

Treball final de grau

Estudi: Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials

Títol: MODELITZACIÓ NO LINEAL AMB ELEMENTS FINITS
D'ELEMENTS DE FORMIGÓ ARMAT

Document: 1. MEMÒRIA I ANNEXOS

Alumne: Aniol Castany Feixas

Tutora: Marta Baena Muñoz

Departament: Enginyeria mecànica i de la construcció industrial

Àrea: Enginyeria de la construcció

Convocatòria: juny/2020

ÍNDEX

Índex de figures	iii
Índex de taules.....	v
Índex d'abreviatures	vi
1 INTRODUCCIÓ	1
1.1 Antecedents.....	1
1.2 Objecte.....	1
1.3 Abast.....	1
2 MATERIALS DISPONIBLES A ATENA.....	3
2.1 Materials disponibles a ATENA per a la modelització del formigó	3
2.1.1 Modelització en 3D	3
2.1.2 Modelització en 2D	7
2.2 Materials disponibles a ATENA per a la modelització del reforç.....	7
3 METODOLOGIA: MODELS A SIMULAR.....	9
3.1 Introducció al mètode dels elements finits	9
3.2 Simulacions a realitzar	9
4 ANÀLISI DEL COMPORTAMENT D'UN ELEMENT DE FORMIGÓ	13
4.1 Cas uniaxial	13
4.1.1 Equacions constitutives del cas uniaxial a ATENA 3D.....	14
4.1.2 Simulacions per a la determinació de les propietats del formigó.....	15
4.2 Cas biaxial	18
4.2.1 Equacions constitutives del cas biaxial a ATENA 3D	19
4.2.2 Simulacions per la determinació de la superfície de falla	20
5 ANÀLISI DEL COMPORTAMENT D'ELEMENTS DE FORMIGÓ ARMAT	25
5.1 Simulació d'una proveta de formigó armat a compressió.....	25
5.2 Efecte tenso-rigidesa en elements de formigó armat.....	30
5.2.1 Models disponibles a ATENA per la simulació de l'efecte tenso-rigidesa	32
5.3 Simulació d'elements de formigó armat a tracció pura	33
5.3.1 Simulació d'un tirant de referència	33

5.3.2	Simulació d'una campanya experimental existent	38
5.4	Simulació d'una biga de formigó armat a flexió.....	49
5.4.1	Simulacions en 3D	51
5.4.2	Simulacions en 2D	53
6	CONCLUSIONS.....	55
6.1	Uniaxial	55
6.2	Biaxial.....	55
6.3	Provetes a compressió	55
6.4	Efecte tenso-rigidesa (<i>Tension stiffening effect</i>)	56
6.5	Bigues a flexió.....	57
6.6	Conclusions generals.....	57
7	BIBLIOGRAFIA.....	59
	ANNEXOS.....	61
	ANNEX A. Càlculs justificatius	63
	A.1 Provetes a compressió	63
	A.2 Efecte tenso-rigidesa (tension stiffening effect)	69
	ANNEX B. Valoració econòmica	72
	ANNEX C. Guia tècnica del programa ATENA 2D	73
	C.1 Introducció	73
	C.2 Iniciar el programa.....	73
	C.3 Pre-procés	73
	C.4 Anàlisi no lineal en elements finits	83
	C.5 Post-procés.....	84
	ANNEX D. Guia tècnica del programa ATENA 3D.....	87
	D.1 Introducció	87
	D.2 Iniciar el programa	87
	D.3 Pre-procés.....	87
	D.4 Anàlisi no lineal en elements finits.....	94
	D.5 Post-procés	95

ÍNDIX DE FIGURES

Figura 1. Comparativa formigó no lineal (FNL) i el formigó ATENA (FA).	5
Figura 2. Propietats bàsiques del formigó lineal.	6
Figura 3. Característiques a compressió del formigó lineal.	6
Figura 4. Caracterització del comportament a compressió del formigó lineal.	6
Figura 5. Material <i>SBeta</i> , en ATENA 2D.	7
Figura 6. Acer amb ATENA 3D. (a) no lineal i (b) lineal.	8
Figura 7. Diagrama tensió-deformació del formigó.	13
Figura 8. Diagrama tensió-deformació a compressió del formigó no lineal [1].	14
Figura 9. Diagrama tensió-deformació d'ATENA [3].	14
Figura 10. Element de formigó amb restriccions de moviment i punts de monitoratge.	15
Figura 11. Comparació de simulacions uniaxials vs teoria. (a) Tracció i (b) Compressió.	17
Figura 12. Superfície de falla en un estat de tensions biaxial [3].	18
Figura 13. Superfície de falla teòrica del model biaxial en 3D.	20
Figura 14. Superfície de falla en el comportament biaxial d'un element de formigó.	21
Figura 15. Secció de les provetes a compressió.	25
Figura 16. Resultats de les simulacions de provetes a compressió. (a) Formigó i (b) Acer	27
Figura 17. Comparació de les tensions a compressió. (a) Formigó i (b) Acer	28
Figura 18. Força-deformació d'una barra de reforç i d'un formigó reforçat a tracció.	30
Figura 19. Perfil de deformacions del reforç i el formigó al llarg de la biga.	31
Figura 20. Resposta càrrega-deformació d'un triant a tracció [8].	31
Figura 21. Eixos del formigó i de les tensions principals.	32
Figura 22. Eixos del material, coincidents amb els de la deformació.	33
Figura 23. Geometria del tirant modelitzat en 2D (mig tirant).	34
Figura 24. Col·locació de la càrrega a mitja altura.	35
Figura 25. Geometria del tirant modelitzat en 3D (1/8 de tirant).	36
Figura 26. Resultats 2D i 3D del tirant de referència.	37
Figura 27. Resultats 2D. (a) 16_110, (b) 13_170, (c) 16_170, (d) 16_170_2 i (e) 19_170	41
Figura 28. Resultats 3D. (a) 16_110, (b) 13_170, (c) 16_170, (d) 16_170_2 i (e) 19_170	44
Figura 29. Fissuració del cas 16_170 (a) 2D i (b) 3D.	46
Figura 30. Punts de monitoratge al final de tirant a diferents altures	47
Figura 31. Geometria de les bigues a flexió.	49
Figura 32. Comparativa entre els diferents casos de bigues a flexió.	51
Figura 33. Resultat del model analític per bigues a flexió.	52
Figura 34. Resultats de les simulacions 2D del cas FNL+ANL	53
Figura 35. Interfície gràfica del pre-procés.	74
Figura 36. Selecció del material que volem.	74

Figura 37. Introducció de les característiques del material <i>SBeta</i> .	75
Figura 38. Introducció de les característiques de l'acer.	75
Figura 39. Introducció dels punt.	76
Figura 40. Visualització dels 5 punts que formes el <i>macroelement</i> 1.	76
Figura 41. Introducció de les línies.	76
Figura 42. Característiques del <i>macroelement</i> i del mallat.	77
Figura 43. Introducció barra de reforç. (a) Punts i (b) material i diàmetre	78
Figura 44. Activació del <i>Load Case 1</i>	78
Figura 45. Restricció de moviment en x del tirant.	79
Figura 46. Aplicació de la càrrega.	79
Figura 47. <i>Solution Parameters</i> en 2D. (a) <i>General</i> i (b) <i>Arc Length</i>	81
Figura 48. <i>Solution Parameters</i> . (a) <i>Line Search</i> i (b) <i>Conditional Break Criteria</i> .	81
Figura 49. <i>Analysis steps</i> del tirant en 2D.	81
Figura 50. Quadre de diàleg del punt de monitoratge de la força.	82
Figura 51. Quadre de diàleg del punt de monitoratge del desplaçament en 2D.	83
Figura 52. Preparació del tirant per analitzar-lo en elements finits.	83
Figura 53. Finestra del <i>Run</i> .	84
Figura 54. Finestra interactiva de l'anàlisi en elements finits.	84
Figura 55. Filtre de fissures.	85
Figura 56. Resultats de la simulació. Fissures i desplaçaments en x.	85
Figura 57. Finestra per a veure gràfics.	86
Figura 58. Selecció dels eixos de coordenades.	87
Figura 59. Característiques del 3D Nonlinear Cementitious 2 amb ATENA 3D.	88
Figura 60. Introducció de les característiques del <i>Reinforcement</i> amb ATENA 3D.	88
Figura 61. Creació d'un <i>macroelement</i> .	89
Figura 62. Paràmetres del mallat.	89
Figura 63. Coordenades dels punts de la barra de reforç. (a) Punt inicial i (b) Punt final.	90
Figura 64. Vistes de les condicions de contorn. (a) Vista 3D i (b) Vista 3D amb els eixos.	91
Figura 65. <i>Solution parameters</i> en 3D. (a) <i>General</i> i (b) <i>Conditional break criteria</i> .	92
Figura 66. <i>Analysis steps</i> del tirant en 3D.	92
Figura 67. Quadre de diàleg del punt de monitoratge de la reacció en 3D.	93
Figura 68. Quadre de diàleg del punt de monitoratge del desplaçament en 3D.	93
Figura 69. Tirant amb el pre-procés completat.	93
Figura 70. Finestra interactiva del Run en 3D.	94
Figura 71. Paràmetres del gràfic de la finestra interactiva en 3D.	95
Figura 72. Finestra de post-procés en 3D amb un exemple dels resultats.	96
Figura 73. Gràfica càrrega-desplaçament del tirant.	97

ÍNDIX DE TAULES

Taula 1. Valor dels paràmetres de l'exemple d'efecte tenso-rigidesa.	7
Taula 2. Materials utilitzats	8
Taula 3. Propietats del 3D Nonlinear Cementitious 2.....	15
Taula 4. Resultats amb els errors de les simulacions uniaxials.....	17
Taula 5. Deformacions de les simulacions biaxials. (a) part inferior i (b) part superior	22
Taula 6. Comparació: intersecció de la superfície de falla amb els eixos (cas uniaxial).	23
Taula 7. Característiques de les simulacions de les provetes a compressió	25
Taula 8. Resultats analítics i simulats de les provetes a compressió	27
Taula 9. Propietats del formigó <i>SBeta</i> del tirant.	34
Taula 10. Propietats de la barra de reforç d'acer del tirant.	35
Taula 11. Resultats del punt de fissuració i punt de fluència del tirant de referència	37
Taula 12. Característiques dels casos experimentals A, B, C, D i G.	38
Taula 13. Resultats de la càrrega de fissuració en 2D.....	42
Taula 14. Resultats de la càrrega de fissuració en 3D.....	44
Taula 15. Càlcul de les noves resistències a tracció a 0,4 m.	45
Taula 16. Càlcul de les noves resistències a tracció a 0,6 m	48
Taula 17. Característiques de les simulacions de les bigues a flexió.....	50
Taula 18. Resultats analítics dels casos A, B, C, D i G.	71
Taula 19. Tipus de punts de monitoratge	82

ÍNDIX D'ABREVIATURES

Símbol	Descripció
A_c, A_C	Àrea de formigó
A_R	Àrea de reforç
A_s	Àrea de reforç d'acer
E	Mòdul elàstic o mòdul de Young
E_C	Mòdul elàstic del formigó
E_{c0}	Mòdul elàstic inicial del formigó
E_{cc}	Mòdul elàstic secant del formigó
E_R	Mòdul elàstic del reforç
f_c, f'_c, f_{cd}	Resistència a compressió del formigó
$f'_c{}^{ef}$	Resistència última a compressió del formigó
f_{ck}	Resistència característica a compressió del formigó
f_{pk}	Límit elàstic característic del formigó
f_t, f'_t, f_{ct}	Resistència a tracció del formigó
G_f	Energia de fractura
k	Paràmetre de forma
L	Longitud
n	Paràmetre que defineix el grau de la paràbola
n	Relació de mòduls de Young entre el reforç i el formigó
P_c, P_C	Força que rep el formigó
P_{cr}	Càrrega de fissuració
P_R	Força que rep el reforç
P_s	Força que rep el reforç d'acer
P_t	Càrrega aplicada
P_y	Càrrega de fluència
r_{ec}	Factor de reducció de la tensió a compressió

Símbol	Descripció
x	Deformació normalitzada
δ_{cr}	Desplaçament per la càrrega de fissuració
δ_y	Desplaçament per la càrrega de fluència
ε	Deformació unitària
ε_c	Deformació unitària al punt de màxima compressió $f_c'^{ef}$
ε_c	Deformació unitària del formigó
ε_{c0}	Deformació unitària de ruptura del formigó a compressió simple
ε_{cu}	Deformació unitària de ruptura del formigó a flexió
ε_{cr}	Deformació unitària per la càrrega de fissuració
ε_m	Deformació unitària mitja del formigó i del reforç
ε_R	Deformació del reforç
ε_y	Deformació unitària per la càrrega de fluència
μ	Coefficient de Poisson
ρ	Relació d'àrees entre el reforç i el formigó
σ_c, σ_c^{ef}	Tensió a compressió del formigó
σ_{c1}, σ_{c2}	Tensions principals del formigó
σ_i	Tensió en direcció i (essent i=x, y i z)
σ_s	Tensió de l'acer
σ_y	Límit de fluència de l'acer

1 INTRODUCCIÓ

1.1 Antecedents

És habitual que el càlcul d'estructures es basi en mètodes que suposin un comportament lineal i elàstic de l'estructura. Aquests mètodes, juntament amb els codis de disseny i les normes existents, permeten dimensionar els elements estructurals més habituals, assegurant les estructures. Tanmateix, existeixen casos singulars que poden requerir un anàlisi més detallat en el que s'hagi de tenir en compte un comportament més ajustat a les lleis constitutives dels materials (no linealitat del material) i/o s'hagi de contemplar la influència de les possibles deformacions de la mateixa estructura (no linealitat geomètrica). En aquests casos, una de les eines més utilitzades és la simulació mitjançant el mètode dels elements finits.

Històricament, alguns dels programes més utilitzats han estat Abacus o Ansys, els quals donen uns resultats molt satisfactoris en la majoria de casos. No obstant, aquests programes són molt genèrics i a vegades succeeix que el seu ús per a la modelització d'elements de formigó i/o formigó armat resulta complexa. És per això que s'ha decidit buscar programes especialitzats que estiguin pensats -des dels seus orígens- per aquest tipus d'anàlisi, com ara el programa ATENA.

ATENA és un programa desenvolupat per l'empresa ČERVENKA CONSULTING, situada a la República Txeca, especialitzat en anàlisi no lineal d'estructures de formigó armat. Simula el comportament real d'estructures incloent la fluència del reforç, la fissuració i la falla total de l'element. És a dir, tant la seva versió 2D com la 3D, ofereix la possibilitat de modelitzar formigó tot considerant les no linealitats dels materials, així com també les no linealitats geomètriques que es puguin derivar de les possibles deformacions de l'element estudiat.

1.2 Objecte

L'objectiu de l'estudi és l'anàlisi d'elements de formigó armat emprant la simulació numèrica amb el programa d'elements finits ATENA, amb la finalitat de determinar la idoneïtat del programa per a la simulació d'estructures de formigó armat.

1.3 Abast

L'abast de l'estudi inclourà la verificació dels models constitutius que el programa ofereix per simular formigó -inicialment, sense reforç-, tenint en compte el seu comportament no lineal (ruptura a compressió i fissuració a tracció). Es comprovarà el comportament sota dos estats de tensions diferents; primer de manera uniaxial i després sota un estat de tensions biaxial.

Una vegada verificat el comportament del formigó pur, es passarà a estudiar la seva interacció amb acer. S'analitzaran tres tipologies diferents d'elements estructurals de formigó armat -provetes, bigues i tirants- per tal de validar, respectivament, els tres grans estats de càrrega sota els quals podem trobar el formigó armat: compressió, flexió i la tracció pura. A més, es comprovarà el correcte funcionament del programa quan s'inclou la plasticitat de l'acer un cop es supera el seu límit elàstic. Totes les simulacions es contrastaran amb els resultats analítics i experimentals disponibles.

Per fer tot això, però, caldrà abans aprendre el funcionament del programa ATENA, és a dir, la correcta introducció i obtenció de dades. Finalment, es generarà una guia tècnica -on es recullin aquests aprenentatges- per poder utilitzar el programa ATENA i que servirà alhora com a documentació de referència per futurs projectes o estudis que es vulguin realitzar amb aquest mateix programa.

2 MATERIALS DISPONIBLES A ATENA

Com que ATENA està expressament desenvolupat per l'ús en la simulació d'estructures de formigó armat, aquest ofereix diverses possibilitats per tal de modelitzar formigons -tant lineals com no lineals-, així com també la possibilitat de modelitzar diferents tipus d'acer -també lineals i no lineals- i inclús diversos materials isòtrops. Els primers es poden utilitzar per modelitzar elements estructurals; els segons, per modelitzar acers i els últims, per modelitzar les platines, per exemple.

2.1 Materials disponibles a ATENA per a la modelització del formigó

Per la modelització de formigó el programa ofereix dos models diferents. En primer lloc, hi ha un formigó que ens permet modificar les seves condicions de no-linealitat per tal d'adaptar-lo a les característiques que desitgem. Aquest formigó rep el nom de *CC3DNonLinCementitious2User*. Per altra banda, també hi ha un formigó que el programa ofereix per defecte, que és el *CC3DNonLinCementitious2*. Per a cada cas, es selecciona el tipus de formigó que més s'adapti a les característiques del material que es vol.

2.1.1 Modelització en 3D

La primera manera de modelitzar el formigó no lineal és a través del *CC3DNonLinCementitious2User*. Fent-ho d'aquesta manera, ens regim per l'expressió de la Instrucció EHE [1], que és la que està àmpliament acceptada:

$$\begin{aligned}\sigma_c &= f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c0}} \right)^n \right] & \text{si } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c0} \\ \sigma_c &= f_{cd} & \text{si } \varepsilon_{c0} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}\end{aligned}$$

On:

f_{cd} : resistència a compressió del formigó

n : paràmetre de defineix el grau de la paràbola

ε_{c0} : deformació unitària de ruptura del formigó a compressió simple

ε_{cu} : deformació unitària de ruptura del formigó a flexió

Els valors de deformació unitària de ruptura a compressió simple, ε_{c0} , són els següents:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{c0} &= 0,002 & \text{si } f_{ck} \leq 50 \frac{N}{mm^2} \\ \varepsilon_{c0} &= 0,002 + 0,000085(f_{ck} - 50)^{0,50} & \text{si } f_{ck} > 50 \frac{N}{mm^2}\end{aligned}$$

I el valor de n , que defineix el grau de la paràbola s'obté com:

$$n = 2 \quad \text{si } f_{ck} \leq 50 \frac{N}{mm^2}$$

$$n = 1,4 + 9,6 \left[\frac{(100 - f_{ck})}{100} \right]^4 \quad \text{si } f_{ck} > 50 \frac{N}{mm^2}$$

Per tant, si assumim que $f_{ck} \leq 50 \frac{N}{mm^2}$, llavors la fórmula resulta ser:

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{0,002} \right)^2 \right]$$

També disposem d'una segona opció; podem modelitzar el formigó no lineal a través del *CC3DNonLinCementitious2* donat que aquest formigó ja té un comportament no lineal per defecte. El comportament que segueix internament aquest formigó no lineal és el que marca la normativa de l'EC2 [2], ja que així s'especifica al document de teoria "*ATENA Theory*" [3], que és on es detallen les expressions dels models utilitzats.

$$\sigma_c^{ef} = f_c'^{ef} \frac{kx - x^2}{1 + (k - 2)x}$$

$$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}$$

$$k = \frac{E_{c0}}{E_{cc}}$$

On:

σ_c^{ef} : tensió a compressió del formigó

$f_c'^{ef}$: resistència última a compressió del formigó

x : deformació normalitzada

ε : deformació

ε_c : deformació al punt de màxima compressió $f_c'^{ef}$

k : paràmetre de forma

E_{c0} : mòdul elàstic inicial del formigó

E_{cc} : mòdul elàstic secant del formigó al punt de màxima compressió $E_c = \frac{f_c'^{ef}}{\varepsilon_c}$

Donat que assumim en el primer tram un comportament parabòlic, el paràmetre de forma tindrà un valor de 2 ($k = 2$). Això simplifica l'expressió de forma tal que les dues expressions, la de la Instrucció EHE i la de l'EC2, acaben tenint una estructura molt semblant si les desenvolupem.

INSTRUCCIÓ EHE

$$\sigma_c = f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right]$$

$$\sigma_c = f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - 2 \cdot \frac{\varepsilon}{0,002} + \left(\frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right) \right]$$

$$\sigma_c = f_{cd} \cdot \left[1 - 1 + 2 \cdot \frac{\varepsilon}{0,002} - \left(\frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right]$$

$$\sigma_c = f_{cd} \cdot \left[2 \cdot \frac{\varepsilon}{0,002} - \left(\frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right]$$

EUROCODI 2

$$\sigma_c^{ef} = f_c'^{ef} \frac{kx - x^2}{1 + (k - 2)x}$$

Per a $k = 2$, llavors:

$$\sigma_c^{ef} = f_c'^{ef} \cdot (kx - x^2)$$

Desenvolupant $x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}$ obentim que

$$\sigma_c^{ef} = f_c'^{ef} \left[2 \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^2 \right]$$

Tal i com podem observar, les equacions són iguals si ε_c en el model d'ATENA 3D és igual a 0,002.

A la Figura 1 podem veure la principal diferència entre el formigó no lineal de la Instrucció EHE (FNL) i el formigó que ens ofereix el programa ATENA 3D per defecte (FA). Veiem que el formigó no lineal de la Instrucció EHE és una mica més restrictiu que el formigó ATENA.

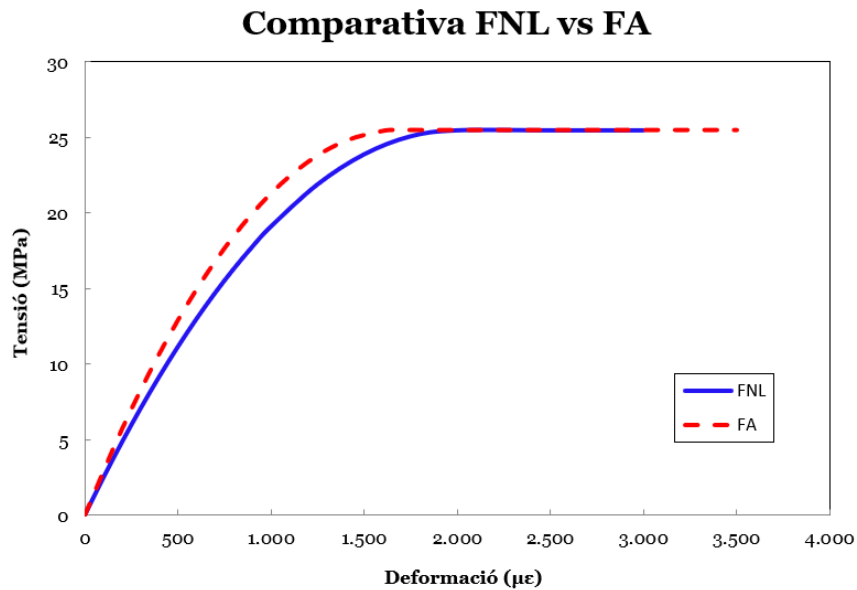


Figura 1. Comparativa formigó no lineal (FNL) i el formigó ATENA (FA).

D'ara en endavant, per referir-nos a aquests dos formigons ho farem de la següent manera:

- Formigó que segueix la Instrucció EHE -àmpliament acceptada- mitjançant *CC3DNonLinCementitious2User*: Formigó no lineal (FNL).
- Formigó que segueix l'EC2 i ve per defecte en el programa ATENA 3D amb el nom de *CC3DNonLinCementitious2*: Formigó ATENA (FA).

A més, també podem utilitzar el *CC3DNonLinCementitious2User* i modificar-ne les propietats per tal que tingui un comportament lineal. A la Figura 2 podem veure les propietats bàsiques.

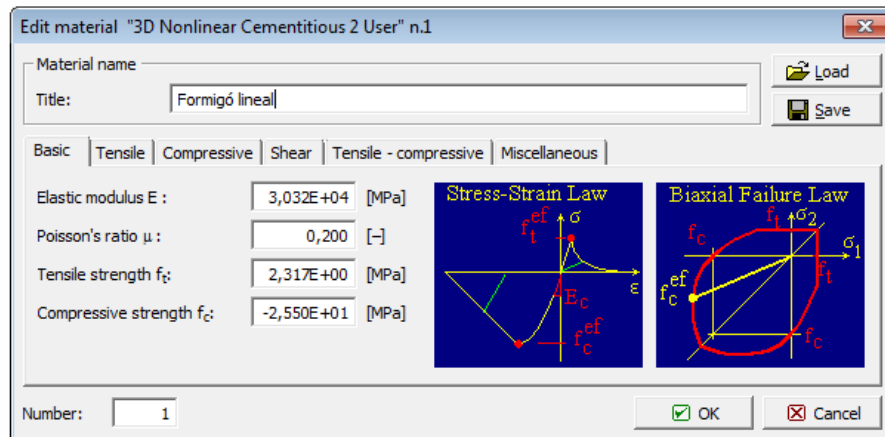


Figura 2. Propietats bàsiques del formigó lineal.

Per tal que el formigó tingui un comportament lineal hem d'anar a *Compressive* (Figura 3) i entrar una corba de deformació que sigui lineal (Figura 4). Amb un punt en fem prou.

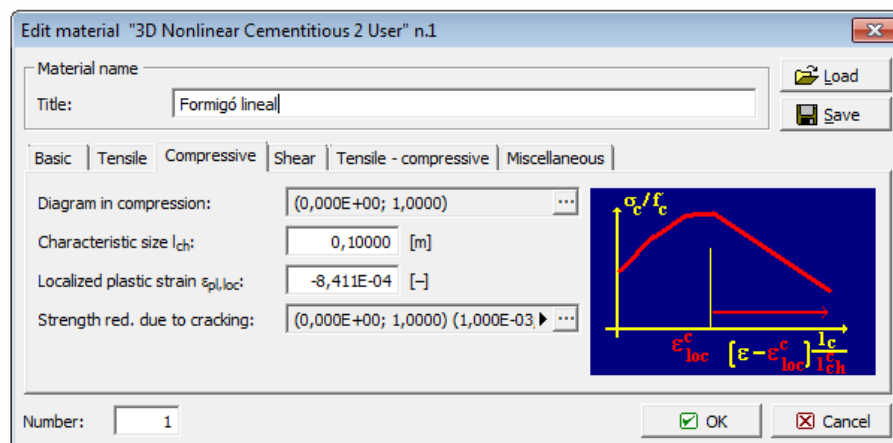


Figura 3. Característiques a compressió del formigó lineal.

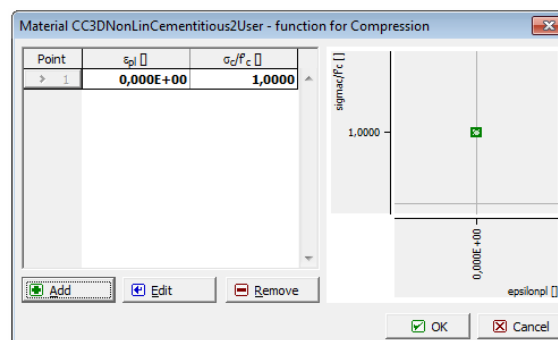


Figura 4. Caracterització del comportament a compressió del formigó lineal

2.1.2 Modelització en 2D

Adicionalment, el programa ofereix un tercer material, anomenat *SBeta*, per la modelització del formigó no lineal en 2D que -segons ens asseguruen els creadors del programa- és la versió antiga del *CC3DNonLinCementitious2*. El procediment per entrar els paràmetres és molt similar que en 3D. A la Figura 5 veiem com podem entrar el valor dels paràmetres que tenim a la Taula 1, que corresponen al material que farem servir com a tirant de referència a l'apartat d'efecte tenso-rigidesa.

Tipus de material	Formigó					Tipus de relaxació a tracció	Model de fissura
	E_c (GPa)	μ (-)	f_c (MPa)	f_t (MPa)	G_f (N/m)		
<i>SBeta</i>	29	0,2	22,95	3,1	58	Exponencial	Fix

Taula 1. Valor dels paràmetres de l'exemple d'efecte tenso-rigidesa.

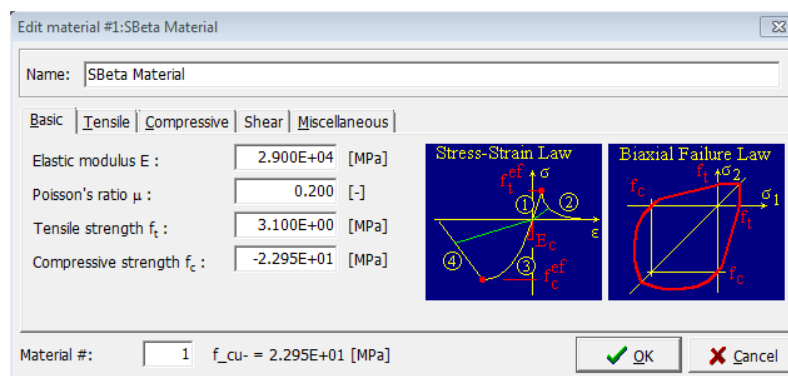


Figura 5. Material *SBeta*, en ATENA 2D.

2.2 Materials disponibles a ATENA per a la modelització del reforç

Pels acers, també hi ha diferents possibilitats. Es poden utilitzar acers lineals i no lineals (bilineals amb i sense enduriment).

L'acer no lineal es pot modelitzar a ATENA amb el material de nom *Reinforcement*. Per caracteritzar-lo hem de seleccionar el tipus com a *bilienar*. Després, podem introduir el límit de fluència que desitgem, tal i com veiem a la Figura 6 (a).

En cas que vulguem un comportament lineal, només hem de canviar el tipus i seleccionar *linear*, tal i com podem veure en la Figura 6 (b). A l'apartat *Miscellaneous* podem modificar altres propietats com ara el coeficient d'expansió tèrmica o la densitat del material.

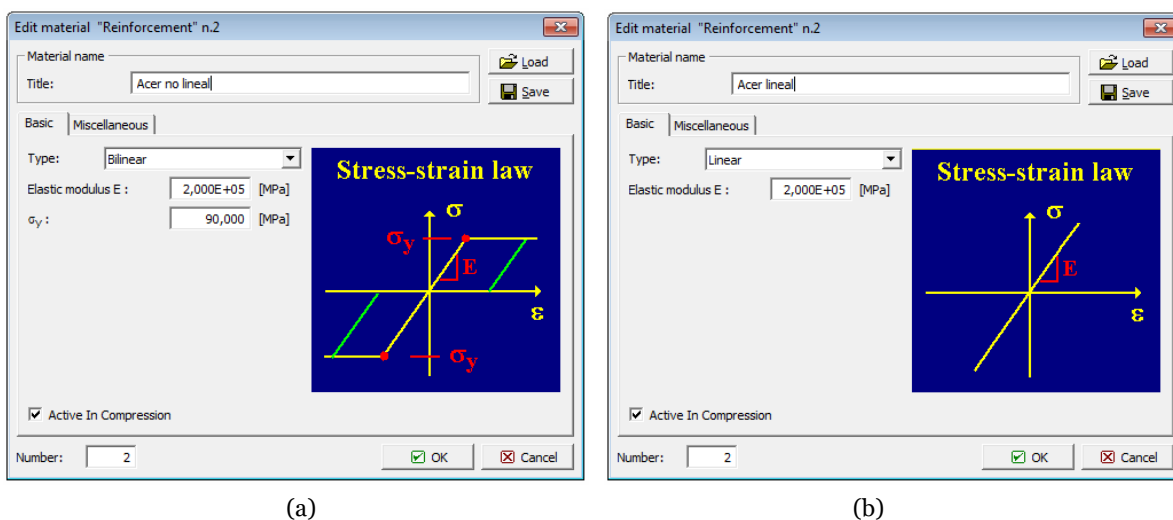


Figura 6. Acer amb ATENA 3D. (a) no lineal i (b) lineal

A la Taula 2 resumim els materials més destacats.

Material	Tipus	Modelitzat amb	Norma	Nom
Formigó	Lineal	<i>CC3DNonLinCementitious2User</i>	-	Formigó lineal (FL)
Formigó	No Lineal	<i>CC3DNonLinCementitious2User</i>	<i>Instrucció EHE</i>	Formigó no lineal (FNL)
Formigó	No Lineal	<i>CC3DNonLinCementitious2</i>	<i>Eurocodi 2</i>	Formigó Atena (FA)
Formigó	No Lineal	<i>SBeta</i>	-	SBeta
Acer	Lineal	<i>Reinforcement</i>	-	Acer lineal (AL)
Acer	No lineal (bilineal)	<i>Reinforcement</i>	-	Acer no lineal (ANL)

Taula 2. Materials utilitzats

3 METODOLOGIA: MODELS A SIMULAR

3.1 Introducció al mètode dels elements finits

El mètode d'elements finits (MEF) és molt utilitzat per a resoldre problemes de tipus físic quan tenim geometries complicades. És un mètode numèric per obtenir l'aproximació d'equacions diferencials parcials -sovint molt complexes-.

Als elements continus tenim infinits graus de llibertat, per tant, és necessari estudiar un model matemàtic d'estructura dividida (o discretitzada) en parts petites -anomenades *elements finits*-[4]. Aquesta divisió pot ser en punts, si es tracta d'un element lineal; en plans, si és un element bidimensional o en elements tridimensionals més petits (sovint tetraedres, prismes o hexaedres) si es tracta d'elements en tres dimensions on les tres siguin significatives.

Cada element finit està connectat amb els seus adjacents a través de nodes, que és on es defineixen les incògnites del problema. Mitjançant ordinadors i a través de mètodes matricials, obtenim la solució -sovint el desplaçament-. Aquests valors solució poden ser interpolats per mitjà de funcions d'interpolació per tal de trobar la solució de l'anàlisi a qualsevol punt que ens interessi.

3.2 Simulacions a realitzar

Per tal de validar la idoneïtat del programa ATENA 3D en la simulació d'elements de formigó farem un seguit de simulacions amb elements finits que ens permetran contrastar els valors resultants amb els que obtenim tot seguint els models analítics. Agruparem aquestes simulacions en dos grans grups, segons ens interessi estudiar les característiques del formigó o, per altra banda, vulguem estudiar-ne la seva interacció amb l'acer. En el primer grup, començarem estudiant uns assajos uniaxials i després en farem uns altres per estudiar el comportament sota un estat de tensions biaxial. En el segon grup, per comprovar la interacció amb l'acer, plantejarem tres assajos, cadascun amb un estat de càrrega diferent. Començarem estudiant la compressió mitjançant la simulació d'unes provetes a compressió amb barres de reforç d'acer. Tot seguit, estudiarem la tracció i un fenomen associat, que és l'efecte tenso-rigidesa (*tension stiffening effect*), en uns tirants. Finalment, estudiarem el comportament a flexió amb unes bigues que contindran en el seu interior un armat, amb barres longitudinals i estreps transversals. Amb aquests 3 tipus d'assajos tindrem una visió global dels 3 grans comportaments sota els quals es sotmet el formigó armat: compressió, tracció i flexió.

Començarem per les **simulacions uniaxials a tracció i a compressió**, que suposarà el cas més senzill d'estudi, cosa que persegueix una doble finalitat. En primer lloc ens servirà per aprendre el funcionament del programa i per anar veient de quina manera han de ser

entrades totes les característiques per tal de dur a terme les simulacions correctament i, en segon lloc, ens permetrà comprovar les característiques bàsiques del formigó entrat per defecte al programa, com poden ser la resistència a tracció i a compressió, el mòdul elàstic i la deformació en el punt de màxima tracció/compressió. Si les dades i paràmetres estan introduïts correctament, esperem un bon ajust amb els valors teòrics.

Seguidament, determinarem si el programa treballa correctament sota un **estat de tensions biaxial**. Simularem la ruptura del material per a diferents entrades de pressió per tal de reproduir la superfície de falla que correspon al model biaxial teòric i compararem si és similar o no. A més, també comprovarem que sigui coherent amb les simulacions uniaxials, validant o no, d'aquesta manera, els resultats obtinguts prèviament i analitzarem si existeix una simetria d'eixos entre la part inferior de la superfície de falla i la part superior.

Si bé potser no obtindrem una superfície de falla perfectament exacte degut a la imprecisió dels múltiples casos que simularem, no obstant, esperem, com a mínim, obtenir uns resultats iguals o idèntics dels valors que resulten de la intersecció amb els eixos del cas biaxial amb els que hem obtingut prèviament en el cas uniaxial. També esperem que es produeixi una simetria gairebé perfecte entre la part inferior de la superfície de falla i la part superior, encara que el fet de girar les càrregues en els eixos pugui afectar i que el resultat no sigui totalment simètric, ja que en una de les dues direccions que aplicarem les pressions introduïrem una restricció de moviment i una pressió i, en l'altre, dues pressions en sentit oposat.

Una vegada comprovades les característiques principals del formigó i el seu comportament uniaxial i biaxial, passarem a analitzar la interacció amb acer. De les simulacions de les **provetes a compressió** extraurem si el programa simula correctament la no linealitat del formigó i la de l'acer i comprovarem si els resultats segueixen essent coherents amb la teoria per a un valor més elevat de resistència a compressió. A més, podrem determinar amb els diferents casos si el comportament del formigó no lineal (FNL) és molt diferent del comportament del formigó que hi ha al programa per defecte (FA). Per últim, comprovarem si tots els valors obtinguts en simulació s'ajusten als valors analítics.

En principi, els resultats que esperem són tals que coincideixin amb els valors analítics ja que el seu càlcul no presenta molta complexitat i no depèn de molts paràmetres. Per altra banda, també esperem que l'acer flueixi correctament i que no superi en cap cas el seu límit de fluència. També esperem diferents comportaments del formigó, segons sigui lineal o no lineal, essent aquest últim cas més restrictiu. Finalment, esperem que el comportament del formigó no lineal (FNL) sigui una mica més restrictiu que el comportament del formigó ATENA (FA), tal i com podem veure a la Figura 1. Tots aquests resultats esperem que siguin coherents amb els resultats analítics si apliquem un valor més alt de resistència a compressió.

Després, ens interessarà **estudiar l'efecte tenso-rigidesa (*tension stiffening effect*)**, que es produeix en elements sotmesos a tracció pura. Per fer-ho, utilitzarem tant la versió del programa en 2D com en 3D. En el primer cas, podem utilitzar dos models diferents, el *Fixed Crack Model* i el *Rotated Crack Model*, mentre que en el segon cas, en 3D, només podem utilitzar el *Fixed Crack Model* que ve per defecte, ja que no es pot canviar el tipus de model. Així doncs, el que farem serà simular un tirant de referència amb els 3 models per a veure en primera instància si executen una modelització acceptable de la resposta del tirant.

En els tres models esperem obtenir una resposta de càrrega-desplaçament amb quatre zones ben diferenciades. La primera, d'una rigidesa tal com la del formigó i la de l'acer junts; la segona, on apareguin les esquerdes donat que normalment és la més inestable; la tercera, on s'estabilitzin aquestes esquerdes (sol presentar un pendent força igual al que tindria un acer que treballés a tracció) i, finalment, una quarta zona després del punt de fluència (yielding point). Aquest s'espera que sigui lleugerament superior al que obtindríem assajant només acer degut a la presència del formigó en zones entre fissures.

A continuació, utilitzarem tots els models que no haguem desestimat per tal de simular 5 tirants més, extrets d'una campanya experimentals del grup de recerca AMADE [5], de la Universitat de Girona. D'aquesta manera, podrem comprovar la bondat d'ajust dels diferents models tot comparant-los amb els resultats analítics i els experimentals.

Esperem, per tant, que els resultats de les simulacions concordin amb els resultats analítics i experimentals on, per determinar-ho, posarem especial èmfasi en l'anàlisi de la càrrega de fissuració i el comportament del tirant després de la fractura, especialment a la zona d'estabilització d'esquerdes. Com que els assajos estan pensats perquè l'acer de l'interior no flueixi, no podrem comparar el punt de fluència, però sí que podrem analitzar l'etapa que el precedeix.

Finalment, estudiarem el comportament a flexió del formigó armat, com a combinació de la flexió i la compressió, ja que aquest estat de càrrega també és molt comú en l'àmbit de la construcció. Per tant, farem una nova sèrie de simulacions que ens permetran estudiar aquest comportament. Modelitzarem unes **bigues a flexió**, com les que s'assagen habitualment al laboratori del grup de recerca AMADE, per tal de comprovar també les no linealitats del formigó i de l'acer, el comportament dels formigons no lineals (FNL i FA) i, a més, estudiar les condicions de simetria que aplicarem a la biga. Per aquest últim punt modelitzarem dues bigues completes, ja que totes les altres simulacions les farem amb la meitat de la biga tot aplicant les condicions de contorn adequades per tal d'estalviar temps en el càlcul computacional.

D'aquest estudi esperem sobretot obtenir uns valors molt semblants del valor de la càrrega de fissuració, sigui quina sigui la combinació que haguem agafat (a excepció de la primera, on el formigó no fissura). També esperem que els resultats mostrin unanimitat en el punt de fluència de l'acer. De la diferència entre el FNL i el FA, esperem un resultat molt semblant, potser una mica inferior en el cas del FNL degut que és més restrictiu. Tot i això, al treballar a flexió, creiem que aquest no diferirà molt del resultat amb FA. De les simulacions amb la biga completa, sí que esperem una concordança total amb els resultat amb mitja biga, donat que, si fos al contrari, voldria dir que no hem aplicat bé les condicions de simetria.

4 ANÀLISI DEL COMPORTAMENT D'UN ELEMENT DE FORMIGÓ

4.1 Cas uniaxial

El formigó generalment presenta no linealitats. A la Figura 7 es pot veure el comportament habitual del formigó, tant a tracció com a compressió. Es poden diferenciar quatre trams, dos per cada estat de càrrega. A tracció existeix una part lineal, fins que el material arriba la resistència a tracció f_{ct} . Llavors, la tensió que pot aguantar disminueix seguint una funció hiperbòlica. Per altra banda, a compressió el material segueix un comportament parabòlic fins arribar la resistència a compressió f_c . El comportament post-fractura es pot modelitzar de diferents maneres, o bé de manera lineal i descendent fins arribar a una tensió nul·la, o bé de manera constant fins que el material falla completament. En el cas de la Figura 7 s'ha adoptat una solució intermèdia.

Diagrama tensió-deformació

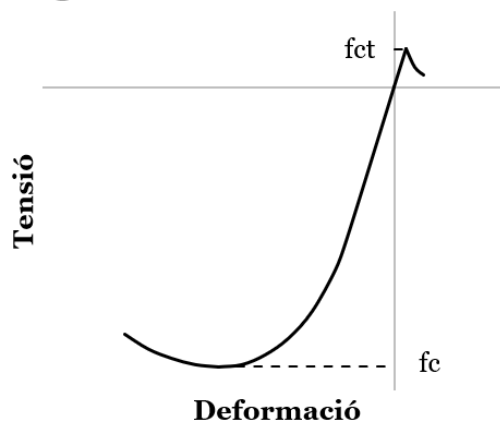


Figura 7. Diagrama tensió-deformació del formigó.

Tanmateix, aquesta última modelització del comportament post-ruptura constant és la més habitual i es coneix amb el nom de diagrama paràbola-rectangle, precisament degut a la seva forma. La instrucció EHE ens caracteritza detalladament el seu comportament:

“Està format per una paràbola de grau n i un segment rectilini. El vèrtex de la paràbola es troba en l'abscisa ε_{c0} (deformació de ruptura del formigó a compressió simple) i el vèrtex extrem del rectangle a l'abscisa ε_{cu} (deformació de ruptura del formigó a flexió). L'ordenada màxima d'aquest diagrama correspon a una compressió igual a f_{cd} .” [1]

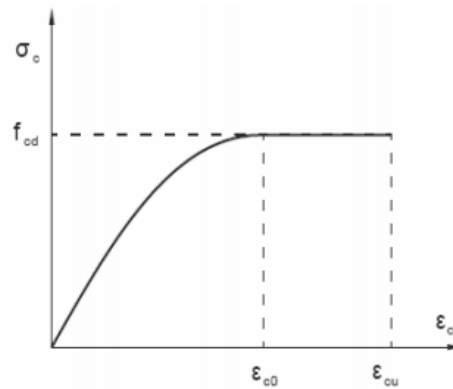


Figura 8. Diagrama tensió-deformació a compressió del formigó no lineal [1].

4.1.1 Equacions constitutives del cas uniaxial a ATENA 3D

El comportament no lineal del formigó sota un estat de tensions uniaxial es modelitza amb programa ATENA 3D mitjançant el diagrama de tensió-deformació de la Figura 9. Hi podem veure 4 comportaments diferents, dos a tracció i dos més a compressió.

El comportament a tracció del formigó que el programa porta per defecte és lineal en el tram 1, fins que arriba a la resistència a tracció. A continuació, el material s'esquerda i deixa d'augmentar la tensió. El comportament que segueix és hiperbòlic, i correspon a tram 2.

Diagrama tensió-deformació d'ATENA

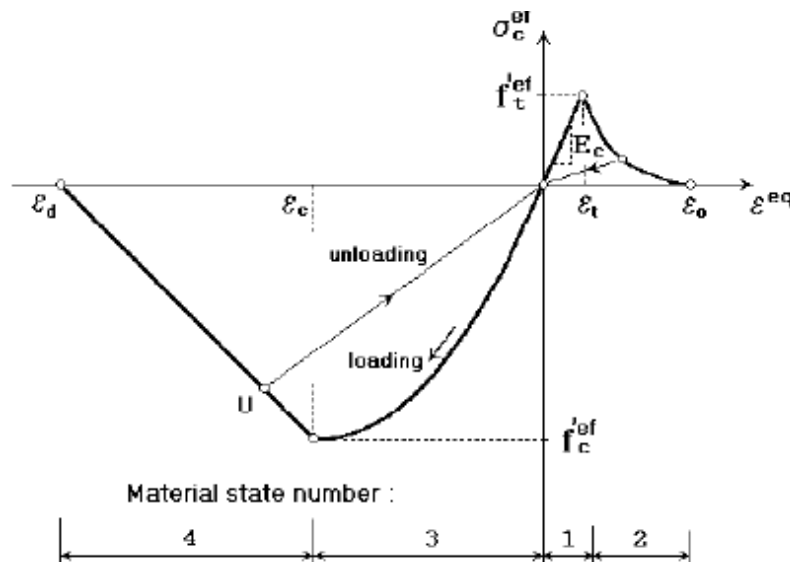


Figura 9. Diagrama tensió-deformació d'ATENA [3].

Per altra banda, el comportament que el formigó adopta a compressió en el tram 3 s'ha modelitzat segons la fórmula de [3]. Aquesta fórmula, al mateix temps, és la que proposa l'Eurocodi 2 (EC2) [2].

$$\sigma_c^{ef} = f_c'^{ef} \frac{kx - x^2}{1 + (k - 2)x}; \quad \text{on } x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \text{ i } k = \frac{E_0}{E_c}$$

Donat que el comportament modelitzat és parabòlic, el paràmetre de forma és igual a 2 ($k = 2$). Finalment, després de superar la resistència a compressió, es segueix un comportament lineal fins a arribar a una tensió de valor zero a una certa deformació ε_d . El desplaçament plàstic que se sol recórrer després de la ruptura fins a un estat de tensions nul és de $w_d = 0,5 \text{ mm}$.

4.1.2 Simulacions per a la determinació de les propietats del formigó

Amb l'objectiu de verificar el model uniaxial, fem dues proves a tracció i dues més a compressió. La geometria que utilitzem és un cub de 100 mm d'aresta amb el material que el programa ATENA 3D porta per defecte -el *3D Nonlinear Cementitious 2*-. Les seves característiques es recullen a la Taula 3.

Tipus de material	Formigó			
	E_c (GPa)	μ (-)	f_c (MPa)	f_t (MPa)
<i>3D Nonlinear Cementitious 2</i>	30,32	0,2	-25,5	2,317

Taula 3. Propietats del 3D Nonlinear Cementitious 2

El mallat és cúbic (*brick*) i de 0,02 m d'aresta. Les restriccions de moviment adequades són dues. En primer lloc, fixem una cara en una direcció, en el nostre cas, la z, tal i com es pot veure en la Figura 10 i, després, restringim el moviment d'un punt de la mateixa cara en les tres direccions x, y i z.

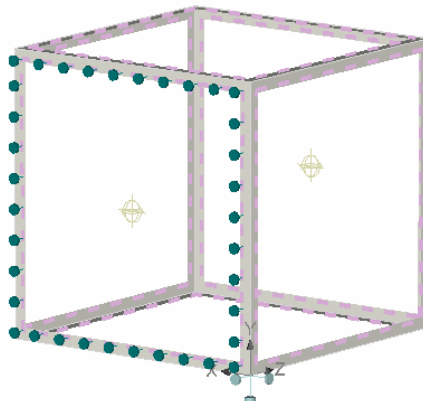


Figura 10. Element de formigó amb restriccions de moviment i punts de monitoratge.

Els desplaçaments aplicats depenen de la resolució que vulguem obtenir. Com que el que ens interessa és obtenir una bona resolució en el punt màxim, tant de tracció com de compressió, realitzem una primera simulació amb uns valors que arribin fins poc més enllà de la resistència a tracció i a compressió, respectivament. D'aquesta manera obtenim uns valors més ajustats. Donat que volem simular un cas real, les dades que introduïm a ATENA 3D són valors de desplaçaments, amb un nombre concret d'*steps* (esglaons). A cada esglaó augmentem el valor del desplaçament que el programa aplica. Per tant, si inicialment introduïm un desplaçament δ , al final dels n esglaons tindrem un desplaçament total de $\delta_{total} = \delta \cdot n$. Tenint en compte els valors del mòdul de Young i del resistència a tracció, estimem el valor del desplaçament que hem d'entrar al programa per a una òptima precisió si sabem que volem fer la simulació amb 150 esglaons.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{2,317}{30320} = 7,6418 \cdot 10^{-5}$$

$$\delta = \varepsilon \cdot L = 7,6418 \cdot 10^{-5} \cdot 0,1 = 7,6418 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\frac{\delta}{\text{esglaó}} = \frac{7,6418 \cdot 10^{-6}}{150} = 5,0945 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}}{\text{esglaó}} \approx 5,5 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}}{\text{esglaó}}$$

Arrodonim el valor a l'alça per tal que la simulació sobrepassi lleugerament el valor límit.

En el cas de la compressió, com que el comportament és no lineal, no podem procedir de la mateixa manera. El que fem és aplicar la tècnica de l'assaig-error per saber quin és el mínim valor de desplaçament que podem donar per tal que ens cobreixi el tram a compressió comprès abans d'arribar a la resistència a compressió.

Resulta que el desplaçament a entrar al programa és:

$$\frac{\delta}{\text{esglaó}} = -1,25 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{esglaó}}$$

A continuació, realitzem una segona simulació que cobreixi tot el rang de deformacions per tal de comprovar que el comportament post-ruptura és el desitjat.

En el cas a tracció s'introdueix un desplaçament de:

$$\frac{\delta}{\text{esglaó}} = 4,00 \cdot 10^{-7}$$

I en el cas a compressió el valor és de:

$$\frac{\delta}{\text{esglaó}} = -4,00 \cdot 10^{-6}$$

Els punts de monitoratge són només 2 (veure Figura 10), un que ens permet obtenir el valor de la deformació a la cara on s'aplica el desplaçament i l'altre que ens dona els valors de tensió, a la cara oposada.

En el cas uniaxial, hem superposat les simulacions fetes amb el programa ATENA amb els valors analítics que hem obtingut donant valor a les equacions. La Figura 11 resumeix de forma gràfica els resultats. Com es pot veure, en el cas a tracció, no hem representat la part de post-ruptura de la teoria, ja que no disposem de la fórmula que el programa té introduïda, només sabem que el comportament és de tipus hiperbòlic. Respecte als valors obtinguts amb ATENA, els que estan representats a la Figura 11 són els que hem obtingut quan hem simulat tot el rang, mentre que els de la Taula 4 són els que hem obtingut quan hem simulat només fins a la resistència a tracció/compressió, ja que així, obteníem uns valors més ajustats.

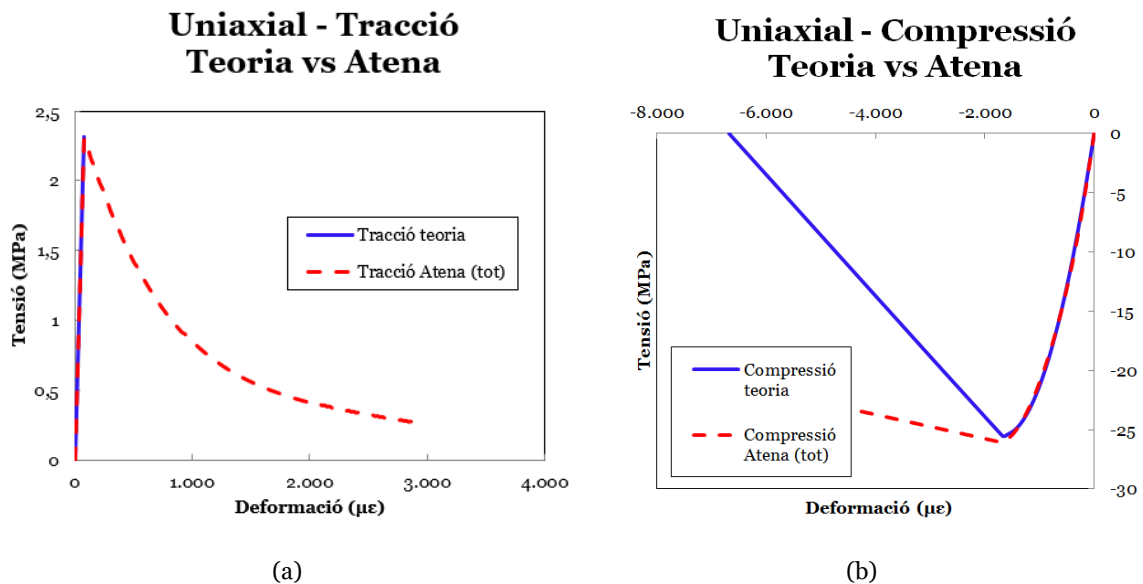


Figura 11. Comparació de simulacions uniaxials vs teoria. (a) Tracció i (b) Compressió.

El resultat analític de resistència a tracció i compressió que hem obtingut de les simulacions uniaxials amb ATENA 3D es mostra a la Taula 4 juntament amb els seus respectius errors. El valor del mòdul de Young no l'hem afegit ja que, sabent el valor de resistència a tracció, la informació resultava redundant.

	Tracció		Compressió	
	σ_t	$\mu\epsilon_t$	σ_c	$\mu\epsilon_c$
	(MPa)	(-)	(MPa)	(-)
Teoria	2,317	76,4	-25,50	-1.682
Atena	2,334	77,0	-25,67	-1.685
Error (%)	0,73	0,74	0,67	0,18

Taula 4. Resultats amb els errors de les simulacions uniaxials.

El comportament no lineal del formigó sota un estat de tensions biaxial provoca una superfície de falla com la que es mostra a la Figura 12.

Aquesta superfície està formada per dos eixos que corresponen a les tensions en la direcció z (abscisses) i en la direcció x (ordenades) (la direcció dels eixos es pot veure a la Figura 10). Cada punt sobre la superfície de falla representa un punt de ruptura del material.

Una característica important és que la intersecció amb els eixos correspon l'estat de tensions uniaxial, ja que vol dir que en una direcció la tensió resultant és zero. A més, cada quadrant indica diferents estats de tracció/compressió.

- Quadrant 1: direcció z, tracció; direcció x, tracció.
- Quadrant 2: direcció z, compressió; direcció x, tracció.

- Quadrant 3: direcció z, compressió; direcció x, compressió.
- Quadrant 4: direcció z, tracció; direcció x, compressió.

Això indica que hi ha una simetria respecte l'eix $\sigma_z = \sigma_x$, ja que el material en teoria es comporta igual si l'estirem en l'eix z o en l'eix x, és a dir, és isòtrop.

A més, un aspecte teòric a considerar és que el formigó, quan treballa a tracció de manera biaxial, aguanta com a molt com si treballés a tracció de manera uniaxial; en canvi, quan ho fa a compressió, pot suportar més càrrega. Consegüentment, podem dir que el formigó té un millor comportament a compressió que a tracció en el cas biaxial.

4.2.1 Equacions constitutives del cas biaxial a ATENA 3D

El comportament no lineal del formigó sota un estat de tensions biaxial es modelitza en el programa ATENA 3D segons la teoria presentada a [3], que a la vegada, segueix el que proposa [6]. Aquest criteri de ruptura es distingeix segons ens trobem en un estat de tensió o en un altre, segons el que es mostra a continuació:

- Estat de compressió-compressió:

$$f_c'^{ef} = \frac{1 + 3,65a}{(1 + a)^2} \cdot f_c' \quad \text{on } a = \frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c2}}$$

σ_{c1}, σ_{c2} : tensions principals del formigó

f_c' : resistència a compressió del formigó (uniaxial cylinder strength)

- Estat de tracció-compressió:

$$f_c'^{ef} = f_c' \cdot r_{ec} \quad \text{on } r_{ec} = \left(1 + 5,3278 \cdot \frac{\sigma_{c1}}{f_c'}\right); 1 \geq r_{ec} \geq 0$$

r_{ec} : factor de reducció de la resistència a compressió a la direcció principal 2

degutda la tensió a tracció a la direcció principal 1.

- Estat de tracció-tracció:

En aquest estat, la resistència a tracció és constant i igual a resistència a tracció uniaxial f_t' .

A la Figura 13 podem veure la seva representació gràfica on s'ha simplificat lleugerament el cas de tensió-compressió.

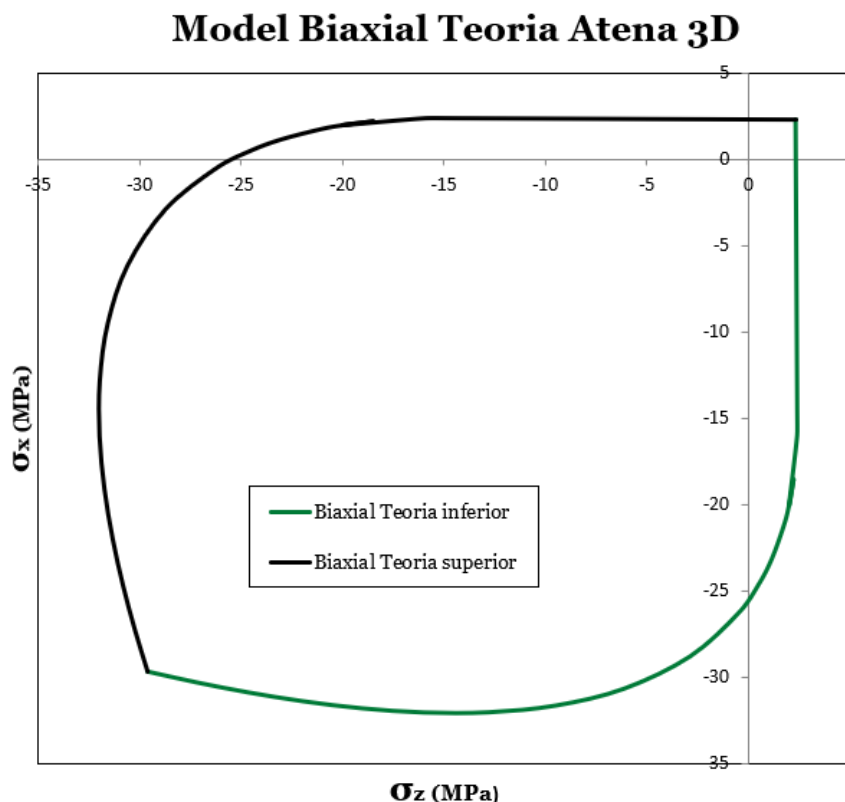


Figura 13. Superfície de falla teòrica del model biaxial en 3D.

4.2.2 Simulacions per la determinació de la superfície de falla

Per simular el comportament biaxial d'un element de formigó fem servir el mateix element de formigó de 100 mm³ que hem utilitzat en el cas uniaxial. El material i les condicions de contorn també són les mateixes. El mallat segueix essent cúbic (*brick*) però és més dens, amb una mida d'element global de 0,01 m.

Les accions que apliquem són pressions ($\frac{MN}{m^2}$) en dues direccions, la x i la z. Apliquem pressions enlloc de desplaçaments, que seria el procediment habitual, ja que al treballar amb pressions -i, en conseqüència, amb les corresponents unitats-, obtenim uns valors més còmodes de manipular.

Primer de tot, realitzem les simulacions de la meitat inferior i, posteriorment, canviem d'eix les pressions aplicades, és a dir, les pressions aplicades en l'eix z les apliquem en l'eix x i viceversa. D'aquesta manera podem comprovar si el resultat és el mateix o molt semblant. Si és així, vol dir que hi ha una simetria total i que les condicions de contorn no afecten a aquesta propietat. Si no és així, vol dir que les condicions de contorn no són les adequades, ja que hauria de donar el mateix o gairebé el mateix.

Les condicions de simulació són de 150 esglaons per obtenir una bona precisió, amb 10 iteracions per esglaó. En els casos de fractura per compressió considerem que el material es comporta com si hagués trencat quan arriba a 10 iteracions, ja que ATENA no ens ofereix cap altre indicador eficient que evidenciï que s'ha arribat a la fractura degut a la compressió.

Introduïm els punts de monitoratge per tal de recollir la informació de tensió i de desplaçament. Mesurem la tensió en z a la cara fixada i el desplaçament en z a la cara oposada. La tensió en x la mesurem en una de les dues cares de la direcció x i el desplaçament, a l'oposada.

Després de més de 50 assajos, hem pogut determinar amb força precisió el comportament del material quan el sotmetem a un estat de tensions biaxial. Les deformacions que hem aplicat es recullen en la Taula 5. Com es pot veure, en el cas de la part superior, no hem fet totes les simulacions. Només hem fet una mostra representativa per tal de determinar si es complia la condició de simetria. Per tant, hem agafat uns punts representatius per a cada tram i hem comprovat el resultat amb el que havia donat en el cas de la part inferior. A la Figura 14 podem veure el mateix resultat que mostrem a les taules però d'una manera gràfica i més entenedora.

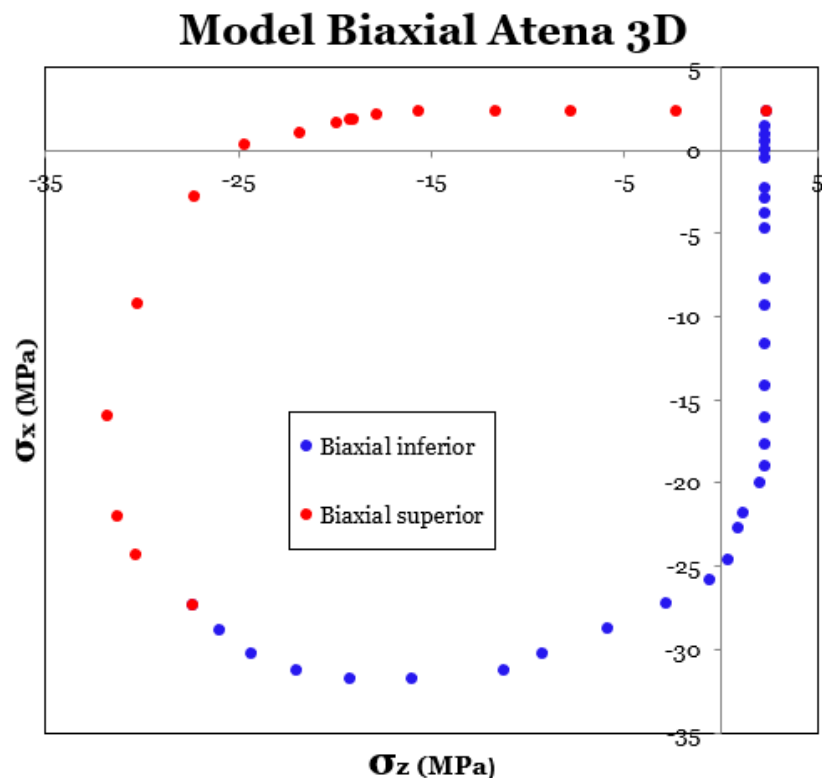


Figura 14. Superfície de falla en el comportament biaxial d'un element de formigó.

BIAXIAL INFERIOR					BIAXIAL SUPERIOR				
Núm.	Deformació		Punts de monitoratge		Núm.	Deformació		Punts de monitoratge	
	Direcció z	Direcció x	σ_z	σ_x		Direcció z	Direcció x	σ_z	σ_x
			(MPa)	(MPa)				(MPa)	(MPa)
1	0,030	0,030	2,34	2,34	33	0,030	0,030	2,34	2,34
2	0,100	0,060	2,31	1,39	34	0,060	0,100		
3	0,100	0,040	2,31	0,92	35	0,040	0,100		
4	0,100	0,020	2,31	0,46	36	0,020	0,100		
5	0,100	0,000	2,31	0,00	37	0,000	0,100		
6	0,100	-0,020	2,31	-0,46	38	-0,020	0,100		
7	0,100	-0,100	2,31	-2,31	39	-0,100	0,100	-2,31	2,31
8	0,100	-0,125	2,30	-2,88	40	-0,125	0,100		
9	0,030	-0,050	2,31	-3,85	41	-0,050	0,030		
10	0,030	-0,060	2,31	-4,75	42	-0,060	0,030		
11	0,030	-0,100	2,32	-7,77	43	-0,100	0,030	-7,77	2,32
12	0,025	-0,100	2,32	-9,35	44	-0,100	0,025		
13	0,025	-0,125	2,30	-11,67	45	-0,125	0,025	-11,68	2,31
14	0,025	-0,150	2,31	-14,14	46	-0,150	0,025		
15	0,030	-0,200	2,31	-16,07	47	-0,200	0,030	-15,68	2,30
16	0,020	-0,200	2,31	-17,72	48	-0,200	0,020	-19,21	1,84
17	0,030	-0,250	2,28	-18,98	49	-0,250	0,030	-17,84	2,08
18	0,025	-0,250	2,00	-19,98	50	-0,250	0,025	-19,08	1,84
19	0,025	-0,300	1,15	-21,82	51	-0,300	0,025	-19,93	1,59
20	0,020	-0,400	0,92	-22,74	52	-0,400	0,020	-21,83	1,02
21	0,010	-0,500	0,34	-24,66	53	-0,500	0,010	-24,66	0,34
22	-0,010	-0,500	-0,61	-25,80	54	-0,500	-0,010		
23	-0,050	-0,500	-2,83	-27,29	55	-0,500	-0,050	-27,29	-2,83
24	-0,100	-0,500	-5,87	-28,79	56	-0,500	-0,100		
25	-0,150	-0,500	-9,20	-30,27	57	-0,500	-0,150	-30,27	-9,20
26	-0,200	-0,500	-11,26	-31,26	58	-0,500	-0,200		
27	-0,250	-0,500	-16,01	-31,77	59	-0,500	-0,250	-31,77	-16,01
28	-0,300	-0,500	-19,18	-31,78	60	-0,500	-0,300		
29	-0,350	-0,500	-22,00	-31,30	61	-0,500	-0,350	-31,30	-22,00
30	-0,400	-0,500	-24,32	-30,32	62	-0,500	-0,400	-30,32	-24,32
31	-0,450	-0,500	-25,99	-28,85	63	-0,500	-0,450		
32	-0,500	-0,500	-27,37	-27,37	64	-0,500	-0,500	-27,37	-27,37

(a)

(b)

Taula 5. Deformacions de les simulacions biaxials. (a) part inferior i (b) part superior

Per tal d'avaluar la validesa dels resultats en l'estat de tensions biaxial podem fer tres consideracions. La primera és comparar si hi ha discrepàncies amb el model uniaxial en el cas dels punts que intersequen amb els eixos. La segona, veure la forma global de la superfície de falla i mirar si es correspon a la que hauria de donar segons el model teòric i la tercera, mirar si concorden els resultats de la part inferior amb els de la part superior, és a dir, si es guarda la simetria.

Per respondre a la primera pregunta, el que fem és obtenir els punts que passen pels eixos. Com que a les simulacions no hem simulat exactament aquests punts, fem una interpolació lineal amb els dos punts més pròxims i posteriorment, mirem quina diferència hi ha respecte el valor teòric. Aquesta informació es recull en la Taula 6.

Intersecció			Punt 1			Punt 2			Interpolació		Error
Núm.	σ_z (MPa)	σ_x (MPa)	Núm.	σ_z (MPa)	σ_x (MPa)	Núm.	σ_z (MPa)	σ_x (MPa)	σ_z (MPa)	σ_x (MPa)	(%)
1	2,317	0	4	2,31	0,46	5	2,31	0,00	2,31	0	0,30
2	0	-25,5	21	0,34	-24,70	22	-0,61	-25,80	0	-24,99	2,00
3	-25,5	0	53	-24,70	0,34	55	-27,30	-2,83	-24,98	0	2,04
4	0	2,317	33	2,34	2,34	39	-2,31	2,31	0	2,325	0,35

Taula 6. Comparació: intersecció de la superfície de falla amb els eixos (cas uniaxial).

Com podem comprovar, els resultats són molt similars amb el cas uniaxial. Si ens fixem amb els errors, podem destacar que quan passem de tracció-tracció a tracció-compensió l'error és significativament més petit que quan passem de tracció-compensió a compressió-compensió, donat que la primera intersecció es troba en una zona lineal, mentre que la segona es troba en una zona corba.

El segon punt de l'anàlisi té a veure amb els resultats anteriors. Podem veure a la Figura 14 que es guarda una certa similitud de forma si ho comparem amb el model teòric. Per exemple, si ens fixem en el cas biaxial inferior, començant per la part de tracció-tracció, veiem que segueix un comportament lineal fins a la zona tracció-compensió. Al voltant del valor (2,31, -17) MPa comença a disminuir el valor de la tensió en z i després, segueix un comportament corbat fins arribar al punt (-27,4 -27,4) MPa. Tanmateix, aquesta similitud no és total ja que hi ha alguns punts on la discrepància és més accentuada. Aquesta pot estar relacionada amb el fet que no tenim un criteri prou robust en relació a quan parar les simulacions. Quan fem simulacions a tracció-tracció, les simulacions s'aturen automàticament quan el material falla totalment. Tanmateix, a compressió-compensió, les simulacions no s'aturen sinó que -generalment- continuen fins que s'acaben els esglaons entrats. Inicialment, vam proposar considerar el criteri d'aturada a les 10 iteracions (que era el màxim permès en aquestes simulacions), però a la llum dels resultats hem vist que aquest poc robust i subjecte a millores.

Davant d'aquesta mancança del programa hem decidit preguntar directament als creadors del programa ATENA, per tal que ens ofereixin un possible raonament de perquè el material no fallava totalment a compressió. La resposta ha estat que s'està treballant en una nova versió del model que arregli aquesta mancança, però que encara no està disponible.

Finalment, en tercer lloc, podem avaluar si es guarda la simetria entre les dues parts. A primera vista, segons la Figura 14 podem dir que sí. Si analitzem amb més detall les dades de la Taula 5, veurem 2 comportaments. Tots els punts obtinguts en el tram biaxial superior es corresponen amb els del biaxial inferior, excepte els punts que van del 48 al 52. És degut a aquesta discrepància que en aquesta zona hem fet més simulacions per veure què passava. El que succeeix és que justament aquest tram correspon a l'inici de la curvatura, cosa que fa que

sigui el tram més difícil de caracteritzar. Val a dir que l'error pot vindre tant de la caracterització dels punts de la part inferior com dels de la part superior, ja que potser l'error s'ha produït abans. Tot i això, aquestes petites discrepàncies no trenquen la tendència pròpia de la fractura biaxial.

Per últim, és important fer notar que en la fractura biaxial, quan traccionem per les dues cares, el model pot suportar un màxim de 2,31 MPa, que és el que aguanta en un assaig a tracció uniaxial. En canvi, es comporta de manera diferent quan les dues cares estan a compressió; enlloc de fracturar a un màxim de -25,5 MPa, que és el que pot suportar uniaxialment a compressió, aguanta fins a -27,37 MPa, és a dir, un 7,3% més del normal, tot i que no arriba al 16%, que és el que ens proposa el model teòric. Per tant, si bé no podem afirmar que el formigó arriba fins a un 16% més del comportament uniaxial a compressió, sí que podem concloure que té un millor comportament a compressió que a tracció en el cas biaxial. Aquesta informació, per tant, és congruent amb la naturalesa i propietats del formigó, presentades a la introducció del present apartat.

5 ANÀLISI DEL COMPORTAMENT D'ELEMENTS DE FORMIGÓ ARMAT

5.1 Simulació d'una proveta de formigó armat a compressió

Modelitzem una proveta de formigó d'un metre de longitud i de secció quadrada de 100x100 mm. Després, introduïm quatre barres d'acer de 20 mm de diàmetre, a una distància de 20 mm respecte els laterals de la proveta (Figura 15). L'armat d'acer es disposa longitudinalment, des del principi de la proveta fins al final.

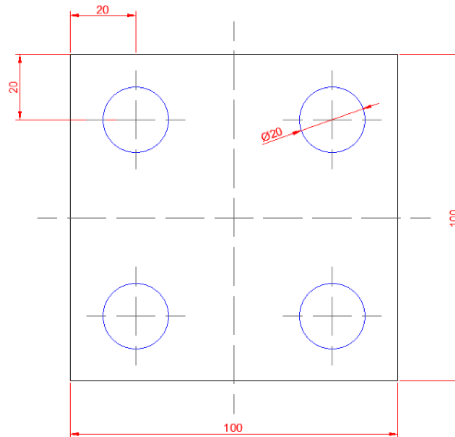


Figura 15. Secció de les provetes a compressió.

Un cop tenim la geometria del model definida introduïm la combinació de materials que ens interessa per tal d'estudiar-ne el comportament. Simulem 7 casos, tots sota una càrrega de 255 kN tot combinant els diferents tipus de formigó –lineal i no lineal-, amb acer –també lineal i no lineal-. Les característiques més importants es recullen a la Taula 7. Aquestes combinacions ens permeten comparar un cas amb l'altre per tal de donar una resposta vàlida a les qüestions plantejades a la introducció de l'apartat 3.2 Simulacions a realitzar.

Casos	Formigó	Acer	P_t (kN)	f_c (MPa)	σ_y (MPa)
1	Lineal	Lineal	255	-25,5	∞
2	No lineal	Lineal	255	-25,5	∞
3	No lineal	No lineal	255	-25,5	-90
4	Atena	Lineal	255	-25,5	∞
5	Atena	No lineal	255	-25,5	-90
6	No lineal	Lineal	255	-30,0	∞
7	Atena	No lineal	255	-30,0	-90

Taula 7. Característiques de les simulacions de les provetes a compressió

En primer lloc, comprovem la no linealitat del formigó. Per a un mateix acer lineal, observem com treballa el formigó en els tres casos que ens interessin, és a dir, amb formigó lineal (cas 1), amb formigó no lineal (cas 2) i amb formigó ATENA (cas 4). Seguidament, comprovem la no linealitat de l'acer mitjançant els casos 3, 5 i 7, on apareix l'acer no lineal combinat amb formigó no lineal i formigó ATENA. Una vegada comprovades les no linealitats del formigó i de l'acer, ens fixem amb les diferències entre el formigó no lineal (FNL) -que és àmpliament reconegut a nivell científic-, i el formigó ATENA (FA), que és el que el programa dona per defecte. Per fer-ho, analitzem els casos 2 i 4, on treballen amb acer lineal, i els casos 3 i 5, on treballen amb acer no lineal. Mirem si hi ha diferències entre els dos casos i si són significatives o no. Per últim, amb els casos 6 i 7 comprovem què succeeix quan canviem la resistència a compressió del formigó, tant del formigó no lineal com el formigó ATENA; si afecta o no a les no linealitats i en quin grau.

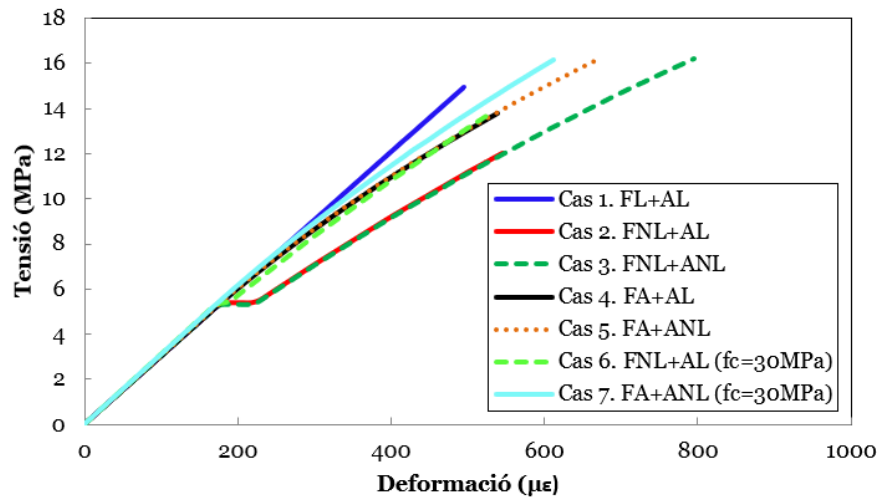
Les condicions de contorn que apliquem són la restricció de moviment de la cara inferior en la direcció longitudinal (eix y) i la restricció de moviment en totes tres direccions d'un dels vèrtex de la cara inferior. Les deformacions introduïdes al programa a cada cas són aquelles necessàries per tal d'aplicar 255 KN de força (veure annex A.1 Provetes a compressió), amb 50 esglaons i 10 iteracions per esglaó. El mallat és de tipus *brick*, amb una mida d'element global de 0,02 m. Els paràmetres de solució són de tipus *Newton-Raphson*, ja que l'acció aplicada és en forma de desplaçament.

Finalment, els punts de monitoratge que introduïm són quatre. Dos per obtenir la tensió, un pel formigó i l'altre per l'acer; un pel desplaçament a la cara superior i l'últim, per obtenir la deformació.

Després d'haver fet els càlculs de les tensions i les deformacions de les provetes a compressió (Annex A.1 Provetes a compressió), hem realitzat les simulacions amb ATENA 3D. Els resultats de totes les simulacions es poden veure a la Figura 16. Els valors de la tensió a l'últim esglaó es recullen a la Taula 8, així com també els paràmetres introduïts per fer les simulacions i els valors teòrics obtinguts de la resolució analítica de les equacions. Es mostren tant els casos amb una tensió a compressió màxima de $f_c = 25,5 \text{ MPa}$ (de l'1 al 5) com els casos on arriba fins 30 MPa (el 6 i el 7).

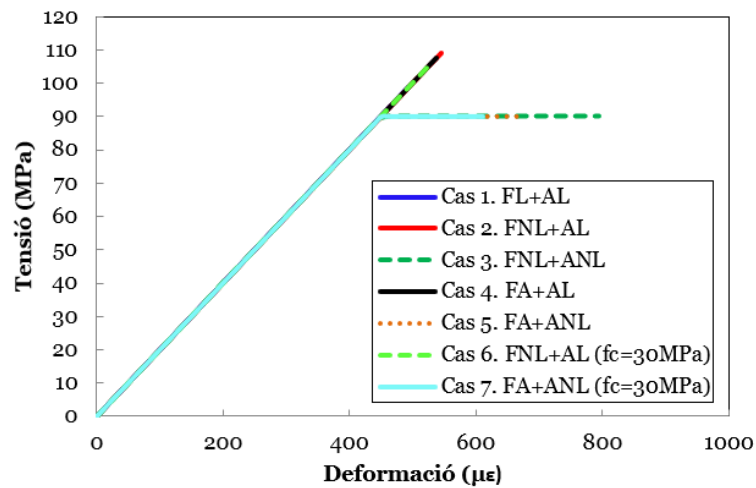
Per tal de visualitzar millor els resultats a l'últim esglaó hem generat la Figura 17, on podem observar els valors de les tensions, tant del formigó (a) com de l'acer (b).

Tensió formigó - Deformació



(a)

Tensió acer - Deformació



(b)

Figura 16. Resultats de les simulacions de provetes a compressió. (a) Formigó i (b) Acer

Casos	Formigó	Acer	P_t	f_c	σ_y	$\sigma_c^{Teòric}$	$\sigma_c^{Atena\ 3D}$	$\sigma_s^{Teòric}$	$\sigma_s^{Atena\ 3D}$	$\varepsilon^{Teòric}$	$\varepsilon^{Atena\ 3D}$
			(KN)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(-)	(-)
1	Lineal	Lineal	255	-25,5	∞	-14,97	-14,97	-98,76	-98,76	-4,940E-04	-4,940E-04
2	No lineal	Lineal	255	-25,5	∞	-12,02	-12,01	-109,15	-109,10	-5,457E-04	-5,455E-04
3	No lineal	No lineal	255	-25,5	-90	-16,23	-16,25	-90,00	-90,00	-7,940E-04	-7,940E-04
4	Atena	Lineal	255	-25,5	∞	-13,70	-13,81	-107,59	-107,60	-5,379E-04	-5,380E-04
5	Atena	No lineal	255	-25,5	-90	-16,23	-16,15	-90,00	-90,00	-6,679E-04	-6,690E-04
6	No lineal	Lineal	255	-30,0	∞	-13,85	-13,83	-106,54	-106,50	-5,327E-04	-5,326E-04
7	Atena	No lineal	255	-30,0	-90	-16,23	-16,17	-90,00	-90,00	-6,108E-04	-6,116E-04

Taula 8. Resultats analítics i simulats de les provetes a compressió

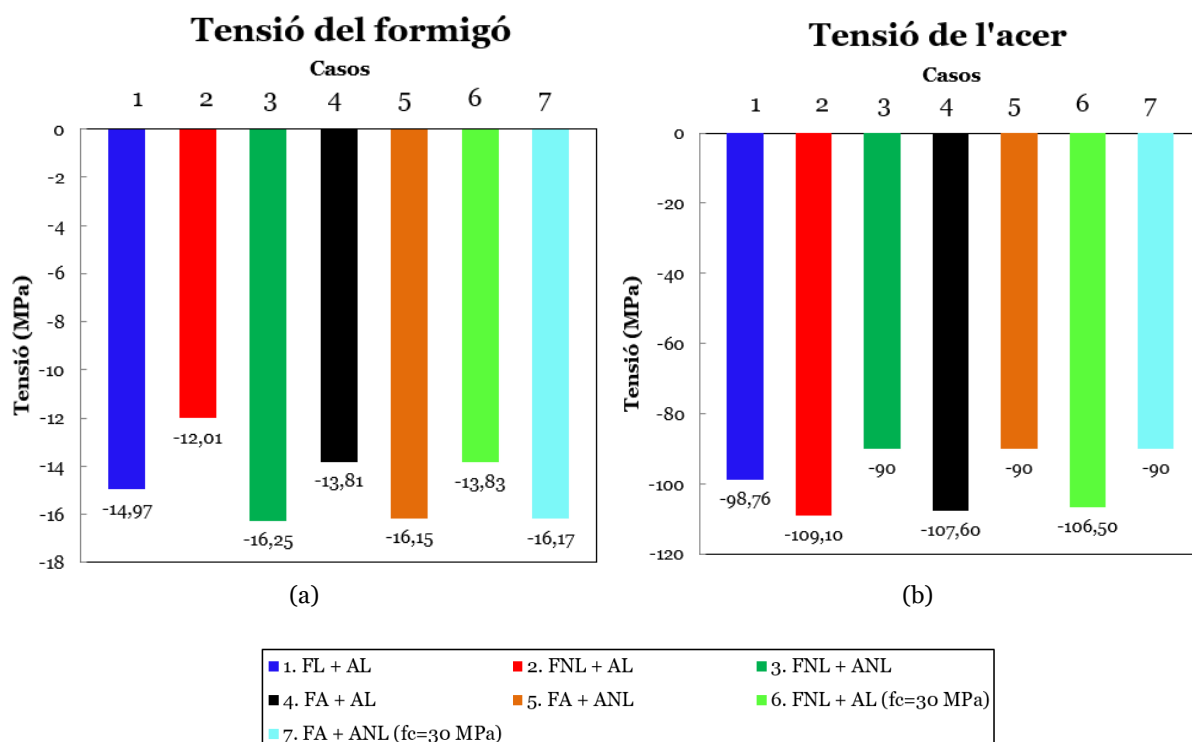


Figura 17. Comparació de les tensions a compressió. (a) Formigó i (b) Acer

A la Figura 16 (b), podem observar que els 3 casos d'acer no lineal (casos 3, 5 i 7) executen correctament la no-linealitat a 90 MPa, mentre que els altres 4, modelitzats amb acer lineal, mantenen un mòdul de Young constant.

Si observem la Figura 16 (a), veiem en els casos 2 i 3 un salt horitzontal que fa augmentar les deformacions de manera considerable. Aquests dos casos tenen en comú l'aplicació de formigó no lineal amb una $f_c=25,5$ MPa. Tanmateix, aquest salt no afecta als valors de la tensió. Per a la resta de casos, veiem que hi ha comportaments molt semblants, però algunes simulacions s'aturen abans que d'altres. Per tant, per fer un bon anàlisi necessitem estudiar amb detall els valors de l'últim esglaó, recollits a la Figura 17 i comparar-los amb els resultats analítics de la Taula 8. Aquest estudi ens permetrà determinar si el programa ha resolt correctament la no linealitat del formigó i la de l'acer, si el formigó ATENA (FA) difereix molt del formigó no lineal (FNL) que se li ha introduït i que és àmpliament acceptat, i si el programa dona bons resultats quan treballa a una resistència a compressió més elevada.

La no linealitat del formigó la comprovem amb els casos 1 (FL i AL), 2 (FNL i AL) i 4 (FA i AL). Podem veure en els resultats que en el cas 1, la tensió ($\sigma_{c1} = -14,97$ MPa) és la més elevada de tots els tres casos amb acer lineal, ja que el formigó aguanta més càrrega degut al seu comportament lineal. Com que el diagrama tensió-deformació en el cas lineal té un pendent constant enlloc de corbar-se, el formigó aguanta més esforç per a una mateixa deformació. Si ho comparem amb els casos 2 i 4, veiem que els dos valors són més petits

($\sigma_{c2} = -12,01 \text{ MPa}$ i $\sigma_{c4} = -13,81 \text{ MPa}$). En conseqüència, com que en el cas 1 el formigó és el que aguanta més, l'acer és el que està menys sol·licitat, és a dir, dels tres casos amb acer lineal, és el que suporta menys esforços ($\sigma_{s1} = -98,76 \text{ MPa}$, $\sigma_{s2} = -109,10 \text{ MPa}$ i $\sigma_{s4} = -107,60 \text{ MPa}$).

La no linealitat de l'acer la podem comprovar ens els casos 3, 5 i 7, on apareix l'acer no lineal. En els tres casos, veiem com el valor de la tensió de l'acer s'atura al seu límit de fluència $\sigma_y = -90 \text{ MPa}$ i no creix més. Això vol dir que l'acer no pot suportar tanta càrrega com en els casos lineals i, per tant, ho assumirà el formigó. En els casos 3 i 5 podem veure com, amb acer no lineal, la tensió del formigó és més gran que la seva respectiva combinació amb acer lineal.

- Formigó no lineal (FNL): $\sigma_{c3} = -16,25 \text{ MPa}$, respecte el seu cas amb acer lineal, $\sigma_{c2} = -12,21 \text{ MPa}$
- Formigó ATENA (FA): $\sigma_{c5} = -16,15 \text{ MPa}$, respecte el seu cas amb acer lineal, $\sigma_{c4} = -13,81 \text{ MPa}$

Pel que fa a la diferència entre el model no lineal de formigó (FNL) i el d'ATENA (FA), veiem que, en simulació, quan ho combinem amb acer no lineal (ANL) les diferències són pràcticament inexistents. Són els casos 3 i 5, respectivament ($\sigma_{c3} = -16,25 \text{ MPa}$ i $\sigma_{c5} = -16,15 \text{ MPa}$). Analíticament el resultat dona igual, tot i que els dos models entrats són diferents ($\sigma_{c3}^{\text{teòric}} = \sigma_{c5}^{\text{teòric}} - 16,23 \text{ MPa}$). Per contra, quan combinem els formigons no lineals (FNL i FA) amb acer lineal (AL) (casos 2 i 4, respectivament), veiem que les diferències aquí sí que es poden apreciar, tant a nivell analític ($\sigma_{c2}^{\text{teòric}} = -12,02 \text{ MPa}$ i $\sigma_{c4}^{\text{teòric}} = -13,70 \text{ MPa}$) com en simulació ($\sigma_{c2} = -12,02 \text{ MPa}$ i $\sigma_{c4} = -13,81 \text{ MPa}$). La diferència es pot explicar pel fet que el formigó no lineal (FNL) és més conservador i, per tant, aguantarà menys càrrega, mentre que el formigó ATENA (FA) no ho és tant i, en conseqüència, prendrà uns valors més elevats de càrrega. Per tant, podem concloure que l'ús del formigó ATENA (FA) és totalment adequat segons la Instrucció EHE quan està treballant amb un acer a la seva zona no lineal, mentre que quan ho fa a la zona lineal presenta una diferència significativa d'aproximadament el 15%.

Per comprovar què passa quan canviem la resistència a compressió del formigó, comparem el cas 2 amb el 6 (FNL i AL) i després comparem el cas 5 amb el 7 (FA i ANL). En el primer dels dos, la tensió a compressió que aguanta el formigó augmenta, cosa que sembla lògic si hem augmentat la seva resistència a compressió i, en conseqüència, el seu mòdul de Young ($\sigma_{c2} = -12,01 \text{ MPa}$ i $\sigma_{c6} = -13,83 \text{ MPa}$). En el cas de l'acer no lineal, passa com en els casos anteriors; l'acer es satura a -90 MPa i provoca que el formigó hagi de suportar la resta de càrrega. En conseqüència, fa que no hi hagi una diferència molt accentuada respecte el cas

5 en què la resistència a compressió és més baixa ($\sigma_{c5} = -16,15 \text{ MPa}$ i $\sigma_{c7} = -16,17 \text{ MPa}$), tot i que sí que es pot apreciar lleugerament.

Finalment, cal dir que els resultats analítics de la tensió i els simulats amb ATENA 3D encaixen a la perfecció; en tots els casos l'error que es comet és inferior al 0,5%. Les deformacions també es corresponen amb els resultats analítics, fins i tot en els casos 2 i 3, on s'havia produït el salt horitzontal. És a dir, podem afirmar que internament el programa està executant de manera òptima les fórmules i paràmetres que li introduïm o els que ja porta internament per defecte.

5.2 Efecte tenso-rigidesa en elements de formigó armat

Aquest concepte apareix quan estan treballant simultàniament el formigó i algun element de reforç, com pot ser una barra d'acer. Segons [5], es pot descriure com:

La interacció entre la barra de reforç i el formigó del voltant afecta a la resposta del conjunt. Governa la distribució de tensions tant en el formigó com a la barra de reforç i permet al formigó suportar tensions entre les esquerdes, proporcionant així una rigidesa addicional a la resposta dels elements de formigó reforçat. Aquest fenomen és conegut com a efecte tenso-rigidesa (*tension stiffening effect*) i s'espera que tingui lloc tant a la zona de tracció d'elements de formigó reforçat sotmesos a flexió com als tirants de formigó reforçat a tracció pura.

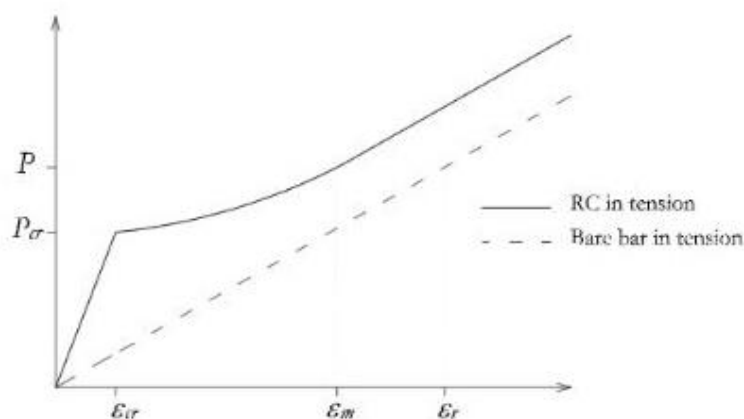


Figura 18. Força-deformació d'una barra de reforç i d'un formigó reforçat a tracció.

Abans de fissurar, les tensions i deformacions d'un element de formigó reforçat són uniformes al llarg de l'element. L'equilibri de forces i la compatibilitat de deformacions estan relacionades conjuntament, assumint un comportament del material lineal i elàstic tant pel formigó com per reforç. Per tant, la càrrega aplicada és compartida entre el formigó i el reforç en relació amb les seves respectives rigideses (veure Figura 18). Una vegada el formigó fissura, la barra de reforç experimenta un salt de la tensió a la zona de fissura i la distribució de tensions i deformacions ja no és uniforme al llarg de l'element. El material de reforç se suposa que suporta tota la tensió a la zona de fissura, mentre que els dos -el formigó i el material de reforç- comparteixen la força a tracció entre les fissures. Una bona forma de veure la variació en els valors de força i deformació al llarg de l'element és representant la resposta de l'element amb la tensió o deformació mitjana. Per tant, per a una certa força aplicada P, mentre que una barra de

reforç registraria una deformació ε_r (tenint en compte el comportament tensió-deformació de la barra), la resposta global de la barra inserida en el formigó és igual a només ε_m , que és menor que ε_r (veure Figura 18). En altres paraules, per a una força aplicada P , és només a les seccions fissurades on la barra arriba a ε_r , i a totes les altres seccions la barra comparteix les forces amb el formigó, fent que la resposta global de l'element reforçat de formigó sigui igual a ε_m (veure Figura 19).

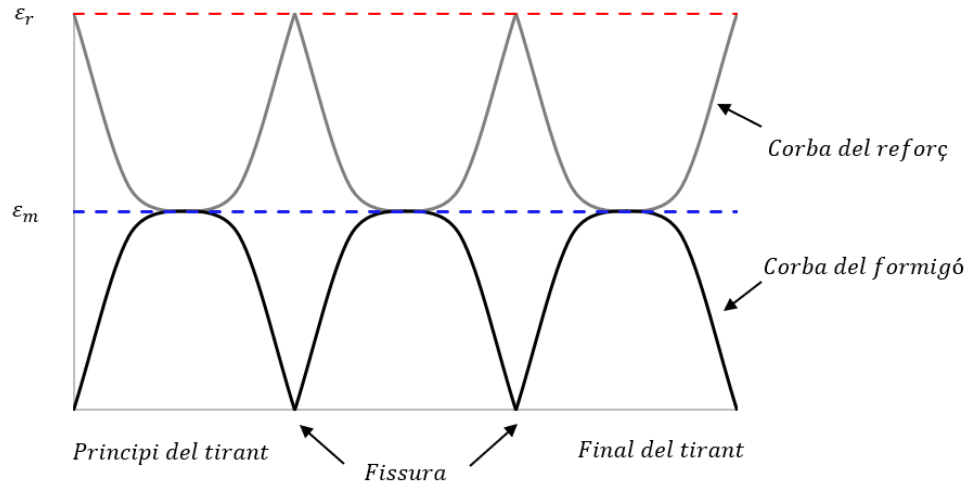


Figura 19. Perfil de deformacions del reforç i el formigó al llarg de la biga.

A més, es pot distingir 4 zones diferenciades de la resposta global d'un tirant a tracció pura. Aquestes, tal i com es pot veure a la Figura 20, es divideixen en una primera fase sense fissures, una segona fase de formació de fissures, una tercera fase on ja no es formen fissures i s'estabilitzen les que ja s'havien format i, per últim, una quarta fase on el material de reforç flueix, en cas que s'arribi al límit de fluència. Quan es calcula l'efecte tenso-rigidesa, s'ha de fer distinció entre l'etapa de formació d'esquerdes i la d'estabilització de les mateixes [7].

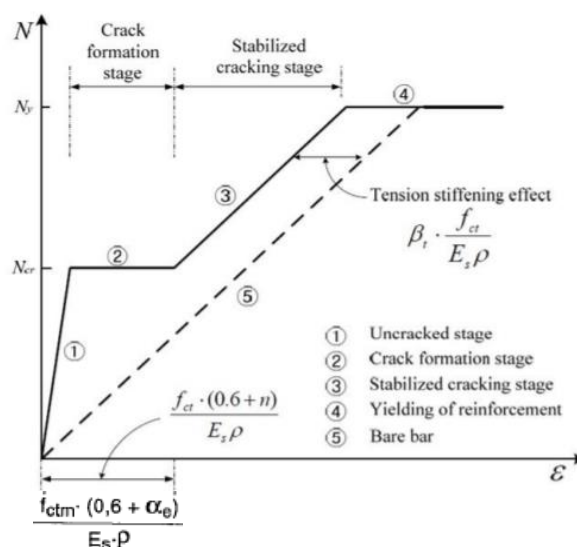


Figura 20. Resposta càrrega-deformació d'un tirant a tracció [8].

Tenint en compte aquests conceptes, es pot calcular quina és la càrrega per a un instant qualsevol abans de la fissura:

$$P = P_R + P_C = E_R A_R \varepsilon_R + E_C A_C \varepsilon_C$$

Com que els dos materials treballen de manera solidària abans de la ruptura, es pot definir la igualtat $\varepsilon_R = \varepsilon_C$, que es sol anomenar ε_m . D'aquesta manera, multipliquem i dividim l'equació inicial per $E_C A_C$ i obtenim:

$$P = \frac{(E_R A_R \varepsilon_m + E_C A_C \varepsilon_m)}{E_C A_C} \cdot E_C A_C$$

Definint n com a la relació de mòduls $n = \frac{E_R}{E_C}$. I definint també ρ com a la relació d'àrees $\rho = \frac{A_R}{A_C}$. Obtenim que:

$$P = (n\rho\varepsilon_m + \varepsilon_m) \cdot E_C A_C$$

$$P = (n\rho + 1) \cdot \varepsilon_m E_C A_C$$

Per tant, la càrrega de fissuració és aquella que fa que la tensió del formigó arribi a la seva resistència a tracció (f_{ct}).

$$P_{cr} = (n\rho + 1) \cdot f_{ct} \cdot A_C$$

I la seva deformació associada és:

$$\varepsilon_{cr} = \frac{P_{cr}}{(n\rho + 1) \cdot E_C A_C}$$

5.2.1 Models disponibles a ATENA per la simulació de l'efecte tenso-rigidesa

El fenomen de l'efecte tenso-rigidesa es pot modelar amb el programa ATENA 2D de dues maneres diferents: amb el *Fixed Crack Model* (FCM) i el *Rotated Crack Model* (RCM). El document en el qual es descriu la teoria emprada en l'elaboració dels models diu [3]:

En el *Fixed Crack Model* (Cervenka 1985, Darwin 1974) la direcció de la fissura és donada per la direcció de la tensió principal al moment de l'inici de la fissura. Durant la càrrega posterior, aquesta direcció és fixa i representa l'eix material de l'ortotropia.

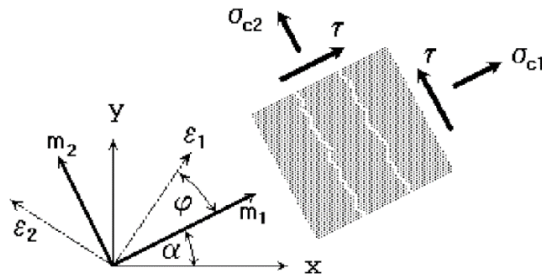


Figura 21. Eixos del formigó i de les tensions principals.

Les direccions principals de la tensió i la deformació coincideixen en el formigó no fissurat, degut a l'assumpció de la isotropia en el formigó. Després de la fissuració s'introdueix l'ortotropia. L'eix feble del material m_1 és perpendicular a la direcció de la fissura i l'eix fort del material m_2 és paral·lel a la fissura.

En un cas general els eixos de la deformació principal ε_1 i ε_2 giren i no han de coincidir necessàriament amb els eixos de l'ortotropia m_1 i m_2 . Això produeix una tensió tallant a la cara de l'esquerda, tal i com es mostra a la Figura 21. Les components de la tensió σ_{c1} i σ_{c2} representen, respectivament, la tensió normal i paral·lela al pla de la fissura i, degut a la tensió tallant, no són tensions principals.

En el *Rotated Crack Model* (Vecchio 1986, Crisfield 1989), la direcció de la tensió principal coincideix amb la direcció de la deformació principal. Així, no apareix deformació tallant al pla de la fissura i només han de ser definides dues components de la tensió normal, tal i com es pot veure a la Figura 22.

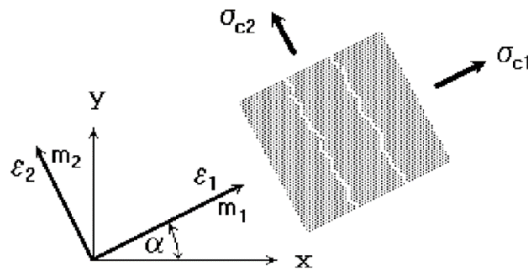


Figura 22. Eixos del material, coincidents amb els de la deformació.

Si l'eix de la deformació principal gira durant la càrrega, la direcció de la fissura també gira. Per tal d'assegurar la coaxialitat dels eixos de les deformacions principals amb els eixos dels materials, el mòdul tangent a tallant G_t és calculat segons Crisfield 1989 com:

$$G_t = \frac{\sigma_{c1} - \sigma_{c2}}{2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}$$

5.3 Simulació d'elements de formigó armat a tracció pura

A continuació descriurem les característiques dels assajos que hem fet servir per comprovar l'efecte tenso-rigidesa, primer amb un tirant de referència i, després, amb 5 tirants procedents d'una campanya experimental.

5.3.1 Simulació d'un tirant de referència

Les característiques de l'assaig d'aquest apartat segueixen el procediment descrit en l'apartat 2.2 *Simulation of tension stiffening experiment*, de l'*ATENA Engineering Example Manual* [9], proporcionat per *Cervenka Consulting* al moment de comprar la llicència. La única diferència és que en 2D, el manual descriu el procediment per simular un quart de biga i nosaltres en simularem mitja.

5.3.1.1 Simulacions en 2D

En 2D hem de seguir el mateix procediment, és a dir, definim la geometria, els materials, les condicions de contorn, les càrregues i els paràmetres de solució, juntament amb el número d'esglaons i els punts de monitoratge. La única diferència és que la mida del mallat s'entra quan es defineix el material i llavors es genera automàticament. Per a més detall, al final del present treball hi ha una guia tècnica de com entrar totes les característiques al programa ATENA 2D. Per tant, ara, en resumirem les més importants.

La geometria del tirant de referència és de secció quadrada, de 80x80 mm, i de 750 mm de llargada, tot i que només modelitzem la part dreta (375 mm) per qüestions de cost computacional (veure Figura 23). A més, al centre de la secció inserim una barra de reforç d'acer de 12 mm de diàmetre, al llarg de tota la longitud del tirant.

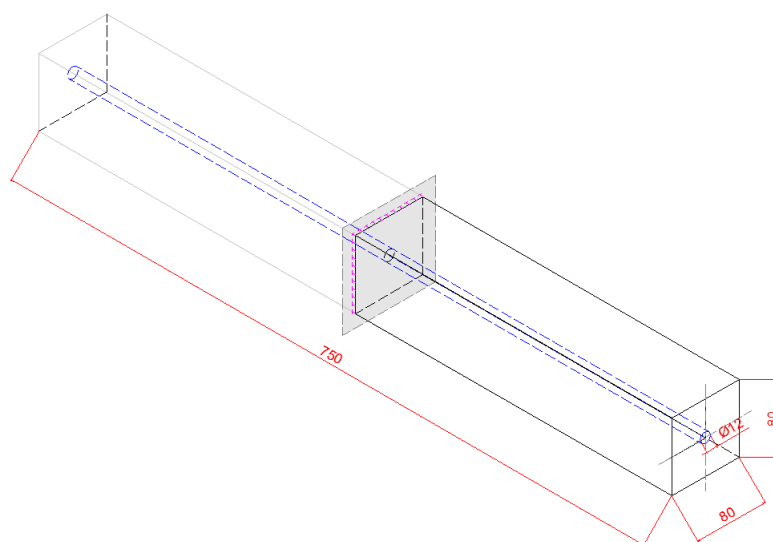


Figura 23. Geometria del tirant modelitzat en 2D (mig tirant).

De materials en fem servir dos; el formigó, que és de tipus *SBeta* i l'acer, de tipus *Reinforcement*. A la Taula 9 podem veure les característiques del formigó i a la Taula 10, les de l'acer.

Tipus de material	Formigó					Tipus de relaxació a tracció	Model de fissura
	E_c (GPa)	μ (-)	f_c (MPa)	f_t (MPa)	G_f (N/m)		
<i>SBeta</i>	29	0,2	22,95	3,1	58	Exponencial	Fix

Taula 9. Propietats del formigó *SBeta* del tirant.

Tipus de material	Acer		Enduriment
	E_c (GPa)	σ_y (MPa)	
Bilinear	210	460	Perfectament plàstic

Taula 10. Propietats de la barra de reforç d'acer del tirant.

El mallat és cúbic, amb una mida de 0,005 m. Les condicions de contorn són aquelles necessàries per simular la simetria del tirant, és a dir, restringim el moviment en x de la cara esquerra del tirant. Respecte la càrrega, apliquem una força de 4 kN a la part central de la cara de la dreta, és a dir, vist en 2D, a mitja altura del tirant (Figura 24). Aquests 4 kN es van incrementant al llarg dels diferents esglaons que apliquem. En aquest cas, posem 100 esglaons per assegurar-nos de cobrir tot el rang que ens interessa.

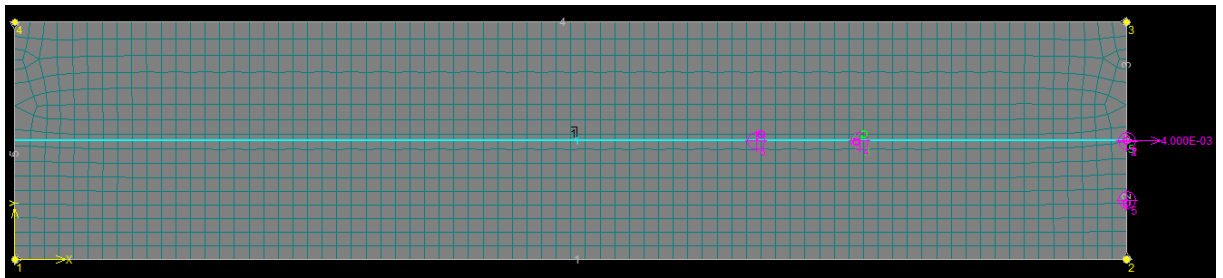


Figura 24. Col·locació de la càrrega a mitja altura.

Com que volem extreure la corba càrrega-desplaçament del tirant inclús més enllà del límit on esdevé perfectament plàstic, utilitzarem el mètode de resolució *Arc length*.

Finalment, hem de col·locar com a mínim dos punts de monitoratge, un que ens mesuri la força externa aplicada -el col·loquem en el punt d'aplicació de la càrrega- i l'altre que ens mesuri el desplaçament -el col·loquem a un punt on no hi hagi concentració de tensions-, per exemple, a 0,25 m respecte la cara fixa del tirant.

5.3.1.2 Simulacions en 3D

En 3D, com que modelitzem només un vuitè de biga, la geometria és diferent. Utilitzem un prisma de secció quadrada de 40x40 mm i 375 mm de longitud. La barra de reforç la situem a l'aresta inferior dreta, que representaria el centre de la biga si es modelitzés sencera (veure Figura 25). Aquesta barra ha de tenir una àrea 4 vegades inferior a l'àrea real, cosa que fa que no entrem el diàmetre, sinó que entrem directament una àrea, de $2,8274 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$.

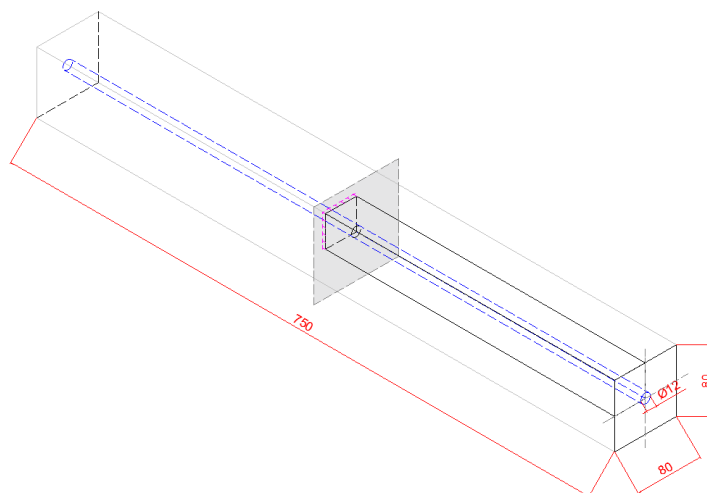


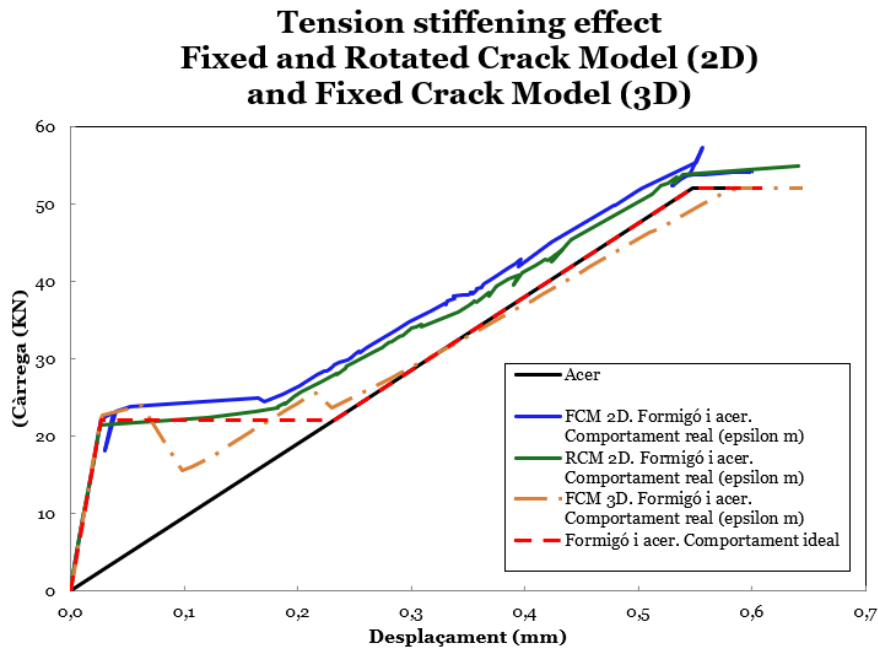
Figura 25. Geometria del tirant modelitzat en 3D (1/8 de tirant).

El material que introduïm té un nom diferent respecte el que hem utilitzat en 2D (*SBeta*). És el *3D Nonlinear Cementitious 2*, que ja hem utilitzat anteriorment, això sí, ara l'entrem amb les mateixes característiques que hem fet servir per modelitzar el *SBeta*.

El mallat també és diferent i en aquest cas és cúbic, amb una mida de 0,01 m. Respecte les condicions de contorn, hem de fixar el desplaçament de les 3 cares que estan en contacte amb la resta del tirant en la seva direcció normal a dites superfícies. La càrrega externa, enlloc de ser una força de 4 kN que va augmentant progressivament, és un desplaçament de $1 \cdot 10^{-5}$ m al llarg de 100 esglaons per tal que duri suficient per cobrir tot el rang que ens interessa. El punt d'aplicació del desplaçament és el punt on hi ha l'extrem de la barra de reforç, és a dir, a 0,375 m de l'inici del tirant. Canviem també el mètode de resolució, que passa a ser Newton-Raphson. Finalment, inserim un punt de monitoratge al punt d'aplicació del desplaçament per recollir les dades de càrrega i un altre a 0,25 metres respecte l'inici del tirant per obtenir les dades de desplaçament, tal i com ho hem fet en 2D.

Els resultats de les simulacions del tirant de referència en 2D i en 3D es poden veure a la Figura 26. S'han presentat de manera conjunta per tal de comparar-los. A primera vista, veiem que les simulacions adopten la forma característica de l'efecte tenso-rigidesa, és a dir, hi ha un primer tram on la rigidesa és igual a la rigidesa del formigó fins a la càrrega de fissuració; després, al segon tram, apareix una zona més inestable de formació d'esquerdes; al tercer tram s'estabilitzen i, finalment, s'arriba a la càrrega de fluència, on l'acer plastifica. Tres coses podem destacar: la primera és que al FCM 2D li costa més convergir quan s'assoleix la càrrega de fluència; la segona és que el FCM 3D presenta més fluctuació a la zona de formació d'esquerdes, mentre que els altres dos models són més constants i la última és que el FCM 3D té una rigidesa inferior a la rigidesa de l'acer a partir de l'inici del tram d'estabilització d'esquerdes. No sembla una desviació molt acusada però prou important per

tenir-la en compte en relació a les futures simulacions dels tirants de la campanya experimental, ja que en cap cas la resposta del tirant hauria de tenir una rigidesa inferior a la de la barra de reforç.



Després de l'anàlisi qualitatiu, ens podem plantejar un anàlisi quantitatiu més acurat tot observant la Taula 11 on es mostren els resultats quan s'assoleix la càrrega de fissuració i la càrrega de fluència. Els valors de càrrega de fluència i el seu corresponent desplaçament en el FCM 2D s'han estimat com a la intersecció dels 2 pendents degut a que no convergia del tot bé. Si observem la Taula 11, veiem que l'error que comès emprant el RCM 2D és lleugerament superior al FCM 2D. El FCM 3D és el més imprecís de tots, amb un error del 4%.

		P_{cr}	δ_{cr}	P_y	δ_y	Mitjana d'errors
		(N)	(m)	(N)	(m)	(%)
Fixed Crack Model 2D	Teòric	22.028	2,67E-05	52.025	5,48E-04	
	Atena 2D	22.240	2,67E-05	52.390	5,31E-04	
	Error (%)	1,0	0,0	0,7	3,1	1,19
Rotated Crack Model 2D	Teòric	22.028	2,67E-05	52.025	5,48E-04	
	Atena 2D	21.370	2,68E-05	53.710	5,39E-04	
	Error (%)	3,0	0,3	3,2	1,5	2,01
Fixed Crack Model 3D	Teòric	22.028	2,67E-05	52.025	5,48E-04	
	Atena 3D	22.668	2,85E-05	52.040	5,87E-04	
	Error (%)	2,9	6,5	0,0	7,1	4,15

Taula 11. Resultats del punt de fissuració i punt de fluència del tirant de referència

Amb aquesta simulació i anàlisi del tirant de referència hem obtingut una visió parcial de la resposta dels 3 models disponibles a ATENA. Hem comprovat que simulen de manera prou acurada l'efecte tenso-rigidesa, a la vegada que hem vist les primeres diferències entre ells. Ara, però, volem aprofundir més en la modelització i simulació amb diferents tipologies de tirants, per tal de veure si els resultats difereixen o no dels que hem presentat en el present apartat.

5.3.2 Simulació d'una campanya experimental existent

La resta de casos s'han extret d'una campanya experimental existent realitzada pel grup de recerca AMADE, de l'Escola Politècnica Superior de la Universitat de Girona [5]. A la Taula 12 podem veure les característiques corresponents a cada cas.

Cas	Tirant	Formigó			Longitud	Barra d'acer		
		f_c	E_c	f_{ct}		EA	d exp	E exp
		(MPa)	(GPa)	(MPa)	(mm)	(KN)	(mm)	(MPa)
A	16_110	56,2	33,28	2,34	1.200	7.900	16,11	38,76
B	13_170	48,4	27,32	1,75	1.200	5.540	13,73	37,42
C	16_170	48,1	27,32	1,39	1.200	7.900	16,11	38,76
D	16_170_2	46,6	34,51	2,58	1.200	9.362	16,88	41,83
G	19_170	56,2	33,28	2,10	1.200	11.680	19,14	40,59

Taula 12. Característiques dels casos experimentals A, B, C, D i G¹.

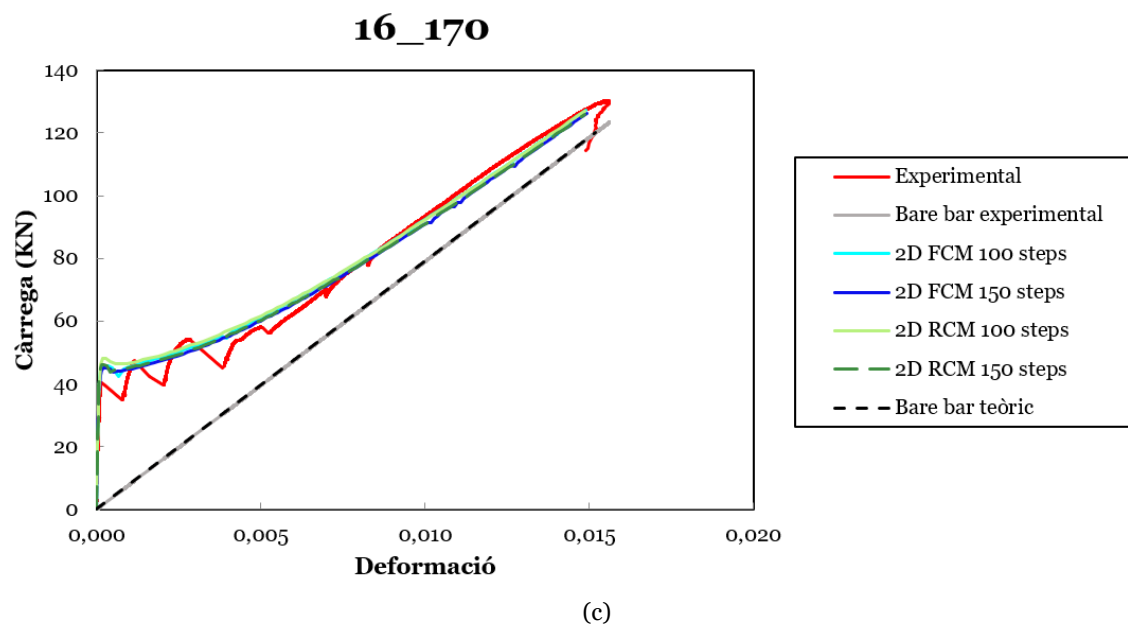
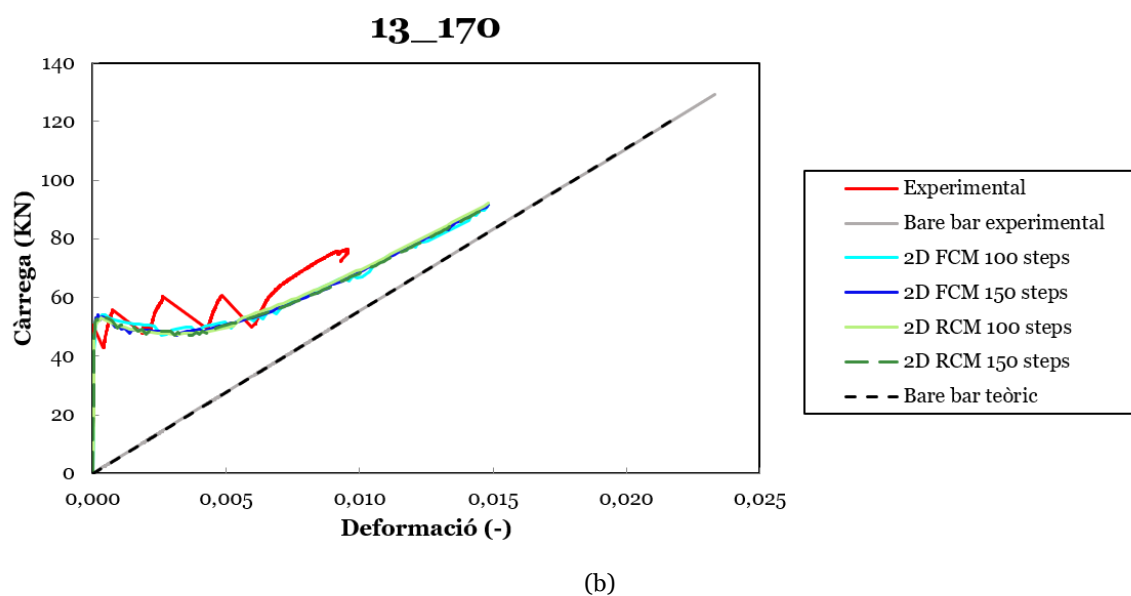
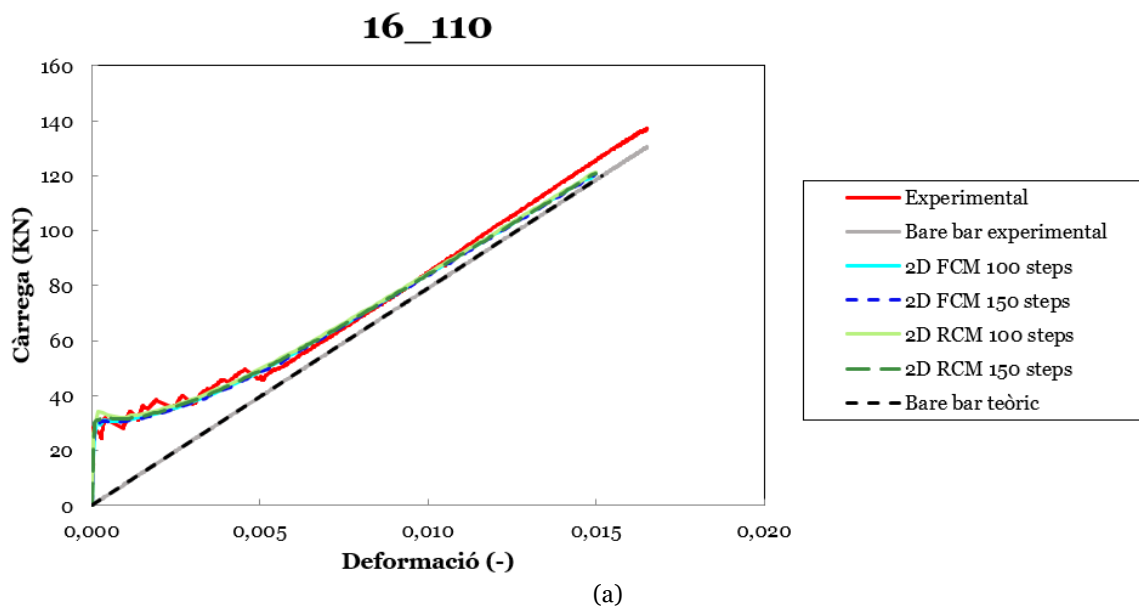
La nomenclatura de cada tirant X_Y fa referència a la geometria. El primer número correspon al diàmetre nominal de la barra de reforç, mentre que el segon, correspon al costat de la secció del tirant (el cas D l'hem definit amb tres números ja que coincideixen les dimensions geomètriques de tirant i de la barra, però les característiques dels materials són diferents). Amb aquests dos paràmetres a més de la longitud -que és igual tant per la barra com pel tirant-, queda definida la geometria de cada tirant. No obstant, disposem del diàmetres experimentals de les barres que es van mesurar al laboratori a l'hora de realitzar els assajos. Consegüentment, com que disposem del valor de rigidesa EA, també disposem del mòdul de Young experimental de la barra. Considerem que els valors del diàmetre experimental mesurats al laboratori són més fiables que els que ha donat el fabricant, per tant, durant les simulacions treballarem amb els valors de diàmetres i mòduls de Young experimentals.

¹ Els casos E i F corresponien a models amb unes fissures prèviament introduïdes al tirant. No hem estudiat aquests dos casos.

5.3.2.1 Simulacions en 2D

En 2D, la mida del mallat i les condicions són les mateixes que hem aplicat al tirant de referència. Tanmateix, per aplicar la càrrega ja no ho fem a través de força, sinó mitjançant un desplaçament que va en funció del número d'esglaons de cada simulació. Per una simulació de 100 esglaons, s'aplica una càrrega de $9 \cdot 10^{-5}$ m i per una de 150 esglaons, s'aplica $6 \cdot 10^{-5}$ m. D'aquesta manera s'obté una deformació semblant (no és idèntica ja que depèn de la facilitat que el model té per convergir). Respecte el mètode de solució, en aquests casos experimentals apliquem sempre Newton-Raphson, ja que apliquem deformacions. Els punts de monitoratge són semblants al tirant de referència; un al punt d'aplicació de la càrrega per mesurar la reacció i l'altre a uns 2/3 de la longitud del tirant per mesurar el desplaçament i obtenir, d'aquesta manera, la deformació.

El resultat de les simulacions anteriorment descrites es poden observar a la Figura 27. En tots els tirants es pot apreciar que les simulacions dels dos models -2D FCM i 2D RCM- són pràcticament idèntiques, és a dir, la diferència és mínima, excepte en el 16_170_2, que és el que presenta major variabilitat en el conjunt de les simulacions 2D. Aquest fet pot ser degut a que és l'únic tirant experimental que a la zona de formació d'esquerdes disminueix la càrrega de forma global i llavors torna a augmentar, a diferència dels altres, on la tendència global sempre és creixent. Aquest fet pot portar certa inestabilitat o dificultat de convergència. Per altra banda, podem notar que els models simulats segueixen molt fidelment el comportament dels tirants experimentals durant la fase d'estabilització d'esquerdes. De nou exceptuem el tirant 16_170_2, on els resultats simulats tenen una gran variabilitat, i el 13_170, ja que aquest tirant no presenta pràcticament fase d'estabilització d'esquerdes. No obstant, veiem que les corresponents simulacions tendeixen de manera asimptòtica respecte el reforç experimental, cosa que és indicatiu d'una bona modelització.



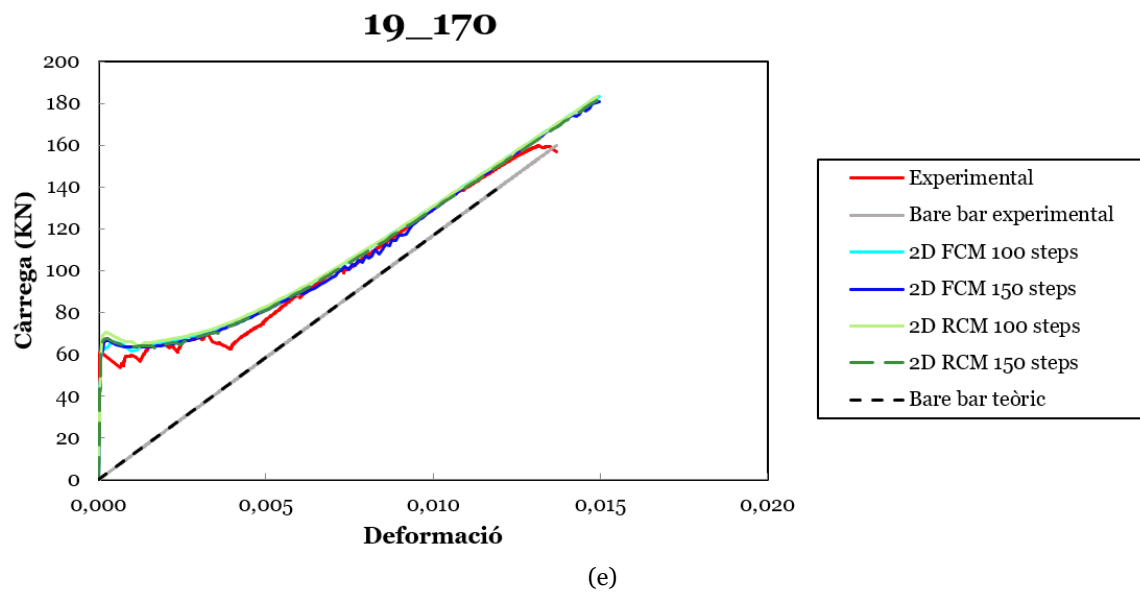
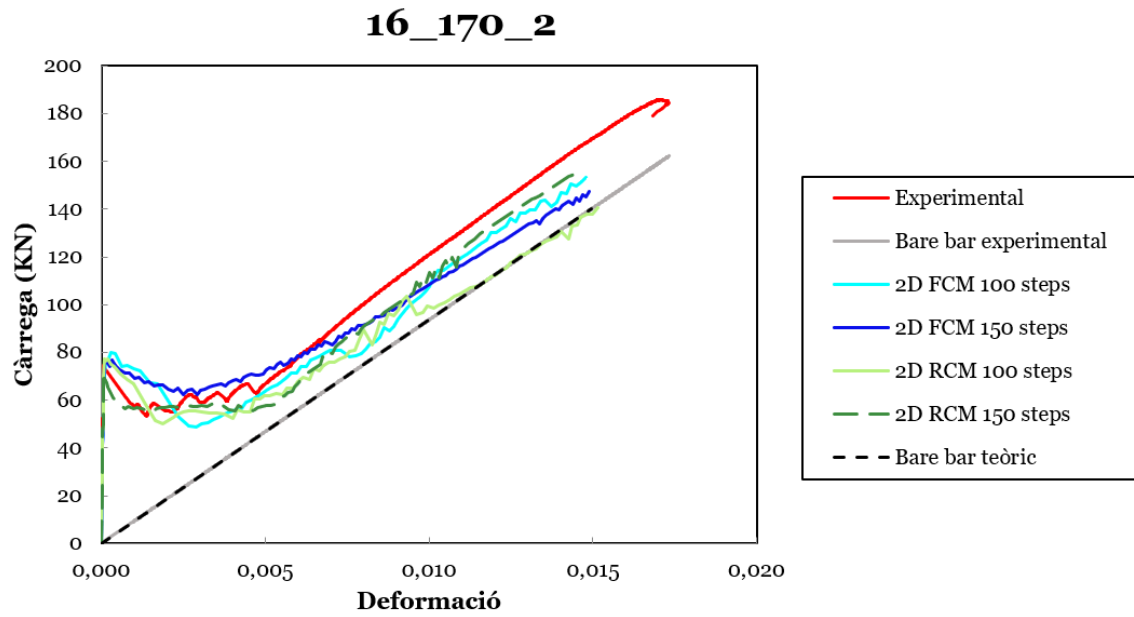


Figura 27. Resultats 2D. (a) 16_110, (b) 13_170, (c) 16_170, (d) 16_170_2 i (e) 19_170

Per tal d'analitzar amb més profunditat els resultats obtinguts hem elaborat la Taula 13 on comparem els diferents valors de càrrega de fissuració amb el seu resultat analític i afegim l'error relatiu que hi ha respecte aquest últim. A diferència del tirant de referència, no podem analitzar la càrrega de fluència ja que aquesta campanya estava dissenyada per tal que el reforç no entrés en règim plàstic.

Casos	2D FCM 100 steps		2D FCM 150 steps		2D RCM 100 steps		2D RCM 150 steps		Analític
	P cr	Error	P cr	Error	P cr	Error	P cr	Error	P cr
	(KN)	(%)	(KN)	(%)	(KN)	(%)	(KN)	(%)	(KN)
16_110	31,02	9,3	29,32	3,3	34,06	20,0	32,28	13,7	28,39
13_170	50,67	0,0	54,23	7,0	57,42	13,3	53,01	4,6	50,67
16_170	45,67	13,4	44,95	11,6	48,03	19,2	45,95	14,0	40,29
16_170_2	79,85	6,9	75,92	1,7	77,23	3,4	71,99	3,6	74,68
19_170	65,97	8,5	66,59	9,5	70,52	15,9	67,64	11,2	60,82
Mitjana d'errors		7,6		6,6		14,4		9,4	

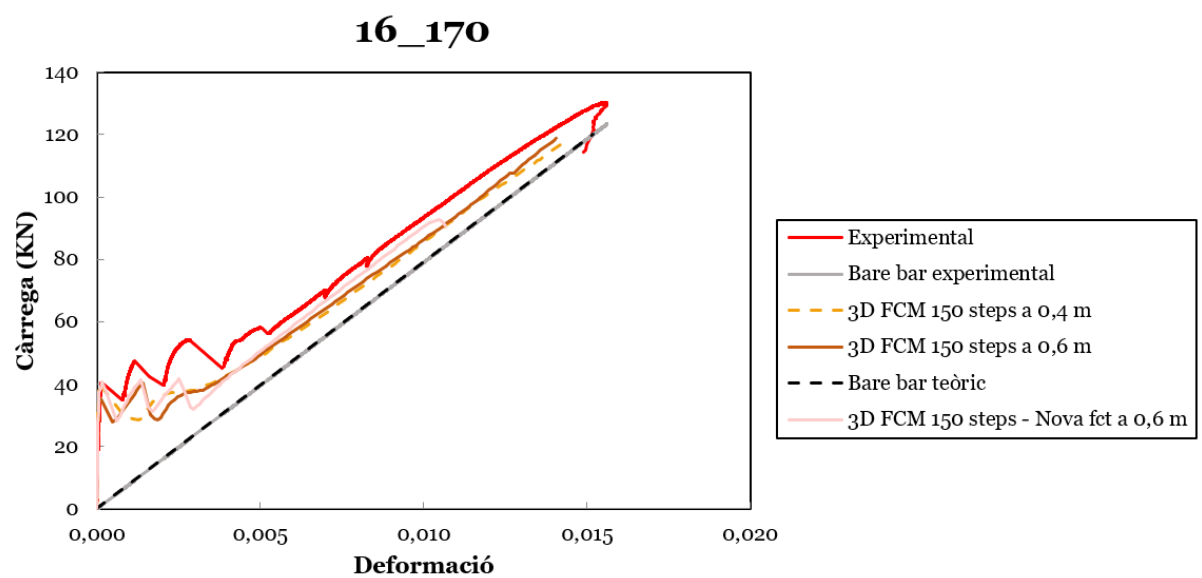
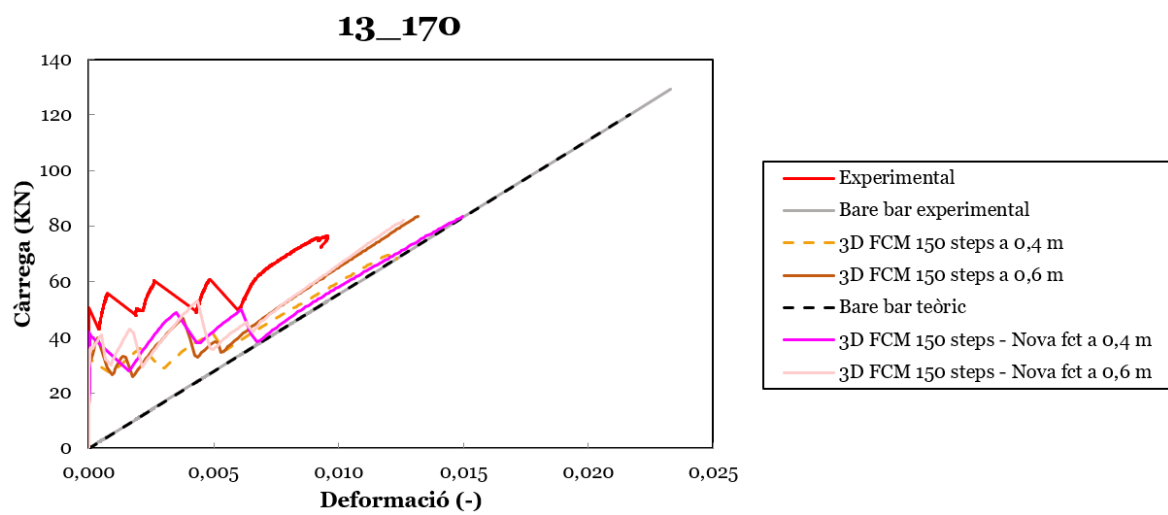
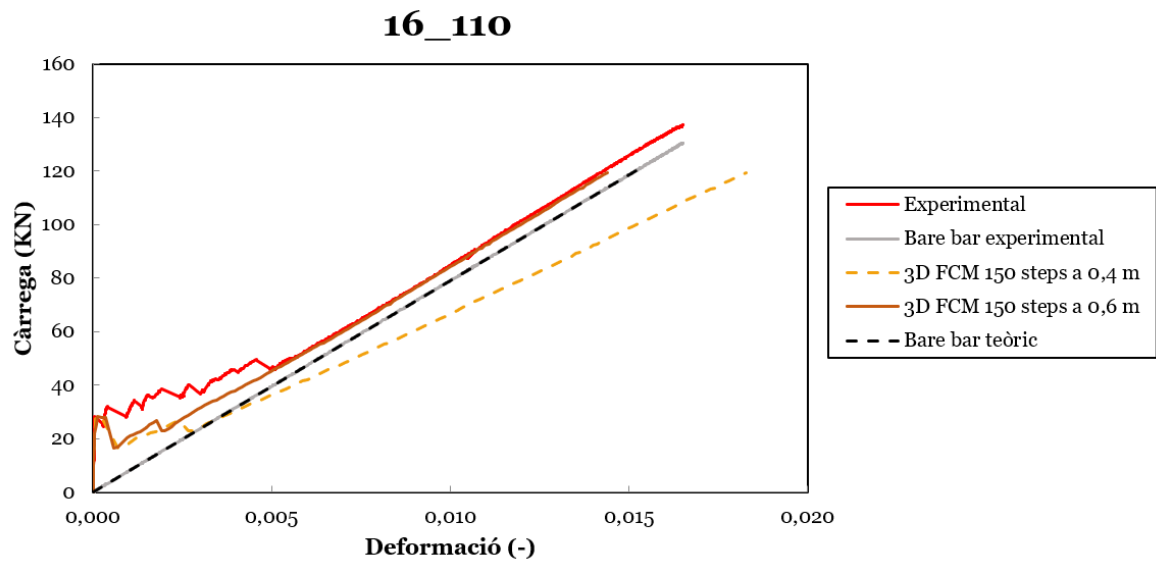
Taula 13. Resultats de la càrrega de fissuració en 2D.

La última fila -mitjana d'errors- ens ajuda a interpretar d'una manera més adequada la bondat de les simulacions fetes respecte el model analític. Podem constatar que les simulacions realitzades amb 100 *steps* presenten en ambdós casos un error relatiu major a les homòlogues de 150 *steps*. Aquesta afirmació és coherent amb el fet que efectuant un nombre major d'esglaons el resultat esdevé més precís i, en conseqüència, l'error relatiu és menor. Per altra banda, observem que les simulacions corresponents al FCM donen un error relatiu menor a les simulacions fetes amb el RCM.

5.3.2.2 Simulacions en 3D

En 3D el mallat és de dimensions tals que la secció tingui 5 elements cúbics, per tant, en el 16_110 la mida de l'aresta del mallat és d'11 mm, mentre que en els altres casos de tipus X_170, la mida de l'aresta és de 17 mm. Com que en 3D sempre apliquem 150 esglaons per a obtenir una major precisió, la deformació aplicada en tots els casos és de $6 \cdot 10^{-5}$ m. El mètode de resolució segueix essent Newton-Raphson i els punts de monitoratge els posem de manera semblant al tirant de referència, ja que d'aquesta manera hem obtingut uns bons resultats en 2D. Aquests els col·loquem a 2/3 del tirant que, en aquestes simulacions, correspon a 0,4 m.

A la Figura 28 mostrem els resultats obtinguts de les simulacions dels tirants en 3D. Inicialment estava previst fer només una simulació amb el punt de monitoratge de desplaçament a 0,4 m per a cada tirant, però conforme s'ha anat avançant en l'estudi, ha estat necessari fer més simulacions. A més, a la Taula 14 podem veure el valor de la càrrega de fissuració de les simulacions mencionades, així com l'error relatiu respecte els valors analítics.



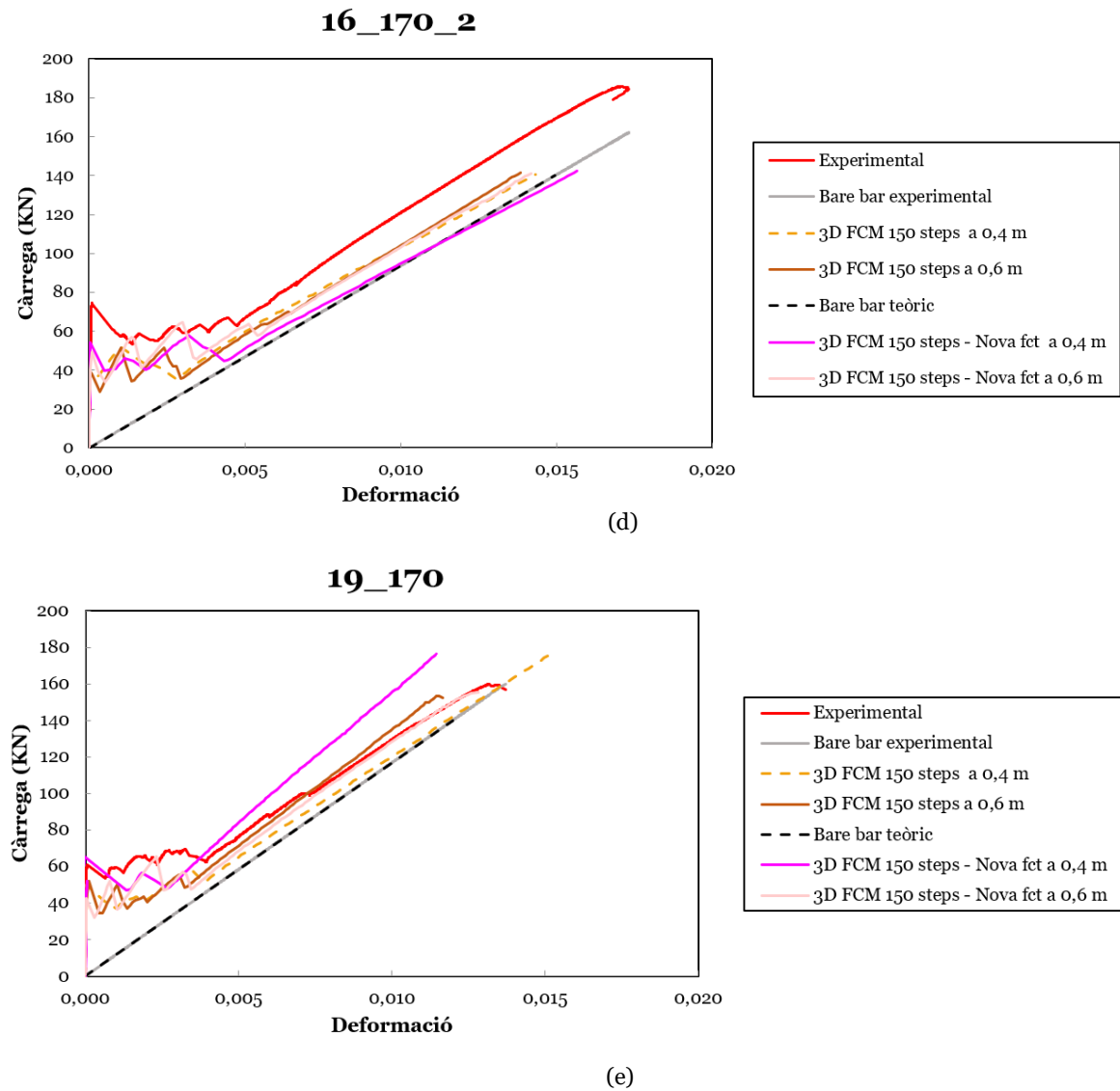


Figura 28. Resultats 3D. (a) 16_110, (b) 13_170, (c) 16_170, (d) 16_170_2 i (e) 19_170

Casos	3D FCM 150 steps a 0,4 m		3D FCM 150 steps Nova fct a 0,4 m		3D FCM 150 steps a 0,6 m		3D FCM 150 steps Nova fct a 0,6 m		Experimental		Analític
	P cr	Error	P cr	Error	P cr	Error	P cr	Error	P cr	Error	
	(KN)	(%)	(KN)	(%)	(KN)	(%)	(KN)	(%)	(KN)	(%)	
16_110	28,1	1,1	-	-	28,1	1,1	-	-	28,4	0,03	28,39
13_170	39,9	21,3	40,8	19,4	39,9	21,3	36,2	28,5	50,6	0,14	50,67
16_170	40,3	0,1	-	-	35,4	12,0	40,6	0,9	40,3	0,03	40,29
16_170_2	51,4	31,2	56,8	23,9	51,4	31,2	49,2	34,1	74,6	0,11	74,68
19_170	51,9	14,7	65,4	7,6	51,9	14,7	42,4	30,4	60,9	0,13	60,82
Mitjana d'errors		13,7		17,0		16,1		23,5		0,09	

Taula 14. Resultats de la càrrega de fissuració en 3D

Donat que el reforç d'aquests tirants no arriba al límit de fluència, el que ens interessa estudiar d'aquests casos per veure si els models són correctes són dues coses essencialment: la càrrega de fissuració i que el tirant tendeixi de forma semblant al cas experimental a la zona d'estabilització d'esquerdes.

Si analitzem primerament la càrrega de fissuració mitjançant la Taula 14 podem veure que a la columna *3D FCM 150 steps a 0,4 m* hi ha dos casos -el 16_110 i el 16_170- on la càrrega de fissuració és pràcticament idèntica a la càrrega de fissuració obtinguda de les equacions analítiques. La resta de casos, per contra, presenten uns valors que difereixen bastant dels resultats esperats. Per tal de determinar si el problema resideix només en la càrrega de fissuració o no, hem decidit augmentar la resistència a tracció (f_{ct}) dels casos en qüestió de manera proporcional a la càrrega de fissuració desitjada, basant-nos en l'equació analítica per al càlcul de la càrrega de fissuració, on podem veure que aquesta i la resistència a tracció són directament proporcionals.

$$P_{cr} = (n\rho + 1) \cdot f_{ct} \cdot A_c$$

Així doncs, hem fet un conjunt 3 simulacions més per els casos 13_170, 16_170_2 i 19_170 amb la nova resistència a tracció que podem veure a la Taula 15. Aquestes simulacions les hem anomenat *3D FCM 150 steps - Nova f_{ct} a 0,4 m*.

Casos	f_{ct} actual (MPa)	Pcr actual (KN)	Pcr teòrica (KN)	f_{ct} nova (MPa)
13_170	1,75	39,90	50,60	2,22
16_170_2	2,58	51,40	74,68	3,75
19_170	2,10	51,90	60,90	2,46

Taula 15. Càlcul de les noves resistències a tracció a 0,4 m.

A pesar del canvi de la resistència a tracció, segueixen havent-hi errors considerables en la determinació de la càrrega de fissuració (un 17% en mitjana). A més, ens hem adonat que les respostes d'aquests dos conjunts de simulacions presenten uns comportaments a la zona d'estabilització de les fissures que no són els adequats. Aquest fet el podem constatar en el primer conjunt de simulacions (*3D FCM 150 steps a 0,4 m*) de manera molt evident al cas 16_110, on el nivell de càrrega de la barra de reforç experimental és més elevat que la resposta modelitzada del conjunt. De manera no tant explícita però també manifesta es pot veure aquest fenomen als tirants 13_170 i 19_170 on, si bé la resposta simulada no és inferior a la resposta del reforç experimental, sí que hi tendeix massa ràpidament. Les respostes del segon conjunt de simulacions (*3D FCM 150 steps - Nova f_{ct} a 0,4 m*) tampoc són exemptes d'aquest comportament. Els casos 13_170 i 16_170_2 presenten una resposta com

l'anteriorment descrita, mentre que el cas 19_170 mostra el cas contrari; la resposta simulada dóna una càrrega excessivament elevada en comparació amb la resposta experimental del tirant.

Per tal d'analitzar amb més profunditat el perquè d'aquest fenomen hem decidit estudiar - de manera breu- la fissuració en 2D i en 3D per poder determinar així, perquè en un cas (2D) ha donat bons resultats posicionar els punts de monitoratge de desplaçament a 2/3 de la longitud del tirant i, en l'altre (3D), aquest fet provoca resultats que no són els esperats. Així doncs, hem analitzat el tirant 116_170, que és correctament simulat en 2D i 3D i que, per tant, és el que ens pot donar una idea més adequada a la realitat del que està passant. A la Figura 29 es mostren dues captures del post procés, on es poden veure els desplaçaments i les fissures aparegudes fins al final de la simulació, tot aplicant un filtre de fissura mínima de $10^{-4} m$, que és la distància recomanada per ATENA per tal de visualitzar els resultats de fissuració.

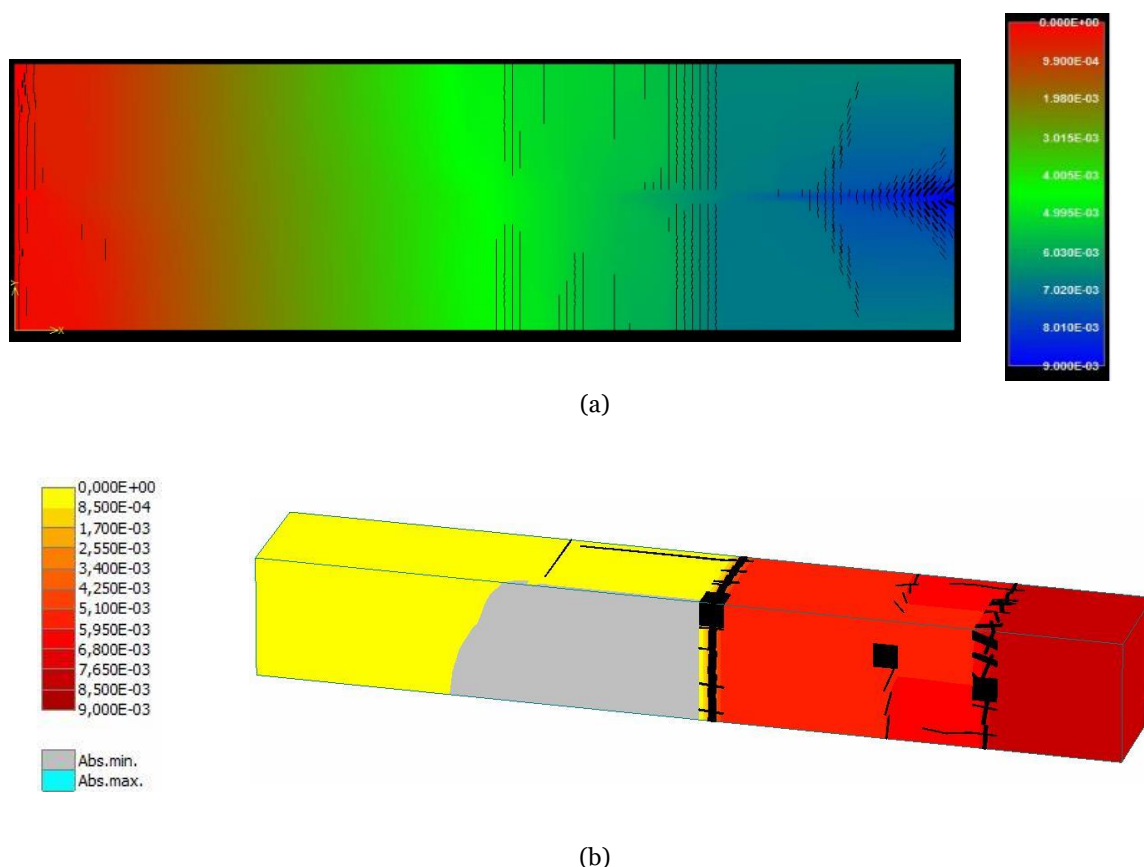


Figura 29. Fissuració del cas 16_170 (a) 2D i (b) 3D

Tal i com podem apreciar a la Figura 29 (a), la fissuració en 2D és més distribuïda que en 3D. Al llarg de la biga apareixen fissures de manera equiespaiada, amb una amplada de fissura força homogènia i, quan apliquem el filtre, tot i quedar només fissures en algunes zones concretes, aquestes de manera habitual estan agrupades. Per contra, si ens fixem en la fissuració 3D, es a dir, la Figura 29 (b), veiem que després d'aplicar el filtre les fissures són més reduïdes en nombre, però aquestes tenen una amplada de fissura superior i a més, no estan distribuïdes de manera agrupada, sinó que s'han presentat aïlladament. Aquest comportament més localitzat s'ajusta més als comportaments experimentals, per tant, podem afirmar que és més realista, però alhora fa que els desplaçaments (i, per tant, les deformacions) es vegin més afectats de manera local per la presència d'esquerdes de gran mida. És per això que en 2D els resultats obtinguts amb els punts de monitoratge col·locats a $2/3$ de la longitud del tirant són més fiables, mentre que els que hem obtingut en 3D presenten uns resultats distorsionats en alguns casos en concret. Aquests casos, hem de suposar que es troben afectats per la presència d'esquerdes i, per això, presenten uns errors relatius més elevats.

Per tant, per tal de no veure'ns afectats per la presència de fissures al llarg del tirant, la solució adoptada ha estat posar els punts de monitoratge del desplaçament al final del tirant, és a dir, a 0,6 m. En aquesta zona, però, hi ha el punt d'aplicació de la càrrega i, en conseqüència, apareixen concentracions de tensions que s'acaben traduint en deformacions més elevades (es pot veure a la Figura 29 a). És per això que abans d'executar un nou conjunt de simulacions a 0,6 m hem volgut comprovar aquest efecte a diferents altures de l'extrem del tirant. A la Figura 30 en veiem els resultats.

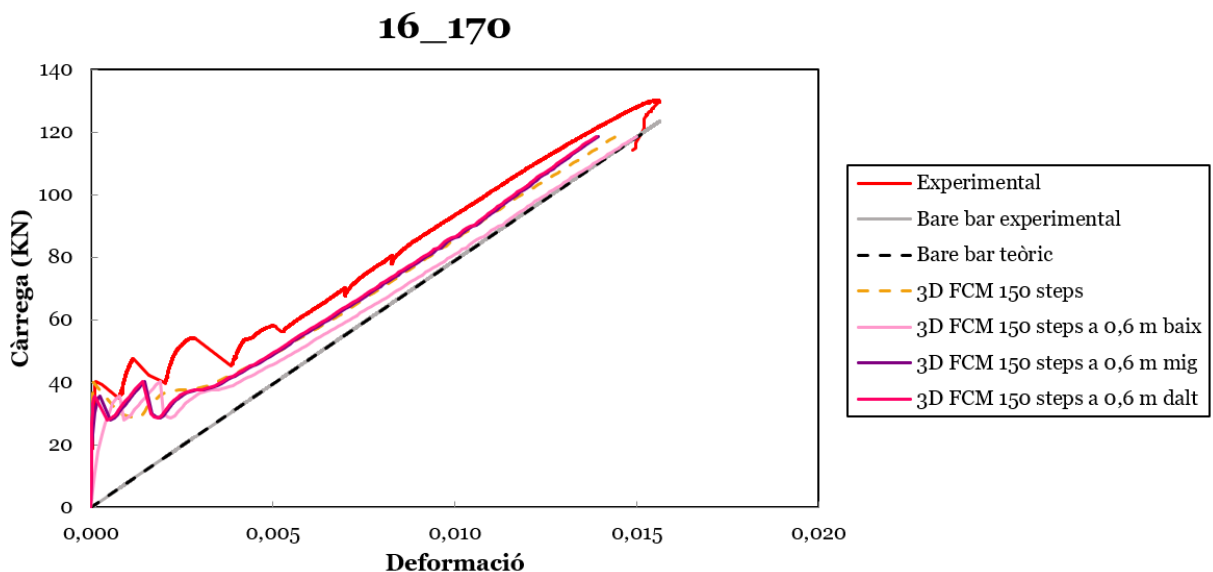


Figura 30. Punts de monitoratge al final de tirant a diferents altures

Tal com és d'esperar, a baix del tirant, és a dir, al punt d'aplicació de la càrrega veiem que per a un mateix nivell de càrrega, les deformacions són significativament més elevades que en els altres dos casos. A més, la zona d'estabilització d'esquerdes també es veu afectada, donat que tendeix massa ràpidament cap al comportament del reforç. Per tant, efectivament, es confirma l'efecte de concentració de tensions. Quan ens allunyem d'aquest punt cap a la part superior del tirant, aquest efecte es redueix considerablement, ja que a mitja altura l'efecte ja és pràcticament inexistent i a dalt de tot del tirant ja no s'hi produeix concentració de tensions.

És per això que finalment hem decidit tornar a simular els casos presentats anteriorment i extreure'n els resultats al final del tirant (a 0,6 m) i a la part superior. Aquests resultats corresponen a les simulacions *3D FCM 150 steps a 0,6 m*. De nou, dels casos que presenten una càrrega de fissuració amb un error considerable (veure Taula 14), n'hem tornat a fer les simulacions amb una resistència a compressió proporcional (Taula 16). Aquest nou conjunt de simulacions l'hem anomenat *3D FCM 150 steps - Nova f_{ct} a 0,6 m*.

Casos	f_{ct} actual (MPa)	Pcr actual (KN)	Pcr teòrica (KN)	f_{ct} nova (MPa)
13_170	1,75	39,90	50,60	2,22
16_170	1,39	35,40	40,30	1,582
16_170_2	2,58	51,40	74,68	3,75
19_170	2,10	51,90	60,90	2,46

Taula 16. Càlcul de les noves resistències a tracció a 0,6 m

Analitzant les simulacions *3D FCM 150 steps a 0,6 m* veiem que les càrregues de fissuració s'han mantingut totes iguals, excepte el tirant 16_170, que ha disminuït uns 5 KN (12% d'error). Per tant, deduïm que la posició del punt de monitoratge del desplaçament no afecta significativament als valors obtinguts de la càrrega de fissuració. Per contra, si analitzem aquesta informació a les simulacions *3D FCM 150 steps - Nova f_{ct} a 0,6 m* observem que millora el resultat i que amb la nova f_{ct} l'error que presenta el tirant 16_170 és del 0,9%. No obstant, no podem afirmar que el fet de modificar la resistència a tracció millori els resultats de la càrrega de fissuració, ja que hem de tenir en compte que el 16_170 és un tirant que la seva càrrega de fissuració ja havia donat correctament quan analitzàvem els valors a 0,4 m. És més, la resta de casos, amb la nova f_{ct} empitjoren considerablement la càrrega de fissuració, de manera que amb aquestes últimes simulacions s'arriba a un error relatiu del 23,5% en comparació amb les simulacions *3D FCM 150 steps a 0,6 m*, que presenten un error relatiu en mitjana del 16,1%.

El que sí que millora en tots els casos a 0,6 m, tant amb la nova f_{ct} com sense, és el comportament a la zona d'estabilització d'esquerdes. Al tirant 16_110 els resultats al final de

tirant segueixen completament al cas experimental en aquesta zona. El 13_170, tot i tenir una resposta més curta, amb aquestes dues noves simulacions se separa de la resposta del reforç experimental a una distància més pròpia d'una resposta amb efecte tenso-rigidesa. El mateix passa amb el triant 16_170_2, on ja no se sobrepassa la resposta del reforç experimental. El 16_170 segueix presentant una resposta prou bona en aquesta zona. I finalment el cas 19_170, el més evident de tots, on la càrrega de les respostes a 0,4 m es desviava, una per excés (*3D FCM 150 steps - Nova f_{ct} a 0,4 m*) i l'altre per defecte (*3D FCM 150 steps a 0,4 m*). Ara, en canvi, les noves simulacions a 0,6 m segueixen de manera molt més ajustada el resultat experimental.

5.4 Simulació d'una biga de formigó armat a flexió

La geometria de les bigues a flexió correspon a uns assajos reals que es van fer l'any 2014 pel grup de recerca AMADE, de l'Escola Politècnica Superior de la Universitat de Girona. La biga modelada té una secció rectangular de 280 mm d'alçada per 160 mm d'amplada i una longitud de 2.600 mm. L'armat interior consta de quatre barres d'acer longitudinals, dues a la part inferior (tracció) de 12 mm de diàmetre, i dues més a la part superior (compressió) de 8 mm de diàmetre. Les quatre barres ocupen la totalitat de la llargada de la biga, excepte els últims 25 mm de cada extrem. A més, per assegurar que no falla per tallant, es col·loquen uns estreps formats per barres d'acer de 8 mm de diàmetre. La separació entre ells és de 100 mm en la totalitat de la biga, excepte en la part central, que hi ha una distància de 150 mm i els extrems de la biga, on resten només 25 mm de marge (veure Figura 31). Les platines fan 30x100 mm.

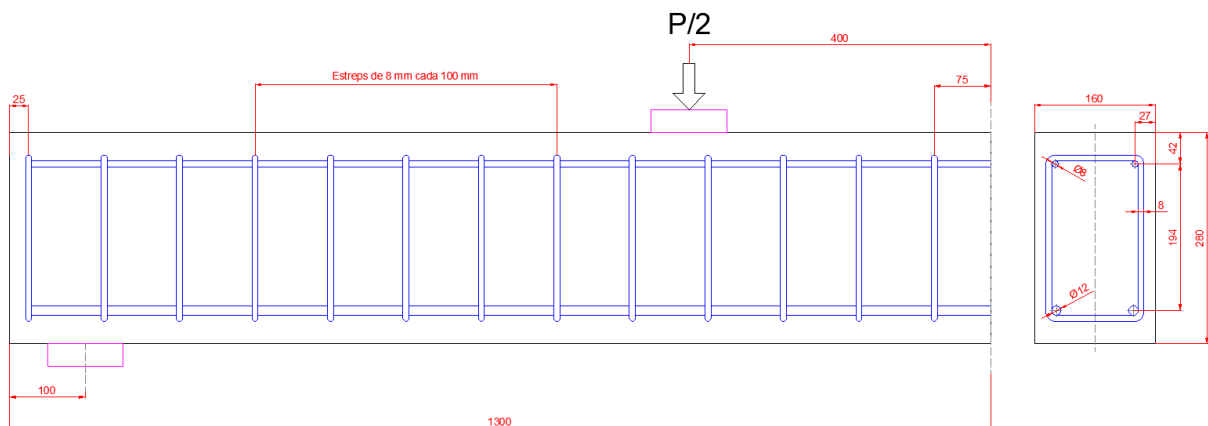


Figura 31. Geometria de les bigues a flexió.

La combinació de materials per tal de comprovar les característiques definides a la introducció d'aquest apartat es poden resumir amb la Taula 17. Aquests seran els 10 casos que estudiarem:

Casos	Tipus	Formigó			Biga	Tipus	Acer			
		f_t (MPa)	f_c (MPa)	E_c (GPa)			σ_y (MPa)	E_s (GPa)	σ_t (MPa)	ε_{lim} (-)
1	Lineal (no fissura)	50	-32,4	31,7	Meitat	Lineal	∞	205	-	-
2	Lineal (fissura)	2,8	-32,4	31,7	Meitat	Lineal	∞	205	-	-
3	No lineal	2,8	-32,4	31,7	Meitat	Lineal	∞	205	-	-
4	No lineal	2,8	-32,4	31,7	Meitat	No lineal	545	205	-	-
5	No lineal	2,8	-32,4	31,7	Meitat	No lineal (enduriment)	545	205	624	0,015
6	Atena	2,8	-32,4	31,7	Meitat	Lineal	∞	205	-	-
7	Atena	2,8	-32,4	31,7	Meitat	No lineal	545	205	-	-
8	Atena	2,8	-32,4	31,7	Meitat	No lineal (enduriment)	545	205	624	0,015
9	No lineal	2,8	-32,4	31,7	Tota	Lineal	∞	205	-	-
10	No lineal	2,8	-32,4	31,7	Tota	No lineal	545	205	-	-

Taula 17. Característiques de les simulacions de les bigues a flexió.

És a dir, estudiarem la combinació del formigó lineal (que fissuri i que no fissuri) i el formigó no lineal (FNL i FA) amb acer lineal i no lineal (amb enduriment i sense). Posteriorment estudiem el comportament amb biga completa en els casos 9 i 10.

Per a les condicions de contorn, definim dues platines a 100 mm dels extrems, tot deixant una longitud lliure de 2.400 mm. En el cas de la biga completa, fixem un segment de la platina en les seves tres direccions, mentre que a l'altra platina només en restringim dos, deixant el moviment longitudinal lliure per tal que es pugui desplaçar en z. D'aquesta manera tenim un cas isostàtic, que és el que volem estudiar, en canvi, si fixéssim els 3 moviments a les dues platines tindríem un cas hiperestàtic. En el cas d'estudi de mitja biga, la condició de simetria que apliquem al centre de la biga és que es pugui desplaçar en totes les direccions menys en la longitudinal, on li restringim el moviment. Consegüentment, a la platina li deixem lliure el moviment longitudinal (eix z), per tal que no es converteixi en un cas hiperestàtic. Els dos altres moviments al segment de la platina els restringim.

El desplaçament que apliquem és de $1 \cdot 10^{-4} \frac{m}{esglaó}$ durant els 10 primers esglaons i durant els 30 següents esglaons, apliquem $1 \cdot 10^{-3} \frac{m}{esglaó}$, per a una major precisió al tram inicial. El mallat és de tipus *brick* per a tota la biga, amb una mida d'element global de 0,04 m en 3D i de 0,025 en 2D.

Finalment, introduïm dos punts de monitoratge per tal d'extreure la fletxa i la càrrega. Els col·loquem a la part inferior del centre de la biga i just en el punt d'aplicació de la càrrega, respectivament.

5.4.1 Simulacions en 3D

Els diferents casos estudiats de bigues a flexió es mostren a la Figura 32.

Comparació Càrrega - Fletxa

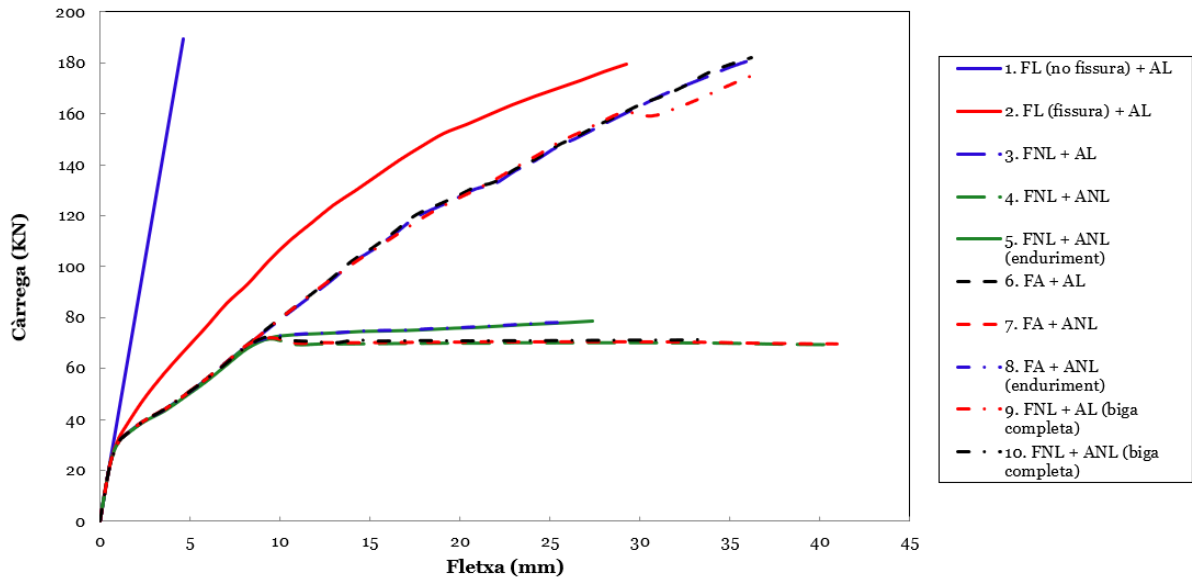


Figura 32. Comparativa entre els diferents casos de bigues a flexió.

En primer lloc, si analitzem els casos 1, 2 i 3, podem veure l'efecte de la no linealitat del formigó. Comparant el cas 1 amb el cas 3 veiem com, en aquest últim, a partir d'una càrrega de 31 KN aproximadament el formigó no lineal (FNL) fissura i perd rigidesa. És degut a aquest motiu que la corba que representa el cas 3 canvia de tendència en aquest instant.

L'altre punt característic que veiem a la gràfica és el punt on l'acer no lineal comença a plastificar, al voltant dels 72 KN. Tots els casos que contenen acer no lineal (ANL) canvien de tendència en aquest punt, presentin o no enduriment. Aquells casos que presenten enduriment mostren una càrrega lleugerament superior per a una mateixa deformació.

Respecte a la diferència entre el formigó no lineal (FNL) i el formigó ATENA (FA) veiem que les diferències són pràcticament inexistents tant si treballen amb acer lineal com amb acer no lineal. Amb acer no lineal amb enduriment passa exactament el mateix.

Per últim, si ens fixem en els dos casos de biga completa, veiem com els comportaments són també pràcticament idèntics a les simulacions amb la meitat de la biga, amb l'excepció del cas 9 on cap al final de la simulació -quan la fletxa és de 29 mm i la càrrega de 160 KN-, es produeix un canvi de tendència sobtat i la càrrega disminueix lleugerament. Llavors es torna a recuperar fins al final de la simulació. Aquest fet pot ser degut que, d'aquesta manera, es millora la convergència del model. Tanmateix, no és molt rellevant pel nostre estudi.

Amb l'anàlisi fet fins aquest punt sembla que les simulacions tindrien en compte les no linealitats del formigó i de l'acer, tant si modelem tota la biga com si només ho fem amb mitja. No obstant això, hem volgut comparar el cas FNL + ANL, que és el més comú en elements de formigó armat amb un model analític que el grup de recerca AMADE ha elaborat. D'aquesta manera, podríem assegurar la bondat de les simulacions fetes en cas que els dos models es corresponguessin. El resultat del model analític es mostra a la Figura 33.

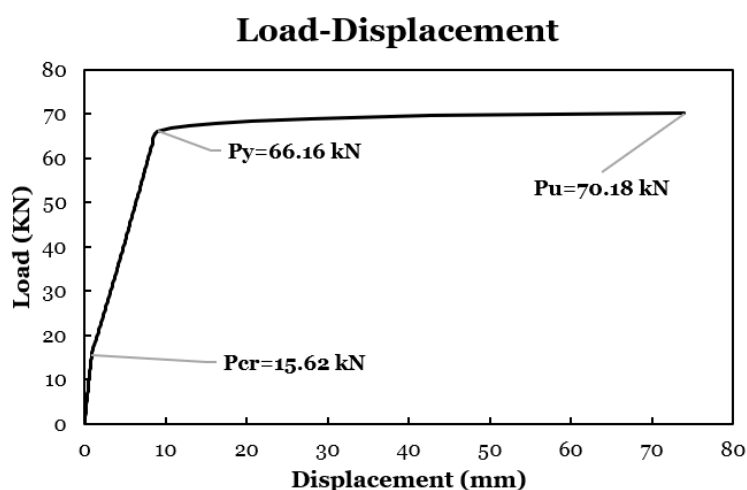


Figura 33. Resultat del model analític per bigues a flexió.

Si analitzem els resultats obtinguts veiem que la càrrega de fluència del model analític (66,16 kN) es correspon bastant bé amb els resultats obtinguts dels diferents models, on la càrrega de fluència ronda els 72 kN (això suposa un 9% d'error). Per altra banda, també veiem que el desplaçament corresponent a la càrrega de fluència (9 mm) és pràcticament idèntic al desplaçament homòleg en casos on intervé acer no lineal, ja que també dona al voltant de 9 mm.

La diferència l'observem quan analitzem el punt de fissuració. Si bé el desplaçament és correcte, la càrrega presenta una diferència molt notable: els casos simulats mostren una càrrega dues vegades superior a la del model analític; mentre que en els casos simulats la càrrega ronda els 31 kN, en el model analític és de 15,62 kN. Davant d'aquesta divergència hem comprovat que tots els valors de resistència a tracció estiguessin correctament entrats als casos simulats. Com que la resposta ha estat afirmativa, la segona verificació que hem fet ha estat comprovar que les restriccions de moviment aplicades per tal de simular les simetries fossin correctes i finalment, que els resultats estiguessin ben extrets. Els casos amb mitja biga els correspon una simetria al centre de la biga per tant, la restricció de moviment ha de restringir el desplaçament en l'eix longitudinal. Hem comprovat que així fos en tots els casos. El que pot presentar més dubtes pot ser l'extracció dels resultats.

En els casos simulats amb una biga completa no hi ha dubte que la càrrega mesurada en els punts d'aplicació esquerra i dret s'han de sumar per tal d'obtenir la càrrega total aplicada. Igualment, el desplaçament vertical (fletxa) és senzill d'obtenir, ja que és directament el que mesurem al centre de la biga a la part inferior. Per altra banda, els casos on simulem només mitja biga poden generar confusió. Si bé és veritat que només apliquem una càrrega, aquesta s'ha de multiplicar per dos si volem obtenir els resultats que es correspondrien a la biga sencera. No obstant, el desplaçament vertical mesurat a mitja biga no s'ha de multiplicar per dos. Revisant aquests conceptes tampoc s'ha trobat res equívocament entrat als models simulats.

5.4.2 Simulacions en 2D

Davant d'aquesta disjuntiva el que hem decidit ha estat simular el cas FNL + ANL amb el programa ATENA 2D i comparar així els resultats obtinguts amb els actuals. A la Figura 34 es poden veure els resultats adquirits en 2D, tant amb mitja biga com amb biga completa, així com els resultats obtinguts prèviament en 3D i el resultat del model analític.

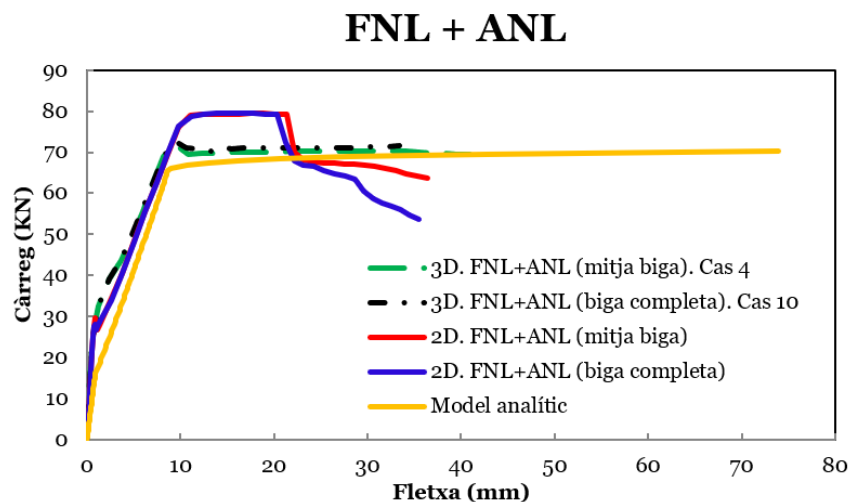


Figura 34. Resultats de les simulacions 2D del cas FNL+ANL

De la Figura 34 podem extreure'n dues coses principalment. La primera, és veure que el punt de fluència modelitzat en 2D (uns 80 kN) és més elevat que en el 3D (72 kN) i, alhora, que el model analític (66,16 kN). La segona, és constatar que la càrrega de fissuració segueix essent notablement més elevada que en el model analític següent, d'aquesta manera, la tendència del 3D. Si bé no arriba als 31 kN que havíem registrat anteriorment, sí que es manté en els 27 kN, un valor que dista molt dels 15,62 kN que ens ofereix el model analític.

Per tant, podem afirmar que el model en 2D perd precisió en la determinació de la càrrega de fluència, ja que l'error relatiu augmenta fins al 22% i alhora, les simulacions 2D ens

permeten afirmar que la discrepància que s'observa a la càrrega de fissuració és intrínseca al model del formigó i no pas a les condicions de contorn, introducció de la càrrega o extracció dels resultats ja que les diferències persisteixen simulant-ho en 2D.

6 CONCLUSIONS

6.1 Uniaxial

En els casos uniaxials, tant a tracció com a compressió, podem afirmar que les simulacions segueixen el comportament descrit teòricament abans i durant el pic de màxima tensió a tracció/compressió, ja que en tot moment l'error és inferior a l'1%. Tanmateix, després de la ruptura el comportament és diferent. A tracció podem afirmar que se segueix un comportament hiperbòlic, mentre que a compressió el comportament dista bastant del que s'esperaria teòricament, donat que tardaria molt més arribar a un estat de tensions nul (la simulació s'atura abans). Tanmateix, hem de dir que el que ens interessava comprovar fonamentalment era el punt de màxima tensió, que el fa correctament, i no tant el comportament post ruptura, que el considerem menys important.

6.2 Biaxial

De les simulacions biaxials podem afirmar que hem estat capaços de reproduir la superfície de falla desitjada. Per mitjà de la intersecció de la superfície de falla amb els eixos hem aconseguit validar el model uniaxial, ja que els resultats presentaven errors inferiors al 2%. Tanmateix, comparant la superfície de falla amb el model analític, hem detectat una mancança important en relació al criteri de falla a compressió-compressió. Aquest fet ha estat reconegut pels propis creadors del programa i estan desenvolupant nous models que encara no estan disponibles. Això, però, no ens ha impedit determinar que es guarda una simetria entre els casos de biaxial inferior i biaxial superior, cosa que vol dir que les condicions de contorn són les adequades i que és indistint si en una cara o bé traccionem o comprimim, o bé apliquem una restricció de moviment en la mateixa direcció.

També és important fer notar que, malgrat la ruptura a compressió no estigui del tot ben modelada, hem pogut corroborar que el formigó treballant sota un estat de tensions biaxial pot suportar més càrrega que en el cas uniaxial, cosa que no passa a tracció.

6.3 Provetes a compressió

Podem concloure que el programa reproduceix correctament les no linealitats, tant del formigó com de l'acer. A més, podem afirmar que la modelització numèrica amb formigó ATENA reproduceix fidedignament les expressions analítiques pel comportament de formigó recollides a la Instrucció EHE quan treballa amb acers a la zona no lineal, mentre que presenta algunes diferències significatives d'aproximadament el 15% quan ho fa a la zona lineal. La diferència confirma el model teòric, del qual se'n pot extreure que el formigó no lineal (FNL) és més conservador i, per tant, aguantarà menys càrrega que el formigó ATENA (FA), tot i que aquesta diferència només es posi de manifest en la seva interacció amb acer lineal. De l'estudi de la influència de la resistència a compressió del formigó en la bondat de

les simulacions numèriques d'ATENA, podem confirmar que els resultats numèrics del programa comparen bé amb les expressions analítiques àmpliament acceptades. L'error que es comet en tots els casos és inferior al 0,5%, és a dir, ens permet validar el correcte funcionament del programa ATENA 3D a compressió, tant si modelitzem manualment el comportament no lineal del formigó com si executem les no linealitats dels materials que el programa ja porta per defecte.

6.4 Efecte tenso-rigidesa (*Tension stiffening effect*)

Per tal d'avaluar correctament la validesa dels resultats obtinguts amb els tirants hem de diferenciar entre les simulacions 2D i les 3D. Les primeres presenten uns resultats molt iguals amb els diferents models, sobretot en quant a la resposta a la zona d'estabilització d'esquerdes. A més, la càrrega de fissuració s'assoleix correctament en tots els casos -sempre amb una certa variabilitat-, però en cap cas superior al 15% en les simulacions de 100 *steps* i al 10% en les simulacions de 150 *steps*. També s'ha comprovat que el 2D FCM presenta un error relatiu inferior al RCM, independentment del nombre d'esglaons. Amb tot, podem afirmar que s'ha assolit una de les premisses necessàries per aconseguir validar el model: conèixer com introduir les dades i com extreure-les per a la correcta obtenció dels resultats.

Les simulacions 3D han resultat més complexes donat que els resultats obtinguts inicialment no eren tant fàcilment interpretables com en 2D. Hem après que la fissuració en 2D resulta ser més distribuïda al llarg de tot el tirant, de manera que el dany es troba menys localitzat. Com a conseqüència, els resultats obtinguts són menys propensos a estar afectats per processos locals de dany. Per contra, les simulacions 3D resulten tenir una fissuració més local, fet que ens ha distorsionat alguns resultats obtinguts a 0,4 m de la longitud del tirant. Aquest fet ha estat corregit amb unes noves simulacions al final del tirant, on prèviament hem determinat a quina altura s'havien de fer per tal que la concentració de tensions no afectés als valors obtinguts. Finalment, amb la col·locació dels punts de monitoratge de desplaçament a l'extrem del tirant i a la part superior s'han obtingut uns resultats molt satisfactoris de la resposta dels tirants a la zona d'estabilització d'esquerdes.

Per contra, els valors de la càrrega de fissuració obtinguts no han estat els esperats. Aquests han estat majoritàriament més baixos. Hi ha hagut un parell de resultats (16_110 i 16_170) molt diferents de la resta de casos, on el valor de la càrrega de fissuració que s'ha obtingut en alguna de les simulacions ha estat inferior a l'1%. Per contra, la resta de casos no han donat un valor de càrrega de fissuració acceptable, fins i tot canviant el valor de la resistència a tracció, per una resistència a tracció proporcional que permetés arribar-hi. Davant d'aquest fet, hem de concloure que la modelització de la càrrega de fissuració per part d'ATENA 3D és deficient, ja que no es correspon amb els valors analítics. Hem interaccionat amb els desenvolupadors d'ATENA 3D però de moment, i degut al Coronavirus, no s'ha

pogut acabar de resoldre aquesta problemàtica. Deixarem, doncs, aquest tema obert com a objecte de futures investigacions.

Per tant, hem après la manera correcta d'obtenir els resultats per tal que les simulacions realitzades segueixin la resposta del tirant experimental a la zona d'estabilització d'esquerdas i, alhora, hem detectat una mancança del programa en quant al valor de la càrrega de fissuració.

6.5 Bigues a flexió

Respecte el comportament del formigó no lineal (FNL) i el formigó ATENA (FA) a flexió hem constatat que les diferències són pràcticament inexistents tant si treballen amb acer lineal com amb acer no lineal, a diferència de les provetes a compressió. També podem concloure que la càrrega de fissuració i la càrrega de fluència coincideixen amb força precisió en les diferents simulacions 3D.

No obstant, comparant els resultats simulats amb els analítics hem detectat que la càrrega de fissuració no és adequada en els models realitzats en 3D, cosa que ja passava amb els resultats de les simulacions de l'efecte tenso-rigidesa. Els models 2D realitzats (mitja biga i biga completa) segueixen amb la mateixa discrepància, fet que ens permet afirmar que aquesta mancança en la modelització és intrínseca al model del formigó i no pas a les condicions de contorn, càrrega o extracció dels resultats. Alhora, els models 2D han revelat que les simulacions fetes perden exactitud en la determinació de la càrrega de fluència, en comparació amb les simulacions 3D.

En resum, de nou s'haurà d'investigar més en la determinació de la càrrega de fissuració en possibles futurs estudis per tal de veure perquè els resultats simulats donen uns resultats gairebé el doble dels esperats.

6.6 Conclusions generals

Pel correcte desenvolupament del present estudi ha estat necessari la familiarització amb el programa ATENA com a pas previ per analitzar els diferents elements de formigó armat i així poder determinar la idoneïtat del programa. Creiem que aquest pas previ ha estat assolit correctament. De forma resumida ho hem volgut deixar palès en les dues guies tècniques (Annex C i D).

En general, aquest estudi ens ha permès aprofundir de manera progressiva en el comportament del formigó armat, vist sota la perspectiva de la compressió, la tracció i la flexió, els tres grans estats de càrrega que està sotmès el formigó. Si bé és veritat que hi ha resultats que no s'han ajustat als esperats, no és menys veritat que en tot moment s'ha

intentat donar una possible resposta o, com a mínim, acotar les possibles fonts d'error per tal de solucionar les discrepàncies que s'han anat presentant.

Dels resultats obtinguts en aquest treball confirmem que el programa ATENA és un programa a considerar en un futur per a la simulació d'estructures de formigó armat, ja que ofereix una alta adaptabilitat de les característiques dels materials per part de l'usuari i presenta uns resultats que, en la majoria de les vegades, reproduïx fidelment els comportaments experimentals i/o analítics. Tot i això, els resultats numèrics també ens mostren que cal aprofundir més en l'ús d'aquest programa per tal de garantir una correcta modelització numèrica d'estructures de formigó armat.

Signat

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Aniol GF.', written over a horizontal line.

Aniol Castany Feixas

Girona, 10 de juny de 2020

7 BIBLIOGRAFIA

- [1] *Instrucción de Hormigón Estructural (EHE-08)*. España, 2010, p. 702.
- [2] “Eurocode 2 : Design of concrete structures. Part 1: General Rules and Rules for Buildings, DD ENV 1992-1-1:1992. CEN (Comité Européen de Normalisation),” p. 176, 1992.
- [3] V. Cervenka, L. Jedele, and J. Červenka, “ATENA Program Documentation. Part 1. Theory,” p. 324, 2018.
- [4] J. M. Fornons, *El Método de los Elementos Finitos*. 1982.
- [5] M. B. Muñoz, *Study of bond behaviour between FRP reinforcement and concrete*. 2011.
- [6] H. B. Kupfer and K. H. Gerstle, “Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses.,” *ASCE J Eng Mech Div*, vol. 99, no. EM4. pp. 853–866, 1973.
- [7] J. Kim and C. H. Park, “An Experiment on Tension Stiffening Effects of High Strength Concrete,” pp. 115–123, 2017, doi: 10.17758/eirai.f0217315.
- [8] *CEB-FIP Model Code 2010, First complete draft – Volume 2, Fédération internationale du béton*. Switzerland, 2010.
- [9] P. Kabele, V. Cervenka, and J. Cervenka, “ATENA Program Documentation. Part 3-1. Example Manual ATENA Engineering,” p. 86, 2010.
- [10] *CEB-FIP Model Code 1990, Comité Euro-International Du Béton*,. Paris: Thomas Telford, 1991.
- [11] J. Červenka, “ATENA Program Documentation. Part 4-1. Tutorial for Program ATENA 2D,” p. 62, 2015.
- [12] D. Pryl and J. Červenka, “ATENA Program Documentation. Part 11. Troubleshooting Manual,” p. 61, 2017.

ANNEXOS

ANNEX A. Càlculs justificatius

A.1 Provetes a compressió²

Consideracions prèvies:

1. En tots els casos apliquem una càrrega total igual a $P_T = 255 \text{ KN} = 255.000 \text{ N}$.
2. Com que la longitud de la proveta a compressió és d'un metre, les deformacions es corresponen als desplaçaments ($\varepsilon = \delta$).
3. A més, també en tots els casos les deformacions del formigó i les de l'acer són les mateixes, ja que considerem que no hi ha lliscament entre els dos materials ($\varepsilon_c = \varepsilon_s$).

Primer de tot, calculem l'àrea de les barres d'acer.

$$A_s = 4 \cdot \frac{\pi(20)^2}{4} = 1.256,6 \text{ mm}^2$$

Per tant, l'àrea del formigó és de:

$$A_c = 100^2 - 4 \cdot \frac{\pi(20)^2}{4} = 10.000 - 1256,6 \text{ mm}^2 = 8.743,4 \text{ mm}^2$$

A.1.1 Formigó lineal i acer lineal

Característiques del formigó lineal

- $f_t = 2,317 \text{ MPa}$
- $f_c = -25,5 \text{ MPa}$
- $E_c = 30.320 \text{ MPa}$
- $\mu = 0,2$
- $A_c = 8.743,4 \text{ mm}^2$
- $\sigma_c = \varepsilon \cdot E_c$

Característiques de l'acer lineal

- $E_s = 200.000 \text{ MPa}$
- $A_s = 1.256,6 \text{ mm}^2$
- $\sigma_s = \varepsilon \cdot E_s$

$$P_T = P_c + P_s = \sigma_c \cdot A_c + \sigma_s \cdot A_s = \varepsilon \cdot E_c \cdot A_c + \varepsilon \cdot E_s \cdot A_s = \varepsilon \cdot (E_c \cdot A_c + E_s \cdot A_s)$$

$$P_T = \varepsilon \cdot (30.320 \cdot 8.743,4 + 200.000 \cdot 1.256,6) = 255.000$$

$$\varepsilon = 4,938 \cdot 10^{-4}$$

$$\sigma_c = \varepsilon \cdot E_c = 4,938 \cdot 10^{-4} \cdot 30.320 = 14,971 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \varepsilon \cdot E_s = 4,938 \cdot 10^{-4} \cdot 200.000 = 98,757 \text{ MPa}$$

² Els càlculs estan fets en valor positiu tot i que estiguem treballant a compressió. A l'apartat de resultats ja estan amb el signe negatiu.

A.1.2 Formigó no lineal i acer lineal

Característiques del formigó no lineal

- $f_t = 2,317 \text{ MPa}$
- $f_c = -25,5 \text{ MPa}$
- $E_c = 30.320 \text{ MPa}$
- $\mu = 0,2$
- $A_c = 8.743,4 \text{ mm}^2$
- $\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right]; f_{cd} = f_c$

Característiques de l'acer lineal

- $E_s = 200.000 \text{ MPa}$
- $A_s = 1.256,6 \text{ mm}^2$
- $\sigma_s = \varepsilon \cdot E_s$

$$P_T = P_c + P_s = \sigma_c \cdot A_c + \sigma_s \cdot A_s = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right] \cdot A_c + \varepsilon \cdot E_s \cdot A_s$$

$$P_T = 25,5 \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right] \cdot 8.743,4 + \varepsilon \cdot 200.000 \cdot 1.256,6 = 255.000$$

$$\varepsilon = 5,457 \cdot 10^{-4}$$

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right] = 25,5 \left[1 - \left(1 - \frac{5,457 \cdot 10^{-4}}{0,002} \right)^2 \right] = 12,018 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \varepsilon \cdot E_s = 5,457 \cdot 10^{-4} \cdot 200.000 = 109,148 \text{ MPa}$$

A.1.3 Formigó no lineal i acer no lineal

Característiques del formigó no lineal

- $f_t = 2,317 \text{ MPa}$
- $f_c = -25,5 \text{ MPa}$
- $E_c = 30.320 \text{ MPa}$
- $\mu = 0,2$
- $A_c = 8.743,4 \text{ mm}^2$
- $\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right]; f_{cd} = f_c$

Característiques de l'acer no lineal

- $E_s = 200.000 \text{ MPa}$
- $A_s = 1.256,6 \text{ mm}^2$
- $\sigma_y = 90 \text{ MPa}$
- $\sigma_s = \varepsilon \cdot E_s \quad \text{si } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_y$
- $\sigma_s = \sigma_y \quad \text{si } \varepsilon_y \leq \varepsilon \leq \infty$

$$P_T = P_c + P_s = \sigma_c \cdot A_c + \sigma_s \cdot A_s = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right] \cdot A_c + \sigma_y \cdot A_s$$

$$P_T = 25,5 \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right] \cdot 8743,4 + 90 \cdot 1.256,6 = 255.000$$

$$\varepsilon = 7,941 \cdot 10^{-4}$$

Comprovem que estigui per sobre de la deformació de fluència.

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} = \frac{90}{200.000} = 4,5 \cdot 10^{-4}$$

Com que $\varepsilon_y \leq \varepsilon \leq \infty$, llavors,

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right] = 25,5 \left[1 - \left(1 - \frac{7,941 \cdot 10^{-4}}{0,002} \right)^2 \right] = 16,230 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \sigma_y = 90 \text{ MPa}$$

A.1.4 Formigó ATENA i acer lineal

Característiques del formigó ATENA³

- $f_t = 2,317 \text{ MPa}$
- $f_c = -25,5 \text{ MPa} = f_c'^{ef}$
- $E_{c0} = 30.320 \text{ MPa}$
- $\mu = 0,2$
- $A_c = 8.743,4 \text{ mm}^2$
- $\sigma_c^{ef} = f_c'^{ef} \frac{kx-x^2}{1+(k-2)x}$
- $x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}$
- $k = \frac{E_{c0}}{E_{cc}}$

Característiques de l'acer lineal

- $E_s = 200.000 \text{ MPa}$
- $A_s = 1.256,6 \text{ mm}^2$
- $\sigma_s = \varepsilon \cdot E_s$

Com que $\varepsilon_c = \varepsilon_{plàstica} + \varepsilon_{elàstica}$

$$\varepsilon_{plàstica} = 8,411 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{elàstica} = \frac{f_c}{E_{c0}} = \frac{25,5}{30.320} = 8,411 \cdot 10^{-4}$$

³ Quan parlem del mòdul elàstic del formigó en qualsevol instant, la notació és E_c , però quan distingim entre el mòdul elàstic en l'instant inicial i el mòdul elàstic secant, fem servir la notació E_{c0} i E_{cc} , respectivament.

$$\varepsilon_c = 2 (8,411 \cdot 10^{-4}) = 1,682 \cdot 10^{-3}$$

$$E_c = \frac{f_c'^{ef}}{\varepsilon_c} = \frac{25,5}{1,682 \cdot 10^{-3}} = 153.159,36$$

$$k = \frac{E_{c0}}{E_{cc}} = \frac{30.320}{15.159,36} = 2,00$$

$$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} = \frac{\varepsilon}{1,682 \cdot 10^{-3}}$$

Tenint en compte que $k=2$, l'expressió de la tensió del formigó es pot simplificar.

$$P_T = P_c + P_s = \sigma_c \cdot A_c + \sigma_s \cdot A_s = \left[f_c'^{ef} \left[2 \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^2 \right] \right] \cdot A_c + \varepsilon \cdot E_s \cdot A_s$$

$$P_T = \left[25,5 \left[2 \cdot \frac{\varepsilon}{1,682 \cdot 10^{-3}} - \left(\frac{\varepsilon}{1,682 \cdot 10^{-3}} \right)^2 \right] \right] \cdot 8.743,4 + \varepsilon \cdot 200.000 \cdot 1.256,6 = 255.000$$

$$\varepsilon = 5,379 \cdot 10^{-4}$$

$$\sigma_c = f_c'^{ef} \left[2 \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^2 \right] = 25,5 \left[2 \cdot \frac{5,3793 \cdot 10^{-4}}{1,682 \cdot 10^{-3}} - \left(\frac{5,3793 \cdot 10^{-4}}{1,682 \cdot 10^{-3}} \right)^2 \right] = 13,702 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \varepsilon \cdot E_s = 5,3793 \cdot 10^{-4} \cdot 200.000 = 107,586 \text{ MPa}$$

A.1.5 Formigó ATENA i acer no lineal

Característiques del formigó ATENA

- $f_t = 2,317 \text{ MPa}$
- $f_c = -25,5 \text{ MPa} = f_c'^{ef}$
- $E_{c0} = 30.320 \text{ MPa}$
- $\mu = 0,2$
- $A_c = 8.743,4 \text{ mm}^2$
- $\sigma_c^{ef} = f_c'^{ef} \frac{kx-x^2}{1+(k-2)x}$
- $x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}$
- $k = \frac{E_{c0}}{E_{cc}}$

Característiques de l'acer no lineal

- $E_s = 200.000 \text{ MPa}$
- $A_s = 1.256,6 \text{ mm}^2$
- $\sigma_y = 90 \text{ MPa}$
- $\sigma_s = \varepsilon \cdot E_s \quad \text{si } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_y$
- $\sigma_s = \sigma_y \quad \text{si } \varepsilon_y \leq \varepsilon \leq \infty$

$$P_T = P_c + P_s = \sigma_c \cdot A_c + \sigma_s \cdot A_s = \left[f_c'^{ef} \left[2 \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^2 \right] \right] \cdot A_c + \sigma_y \cdot A_s$$

$$P_T = \left[25,5 \left[2 \cdot \frac{\varepsilon}{1,682 \cdot 10^{-3}} - \left(\frac{\varepsilon}{1,682 \cdot 10^{-3}} \right)^2 \right] \right] \cdot 8.743,4 + 90 \cdot 1.256,6 = 255.000$$

$$\varepsilon = 6,679 \cdot 10^{-4}$$

Comprovem que estigui per sobre de la deformació de fluència.

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} = \frac{90}{200.000} = 4,5 \cdot 10^{-4}$$

Com que $\varepsilon_y \leq \varepsilon \leq \infty$, llavors,

$$\sigma_c = f_c'^{ef} \left[2 \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^2 \right] = 25,5 \left[2 \cdot \frac{6,679 \cdot 10^{-4}}{1,682 \cdot 10^{-3}} - \left(\frac{6,679 \cdot 10^{-4}}{1,682 \cdot 10^{-3}} \right)^2 \right] = 16,23 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \sigma_y = 90 \text{ MPa}$$

A.1.6 Formigó no lineal i acer lineal ($f_{cd} = 30 \text{ MPa}$)

Característiques del formigó no lineal. Per calcular el mòdul elàstic farem servir la fórmula del Model Code 90 (MC 90) [10].

- $f_t = 2,317 \text{ MPa}$
- $f_c = f_{ck} + \Delta f = -30 \text{ MPa} = f_c'^{ef}$
- $f_{ck} = 22 \text{ MPa}$
- $\Delta f = 8 \text{ MPa}$
- $E_{c0} = 2,15 \cdot 10^4 \text{ MPa}$
- $f_{cmo} = 10 \text{ MPa}$
- $E_c = E_{c0} \left(\frac{f_{ck} + \Delta f}{f_{cmo}} \right)^{1/3} = 2,15 \cdot 10^4 \left(\frac{30}{10} \right)^{1/3} = 31.008 \text{ MPa}$
- $\mu = 0,2$
- $A_c = 8.743,4 \text{ mm}^2$
- $\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right]; f_{cd} = f_c$

Característiques de l'acer lineal

- $E_s = 200.000 \text{ MPa}$
- $A_s = 1.256,6 \text{ mm}^2$
- $\sigma_s = \varepsilon \cdot E_s$

$$P_T = P_c + P_s = \sigma_c \cdot A_c + \sigma_s \cdot A_s = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right] \cdot A_c + \varepsilon \cdot E_s \cdot A_s$$

$$P_T = 30 \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right] \cdot 8.743,4 + \varepsilon \cdot 200.000 \cdot 1.256,6 = 255.000$$

$$\varepsilon = 5,327 \cdot 10^{-4}$$

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{0,002} \right)^2 \right] = 30 \left[1 - \left(1 - \frac{5,327 \cdot 10^{-4}}{0,002} \right)^2 \right] = 13,85 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \varepsilon \cdot E_s = 5,327 \cdot 10^{-4} \cdot 200.000 = 106,540 \text{ MPa}$$

A.1.7 Formigó ATENA i acer no lineal ($f_{cd} = 30 \text{ MPa}$)

Característiques del formigó ATENA. Per calcular el mòdul elàstic farem servir la fórmula del Model Code 90 (MC 90) [10].

- $f_t = 2,317 \text{ MPa}$
- $f_c = f_{ck} + \Delta f = -30 \text{ MPa} = f_c'^{ef}$
- $f_{ck} = 22 \text{ MPa}$
- $\Delta f = 8 \text{ MPa}$
- $E_{c0} = 2,15 \cdot 10^4 \text{ MPa}$
- $f_{cmo} = 10 \text{ MPa}$
- $E_c = E_{c0} \left(\frac{f_{ck} + \Delta f}{f_{cmo}} \right)^{1/3} = 2,15 \cdot 10^4 \left(\frac{30}{10} \right)^{1/3} = 31.008 \text{ MPa}$
- $E_{c0} = 31.008 \text{ MPa}$
- $\mu = 0,2$
- $A_c = 8.743,4 \text{ mm}^2$
- $\sigma_c^{ef} = f_c'^{ef} \frac{kx - x^2}{1 + (k-2)x}$
- $x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}$
- $k = \frac{E_{c0}}{E_{cc}}$

Característiques de l'acer no lineal

- $E_s = 200.000 \text{ MPa}$
- $A_s = 1.256,6 \text{ mm}^2$
- $\sigma_y = 90 \text{ MPa}$
- $\sigma_s = \varepsilon \cdot E_s \quad \text{si } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_y$
- $\sigma_s = \sigma_y \quad \text{si } \varepsilon_y \leq \varepsilon \leq \infty$

Com que $\varepsilon_c = \varepsilon_{plàstica} + \varepsilon_{elàstica}$

$$\varepsilon_{plàstica} = 8,411 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{elàstica} = \frac{f_c}{E_{c0}} = \frac{30}{31.008} = 9,6749 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_c = 8,411 \cdot 10^{-4} + 9,6749 \cdot 10^{-4} = 1,80859 \cdot 10^{-3}$$

$$E_{cc} = \frac{f_c'^{ef}}{\varepsilon_c} = \frac{30}{1,80859 \cdot 10^{-3}} = 16587,48$$

$$k = \frac{E_{c0}}{E_{cc}} = \frac{31.008}{16587,48} = 1,869$$

$$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} = \frac{\varepsilon}{1,80859 \cdot 10^{-3}}$$

Com que en aquest cas $k \neq 2$, no podem fer la simplificació que hem fet en el cas 5. Hem de posar la fórmula completa de l'EC2.

$$P_T = P_c + P_s = \sigma_c \cdot A_c + \sigma_s \cdot A_s = \left[f_c'^{ef} \left[\frac{kx - x^2}{1 + (k - 2)x} \right] \right] \cdot A_c + \sigma_y \cdot A_s$$

$$P_T = \left[30 \left[\frac{1,869 \cdot \left(\frac{\varepsilon}{1,809 \cdot 10^{-3}} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{1,809 \cdot 10^{-3}} \right)^2}{1 + (1,869 - 2) \cdot \left(\frac{\varepsilon}{1,809 \cdot 10^{-3}} \right)} \right] \right] \cdot 8.743,4 + 90 \cdot 1.256,6 = 255.000$$

$$\varepsilon = 6,108 \cdot 10^{-4}$$

Comprovem que estigui per sobre de la deformació de fluència.

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} = \frac{90}{200.000} = 4,5 \cdot 10^{-4}$$

Com que $\varepsilon_y \leq \varepsilon \leq \infty$, llavors,

$$\sigma_c = f_c'^{ef} \left[\frac{kx - x^2}{1 + (k - 2)x} \right] = 30 \left[\frac{1,869 \cdot \left(\frac{\varepsilon}{1,809 \cdot 10^{-3}} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{1,809 \cdot 10^{-3}} \right)^2}{1 + (1,869 - 2) \cdot \left(\frac{\varepsilon}{1,809 \cdot 10^{-3}} \right)} \right] = 16,23 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s = \sigma_y = 90 \text{ MPa}$$

A.2 Efecte tenso-rigidesa (tension stiffening effect)

Considerant les propietats dels materials de la taula Taula 9 i la Taula 10 de l'apartat 5.3.1 Simulació d'un tirant de referència, els resultats analítics que obtenim, aplicant les fórmules pertinents són els que es presenten a continuació.

En primer lloc, calculem la càrrega de fissura i la seva respectiva deformació:

$$P_{cr} = (np + 1) \cdot f_{ct} \cdot A_c$$

$$P_{cr} = \left(\frac{210.000}{29.000} \cdot \frac{\pi \cdot 6^2}{80^2 - \pi \cdot 6^2} + 1 \right) \cdot 3,1 \cdot (80^2 - \pi \cdot 6^2)$$

$$P_{cr} = 22.028 \text{ N} = 22,03 \text{ KN}$$

$$\varepsilon_{cr} = \frac{22.028}{\left(\frac{210.000}{29.000} \cdot \frac{\pi \cdot 6^2}{80^2 - \pi \cdot 6^2} + 1 \right) \cdot 29.000 \cdot (80^2 - \pi \cdot 6^2)} = 1,069 \cdot 10^{-4}$$

Si el punt de monitoratge està a 0,250 m de la secció que li hem restringit el moviment axial, el desplaçament que obtenim és:

$$\delta_{cr} = \varepsilon_{cr} \cdot L = 1,069 \cdot 10^{-4} \cdot 0,25 = 2,6725 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 2,6725 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$$

També podem calcular a quina càrrega l'acer comença a plastificar, la seva deformació i el desplaçament corresponent a un punt que està a 0,25 m de la secció fixa.

$$P_y = \sigma_y \cdot A_R = 460 \cdot (\pi \cdot 6^2) = 52.024 \text{ N} = 52,02 \text{ KN}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_R} = \frac{460}{210.000} = 2,19 \cdot 10^{-3}$$

$$\delta_y = \frac{P_y \cdot L}{E_R \cdot A_R} = \frac{52.024 \cdot 0,25}{210.000 \cdot (\pi \cdot 6^2)} = 5,476 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,5476 \text{ mm}$$

De manera semblant podem fer pels diferents casos experimentals, per tal d'obtenir la càrrega de fissuració. Si desenvolupem les equacions per cas A, el 16_110, obtenim:

$$n = \frac{E_R}{E_C} = \frac{38.756,64}{33.275} = 1,165$$

Per saber l'àrea del formigó, primer obtenim l'àrea del reforç i la del formigó juntes i llavors, li restem la del reforç.

$$A_C + A_R = (110)^2 = 12.100 \text{ mm}^2$$

$$A_R = \pi \cdot \left(\frac{16,11}{2}\right)^2 = 203,84 \text{ mm}^2$$

$$A_C = 12.100 - 203,84 = 11.896,16 \text{ mm}^2$$

$$\rho = \frac{A_R}{A_C} = \frac{203,84}{11.896,16} = 0,01735$$

Per tant, aplicant la fórmula adequada, obtenim la càrrega de fissuració:

$$P_{cr} = (n\rho + 1) \cdot f_{ct} \cdot A_C = (1,165 \cdot 0,01735 + 1) \cdot 2,34 \cdot 11.896,16 = 28.393 \text{ N}$$

I la deformació associada, amb el corresponent desplaçament.

$$\varepsilon_{cr} = \frac{P_{cr}}{(n\rho + 1) \cdot E_C A_C} = \frac{28.393}{(1,165 \cdot 0,01735 + 1) \cdot 33.275 \cdot 11.896,16} = 7,03 \cdot 10^{-5}$$

$$\delta_{cr} = \varepsilon_{cr} \cdot L = 7,03 \cdot 10^{-5} \cdot 0,6 = 4,22 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 4,22 \cdot 10^{-2} \text{ mm}$$

De manera anàloga podem fer els càlculs pels altres casos B, C, D i G. Els resultats es mostren a la Taula 18.

Cas	Resultats analítics						
	Ac + Ar exp (mm ²)	Ar exp (mm ²)	ρ exp (-)	n exp (-)	Pcr (N)	ε (-)	Desplaçament (mm)
A	12.100	203,84	0,0171	1,1647	28.393	7,03E-05	4,22E-02
B	28.900	148,06	0,0051	1,3699	50.671	6,41E-05	3,84E-02
C	28.900	203,84	0,00710	1,4189	40.290	5,09E-05	3,05E-02
D	28.900	223,79	0,0078	1,2121	74.684	7,48E-05	4,49E-02
G	28.900	287,72	0,0101	1,2200	60.823	6,31E-05	3,79E-02

Taula 18. Resultats analítics dels casos A, B, C, D i G.

ANNEX B. Valoració econòmica

La valoració econòmica la dividim en cinc partides, que corresponen a les diferents tasques desenvolupades al llarg de l'estudi.

Partida	Descripció	Cost unitari	Quantitat	Rend./Amor.	Cost total
1	Amortització de hardware	1400 €/unitat	1	8/36	311,11 €
2	Amortització de software				
	Llicència Atena 3D	1200 €/unitat	1	8/36	266,67 €
3	Aprenentatge Atena 3D	0 €/hora	150		0,00 €
4	Modelització i anàlisi	25 €/hora	125		3.125,00 €
5	Redacció de l'estudi	15 €/hora	65		975,00 €
	Subtotal				4.677,78 €
	15% Costos indirectes				701,67 €
					5.379,44 €
	9% Benefici				484,15 €
					5.863,59 €
	16% IVA				938,18 €
	TOTAL				6.801,77 €

La realització del present projecte té un cost de SIS MIL VUIT-CENTS UN EUROS AMB SETANTA-SET CÈNTIMS (6.801,77€).

ANNEX C. Guia tècnica del programa ATENA 2D

En aquest annex descrivim el procediment emprat per tal de modelitzar un tirant de formigó armat amb una barra d'acer al mig, com el que hem presentat en aquest treball com a tirant de referència. L'objectiu d'aquest annex és doble. En primer lloc, volem conèixer com entrar les dades al programa per a la modelització del tirant, l'execució de l'anàlisi en elements finits i el posterior post-processat per tal d'extreure'n tota la informació necessària. I, en segon lloc, vol servir de punt de partida per a futurs projectes que es desenvolupin en ATENA 2D.

C.1 Introducció

Les característiques geomètriques del tirant que modelitzem es poden consultar a l'apartat 5.3.1 Simulació d'elements de formigó armat a tracció pura. Per tal de disminuir el temps de càlcul computacional, reduïrem a la meitat la biga i només simularem la part de la dreta. Aplicarem les condicions de simetria necessàries per compensar l'altre meitat.

C.2 Iniciar el programa

Per iniciar el programa necessitem disposar d'una llicència ja que aquest software no és gratuït. Si no disposem de llicència, només podrem executar anàlisis amb un cert nombre limitat de nodes, en canvi, si tenim la llicència, el nombre és il·limitat (dins de les restriccions de càlcul que pot oferir el programa). Aquesta llicència pot anar en forma de pen-drive, que s'ha de connectar a l'ordinador que s'estigui usant. Un cop ja hem introduït el pen-drive i hem instal·lat al programa, anem a la carpeta corresponent i obrim el programa ATENA2D. Nosaltres utilitzem la versió ATENA 2D v5.

C.3 Pre-procés

C.3.1 Introducció

A continuació expliquem els passos necessaris per definir el model geomètric i d'elements finits per el seu corresponent anàlisi en ATENA 2D. La interfície gràfica característica d'aquest primer pas correspon a la de la Figura 35.

Podem diferenciar 4 grans espais de treball.

1. En primer lloc, a dalt de tot, tenim la barra d'eines, que conté en sí 4 subapartats més:
 - La barra d'eines del fitxer: obrir nou fitxer, obrir un fitxer ja creat, guardar-lo, sortida de text i sortida gràfica.
 - La de solució: generar el mallat, executar-lo, anar al pre-procés i al post-procés
 - La de zoom i vistes: diverses configuracions de zoom
 - La de seleccionar: per seleccionar punts, línies, macroelements... de diferents maneres.

2. En segon lloc, a l'esquerra, tenim l'arbre de navegació que ens serveix per anar seguint tot el procés i accedir a algunes operacions de manera més ràpida i directe
3. En tercer lloc, al centre, tenim la pantalla on apareixen els elements creats.
4. I finalment, en quart lloc, tenim a la part inferior un requadre que permet visualitzar i editar les característiques i paràmetres de l'operació que estiguem utilitzant.

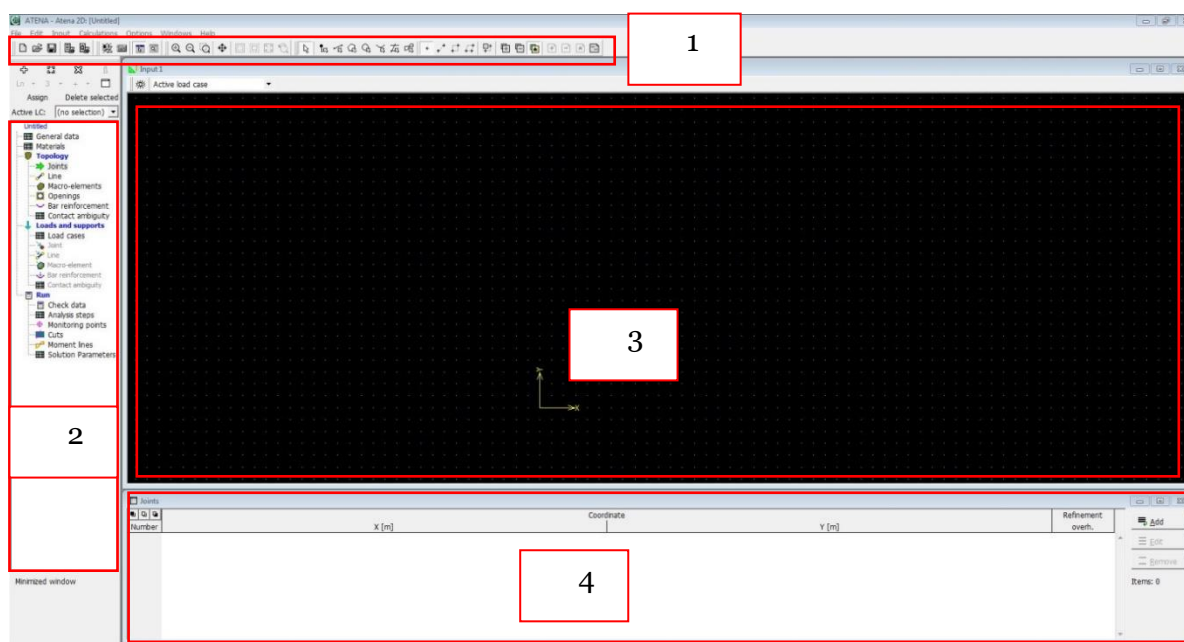


Figura 35. Interfície gràfica del pre-procés.

C.3.2 Materials

Per modelitzar el tirant necessitem 2 materials diferents. Un corresponent al formigó i l'altre a la barra de reforç de l'acer. Anem a l'arbre de navegació, a *Materials* i, al requadre inferior, seleccionem *Add*. Ens apareixerà al centre de la pantalla una imatge com la de la Figura 36.

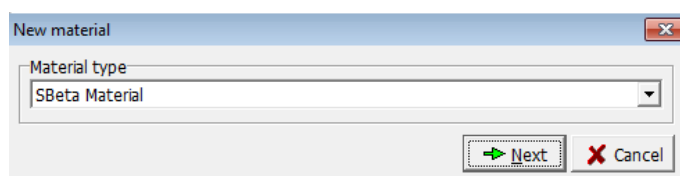


Figura 36. Selecció del material que volem.

Pel primer material, deixem la opció que surt per defecte i seleccionem *Next*. A continuació ens apareixerà una pantalla que serveix per generar les característiques del formigó automàticament a partir de la resistència a compressió. Podem posar la resistència del formigó a compressió que ens interessi o passar a la següent pantalla clicant *Next*, on podem definir totes les característiques del material seleccionat. La Figura 37 ens permet veure que

estan agrupades en *Basic*, *Tensile*, *Compressive*, *Shear* i *Miscellaneous* (bàsiques, tracció, compressió, tallant i altres).

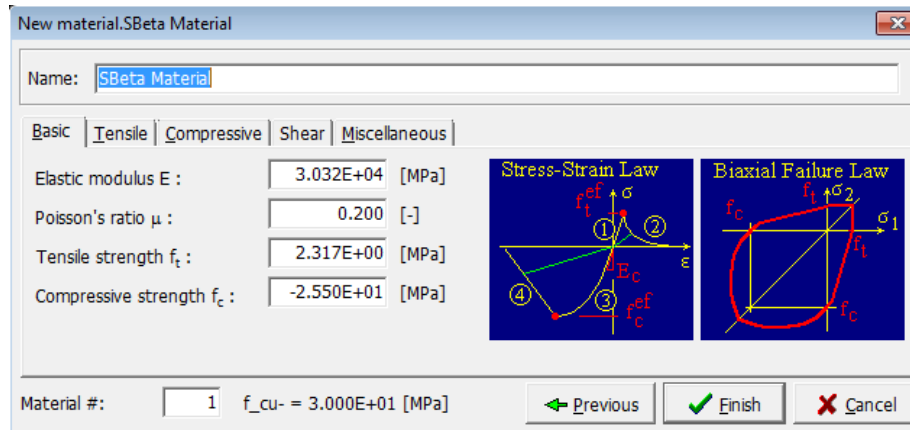


Figura 37. Introducció de les característiques del material *SBeta*.

Una vegada hem acabat de definir-ho tot, cliquem al botó *Finish*.

Repetim el procediment per definir l'acer de la barra de reforç. A la Figura 38, enlloc de seleccionar *SBeta Material*, seleccionem *Reinforcement*. Cliquem *Next* i passem a la pantalla de la Figura 38, on seleccionem el tipus *Bilinear*.

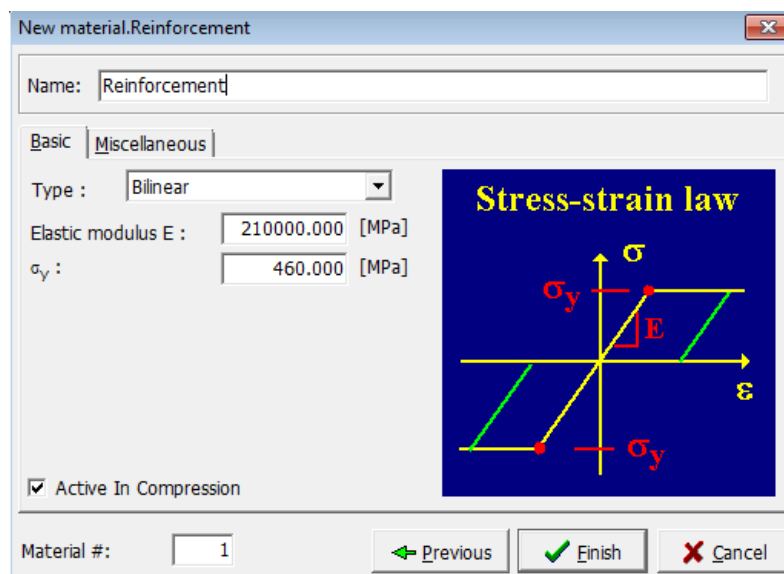


Figura 38. Introducció de les característiques de l'acer.

Una vegada completades les característiques, cliquem *Finish*.

C.3.3 Punts

Anem a l'arbre de navegació i a *Topology* seleccionem *Joint*. Al panell inferior ja ens apareix el requadre encapçalat amb el nom de *Joint*. A la dreta de tot, seleccionem *Add*. A

continuació se'ns obria una finestra on hi podem introduir les coordenades (x i y) dels punts que desitgem, tal com es veu a la Figura 39. Cliquem *Add* després de cada operació.

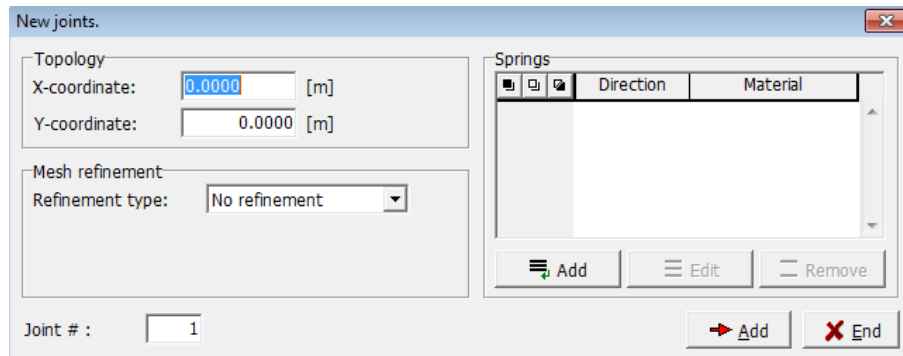


Figura 39. Introducció dels punts.

És important fer notar que a la part de la dreta hem de crear un punt addicional (punt 3) a mitja altura, tal com veiem a la Figura 40, ja que és per on s'aplicarà la força (necessitem un *Joint* per poder aplicar-hi la força, no pot anar una força lliure).

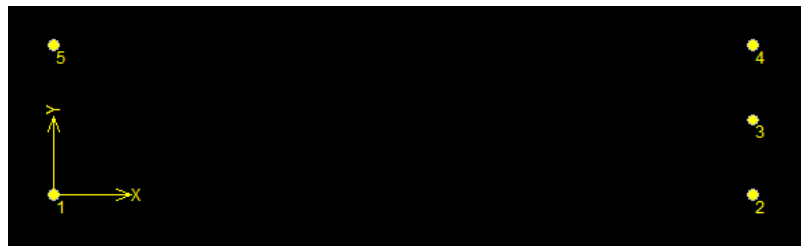


Figura 40. Visualització dels 5 punts que formen el *macroelement* 1.

C.3.4 Línies

Repetim un procediment semblant per a les línies. Anem al panell de navegació, cliquem *Line*, *Add* i introduïm els punts d'origen i final per a cada línia (Figura 41).

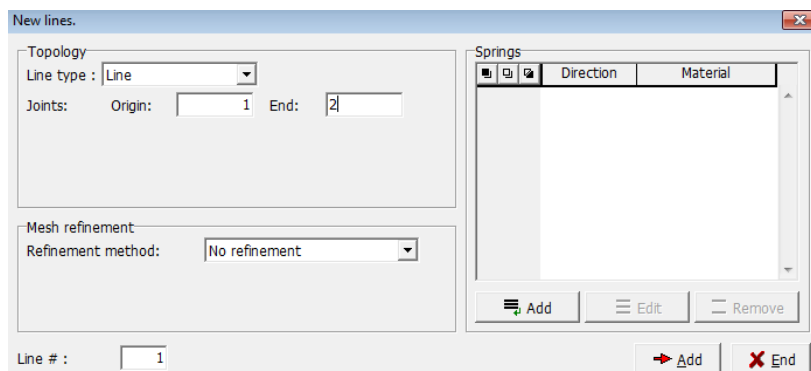


Figura 41. Introducció de les línies.

C.3.5 Macroelements

Anem a *Macroelements*, cliquem *Add* i, tal com ens demana a la Figura 42, li introduïm quins segments formen part del *macroelement*. A més, aquí també hem de determinar el tipus i la mida del mallat, ja que aquest es genera després automàticament. Per últim, li introduïm el tipus de material i el gruix que tindrà el tirant.

Macro-element #1.

Topology
Boundary list: 1-5

FE mesh
Mesh type: Quadrilaterals
Element size: 0.0050 [m]
☒ Smooth element shapes

Properties
Material: SBeta Material
Thickness: 0.0800 [m]
Quadrilateral elements: CCQ10SBeta
☒ Geometrically nonlinear

Layers of smeared reinforcement

Layer	Material of reinf. layer


No. of smeared reinf. layers should be entered within general data.

Macro-element #: 1

OK Cancel

Figura 42. Característiques del *macroelement* i del mallat.

C.3.6 Generació del mallat

Per fer aquesta operació només hem de clicar el botó  de la barra d'eines superior. El mallat veurem que es genera automàticament.

C.3.7 Barra de reforç

Anem al panell de navegació, a *Bar Reinforcement* i cliquem *Add*. S'obre una finestra i a la pestanya que posa *Topology*, cliquem *Add* per afegir els dos punts que configuren el principi i el final de cada barra (Figura 43 (a)).

New reinforcement bars.

Reinforcement: Normal

Topology Properties

Segment type: Polyline of straight segments

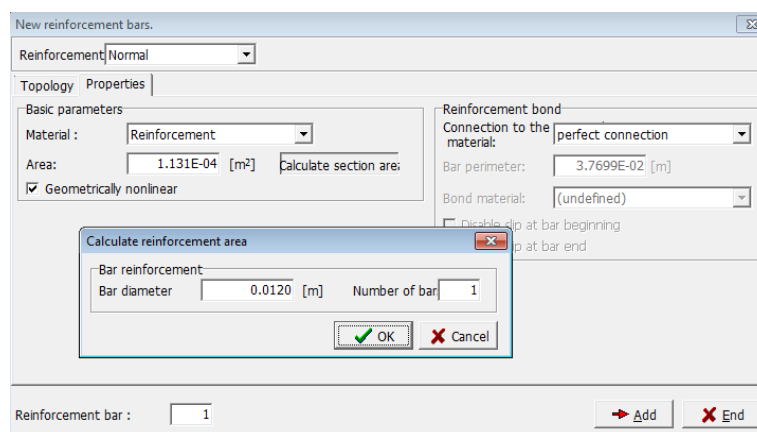
Seg.#	Segment type	Point		Center		Radius Rs [m]	Dir.
		X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]		
1	Origin	0.0000	0.0400				
2	Line	0.3750	0.0400				

Items: 2

Reinforcement bar #: 1

Add End

(a)



(b)

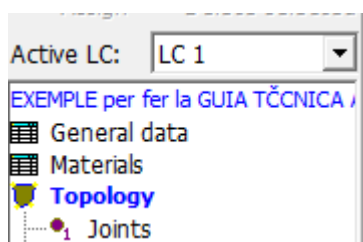
Figura 43. Introducció barra de reforç. (a) Punts i (b) material i diàmetre

Si anem a la pestanya de *Properties*, ens permet introduir-li el tipus de material, que és *Reinforcement*, i el diàmetre de la barra a partir del qual ens calcula automàticament l'àrea (Figura 43 (b)).


C.3.8 Suports i accions

Per introduir les condicions de contorn necessàries, tenint en compte que estem fent la meitat de la biga i per aplicar les càrregues hem d'anar al panell de navegació, a la secció *Loads and suports*, i seleccionar *Load Cases*. El programa tracta per igual els suports i les accions aplicades, per tant, afegirem dos casos, el primer per a les càrregues i el segon per a les accions. Si cliquem *Add*, podem modificar el nom a *LC name* i el tipus de cas a *LC Code*. El primer l'anomenarem "Suports", amb el *LC Code* de *Supports* i el segon, "Accions", amb el *LC Code* de *Forces*. Una vegada creats, ens han d'aparèixer al requadre inferior.

També hem de comprovar que apareixen sobre el panell de navegació. Seleccionem el primer (Figura 44).


Figura 44. Activació del *Load Case 1*

Ara anem a crear les restriccions de moviment, concretament, a restringir el moviment horitzontal (en x) per la part de l'esquerra de la biga. Anem al panell de navegació, després a *Load Cases* i a *Line*. Ens apareix un missatge al requadre inferior que ens diu que no hi ha cap línia seleccionada. Per seleccionar una línia, hem de tenir activada la opció de seleccionar

línies . Anem a la barra d'eines i elegim la que permet seleccionar línies. Si no ens deixa, vol dir que tenim activada alguna altra eina de zoom de la barra d'eines. Primer l'hem de desseleccionar i llavors ja ens deixarà. A continuació, seleccionem la línia en qüestió, que ha de posar-se de color verd. Al quadre de diàleg inferior cliquem *Replace* i en el nou quadre de diàleg que se'ns obre, li restringim el moviment en x (*Fixed*). A la Figura 45 podem veure l'aspecte visual de l'últim quadre de diàleg. Si ho hem fet bé, ens haurien d'aparèixer unes línies curtes a la línia on hem aplicat la restricció de moviment.

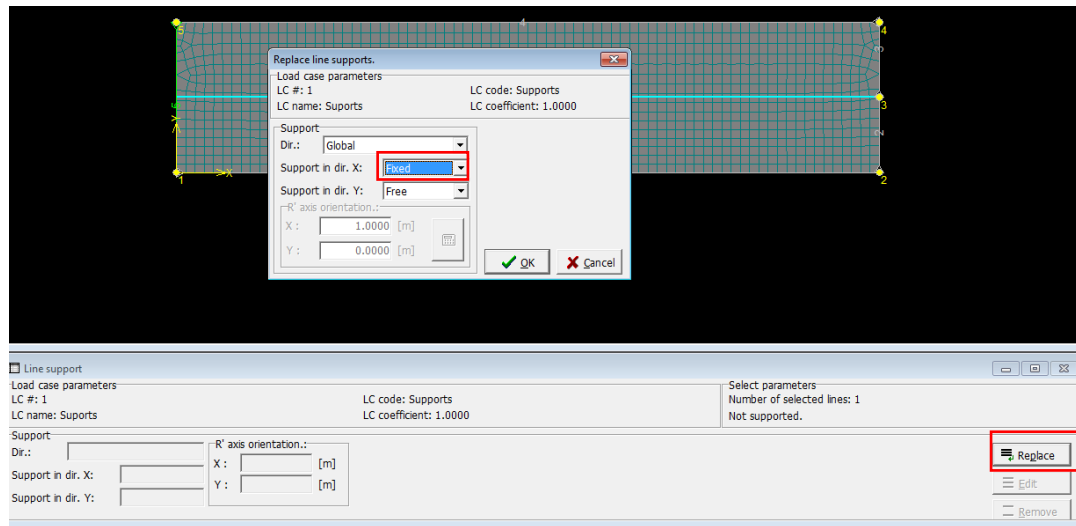


Figura 45. Restricció de moviment en x del tirant.

A continuació, a sobre del panell de navegació, canviem de *Load Case* i seleccionem el *LC 2*. Anem a *Loads and suports, Joint* i seleccionem el punt 3 (el que està a mitja altura del tirant) amb l'eina de seleccionar punts. És molt important desseleccionar la línia del suport anterior si encara està seleccionada. Un cop hem seleccionat el punt 3, cliquem *Add* i afegim la direcció i la magnitud de la càrrega que volem aplicar, tenint en compte que les unitat són de MN, tal i com veiem a la Figura 46.

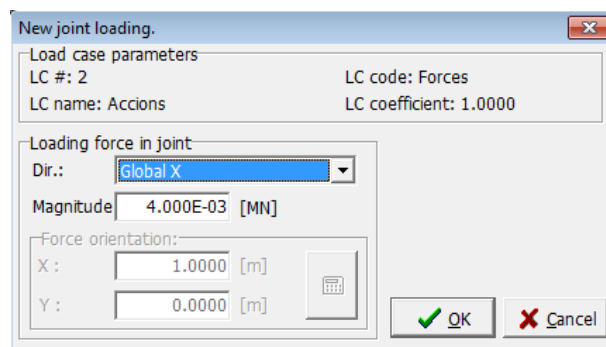


Figura 46. Aplicació de la càrrega.

Si ho hem fet bé, en hauria d'aparèixer una fletxa horitzontal en sentit cap a la dreta de la magnitud que li hem entrat.

C.3.9 Historial de càrrega i paràmetres de solució

Per entendre el concepte d'historial de càrrega, copiem un fragment de *l'ATENA Engineering 2D Tutorial* [11]:

The loading history consists of load steps. Each load step is defined as a combination of load cases, which had been defined previously. Each load step contains also a definition of solution parameters, which define solution methods that are to be used during the load steps [11].

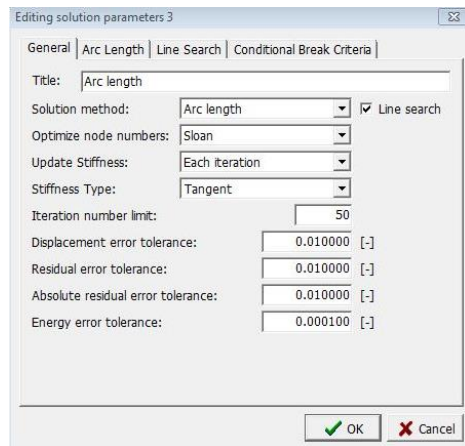
És important entendre el concepte de *load steps*. A cada step (esglaó) el programa aplica una força incremental, és a dir, si li hem entrat 4 KN, al primer esglaó aplicarà una força de 4 KN; al segon, una de 8 KN i així fins a l'últim esglaó, on aplicarà una força de $n \cdot 4$ KN, essent “n” el número d'esglaons total. A més, també diu que cada *step* és combinació de *Load Cases*, per tant, primer hem d'entrar els *Load Cases*, que és el que hem fet a l'apartat anterior quan hem entrat els “Suports” i les “Accions”, que corresponien al *LC1* i al *LC2*, respectivament.

Ara, el que hem de fer és definir els paràmetres de solució. Per saber quins són els adequats en cada cas, consultem la guia *ATENA Troubleshooting* [12]:

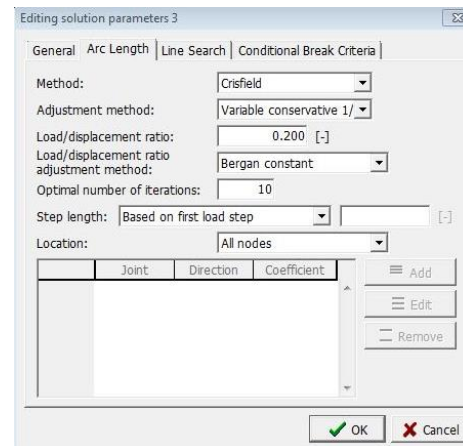
Please note that in case of force loading up to failure (or further), you need to use the **Arc Length** solution method (AL). In all other situations, i.e., displacement control (pre- or post-peak) or nominal force loading (dead weight, 100% service load, etc.), use **Newton-Raphson** (N-R). The typical procedure is to load with N-R up to some nominal load level (100%), then continue overloading with AL [12].

Com que nosaltres apliquem una força fins a la fractura (o més enllà), farem servir el tipus *Arc Length*. Tanmateix, hi ha alguns paràmetres que no coincideixen amb els paràmetres que *Standart Arc Length* porta per defecte, per tant, crearem un nou *Solution Parameter* amb el valor dels paràmetres que ens especifiquen a la guia *ATENA Engineering Example Manual* (p. 30). Per fer-ho, anem a *Solution Parameters* i cliquem *Add*. Posem els paràmetres tal i com estan a la Figura 47 i a la Figura 48.

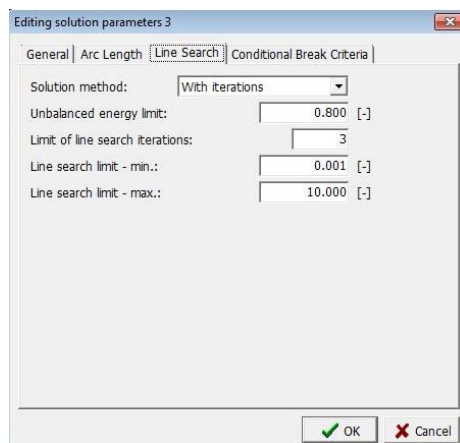
Com es pot comprovar, alguns paràmetres no estan descrits a *l'ATENA Engineering Example Manual*. Els que no estiguin especificats allà, s'han extret dels exemples en ATENA que es proporcionen al comprar la llicència.



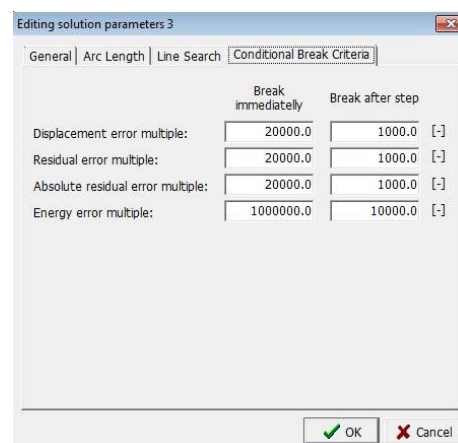
(a)



(b)

Figura 47. *Solution Parameters* en 2D. (a) *General* i (b) *Arc Length*

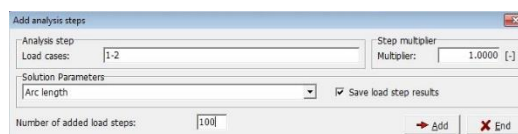
(a)



(b)

Figura 48. *Solution Parameters*. (a) *Line Search* i (b) *Conditional Break Criteria*

Ara ja només queda afegir els *steps* que volem, amb els *Load Cases* corresponents. Anem a *Analysis steps* i cliquem *Add*. Emplenem el quadre de diàleg com a la Figura 49, tenint en compte que a la secció de *Solution Parameters* hem de posar *Arc Length*, que és el que hem creat a l'apartat anterior.

Figura 49. *Analysis steps* del tirant en 2D.

Amb 100 esglaons ja serà suficient per cobrir tot el rang que ens interessa, tot i que es pot parar abans.

C.3.10 Punts de monitoratge

Anem a *Monitoring Points* i cliquem *Add*. Se'ns obre un quadre de diàleg com el de la Figura 50, on li podem definir el nom, la posició i el tipus de punt de monitoratge.

És important definir bé què hi ha a l'apartat de *Location*. Tenim dues opcions: *Nodes* i *Integration Points*. Cadascuna ens permet seleccionar un tipus diferent a la secció *Value*, tal i com veiem a la Taula 19.

Nodes	Integration Points
Displacement	Crack width
External forces	Stress
Reactions	Strain
Total element initial stain	Principal stress
Total element initial stress	Interface stress
Element total temperature	Interface displacements
Total element body load	Interface plàstic displacements
Bond slip	Bond stress
	Spring strain
	Spring stress

Taula 19. Tipus de punts de monitoratge

El primer punt de monitoratge que definim és el que mesura la força externa. El situem als nodes i el definim com un *External_Forces*. A l'apartat *Item*, definim *Component 1*, que vol dir que mesura el valor en la direcció de les x. Els *component 2 i 3* són per les direccions y i z, respectivament. És important conèixer que si apliquem una força externa, hem de mesurar la força amb el tipus *External_Forces*, en canvi, si apliquem un desplaçament, hem de mesurar la força amb el tipus *Reaction*.

Figura 50. Quadre de diàleg del punt de monitoratge de la força.

El segon punt de monitoratge que posem mesura el desplaçament a una distància de 0,25 en la direcció longitudinal (eix x) i a una altura de 0,04 m, és a dir, a la meitat del tirant (veure Figura 51). És una bona pràctica posar el punt de monitoratge a una distància d'uns

2/3 de la longitud total del tirant. D'aquesta manera evitem la concentració d'esforços que es poden produir al final del tirant, en el punt d'aplicació de la força o del desplaçament.

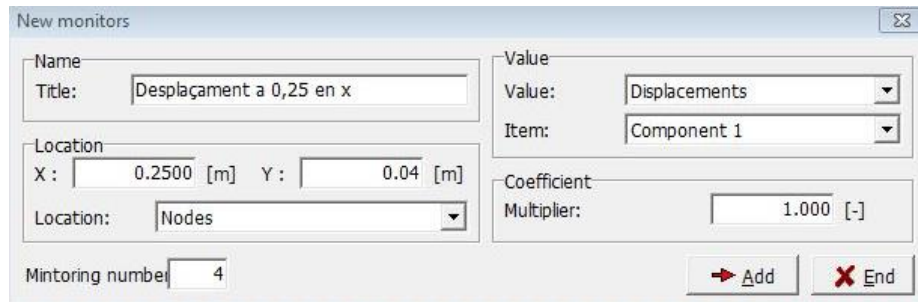


Figura 51. Quadre de diàleg del punt de monitoratge del desplaçament en 2D.

Finalment, a la Figura 52 podem veure com queda el tirant just abans de l'anàlisi en elements finits, amb els eixos i els *joints* de color groc; el mallat i la barra de reforç de color trucaesa i els punts de monitoratge i la força aplicada de color lila.

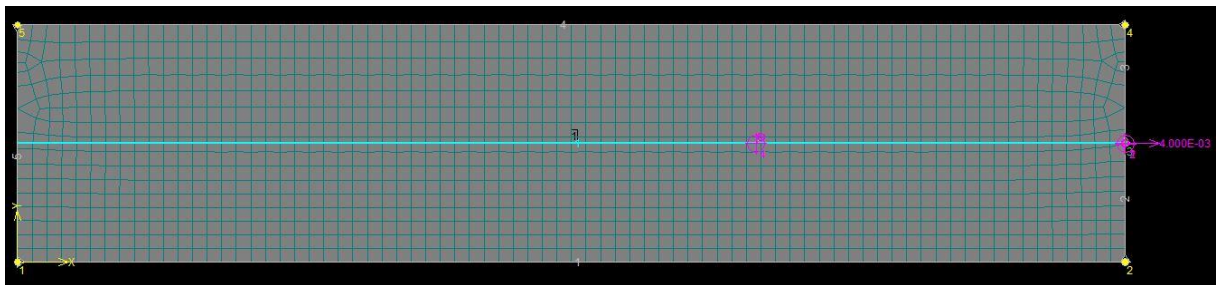



Figura 52. Preparació del tirant per analitzar-lo en elements finits.


C.4 Anàlisi no lineal en elements finits

A continuació es detallen els passos a seguir per executar el *Run en 2D*.

C.4.1 Introducció

A través del botó  podem controlar tots els paràmetres que volem que es visualitzin durant l'execució de l'anàlisi. Per exemple, podem fer que es vegi la numeració de les línies, de les barres de reforç, dels punts de monitoratge... o simplement que no es vegin aquests elements per pantalla.

C.4.2 Començar l'anàlisi

Simplement hem de prémer el botó  de la barra d'eines superior. Se'n obre una finestra com la de la Figura 53, on definim de quins esglaons volem guardar la informació i quins punts de monitoratge corresponen a la x i a la y del gràfic càrrega-deformació. Si premem *Analyse* començarà l'anàlisi d'elements finits.

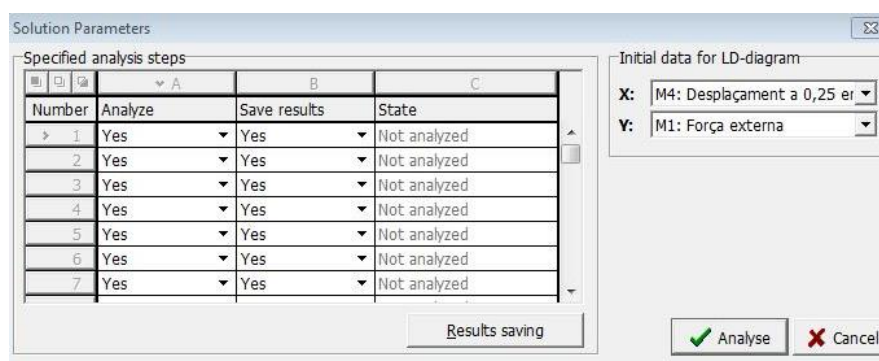


Figura 53. Finestra del Run.

C.4.3 Finestra interactiva

Mentre dura l'anàlisi podem veure com aquest evoluciona a través de la finestra interactiva que s'obre després de clicar el botó *Analyse* (Figura 54).

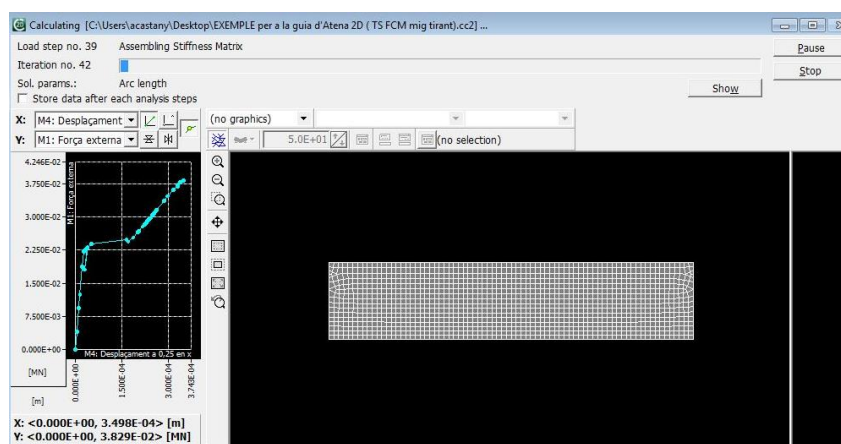



Figura 54. Finestra interactiva de l'anàlisi en elements finits.


C.4.4 Afegir nous esglaons de càrrega

Per afegir nous esglaons de càrrega hem d'anar al pre-procés a través del botó , després d'haver finalitzat l'anàlisi (també el podem parar posant *Stop*). A la secció de *Run*, anem sobre *Analysis steps* i, tal i com havíem fet a l'apartat corresponent, creem nous esglaons.


C.5 Post-procés

Aquest apartat ens ensenya com extreure informació de l'anàlisi que hem fet anteriorment en 2D i poder visualitzar-la d'una manera còmode i entenedora.

C.5.1 Introducció

Després d'executar i finalitzar l'anàlisi (*Run*), el programa entra automàticament al post-procés. Si hem retornat al pre-procés i volem tornar al post-procés, ho podem fer mitjançant el botó .

C.5.2 Finestra de post-procés

El primer que hem de fer quan se'ns obre la finestra de post-procés és determinar quin esglaió (*step*) volem analitzar i, just a sota, seleccionar què és el que volem estudiar: *scalars* (valors dels punts de monitoratge), *cracks* (fissures), *bar reinf.* (barres de reforç), etc. També podem visualitzar una combinació de 2. Per exemple, a la Figura 56 podem veure les fissures i els desplaçaments. Per fer-ho anem a *cracks*, seleccionem *Elements* i al filtre  li diem que l'amplada mínima de fissura ha de ser de $1\text{E-}4$ m (veure Figura 55). Llavors anem a *Scalars*, i seleccionem *Rendering*. També seleccionem *Displacements* i *x(1)*, que vol dir que volem veure els desplaçaments en la direcció x (veure Figura 56).

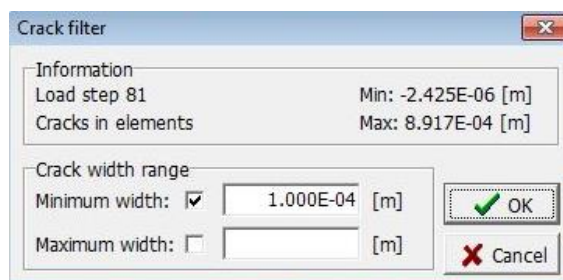


Figura 55. Filtre de fissures.

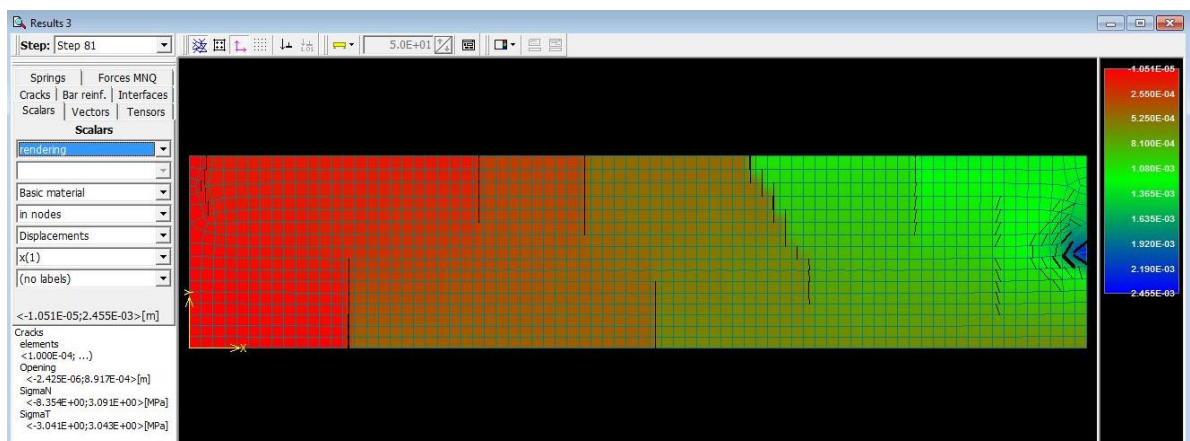


Figura 56. Resultats de la simulació. Fissures i desplaçaments en x.

C.5.3 Diagrames càrrega-desplaçament

Per obrir una finestra d'una gràfica, hem d'anar a *Windows, New, Graph*. Si volguéssim obrir una nova finestra per veure més resultats sobre el tirant, hauríem anar a *Windows, New, View*. Si cliquem pel primer cas, se'ns obra una finestra com la que veiem a la Figura

57. Hem de definir què volem veure com a x (Desplaçament a 0,25 en x) i com a y (Força externa). A més, podem invertir les escales amb els botons situats a la part superior dreta de la pantalla.

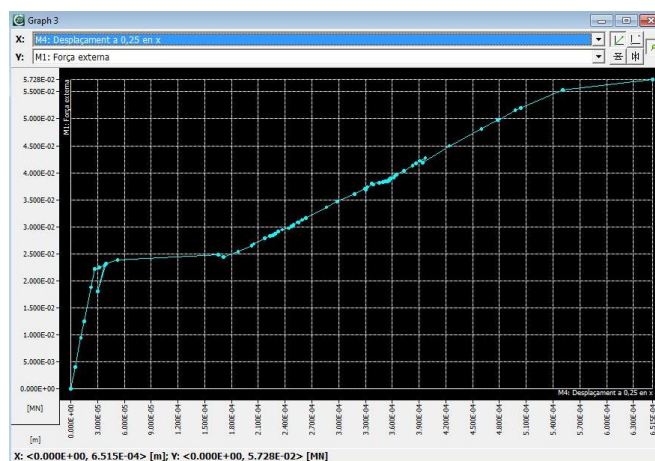


Figura 57. Finestra per a veure gràfics.

C.5.4 Sortida de text

Finalment, si volem extreure el gràfic com una imatge podem anar a *File, Graphic printout*. Podem repetir un procés similar si volem extreure les dades anant a *File, Text printout*. És important saber que la primera acció la farà només si hi ha un gràfic activat a la pantalla. Sinó, donarà error. En el cas de generar els valors, se'ns generarà encara que no tinguem cap gràfica activada. Premem *Text printout* i en el panell de navegació de l'esquerra seleccionem la casella de *Results* i a sota, la de *Monitoring points after load steps*. La resta de caselles seleccionades les deixem com estan per defecte. Finalment, cliquem el botó *Generate* de la part superior i ens apareixeran tots els valors dels punts de monitoratge que haguem definit prèviament, a cada esglaó. Si volguéssim veure els resultats a cada iteració, hauríem de posar *Monitoring points at each iteration*.

Per a més informació, es pot consultar a l'ATENA Engineering 2D Tutorial, que és d'on s'ha extret la majoria d'informació, tot combinant-ho amb l'experiència que s'ha anat assolint al llarg del present projecte.

ANNEX D. Guia tècnica del programa ATENA 3D

En aquest annex descrivim de manera detallada tots els passos per a poder fer una simulació d'un tirant en 3D. L'estructura és anàloga a l'annex amb 2D, és a dir, una breu introducció i inici del programa, el pre-procés -que és la part principal-, l'anàlisi en sí i el post-procés, acabant amb unes conclusions. Moltes operacions són semblants però presenta algunes diferències respecte el 2D. En aquest annex concretament quines són. Amb la mateixa intenció, vol servir de punt de partida per a futurs anàlisis.

D.1 Introducció

Com que simulem exactament el mateix tirant, les característiques es troben al mateix apartat. Aquesta vegada però, al ser en 3D apliquem 3 simetries enlloc d'una com fèiem en 2D. Per tant, simularem només 1/8 del tirant.

D.2 Iniciar el programa

Introduïm el pen-drive que contingui la llicència del programa i obrim el que posi ATENA 3D v5.

D.3 Pre-procés

D.3.1 Introducció

El primer que hem de definir en 3D és el tipus de solució i l'orientació dels eixos de coordenades que volem. Per fer-ho, anem a *Analisis information* i a la part inferior dreta premem *Solution* i posem *Standard*. Pels eixos de coordenades anem a *Options, Settings* i a la pestanya de *Coordinate System Orientation* seleccionem la orientació que vulguem. En el nostre cas, hem agafat el *z up*, tal i com podem veure a la Figura 58.

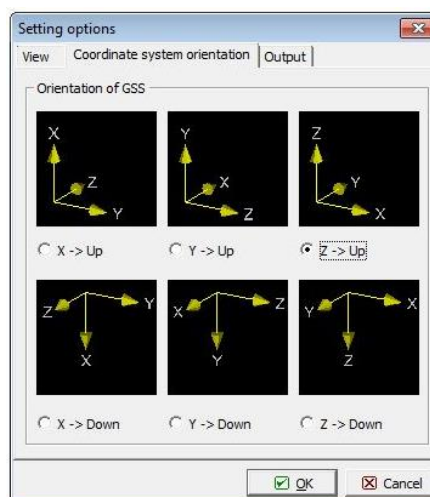


Figura 58. Selecció dels eixos de coordenades.

La interfície gràfica en 3D està distribuïda de manera idèntica a la versió en 2D. Canvia una mica el panell de navegació de la part esquerra, però essencialment conté la mateixa informació.

D.3.2 Materials

Els materials els definim de la mateixa manera que en 3D, tot i que aquesta vegada utilitzem el *3D NonLinear Cementitious2* per al formigó. El de la barra d'acer segueix essent el *Reinforcement*. A la Figura 59 i la Figura 60 podem veure les característiques.

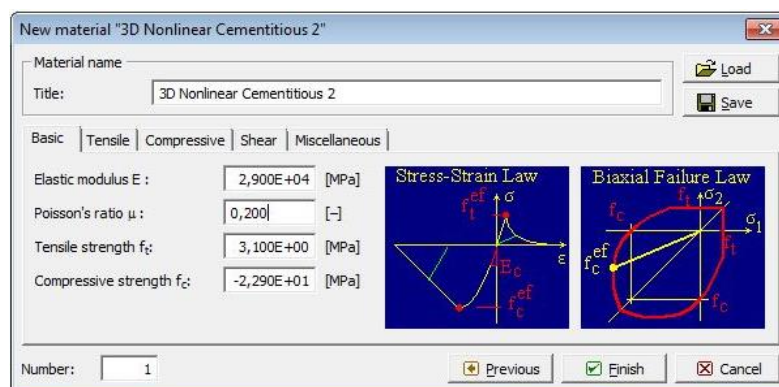


Figura 59. Característiques del 3D Nonlinear Cementitious 2 amb ATENA 3D

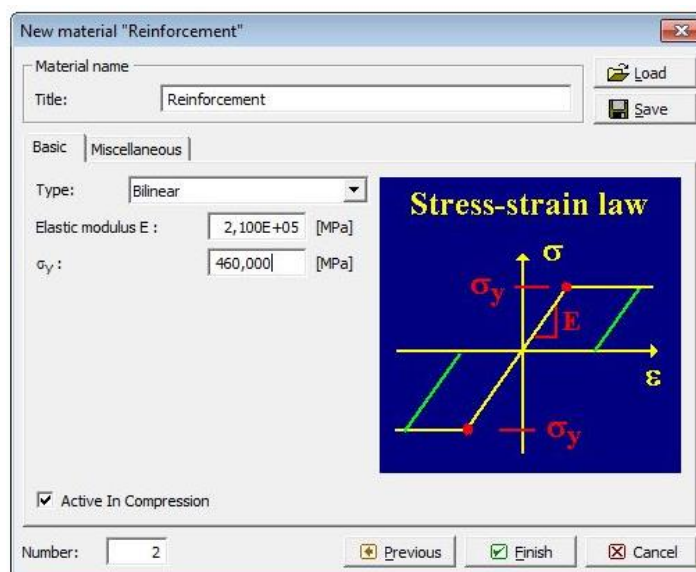


Figura 60. Introducció de les característiques del Reinforcement amb ATENA 3D.

D.3.3 Biga de formigó

Per a crear la biga de formigó anem a l'arbre de navegació i cliquem *Macroelements, Add.* Se'ns obre una finestra on podem definir les mides (a *Topology*) i el material (a *Properties*). La manera més senzilla de definir el tirant (o qualsevol altre paral·lelepípede ortogonal) és

anant a la finestra inferior que posa *New object* i definir les 3 mides necessàries. Com que simulem 1/8 de tirant, les mides són:

- V_x : 0,04 m
- V_y : 0,375 m
- V_z : 0,04 m

Amb una distància des de l'origen de 0,04 m en la direcció x. Aquesta distància no és necessària. Simplement la posem per ser conscients que estem fent la part de l'esquerra de la biga (veure Figura 61).

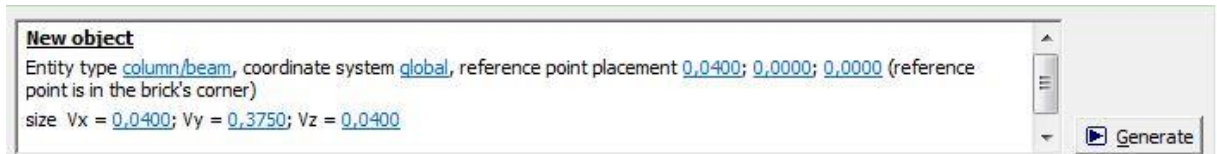



Figura 61. Creació d'un *macroelement*.

Després, cliquem *Generate* i la figura apareix a la finestra auxiliar. A continuació anem a la pestanya *Properties* i seleccionem el material *3D NonLinear Cementitious2*. Per generar definitivament l'objecte, cliquem el botó *OK* que hi ha a la part inferior de la finestra que s'ha obert quan hem generat el *Macroelement*. Si no ho fem així i tanquem directament, la figura no es generarà a l'entorn de treball inicial.

D.3.4 Generació del mallat

En aquest entorn, la generació del mallat no és automàtica sinó que l'hem de realitzar manualment. Dins l'arbre de navegació, anem a *FE Mesh*, al subapartat *Macroelement* i cliquem  *Add* (per a la majoria de casos, recomanem fer servir aquest botó d'Add enlloc del que hi ha l'arbre de navegació a excepció que s'hagi de seleccionar un punt, línia, superfície... i sigui més còmode de l'altre manera). El quadre de diàleg que s'obre, posem les característiques que es mostren a la Figura 62.

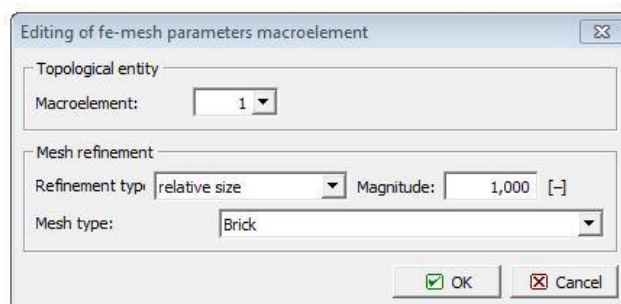


Figura 62. Paràmetres del mallat.

Encara però, no hem generat el mallat. A continuació anem a l'arbre de navegació i a sota de *FE Mesh*, seleccionem *Generation*. A la part inferior de la pantalla premem *Edit* per modificar el *Global Element Size*. És en aquest moment on hem de posar la mida de l'element del mallat que, en el nostre cas, és de 0,01 m. Cliquem *OK* i, finalment, el botó *Generate*. Acte seguit, ens ha d'aparèixer el mallat dibuixat a l'element que hem definit prèviament.

D.3.5 Barra de reforç

Per entendre aquest apartat, és important fer notar que només hem de generar un quart de barra, ja que només simulem la meitat de la biga i, d'aquesta meitat, només un quart. És per això que, perquè hi hagi consistència interna, només hem de representar un quart de la barra de reforç. Per fer això, inserim una barra i definim la seva àrea com $\frac{1}{4}$ de l'àrea que hauria de tenir si la representéssim tota.

Anem a *Topology, Reinforcement bar, Add*. Se'ns obre una finestra com quan creem un *Macroelement*. Ara, però, per definir la geometria sí que ho fem a través de l'*Input data tree*. Anem a *Entities, Joint* i *Add*, i entrem les coordenades de l'inici de la barra de reforç i a continuació entrem un segon punt que en marcarà el final (veure Figura 63). Per generar la línia, anem a *Entities, Segment, Add* i posem que l'inici és el punt 1 i el final el punt 2.

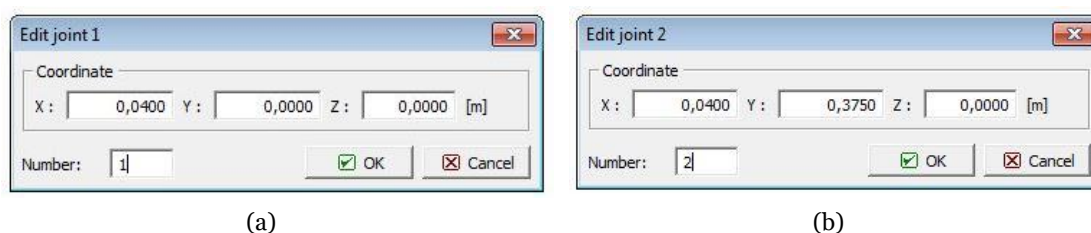


Figura 63. Coordenades dels punts de la barra de reforç. (a) Punt inicial i (b) Punt final.

Una vegada hem fet això, canviem de pestanya i seleccionem *Properties*, i canviem el material i la secció de la barra de reforç que, si considerem que és $\frac{1}{4}$ de l'original, resulta ser de $2,827 \cdot 10^{-5}$ m. Finalment, hem de clicar l'*OK* més extern de la finestra que s'ha obert al crear la barra de reforç. Un cop fet això, ja podem tancar la finestra.

D.3.6 Suports i accions

Posem igualment 2 casos de càrrega (*Load cases*). Un per les condicions de contorn (*Supports*) i un altre per la càrrega en forma de desplaçament (*Prescribed Deformation*). En 3D sembla més adequat carregar per desplaçament que amb una càrrega puntual. Anem a l'arbre de navegació, a *Loading, Load cases* i cliquem *Add*. Afegim *Supports* (LC1) i tot seguit *Prescribed deformation* (LC2). A continuació anem a dalt de tot de l'arbre de navegació i seleccionem LC1: *Supports* per tal d'introduir les condicions de contorn, tal i com fèiem al 2D. Anem a *Loading, Load cases, Surfaces* i cliquem *Add* (aquí pot ser més útil clicar *Add* a l'arbre de navegació, ja que ens permet llavors seleccionar la cara a restringir directament

sobre el dibuix 3D. De l'altre manera, hem de saber quin número de cara és la que volem restringir). Restringim les 3 cares que estarien en contacte amb la part que falta de la biga. Si és una cara que té per vector normal l'eix x, restringim en la direcció x. Les 3 cares han de quedar restringides tal i com es mostra a la Figura 64. Com podem observar a la figura (b), que està agafada des de darrere, veiem que la cara frontal està restringida en y; la cara lateral, en x i la cara de sota, en z.

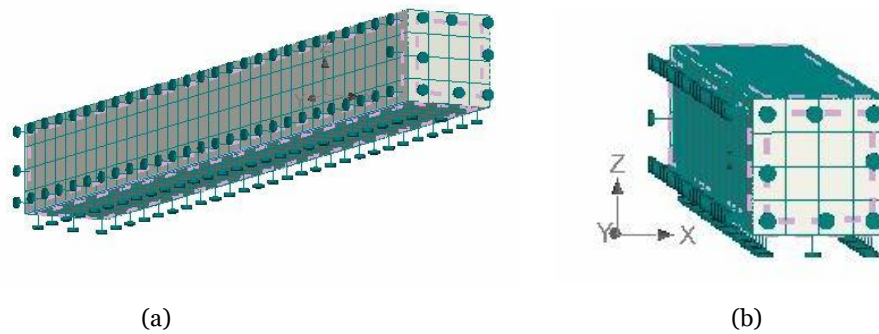



Figura 64. Vistes de les condicions de contorn. (a) Vista 3D i (b) Vista 3D amb els eixos

Un cop ja tenim les restriccions de moviment imposades, anem a la part superior de l'arbre de navegació i canviem de *LC1: Supports* a *LC2: Prescribed deformation*. Llavors, anem a *Load*, seleccionem *Load Cases*, cliquem *Joints*, ja que la deformació aplicada l'aplicarem a un punt, i *Add* (preferiblement el de l'arbre de navegació  *Add*). Se'ns obre una finestra on restringim el moviment en la y i introduïm la magnitud de la deformació, que és de $1 \cdot 10^{-5}$ m. Cliquem *Ok* i a continuació seleccionem el punt d'aplicació de la deformació, que és el punt inferior dret de la cara de secció quadrada que no té restricció de moviment.

D.3.7 Historial de càrrega i paràmetres de solució

D'acord amb el hem explicat a l'apartat homòleg de la guia en 2D, com que hem utilitzat una deformació per carregar el tirant, el paràmetre de solució més adequat és Newton Raphson. Així doncs, anem a *solution* paràmetres i cliquem *Add* per crear-ne un de nou. A la pestanya general, seleccionem el mètode de solució Newton Raphson i la resta de paràmetres els deixem igual, com podem veure a la Figura 65 (a). A la pestanya *Line Search*, posem *Without iterations* i la resta també ho deixem igual i finalment a la pestanya *Conditional breack criteria*, posem els paràmetres que es mostren a la Figura 65 (b). Cliquem *OK* i ja tenim entrats els paràmetres de solució.

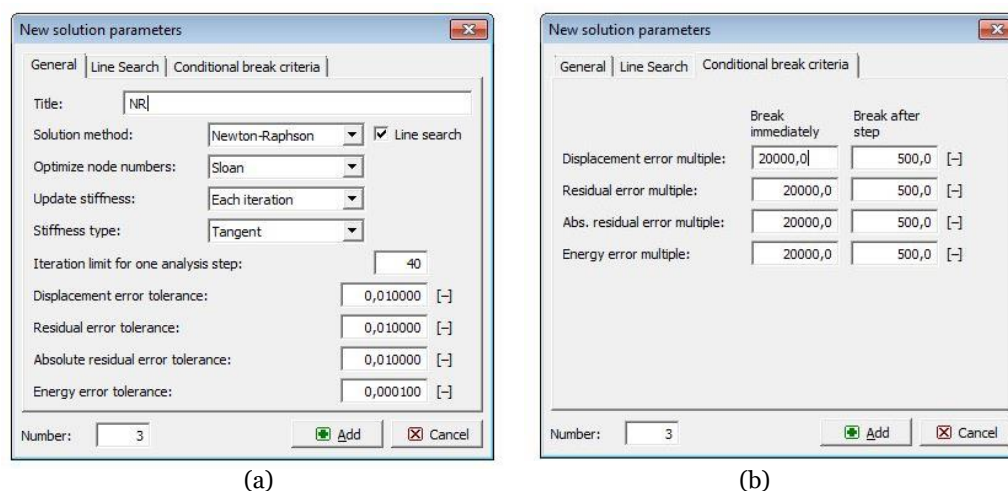


Figura 65. *Solution parameters* en 3D. (a) *General* i (b) *Conditional break criteria*.

Per a l'historial de càrrega, anem a l'arbre de navegació, a *Analysis steps*, *Add*. Posem a *Load Cases* l'1 i el 2, que són les condicions de contorn i la deformació, seleccionem el paràmetre de solució que hem creat (NR) i afegim a la part inferior que volem fer 100 *steps*, tal com veiem a la Figura 66.

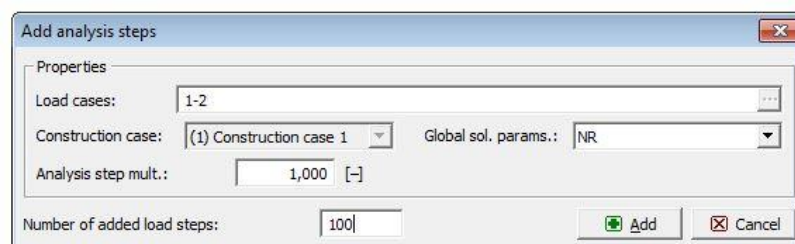


Figura 66. *Analysis steps* del tirant en 3D.

D.3.8 Punts de monitoratge

Com a mínim, ens calen 2 punts de monitoratge, un per la reacció i un pel desplaçament. Anem a l'arbre de navegació a *Monitoring points*, *Add* i inserim les coordenades del punt de monitoratge de la reacció. És molt important tenir en compte que, com que hem introduït una deformació, enlloc de mesurar la força amb *External Forces* -tal i com fèiem en el 2D-, ara ho mesurem amb *Reactions*. També és important notar que a l'aparat *Item*, hem de seleccionar *Component 2* ja que, segons els nostres eixos de coordenades, la deformació està aplicada al llarg de l'eix y. Finalment, acabem de completar les coordenades del punt per tal de situar-lo el més a la vora possible del punt d'aplicació de la deformació (veure Figura 67).

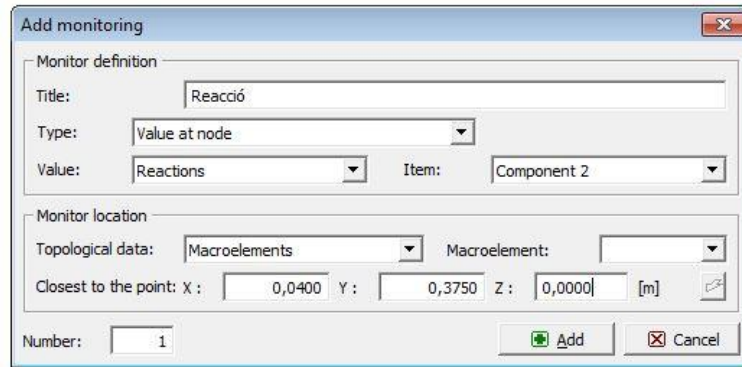


Figura 67. Quadre de diàleg del punt de monitoratge de la reacció en 3D.

Fem el mateix pel punt de monitoratge del desplaçament. Aquest, però, el mesurem a 0,25 m de l'inici del tirant, per evitar mesurar una concentració de tensions al final del tirant (Figura 68).

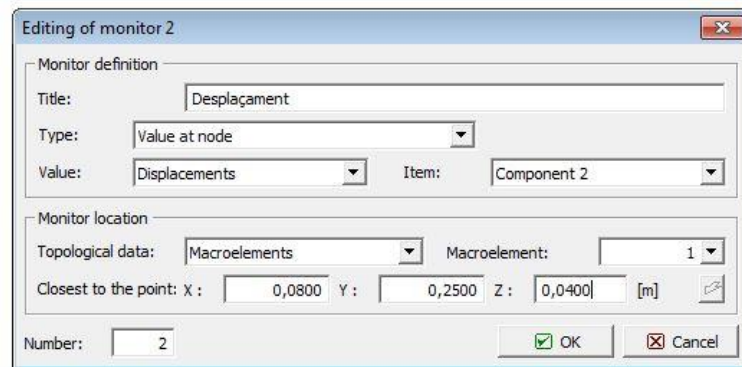


Figura 68. Quadre de diàleg del punt de monitoratge del desplaçament en 3D.

Aquest punt, en concret, l'hem situat sobre l'aresta externa, però també el podríem haver situat a l'aresta interna, és a dir, mirat en conjunt, al centre de la cara superior. El conjunt del tirant, una vegada preparat per executar-lo queda com es pot veure a la Figura 69. Faltaria visualitzar la deformació aplicada, que sortiria del punt de monitoratge groc en direcció y cap a l'exterior i amb una magnitud de $1 \cdot 10^{-5}$ m.

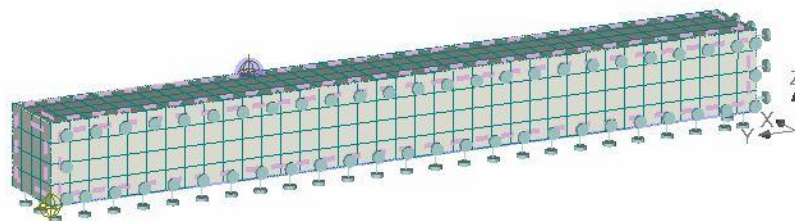



Figura 69. Tirant amb el pre-procés completat.

D.4 Anàlisi no lineal en elements finits

A continuació es detallen els passos a seguir per executar el *Run* en 3D.

D.4.1 Introducció

És important abans d'executar el *Run* guardar tota la informació que tinguem ja que a vegades, aquest tipus d'operació col·lapsa l'ordinador i, en cas d'haver d'aturar la simulació de forma sobtada, perdríem tota la informació. Per tant, anem a *File, Save*. Ara ja pode clicar el botó  de la part superior dreta.

D.4.2 Finestra interactiva

Al clicar el *Run* se'ns obre una finestra interactiva (veure Figura 70), on podem distingir diverses parts. A la zona central, mà esquerra veiem una zona on es representen els resultats en forma de gràfica mentre que a la dreta, se'ns mostra una imatge tridimensional del tirant i es mostra la seva evolució i que podem controlar amb el panell central, on seleccionem el que volem veure. A la part superior, a mà esquerra podem veure els esglaons de càrrega predefinits i a mà dreta, l'evolució de l'execució, és a dir, el número d'iteració i d'esglaió. Finalment, a la part inferior, a mà dreta veiem alguns missatges sobre el progrés de l'anàlisi.

Per començar l'anàlisi cliquem el botó .

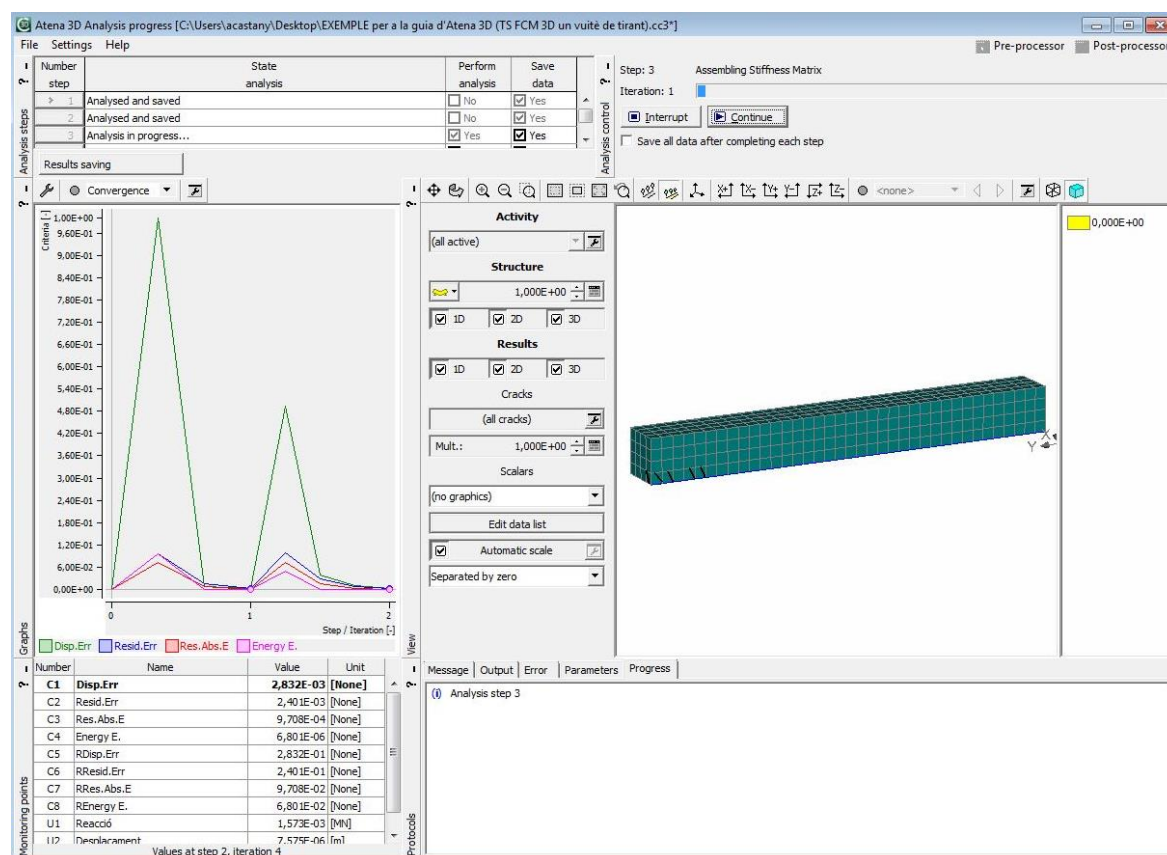



Figura 70. Finestra interactiva del Run en 3D.

Una vegada hem començat l'anàlisi, podem canviar el que veiem al gràfic (ja que sempre veiem el control d'errors, per defecte) mitjançant el botó . A la finestra que se'ns obre (veure Figura 71), li podem definir que volem veure el desplaçament a l'eix x i la reacció a l'eix y. Per aquesta última acció, hem de seleccionar prèviament les unitats de MN i el valor que volem que es mostri (si n'hi ha més d'un). Per canviar les etiquetes dels eixos, premem el botó que mostra tres punts suspensius al final de *Axis label* i es canviarà automàticament segons el que haguem seleccionat a l'apartat *Value*. També és important anar a la part de *Redraw graph* i seleccionar *After load step*, ja que així veurem la gràfica real, i no a cada iteració. Quan estiguem, cliquem *OK*.

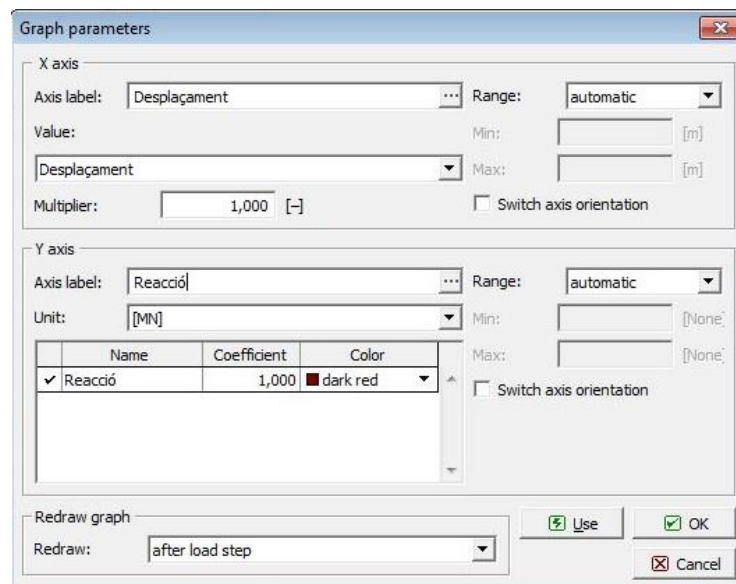



Figura 71. Paràmetres del gràfic de la finestra interactiva en 3D.

Amb el botó  podem guardar la configuració d'un tipus de gràfica que ens interessi.

D.5 Post-procés

Aquest apartat ens ensenya com extreure informació de l'anàlisi que hem fet anteriorment en 3D i poder visualitzar-la d'una manera còmode i entenedora.

D.5.1 Introducció

Una vegada s'ha acabat l'anàlisi, podem anar al post-procés a través del botó  **Post-processor** situat a la part superior dreta de la pantalla.

D.5.2 Finestra de post-procés

A la finestra que se'ns obre del post-procés veiem que a ma esquerra hi ha com un arbre de navegació que ens permet seleccionar les configuracions que volem analitzar. Primer de tot, a l'apartat de *Step*, seleccionem l'esglaó que ens interessa i després, a l'apartat de *Results*, seleccionem *3D Layer*. Per veure, però, informació de la barra de reforç, hem de

deseleccionar *3D Layer* i seleccionar *1D Layer*. Finalment, seleccionem la informació de tipus escalar que vulguem representar o les esquerdes que vulguem veure. A la part de la dreta, hi ha una interfície on es representen els resultats seleccionats.

El funcionament és similar al 2D tot i que, per exemple, en 3D podem generar un tall anant a la part de *Section*. A la Figura 72 mostrem un exemple que conté els desplaçaments en la direcció y i les esquerdes més grans de $1 \cdot 10^{-4}$ m (valor recomanat de referència).

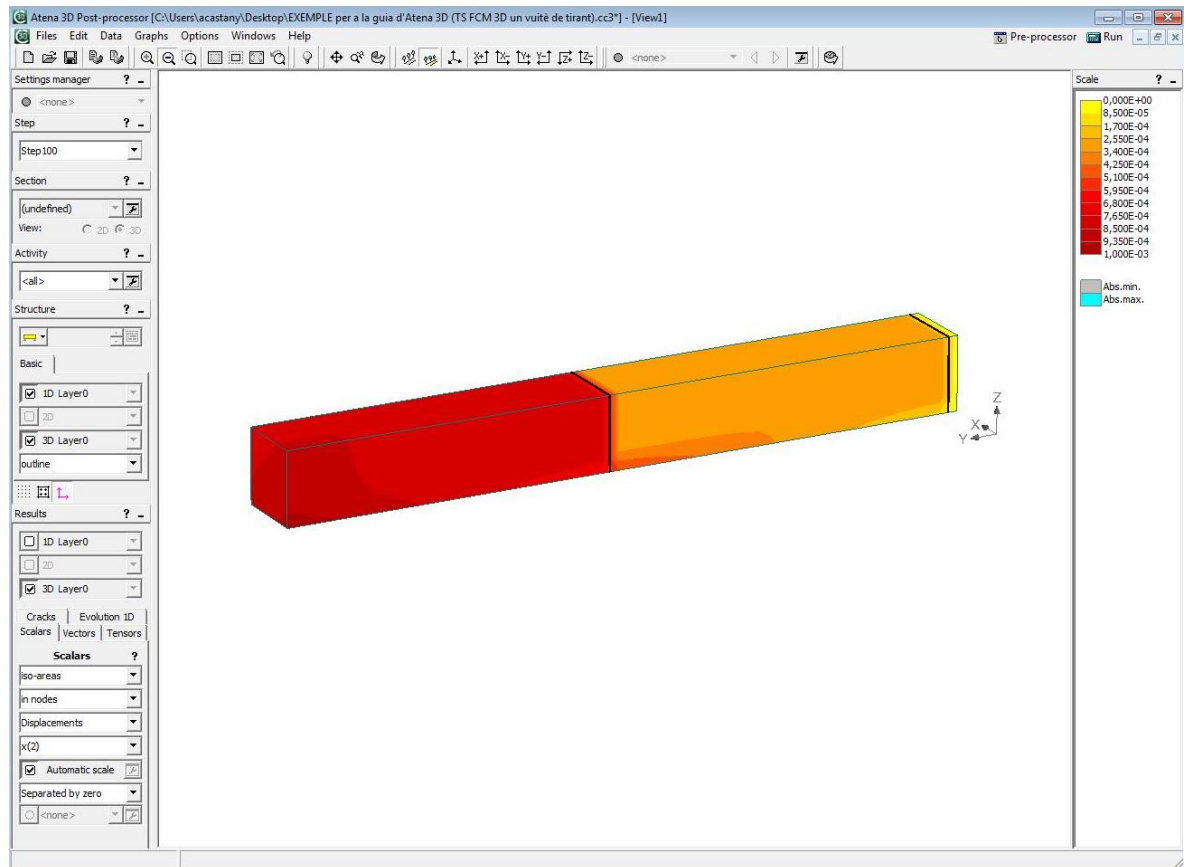



Figura 72. Finestra de post-procés en 3D amb un exemple dels resultats.

D.5.3 Diagrames càrrega-desplaçament

Per obtenir la corba càrrega-desplaçament anem a *Graphs*. Automàticament se'ns obre una finestra, semblant a la que fèiem servir al *Run* per a visualitzar les gràfiques. Per modificar la configuració, premem el botó  i seleccionem la reacció a l'eix y i el desplaçament a l'eix x. A la part de *Redraw*, posem *After load step*. (En cas que algun resultat es volgués representar amb el signe invertit, podem seleccionar la opció *Switch axis orientation*, tant per l'eix x com per l'eix y). El resultat que hauríem d'obtenir es mostra a la Figura 73 . Tanmateix, hem de tenir en compte que aquest resultat no és el mateix que obtindríem si simuléssim tot el tirant, ja que hem aplicat simetries. El valor de la càrrega s'ha de multiplicar per 4. A continuació, expliquem com obtenir els valors de l'anàlisi.

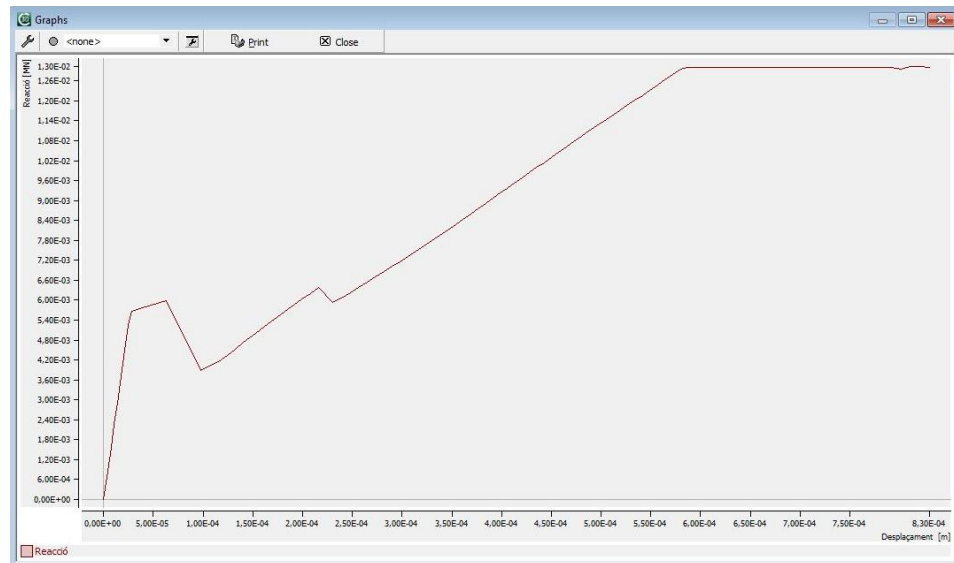


Figura 73. Gràfica càrrega-desplaçament del tirant.

D.5.4 Sortida de text

Per tal de visualitzar els valors numèrics dels escalars que ens interessin, anem a *Files*, *Print text*. Primer es mostren els valors dels errors de cada esglaó i baixant, al final de tot, trobem els valors dels punts de monitoratge que ens interessin. Per tal de poder copiar els valors numèrics, hem de seleccionar el botó . També podem guardar la figura que tinguem en pantalla anant a *Files*, *Print graphic* i guardar-lo com un arxiu independent.

Per a més informació es pot consultar l'ATENA Engineering 3D Tutorial.