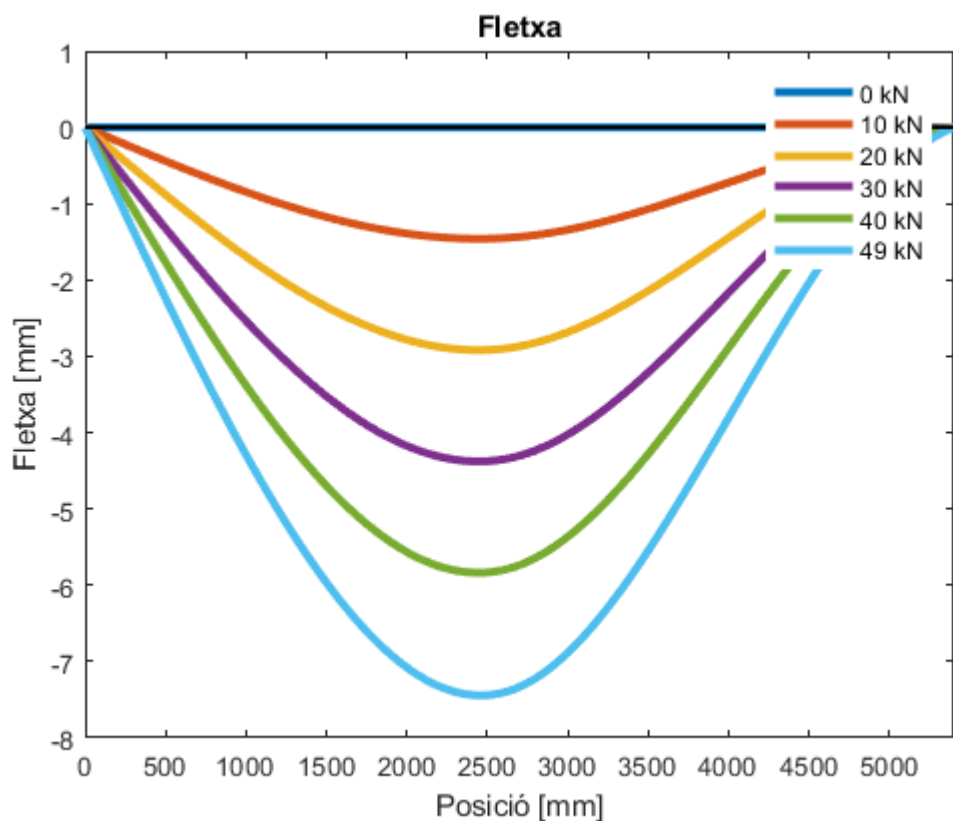
figure()

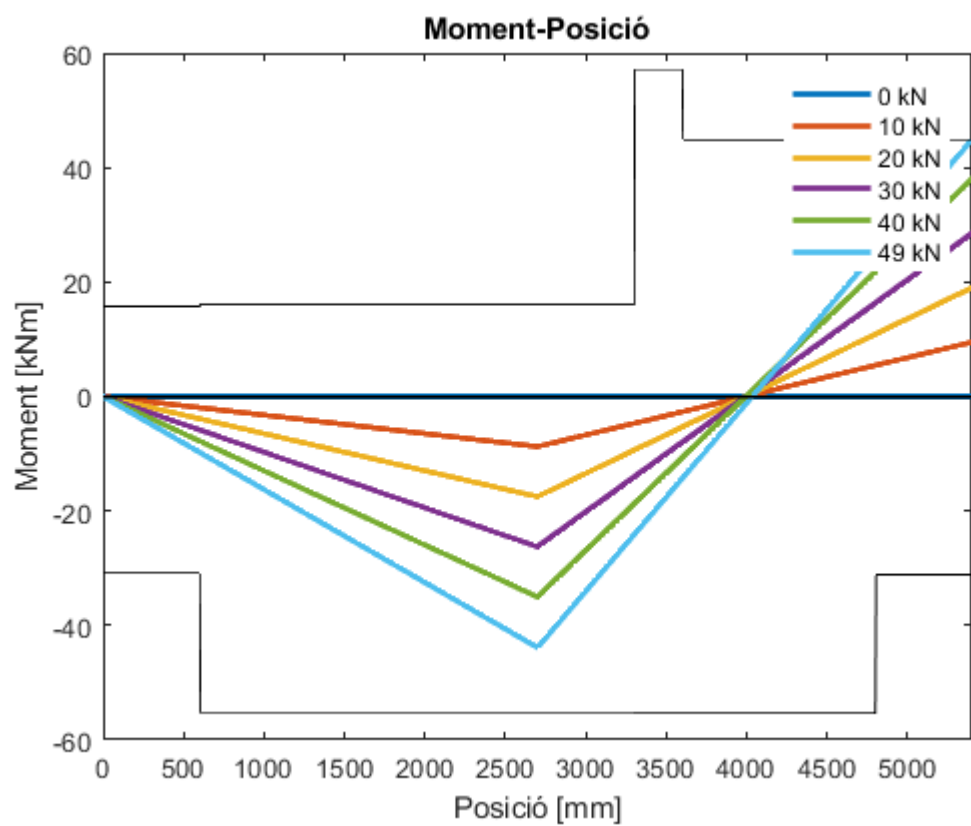
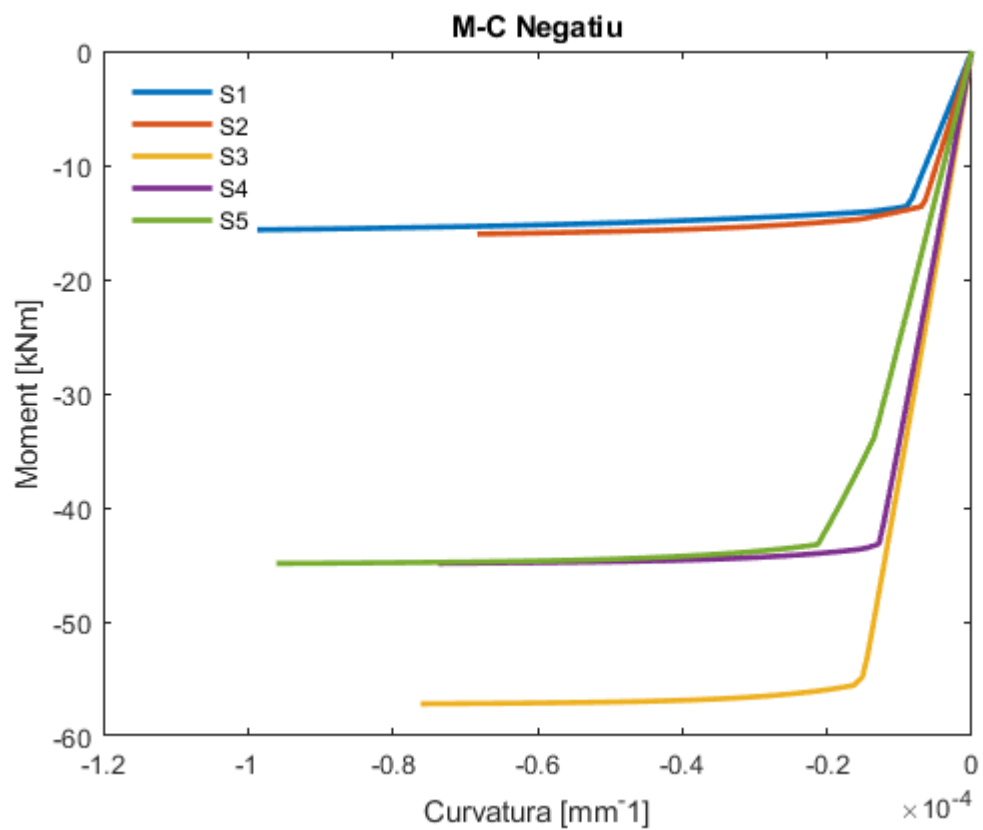
plot(max(Ma)/(Ec*I),P/1000,'linewidth',2) % P-M

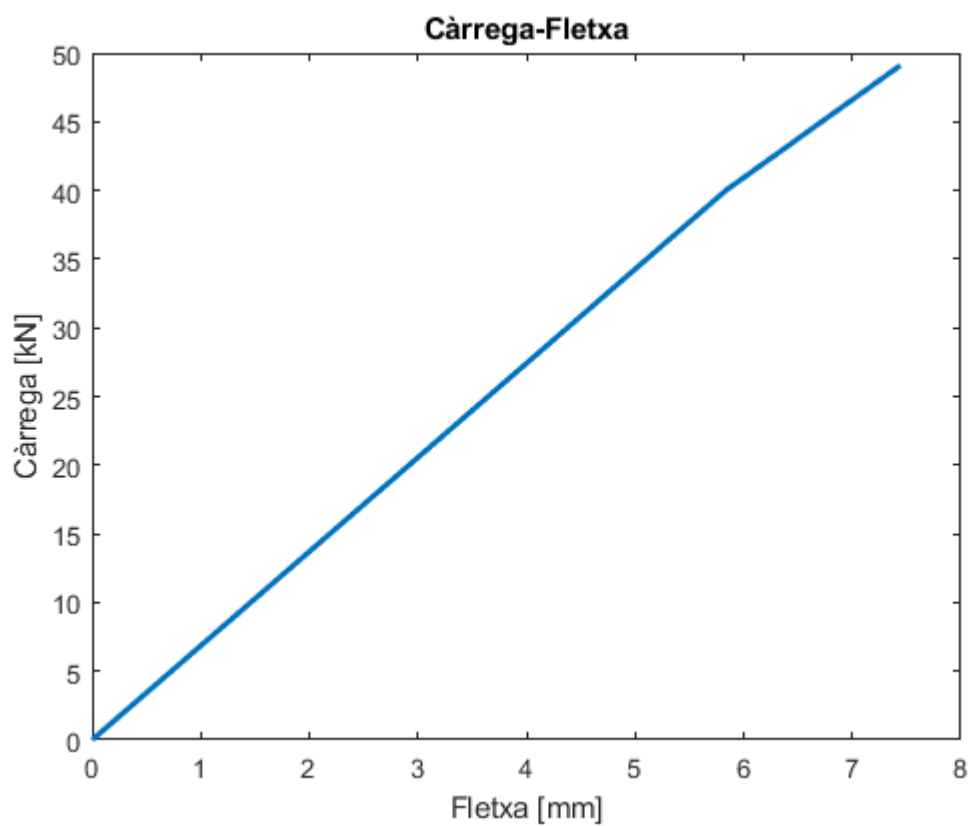
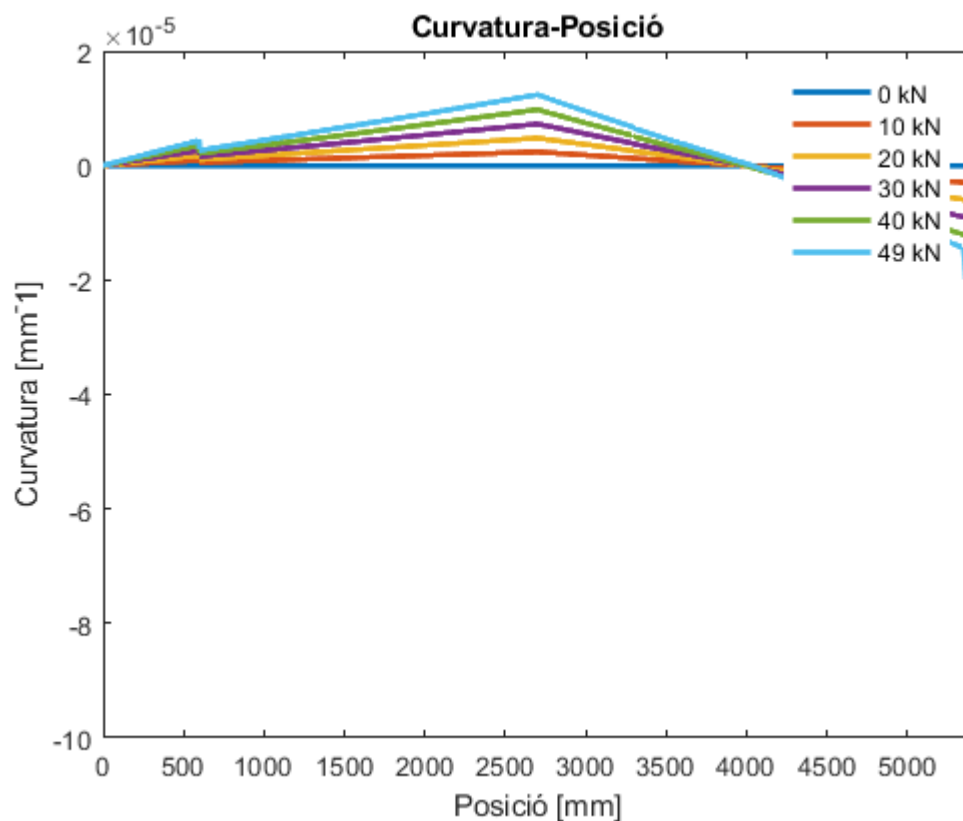
title('Càrrega-Fletxa');

xlabel('Fletxa [mm]')

ylabel('Càrrega [kN]')
```





B.5. Codi rutina biga de formigó armat

Contents

- [CAS BIGA CONTÍNUA DE F.A.](#)
- [Geometria](#)
- [Propietats dels materials](#)
- [Tipologies i característiques de les seccions](#)
- [Vectors i matrius](#)
- [Diagrama M-C](#)
- [Moment per a cada posició i càrrega en la biga](#)
- [Reaccions de la biga conjugada](#)
- [Càlcul de la fletxa sumant arees](#)
- [Diagrames](#)

```
clear all;clc;

close all;
```

CAS BIGA CONTÍNUA DE F.A.

Aquesta rutina et calcula el moment curvatura per una determinada càrrega La rigidesa de la biga NO és lineal, així doncs per passar de moment a curvatura s'ha d'interpol·lar a la gràfica de M-C. Afegeixo el M últim, es crea ròtula, i el 3er teorema de mohr ja no es compleix.

Geometria

```
L = 1800*3;           % [mm] Llum de la biga

L_t = 2*L;           % [mm] Llargada total de la biga

b = 150;             % [mm] Base de la secció

h = 300;             % [mm] Cantell de la secció

r = 900;             % [mm] Distància de la càrrega al suport

recob = 25;          % [mm] Recobriment de la secció

tall = 10;           % [mm] Diàmetre de l'armat a tallant
```

Propietats dels materials

Formigó

```
fck=35; % [MPa] Resistència característica formigó

fcm=fck; % [MPa] Resistència característica real

gamma_c=1;

fcd=fck/gamma_c; % [MPa] Resistència de càlcul del formigó

fctm=0.3*(fcm)^(2/3); % [MPa] Resistència mitja de càlcul.

Ec=22000*(fcm/10)^0.3; % [MPa] Mòdul elàstic del formigó

I = b*h^3/12; % [mm^4] Inèrcia de la secció

eps_cu=0.0035; % Deformació última del formigó

eps_c2=0.002; % Deformació de fissuració del formigó

% Acer

fyk = 550; % [MPa] Resistència límit elàstic de l'acer

Es=205000; % [MPa] Mòdul elàstic de l'acer

gamma_s=1;

fyd=fyk/gamma_s; % [MPa] Resistència de càlcul de l'acer
```

Tipologies i característiques de les seccions

```
% Tram 1

As1_1 = 2*pi*(12/2)^2; % 2 barres de 12mm; Àrea

% armadura inferior seccio tram 1

As2_1 = 2*pi*(8/2)^2; % 2 barres de 8mm; Àrea

% armadura superior seccio tram 1
```

```
dist_tram1 = 200*3; % final del tram 1 respecte
% el suport
d_1 = h-(recob+tall+(12/2)); % [mm], distància de la part
% superior fins el centre de l'armat inferior
d2_1 = recob+tall+(8/2); % [mm], distància de la part
% superior fins el centre de l'armat superior
% Secció negativa
dn_1 = h-d2_1; % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat inferior.
d2n_1 = recob+tall+(12/2); % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat superior.
% Tram 2
As1_2 = 2*pi*(12/2)^2+pi*(16/2)^2; % 2 de 12 + 1 de 16; Àrea
% armadura inferior seccio tram 2
As2_2 = 2*pi*(8/2)^2; % 2 de 8; Àrea armadura
% superior seccio tram 2
dist_tram2 = 1100*3; % final del tram 2 respecte el
% suport
d_2 = h-(recob+tall+(13.33/2)); % [mm], distància de la part
% superior fins el centre de l'armat inferior
d2_2 = recob+tall+(8/2); % [mm], distància de la part
% superior fins el centre de l'armat superior
% Secció negativa
```

```
dn_2 = h-d2_2; % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_2 = recob+tall+(13.33/2); % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 3

As1_3 = 2*pi*(12/2)^2+pi*(16/2)^2; % 2 de 12 + 1 de 16; Àrea
% armadura inferior seccio tram 3

As2_3 = 2*pi*(8/2)^2+3*pi*(12/2)^2; % 2 de 8 + 3 de 12; Àrea
% armadura superior seccio tram 3

dist_tram3 = 1200*3; % final del tram 3 respecte el
% suport

d_3 = h-(recob+tall+(13.33/2)); % [mm], distància de la part
% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_3 = recob+tall+(10.4/2); % [mm], distància de la part
% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_3 = h-d2_3; % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_3 = recob+tall+(13.33/2); % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 4

As1_4 = 2*pi*(12/2)^2+pi*(16/2)^2; % 2 de 12 + 1 de 16; Àrea
```

```
% armadura inferior seccio tram 4

As2_4 = 3*pi*(12/2)^2; % 3 de 12; Àrea armadura

% superior seccio tram 4

dist_tram4 = 1600*3; % final del tram 4 respecte el

% suport

d_4 = h-(recob+tall+(13.33/2)); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_4 = recob+tall+(12/2); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_4 = h-d2_4; % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_4 = recob+tall+(13.33/2); % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 5

As1_5 = 2*pi*(12/2)^2; % 2 de 12; Àrea armadura

% inferior seccio tram 5

As2_5 = 3*pi*(12/2)^2; % 3 de 12; Àrea armadura

% superior seccio tram 5

dist_tram5 = 1800*3; % final del tram 5 respecte el

% suport

d_5 = h-(recob+tall+(12/2)); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat inferior
```



```

d2_5 = recob+tall+(12/2); % [mm], distància de la part
% superior fins el centre de l'armat superior
% Secció negativa
dn_5 = h-d2_5; % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat inferior.
d2n_5 = recob+tall+(12/2); % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat superior.

```

Vectors i matrius

```

pos = (0:5:L); % [mm] Vector posició
P_max = 50000; % [N] Força màxima aplicada
P = (0:10000:P_max); % [N] Vector càrregues
eps_c = (0:0.00001:eps_cu)'; % Vector deformacions
aux = length(P); % Longitud vector càrregues
aux2 = length(pos); % Longitud vector posició
aux3 = length(eps_c); % Longitud vector deformació
pos_zeros = zeros(aux2,1); % Vector posició de valor 0

```

Diagrama M-C

```

for i=1:aux3
    if eps_c(i,1)<=eps_c2
        sigma_c(i,1)=fcd*(1-(1-(eps_c(i,1)/eps_c2))^2); % Tensió per
        % cada deformació
        k1(i,1)=1000*eps_c(i,1)/12*(6-1000*eps_c(i,1)); % Constant k1
        k2(i,1)=0.25*(8-1000*eps_c(i,1))/(6-1000*eps_c(i,1)); % Constant k2
    end
end

```

```
else

    sigma_c(i,1)=fcd;

    k1(i,1)=(3000*eps_c(i,1)-2)/(3000*eps_c(i,1));

    k2(i,1)=0.5*(1000*eps_c(i,1)*(3000*eps_c(i,1)-4)+2)/...

        (1000*eps_c(i,1)*(3000*eps_c(i,1)-2));

end

end

end

% Genero una matriu de X per a cada secció de la biga i per cada
% allargament. Així doncs extrec una matriu amb totes les combinacions
% possibles.

for i = 2:aux3          % Bucle for per cada deformació

    for j = 1:10        % Bucle for per cada secció

        % La funció distX és la que genera el diagrama M-C

        if j == 1          % Secció 1 positiu

            [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_1,As2_1,Es,...

                eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_1,d_1);

        elseif j == 2      % Secció 2 positiu

            [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_2,As2_2,Es,...

                eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_2,d_2);

        elseif j == 3      % Secció 3 positiu
```

```
[x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_3,As2_3,Es,...  
  
eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_3,d_3);  
  
elseif j == 4          % Secció 4 positiu  
  
[x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_4,As2_4,Es,...  
  
eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_4,d_4);  
  
elseif j == 5          % Secció 5 positiu  
  
[x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_5,As2_5,Es,...  
  
eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_5,d_5);  
  
elseif j == 6          % Secció 1 negatiu  
  
[x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_1,As1_1,Es,...  
  
eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_1,dn_1);  
  
elseif j == 7          % Secció 2 negatiu  
  
[x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_2,As1_2,Es,...  
  
eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_2,dn_2);  
  
elseif j == 8          % Secció 3 negatiu  
  
[x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_3,As1_3,Es,...  
  
eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_3,dn_3);  
  
elseif j == 9          % Secció 4 negatiu
```

```

[x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_4,As1_4,Es,...

eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_4,dn_4);

elseif j == 10           % Secció 5 negatiu

[x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_5,As1_5,Es,...

eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_5,dn_5);

end

end

end

% Moments últims positius i negatius

Mp1 = max(M_cr(:,1));      % Moment últim positiu secció 1

Mp1n = -max(M_cr(:,6));   % Moment últim negatiu secció 1

Mp2 = max(M_cr(:,2));     % Moment últim positiu secció 2

Mp2n = -max(M_cr(:,7));   % Moment últim negatiu secció 2

Mp3 = max(M_cr(:,3));     % Moment últim positiu secció 3

Mp3n = -max(M_cr(:,8));   % Moment últim negatiu secció 3

Mp4 = max(M_cr(:,4));     % Moment últim positiu secció 4

Mp4n = -max(M_cr(:,9));   % Moment últim negatiu secció 4

Mp5 = max(M_cr(:,5));     % Moment últim positiu secció 5

Mp5n = -max(M_cr(:,10));  % Moment últim negatiu secció 5

% Funció que genera el vector per dibuixar els moments últims

[M_plot,M_plot_n]=topalls(aux2,pos,Mp1,Mp1n,Mp2,Mp2n,Mp3,Mp3n,Mp4,Mp4n,...

```

```
Mp5,Mp5n,dist_tram1,dist_tram2,dist_tram3,dist_tram4,dist_tram5);
```

Moment per a cada posició i càrrega en la biga

```
for j = 1:aux                                % Iteració per cada càrrega

R_incr(j) = 100;                             % Inicialitzo sumatori tercer teorema de Mohr

flag = 0;                                    % Marcador per sortir del bucle While

k(j) = 0;                                    % Comptador d'iteracions

Mb1(j) = 0;                                  % Límit inferior del mètode de la bissecció

i=0;

P_i(j)=0;                                    % Càrrega per dibuixar la fletxa

% Condicional per adequar el funcionament del metode de la bissecció

    if P(j)<10000

        Mb2(j) = -5e7;                        % Límit superior del mètode de la bissecció

    elseif P(j)>=10000

        Mb2(j) = -5e8;                        % Límit superior del mètode de la bissecció

    end

while flag == 0

    Mb(j) = (Mb1(j)+Mb2(j))/2;                % Mètode de la bissecció

    for i = 1:aux2                            % Iteració per cada posició
```

```

if pos(i)< dist_tram1           % SECCIÓ 1

    % Funció curvatura calcula el moment i la curvatura per

    % cada secció càrrega, a part també té en compte la fase de

    % fissuració del formigó

    [M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,1),curv_cr(:,1),Ec,...

        I,Mp1,Mp1n,M_cr(:,6),curv_cr(:,6),fctm,h,b,P(j),...

        pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

if pos(i)<=L/2 && pos(i)>=dist_tram1           % SECCIÓ 2(PART 1)

    [M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),Ec,...

        I,Mp2,Mp2n,M_cr(:,7),curv_cr(:,7),fctm,h,b,P(j),...

        pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

if pos(i)>L/2 && pos(i)<dist_tram2           % SECCIÓ 2(PART 2)

    [M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),Ec,...

        I,Mp2,Mp2n,M_cr(:,7),curv_cr(:,7),fctm,h,b,P(j),...

        pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

if pos(i)>=dist_tram2 && pos(i)<dist_tram3 % SECCIÓ 3

    [M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,3),curv_cr(:,3),...

        Ec,I,Mp3,Mp3n,M_cr(:,8),curv_cr(:,8),fctm,h,b,P(j),...

```

```

        pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

if pos(i)>=dist_tram3 && pos(i)<dist_tram4 % SECCIÓ 4

    [M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,4),curv_cr(:,4),Ec,...

        I,Mp4,Mp4n,M_cr(:,9),curv_cr(:,9),fctm,h,b,P(j),...

        pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

if pos(i)>=dist_tram4 && pos(i)<=dist_tram5 % SECCIÓ 5

    [M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,5),curv_cr(:,5),Ec,...

        I,Mp5,Mp5n,M_cr(:,10),curv_cr(:,10),fctm,h,b,P(j),...

        pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

end

if S(j) == 1 % Variable que es fa 1 quan es crea ròtula

    Mb(j)=Mp5n;

    [P(j),M(:,j),C(:,j)] = MC2_v2(Mb(j),L,Mp1,Mp2,Mp3,Mp4,Mp5...

        ,Mp1n,Mp2n,Mp3n,Mp4n,Mp5n,M_cr,curv_cr,dist_tram1...

        ,dist_tram2,dist_tram3,dist_tram4,dist_tram5,aux2);

    M2(:,j) = M(:,j); % Moment necessari per calcular la fletxa

    flag = 1; % Sortim del bucle while, s'ha creat ròtula

    fprintf('La biga arriba al moment últim negatiu per una càrrega
    %6.0f.\n',P(j));

```

```
else

    R_incr(j) = pos*C(:,j);      % Càlcul de l'angle, 3er teorema de
    % Mohr.

    if R_incr(j) < 1e-7 && R_incr(j) > -1e-7      % Comprovacio de la
        % tercera llei de Mohr

        flag = 1;          % Surt del bucle while, s'ha trobat solució
        % sense crear-se cap ròtula

        fprintf('Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega
%6.0f.\n',P(j));

        elseif k(j)>350

            flag = 1;          % En cas d'error surt del bucle a la
            % iteració 350

            fprintf('Error per una càrrega %6.0f.\n',P(j));

        end

    end

end

if flag == 0 && R_incr(j)>1e-7      % Mètode de la biseccio

    Mb1(j) = Mb(j);

else

    Mb2(j) = Mb(j);

end

k(j) = k(j) + 1;          % Comptador d'iteracions

end
```



```
end
```

```
Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 0.
Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 10000.
Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 20000.
Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 30000.
Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 40000.
La biga arriba al moment últim negatiu per una càrrega 49105.
```

Reaccions de la biga conjugada

```
% Al ser el conjugat el moment canvia de signe en l'encastament.
Mb_conj = -Mb; % Mb és el moment en l'encastament.

for j=1:1:aux

    Ra1(j) = (P(j)*L^2)/16; % Reacció del conjugat a l'esquerra de
    % la biga simplement carregada

    Rb1(j) = Ra1(j); % Reacció del conjugat a la dreta de la
    % biga simplement carregada

    Ra2(j) = -(1/6)*Mb_conj(j)*L; % Reacció del conjugat a l'esquerra de
    % la biga amb moment a l'encastament

    Rb2(j) = -(1/3)*Mb_conj(j)*L; % Reacció del conjugat a la dreta de la
    % biga amb moment a l'encastament

    Ra(j) = Ra1(j)+Ra2(j); % Reacció del conjugat al suport
    % esquerra de la biga

    Rb(j) = Rb1(j)+Rb2(j); % Reacció del conjugat al suport dret
```

```

    % de la biga

end

```

Càlcul de la fletxa sumant arees

```

for j = 1:aux

    r = 0;

    area = 0;

    M_fletxa(:,j) = M(:,j);

    for i = 1:aux2

        r(i) = 5*i-5;           % Creo el vector distància

        r1 = (fliplr(r)).';     % Giro els valors del vector distància

        area(i) = M_fletxa(i,j); % Vector àrea per unitat de distància

        area_dist(i,j) = area*r1*5; % Multiplico àrea per distància

        Ma(i,j) = Ra(j)*pos(i)-area_dist(i,j); % Càlcul de la fletxa

    end

end
end

```

Diagrames

```

figure()

plot(pos,-Ma/(Ec*I),'linewidth',3) % Diagrama Fletxa

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

xlim([0 L])

```

```
title('Fletxa-Posició');

xlabel('Posició [mm]');

ylabel('Fletxa [mm]');

legend('0 kN', '10 kN', '20 kN', '30 kN', '40 kN', '49 kN')

figure() % Diagrama M-C positiu

plot(curv_cr(:,1),M_cr(:,1)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,2),M_cr(:,2)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,3),M_cr(:,3)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,4),M_cr(:,4)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,5),M_cr(:,5)*10^-6,'linewidth',2)

title('M-C');

xlabel('Curvatura [mm^-1]');

ylabel('Moment [kNm]');

legend('S1', 'S2', 'S3', 'S4', 'S5')

figure() % Diagrama M_C negatiu

plot(curv_cr(:,1),M_cr(:,6)*10^-6,'linewidth',2)

hold on
```

```
plot(curv_cr(:,2),M_cr(:,7)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,3),M_cr(:,8)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,4),M_cr(:,9)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,5),M_cr(:,10)*10^-6,'linewidth',2)

title('M-C');

xlabel('Curvatura [mm^-1]');

ylabel('Moment [kNm]');

legend('S1','S2','S3','S4','S5')

figure()

plot(pos,-M/1e6,'linewidth',2) % Diagrama Moments

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

hold on

plot(pos,-M_plot/1e6,'k')

hold on

plot(pos,-M_plot_n/1e6,'k')

xlim([0 L])

title('Moment-posició');

xlabel('Posició [mm]');

ylabel('Moment [kNm]');
```

```
legend('0 kN','10 kN','20 kN','30 kN','40 kN','49 kN')

figure() % Diagrama curvatura

plot(pos,C,'linewidth',2)

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

xlim([0 L])

title('Curvatura-posició');

xlabel('Posició [mm]')

ylabel('Curvatura [mm-1]')

legend('0 kN','10 kN','20 kN','30 kN','40 kN','49 kN')

figure()

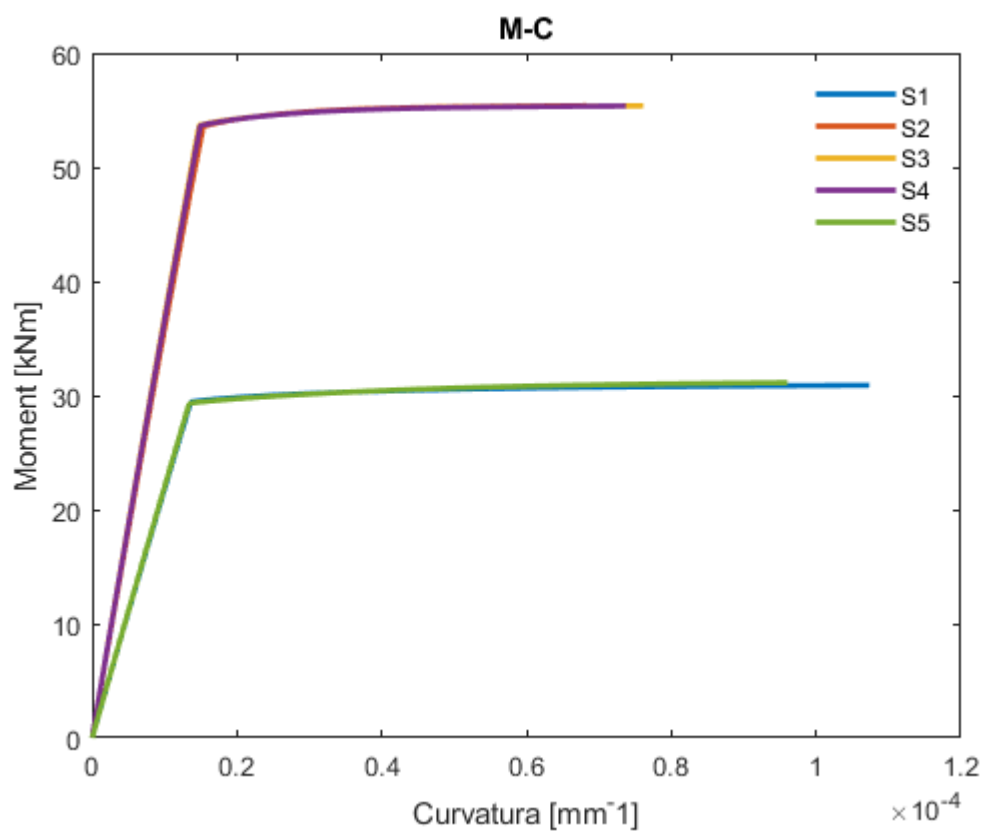
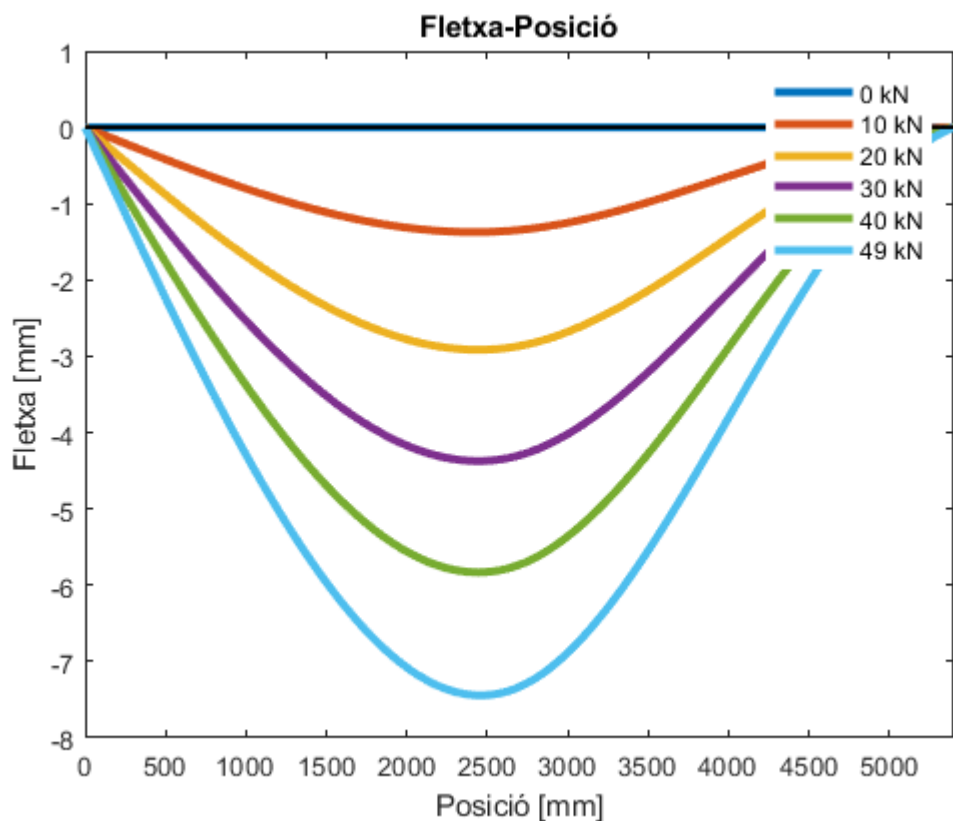
plot(max(Ma)/(Ec*I),P/1000,'linewidth',2) % Diagrama Càrrega-Fletxa

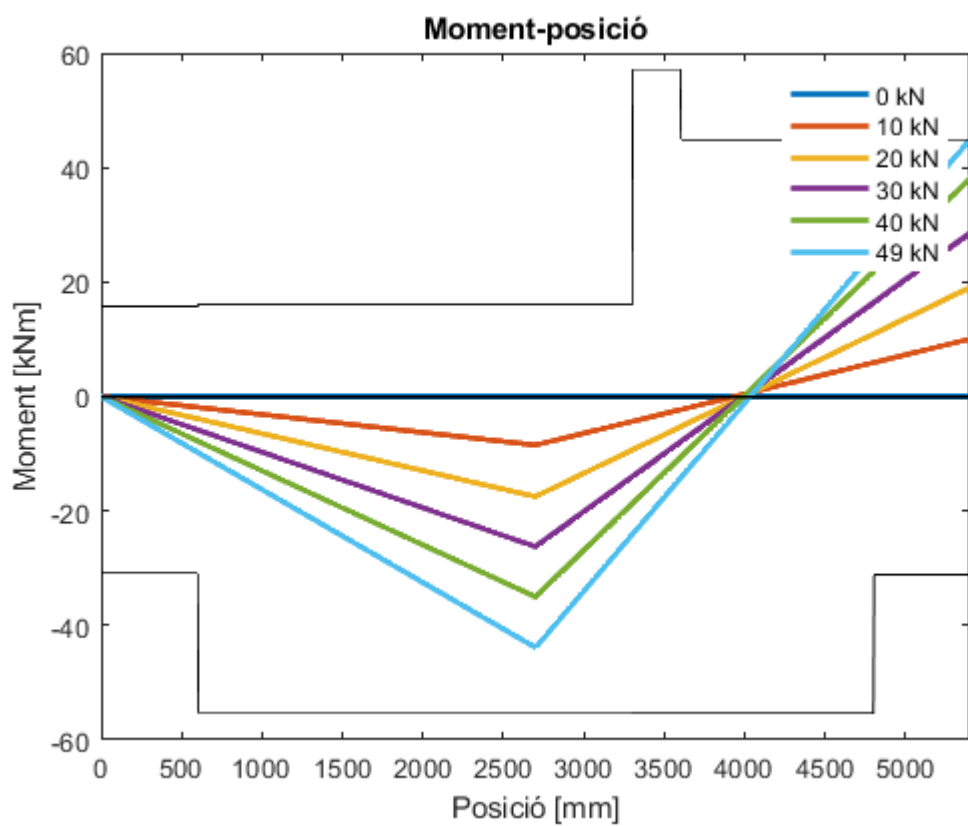
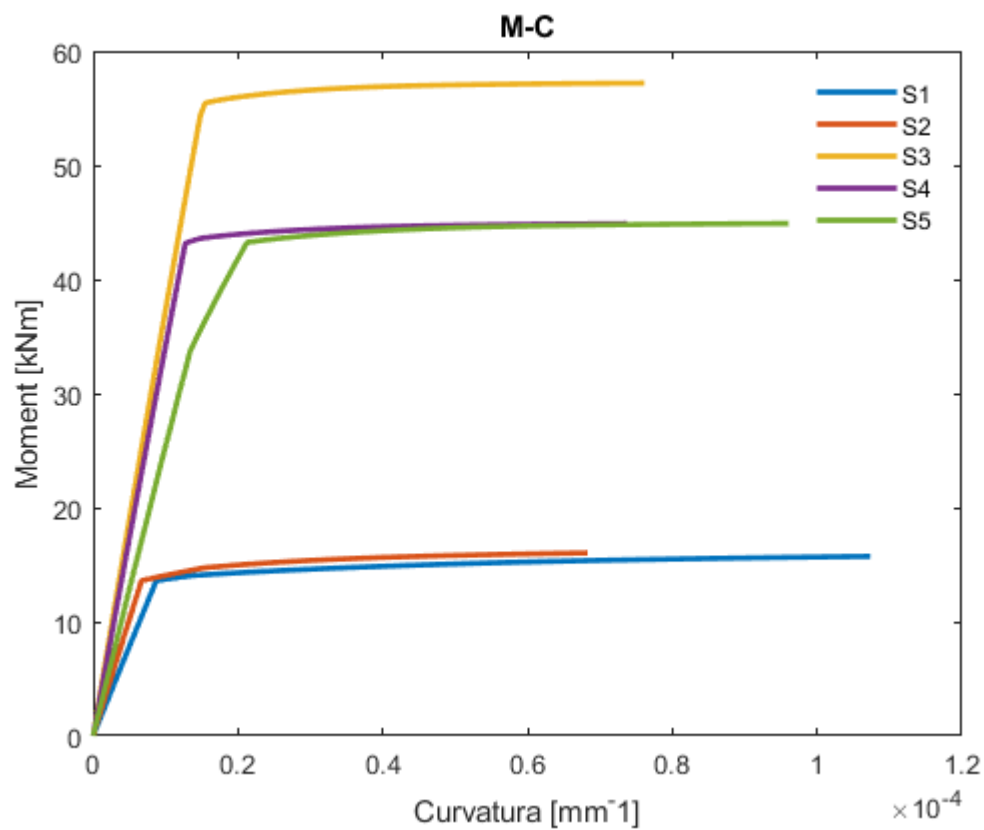
hold on

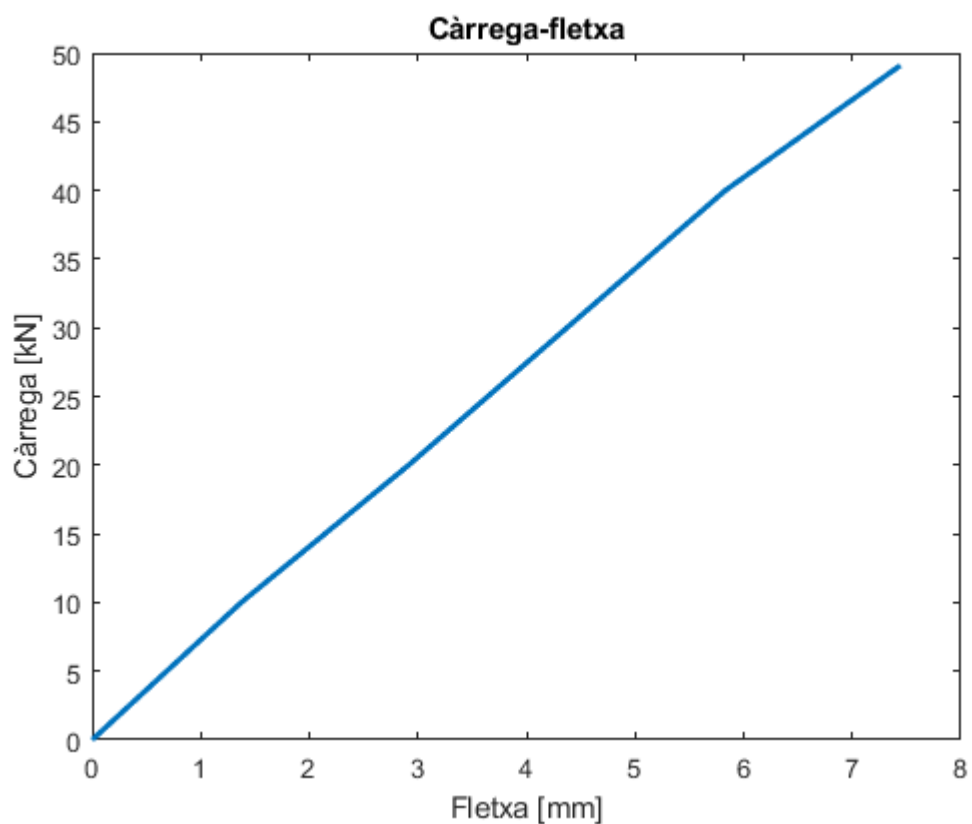
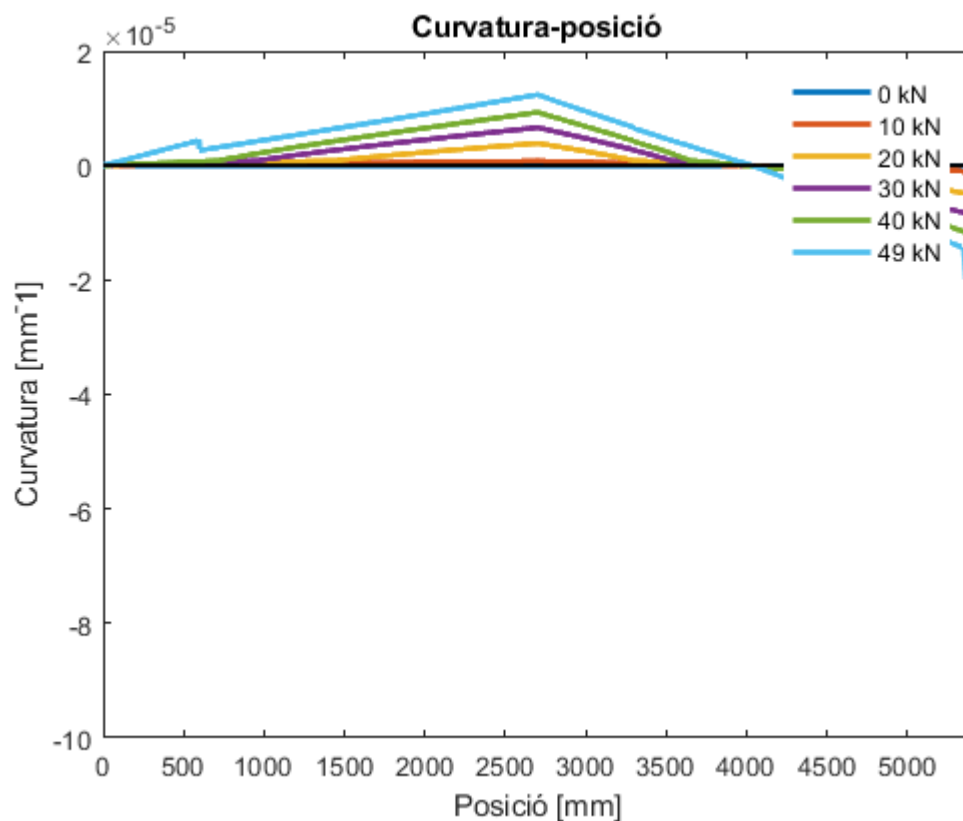
title('Càrrega-fletxa');

xlabel('Fletxa [mm]')

ylabel('Càrrega [kN]')
```







B.6. Codi rutina biga de formigó armat reforçada amb material compost (FRP)

Contents

- [CAS BIGA CONTÍNUA DE F.A. REFORÇADA AMB FRP EN ELS MOMENTS MÀXIMS](#)
- [Geometria](#)
- [Propietats dels materials](#)
- [Seccions](#)
- [Vectors i matrius](#)
- [Diagrama M-C](#)
- [Moment per a cada posició i càrrega en la biga](#)
- [Reaccions de la biga conjugada](#)
- [Calcul de la fletxa sumant arees](#)
- [Diagrames](#)

```
clear all;clc;

close all;
```

CAS BIGA CONTÍNUA DE F.A. REFORÇADA AMB FRP EN ELS MOMENTS MÀXIMS

Aquesta rutina et calcula el moment curvatura per una determinada càrrega La rigidesa de la biga NO és lineal, així doncs per passar de moment a curvatura s'ha d'interpol·lar a la gràfica de M-C. Afegeixo el M últim, es crea ròtula, i el 3er teorema de mohr ja no es compleix. Comportament real del formigó armat, contemplem la fase de fissuració del formigó. Afegim material compost(FRP) en la cara superior en la secció 5 i en la cara inferior de la secció 2, amb el propòsit que agunti una càrrega superior abans de crear ròtules.

Geometria

```
L = 1800*3;           % [mm] Llum de la biga

L_t = 2*L;           % [mm] Llargada total de la biga

b = 150;             % [mm] Base de la secció

h = 300;             % [mm] Cantell de la secció

r = 900;             % [mm] Distància de la carrega al suport

recob = 25;         % [mm] Recobriment de la secció
```

```
tall = 10;           % [mm] Diàmetre de l'armat a tallant
```

Propietats dels materials

Formigó

```
fck=35;             % [MPa] Resistència característica formigó

fcm=fck;           % [MPa] Resistència característica real

gamma_c=1;

fcd=fck/gamma_c;   % [MPa] Resistència de càlcul del formigó

fctm=0.3*(fcm)^(2/3); % [MPa] Resistència mitja de càlcul.

Ec=22000*(fcm/10)^0.3; % [MPa] Mòdul elàstic del formigó

I = b*h^3/12;      % [mm^4] Inèrcia de la secció

eps_cu=0.0035;    % Deformació última del formigó

eps_c2=0.002;    % Deformació de fissuració del formigó

% Acer

fyk = 550;        % [MPa] Resistència límit elàstic de l'acer

Es=205000;       % [MPa] Mòdul elàstic de l'acer

gamma_s=1;

fyd=fyk/gamma_s; % [MPa] Resistència de càlcul de l'acer

%FRP

ffk = 2800;      % [MPa] Resistència característica FRP

Ef = 150000;    % [MPa] Mòdul elàstic FRP

Af = 50*1.2;    % [mm^2] 0.1 mm d'espessor
```

```
df = 300; % [mm] Alçada de la secció
```

Seccions

```
% Tram 1

As1_1 = 2*pi*(12/2)^2; % 2 barres de 12mm; Àrea

% armadura inferior seccio tram 1

As2_1 = 2*pi*(8/2)^2; % 2 barres de 8mm; Àrea

% armadura superior seccio tram 1

dist_tram1 = 200*3; % final del tram 1 respecte el

% suport

d_1 = h-(recob+tall+(12/2)); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_1 = recob+tall+(8/2); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_1 = h-d2_1; % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_1 = recob+tall+(12/2); % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 2

As1_2 = 2*pi*(12/2)^2+pi*(16/2)^2; % 2 de 12 + 1 de 16; Àrea

% armadura inferior seccio tram 2

As2_2 = 2*pi*(8/2)^2; % 2 de 8; Àrea armadura
```

```

% superior seccio tram 2

dist_tram2 = 1100*3; % final del tram 2 respecte

% el suport

d_2 = h-(recob+tall+(13.33/2)); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_2 = recob+tall+(8/2); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_2 = h-d2_2; % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_2 = recob+tall+(13.33/2); % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 3

As1_3 = 2*pi*(12/2)^2+pi*(16/2)^2; % 2 de 12 + 1 de 16; Àrea

% armadura inferior seccio tram 3

As2_3 = 2*pi*(8/2)^2+3*pi*(12/2)^2; % 2 de 8 + 3 de 12; Àrea

% armadura superior seccio tram 3

dist_tram3 = 1200*3; % final del tram 3 respecte el

% suport

d_3 = h-(recob+tall+(13.33/2)); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_3 = recob+tall+(10.4/2); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat superior

```

```
% Secció negativa

dn_3 = h-d2_3; % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_3 = recob+tall+(13.33/2); % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 4

As1_4 = 2*pi*(12/2)^2+pi*(16/2)^2; % 2 de 12 + 1 de 16; Àrea
% armadura inferior seccio tram 4

As2_4 = 3*pi*(12/2)^2; % 3 de 12; Àrea armadura
% superior seccio tram 4

dist_tram4 = 1600*3; % final del tram 4 respecte el
% suport

d_4 = h-(recob+tall+(13.33/2)); % [mm], distància de la part
% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_4 = recob+tall+(12/2); % [mm], distància de la part
% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_4 = h-d2_4; % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_4 = recob+tall+(13.33/2); % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 5
```

```

As1_5 = 2*pi*(12/2)^2; % 2 de 12; Àrea armadura

% inferior seccio tram 5

As2_5 = 3*pi*(12/2)^2; % 3 de 12; Àrea armadura

% superior seccio tram 5

dist_tram5 = 1800*3; % final del tram 5 respecte el

% suport

d_5 = h-(recob+tall+(12/2)); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_5 = recob+tall+(12/2); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_5 = h-d2_5; % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_5 = recob+tall+(12/2); % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat superior.

```

Vectors i matrius

```

pos = (0:5:L); % [mm] Vector posició

P_max = 90000; % [N] Força maxima aplicada

P = (0:10000:P_max); % [N] Vector càrregues

eps_c = (0:0.00005:eps_cu)'; % Vector deformacions

aux = length(P); % Longitud vector càrregues

aux2 = length(pos); % Longitud vector posició

aux3 = length(eps_c); % Longitud vector deformacions

```

```
pos_zeros = zeros(aux2,1); % Vector de longituds de 0
```

Diagrama M-C

```
for i=1:aux3

    if eps_c(i,1)<=eps_c2

        sigma_c(i,1)=fcd*(1-(1-(eps_c(i,1)/eps_c2))^2); % Tensió per
        % cada deformació

        k1(i,1)=1000*eps_c(i,1)/12*(6-1000*eps_c(i,1)); % Constant k1

        k2(i,1)=0.25*(8-1000*eps_c(i,1))/(6-1000*eps_c(i,1)); % Constant k2

    else

        sigma_c(i,1)=fcd;

        k1(i,1)=(3000*eps_c(i,1)-2)/(3000*eps_c(i,1));

        k2(i,1)=0.5*(1000*eps_c(i,1)*(3000*eps_c(i,1)-4)+2)/...

            (1000*eps_c(i,1)*(3000*eps_c(i,1)-2));

    end

end

% Genero una matriu de X per a cada secció de la biga i per cada
% allargament. Així doncs extrec una matriu amb totes les combinacions
% possibles.

% Afegim

for i = 2:aux3 % Iteració deformacions

    for j = 1:10 % Iteració seccions

        % La funció distX és la que genera el diagrama M-C
```

```
% La funció distXFRP és la que genera el diagrama M-C en una
% secció amb material compost

if j == 1          % Secció 1 positiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_1,As2_1,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_1,d_1);

elseif j == 2     % Secció 2 positiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distXFRP(As1_2,As2_2,Es,...

        eps_c(i),k1(i),k2(i),fcd,fyd,b,d2_2,d_2,Af,Ef,df);

elseif j == 3     % Secció 3 positiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_3,As2_3,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_3,d_3);

elseif j == 4     % Secció 4 positiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_4,As2_4,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_4,d_4);

elseif j == 5     % Secció 5 positiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_5,As2_5,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_5,d_5);

elseif j == 6     % Secció 1 negatiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_1,As1_1,Es,...
```



```

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_1,dn_1);

elseif j == 7          % Secció 2 negatiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_2,As1_2,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_2,dn_2);

elseif j == 8          % Secció 3 negatiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_3,As1_3,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_3,dn_3);

elseif j == 9          % Secció 4 negatiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_4,As1_4,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_4,dn_4);

elseif j == 10         % Secció 5 negatiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distXFRP(As2_5,As1_5,Es,...

        eps_c(i),k1(i),k2(i),fcd,fyd,b,d2n_5,dn_5,Af,Ef,df);

end

end

end

% Moments últims positius i negatius

Mp1 = max(M_cr(:,1));          % Moment últim positiu secció 1

Mp1n = -max(M_cr(:,6));       % Moment últim negatiu secció 1

```

```

Mp2 = max(M_cr(:,2));           % Moment últim positiu secció 2

Mp2n = -max(M_cr(:,7));        % Moment últim negatiu secció 2

Mp3 = max(M_cr(:,3));           % Moment últim positiu secció 3

Mp3n = -max(M_cr(:,8));        % Moment últim negatiu secció 3

Mp4 = max(M_cr(:,4));           % Moment últim positiu secció 4

Mp4n = -max(M_cr(:,9));        % Moment últim negatiu secció 4

Mp5 = max(M_cr(:,5));           % Moment últim positiu secció 5

Mp5n = -max(M_cr(:,10));       % Moment últim negatiu secció 5

% Funció que genera el vector per dibuixar els moments últims

[M_plot,M_plot_n]=topalls(aux2,pos,Mp1,Mp1n,Mp2,Mp2n,Mp3,Mp3n,Mp4,Mp4n,...

    Mp5,Mp5n,dist_tram1,dist_tram2,dist_tram3,dist_tram4,dist_tram5);

```

Moment per a cada posició i càrrega en la biga

```

for j = 1:aux                   % Iteracio per cada càrrega

R_incr(j) = 100;                % Inicialitzo sumatori tercer teorema de Mo

flag = 0;                       % Marcador per sortir del bucle While

k(j) = 0;                       % comptador d'iteracions

Mb1(j) = 0;                     % Límit inferior del mètode de la bissecció

i=0;

P_i(j)=0;                       % càrrega per dibuixar la fletxa

% condicional per adequar el funcionament del metode de la bissecció

    if P(j)<10000

        Mb2(j) = -5e7;          % Límit superior del mètode de la bissecció

```

```
elseif P(j)>=10000 && P(j)<50000

    Mb2(j) = -5e7;

elseif P(j)>=50000

    Mb2(j) = -2e8;

end

while flag == 0

    Mb(j) = (Mb1(j)+Mb2(j))/2;           % Metode de la bisecció

    for i = 1:aux2                       % Iteració per cada posició

        if pos(i)< dist_tram1            % SECCIO 1

            % Funció curvatura calcula el moment i la curvatura per
            % cada secció càrrega, a part també té en compte la fase de
            % fissuració del formigó

            [M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,1),curv_cr(:,1),Ec,...
                I,Mp1,Mp1n,M_cr(:,6),curv_cr(:,6),fctm,h,b,P(j),...
                pos(i),Mb(j),L,k(j));

        end

        if pos(i)<=L/2 && pos(i)>=dist_tram1 % SECCIO 2 (PART 1)

            [M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),Ec,...
                I,Mp2,Mp2n,M_cr(:,7),curv_cr(:,7),fctm,h,b,P(j),...
```

```
        pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

if pos(i)>L/2 && pos(i)<dist_tram2          % SECCIO 2(PART 2)

    [M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),Ec,...

        I,Mp2,Mp2n,M_cr(:,7),curv_cr(:,7),fctm,h,b,P(j),...

        pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

if pos(i)>=dist_tram2 && pos(i)<dist_tram3 % SECCIO 3

    [M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,3),curv_cr(:,3),Ec,...

        I,Mp3,Mp3n,M_cr(:,8),curv_cr(:,8),fctm,h,b,P(j),...

        pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

if pos(i)>=dist_tram3 && pos(i)<dist_tram4 % SECCIO 4

    [M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,4),curv_cr(:,4),Ec,...

        I,Mp4,Mp4n,M_cr(:,9),curv_cr(:,9),fctm,h,b,P(j),...

        pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

if pos(i)>=dist_tram4 && pos(i)<=dist_tram5 % SECCIO 5

    [M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,5),curv_cr(:,5),Ec,...

        I,Mp5,Mp5n,M_cr(:,10),curv_cr(:,10),fctm,h,b,P(j),...
```

```

        pos(i),Mb(j),L,k(j));

    end

end

if S(j) == 1          % Variable que es fa 1 quan es crea ròtula

    Mb(j)=Mp5n;

    [P(j),M(:,j),C(:,j)] =
MC2_v2(Mb(j),L,Mp1,Mp2,Mp3,Mp4,Mp5,Mp1n,Mp2n,Mp3n,...

Mp4n,Mp5n,M_cr,curv_cr,dist_tram1,dist_tram2,dist_tram3,dist_tram4,dist_tram5,aux2)
;

    flag = 1;          % Sortim del bucle while, s'ha creat ròtula

    fprintf('La biga arriba al moment últim negatiu per una càrrega
%6.0f.\n',P(j));

else

    R_incr(j) = pos*C(:,j);    % Càlcul de l'angle, 3er teorema de

    % Mohr.

    if R_incr(j) < 1e-7 && R_incr(j) > -1e-7    % Comprovacio 3era

        % llei de mohr

        flag = 1;          % Si es compleix el 3er teorema de Mohr

        % surt del bucle while ja que hem trobat solució i no es

        % genera ròtula

        fprintf('Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega
%6.0f.\n',P(j));

    elseif k(j)>350          % En cas d'error surt del bucle a la

        % iteració 350

        flag = 1;          % Sortida bucle while degut a error.

```

```
fprintf('Error per una càrrega %6.0f.\n',P(j));

    end

end

if flag == 0 && R_incr(j)>1e-7           % Metode de la biseccio

    Mb1(j) = Mb(j);

else

    Mb2(j) = Mb(j);

end

k(j) = k(j) + 1;                       % Comptador d'iteracions

end

end
```

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 0.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 10000.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 20000.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 30000.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 40000.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 50000.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 60000.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 70000.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 80000.

La biga arriba al moment últim negatiu per una càrrega 86140.

Reaccions de la biga conjugada

```
% Al ser el conjugat el moment canvia de signe en l'encastament.

Mb_conj = -Mb;      % Mb és el moment en l'encastament.

for j=1:1:aux

    if P_i(j)>0

        Pconj(j) = P_i(j);

    else

        Pconj(j) = P(j);

    end

    Ra1(j) = (P(j)*L^2)/16;      % Reaccio del conjugat a l'esquerra de
    % la biga simplement carregada

    Rb1(j) = Ra1(j);          % Reaccio del conjugat a la dreta de la
    % biga simplement carregada

    Ra2(j) = -(1/6)*Mb_conj(j)*L; % Reaccio del conjugat a l'esquerra de
    % la biga amb moment a l'encastament

    Rb2(j) = -(1/3)*Mb_conj(j)*L; % Reaccio del conjugat a la dreta de la
    % biga amb moment a l'encastament

    Ra(j) = Ra1(j)+Ra2(j);      % Reaccio del conjugat al suport
    % esquerra de la biga

    Rb(j) = Rb1(j)+Rb2(j);      % Reaccio del conjugat al suport dret
    % de la biga
```

```
end
```

Calcul de la fletxa sumant arees

```
for j = 1:aux

    r = 0;

    area = 0;

    % Condicional per agafar uns moments o uns altres en funció de si s'ha
    % creat o no ròtula

    if P_i(j)>0

        M_fletxa(:,j) = M2(:,j);

    else

        M_fletxa(:,j) = M(:,j);

    end

    for i = 1:aux2

        r(i) = 5*i-5;          % Creo el vector distància

        r1 = (fliplr(r)).';    % Inverteixo els valors del vector distància

        area(i) = M_fletxa(i,j); % Vector area per unitat de distància

        area_dist(i,j) = area*r1*5;    % Multiplico area per distància

        Ma(i,j) = Ra(j)*pos(i)-area_dist(i,j);    % Càlcul fletxa

    end

end

end
```


Diagrames

```
figure()

plot(pos, -Ma/(Ec*I), 'linewidth', 3)           % Fletxa

hold on

plot(pos, pos_zeros, 'k', 'linewidth', 1.5)   % Eix X

title('Fletxa-Posició');

xlim([0 L])

xlabel('Posició [mm]');

ylabel('Fletxa [mm]');

legend('0 kN', '10 kN', '20 kN', '30 kN', '40 kN', '50 kN', '60 kN', '70 kN', '80 kN', '86
kN')

figure()                                       % M-C positiu

plot(curv_cr(:,1), M_cr(:,1)*10^-6, 'linewidth', 2)

hold on

plot(curv_cr(:,2), M_cr(:,2)*10^-6, 'linewidth', 2)

hold on

plot(curv_cr(:,3), M_cr(:,3)*10^-6, 'linewidth', 2)

hold on

plot(curv_cr(:,4), M_cr(:,4)*10^-6, 'linewidth', 2)

hold on

plot(curv_cr(:,5), M_cr(:,5)*10^-6, 'linewidth', 2)

title('M-C POSITIU');

xlabel('Curvatura [mm^-1]');
```

```
ylabel('Moment [kNm]');

legend('S1','S2','S3','S4','S5')

figure() % M_C negatiu

plot(-curv_cr(:,1),-M_cr(:,6)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(-curv_cr(:,2),-M_cr(:,7)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(-curv_cr(:,3),-M_cr(:,8)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(-curv_cr(:,4),-M_cr(:,9)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(-curv_cr(:,5),-M_cr(:,10)*10^-6,'linewidth',2)

title('M-C NEGATIU');

xlabel('Curvatura [mm^-1]');

ylabel('Moment [kNm]');

legend('S1','S2','S3','S4','S5')

figure() % Diagrama moments

plot(pos,-M/1e6,'linewidth',2)

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

hold on

plot(pos,-M_plot/1e6,'k')
```

```
hold on

plot(pos,-M_plot_n/1e6,'k')

xlim([0 L])

title('Moment - Posició')

xlabel('Posició [mm]')

ylabel('Moment [kNm]')

legend('0 kN','10 kN','20 kN','30 kN','40 kN','50 kN','60 kN','70 kN','80 kN','86
kN')

figure() % Diagrama curvatures

plot(pos,C,'linewidth',2)

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

title('Curvatura - Posició')

xlim([0 L])

xlabel('Posició[mm]')

ylabel('Curvatura [mm^-1]')

legend('0 kN','10 kN','20 kN','30 kN','40 kN','50 kN','60 kN','70 kN','80 kN','86
kN')

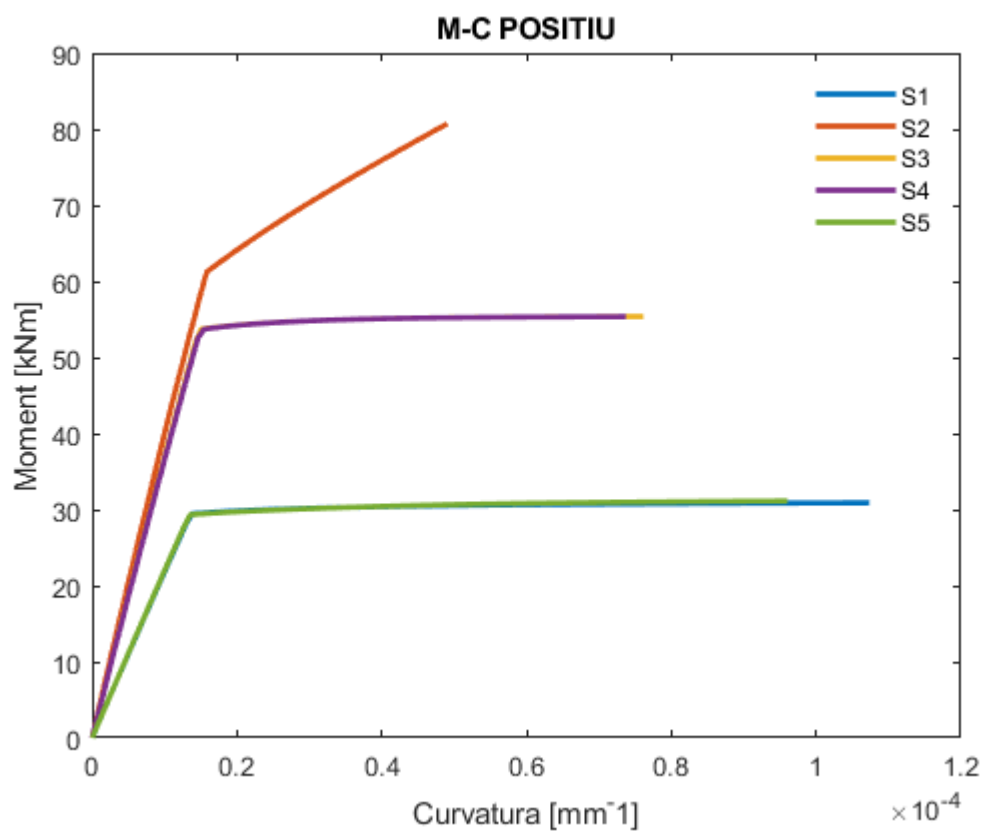
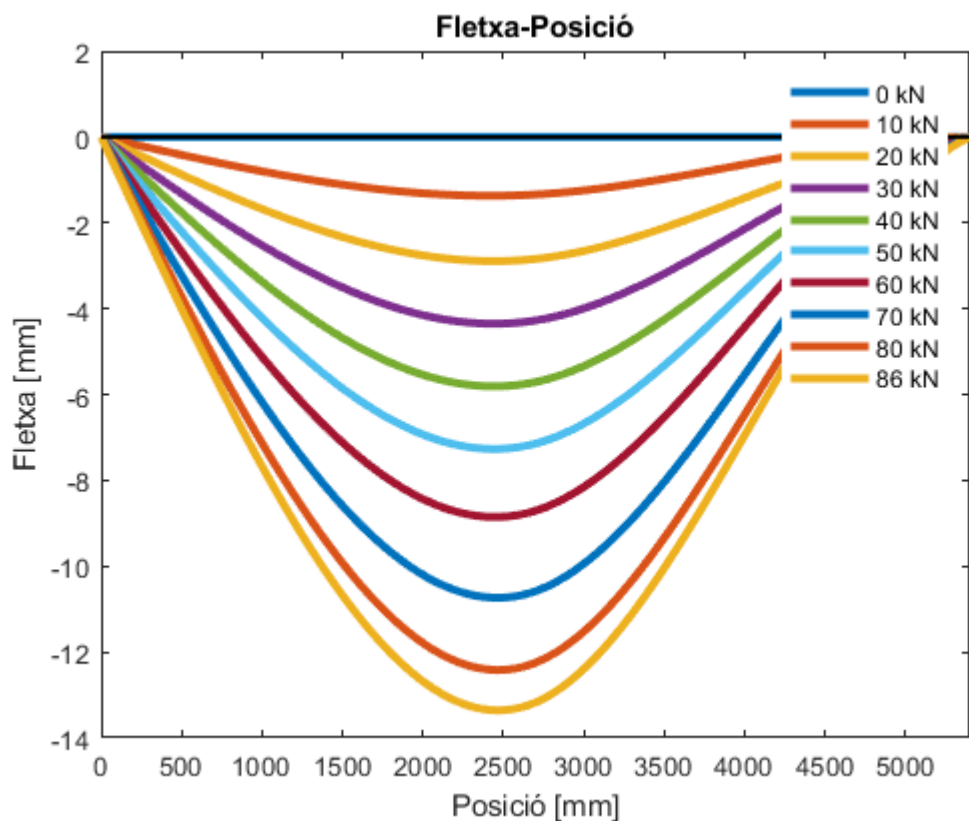
figure() % Diagrama càrrega fletxa

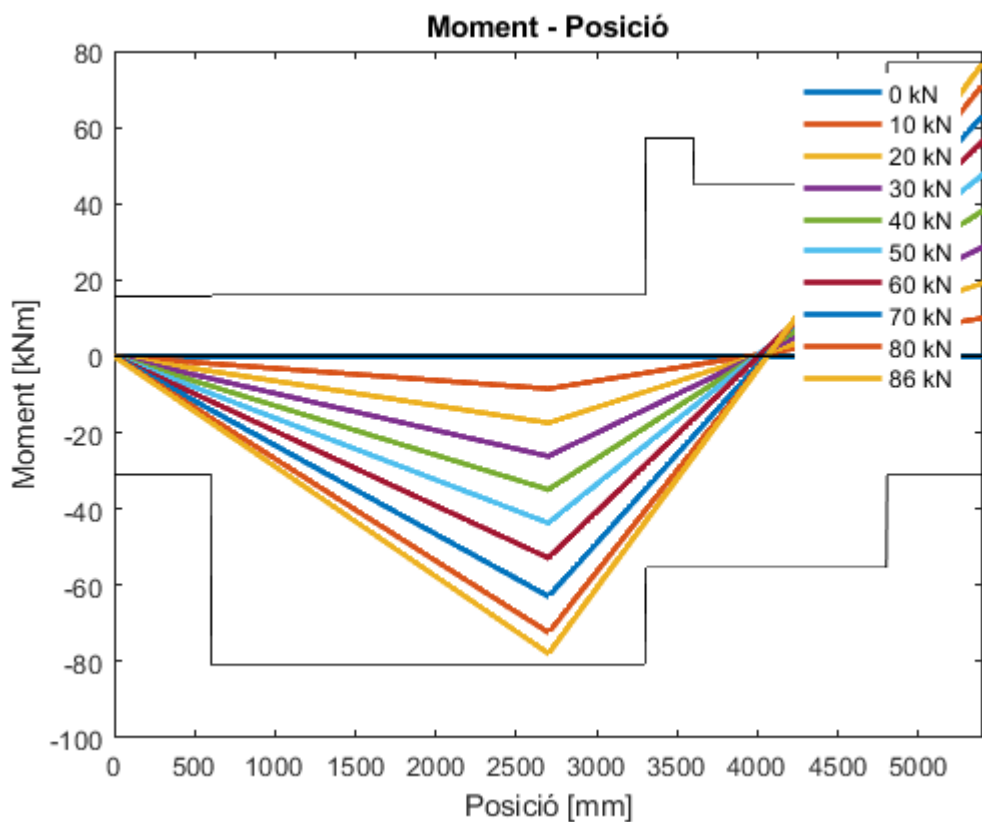
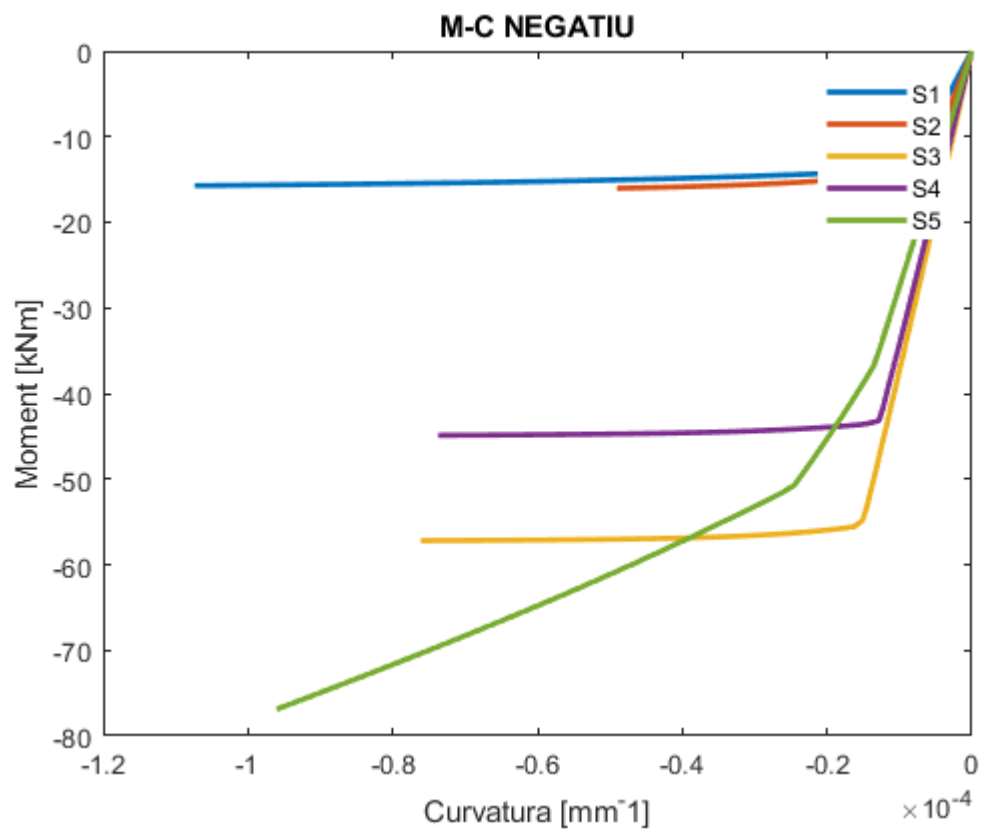
plot(max(Ma)/(Ec*I),P/1000,'linewidth',2)

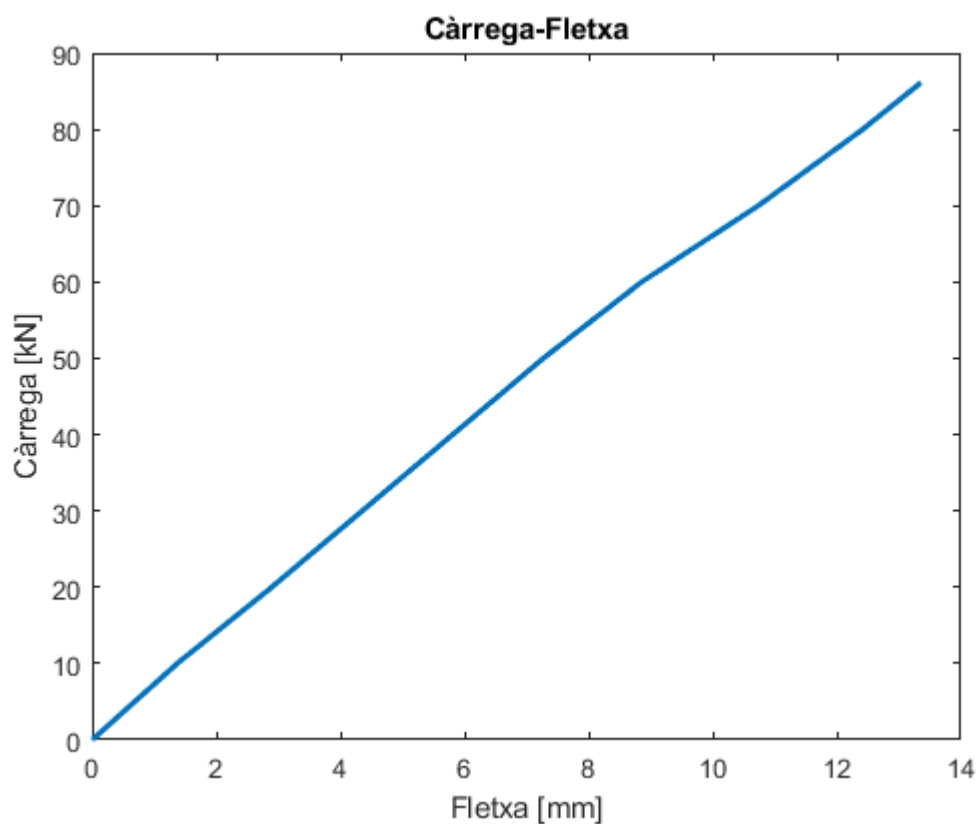
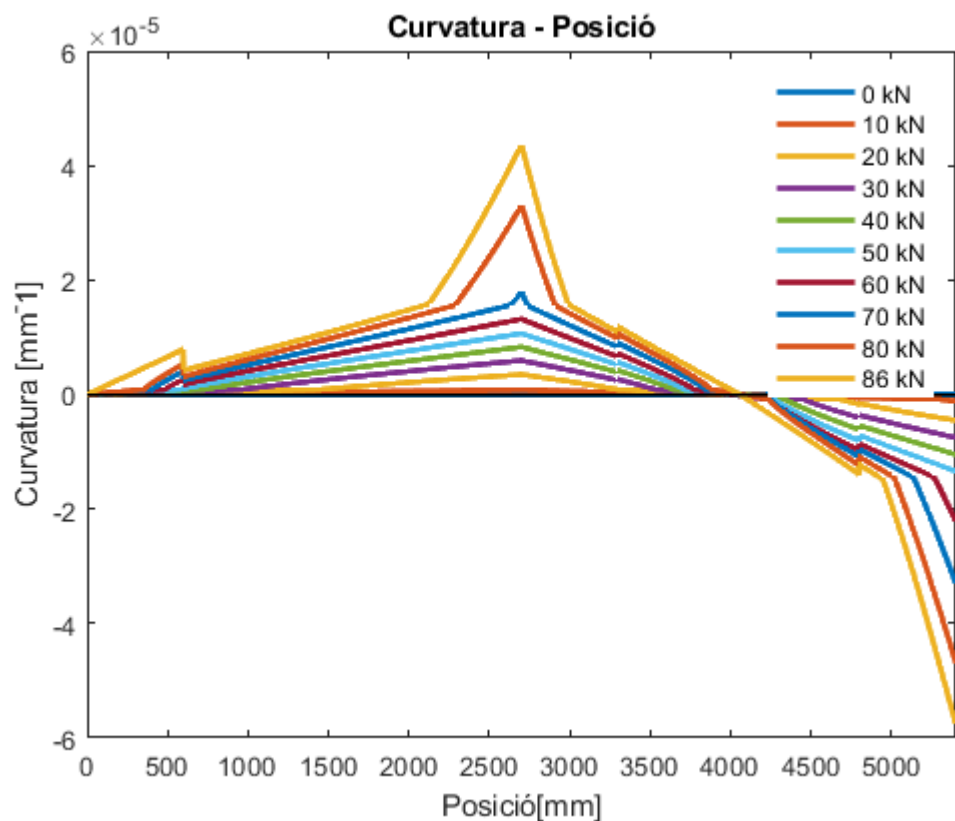
title('Càrrega-Fletxa')

xlabel('Fletxa [mm]')

ylabel('Càrrega [kN]')
```







B.7. Codi rutina biga de formigó armat reforçada amb material compost (FRP) en el suport central

Contents

- [CAS BIGA CONTÍNUA DE F.A. REFORÇADA AMB FRP EN L'ENCASTAMENT](#)
- [Geometria](#)
- [Propietats dels material](#)
- [Tipologies i característiques de les seccions](#)
- [Vectors i matrius](#)
- [Diagrama M-C](#)
- [Moment per a cada posició i càrrega en la biga](#)
- [Reaccions de la biga conjugada](#)
- [Càlcul de la fletxa sumant àrees](#)
- [Diagrames](#)

```
clear all;clc;

close all;
```

CAS BIGA CONTÍNUA DE F.A. REFORÇADA AMB FRP EN L'ENCASTAMENT

Aquesta rutina et calcula el moment curvatura per una determinada càrrega La rigidesa de la biga NO és lineal, així doncs per passar de moment a curvatura s'ha d'interpol·lar a la gràfica de M-C. Afegeixo el M últim, es crea ròtula, i el 3er teorema de mohr ja no es compleix. Calcula moment curvatura, troba el moment per a cada càrrega. Està implementada una funció per trobar M-C. Es para a M últims negatius i després també arriba a M últims positius i deixa d'augmentar la P. Comportament real del formigó armat, contemplem la fase de elàstica i de fissuració del formigó. Afegim material compost(FRP) en la cara superior en la secció 5, amb el propòsit que es generi la ròtula en el centre de la llum abans que en l'encastament. No calculem la fletxa.

Geometria

```
L = 1800*3;           % [mm] Llum de la biga

L_t = 2*L;           % [mm] Llargada total de la biga

b = 150;             % [mm] Base de la secció

h = 300;            % [mm] Cantell de la secció

r = 900;            % [mm] Distància de la càrrega al suport
```

```
recob = 25;           % [mm] Recobriment de la secció  
tall = 10;           % [mm] Diàmetre de l'armat a tallant
```

Propietats dels material

Formigó

```
fck=35;              % [MPa] Resistència característica formigó  
fcm=fck;             % [MPa] Resistència característica real  
gamma_c=1;          %  
fcd=fck/gamma_c;    % [MPa] Resistència de càlcul del formigó  
fctm=0.3*(fcm)^(2/3); % [MPa] Resistència mitja de càlcul.  
Ec=22000*(fcm/10)^0.3; % [MPa] Mòdul elàstic del formigó  
I = b*h^3/12;       % [mm^4] Inèrcia de la secció  
eps_cu=0.0035;     % Deformació última del formigó  
eps_c2=0.002;      % Deformació de fissuració del formigó
```

% Acer

```
fyk = 550;          % [MPa] Resistència límit elàstic de l'acer  
Es=205000;          % [MPa] Mòdul elàstic de l'acer  
gamma_s=1;          %  
fyd=fyk/gamma_s;    % [MPa] Resistència de càlcul de l'acer
```

%FRP

```
ffk = 2800;         % [MPa] Resistència característica FRP  
Ef = 150000;        % [MPa] Mòdul elàstic FRP
```



```

Af = 50*1.2;           % [mm^2] espessor SP reinforcement

df = 300;             % [mm] Alçada de la secció

```

Tipologies i característiques de les seccions

```

% Tram 1

As1_1 = 2*pi*(12/2)^2;           % 2 barres de 12mm; Àrea

% armadura inferior seccio tram 1

As2_1 = 2*pi*(8/2)^2;           % 2 barres de 8mm; Àrea

% armadura superior seccio tram 1

dist_tram1 = 200*3;             % final del tram 1 respecte el

% suport

d_1 = h-(recob+tall+(12/2));     % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_1 = recob+tall+(8/2);         % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_1 = h-d2_1;                  % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_1 = recob+tall+(12/2);      % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 2

As1_2 = 2*pi*(12/2)^2+pi*(16/2)^2; % 2 de 12 + 1 de 16; Àrea

% armadura inferior seccio tram 2

```

```
As2_2 = 2*pi*(8/2)^2; % 2 de 8; Àrea armadura

% superior seccio tram 2

dist_tram2 = 1100*3; % final del tram 2 respecte el

% suport

d_2 = h-(recob+tall+(13.33/2)); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_2 = recob+tall+(8/2); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_2 = h-d2_2; % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_2 = recob+tall+(13.33/2); % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 3

As1_3 = 2*pi*(12/2)^2+pi*(16/2)^2; % 2 de 12 + 1 de 16; Àrea

% armadura inferior seccio tram 3

As2_3 = 2*pi*(8/2)^2+3*pi*(12/2)^2; % 2 de 8 + 3 de 12; Àrea

% armadura superior seccio tram 3

dist_tram3 = 1200*3; % final del tram 3 respecte el

% suport

d_3 = h-(recob+tall+(13.33/2)); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_3 = recob+tall+(10.4/2); % [mm], distància de la part
```

```
% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_3 = h-d2_3; % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_3 = recob+tall+(13.33/2); % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 4

As1_4 = 2*pi*(12/2)^2+pi*(16/2)^2; % 2 de 12 + 1 de 16; Àrea

% armadura inferior seccio tram 4

As2_4 = 4*pi*(12/2)^2; % 3 de 12; Àrea armadura

% superior seccio tram 4

dist_tram4 = 1600*3; % final del tram 4 respecte el

% suport

d_4 = h-(recob+tall+(13.33/2)); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_4 = recob+tall+(12/2); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_4 = h-d2_4; % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_4 = recob+tall+(13.33/2); % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat superior.
```

```

% Tram 5

As1_5 = 2*pi*(12/2)^2; % 2 de 12; Àrea armadura

% inferior seccio tram 5

As2_5 = 3*pi*(12/2)^2; % 3 de 12; Àrea armadura

% superior seccio tram 5

dist_tram5 = 1800*3; % final del tram 5 respecte el

% suport

d_5 = h-(recob+tall+(12/2)); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_5 = recob+tall+(12/2); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_5 = h-d2_5; % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_5 = recob+tall+(12/2); % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat superior.

```

Vectors i matrius

```

pos = (0:5:L); % [mm] Vector posició

P_max = 70000; % [N] Força màxima aplicada

P = (0:10000:P_max); % [N] Vector càrregues

eps_c = (0:0.00005:eps_cu)'; % Vector deformacions

aux = length(P); % Longitud vector càrregues

aux2 = length(pos); % Longitud vector posició

```

```

aux3 = length(eps_c);           % Longitud vector deformacions

pos_zeros = zeros(aux2,1);     % Vector posicions de 0

```

Diagrama M-C

```

for i=1:aux3                     % Iteració deformacions

    if eps_c(i,1)<=eps_c2

        sigma_c(i,1)=fcd*(1-(1-eps_c(i,1)/eps_c2)^2);           % Tensió per
                                                                    % cada deformació

        k1(i,1)=1000*eps_c(i,1)*(0.5-1000*eps_c(i,1)/12);       % Constant k1

        k2(i,1)=(8-1000*eps_c(i,1))/(4*(6-1000*eps_c(i,1))); % Constant k2

    else

        sigma_c(i,1)=fcd;

        k1(i,1)=1-2/(3000*eps_c(i,1));

        k2(i,1)=(1000*eps_c(i,1)*(3000*eps_c(i,1)-4)+2)/...
                (2000*eps_c(i,1)*(3000*eps_c(i,1)-2));

    end

end

% Genero una matriu de X per a cada secció de la biga i per cada
% allargament. Així doncs extrec una matriu amb totes les combinacions
% possibles.

for i = 2:aux3                   % Iteració deformacions

    for j = 1:10                 % Iteració seccions

```

```
% La funció distX és la que genera el diagrama M-C

% La funció distXFRP és la que genera el diagrama M-C en una

% secció amb material compost

if j == 1           % Secció 1 positiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_1,As2_1,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_1,d_1);

elseif j == 2      % Secció 2 positiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_2,As2_2,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_2,d_2);

elseif j == 3      % Secció 3 positiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_3,As2_3,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_3,d_3);

elseif j == 4      % Secció 4 positiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_4,As2_4,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_4,d_4);

elseif j == 5      % Secció 5 positiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_5,As2_5,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_5,d_5);

elseif j == 6      % Secció 1 negatiu
```

```
[x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_1,As1_1,Es,...  
  
    eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_1,dn_1);  
  
elseif j == 7      % Secció 2 negatiu  
  
    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_2,As1_2,Es,...  
  
    eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_2,dn_2);  
  
elseif j == 8      % Secció 3 negatiu  
  
    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_3,As1_3,Es,...  
  
    eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_3,dn_3);  
  
elseif j == 9      % Secció 4 negatiu  
  
    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_4,As1_4,Es,...  
  
    eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_4,dn_4);  
  
elseif j == 10     % Secció 5 negatiu  
  
    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distXFRP(As2_5,As1_5,Es,...  
  
    eps_c(i),k1(i),k2(i),fcd,fyd,b,d2n_5,dn_5,Af,Ef,df);  
  
end  
  
end  
  
end  
  
% Moments últims positius i negatius  
  
Mp1 = max(M_cr(:,1));      % Moment últim positiu secció 1
```

```

Mp1n = -max(M_cr(:,6));      % Moment últim negatiu secció 1

Mp2 = max(M_cr(:,2));       % Moment últim positiu secció 2

Mp2n = -max(M_cr(:,7));    % Moment últim negatiu secció 2

Mp3 = max(M_cr(:,3));      % Moment últim positiu secció 3

Mp3n = -max(M_cr(:,8));    % Moment últim negatiu secció 3

Mp4 = max(M_cr(:,4));      % Moment últim positiu secció 4

Mp4n = -max(M_cr(:,9));    % Moment últim negatiu secció 4

Mp5 = max(M_cr(:,5));      % Moment últim positiu secció 5

Mp5n = -max(M_cr(:,10));   % Moment últim negatiu secció 5

% Funció que genera el vector per dibuixar els moments últims

[M_plot,M_plot_n]=topalls(aux2,pos,Mp1,Mp1n,Mp2,Mp2n,Mp3,Mp3n,Mp4,Mp4n,...

    Mp5,Mp5n,dist_tram1,dist_tram2,dist_tram3,dist_tram4,dist_tram5);

```

Moment per a cada posició i càrrega en la biga

```

for j = 1:aux                % Iteracio per cada càrrega

    R_incr(aux) = 100;      % Inicialitzo sumatori tercer teorema de Mohr

    flag = 0;              % Marcador per sortir del bucle While

    k(aux) = 0;           % Comptador d'iteracions

    Mb1(aux) = 0;         % Límit inferior del mètode de la bissecció

    i=0;

    P_i(aux)=0;           % Càrrega per dibuixar la fletxa

    % Condicional per adequar el funcionament del metode de la bissecció

    if P(j)<50000

```



```
    Mb2(j) = -5e7;           % Límit superior del mètode de la bisecció

elseif P(j)>=50000

    Mb2(j) = -1e8;         % Límit superior del mètode de la bisecció

end

while flag == 0

    Mb(j) = (Mb1(j)+Mb2(j))/2;   % Mètode de la bisecció

    for i = 1:aux2               % Iteració per cada posició

        if pos(i)< dist_tram1     % SECCIÓ 1

            [M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,1),curv_cr(:,1),Ec,...

            I,Mp1,Mp1n,M_cr(:,6),curv_cr(:,6),fctm,h,b,P(j),...

            pos(i),Mb(j),L,k(j));

        end

        if pos(i)<=L/2 && pos(i)>=dist_tram1     % SECCIÓ 2(PART 1)

            [M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),Ec,...

            I,Mp2,Mp2n,M_cr(:,7),curv_cr(:,7),fctm,h,b,P(j),...

            pos(i),Mb(j),L,k(j));

        end

        if pos(i)>L/2 && pos(i)<dist_tram2     % SECCIÓ 2(PART 2)
```

```
[M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),Ec,...

I,Mp2,Mp2n,M_cr(:,7),curv_cr(:,7),fctm,h,b,P(j),...

pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

if pos(i)>=dist_tram2 && pos(i)<dist_tram3 % SECCIÓ 3

[M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,3),curv_cr(:,3),Ec,...

I,Mp3,Mp3n,M_cr(:,8),curv_cr(:,8),fctm,h,b,P(j),...

pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

if pos(i)>=dist_tram3 && pos(i)<dist_tram4 % SECCIÓ 4

[M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,4),curv_cr(:,4),Ec,...

I,Mp4,Mp4n,M_cr(:,9),curv_cr(:,9),fctm,h,b,P(j),...

pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

if pos(i)>=dist_tram4 && pos(i)<=dist_tram5 % SECCIÓ 5

[M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura(M_cr(:,5),curv_cr(:,5),Ec,...

I,Mp5,Mp5n,M_cr(:,10),curv_cr(:,10),fctm,h,b,P(j),...

pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

end
```

```

if max(M(:,j))>=Mp2 && k(j)>40      % Condicional de moment màxim

    [P(j),Mb(j),M(:,j),C(:,j)]=FRPsobre(L,pos,aux2,M_cr,curv_cr,Ec,...

        I,Mp1,Mp2,Mp3,Mp4,Mp5,Mp1n,Mp2n,Mp3n,Mp4n,Mp5n,fctm,h,b,...

        dist_tram1,dist_tram2,dist_tram3,dist_tram4,dist_tram5);

    flag = 1;          % Sortim del bucle while, s'ha creat ròtula

    fprintf('La biga arriba al moment últim negatiu per una càrrega
%6.0f.\n',P(j));

else

    R_incr(j) = pos*C(:,j);      % Calculo angle del 3er

    % teorema de Mohr

    if R_incr(j) < 1e-7 && R_incr(j) > -1e-7      % Comprovacio

        % 3ERA llei de Mohr

        flag = 1;          % Si es compleix el 3er teorema de Mohr

        % surt del bucle while ja que hem trobat solució i no es

        % genera ròtula

        fprintf('Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega
%6.0f.\n',P(j));

    elseif k(j)>350      % En cas d'error surt del bucle a la

        % iteració 350

        flag = 1;          % Sortida bucle while degut a error.

        fprintf('Error per una càrrega %6.0f.\n',P(j));

end

if flag == 0 && R_incr(j)>1e-7      % Mètode de la biseccio

    Mb1(j) = Mb(j);

```

```

else

    Mb2(j) = Mb(j);

end

k(j) = k(j) + 1;           % Comptador d'iteracions

end

end

end

```

```

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega      0.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega  10000.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega  20000.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega  30000.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega  40000.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega  50000.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega  60000.

La biga arriba al moment últim negatiu per una càrrega  64169.

```

Reaccions de la biga conjugada

```

% Al ser el conjugat el moment canvia de signe en l'encastament.

Mb_conj = -Mb;      % Mb és el moment en l'encastament.

for j=1:1:aux

    Ra1(j) = (P(j)*L^2)/16;      % Reaccio del conjugat a l'esquerra de

    % la biga simplement carregada

    Rb1(j) = Ra1(j);      % Reaccio del conjugat a la dreta de la

```

```

% biga simplement carregada

Ra2(j) = -(1/6)*Mb_conj(j)*L;    % Reaccio del conjugat a l'esquerra de

% la biga amb moment a l'encastament

Rb2(j) = -(1/3)*Mb_conj(j)*L;    % Reaccio del conjugat a la dreta de

% la biga amb moment a l'encastament

Ra(j) = Ra1(j)+Ra2(j);          % Reaccio del conjugat al suport

% esquerra de la biga

Rb(j) = Rb1(j)+Rb2(j);          % Reaccio del conjugat al suport dret

% de la biga

end

```

Càlcul de la fletxa sumant àrees

```

for j = 1:aux

    r = 0;

    area = 0;

    M_fletxa(:,j) = M(:,j);

    for i = 1:aux2

        r(i) = 5*i-5;            % Creo el vector distància

        r1 = (fliplr(r)).';      % Giro els valors del vector distància

        area(i) = M_fletxa(i,j); % Vector area per unitat de distància

        area_dist(i,j) = area*r1*5; % Multiplico area per distància

        Ma(i,j) = Ra(j)*pos(i)-area_dist(i,j);    % Càlcul de la fletxa

    end

end

end

```

Diagrames

```
figure()

plot(pos, -Ma/(Ec*I), 'linewidth', 3)           % Diagrama Fletxa

hold on

plot(pos, pos_zeros, 'k', 'linewidth', 1.5)   % Eix X

title('Fletxa');

xlim([0 L])

xlabel('Posició [mm]');

ylabel('Fletxa [mm]');

legend('0 kN', '10 kN', '20 kN', '30 kN', '40 kN', '50 kN', '60 kN', '64 kN')

figure()           % Diagrama M-C positiu

plot(curv_cr(:,1), M_cr(:,1)*10^-6, 'linewidth', 2)

hold on

plot(curv_cr(:,2), M_cr(:,2)*10^-6, 'linewidth', 2)

hold on

plot(curv_cr(:,3), M_cr(:,3)*10^-6, 'linewidth', 2)

hold on

plot(curv_cr(:,4), M_cr(:,4)*10^-6, 'linewidth', 2)

hold on

plot(curv_cr(:,5), M_cr(:,5)*10^-6, 'linewidth', 2)

title('M-C');

xlabel('Curvatura');
```

```
ylabel('Moment');

legend('S1','S2','S3','S4','S5')

figure() % Diagrama M_C negatiu

plot(curv_cr(:,1),M_cr(:,6)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,2),M_cr(:,7)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,3),M_cr(:,8)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,4),M_cr(:,9)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,5),M_cr(:,10)*10^-6,'linewidth',2)

title('M-C');

xlabel('Curvatura');

ylabel('Moment');

legend('S1','S2','S3','S4','S5')

figure()

plot(pos,-M/1e6,'linewidth',2) % Diagrama moments

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

hold on

plot(pos,-M_plot/1e6,'k')
```

```
hold on

plot(pos,-M_plot_n/1e6,'k')

xlim([0 L])

xlabel('Posició [mm]')

ylabel('Moment [kNm]')

legend('0 kN','10 kN','20 kN','30 kN','40 kN','50 kN','60 kN','64 kN')

figure()

plot(pos,C,'linewidth',2) % Diagrama curvatures

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

xlim([0 L])

xlabel('Posició[mm]')

ylabel('Curvatura [mm-1]')

legend('0 kN','10 kN','20 kN','30 kN','40 kN','50 kN','60 kN','64 kN')

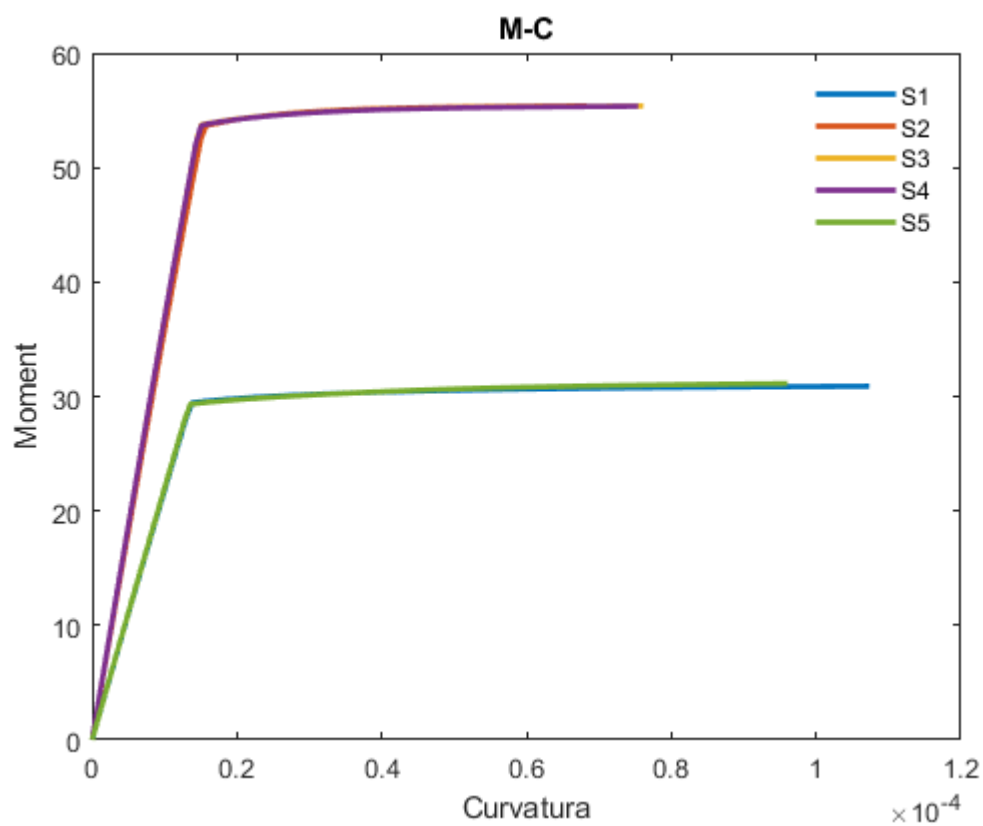
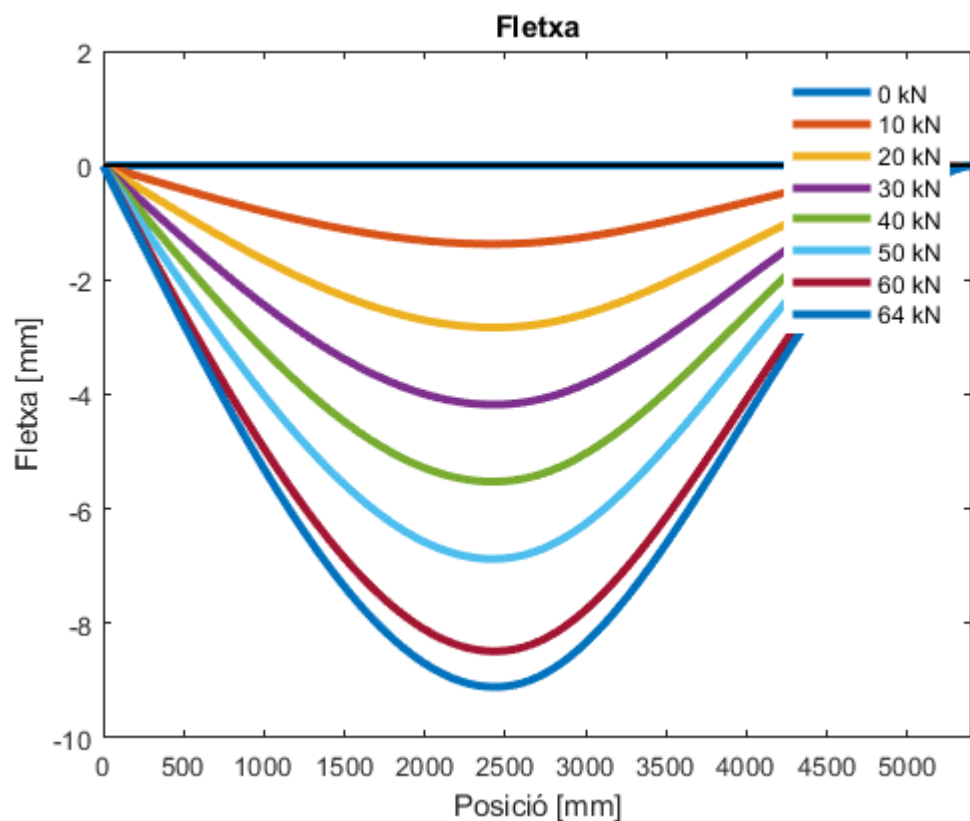
figure()

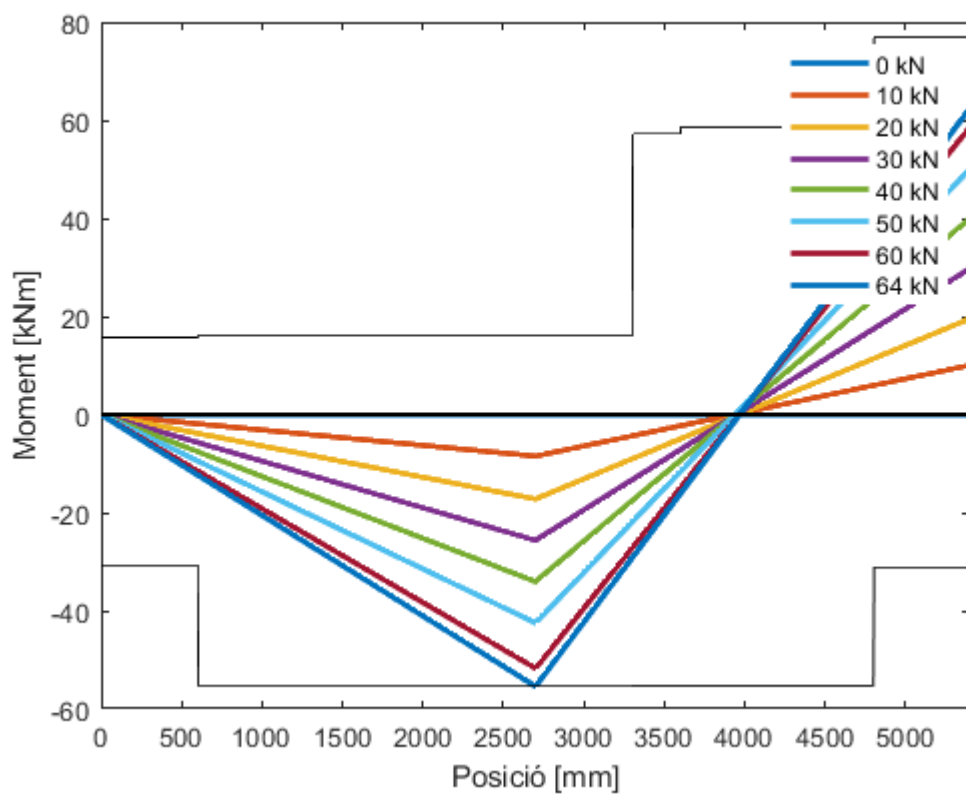
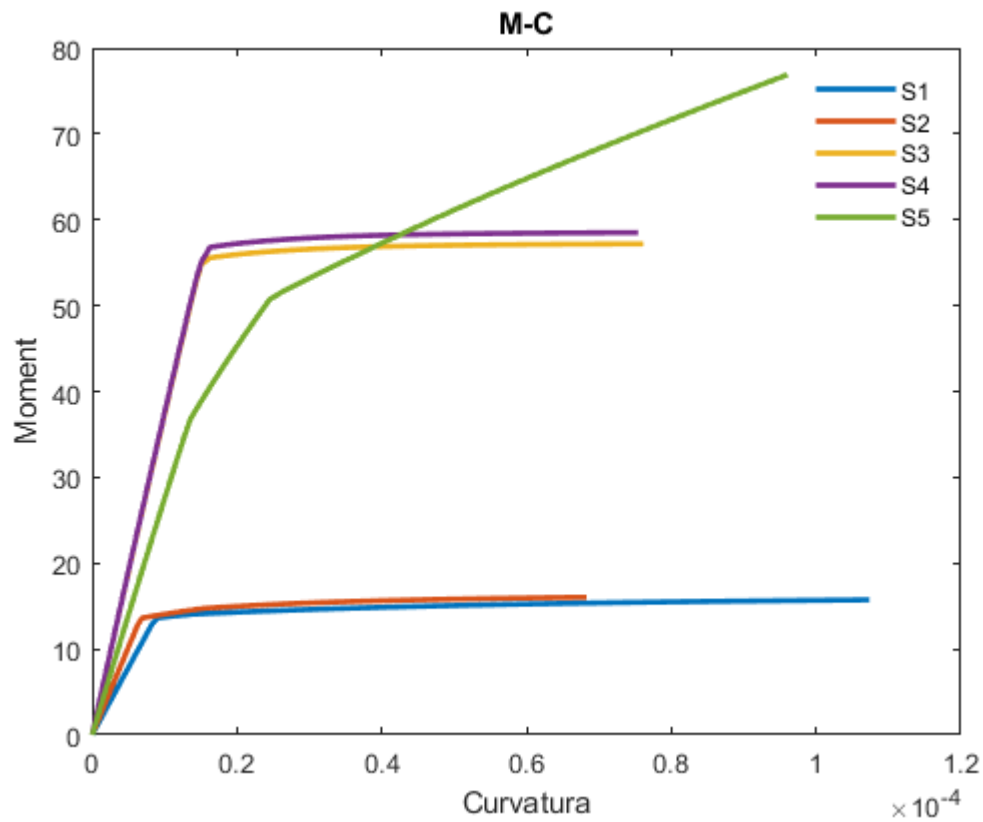
plot(max(Ma)/(Ec*I),P/1000,'linewidth',2) % P-M

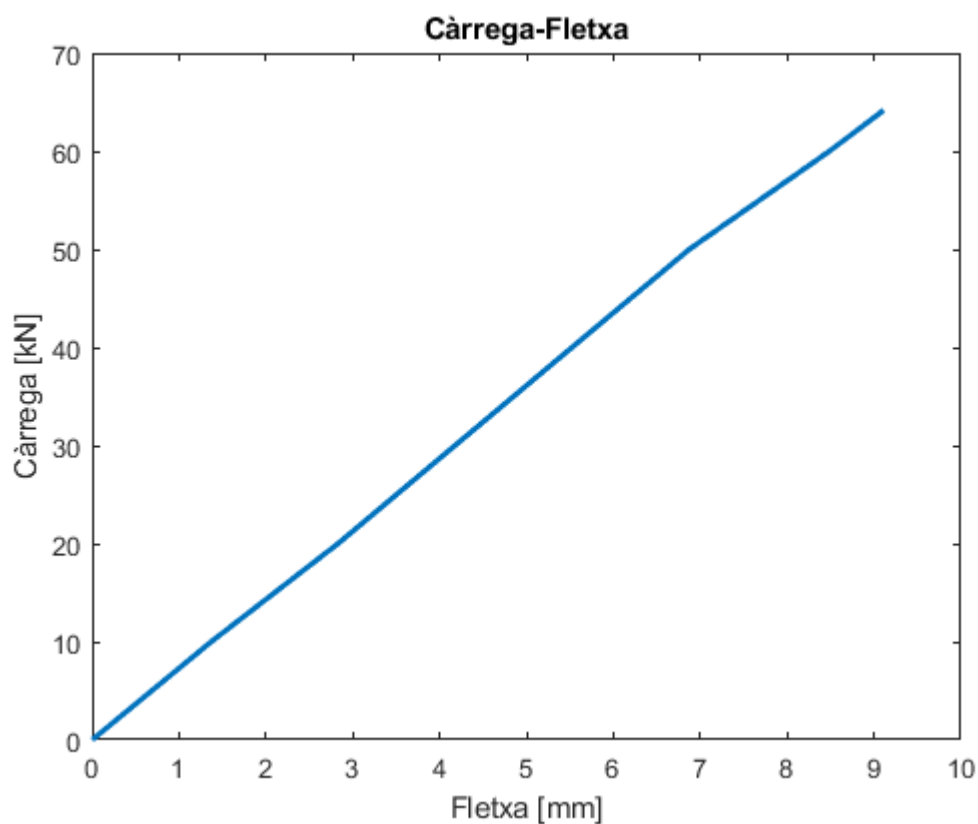
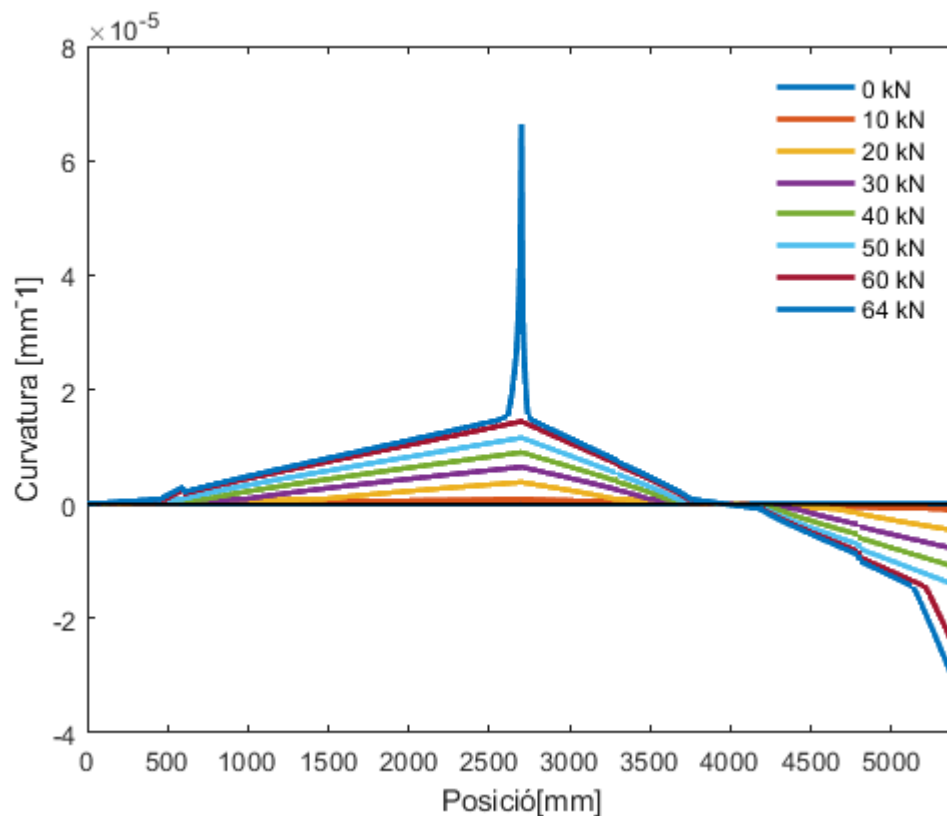
title('Càrrega-Fletxa');

xlabel('Fletxa [mm]')

ylabel('Càrrega [kN]')
```





B.8. Codi rutina biga de formigó armat amb càrrega distribuïda

Contents

- [CAS BIGA CONTÍNUA DE F.A. AMB CÀRREGA DISTRIBUÏDA](#)
- [Geometria](#)
- [Propietats dels materials](#)
- [Tipologies i característiques de les seccions](#)
- [Vectors i matrius](#)
- [Diagrama M-C](#)
- [Moment per a cada posició i càrrega en la biga](#)
- [Reaccions de la biga conjugada](#)
- [Càlcul de la fletxa sumant arees](#)
- [Diagrames](#)

```
clear all;clc;

close all;
```

CAS BIGA CONTÍNUA DE F.A. AMB CÀRREGA DISTRIBUÏDA

Aquesta rutina et calcula el moment curvatura per una determinada càrrega La rigidesa de la biga NO és lineal, així doncs per passar de moment a curvatura s'ha d'interpol·lar a la gràfica de M-C. Afegeixo el M últim, es crea ròtula, i el 3er teorema de mohr ja no es compleix. Calcula moment curvatura, troba el moment per a cada càrrega. Està implementada una funció per trobar M-C. El diagrama Càrrega-fletxa funciona correctament. Comportament real del formigó armat, contemplem la fase de fissuració del formigó.

Geometria

```
L = 1800*3;           % [mm] Llum de la biga

L_t = 2*L;           % [mm] Llargada total de la biga

b = 150;             % [mm] Base de la secció

h = 300;             % [mm] Cantell de la secció

r = 900;             % [mm] Distància de la carrega al suport

recob = 25;         % [mm] Recobriment de la secció
```

```
tall = 10;           % [mm] Diàmetre de l'armat a tallant
```

Propietats dels materials

Formigó

```
fck=35;             % [MPa] Resistència característica formigó
fcm=fck;            % [MPa] Resistència característica real
gamma_c=1;
fcd=fck/gamma_c;   % [MPa] Resistència de càlcul del formigó
fctm=0.3*(fcm)^(2/3); % [MPa] Resistència mitja de càlcul.
Ec=22000*(fcm/10)^0.3; % [MPa] Mòdul elàstic del formigó
I = b*h^3/12;      % [mm^4] Inèrcia de la secció
eps_cu=0.0035;    % Deformació última del formigó
eps_c2=0.002;    % Deformació de fissuració del formigó

% Acer
fyk = 550;        % [MPa] Resistència límit elàstic de l'acer
Es=205000;       % [MPa] Mòdul elàstic de l'acer
gamma_s=1;
fyd=fyk/gamma_s; % [MPa] Resistència de càlcul de l'acer
```

Tipologies i característiques de les seccions

```
% Tram 1
As1_1 = 2*pi*(12/2)^2; % 2 barres de 12mm; Àrea
% armadura inferior seccio tram 1
As2_1 = 2*pi*(8/2)^2; % 2 barres de 8mm; Àrea
```

```
% armadura superior seccio tram 1

dist_tram1 = 200*3; % final del tram 1 respecte

% el suport

d_1 = h-(recob+tall+(12/2)); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_1 = recob+tall+(8/2); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_1 = h-d2_1; % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_1 = recob+tall+(12/2); % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 2

As1_2 = 2*pi*(12/2)^2+pi*(16/2)^2; % 2 de 12 + 1 de 16; Àrea

% armadura inferior seccio tram 2

As2_2 = 2*pi*(8/2)^2; % 2 de 8; Àrea armadura

% superior seccio tram 2

dist_tram2 = 1100*3; % final del tram 2 respecte el

% suport

d_2 = h-(recob+tall+(13.33/2)); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_2 = recob+tall+(8/2); % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat superior
```

```
% Secció negativa

dn_2 = h-d2_2; % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_2 = recob+tall+(13.33/2); % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 3

As1_3 = 2*pi*(12/2)^2+pi*(16/2)^2; % 2 de 12 + 1 de 16; Àrea
% armadura inferior seccio tram 3

As2_3 = 2*pi*(8/2)^2+3*pi*(12/2)^2; % 2 de 8 +3 de 12; Àrea
% armadura superior seccio tram 3

dist_tram3 = 1200*3; % final del tram 3 respecte el
% suport

d_3 = h-(recob+tall+(13.33/2)); % [mm], distància de la part
% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_3 = recob+tall+(10.4/2); % [mm], distància de la part
% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_3 = h-d2_3; % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_3 = recob+tall+(13.33/2); % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 4
```

```
As1_4 = 2*pi*(12/2)^2+pi*(16/2)^2;           % 2 de 12 + 1 de 16; Àrea
% armadura inferior seccio tram 4

As2_4 = 3*pi*(12/2)^2;                       % 3 de 12; Àrea armadura
% superior seccio tram 4

dist_tram4 = 1600*3;                         % final del tram 4 respecte el
% suport

d_4 = h-(recob+tall+(13.33/2));              % [mm], distància de la part
% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_4 = recob+tall+(12/2);                    % [mm], distància de la part
% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_4 = h-d2_4;                               % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_4 = recob+tall+(13.33/2);               % [mm], distància de la part
% superior(girada) al centre de l'armat superior.

% Tram 5

As1_5 = 2*pi*(12/2)^2;                       % 2 de 12; Àrea armadura
% inferior seccio tram 5

As2_5 = 3*pi*(12/2)^2;                       % 3 de 12; Àrea armadura
% superior seccio tram 5

dist_tram5 = 1800*3;                         % final del tram 5 respecte el
% suport

d_5 = h-(recob+tall+(12/2));                % [mm], distància de la part
```



```

% superior fins el centre de l'armat inferior

d2_5 = recob+tall+(12/2);           % [mm], distància de la part

% superior fins el centre de l'armat superior

% Secció negativa

dn_5 = h-d2_5;                     % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat inferior.

d2n_5 = recob+tall+(12/2);        % [mm], distància de la part

% superior(girada) al centre de l'armat superior.

```

Vectors i matrius

```

pos = (0:5:L);                     % [mm] Vector posició

P_max = 15;                        % [N/mm] Força màxima aplicada

P = (0:3:P_max);                  % [N/mm] Vector càrregues

eps_c = (0:0.00005:eps_cu)';     % Vector deformacions

aux = length(P);                  % Longitud vector càrregues

aux2 = length(pos);               % Longitud vector posició

aux3 = length(eps_c);             % Longitud vector deformació

pos_zeros = zeros(aux2,1);        % Vector posició de valor 0

```

Diagrama M-C

```

for i=1:aux3

    if eps_c(i,1)<=eps_c2

        sigma_c(i,1)=fcd*(1-(1-(eps_c(i,1)/eps_c2))^2); % Tensió per

        % cada deformació

        k1(i,1)=1000*eps_c(i,1)/12*(6-1000*eps_c(i,1)); % Constant k1
    end
end

```

```
k2(i,1)=0.25*(8-1000*eps_c(i,1))/(6-1000*eps_c(i,1)); % Constant k2

else

sigma_c(i,1)=fcd;

k1(i,1)=(3000*eps_c(i,1)-2)/(3000*eps_c(i,1));

k2(i,1)=0.5*(1000*eps_c(i,1)*(3000*eps_c(i,1)-4)+2)/...

(1000*eps_c(i,1)*(3000*eps_c(i,1)-2));

end

end

% Genero una matriu de X per a cada secció de la biga i per cada
% allargament. Així doncs extrec una matriu amb totes les combinacions
% possibles.

for i = 2:aux3          % Bucle for per cada deformació

for j = 1:10          % Bucle for per cada secció

% La funció distX és la que genera el diagrama M-C

if j == 1            % Secció 1 positiu

[x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_1,As2_1,Es,...

eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_1,d_1);

elseif j == 2        % Secció 2 positiu

[x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_2,As2_2,Es,...

eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_2,d_2);
```

```
elseif j == 3          % Secció 3 positiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_3,As2_3,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_3,d_3);

elseif j == 4          % Secció 4 positiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_4,As2_4,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_4,d_4);

elseif j == 5          % Secció 5 positiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As1_5,As2_5,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2_5,d_5);

elseif j == 6          % Secció 1 negatiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_1,As1_1,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_1,dn_1);

elseif j == 7          % Secció 2 negatiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_2,As1_2,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_2,dn_2);

elseif j == 8          % Secció 3 negatiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_3,As1_3,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_3,dn_3);
```

```
elseif j == 9 % Secció 4 negatiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_4,As1_4,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_4,dn_4);

elseif j == 10 % Secció 5 negatiu

    [x(i,j),M_cr(i,j),curv_cr(i,j)] = distX(As2_5,As1_5,Es,...

        eps_c(i,1),k1(i,1),k2(i,1),fcd,fyd,b,d2n_5,dn_5);

end

end

end

% Moments últims positius i negatius

Mp1 = max(M_cr(:,1)); % Moment últim positiu secció 1

Mp1n = -max(M_cr(:,6)); % Moment últim negatiu secció 1

Mp2 = max(M_cr(:,2)); % Moment últim positiu secció 2

Mp2n = -max(M_cr(:,7)); % Moment últim negatiu secció 2

Mp3 = max(M_cr(:,3)); % Moment últim positiu secció 3

Mp3n = -max(M_cr(:,8)); % Moment últim negatiu secció 3

Mp4 = max(M_cr(:,4)); % Moment últim positiu secció 4

Mp4n = -max(M_cr(:,9)); % Moment últim negatiu secció 4

Mp5 = max(M_cr(:,5)); % Moment últim positiu secció 5

Mp5n = -max(M_cr(:,10)); % Moment últim negatiu secció 5
```

```
% Funció que genera el vector per dibuixar els moments últims

[M_plot,M_plot_n]=topalls(aux2,pos,Mp1,Mp1n,Mp2,Mp2n,Mp3,Mp3n,Mp4,Mp4n,...

    Mp5,Mp5n,dist_tram1,dist_tram2,dist_tram3,dist_tram4,dist_tram5);
```

Moment per a cada posició i càrrega en la biga

```
for j = 1:aux                % Iteració per cada càrrega

    R_incr(j) = 100;        % Inicialitzo sumatori tercer teorema de Mohr

    flag = 0;              % Marcador per sortir del bucle While

    k(j) = 0;              % comptador d'iteracions

    Mb1(j) = 0;            % Límit inferior del mètode de la bisecció

    i=0;

    P_i(j)=0;              % Càrrega per dibuixar la fletxa

    Mb2(j) = -1e8;

    while flag == 0

        Mb(j) = (Mb1(j)+Mb2(j))/2; % Mètode de la bisecció

        for i = 1:aux2      % Iteració per cada posició

            if pos(i)< dist_tram1                % SECCIÓ 1

                % Funció curvatura calcula el moment i la curvatura per

                % cada secció càrrega, a part també té en compte la fase de

                % fissuració del formigó

                [M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura_DIST(M_cr(:,1),curv_cr(:,1),Ec,...
```

```
I,Mp1,Mp1n,M_cr(:,6),curv_cr(:,6),fctm,h,b,P(j),...

pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

if pos(i)>=dist_tram1 && pos(i)<dist_tram2 % SECCIÓ 2

[M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura_DIST(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),Ec,...

I,Mp2,Mp2n,M_cr(:,7),curv_cr(:,7),fctm,h,b,P(j),...

pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

if pos(i)>=dist_tram2 && pos(i)<dist_tram3 % SECCIÓ 3

[M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura_DIST(M_cr(:,3),curv_cr(:,3),...

Ec,I,Mp3,Mp3n,M_cr(:,8),curv_cr(:,8),fctm,h,b,P(j),...

pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

if pos(i)>=dist_tram3 && pos(i)<dist_tram4 % SECCIÓ 4

[M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura_DIST(M_cr(:,4),curv_cr(:,4),Ec,...

I,Mp4,Mp4n,M_cr(:,9),curv_cr(:,9),fctm,h,b,P(j),...

pos(i),Mb(j),L,k(j));

end

if pos(i)>=dist_tram4 && pos(i)<=dist_tram5 % SECCIÓ 5

[M(i,j),C(i,j),S(j)]=curvatura_DIST(M_cr(:,5),curv_cr(:,5),Ec,...
```

```

        I,Mp5,Mp5n,M_cr(:,10),curv_cr(:,10),fctm,h,b,P(j),...

        pos(i),Mb(j),L,k(j));

    end

end

if min(M(:,j))<=Mp5n && k(j)>20

    Mb(j)=Mp5n;

    [P(j),M(:,j),C(:,j)] =
MC2_DISTv2(Mb(j),L,Mp1,Mp2,Mp3,Mp4,Mp5,Mp1n,Mp2n,...

Mp3n,Mp4n,Mp5n,M_cr,curv_cr,dist_tram1,dist_tram2,dist_tram3,dist_tram4,dist_tram5,
aux2);

    M2(:,j) = M(:,j);    % Moment necessari per calcular la fletxa

    flag = 1;           % Sortim del bucle while, s'ha creat ròtula

    fprintf('La biga arriba al moment últim negatiu per una càrrega
%6.0f.\n',P(j));

else

    R_incr(j) = pos*C(:,j);    % Càlcul de l'angle, 3er teorema de

    % Mohr.

    if R_incr(j) < 1e-7 && R_incr(j) > -1e-7    % Comprovacio de la

        % tercera llei de Mohr

        flag = 1;           % Surt del bucle while, s'ha trobat solució

        % sense crear-se cap ròtula

        fprintf('Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega
%6.0f.\n',P(j));

    elseif k(j)>350

        flag = 1;           % En cas d'error surt del bucle a la

```

```

        % iteració 350

        fprintf('Error per una càrrega %6.0f.\n',P(j));

    end

end

if flag == 0 && R_incr(j)>1e-7           % Mètode de la biseccio

    Mb1(j) = Mb(j);

else

    Mb2(j) = Mb(j);

end

k(j) = k(j) + 1;                       % Comptador d'iteracions

end

end

```

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 0.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 3.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 6.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 9.

Cap seccio arriba al moment últim per una càrrega 12.

La biga arriba al moment últim negatiu per una càrrega 13.

Reaccions de la biga conjugada

```
% Al ser el conjugat el moment canvia de seigne en l'encastament.
```



```

Mb_conj = -Mb;      % Mb és el moment en l'encastament.

for j=1:1:aux

    Ra1(j) = (P(j)*L^3)/24;      % Reacció del conjugat a l'esquerra de
    % la biga simplement carregada

    Rb1(j) = Ra1(j);      % Reacció del conjugat a la dreta de la
    % biga simplement carregada

    Ra2(j) = -(1/6)*Mb_conj(j)*L; % Reacció del conjugat a l'esquerra de
    % la biga amb moment a l'encastament

    Rb2(j) = -(1/3)*Mb_conj(j)*L; % Reacció del conjugat a la dreta de la
    % biga amb moment a l'encastament

    Ra(j) = Ra1(j)+Ra2(j);      % Reacció del conjugat al suport
    % esquerra de la biga

    Rb(j) = Rb1(j)+Rb2(j);      % Reacció del conjugat al suport dret
    % de la biga

end

```

Càlcul de la fletxa sumant arees

```

for j = 1:aux

    r = 0;

    area = 0;

    % Condicional per agafar uns moments o uns altres en funció de si s'ha
    % creat o no ròtula

    M_fletxa(:,j) = M(:,j);

```

```

for i = 1:aux2

    r(i) = 5*i-5;           % Creo el vector distància

    r1 = (fliplr(r)).';     % Giro els valors del vector distància

    area(i) = M_fletxa(i,j); % Vector àrea per unitat de distància

    area_dist(i,j) = area*r1*5; % Multiplico àrea per distància

    Ma(i,j) = Ra(j)*pos(i)-area_dist(i,j); % Càlcul de la fletxa

end

end

```

Diagrames

```

figure()

plot(pos,-Ma/(Ec*I), 'linewidth',3)           % Diagrama fletxa

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5)      % Eix X

xlim([0 L])

title('Fletxa-Posició');

xlabel('Posició [mm]');

ylabel('Fletxa [mm]');

legend('0 kNm','3 kNm','6 kNm','9 kNm','12 kNm','13 kNm')

figure()                                     % M-C positiu

plot(curv_cr(:,1),M_cr(:,1)*10^-6, 'linewidth',2)

```

```
hold on

plot(curv_cr(:,2),M_cr(:,2)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,3),M_cr(:,3)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,4),M_cr(:,4)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,5),M_cr(:,5)*10^-6,'linewidth',2)

title('M-C');

xlabel('Curvatura [mm^-1]');

ylabel('Moment [kNm]');

legend('S1','S2','S3','S4','S5')

figure() % M_C negatiu

plot(curv_cr(:,1),M_cr(:,6)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,2),M_cr(:,7)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,3),M_cr(:,8)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,4),M_cr(:,9)*10^-6,'linewidth',2)

hold on

plot(curv_cr(:,5),M_cr(:,10)*10^-6,'linewidth',2)

title('M-C');
```

```
xlabel('Curvatura [mm-1]');

ylabel('Moment [kNm]');

legend('S1','S2','S3','S4','S5')

figure()

plot(pos,-M/1e6,'linewidth',2) % Diagrama Moments

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

hold on

plot(pos,-M_plot/1e6,'k')

hold on

plot(pos,-M_plot_n/1e6,'k')

xlim([0 L])

title('Moment-posició');

xlabel('Posició [mm]')

ylabel('Moment [kNm]')

legend('0 kNm','3 kNm','6 kNm','9 kNm','12 kNm','13 kNm')

figure() % Diagrama curvatura

plot(pos,C,'linewidth',2)

hold on

plot(pos,pos_zeros,'k','linewidth',1.5) % Eix X

xlim([0 L])

title('Curvatura-posició');
```

```
xlabel('Posició [mm]')

ylabel('Curvatura [mm^-1]')

legend('0 kNm','3 kNm','6 kNm','9 kNm','12 kNm','13 kNm')

figure()

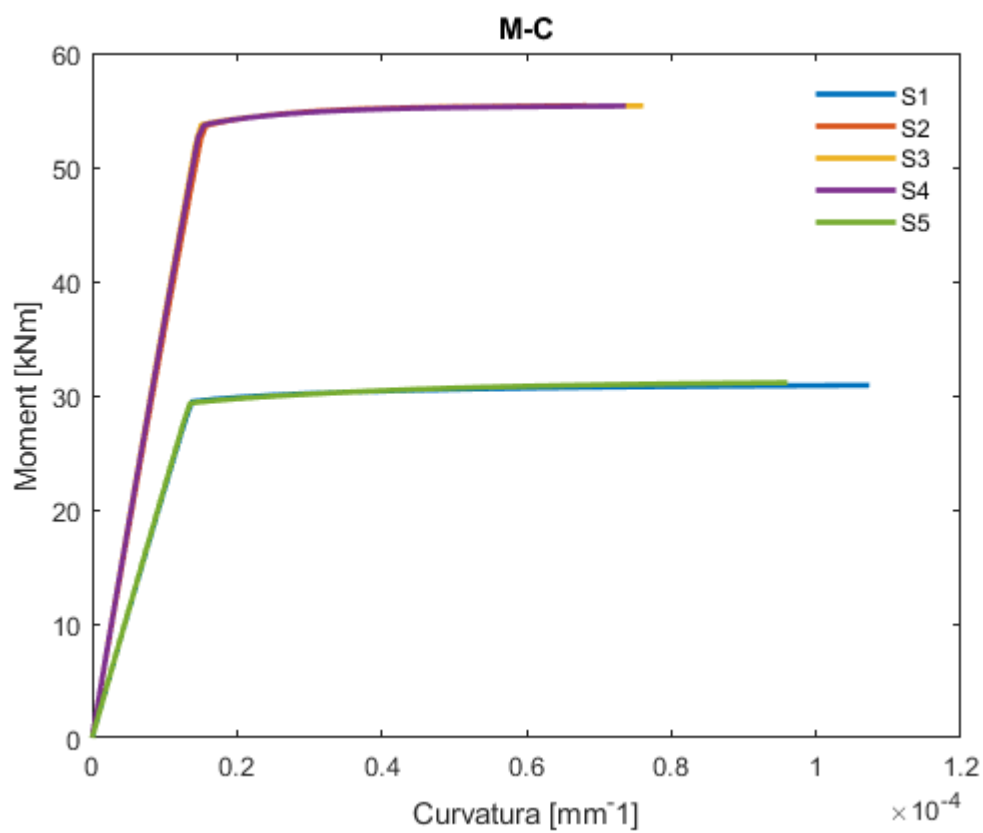
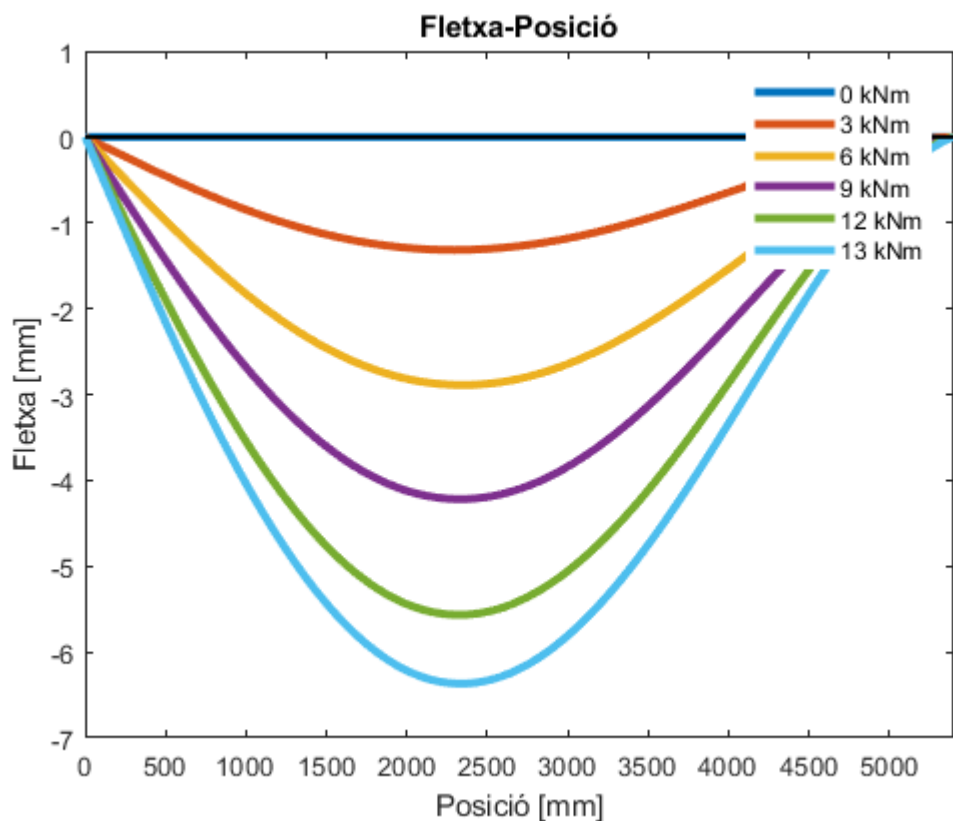
plot(max(Ma)/(Ec*I),P,'linewidth',2)           % Diagrama Càrrega-Fletxa

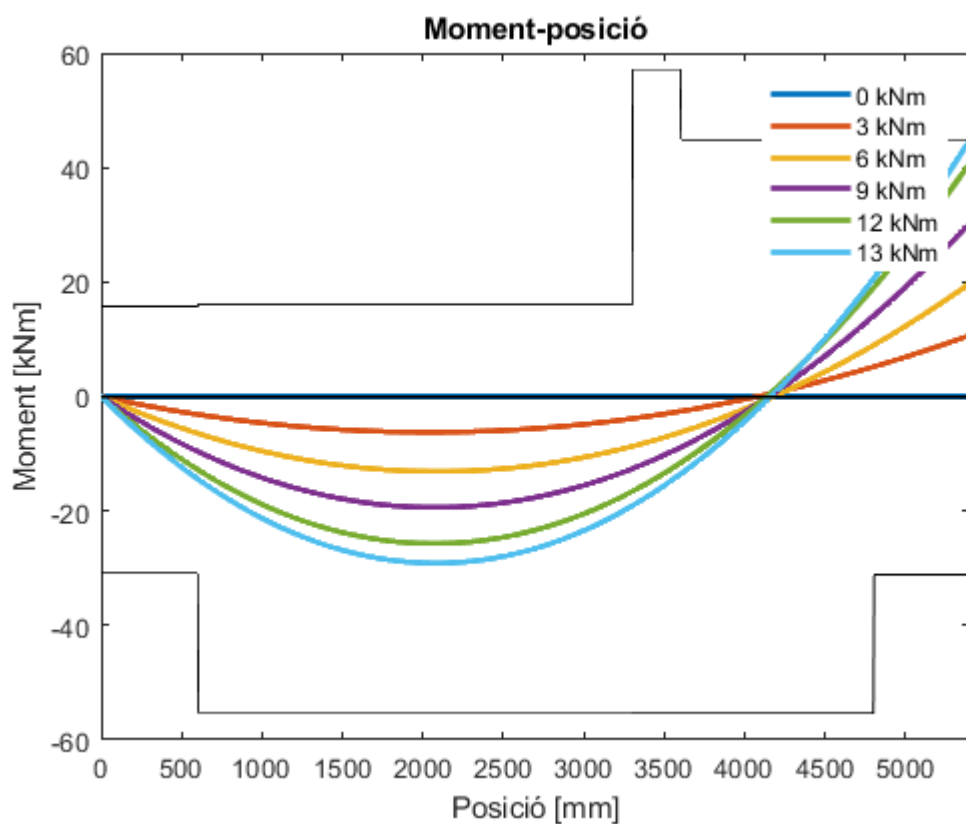
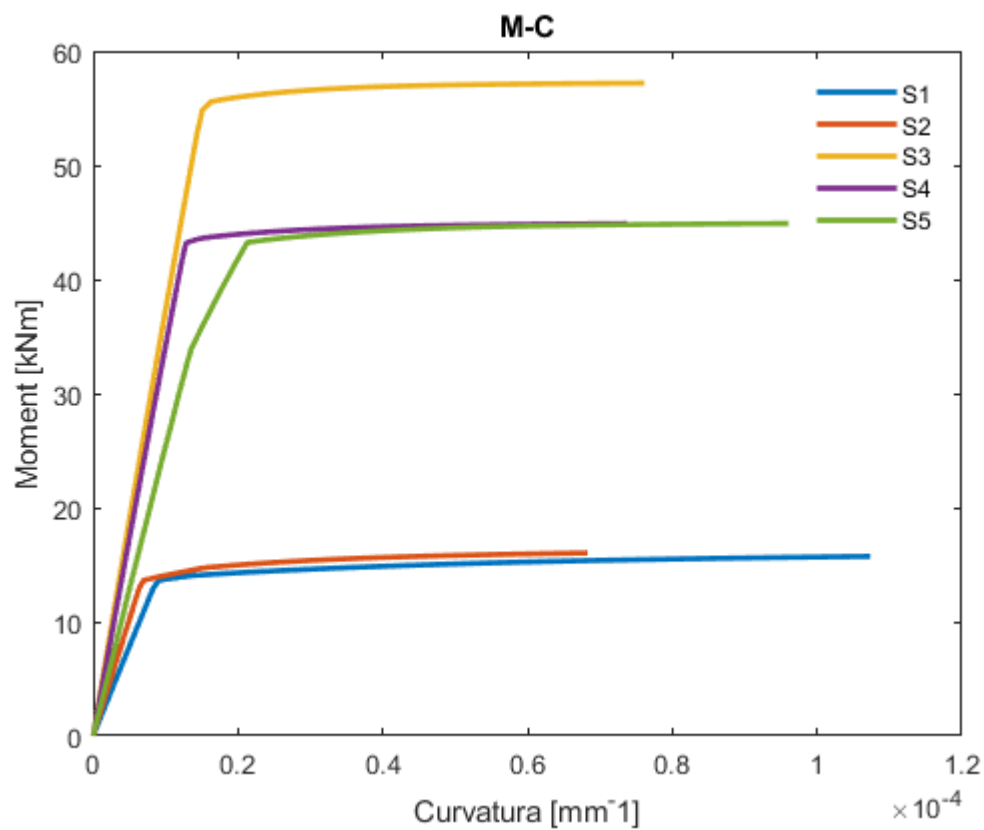
hold on

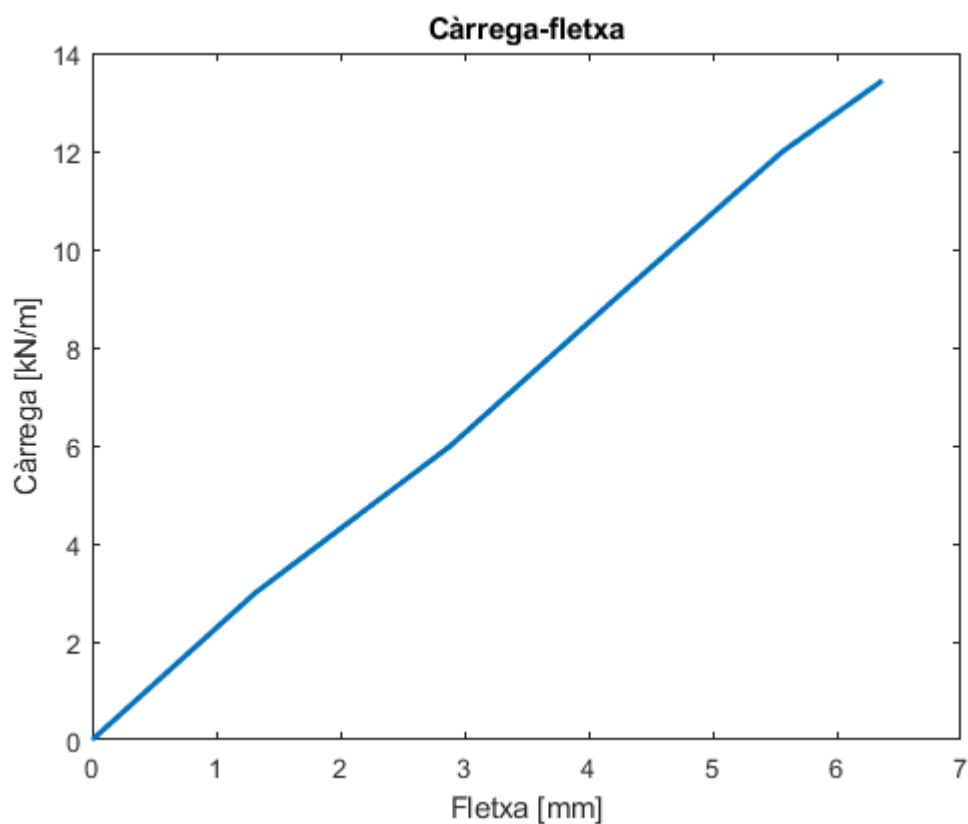
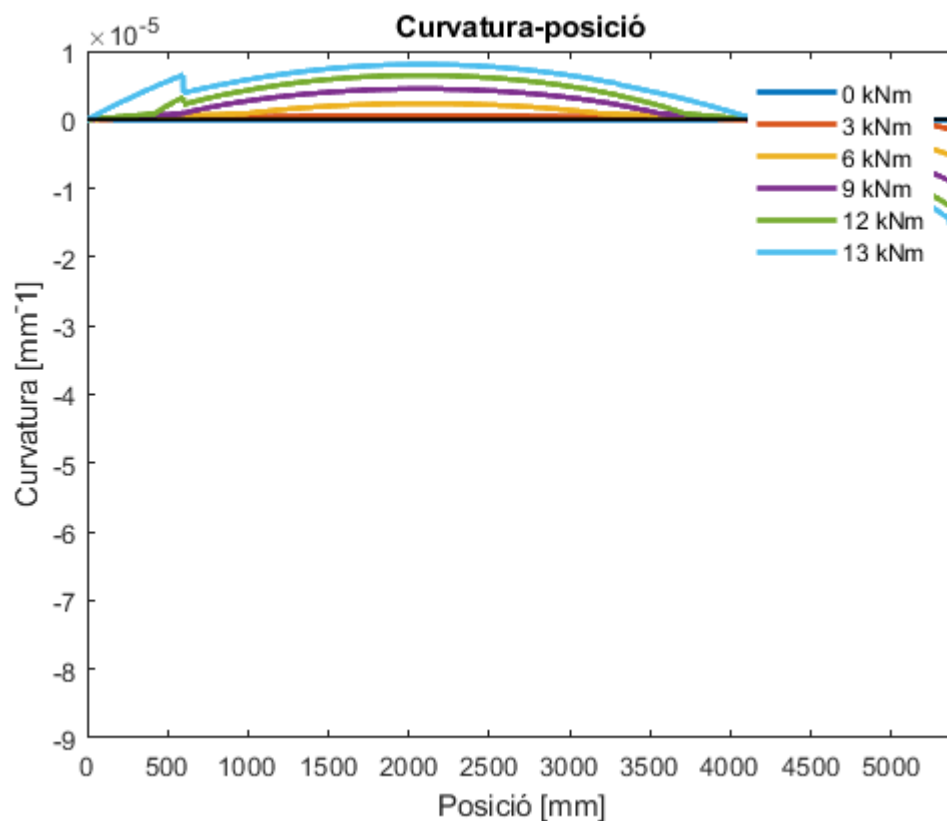
title('Càrrega-fletxa');

xlabel('Fletxa [mm]')

ylabel('Càrrega [kN/m]')
```







B.9. Codi funcions

B.8.1. Codi funció *curvatura*

```
function [M,C,S]=curvatura (M_cr,curv_cr,Ec,I,Mp,Mpn,M_cr2,curv_cr2,fctm,h,b,P,pos,Mb
,L,k)

kfl = 1.6-(h/1000);

f_ctfl = kfl*fctm;           % Resistència a flexo-tracció

w = (1/6)*b*h^2;           % Mòdul resistent

M_cracking = f_ctfl*w;     % Moment de fissuració

beta = 1;

if pos<=L/2

    M = ((P*pos)/2)+(Mb*pos/L);

else

    M = ((P*L)/4-(P/2)*(pos-L/2))+(Mb*pos/L);

end

C1 = M/(Ec*I);

if abs(M)<M_cracking

    C = C1;

    S = 0;

else

if M>=M_cracking && M<Mp

    C2 = interp1(M_cr,curv_cr,M);

    landa = 1-beta*(M_cracking/M)^2;

    C = landa*C2+(1-landa)*C1;

    S = 0;
```

```
elseif M<=-M_cracking && M>Mpn

    C2 = -interp1(M_cr2,curv_cr2,abs(M));

    landa = 1-beta*(M_cracking/M)^2;

    C = landa*C2+(1-landa)*C1;

    S = 0;

elseif M>=Mp && k>20

    C = interp1(M_cr,curv_cr,Mp);

%     landa = 1-beta*(M_cracking/M)^2;

%     C = landa*C2+(1-landa)*C1;

    S = 1;

elseif M<=Mpn && k>20

%     Mb = Mpn;

    C = -interp1(M_cr2,curv_cr2,abs(Mpn));

%     landa = 1-beta*(M_cracking/M)^2;

%     C = landa*C2+(1-landa)*C1;

    S = 1;

else

    C = 0;

    S = 0;

end

end

end
```

B.8.2. Codi funció *curvatura_DIST*

```

function [M,C,S]=curvatura_DIST(M_cr,curv_cr,Ec,I,Mp,Mpn,M_cr2,curv_cr2,fctm,h,b,P,po
s,Mb,L,k)

kfl = 1.6-(h/1000);

f_ctfl = kfl*fctm;           % Resistència a flexo-tracció

w = (1/6)*b*h^2;           % Mòdul resistent

M_cracking = f_ctfl*w;     % Moment de fissuració

beta = 1;

M = ((P*pos)/2)*(L-pos)+(Mb*pos)/L;

C1 = M/(Ec*I);

if abs(M)<M_cracking

    C = C1;

    S = 0;

else

if M>=M_cracking && M<Mp

    C2 = interp1(M_cr,curv_cr,M);

    landa = 1-beta*(M_cracking/M)^2;

    C = landa*C2+(1-landa)*C1;

    S = 0;

elseif M<=-M_cracking && M>Mpn

    C2 = -interp1(M_cr2,curv_cr2,abs(M));

    landa = 1-beta*(M_cracking/M)^2;

    C = landa*C2+(1-landa)*C1;

    S = 0;

```

```

elseif M>=Mp && k>30

    C = interp1(M_cr,curv_cr,Mp);

    %    landa = 1-beta*(M_cracking/M)^2;

    %    C = landa*C2+(1-landa)*C1;

    S = 1;

elseif M<=Mpn && k>30

    %    Mb = Mpn;

    C = -interp1(M_cr2,curv_cr2,abs(Mpn));

    %    landa = 1-beta*(M_cracking/M)^2;

    %    C = landa*C2+(1-landa)*C1;

    S = 1;

else

    C = 0;

    S = 0;

end

end

end

```

Published with MATLAB® R2022a

B.8.3. Codi funció *distX*

```

function [x,M_cr,curv_cr] = distX(As1,As2,Es,eps_c,k1,k2,fcd,fyd,b,d2,d,i,j)

x1 = (- (Es*eps_c*As2+Es*eps_c*As1)+sqrt((Es*eps_c*As2+Es*eps_c*As1)^2+...

4*k1*fcd*b*(Es*eps_c*As2*d2+Es*eps_c*As1*d)))/(2*k1*fcd*b);

```

```
x2 = (- (As2*fyd+As1*Es*eps_c)+sqrt((As2*fyd+As1*Es*eps_c)^2+...  
  
4*k1*fcd*b*(As1*Es*eps_c*d)))/(2*k1*fcd*b);  
  
x3 = (- (As2*Es*eps_c-As1*fyd)+sqrt((As2*Es*eps_c-As1*fyd)^2+...  
  
4*k1*fcd*b*(As2*Es*eps_c*d2)))/(2*k1*fcd*b);  
  
x4 = (- (As2*fyd-As1*fyd)+sqrt((As2*fyd-As1*fyd)^2+4*k1*fcd*b))...  
  
/(2*k1*fcd*b);  
  
if (eps_c*((d/x1)-1))<=fyd/Es&&(eps_c*(1-(d2/x1)))<=fyd/Es  
  
x = x1;  
  
elseif (eps_c*((d/x2)-1))<=fyd/Es&&(eps_c*(1-(d2/x2)))>fyd/Es  
  
x = x2;  
  
elseif (eps_c*((d/x3)-1))>fyd/Es&&(eps_c*(1-(d2/x3)))<=fyd/Es  
  
x = x3;  
  
elseif (eps_c*((d/x4)-1))>fyd/Es&&(eps_c*(1-(d2/x4)))>fyd/Es  
  
x = x4;  
  
end
```

```

eps_s1 = eps_c*((d/x)-1);

eps_s2 = eps_c*(1-(d2/x));

s1 = min(eps_s1*Es, fyd);

s2 = min(eps_s2*Es, fyd);

M_cr = s1*As1*(d-k2*x)+s2*As2*(k2*x-d2);           % [N*mm]

curv_cr = eps_c/x;

end

```

Published with MATLAB® R2022a

B.8.4. Codi funció *distXFRP*

```

function [x,M_cr,curv_cr] =
distXFRP(As1,As2,Es,eps_c,k1,k2,fcd,fyd,b,d2,d,Af,Ef,df)

x1 = (- (Es*eps_c*As2+Es*eps_c*As1+Ef*Af*eps_c)+sqrt((Es*eps_c*As2+...

Es*eps_c*As1+Ef*Af*eps_c)^2+4*k1*fcd*b*(Es*eps_c*As2*d2+...

Es*eps_c*As1*d+Af*Ef*eps_c*df)))/(2*k1*fcd*b);

x2 = (- (As2*fyd+Es*eps_c*As1+Ef*Af*eps_c)+sqrt((As2*fyd+As1*Es*eps_c+...

Ef*Af*eps_c)^2+4*k1*fcd*b*(As1*Es*eps_c*d+...

Af*Ef*eps_c*df)))/(2*k1*fcd*b);

x3 = (- (As2*Es*eps_c-As1*fyd+Ef*Af*eps_c)+sqrt((As2*Es*eps_c-As1*fyd+...

```

```

Ef*Af*eps_c)^2+4*k1*fcd*b*(As2*Es*eps_c*d2+...
Af*Ef*eps_c*df)))/(2*k1*fcd*b);

x4 = (- (As2*fyd-As1*fyd+Ef*Af*eps_c)+sqrt((As2*fyd-As1*fyd+...
Ef*Af*eps_c)^2+4*k1*fcd*b*Af*Ef*eps_c*df))/(2*k1*fcd*b);

if (eps_c*((d/x1)-1))<=fyd/Es&&(eps_c*(1-(d2/x1)))<=fyd/Es

    x = x1;

elseif (eps_c*((d/x2)-1))<=fyd/Es&&(eps_c*(1-(d2/x2)))>fyd/Es

    x = x2;

elseif (eps_c*((d/x3)-1))>fyd/Es&&(eps_c*(1-(d2/x3)))<=fyd/Es

    x = x3;

elseif (eps_c*((d/x4)-1))>fyd/Es&&(eps_c*(1-(d2/x4)))>fyd/Es

    x = x4;

end

eps_s1 = eps_c*((d/x)-1);

eps_s2 = eps_c*(1-(d2/x));

eps_f = eps_c*((df/x)-1);

```

```
s1 = min(eps_s1*Es, fyd);  
  
s2 = min(eps_s2*Es, fyd);  
  
sf = eps_f*Ef;  
  
M_cr = s1*As1*(d-k2*x)+s2*As2*(k2*x-d2)+sf*Af*(df-k2*x);           % [N*mm]  
  
curv_cr = eps_c/x;  
  
end
```

Published with MATLAB® R2022a

B.8.5. Codi funció *MC2_v2*

```
function [P,M,C] = MC2_v2 (Mb, L, Mp1, Mp2, Mp3, Mp4, Mp5, Mp1n, Mp2n, Mp3n, ...  
  
Mp4n, Mp5n, M_cr, curv_cr, dist_tram1, dist_tram2, dist_tram3, dist_tram4, dist_tram5, aux2)  
  
flag2 = 0;  
  
pos = (0:5:L);  
  
P1 = 0;  
  
P2 = 100000;  
  
R_incr2 = 10;  
  
k = 1;  
  
while flag2 == 0  
  
    P = (P1+P2)/2;
```



```
for i = 1:aux2

    if pos(i)<dist_tram1 % SECCIO 1

        M(i) = ((P*pos(i))/2)+(Mb*pos(i)/L);

        if M(i)>=0 && M(i)<Mp1

            C(i) = interp1(M_cr(:,1),curv_cr(:,1),M(i));

        elseif M(i)<0 && M(i)>Mp1n

            C(i) = -interp1(M_cr(:,6),curv_cr(:,6),abs(M(i)));

        elseif M(i)>=Mp1 && k>20

            C(i) = interp1(M_cr(:,1),curv_cr(:,1),Mp1);

        elseif M(i)<=Mp1n && k>20

            C(i) = -interp1(M_cr(:,6),curv_cr(:,6),Mp1n);

        end

    end

end

if pos(i)<=L/2 && pos(i)>=dist_tram1 % SECCIO 2 (PART 1)

    M(i) = ((P*pos(i))/2)+(Mb*pos(i)/L);

    if M(i)>=0 && M(i)<Mp2

        C(i) = interp1(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),M(i));

    elseif M(i)<0 && M(i)>Mp2n

        C(i) = -interp1(M_cr(:,7),curv_cr(:,7),abs(M(i)));

    elseif M(i)>=Mp2 %&& k>20

        C(i) = interp1(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),Mp2);

    end

end
```

```
elseif M<=Mp2n %&& k>20

    C(i) = -interp1(M_cr(:,7),curv_cr(:,7),Mp2n);

end

end

if pos(i)>L/2 && pos(i)<dist_tram2 % SECCIO 2 (PART 2)

    M(i) = ((P*L)/4-(P/2)*(pos(i)-L/2))+(Mb*pos(i)/L);

    if M(i)>=0 && M(i)<Mp2

        C(i) = interp1(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),M(i));

    elseif M(i)<0 && M(i)>Mp2n

        C(i) = -interp1(M_cr(:,7),curv_cr(:,7),abs(M(i)));

    elseif M(i)>=Mp2 && k>20

        C(i) = interp1(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),Mp2);

    elseif M(i)<=Mp2n && k>20

        C(i) = -interp1(M_cr(:,7),curv_cr(:,7),Mp2n);

    end

end

if pos(i)>=dist_tram2 && pos(i)<dist_tram3 % SECCIO 3

    M(i) = ((P*L)/4-(P/2)*(pos(i)-L/2))+(Mb*pos(i)/L);

    if M(i)>=0 && M(i)<Mp3

        C(i) = interp1(M_cr(:,3),curv_cr(:,3),M(i));
```

```
elseif M(i)<0 && M(i)>Mp3n

    C(i) = -interp1(M_cr(:,8),curv_cr(:,8),abs(M(i)));

elseif M(i)>=Mp3 && k>20

    C(i) = interp1(M_cr(:,3),curv_cr(:,3),Mp3);

elseif M(i)<=Mp3n && k>20

    C(i) = -interp1(M_cr(:,8),curv_cr(:,8),Mp3n);

end

end

if pos(i)>=dist_tram3 && pos(i)<dist_tram4 % SECCIO 4

    M(i) = ((P*L)/4-(P/2)*(pos(i)-L/2))+(Mb*pos(i)/L);

    if M(i)>=0 && M(i)<Mp4

        C(i) = interp1(M_cr(:,4),curv_cr(:,4),M(i));

    elseif M(i)<0 && M(i)>Mp4n

        C(i) = -interp1(M_cr(:,9),curv_cr(:,9),abs(M(i)));

    elseif M(i)>=Mp4 && k>20

        C(i) = interp1(M_cr(:,4),curv_cr(:,4),Mp4);

    elseif M(i)<=Mp4n && k>20

        C(i) = -interp1(M_cr(:,9),curv_cr(:,9),Mp4n);

    end

end

if pos(i)>=dist_tram4 && pos(i)<=dist_tram5 % SECCIO 5
```

```

M(i) = ((P*L)/4 - (P/2)*(pos(i)-L/2)) + (Mb*pos(i)/L);

if M(i)>=0 && M(i)<Mp5
    C(i) = interp1(M_cr(:,5),curv_cr(:,5),M(i));

elseif M(i)<0 && M(i)>Mp5n
    C(i) = -interp1(M_cr(:,10),curv_cr(:,10),abs(M(i)));

elseif M(i)>=Mp5 && k>20
    C(i) = interp1(M_cr(:,5),curv_cr(:,5),Mp5);

elseif M(i)<=Mp5n %&& k>20
    C(i) = -interp1(M_cr(:,10),curv_cr(:,10),abs(Mp5n));

end

end

end

R_incr2 = pos*(C'); % Càlcul de l'angle, 3er teorema de

if R_incr2 < 1e-7 && R_incr2 > -1e-7 % Comprovació 3era

% llei de mohr

flag2 = 1; % Si es compleix el 3er teorema de Mohr

% surt del bucle while ja que hem trobat solució i no es

% genera ròtula

elseif k>350 % En cas d'error surt del bucle a la

% iteració 350

flag2 = 1; % Sortida bucle while degut a error.

end

```

```

if flag2 == 0 && R_incr2>1e-7      % Metode de la biseccio

    P2 = P;

else

    P1 = P;

end

k = k + 1;

end

end

```

Published with MATLAB® R2022a

B.8.6. Codi funció *MCIPE_v2*

```

function [P,M,C] = MCIPE_v2 (Mb,L,Mpl,M_i,C_i,aux2)

flag2 = 0;

pos = (0:5:L);

P1 = 0;

P2 = 300000;

while flag2 == 0

    P = (P1+P2)/2;

    for i = 1:aux2

        if pos(i)<=L/2      % SECCIO 2 (PART 1)

            M(i) = ((P*pos(i))/2)+(Mb*pos(i)/L);

        else

            M(i) = ((P*L)/4-(P/2)*(pos(i)-L/2))+(Mb*pos(i)/L);

        end

    end

end

```

```
end

    if M(i)>=0 && M(i)<Mpl

        C(i) = interp1(M_i,C_i,M(i));

    elseif M(i)<0 && M(i)>-Mpl

        C(i) = -interp1(M_i,C_i,abs(M(i)));

    elseif M(i)>=Mpl %&& k(j)>40

        C(i) = interp1(M_i,C_i,Mpl);

    elseif M(i)<=-Mpl %&& k(j)>40

        C(i) = -interp1(M_i,C_i,Mpl);

    end

end

R_incr2 = pos*(C');      % Càlcul de l'angle, 3er teorema de

if R_incr2 < 1e-7 && R_incr2 > -1e-7 % Comprovacio 3era

    % llei de mohr

    flag2 = 1;          % Si es compleix el 3er teorema de Mohr

    % surt del bucle while ja que hem trobat solució i no es

    % genera ròtula

end

if flag2 == 0 && R_incr2>1e-7      % Metode de la biseccio

    P2 = P;
```

```
else

    P1= P;

end

end

end

end
```

Published with MATLAB® R2022a

B.8.7. Codi funció *MC_DISTv2*

```
function [P,M,C] = MC2_DISTv2 (Mb,L,Mp1,Mp2,Mp3,Mp4,Mp5,Mp1n,Mp2n,...

Mp3n,Mp4n,Mp5n,M_cr,curv_cr,dist_tram1,dist_tram2,dist_tram3,dist_tram4,dist_tram5,
aux2)

flag2 = 0;

pos = (0:5:L);

P1 = 0;

P2 = 100;

R_incr2 = 10;

k = 1;

while flag2 == 0

    P = (P1+P2)/2;

    for i = 1:aux2

        M(i) = ((P*pos(i))/2)*(L-pos(i))+(Mb*pos(i))/L;

        if pos(i)<dist_tram1           % SECCIO 1
```

```
if M(i)>=0 && M(i)<Mp1

    C(i) = interp1(M_cr(:,1),curv_cr(:,1),M(i));

elseif M(i)<0 && M(i)>Mp1n

    C(i) = -interp1(M_cr(:,6),curv_cr(:,6),abs(M(i)));

elseif M(i)>=Mp1 && k>20

    C(i) = interp1(M_cr(:,1),curv_cr(:,1),Mp1);

elseif M(i)<=Mp1n && k>20

    C(i) = -interp1(M_cr(:,6),curv_cr(:,6),Mp1n);

end

end

if pos(i)>=dist_tram1 && pos(i)<dist_tram2 % SECCIO 2

    if M(i)>=0 && M(i)<Mp2

        C(i) = interp1(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),M(i));

    elseif M(i)<0 && M(i)>Mp2n

        C(i) = -interp1(M_cr(:,7),curv_cr(:,7),abs(M(i)));

    elseif M(i)>=Mp2 && k>20

        C(i) = interp1(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),Mp2);

    elseif M(i)<=Mp2n && k>20

        C(i) = -interp1(M_cr(:,7),curv_cr(:,7),Mp2n);

    end

end
```



```
end

if pos(i)>=dist_tram2 && pos(i)<dist_tram3           % SECCIO 3

    if M(i)>=0 && M(i)<Mp3

        C(i) = interp1(M_cr(:,3),curv_cr(:,3),M(i));

    elseif M(i)<0 && M(i)>Mp3n

        C(i) = -interp1(M_cr(:,8),curv_cr(:,8),abs(M(i)));

    elseif M(i)>=Mp3 && k>20

        C(i) = interp1(M_cr(:,3),curv_cr(:,3),Mp3);

    elseif M(i)<=Mp3n && k>20

        C(i) = -interp1(M_cr(:,8),curv_cr(:,8),Mp3n);

    end

end

if pos(i)>=dist_tram3 && pos(i)<dist_tram4           % SECCIO 4

    if M(i)>=0 && M(i)<Mp4

        C(i) = interp1(M_cr(:,4),curv_cr(:,4),M(i));

    elseif M(i)<0 && M(i)>Mp4n

        C(i) = -interp1(M_cr(:,9),curv_cr(:,9),abs(M(i)));

    elseif M(i)>=Mp4 && k>20

        C(i) = interp1(M_cr(:,4),curv_cr(:,4),Mp4);

    elseif M(i)<=Mp4n && k>20
```

```
C(i) = -interp1(M_cr(:,9),curv_cr(:,9),Mp4n);

end

end

if pos(i)>=dist_tram4 && pos(i)<=dist_tram5           % SECCIO 5

    if M(i)>=0 && M(i)<Mp5

        C(i) = interp1(M_cr(:,5),curv_cr(:,5),M(i));

    elseif M(i)<0 && M(i)>Mp5n

        C(i) = -interp1(M_cr(:,10),curv_cr(:,10),abs(M(i)));

    elseif M(i)>=Mp5 && k>20

        C(i) = interp1(M_cr(:,5),curv_cr(:,5),Mp5);

    elseif M(i)<=Mp5n %&& k>20

        C(i) = -interp1(M_cr(:,10),curv_cr(:,10),abs(Mp5n));

    end

end

end

R_incr2 = pos*(C');           % Càlcul de l'angle, 3er teorema de

if R_incr2 < 1e-7 && R_incr2 > -1e-7 % Comprovacio 3era

    % llei de mohr

    flag2 = 1;           % Si es compleix el 3er teorema de Mohr

    % surt del bucle while ja que hem trobat solució i no es

    % genera ròtula
```

```
elseif k>350      % En cas d'error surt del bucle a la
                % iteració 350

                flag2 = 1;      % Sortida bucle while degut a error.

end

if flag2 == 0 && R_incr2>1e-7      % Metode de la biseccio

    P2 = P;

else

    P1 = P;

end

k = k + 1;

end

end
```

Published with MATLAB® R2022a

B.8.8. Codi funció *FRPsobre*

```
function [P_opt, Mb, M, C]=FRPsobre(L, pos, aux2, M_cr, curv_cr, Ec, ...

    I, Mp1, Mp2, Mp3, Mp4, Mp5, Mp1n, Mp2n, Mp3n, Mp4n, Mp5n, fctm, h, b, ...

    dist_tram1, dist_tram2, dist_tram3, dist_tram4, dist_tram5)

flag = 0;

Mb1 = 0;

Mb2 = -1e8;

k=1;
```

```
while flag == 0 % Bucle per trobar la càrrega P òptima

    Mb = (Mb1+Mb2)/2;

    P_opt = (4/L)*(Mp2-Mb/2);

    for i = 1:aux2

        if pos(i) < dist_tram1 % SECCIO 1

            [M(i),C(i),S]=curvatura(M_cr(:,1),curv_cr(:,1),Ec,I,Mp1...

                ,Mp1n,M_cr(:,6),curv_cr(:,6),fctm,h,b,P_opt,pos(i),Mb,L,k);

        end

        if pos(i) <= L/2 && pos(i) >= dist_tram1 % SECCIO 2 (PART 1)

            [M(i),C(i),S]=curvatura(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),Ec,I,Mp2,...

                Mp2n,M_cr(:,7),curv_cr(:,7),fctm,h,b,P_opt,pos(i),Mb,L,k);

        end

        if pos(i) > L/2 && pos(i) < dist_tram2 % SECCIO 2 (PART 2)

            [M(i),C(i),S]=curvatura(M_cr(:,2),curv_cr(:,2),Ec,I,Mp2,...

                Mp2n,M_cr(:,7),curv_cr(:,7),fctm,h,b,P_opt,pos(i),Mb,L,k);

        end

        if pos(i) >= dist_tram2 && pos(i) < dist_tram3 % SECCIO 3

            [M(i),C(i),S]=curvatura(M_cr(:,3),curv_cr(:,3),Ec,I,Mp3,...

                Mp3n,M_cr(:,8),curv_cr(:,8),fctm,h,b,P_opt,pos(i),Mb,L,k);

        end

    end
```

```
if pos(i)>=dist_tram3 && pos(i)<dist_tram4 % SECCIO 4

    [M(i),C(i),S]=curvatura(M_cr(:,4),curv_cr(:,4),Ec,I,Mp4,...

        Mp4n,M_cr(:,9),curv_cr(:,9),fctm,h,b,P_opt,pos(i),Mb,L,k);

end

if pos(i)>=dist_tram4 && pos(i)<=dist_tram5 % SECCIO 5

    [M(i),C(i),S]=curvatura(M_cr(:,5),curv_cr(:,5),Ec,I,Mp5,...

        Mp5n,M_cr(:,10),curv_cr(:,10),fctm,h,b,P_opt,pos(i),Mb,L,k);

end

end

R_incr = pos*(C. ');

if R_incr < 1e-7 && R_incr > -1e-7 %&& k>20 % Comprovacio de sumatori és
igual a 0

    flag = 1;

elseif k>350

    flag = 1;

end

if flag == 0 && R_incr>1e-7 % Metode de la biseccio

    Mb1 = Mb;

else

    Mb2 = Mb;

end

k = k + 1;
```

end

Published with MATLAB® R2022a

C. PRESSUPOST

La valoració econòmica de l'estudi es pot desglossar en cinc partides:

Partida	Descripció	Cost unitari	Quantitat	Amortització	Cost total
1	Amortització ordinador	1.000,00 €	1	10%	100,00 €
2	Software	800,00 €	1		800,00 €
3	Aprenentatge teòric	0 €/hora	20		- €
4	Elaboració projecte	30 €/hora	320		9.600,00 €
5	Redacció projecte	15 €/hora	80		1.200,00 €
				Subtotal	11.700,00 €
				IVA 21%	2.457,00 €
				TOTAL	14.157,00 €

La valoració econòmica total de l'estudi és de catorze mil cent cinquanta-set euros.

