

Treball final de màster

Estudi: Màster en Enginyeria Industrial.

Títol: Anàlisi no lineal d'elements a flexió de formigó armat amb possibilitat d'emprar diferents lleis per al formigó i els reforços.

Document: Memòria i Annexos

Alumne: Aida Martínez Mach

Tutor: Lluís Torres Llinàs

Departament: Enginyeria Mecànica i de la Construcció Industrial

Àrea: Enginyeria de la Construcció

Convocatòria (mes/any): 06/2019

INDEX

1.	INTRODUCCIÓ.....	7
1.1	ANTECEDENTS.....	7
1.2	OBJECTE	7
1.3	ESPECIFICACIONS I ABAST.....	8
1.4	CONTINGUT.....	8
2.	BREU INTRODUCCIÓ TEÒRICA.....	10
2.1	FORMIGÓ ARMAT	10
2.1.1	RESISTÈNCIA A LA COMPRESSIÓ	11
2.1.2	RESISTÈNCIA A LA TRACCIÓ.....	12
2.2	FISSURACIÓ EN ELEMENTS DE FORMIGÓ ARMAT	14
2.2.1	PRIMERA FASE: SENSE FISSURES.....	14
2.2.2	SEGONA FASE: FORMACIÓ DE LA PRIMERA FISSURA	15
2.2.3	TERCERA FASE: FISSURACIÓ ESTABILITZADA	16
2.3	DIAGRAMA TENSIÓ-DEFORMACIÓ	17
2.3.1	DIAGRAMA TENSIÓ-DEFORMACIÓ DEL FORMIGÓ	17
2.3.2	DIAGRAMA TENSIÓ-DEFORMACIÓ DE L'ACER	18
3.	COMPORTAMENT DEL FORMIGÓ	19
3.1	LINEAL	19
3.2	NO LINEAL	19
3.2.1	PARÀBOLA-RECTANGLE.....	19
3.2.2	PARABÒLICA (EUROCODI 2)	21
3.2.3	SAENZ (1964).....	22
3.2.4	TODESCHINI (1964)	23
3.2.5	HOGNESTAD MODIFICAT (1951).....	24

4.	COMPORTAMENT DE L'ACER	25
5.	DIAGRAMA MOMENT-CURVATURA.....	26
5.1	SECCIÓ NO FISSURADA	27
5.1.1	COMPORTAMENT LINEAL DEL FORMIGÓ	27
5.1.2	COMPORTAMENT NO LINEAL DEL FORMIGÓ	28
5.2	SECCIÓ FISSURADA.....	29
5.2.1	COMPORTAMENT LINEAL DEL FORMIGÓ	30
5.2.2	COMPORTAMENT NO LINEAL DEL FORMIGÓ	30
5.3	CURVATURA MITJANA	31
6.	ANÀLISI DELS RESULTATS	32
6.1	CAS D'ESTUDI 1	33
6.1.1	MATERIAL.....	33
6.1.2	GEOMETRIA.....	33
6.1.3	RESULTATS TENSIÓ-DEFORMACIÓ.....	35
6.1.4	RESULTATS MOMENT-CURVATURA	35
6.1.5	COMPARACIÓ.....	38
6.2	CAS D'ESTUDI 2	40
6.2.1	MATERIAL.....	40
6.2.2	GEOMETRIA.....	41
6.2.3	RESULTATS TENSIÓ-DEFORMACIÓ.....	42
6.2.4	RESULTATS MOMENT-CURVATURA	42
6.2.5	COMPARACIÓ.....	45
6.3	CAS D'ESTUDI 3	47
6.3.1	MATERIAL.....	47
6.3.2	GEOMETRIA.....	48

6.3.3 RESULTATS TENISÓ-DEFORMACIÓ	49
6.3.4 RESULTATS MOMENT-CURVATURA	49
6.3.5 COMPARACIÓ	52
7. PRESSUPOST	55
8. CONCLUSIONS	56
9. BIBLIOGRAFIA	58
A. ALGORITME MATLAB	60

INDEX DE FIGURES

Figura 1 Comportament tensional del formigó armat [2].....	10
Figura 2 Resistència característica [1]	11
Figura 3 Assaig de flexotracció [10].....	12
Figura 4 Assaig de punxonament [1]	13
Figura 5 Diagrama N- $\Delta L/L$ d'un element sotmès a tracció [1]	14
Figura 6 Formació de la primera fissura [1].....	15
Figura 7 Última fissura i fissuració estabilitzada [1]	16
Figura 8 Diagrama tensió-deformació del formigó [1].....	17
Figura 9 Diagrama característic tensió-deformació de l'acer [4]	18
Figura 10 Diagrama lineal de Tensió-Deformació [9].....	19
Figura 11 Diagrama Paràbola-Rectangle [4].....	20
Figura 12 Diagrama Tensió-Deformació Eurocodi 2 [5]	21
Figura 13 Diagrama Tensió-Deformació Saenz, 1964 [6]	22
Figura 14 Diagrama Tensió-Deformació Todeschhini, 1964 [8]	23
Figura 15 Diagrama Tensió-Deformació Hognestad Modificat, 1951 [8].....	24
Figura 16 Diagrama tensió deformació acer comportament elasto-plàstic [1]	25
Figura 17 Diagrama Moment-Curvatura [1].....	26
Figura 18 a) Secció no fissurada (I) b) Secció fissurada amb poca càrrega (IIa) c) Secció fissurada amb molta càrrega (IIb) [1]	26
Figura 19 Secció real i secció equivalent de formigó [1]	27
Figura 20 Representació dels coeficients α i λ a la secció [7].....	28
Figura 21 Esquema algoritme Matlab	32
Figura 22 Esquema de la secció del Cas 1	34
Figura 23 Gràfica tensió-deformació del Cas 1.....	35
Figura 24 Gràfica moment-curvatura comportament lineal i elàstic del Cas 1	36
Figura 25 Gràfica moment-curvatura comportament no lineal i elàstic del Cas 1	37
Figura 26 Gràfica comportament corba curvatura mitjana del Cas 1	37
Figura 27 Gràfica comparació comportament de l'acer del Cas 1	38
Figura 28 Comparació lleis comportament no lineal del Cas 1	39
Figura 29 Esquema de la secció del Cas 2	41

Figura 30 Gràfica tensió-deformació del Cas 2.....	42
Figura 31 Gràfica moment-curvatura comportament lineal i elàstic del Cas 2	43
Figura 32 Gràfica moment-curvatura comportament no lineal i elàstic del Cas 2	44
Figura 33 Gràfica comportament corba curvatura mitjana del Cas 2	44
Figura 34 Gràfica comparació comportament de l'acer del Cas 2	45
Figura 35 Comparació lleis comportament no lineal del Cas 2	46
Figura 36 Esquema de la secció del Cas 3	48
Figura 37 Gràfica tensió-deformació del Cas 3.....	49
Figura 38 Gràfica moment-curvatura comportament lineal i elàstic del Cas 3	50
Figura 39 Gràfica moment-curvatura comportament no lineal i elàstic del Cas 3	51
Figura 40 Gràfica comportament corba curvatura mitjana del Cas 3	51
Figura 41 Gràfica comparació comportament de l'acer del Cas 3	52
Figura 42 Comparació lleis comportament no lineal del Cas 3	53

INDEX DE TAULES

Taula 1 Propietats del material del Cas 1	33
Taula 2 Dimensions de la secció del Cas 1	34
Taula 3 Comparació valors de curvatura per totes les lleis del Cas 1	39
Taula 4 Propietats del material del Cas 2	40
Taula 5 Dimensions de la secció del Cas 2	41
Taula 6 Comparació valors de curvatura per totes les lleis del Cas 2	46
Taula 7 Propietats del material del Cas 3	47
Taula 8 Dimensions de la secció del Cas 3	48
Taula 9 Comparació valors de curvatura per totes les lleis del Cas 2	53
Taula 10 Comparació ràtios per totes les lleis dels tres casos	54

1. INTRODUCCIÓ

1.1 ANTECEDENTS

Des de fa molts anys s'ha utilitzat el formigó armat com a principal material de construcció d'edificis o infraestructures. El formigó, un material compost que s'obté de la mescla d'àrids, ciment i aigua, és capaç d'aguantar esforços de compressió de manera efectiva, però per contra no resisteix bé els esforços de tracció. Per solucionar aquest problema es combina el formigó amb barres d'acer que treballa molt bé a tracció.

Així, l'acer s'encarrega de resistir la major part dels esforços de tracció i la secció de formigó s'encarrega de resistir les compressions de l'estructura.

El comportament de les estructures de formigó armat presenta un alt grau de no linealitat degut a les lleis tensió-deformació dels materials que hi intervenen: el formigó i els reforços.

El formigó a compressió es comporta d'una manera aproximadament lineal per a tensions baixes, però s'aparta d'aquest comportament quan les tensions s'acosten a la seva resistència. Les aproximacions de forma parabòlica solen ser adequades, però hi ha una gran varietat de propostes a la literatura i guies de disseny. El formigó a tracció es fissa per tensions relativament baixes, però a causa de l'adherència amb les armadures de reforç, pot col·laborar en la resistència a tracció de l'element estructural.

El material usual de reforç és l'acer, que té un comportament inicialment lineal, però que plastifica en arribar al límit elàstic. Igualment es poden emprar altres materials, com poden ser els compostos de FRP, aquests amb comportament lineal fins a la ruptura.

1.2 OBJECTE

L'objectiu d'aquest treball és implementar una metodologia de càlcul tensodeformacional general d'elements de formigó armat que contempli la utilització

de diferents lleis de comportament per als materials, que puguin reproduir la no linealitat del formigó i de l'acer com a material de reforç.

Es vol crear un programa general que funcioni per qualsevol propietat del material de formigó i acer, per diferents geometries de la secció a estudiar o per qualsevol armadura de tracció i compressió.

1.3 ESPECIFICACIONS I ABAST

Primer de tot, es programarà l'anàlisi no lineal de la secció de formigó i materials de reforç, emprant diverses propostes acceptades en normes o publicacions. La metodologia s'implementarà en codi *Matlab*.

Un cop verificada la correcta programació, s'utilitzarà el mètode per tal de veure la influència en les variacions de tensions i deformacions de diferents paràmetres que poden influir en la capacitat a flexió de la secció i les diferències en considerar les diferents aproximacions tensió-deformació.

1.4 CONTINGUT

El següent Treball de Final de Màster es troba dividit en 9 capítols descrits a continuació.

En el primer capítol hi trobem una breu explicació dels antecedents, l'objectiu plantejat, les especificacions i abast que tindrà el treball i el seu contingut.

En el segon capítol hi trobem una breu descripció del formigó armat, definició, característiques i comportament a tracció i compressió. També es descriuen les etapes de fissuració d'aquest material, i es comenten les característiques del diagrama tensió-deformació del formigó i l'acer.

En el tercer capítol es descriu el comportament del formigó. Aquest pot tenir un comportament lineal o no lineal i s'utilitzen diverses normatives per comparar-les.

En el quart capítol es descriu el comportament de l'acer. Aquest pot tenir un comportament elàstic o elastoplàstic.

En el cinquè capítol es comenta el diagrama moment-curvatura, analitzant la fissuració de la secció per un comportament lineal i no lineal del formigó.

En el sisè capítol es mostren les propietats del material, la geometria de la secció estudiada en cada cas i els resultats obtinguts amb el codi de *Matlab*.

En el setè capítol es mostra un breu resum del pressupost total d'aquest treball.

En el vuitè capítol es fa un recull de les conclusions obtingudes al finalitzar aquest Treball de Fi de Màster.

Per últim, hi trobem les referències bibliogràfiques utilitzades en aquest estudi i els annexos.

2. BREU INTRODUCCIÓ TEÒRICA

2.1 FORMIGÓ ARMAT

El formigó és un material format per la mescla d'àrids de diferents mides (graves i sorres) que s'uneixen per solidificar el ciment que reacciona amb aigua. Com més compactes siguin els àrids, menys ciment es necessitarà per solidificar-lo. El procés d'enduriment del formigó es produeix per la reacció dels compostos anhidres del gra de ciment amb les molècules d'aigua. Aquest procés finalitza al cap de 5-7 hores fins que ja no queden partícules de ciment per reaccionar.

El formigó té una bona resistència a la compressió però en canvi, molt poca a la tracció. És per això que no és adequat per peces que han de treballar a flexió o tracció. Per solucionar aquest problema es reforça el formigó amb barres d'acer per tal d'absorbir les tensions de tracció (normalment s'utilitzen barres corrugades). Combinant aquests dos material s'obté el que anomenem com a formigó armat. A la següent Figura 1 es pot veure el comportament tensional d'aquest.

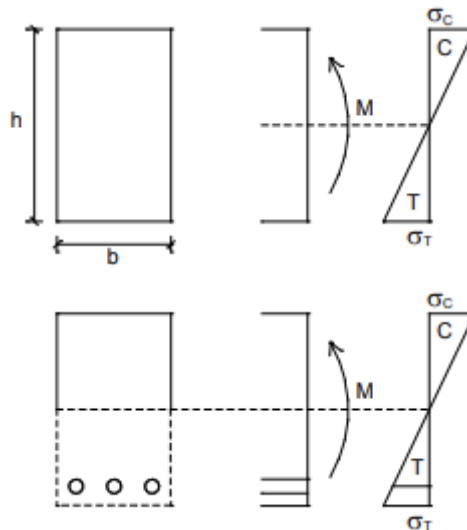


Figura 1 Comportament tensional del formigó armat [2]

Actualment el formigó armat és un dels materials més utilitzats en la construcció ja que presenta diversos avantatges respecte altres materials. És econòmic, s'adapta a

qualsevol forma i té una alta durabilitat i resistència al foc. Tot i això, també té algun desavantatge com les grans dimensions o el pes.

2.1.1 RESISTÈNCIA A LA COMPRESSIÓ

La resistència a la compressió és el paràmetre més important del formigó. És per això, que altres paràmetres com la resistència a la tracció, el mòdul d'elasticitat instantani, entre d'altres, depenen d'aquest factor.

A partir de la resistència a la compressió, es poden determinar les dosificacions dels diferents components, la relació aigua-ciment, el tipus de ciment, el tipus d'additius, etc. Com que es pot determinar mitjançant assajos de compressió de provetes normalitzades, la resistència característica del formigó f_{ck} es defineix com aquella que presenta una grau de confiança del 95% (Figura 2). Aquesta resistència característica a la compressió del formigó normalment s'utilitza com a resistència de disseny.

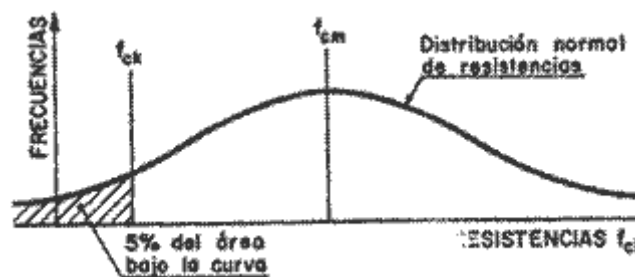


Figura 2 Resistència característica [1]

Seguint aquesta distribució estadística normal, la resistència característica es troba a partir de la següent expressió.

$$f_{ck} = f_{cm}(1 - 1.64 \cdot \delta) \quad Eq. 1$$

On la resistència mitja f_{cm} i el coeficient de variació de la població de resistències δ es calcula com:

$$f_{cm} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n f_{ci} \quad Eq. 2$$

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{f_{ci} - f_{cm}}{f_{cm}} \right)^2} \quad \text{Eq. 3}$$

2.1.2 RESISTÈNCIA A LA TRACCIÓ

Com ja s'ha comentat a l'apartat anterior, el formigó té una resistència quasi nul·la a tracció. És per això que no es té en compte a efectes de resistència però sí que es considera necessari en altres aspectes com la fissuració, l'esforç tallant, l'adherència de les armadures o per comprovar la qualitat o neteja dels àrids.

Existeixen assajos per saber quina és la resposta de l'estructura sotmesa a tracció, com són el de flexotracció, el de tracció indirecte o tracció directa. Aquest últim mètode no és pràctic ja que és complicada la seva execució.

ASSAIG DE FLEXOTRACCIÓ

En aquest assaig es parteix d'una proveta prismàtica recolzada per dos suports situats un a cada extrem. Se li aplica una càrrega central a la cara oposada, d'aquesta manera la proveta es veu sotmesa a un esforç de flexotracció forçant-la a trencar-se per la secció central (Figura 3).

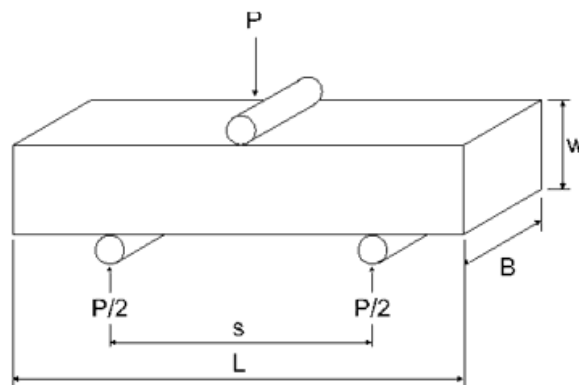


Figura 3 Assaig de flexotracció [10]

El que s'aconsegueix és obtenir el comportament a tracció a partir de la relació de la càrrega aplicada i la deflexió de la proveta o l'obertura de la fissura. La resistència a la flexotracció es calcula mitjançant la següent equació.

$$f_{ctf} = \frac{G_f}{W} \quad Eq. 4$$

Que es relaciona amb la resistència a la tracció directa de la següent manera:

$$f_{ctf} = \left(1.6 - \frac{h}{1000}\right) \cdot f_{ct} \leq f_{ct} \quad Eq. 5$$

ASSAIG DE TRACCIÓ INDIRECTE

Aquest assaig consisteix en la ruptura de provetes normalment cilíndriques. Se li aplica una càrrega de compressió a dos punts diametralment oposats. La càrrega s'aplica de forma contínua (Figura 4).

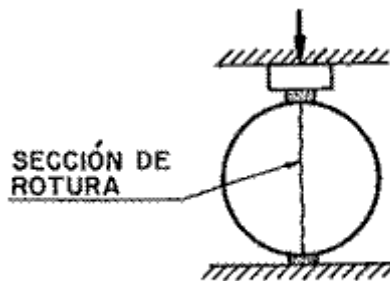


Figura 4 Assaig de punxonament [1]

La resistència a la tracció indirecta es calcula amb la següent equació.

$$f_{ctt} = \frac{2F}{\pi \cdot a \cdot l} \quad Eq. 6$$

On F és la càrrega de ruptura, a el diàmetre de la proveta i l la seva longitud.

Aquesta resistència es relaciona amb la tracció directa de la següent manera.

$$f_{ct} = 0.9 \cdot f_{cti} \quad Eq. 7$$

2.2 FISSURACIÓ EN ELEMENTS DE FORMIGÓ ARMAT

En el formigó armat, les fissures es poden produir per accions directes, càrregues aplicades; accions indirectes, temperatura o retracció; o per errors en l'execució de l'estructura. Aquestes últimes fissures normalment són superficials i no es poden controlar amb les armadures, estan relacionades amb la fase plàstica del formigó i s'ha de controlar l'amplada d'aquestes segons la normativa.

Per estudiar la fissuració d'elements de formigó armat a flexió s'utilitzarà en aquest treball el cas de tracció pura d'una biga sotmesa a una acció directa. A l'aplicar una càrrega axial s'obté el següent diagrama N- $\Delta L/L$ (Figura 5) d'on se'n diferencien tres etapes: primera fissura, formació de fissures i fissuració estabilitzada.

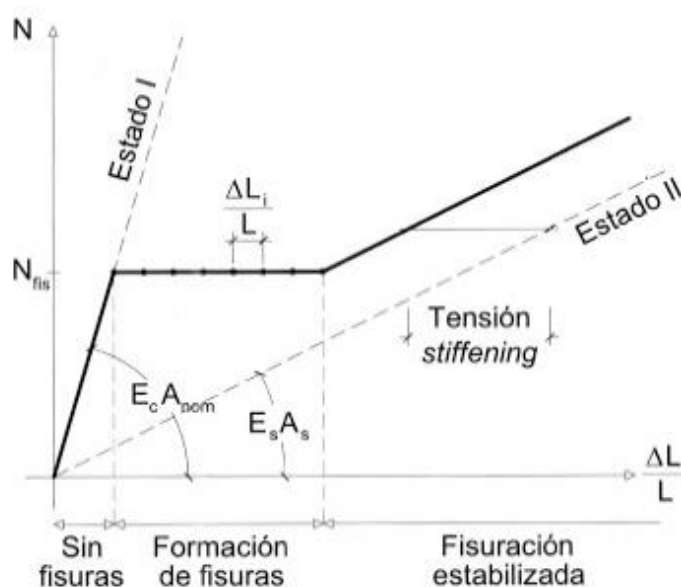


Figura 5 Diagrama N- $\Delta L/L$ d'un element sotmès a tracció [1]

2.2.1 PRIMERA FASE: SENSE FISSURES

En l'Estat I del diagrama, l'acer i el formigó tenen les mateixes deformacions en totes les seccions de la biga. És per això que s'utilitza l'àrea equivalent d'acer a formigó aplicant un coeficient $n = E_s/E_c$.

El comportament del diagrama en l'Estat I és lineal amb una pendent $E_c A$. Les tensions i les deformacions es calculen de la següent manera:

$$\sigma_c = \frac{N}{A}; \quad \sigma_s = n \frac{N}{A}; \quad \varepsilon_c = \varepsilon_s = \frac{N}{E_c \cdot A}; \quad Eq. 8$$

D'on se sap que,

$$A = bh + (n - 1) \quad Eq. 9$$

2.2.2 SEGONA FASE: FORMACIÓ DE LA PRIMERA FISSURA

Quan el formigó arriba a una tensió de tracció igual a la seva resistència f_{ct} , es produeix una fissura a la secció més dèbil de la biga. Aquesta secció que es trobava en Estat I ara passa a Estat II, desapareixent el formigó a tracció. Per tant, ara la deformació de l'acer a la fissura serà:

$$\varepsilon_s = \frac{N_f}{E_s A_s} \quad Eq. 10$$

Les seccions que no són properes a la fissura no han modificat el seu estat, continuen sent d'Estat I tal i com es pot veure a la següent Figura 6.

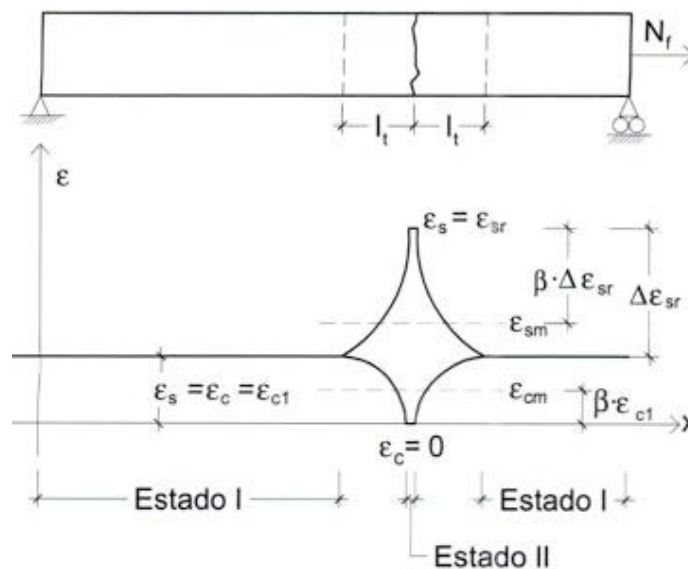


Figura 6 Formació de la primera fissura [1]

En la zona propera a la fissura, a una longitud l_t , les seccions tenen un comportament intermedi entre l'Estat I i l'Estat II. En aquesta fase, tal i com es pot veure en el diagrama N-AL/L, sense haver d'augmentar la força aplicada a la biga aquesta s'allarga per la disminució de la rigidesa on s'ha produït la primera fissura i en les zones properes.

2.2.3 TERCERA FASE: FISSURACIÓ ESTABILITZADA

Qualsevol secció que es trobi a l'Estat I pot fissurar sense haver d'augmentar la força aplicada a la biga. Mentre hi hagi seccions en Estat I s'aniran formant fissures amb la mateixa amplada que la primera.

Quan totes les fissures es trobin a una distància igual o menor que $2l_t$ ja no hi haurà cap secció en Estat I, per tant, ja no es formaran més fissures. Estem parlant d'una fase de fissuració estabilitzada (Figura 7).

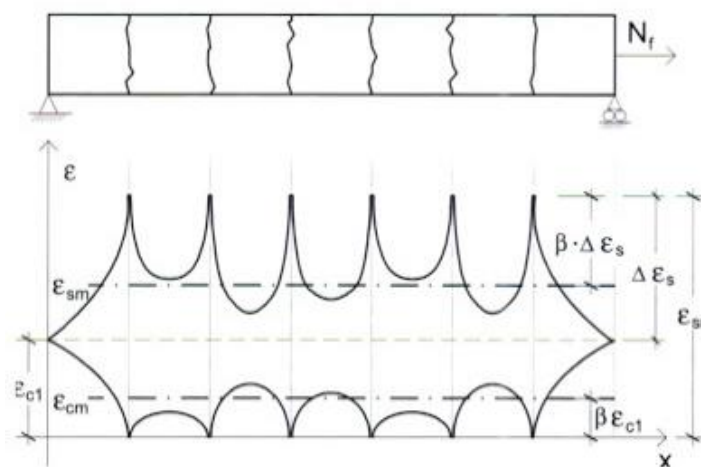


Figura 7 Última fissura i fissuració estabilitzada [1]

Amb totes les fissures formades, encara que s'augmentés la força, no es formaria cap fissura nova, però sí que augmentaria l'amplada de les existents. Això vol dir que l'increment de la força només l'aguanta les barres d'acer.

2.3 DIAGRAMA TENSIÓ-DEFORMACIÓ

Quan es realitzen càlculs de seccions de formigó armat sotmeses a sol·licitacions normals, existeixen diverses normes per modelitzar la resposta tensional del formigó que depenen de l'època, el país o el llibre. En canvi, per l'acer no hi ha tantes variacions.

2.3.1 DIAGRAMA TENSIÓ-DEFORMACIÓ DEL FORMIGÓ

Quan s'aplica una càrrega constant a una peça de formigó la deformació augmenta amb el temps. Aquest efecte s'ha de tenir en compte quan es vol dissenyar una peça en el seu estat límit de servei.

El diagrama de tensió-deformació del formigó a compressió presenta una part inicial pràcticament recta i una part final que s'aproxima a una paràbola (Figura 8). Normalment es treballa amb tensions de l'ordre del 40% de la tensió de ruptura. Això fa que ens trobem en el tram rectilini inicial i per tant, el comportament sigui perfectament elàstic.

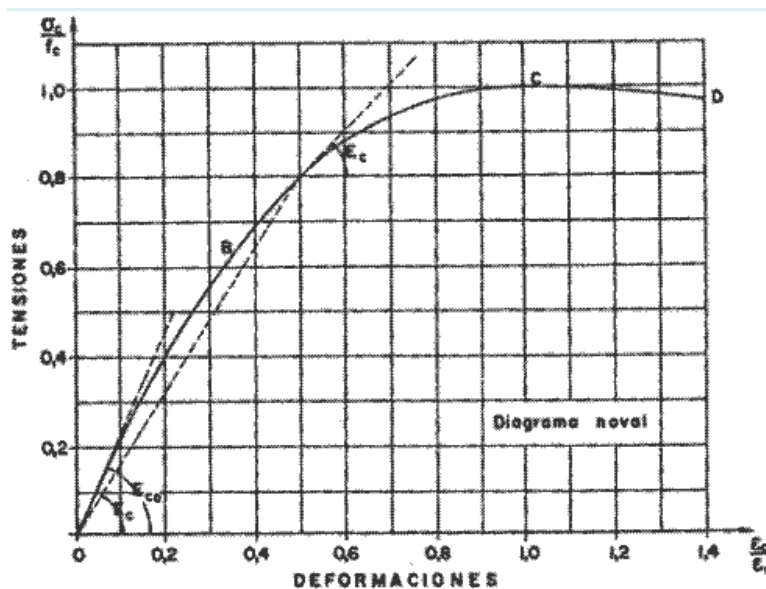


Figura 8 Diagrama tensió-deformació del formigó [1]

Si s'augmentés la càrrega, es generarien deformacions que no es recuperarien en treure la càrrega, seria el comportament plàstic del formigó.

2.3.2 DIAGRAMA TENSIÓ-DEFORMACIÓ DE L'ACER

La tensió de qualsevol armadura s'obté a partir de la deformació de la fibra corresponent mitjançant el diagrama tensió-deformació de càlcul de l'acer utilitzat.

Com que el diagrama dels acers que s'utilitzen per formigó armat depèn del mètode de fabricació, és el fabricant qui ha de facilitar aquest diagrama. Per si no es tenen aquestes dades experimentals, es pot utilitzar el diagrama característic representat a la següent Figura 9.

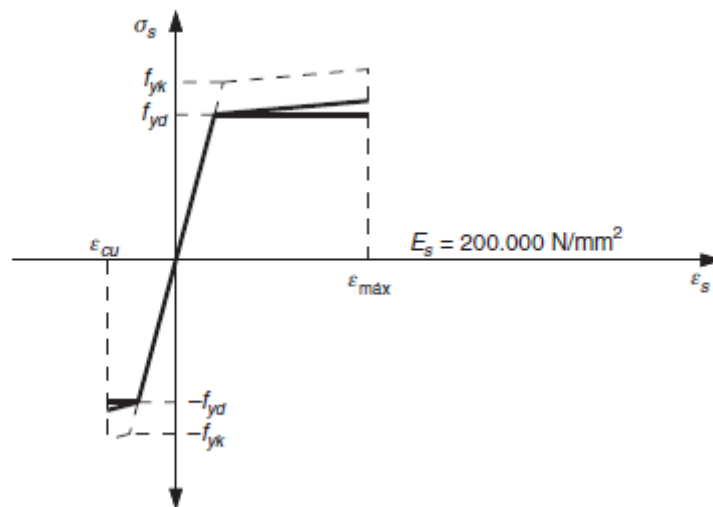


Figura 9 Diagrama característic tensió-deformació de l'acer [4]

Es pot veure com la part de compressió és simètrica a la de tracció i amb un mòdul de deformació longitudinal de l'acer de $E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$. Es considera com a deformació màxima el 10‰.

En molts casos es considera una deformació màxima a compressió de l'acer del 3.5‰. Això és perquè a l'estar envoltat de formigó s'utilitza la deformació màxima d'aquest, sense tenir en compte que en realitat té un valor molt més elevat.

3. COMPORTAMENT DEL FORMIGÓ

Tal i com s'ha comentat a la introducció d'aquest treball, el formigó a compressió es comporta d'una manera aproximadament lineal per a tensions baixes, però s'aparta d'aquest comportament quan les tensions s'acosten a la seva resistència. En aquest apartat es compararan aquests dos comportaments del formigó.

3.1 LINEAL

Quan es fa un anàlisi lineal se suposa un comportament perfectament elàstic de l'estructura. En aquest cas, el càlcul d'esforços és pràcticament independent del material utilitzat, ja que només utilitza el mòdul d'elasticitat E .

$$\sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c \quad \text{Eq. 11}$$

A la següent Figura 10 es representa el diagrama tensió-deformació per un anàlisi lineal.

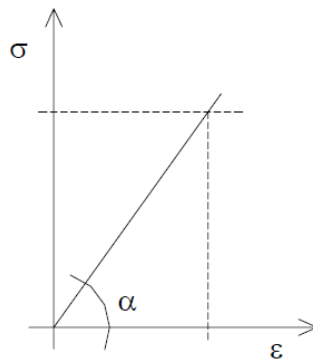


Figura 10 Diagrama lineal de Tensió-Deformació [9]

3.2 NO LINEAL

3.2.1 PARÀBOLA-RECTANGLE

El diagrama Paràbola-Rectangle està format per una paràbola d'ordre n i un segment rectilini tal i com es veu a la següent Figura 11.

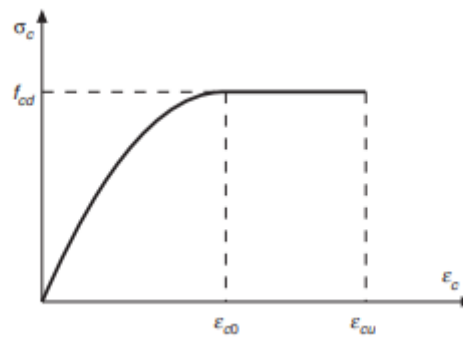


Figura 11 Diagrama Paràbola-Rectangle [4]

El vèrtex de la paràbola es troba a l'abscissa ϵ_{c0} , que correspon a la deformació de ruptura del formigó a compressió simple. En canvi, el final del tram rectangular es troba a l'abscissa ϵ_{cu} (deformació de ruptura del formigó a flexió). El valor màxim de la tensió d'aquest diagrama correspon a una compressió igual a f_{cd} (resistència de càlcul del formigó a compressió).

Les equacions d'aquesta paràbola són les següents:

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c0}} \right)^n \right] \quad \text{si } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c0} \quad \text{Eq. 12}$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{si } \epsilon_{c0} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu} \quad \text{Eq. 13}$$

Els valors de la deformació de ruptura a compressió simple i de deformació última depenen del valor de la resistència característica del formigó i prenen els valors següents:

$$\epsilon_{c0} = 0.002 \quad \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Eq. 14}$$

$$\epsilon_{c0} = 0.002 + 0.000085(f_{ck} - 50)^{0.05} \quad \text{si } f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Eq. 15}$$

$$\epsilon_{c0} = 0.0035 \quad \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Eq. 16}$$

$$\epsilon_{c0} = 0.0026 + 0.0144 \left[\frac{100 - f_{ck}}{100} \right]^4 \quad \text{si } f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Eq. 17}$$

A més, el valor n que defineix el grau de la paràbola també depèn d'aquest factor.

$$n = 2 \quad \text{si } f_{ck} \leq 50 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Eq. 18}$$

$$n = 1.4 + 9.6 \left[\frac{100 - f_{ck}}{100} \right]^4 \quad \text{si } f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2 \quad \text{Eq. 19}$$

3.2.2 PARABÒLICA (EUROCODI 2)

Segons l'Eurocodi 2 es representa el diagrama de la tensió a compressió σ_c i la deformació ε_c amb l'equació parabòlica representada a la següent Figura 12.

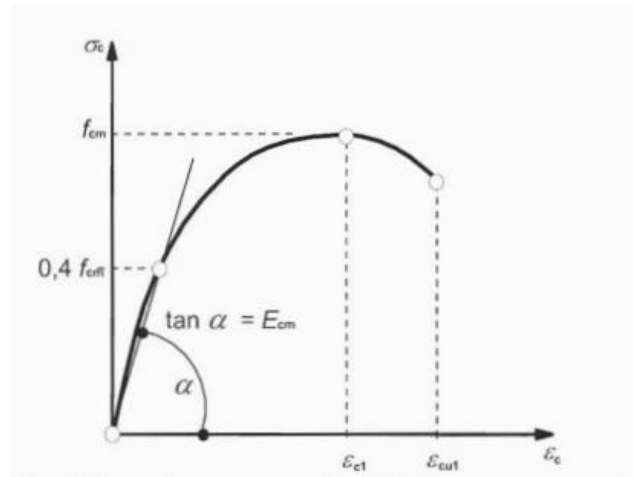


Figura 12 Diagrama Tensió-Deformació Eurocodi 2 [5]

La relació entre aquests dos factors es troba amb l'equació:

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} \quad \text{Eq. 20}$$

On

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad \text{Eq. 21}$$

$$k = 1.05 \cdot E_{cm} \cdot \frac{|\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}} \quad \text{Eq. 22}$$

3.2.3 SAENZ (1964)

El diagrama típic de tensió-deformació a compressió representat a la següent Figura 13 es divideix en tres trams:

- El primer tram lineal: amb el mòdul de Young inicial E_c .
- El segon tram d'enduriment no lineal: A l'augmentar la tensió, la rigidesa del material disminueix.
- El tercer tram d'estovament no lineal: Quan s'arriba a la màxima tensió (que correspon a la resistència del formigó a compressió f_c) per una deformació ε_{c1} fins a la deformació de ruptura del formigó ε_{cu1} , la tensió comença a disminuir amb una rigidesa negativa.

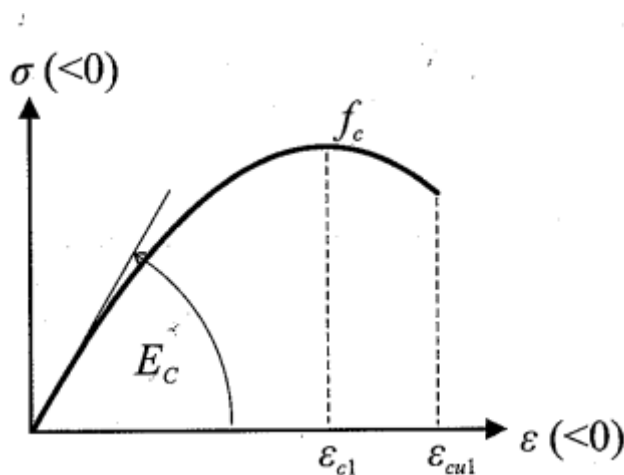


Figura 13 Diagrama Tensió-Deformació Saenz, 1964 [6]

L'any 1964 Saenz introdueix la següent equació per a representar aquest diagrama.

$$\sigma_c = \frac{E_c \cdot \varepsilon}{1 + \left(\frac{E_c}{E_{c1}} - 2\right) \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}} + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{c1}}\right)^2} \quad \text{si } 0 \geq \varepsilon \geq \varepsilon_{cu1} \quad \text{Eq. 23}$$

D'on sabem que,

$$E_{c1} = -\frac{f_{cd}}{\varepsilon_{c1}} \quad \text{Eq. 24}$$

3.2.4 TODESCHINI (1964)

L'any 1964, Todeschini va representar el diagrama de la tensió a compressió σ_c i la deformació ε_c de la següent Figura 14. Va proposar que es representés aquest diagrama amb només una paràbola.

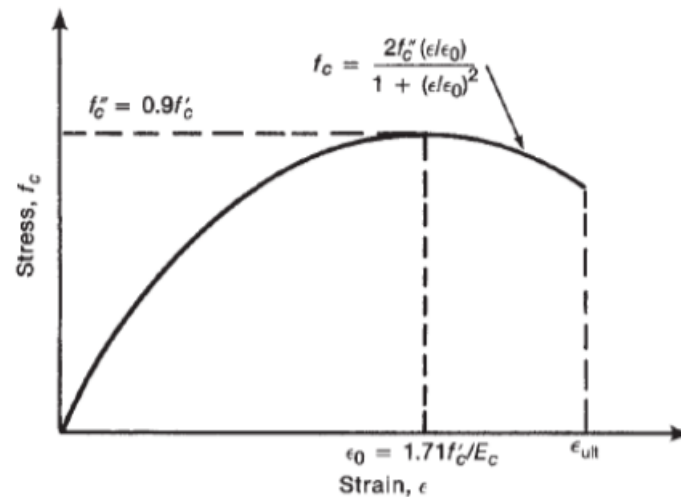


Figura 14 Diagrama Tensió-Deformació Todeschini, 1964 [8]

L'equació d'aquesta paràbola es mostra a continuació:

$$\sigma_c = \frac{2 \cdot f'_c \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}\right)}{1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}\right)^2} \quad \text{Eq. 25}$$

On el valor de la deformació ε_0 i la tensió f'_c es calcula com:

$$\varepsilon_0 = \frac{1.71 \cdot f_{cd}}{E_c} \quad \text{Eq. 26}$$

$$E_c = 4700 \cdot \sqrt{f_{cd}} \quad \text{Eq. 27}$$

$$f'_c = 0.9 \cdot f_{cd} \quad \text{Eq. 28}$$

3.2.5 HOGNESTAD MODIFICAT (1951)

L'any 1951, Hognestad va proposar el model de tensió-deformació representat a la següent Figura 15. Aquest diagrama està format per una zona curvilínia descrita per una paràbola fins a arribar a la resistència màxima f'_c . A partir d'aquest punt la tensió disminueix linealment a mesura que augmenten les deformacions.

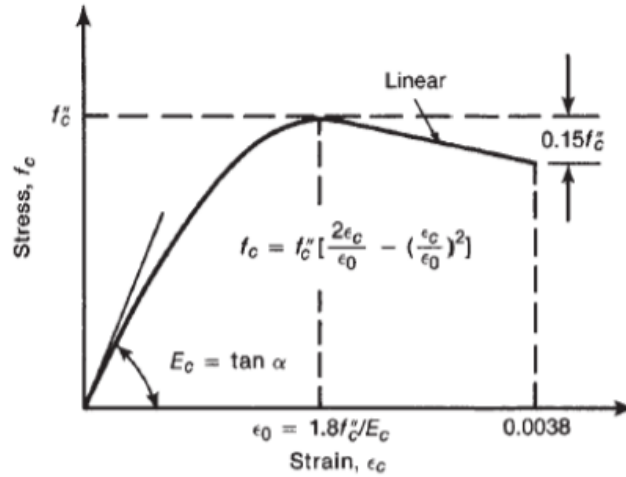


Figura 15 Diagrama Tensió-Deformació Hognestad Modificat, 1951 [8]

Aquesta corba es troba amb les següents expressions que depenen del valor de la deformació.

$$\sigma_c = f'_c \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_c}{\varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right) \quad \text{si } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_0 \quad \text{Eq. 29}$$

$$\sigma_c = f'_c \cdot (1 - z \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{cu})) \quad \text{si } \varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \quad \text{Eq. 30}$$

On,

$$z = \frac{0.15 \cdot f'_c}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_0} \quad \text{Eq. 31}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1.8 \cdot f'_c}{E_c} \quad \text{Eq. 32}$$

Considerant com a valor de tensió f'_c el valor de tensió màxim f_{cd} .

4. COMPORTAMENT DE L'ACER

Tal i com s'ha vist a l'apartat anterior, es pot considerar que el formigó té un comportament lineal o no lineal segons la norma a utilitzar. En canvi, l'acer pot tenir un comportament elàstic o elasto-plàstic.

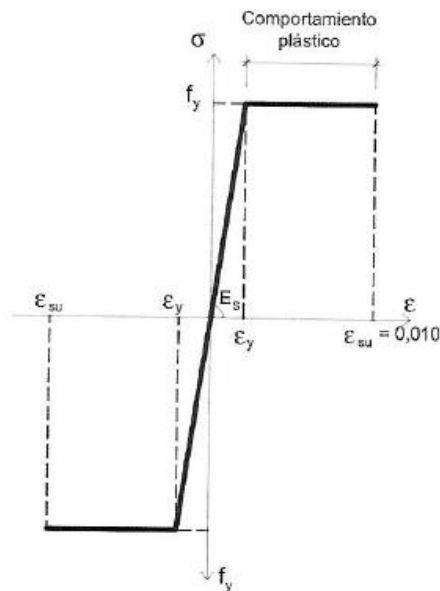


Figura 16 Diagrama tensió deformació acer comportament elasto-plàstic [1]

Per un comportament elàstic de l'acer, el diagrama tensió deformació d'aquest és lineal, com el tram inicial de la Figura 16.

En canvi, per un comportament elasto-plàstic, que és el que es troba representat a la figura anterior, el primer tram té un comportament elàstic i a partir del límit elàstic, l'acer comença a plastificar.

5. DIAGRAMA MOMENT-CURVATURA

Un cop es tenen les característiques de tensió i deformació dels materials que formen la secció estudiada ja es pot calcular el diagrama Moment-Curvatura d'aquestes. Aquest diagrama relaciona per cada deformació el moment associat que pot resistir la secció (Figura 17).

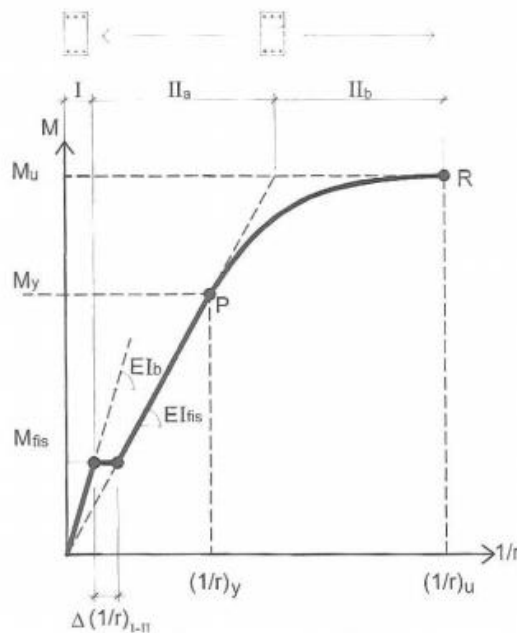


Figura 17 Diagrama Moment-Curvatura [1]

Aquest diagrama es divideix en tres etapes: La primera és quan la secció no està fissurada (Estat I); la segona és quan la secció està fissurada però per valors de càrrega baixos (Estat IIa); i per últim, la tercera etapa és quan la secció està fissurada però per valors més alts de càrrega (Estat IIb). En aquesta última etapa, o l'acer ha plastificat o el formigó es troba a una fase no lineal. Els diagrames de tensió-deformació de la secció per cada etapa es poden veure a la següent Figura 18.

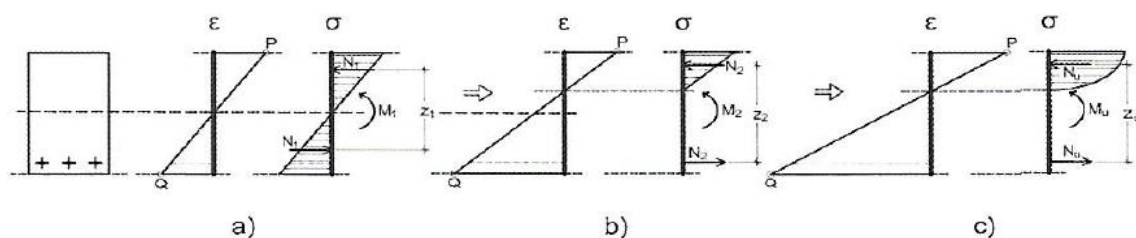


Figura 18 a) Secció no fissurada (I) b) Secció fissurada amb poca càrrega (IIa) c) Secció fissurada amb molta càrrega (IIb) [1]

5.1 SECCIÓ NO FISSURADA

Tal i com es veu a la Figura 17, en el primer tram, que correspon a l'Estat I quan la secció no està fissurada, la relació entre el moment flector i la curvatura és lineal. Aquesta fase es mantindrà fins que la tensió sigui igual a la resistència del formigó a tracció. A partir d'aquest instant, el moment flector serà el moment de fissuració (M_f).

5.1.1 COMPORTAMENT LINEAL DEL FORMIGÓ

Si es considera que el formigó té un comportament lineal, el moment de la secció no fissurada es pot calcular amb l'expressió següent.

$$M = \frac{\sigma_c \cdot I_{eq}}{h - y_{CG}} \quad Eq. 33$$

On σ_c representa la tensió que es troba a partir de les equacions descrites a l'apartat 3 per les lleis analitzades en aquest treball.

Com que la secció està formada per formigó i acer, per trobar la inèrcia equivalent I_{eq} i la posició del centre de gravetat de la secció y_{CG} s'ha de convertir l'àrea d'acer amb formigó utilitzant el coeficient d'equivalència n .

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad Eq. 34$$

On E_s és el mòdul d'elasticitat de l'acer i E_c el mòdul de deformació del formigó. Amb això es pot trobar la inèrcia equivalent i la posició al centre de gravetat considerant que tota la secció és formigó (Figura 19).

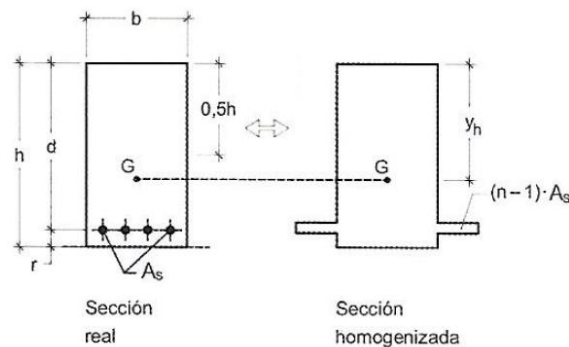


Figura 19 Secció real i secció equivalent de formigó [1]

$$y_{CG} = \frac{b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + (n - 1) \cdot A_s \cdot d}{b \cdot h + n \cdot A_s} \quad Eq. 35$$

$$I_{eq} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 + b \cdot h \left(y_{CG} - \frac{h}{2} \right)^2 + (n - 1) \cdot A_s (d - y_{CG})^2 \quad Eq. 36$$

5.1.2 COMPORTAMENT NO LINEAL DEL FORMIGÓ

En canvi, si es considera que el formigó té un comportament no lineal, utilitzant alguna de les lleis comentades a l'apartat anterior com paràbola-rectangle o parabòlica, s'obté el següent diagrama de tensió (Figura 20).

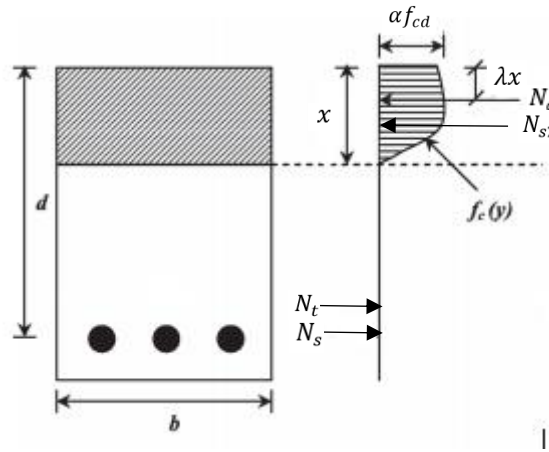


Figura 20 Representació dels coeficients α i λ a la secció [7]

Fent sumatori de forces s'obté el valor de la posició x , línia neutra de la secció, i fent sumatori de moments respecte on es troba l'armadura de tracció es troba el moment de la secció no fissurada.

$$\sum F = 0 \quad Eq. 37$$

$$N_c + N_{s2} = N_s \cdot N_t \quad Eq. 38$$

$$\alpha_c f_{cd} b x + A_{s2} E \varepsilon_2 = A_s E \varepsilon_1 + \alpha_t f_{cd} b (h - x) \quad Eq. 39$$

$$\sum M_i = M \quad Eq. 40$$

$$M = N_c(d - \lambda_c x) - N_t(\lambda_t x - (h - d)) + A_{s2} E_c \varepsilon_2 (d - d_2) \quad Eq. 41$$

El paràmetre ε_1 i ε_2 es calcula com:

$$\varepsilon_1 = \left(\frac{d}{x} - 1 \right) \cdot \varepsilon_c \quad Eq. 42$$

$$\varepsilon_2 = \left(1 - \frac{d_2}{x} \right) \cdot \varepsilon_c \quad Eq. 43$$

i els coeficients de tensió α i λ , es troben com:

$$\alpha = \frac{\int_0^{\varepsilon_{max}} \sigma \cdot d\varepsilon}{\varepsilon_{max} \cdot f_{cd}} \quad Eq. 44$$

$$\lambda = 1 - \frac{\int_0^{\varepsilon_{max}} \sigma \cdot \varepsilon \cdot d\varepsilon}{\varepsilon_{max} \cdot \int_0^{\varepsilon_{max}} \sigma \cdot d\varepsilon} \quad Eq. 45$$

A la figura anterior només està representat el diagrama de la zona de compressió però considerem que la zona de tracció treballa de la mateixa manera. A més, s'ha considerat que hi ha armadura de tracció i compressió.

La curvatura d'una secció és la inclinació de la seva recta o pla de deformacions i es calcula amb la fórmula següent:

$$C = \frac{\varepsilon}{x} \quad Eq. 46$$

5.2 SECCIÓ FISSURADA

Un cop s'arriba al moment de fissuració, a l'Estat II de la Figura 17, desapareix tot el formigó traccionat i l'acer serà el que aguantarà aquest esforç. A partir d'aquest moment, l'acer s'allargarà i la curvatura de la secció augmentarà. El centre de gravetat de la secció també variarà.

5.2.1 COMPORTAMENT LINEAL DEL FORMIGÓ

Si es considera que el formigó té un comportament lineal, la curvatura de la secció fissurada es calcula amb l'expressió següent.

$$C_f = \frac{M_f}{E_c \cdot I_{cr}} \quad \text{Eq. 47}$$

On,

$$I_{cr} = \left(\frac{E_s}{E_c} \cdot A_s \cdot (d - x_{cr}) \cdot \left(d - \frac{x_{cr}}{3} \right) \right) + \left(\frac{E_s}{E_c} \cdot A_{s2} \cdot (x_{cr} - d_2) \cdot \left(\frac{x_{cr}}{3} - d_2 \right) \right) \quad \text{Eq. 48}$$

$$x_{cr} = d \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot \rho_1 \cdot \left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot \left(1 + \frac{\rho_2 \cdot d_2}{\rho_1 \cdot d} \right)}{\frac{E_s}{E_c} \cdot \rho_1 \cdot \left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2}} \right) \quad \text{Eq. 49}$$

$$\rho_1 = \frac{A_s/b}{d} \quad \text{Eq. 50}$$

$$\rho_2 = \frac{A_{s2}/b}{d} \quad \text{Eq. 51}$$

5.2.2 COMPORTAMENT NO LINEAL DEL FORMIGÓ

El moment d'una secció fissurada per un comportament lineal o no lineal del formigó es calcula de la mateixa manera que a l'apartat 5.1.2. Per aquest cas no es considera la càrrega del formigó traccionat que, a l'haver fissurat la secció, no n'hi ha. Per tant, el moment es calcula com:

$$M_f = \alpha_c \cdot f_c \cdot b \cdot x \cdot (d - \lambda_c \cdot x) + A_{s2} \cdot E_c \cdot \varepsilon_2 \cdot (d - d_2) \quad \text{Eq. 52}$$

On els coeficients de tensió α , λ i el valor ε_2 són els descrits anteriorment. La posició x que representa la línia neutra de la secció es calcula utilitzant les equacions descrites a l'apartat 5.1.2 **COMPORTAMENT NO LINEAL DEL FORMIGÓ**.

La curvatura es calcula de la mateixa manera que per a la secció no fissurada.

5.3 CURVATURA MITJANA

Un cop es tenen les corbes moment-curvatura de la secció no fissurada i la secció fissurada, el que es vol és representar la curvatura mitjana per veure el comportament d'una secció a l'aplicar-hi una càrrega.

Això es troba amb l'expressió següent.

$$C_m = \zeta \cdot C_f + (1 - \zeta) \cdot C \quad \text{Eq. 53}$$

On el coeficient ζ es calcula com:

$$\zeta = 0 \quad \text{si } M < M_{cr} \quad \text{Eq. 54}$$

$$\zeta = 1 - \beta \cdot \left(\frac{M_{cr}}{M}\right)^2 \quad \text{si } M > M_{cr} \quad \text{Eq. 55}$$

El moment crític M_{cr} és el moment a partir del qual la secció comença a fissurar-se, quan la tensió és igual a la resistència del formigó a tracció, i es pot calcular com:

$$M_{cr} = \frac{f_{ct} \cdot I_{eq}}{y_{CG}} \quad \text{Eq. 56}$$

On la resistència a la tracció és:

$$f_{ct} = 0.3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad \text{Eq. 57}$$

6. ANÀLISI DELS RESULTATS

Per analitzar els resultats obtinguts amb el programari de *Matlab* s'han escollit tres casos d'estudi diferents. A continuació es mostra un esquema dels passos que s'han seguit en el codi de *Matlab* (Figura 21).

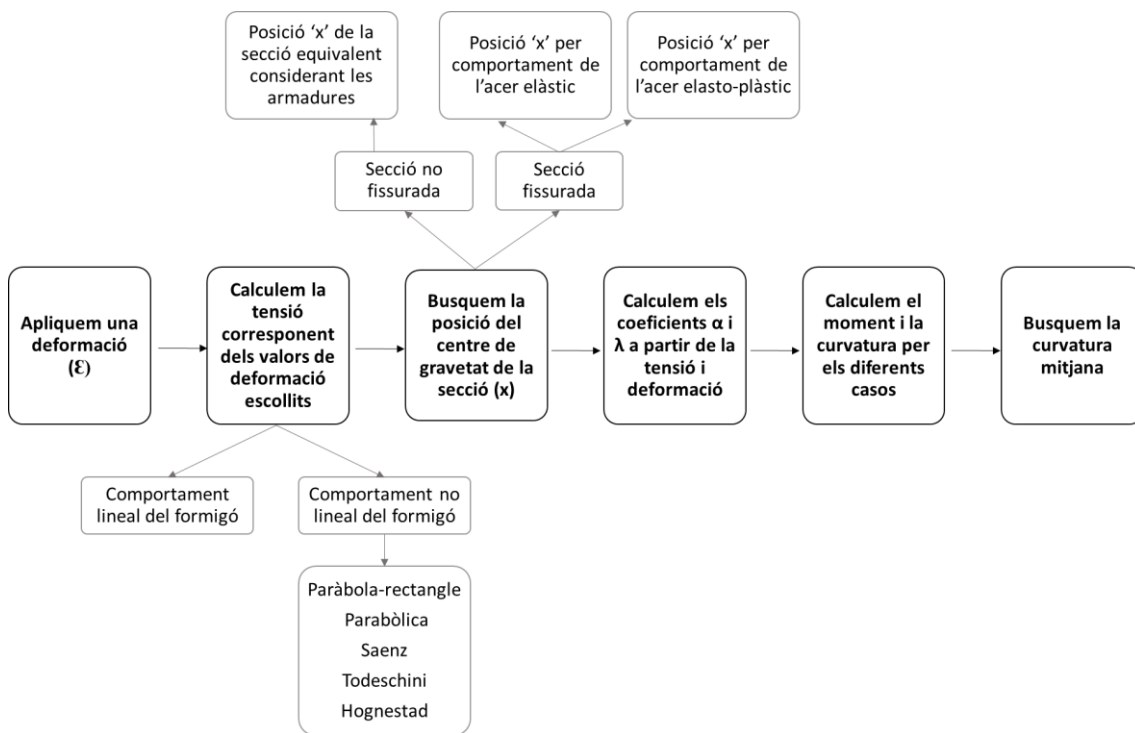


Figura 21 Esquema algoritme Matlab

Primer de tot, a partir d'una deformació, s'ha calculat la tensió per diferents lleis segons el comportament del formigó. Després, s'ha buscat la posició de la línia neutra de la secció segons si està fissurada o no. Per últim, s'han calculat els coeficients α i λ per acabar trobant el diagrama de moment-curvatura de la secció fissurada, no fissurada i la curvatura mitjana.

S'ha fet un codi general que modificant les mides de la secció i les propietats del material de formigó armat es pugui trobar els resultats per diferents lleis lineal i no lineals.

En aquest treball només s'analitzaran tres casos diferents. A continuació s'especificarà per cada cas d'estudi les variables escollides i els resultats.

6.1 CAS D'ESTUDI 1

6.1.1 MATERIAL

Les propietats del material de formigó armat utilitzat en aquest primer cas d'estudi es troben a la Taula 1.

PROPIETATS MATERIAL FORMIGÓ ARMAT	
f_{ck}	25 MPa
f_{yk}	500 MPa
ϵ_{c1}	2‰
ϵ_{cu}	3.5‰
E_c	32075.3 MPa
E_s	$2 \cdot 10^5$ MPa

Taula 1 Propietats del material del Cas 1

A la taula anterior es troben els valors de resistència característica del formigó f_{ck} , la resistència característica de l'acer f_{yk} , la deformació de ruptura del formigó a compressió simple ϵ_{c1} , la deformació de ruptura a flexió ϵ_{cu} , el mòdul d'elasticitat E_c i el mòdul de deformació de l'acer E_s .

6.1.2 GEOMETRIA

A la Figura 22 es pot veure la geometria de la secció de la biga estudiada i a la Taula 2 les seves dimensions.

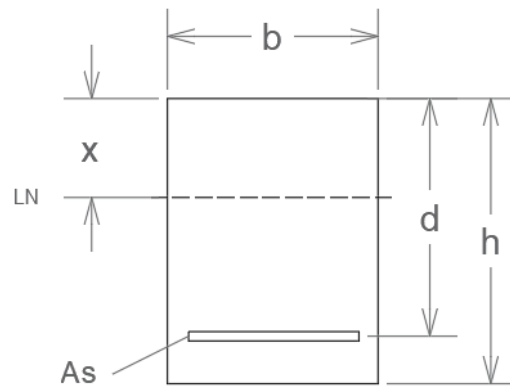


Figura 22 Esquema de la secció del Cas 1

A la següent taula s'especifica l'altura de la secció h , la base b , el recobriment r , la posició de l'armadura de tracció i el diàmetre i nombre de barres d'aquesta. En aquest cas no hi ha armadura de compressió.

DIMENSIONS DE LA SECCIÓ	
h	190 mm
b	140 mm
r	20 mm
d	164 mm
\varnothing_1	2 \varnothing 12 mm
\varnothing_2	-
A_{s1}	226.19 mm ²
A_{s2}	-

Taula 2 Dimensions de la secció del Cas 1

6.1.3 RESULTATS TENSÍO-DEFORMACIÓ

Comparant totes les lleis comentades als apartats anteriors per al formigó, en aquest cas, s'obté el següent diagrama tensió-deformació (Figura 23).

Es representen els resultats per una llei lineal i per les no lineals com paràbola-rectangle, parabòlica, Saenz, Todeschini i Hognestad modificat. Totes elles presenten valors molt similars excepte la lineal i la de Saenz. Això és perquè les lleis estan ajustades pels seus autors i incorporen factors de correcció del valor f_{ck} . Per això, el valor de la resistència màxima no és el mateix per totes les lleis.

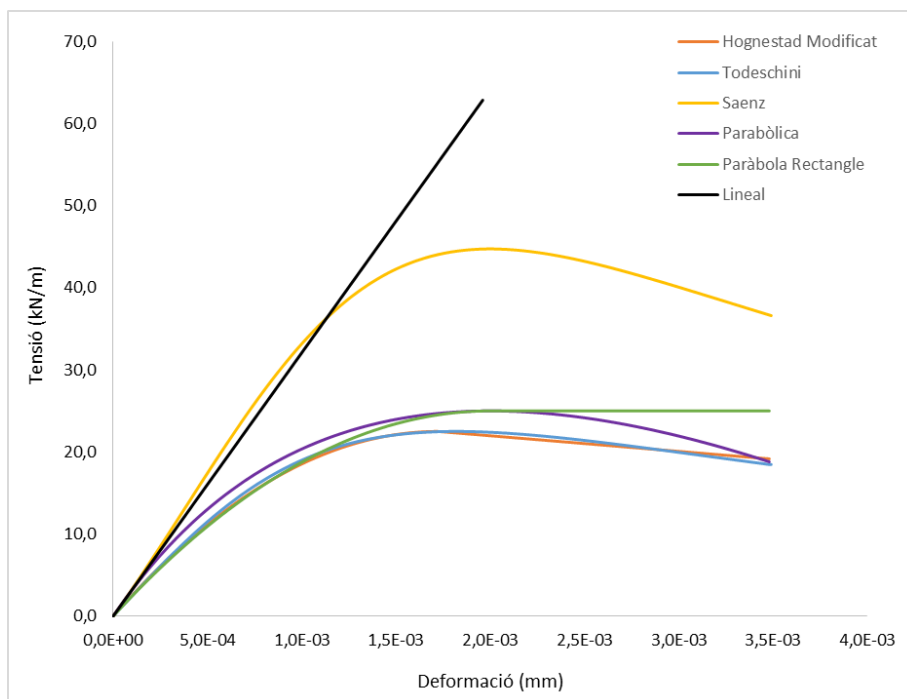


Figura 23 Gràfica tensió-deformació del Cas 1

6.1.4 RESULTATS MOMENT-CURVATURA

COMPORTAMENT LINEAL

A la següent Figura 24 s'hi representa el diagrama moment-curvatura per un comportament lineal del formigó. S'hi poden diferenciar de color blau la recta per la secció no fissurada, de color taronja la secció fissurada i de color gris la curvatura mitjana.

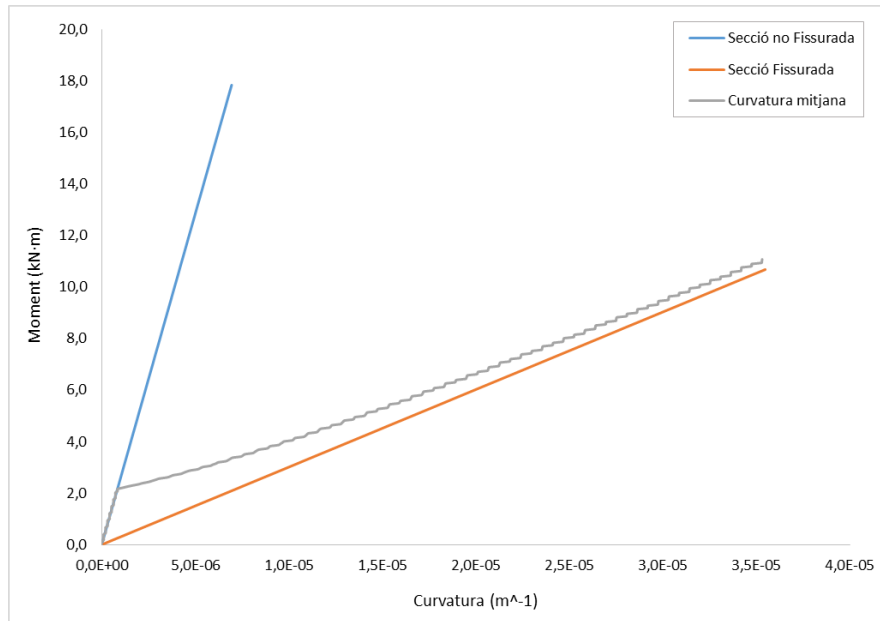


Figura 24 Gràfica moment-curvatura comportament lineal i elàstic del Cas 1

En aquest cas es veu com el tram inicial de la curvatura mitjana coincideix amb la corba de la secció no fissurada fins a arribar a un valor del moment que correspon al moment de fissuració. Això vol dir que, quan el moment arriba a un valor de 2.16 kNm , la secció comença a fissurar. Aquest valor es troba a partir de l'equació descrita a l'apartat 5.3 CURVATURA MITJANA.

Quan la secció fissura, la corba de la curvatura mitjana tendeix cap a la corba de la secció fissurada sense arribar mai a tocar-la, ja que significaria que la secció està completament fissurada.

COMPORTAMENT NO LINEAL I ELÀSTIC

A la següent Figura 25 s'hi representa el diagrama moment-curvatura per un comportament no lineal del formigó i un comportament elàstic de l'acer.

Es pot veure com la corba de la secció no fissurada ja no té un comportament lineal. Això és perquè al considerar un comportament no lineal del formigó i una armadura de tracció, la línia neutra de la secció ja no es troba al centre d'aquesta. Aquesta és la principal diferència que veiem entre el diagrama dels casos lineal i no lineal analitzats.

Aquesta gràfica en concret mostra el diagrama moment-curvatura utilitzant la llei parabòlic de l'Eurocodi 2 pel formigó.

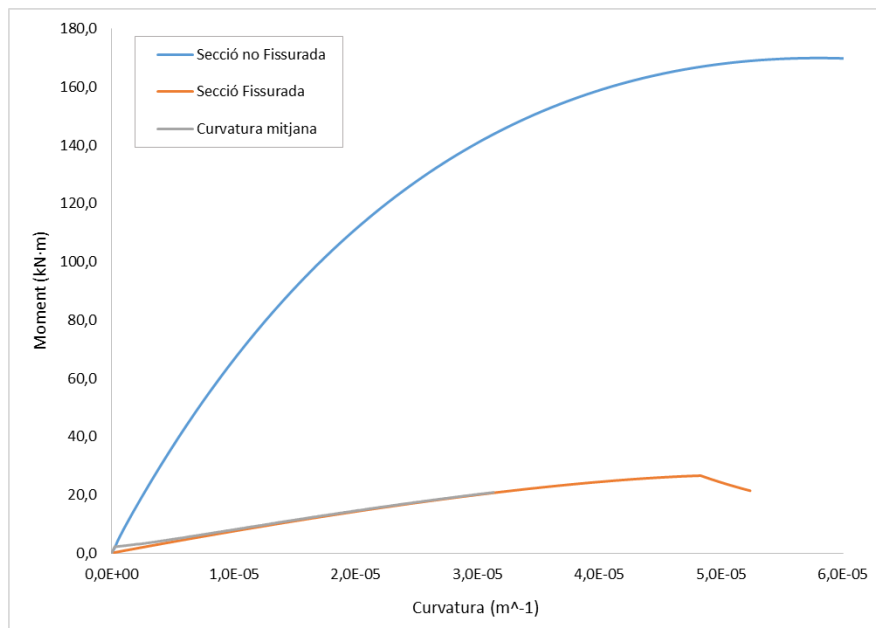


Figura 25 Gràfica moment-curvatura comportament no lineal i elàstic del Cas 1

La corba de la curvatura mitjana té el mateix comportament que per al cas lineal. El tram lineal coincideix amb la corba de la secció no fissurada i a partir del moment crític, la corba tendeix cap a la secció fissurada. La següent Figura 26, que és una ampliació de l'anterior, es pot veure millor aquest comportament.

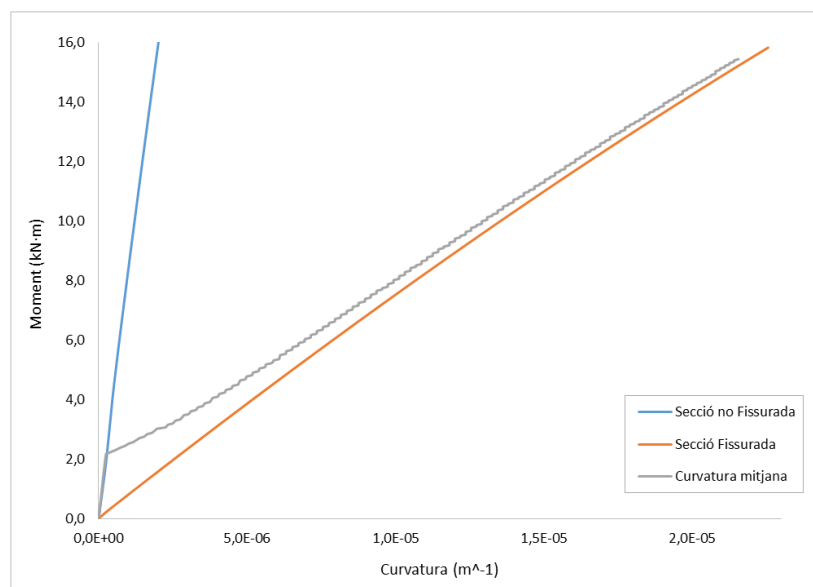


Figura 26 Gràfica comportament corba curvatura mitjana del Cas 1

COMPORTAMENT NO LINEAL I ELASTO-PLÀSTIC

A la següent Figura 27 s'hi representa una comparació entre els resultats moment-curvatura per un comportament elàstic i elasto-plàstic de l'acer i un comportament no lineal del formigó per la llei parabòlica de l'Eurocodi 2.

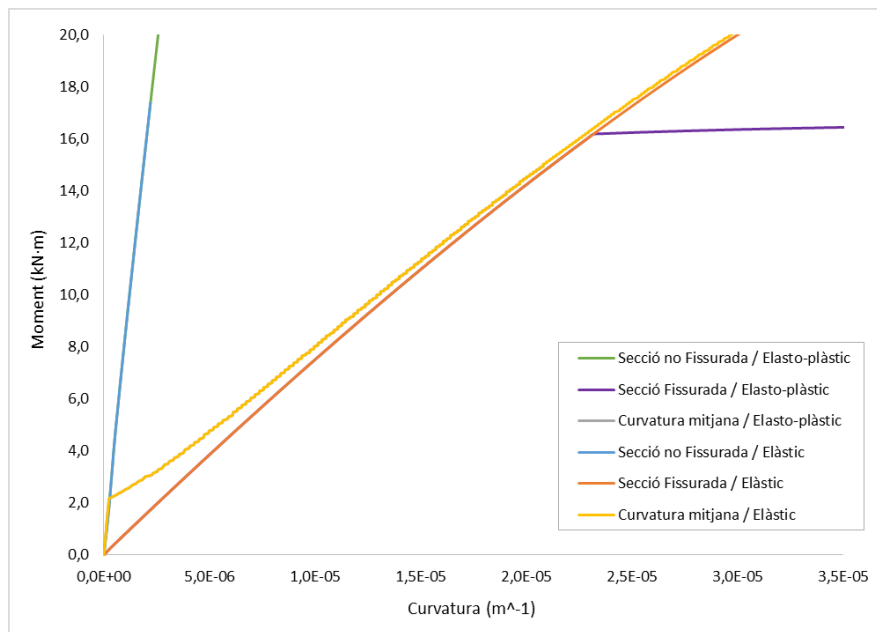


Figura 27 Gràfica comparació comportament de l'acer del Cas 1

S'observa com la diferència entre els dos casos es troba a la corba de la secció fissurada, i com a conseqüència, a la corba de la curvatura mitjana. Aquest canvi es produeix quan l'acer comença a plastificar i, a partir d'aquest instant, el valor del moment es manté constant. Per tant, es pot dir que el moment últim que aguantaria la secció sense cap coeficient de seguretat en el material seria de 16 kNm.

6.1.5 COMPARACIÓ

Si es comparen els resultats dels diagrames de moment-curvatura de totes les lleis per un comportament no lineal del formigó descrites en el treball s'obté la gràfica següent (Figura 28). Es pot veure com les corbes de la secció no fissurada, de la fissurada i de la curvatura mitjana són molt semblants per a totes les lleis no lineals.

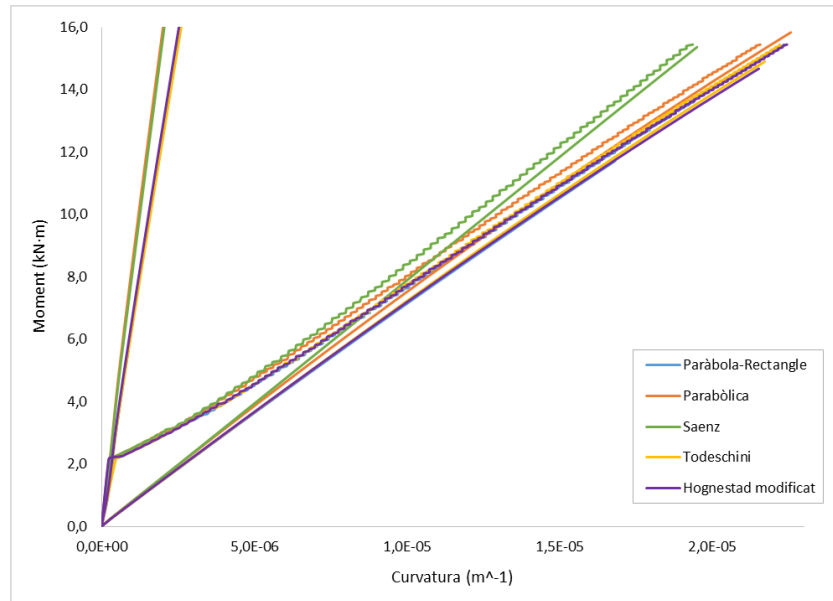


Figura 28 Comparació lleis comportament no lineal del Cas 1

Per poder observar millor les diferències i similituds entre elles s'han escollit tres moments: un proper al moment de fissuració, un valor mitjà i un valor proper al moment màxim. Tal i com es veu a la següent Taula 3, per cada moment escollit es compara la curvatura per totes les lleis analitzades i es calcula la ràtio respecte els resultats de paràbola-rectangle.

CURVATURA (m⁻¹)	M₁ = 3.33 kNm	M₂ = 9.36 kNm	M₃ = 15.40 kNm
Paràbola-Rectangle	2.74 · 10 ⁻⁶	1.26 · 10 ⁻⁵	2.23 · 10 ⁻⁵
Parabòlica	2.74 · 10 ⁻⁶	1.20 · 10 ⁻⁵	2.14 · 10 ⁻⁵
ràtio %	0.00%	4.76%	4.04%
Saenz	2.70 · 10 ⁻⁶	1.12 · 10 ⁻⁵	1.92 · 10 ⁻⁵
ràtio %	1.46%	11.11%	13.9%
Todeschini	2.77 · 10 ⁻⁶	1.24 · 10 ⁻⁵	2.20 · 10 ⁻⁵
ràtio %	1.09%	1.59%	1.33%
Hognestad	2.78 · 10 ⁻⁶	1.24 · 10 ⁻⁵	2.20 · 10 ⁻⁵
ràtio %	1.46%	1.59%	1.33%

Taula 3 Comparació valors de curvatura per totes les lleis del Cas 1

D'aquesta manera obtenim que per als tres moments, les corbes més properes a la de paràbola-rectangle són la de Todeschini, Hognestad modificat i parabòlica, amb errors inferiors al 4%. Pel que fa a la corba de Saenz, inicialment té valors força semblants respecte els de paràbola-rectangle però aquest error va augmentant a mesura que s'aproxima al moment màxim. Tal i com es pot veure a la gràfica de la Figura 28, com més ens acostem al moment màxim de 16 kNm , la corba de Saenz s'allunya més dels resultats de les altres lleis. Aquesta diferència també es veia en el diagrama de tensió-deformació.

6.2 CAS D'ESTUDI 2

6.2.1 MATERIAL

En aquest segon cas d'estudi s'han escollit les següents propietats del material de formigó armat que es mostren a la Taula 4.

PROPIETATS MATERIAL FORMIGÓ ARMAT	
f_{ck}	35 MPa
f_{yk}	400 MPa
ϵ_{c1}	2‰
ϵ_{cu}	3.5‰
E_c	35034 MPa
E_s	$2 \cdot 10^5$ MPa

Taula 4 Propietats del material del Cas 2

Tal i com s'ha comentat a l'apartat anterior, a la taula s'hi troben els valors de resistència característica del formigó f_{ck} , la resistència característica de l'acer f_{yk} , la deformació de ruptura del formigó a compressió simple ϵ_{c1} , la deformació de ruptura a flexió ϵ_{cu} , el mòdul d'elasticitat E_c i el mòdul de deformació de l'acer E_s .

6.2.2 GEOMETRIA

A la Figura 29 es pot veure la geometria de la secció de la biga estudiada i a la Taula 5 les seves dimensions.

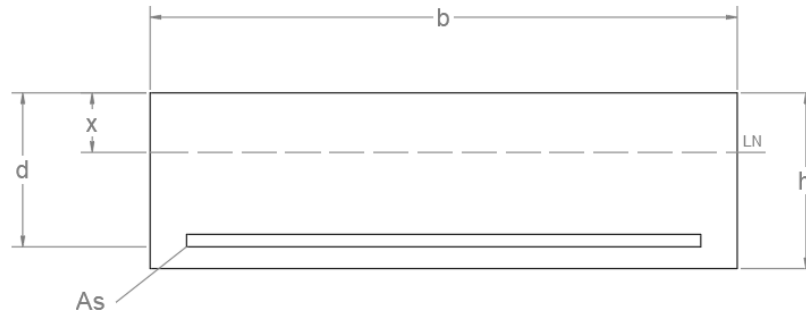


Figura 29 Esquema de la secció del Cas 2

A la taula següent s'hi especifica l'altura de la secció h , la base b , el recobriment r , la posició de l'armadura de tracció i el diàmetre i número de barres d'aquesta. En aquest cas tampoc hi ha armadura de compressió.

DIMENSIONS DE LA SECCIÓ	
h	300 mm
b	1000 mm
r	20 mm
d	250 mm
\varnothing_1	5 \varnothing 16 mm
\varnothing_2	-
A_{s1}	157.08 mm ²
A_{s2}	-

Taula 5 Dimensions de la secció del Cas 2

6.2.3 RESULTATS TENSIÓ-DEFORMACIÓ

Si comparem totes les lleis per al formigó, tal i com s'ha fet en el primer cas d'estudi, s'obté el següent diagrama tensió-deformació (Figura 30).

Es representen els resultats per una llei lineal i per les no lineals com paràbola-rectangle, parabòlica, Saenz, Todeschini i Hognestad modificat. En aquest cas, totes elles presenten valors molt similars. Es veu com ara, al canviar el valor de la resistència del formigó, el valor màxim de totes les corbes és pràcticament de 35 kN/m per la mateixa deformació. Les petites diferències es deuen als factors de correcció que incorporen els seus autors en el valor de f_{ck} tal i com s'ha comentat abans.

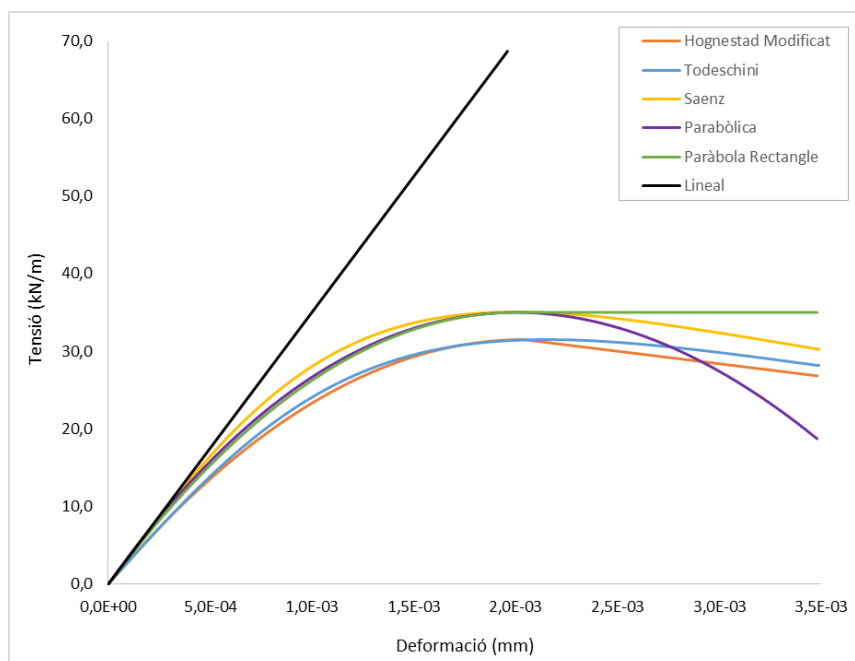


Figura 30 Gràfica tensió-deformació del Cas 2

6.2.4 RESULTATS MOMENT-CURVATURA

COMPORTAMENT LINEAL

A la següent Figura 31 s'hi representa el diagrama moment-curvatura per un comportament lineal del formigó. S'hi poden diferenciar de color blau la recta per la secció no fissurada, de color taronja la secció fissurada i de color gris la curvatura mitjana.

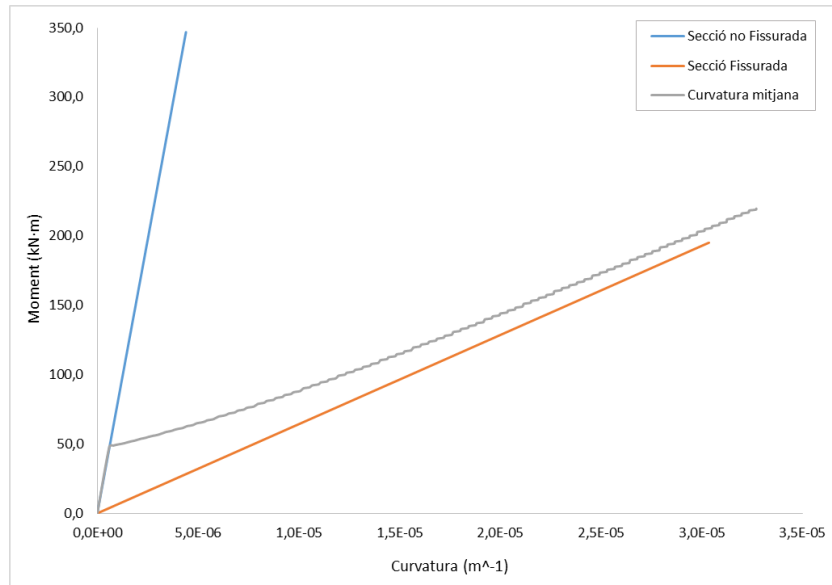


Figura 31 Gràfica moment-curvatura comportament lineal i elàstic del Cas 2

En aquest cas, igual que l'anterior, es veu com el tram inicial de la curvatura mitjana coincideix amb la corba de la secció no fissurada fins a arribar a un valor del moment que correspon al moment de fissuració. Aquest moment ara té un valor de 50 kNm . Aquesta diferència es produeix per la variació de les mides de la secció respecte el primer cas.

A més, si es comparen els valors de moment i curvatura es pot comprovar com les pendents d'aquestes rectes respecte les del cas anterior són superiors ja que s'ha augmentat el mòdul d'elasticitat E_c .

COMPORTAMENT NO LINEAL I ELÀSTIC

A la següent Figura 32 s'hi representa el diagrama moment-curvatura per un comportament no lineal del formigó i un comportament elàstic de l'acer.

Es comprova que passa exactament el mateix que per el cas lineal. Totes les corbes, per els mateixos valors de curvatura, tenen un moment més gran respecte el primer cas analitzat. Això es deu a la diferència de valors geomètrics de la secció, del material i de l'armadura. La posició de la línia neutra de la secció varia i això fa que les corbes de moment-curvatura també.

Aquesta gràfica en concret mostra el diagrama moment-curvatura utilitzant la llei parabòlica pel formigó.

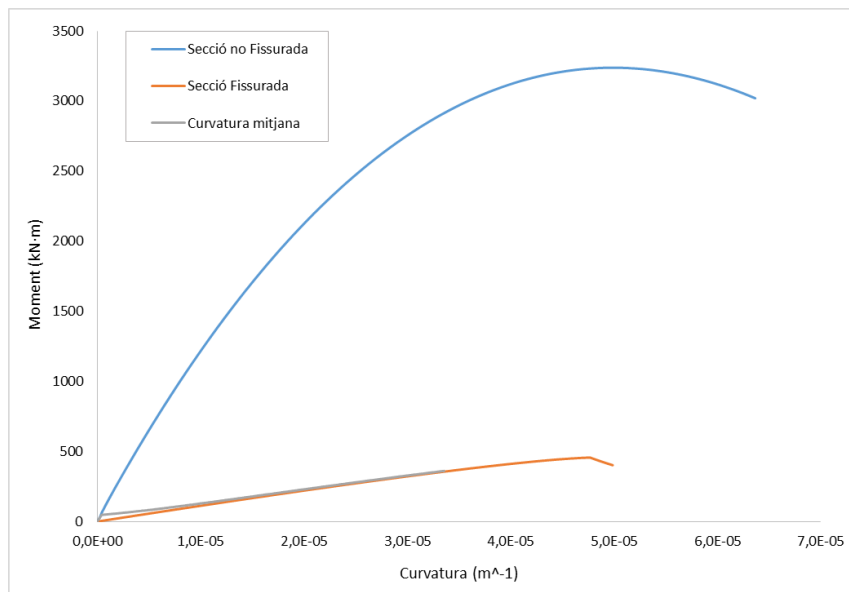


Figura 32 Gràfica moment-curvatura comportament no lineal i elàstic del Cas 2

A la gràfica anterior es pot observar com el tram inicial de la curvatura mitjana té un comportament lineal, en canvi, a partir del moment crític, la corba tendeix cap a la corba de la secció fissurada. La següent Figura 33, que és una ampliació de l'anterior, es pot veure millor aquest comportament.

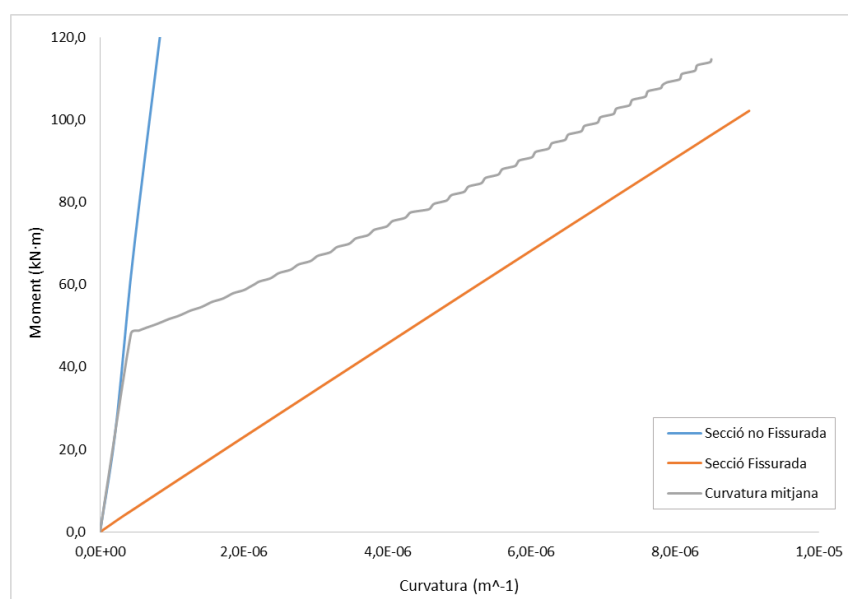


Figura 33 Gràfica comportament corba curvatura mitjana del Cas 2

COMPORTAMENT NO LINEAL I ELASTO-PLÀSTIC

A la següent Figura 34 es mostra una comparació entre els resultats moment-curvatura per un comportament elàstic i elasto-plàstic de l'acer i un comportament no lineal del formigó per la llei parabòlica.

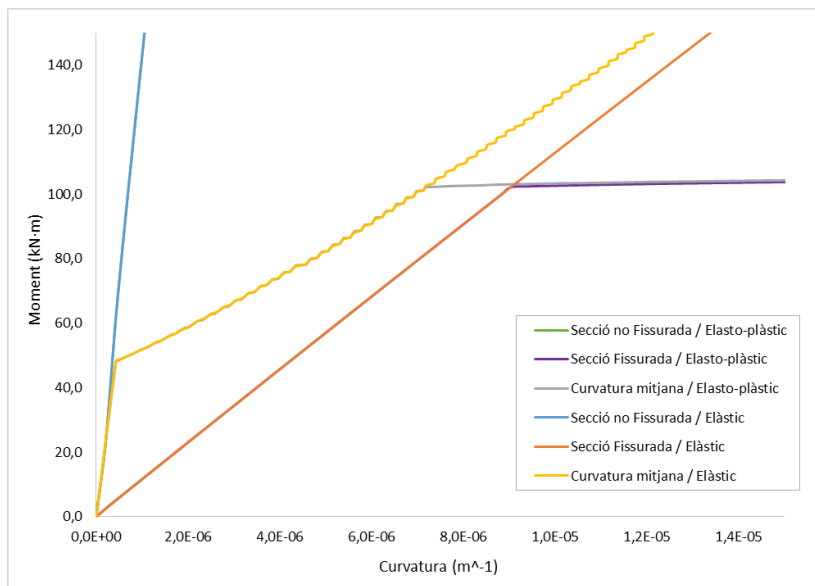


Figura 34 Gràfica comparació comportament de l'acer del Cas 2

S'observa com la diferència entre els dos casos es troba a la corba de la secció fissurada, i com a conseqüència, a la corba de la curvatura mitjana. Aquest canvi es produeix quan l'acer comença a plastificar i, a partir d'aquet instant, el valor del moment es manté constant. Per tant, es pot dir que el moment últim que aguantaria la secció sense cap coeficients de seguretat en el material seria de 110 kNm.

6.2.5 COMPARACIÓ

Si es comparen els resultats dels diagrames de moment-curvatura de totes les lleis per un comportament no lineal del formigó descrites en el treball s'obté la gràfica següent (Figura 35).

Es pot veure com les corbes de la secció no fissurada, de la fissurada i de la curvatura mitjana són molt semblants per a totes les lleis no lineals. Tot i això, s'hi distingeixen algunes diferències a les corbes de la secció fissurada.

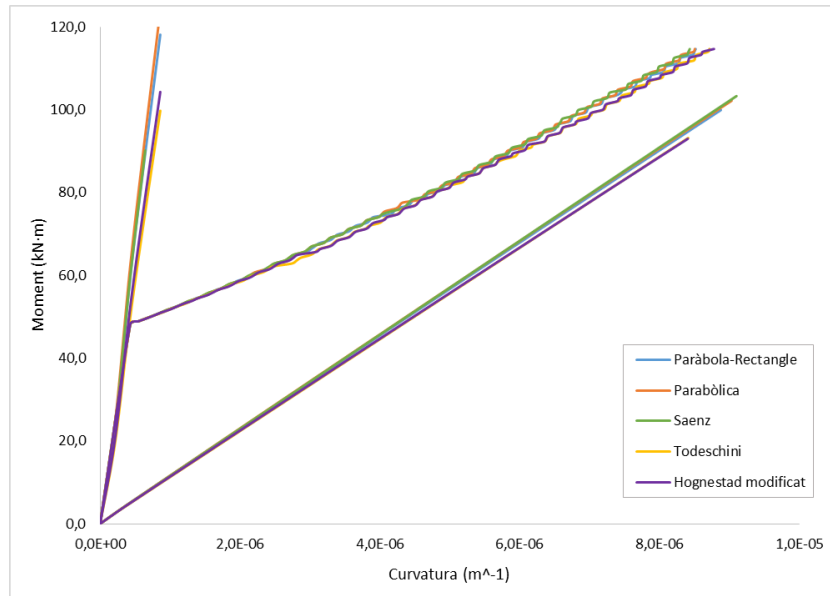


Figura 35 Comparació lleis comportament no lineal del Cas 2

Per poder observar millor les diferències i similituds entre elles s'han escollit tres moments: un proper al moment de fissuració, un valor mitjà i un valor proper al moment màxim. Tal i com es veu a la següent Taula 6, per cada moment escollit es compara la curvatura per totes les lleis analitzades i es calcula la ràtio respecte els resultats de paràbola-rectangle.

CURVATURA (m ⁻¹)	$M_1 = 53 \text{ kNm}$	$M_2 = 70.55 \text{ kNm}$	$M_3 = 95 \text{ kNm}$
Paràbola-Rectangle	$1.19 \cdot 10^{-6}$	$3.56 \cdot 10^{-6}$	$6.50 \cdot 10^{-6}$
Parabòlica	$1.18 \cdot 10^{-6}$	$3.51 \cdot 10^{-6}$	$6.46 \cdot 10^{-6}$
ràtio %	0.84%	1.40%	0.62%
Saenz	$1.17 \cdot 10^{-6}$	$3.51 \cdot 10^{-6}$	$6.36 \cdot 10^{-6}$
ràtio %	1.68%	1.40%	2.15%
Todeschini	$1.20 \cdot 10^{-6}$	$3.60 \cdot 10^{-6}$	$6.61 \cdot 10^{-6}$
ràtio %	0.84%	1.12%	1.69%
Hognestad	$1.18 \cdot 10^{-6}$	$3.60 \cdot 10^{-6}$	$6.57 \cdot 10^{-6}$
ràtio %	0.84%	1.12%	1.08%

Taula 6 Comparació valors de curvatura per totes les lleis del Cas 2

D'aquesta manera obtenim que per als tres moments, la corba més propera a la de paràbola-rectangle és la parabòlica, amb errors inferiors al 2%. Pel que fa a la corba de Saenz segueix la mateixa tendència que en el cas anterior. Inicialment té valors força semblants respecte els de paràbola-rectangle però aquest error va augmentant a mesura que s'aproxima al moment màxim. Tal i com es pot veure a la gràfica de la Figura 35, com més s'acosta al moment màxim de 110 kNm, la corba de Saenz s'allunya més dels resultats de les altres lleis. Aquesta diferència és més petita que en el cas anterior ja que en el diagrama de tensió-deformació no variava tan de les altres.

6.3 CAS D'ESTUDI 3

6.3.1 MATERIAL

Per aquest tercer cas d'estudi s'ha escollit analitzar una secció amb les propietats del material de formigó armat representades a la Taula 7.

PROPIETATS MATERIAL FORMIGÓ ARMAT	
f_{ck}	45 MPa
f_{yk}	500 MPa
ϵ_{c1}	2‰
ϵ_{cu}	3.5‰
E_c	37562.86 MPa
E_s	$2 \cdot 10^5$ MPa
ϵ_{yd}	2.5‰

Taula 7 Propietats del material del Cas 3

A la taula anterior s'hi troben els valors de resistència característica del formigó f_{ck} , la resistència característica de l'acer f_{yk} , la deformació de ruptura del formigó a compressió simple ϵ_{c1} , la deformació de ruptura a flexió ϵ_{cu} , el mòdul d'elasticitat E_c , el mòdul de deformació de l'acer E_s i la deformació de l'acer ϵ_{yd} .

6.3.2 GEOMETRIA

A la Figura 36 s'hi representa la geometria de la secció de la biga escollida i a la Taula 8 les seves dimensions. Per comprovar les diferències amb els dos casos anteriors, s'analitzarà una secció amb armadura de compressió.

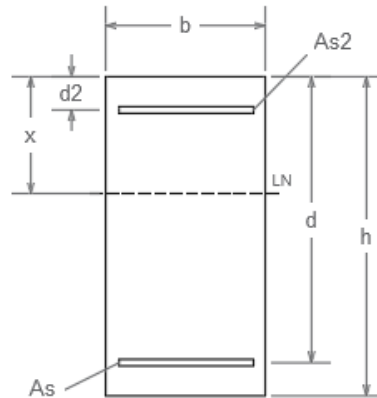


Figura 36 Esquema de la secció del Cas 3

A la taula següent s'especifica l'altura de la secció h , la base b , el recobriment r , la posició de l'armadura de tracció i compressió, i el diàmetre i número de barres d'aquestes.

DIMENSIONS DE LA SECCIÓ	
h	300 mm
b	150 mm
r	20 mm
d	274 mm
d_2	25 mm
\varnothing_1	2 \varnothing 12mm
\varnothing_2	2 \varnothing 12mm
A_{s1}	226.19 mm ²
A_{s2}	226.19 mm ²

Taula 8 Dimensions de la secció del Cas 3

6.3.3 RESULTATS TENSIÓ-DEFORMACIÓ

Comparant totes les lleis per al formigó, tal i com s'ha fet en el primer i segon cas d'estudi, s'obté el següent diagrama tensió-deformació (Figura 37).

Es representen els resultats per una llei lineal i per les no lineals com paràbola-rectangle, parabòlica, Saenz, Todeschini i Hognestat modificat. Tal i com s'ha anat comentat en els altres casos, existeixen algunes diferències entre les corbes de tensió-deformació. Això és perquè les lleis estan ajustades pels seus autors i incorporen factors de correcció del valor f_{ck} . Per això, el valor de la resistència màxima no és el mateix per totes les lleis.

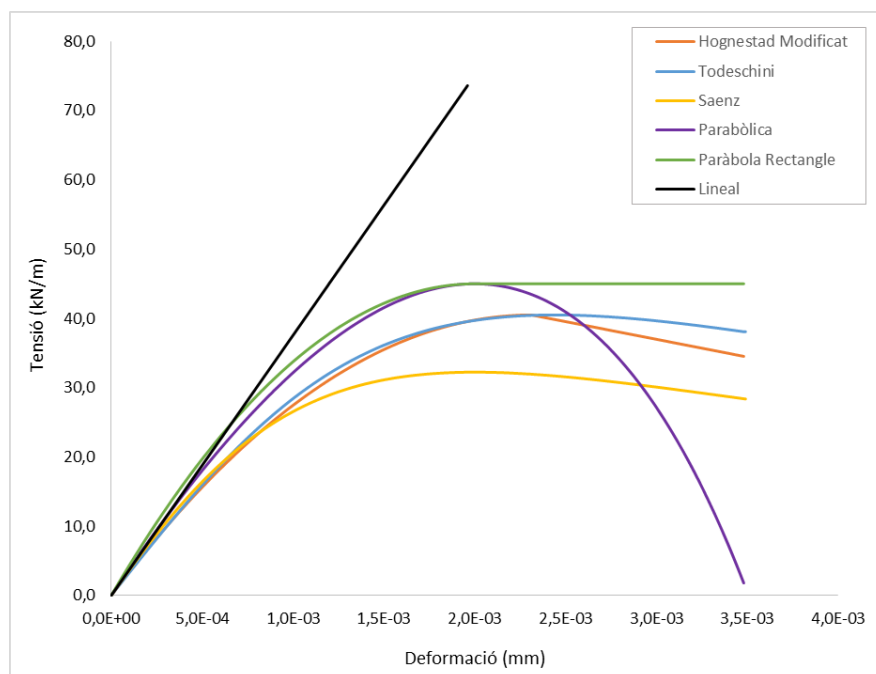


Figura 37 Gràfica tensió-deformació del Cas 3

6.3.4 RESULTATS MOMENT-CURVATURA

COMPORTAMENT LINEAL

A la següent Figura 38 s'hi representa el diagrama moment-curvatura per un comportament lineal del formigó. S'hi poden diferenciar de color blau la recta per la secció no fissurada, de color taronja la secció fissurada i de color gris la curvatura mitjana.

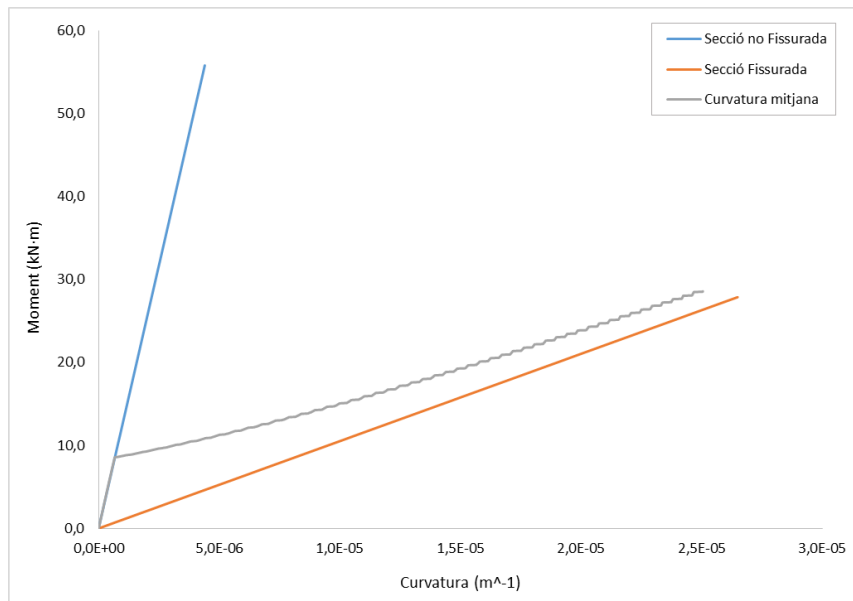


Figura 38 Gràfica moment-curvatura comportament lineal i elàstic del Cas 3

Tal i com s'ha vist en tots els casos analitzats, el tram inicial de la curvatura mitjana coincideix amb la corba de la secció no fissurada fins a arribar a un valor del moment que correspon al moment de fissuració. Aquest moment té un valor de 8.54 kNm .

COMPORTAMENT NO LINEAL I ELÀSTIC

A la següent Figura 39 s'hi representa el diagrama moment-curvatura per un comportament no lineal del formigó i un comportament elàstic de l'acer.

Per aquest cas no lineal passa exactament el mateix que per el cas lineal. Totes les corbes, per els mateixos valors de curvatura, tenen un moment molt més elevat que el primer cas d'estudi, però inferior al segon. Això es deu a la diferència de valors geomètrics de la secció, del material i de l'armadura.

La secció té unes dimensions més grans que el primer cas, el formigó és més resistent i a més, té armadura de compressió. Tot això fa que la posició de la línia neutra de la secció variï, i com a conseqüència, les corbes de moment-curvatura també.

Aquesta gràfica en concret mostra el diagrama moment-curvatura utilitzant la llei paràbola-rectangle pel formigó.

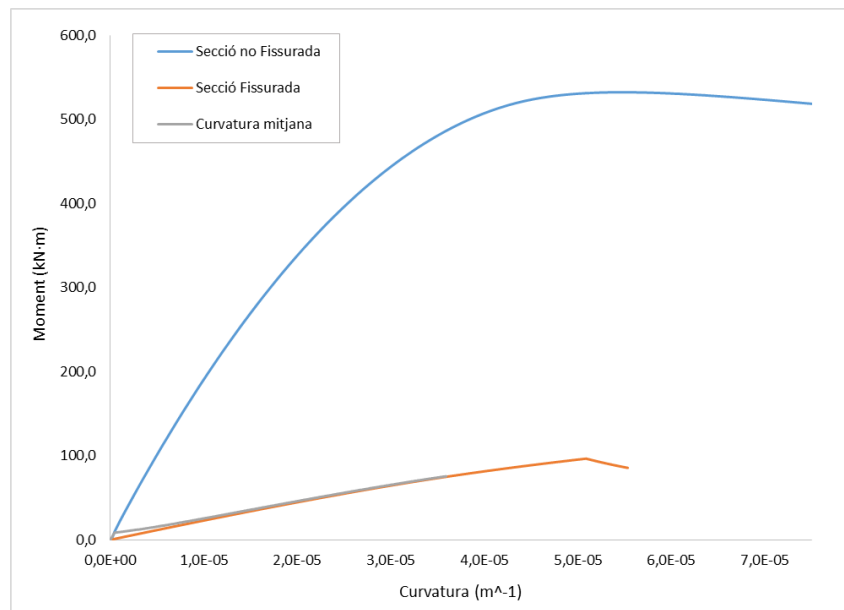


Figura 39 Gràfica moment-curvatura comportament no lineal i elàstic del Cas 3

La següent Figura 40, que és una ampliació de l'anterior, es pot veure millor el comportament de la curvatura mitjana. Inicialment segueix un comportament lineal i a partir del moment crític tendeix cap a la secció fissurada.

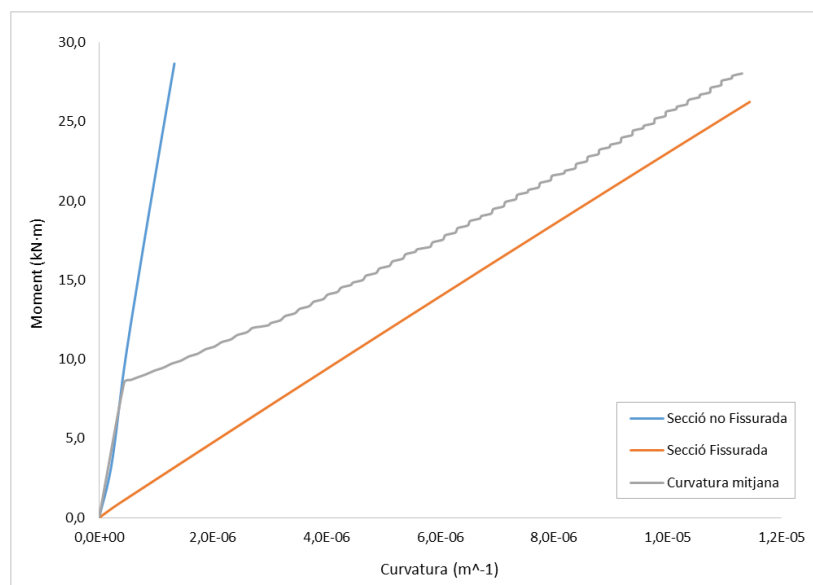


Figura 40 Gràfica comportament corba curvatura mitjana del Cas 3

COMPORTAMENT NO LINEAL I ELASTO-PLÀSTIC

A la Figura 41 s'hi pot veure una comparació entre els resultats moment-curvatura per un comportament elàstic i elasto-plàstic de l'acer i un comportament no lineal del formigó per la llei paràbola-rectangle.

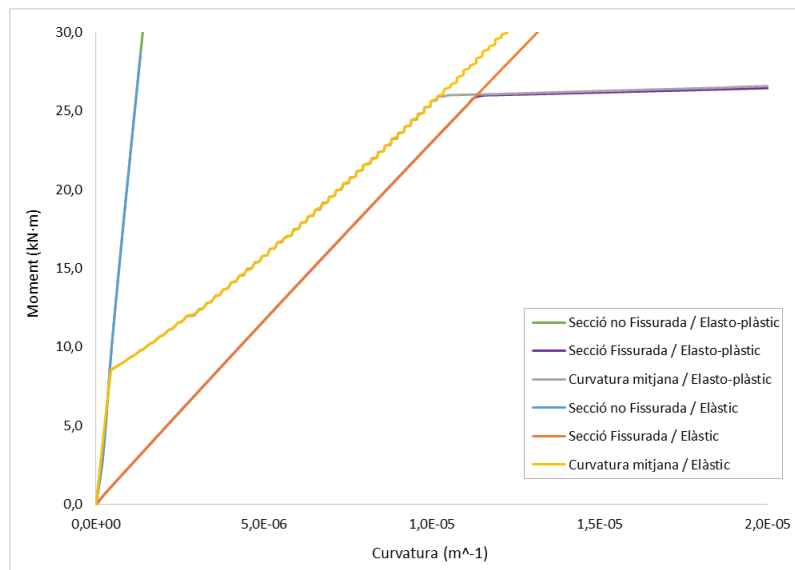


Figura 41 Gràfica comparació comportament de l'acer del Cas 3

Com s'ha pogut observar en totes les seccions analitzades, la diferència entre el comportament elàstic i elasto-plàstic es troba a la corba de la secció fissurada, i com a conseqüència, a la corba de la curvatura mitjana. Aquest canvi es produeix quan l'acer de l'armadura de tracció, compressió o les dos comença a plastificar. Per tant, es pot dir que el moment últim que aguantaria la secció sense cap coeficients de seguretat en el material seria de 26 kNm.

6.3.5 COMPARACIÓ

Si es comparen els resultats dels diagrames de moment-curvatura de totes les lleis per un comportament no lineal del formigó descrites en el treball s'obté la gràfica següent (Figura 42).

Es pot veure com les corbes de la secció no fissurada, de la fissurada i de la curvatura mitjana són molt semblants per a totes les lleis no lineals.

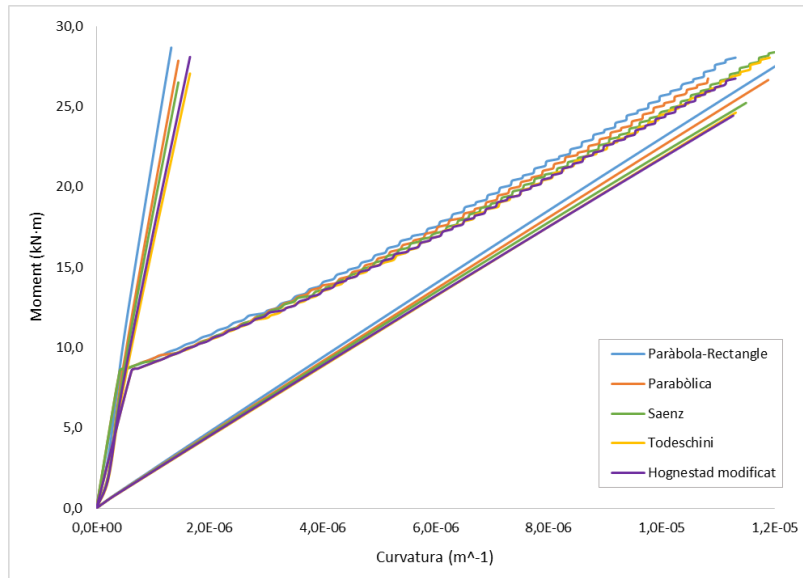


Figura 42 Comparació lleis comportament no lineal del Cas 3

Per poder observar millor les diferències i similituds entre elles s'han escollit tres moments: un proper al moment de fissuració, un valor mitjà i un valor proper al moment màxim. Tal i com es veu a la Taula 9, per cada moment escollit es compara la curvatura per totes les lleis analitzades i es calcula la ràtio respecte els resultats de paràbola-rectangle.

CURVATURA (m⁻¹)	M₁ = 12.14 kNm	M₂ = 18.74kNm	M₃ = 24.3 kNm
Paràbola-Rectangle			
Parabòlica	2.97 · 10 ⁻⁶	6.53 · 10 ⁻⁶	9.38 · 10 ⁻⁶
ràtio %	0.34%	3.37%	3.10%
Saenz	2.98 · 10 ⁻⁶	6.75 · 10 ⁻⁶	9.67 · 10 ⁻⁶
ràtio %	1.01%	5.67%	5.54%
Todeschini	3.00 · 10 ⁻⁶	6.90 · 10 ⁻⁶	9.90 · 10 ⁻⁶
ràtio %	2.70%	4.13%	6.08%
Hognestad	3.05 · 10 ⁻⁶	6.80 · 10 ⁻⁶	9.95 · 10 ⁻⁶
ràtio %	1.01%	5.67%	6.08%

Taula 9 Comparació valors de curvatura per totes les lleis del Cas 2

Per aquest cas s'obtenen ràtios grans per moments propers al moment de fissuració de 8.54 kNm. Comparant els valors de la taula i la gràfica anterior es comprova que la corba de paràbola-rectangle és la que més s'allunya de les altres lleis, i la més propera a aquesta és la paràbola-rectangle.

A la següent Taula 10 es mostra un recull de les ràtios per cada cas i lleis respecte els valors de curvatura de la paràbola-rectangle.

RÀTIO (%)		Cas 1	Cas 2	Cas 3
Parabòlica	M_1	0.00%	0.84%	0.34%
	M_2	4.76%	1.40%	3.37%
	M_3	4.04%	0.62%	3.10%
Saenz	M_1	1.46%	1.68%	1.01%
	M_2	11.1%	1.40%	5.67%
	M_3	13.9%	2.15%	5.54%
Todeschini	M_1	1.09%	0.84%	2.70%
	M_2	1.59%	1.12%	4.13%
	M_3	1.33%	1.69%	6.08%
Hognestad	M_1	1.46%	0.84%	1.01%
	M_2	1.59%	1.12%	5.67%
	M_3	1.33%	1.08%	6.08%

Taula 10 Comparació ràtios per totes les lleis dels tres casos

Per tots els casos, la ràtio màxima sempre es troba pròxima al moment de fissuració. També es pot comprovar com les corbes amb resultats més semblants són la paràbola-rectangle amb la parabòlica i la de Todeschini amb Hognestad modificat. En canvi, la corba de Saenz és la que presenta resultats més diferents respecte les altres lleis. Aquestes diferències poden ser causades per les variacions que es veuen en els diagrames de tensió-deformació. Tot i això, tal i com s'ha vist a les gràfiques anteriors, en general totes les corbes presenten valors força semblants.

7. PRESSUPOST

El pressupost d'aquest treball, que trobem desglossat en aquest apartat, es pot classificar en: els costos de recerca i desenvolupament, els d'amortització del software utilitzat i els de l'elaboració del projecte.

DESCRIPCIÓ	Quantitat (h)	Cost Unitari (€/h)	Cost total
Recerca i desenvolupament			
Recopilació d'informació i anàlisi	50	10	500,00 €
Programació i execució de l'algoritme de Matlab	70	15	1050,00 €
Anàlisi dels resultats	25	15	375,00 €
Amortització			
Amortització software	120	7,10	852,00 €
Elaboració			
Redacció del projecte	75	20,00	1500,00 €
SUBTOTAL			4.277,00 €
7% Benefici			256,62 €
21% IVA			898,17 €
TOTAL			5.431,79 €

El pressupost total de l'elaboració d'aquest estudi és de **CINC MIL QUATRE-CENTS TRENTA-UN EUROS I SETANTA-NOU CÈNTIMS (5.431,79 €)**.

8. CONCLUSIONS

En aquest estudi s'ha implementat una metodologia de càlcul tensodeformacional general d'elements de formigó armat utilitzant diferents lleis de comportament per als materials que poden reproduir la no linealitat del formigó i l'acer com a material de reforç.

S'ha creat un programa general que funciona per qualsevol propietat del material de formigó i acer, per diferents geometries de la secció a estudiar o per qualsevol armadura de tracció i compressió.

Utilitzant un programari de càlcul com el *Matlab* s'ha programat un anàlisi no lineal utilitzant lleis com la paràbola-rectangle, parabòlica, Saenz, Todeschini o Hognestad modificat per el comportament del formigó i un comportament elàstic o elasto-plàstic per l'acer. També s'han comparat aquests resultats amb els obtinguts per un anàlisi lineal.

Un cop obtinguts aquests resultats s'ha pogut comprovar quina influència tenen en les variacions de tensions i deformacions els diferents paràmetres que influeixen en la capacitat a flexió de la secció i també les diferències i similituds al considerar diferents lleis i aproximacions tensió-deformació.

A les gràfiques de resultats s'ha observat que les variacions dels valors de curvatura mitjana, per tots els casos i per cada llei, són més grans en punts propers al moment màxim i més petites en punts propers al moment de fissuració. El mateix passa amb les corbes de la secció fissurada i no fissurada.

Pel que fa a les taules de resultats, s'ha comprovat que la llei de Saenz és la que s'allunya més de les altres, i que les corbes paràbola-rectangle amb la parabòlica i la de Todeschini amb Hognestad modificat, són les que presenten resultats més similars entre elles. Això es pot produir per les variacions que es veuen en els diagrames de tensió-deformació i per els factors de correcció que incorporen els autors de cada llei en el valor de la resistència màxima.

Per tant, al finalitzar aquest estudi es pot dir que s'han aconseguit completar els objectius establerts inicialment. S'ha pogut implementar un codi *Matlab* per analitzar la no linealitat del formigó i l'acer i comparar els resultats utilitzant diverses lleis per el comportament d'aquests.

Girona, 10 de juny de 2019

Aida Martínez Mach

9. BIBLIOGRAFIA

[1] Juan Carlos Arroyo Portero, Francisco Morán Cabré, Álvaro García Meseguer. Hormigón Armado. CINTER Divulgación Técnica. 2018.

[2] Pepa Gómez Bernabé, Josep Vicent Gómez Serrano. Estructures de formigó armat. Predimensionament i càlcul de seccions. Mètodes segons EHE-08. Iniciativa Digital Politècnica. Barcelona. 2013.

[3] Jaume Guàrdia Tomàs. Caracterització del comportament a tracció de formigó d'alta treballabilitat reforçat amb fibres d'acer mitjançant l'assaig Barcelona. Barcelona. 2007.

[4] Comisión Permanente del Hormigón (CPH). Instrucción de Hormigón Estructural EHE-08. Secretaría General Técnica del Ministerio de Fomento. Madrid. 2008.

[5] European Committee for standardization (CEN). Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. Brussels. 2004

[6] Ulrich Häussler-Combe. Computational Methods for Reinforced Concrete Structures. John Wiley & Sons. 2014.

[7] G. Urgessa, S. Horton, M.M. Reda Taha, A. Maji. Significance of Stress-Block Parameters on the Moment Capacity of Sections Under-Reinforced with FRP. SP-230-87.

[8] Edgar I. Villagrán A., César Vera M., Ana Elena Posada S. Modelo esfuerzo-deformación para elementos de concretos reforzado que cumple con las hipótesis de las NTC RCDF 2004. Facultad de Ingeniería, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, BUAP. 2013.

[9] Sofia Arellanos Cárdenas, Socorro López Cortez, Lucía Ramírez Torres, Juan Carlos Mares Gutiérrez. Diagrama Tensión-Deformación. Escuela Nacional de Ciencias Biológicas del Instituto Politécnico Nacional de México. 2012.

[10] J. A. Rodrigues, V. C. Pandolfelli. Comportamento de curva-R de refratários de MgO-C (R-curve behavior of MgO-C refractories). Universidade Federal de São Carlos. 2000.

A. ALGORITME MATLAB

```
clear all; clc; clf;
```

```
title = 'TFM_Aida';  
title1 = 'Annex: Algoritme Matlab';
```

DADES GENERALS

```
% DADES DE LA BIGA  
L = 1800; % Longitud total biga (mm)  
L1 = 600; % Longitud de la càrrega aplicada al  
recolzament (mm)  
h = 300; % Cantell de la biga (mm)  
b = 150; % Amplada de la biga (mm)  
r = 20; % Recobriment (mm)  
diam = 12; % Diàmetre de l'armadura a tracció (mm)  
n_diam = 2; % Número de diàmetres armadura a tracció  
(u)  
diam2 = 12; % Diàmetre de l'armadura a compressió (mm)  
n_diam2 = 2; % Número de diàmetres armadura a  
compressió (u)  
  
% DADES DEL MATERIAL  
fck = 45; % Formigó (MPa)  
epsilon_c1 = -0.002; % Deformació del formigó a flexió  
epsilon_cu = -0.0035; % Deformació de trencament del formigó a  
flexió  
Ec = 37562.86; % Mòdul de deformació longitudinal del  
formigó (MPa)  
fcd = 45; % Resistència del formigó a compressió  
(MPa)  
Es = 200000; % Mòdul de deformació de l'acer (MPa)  
fyd = 500; % Resistència de l'acer (MPa)  
epsilon_yd = 0.0025; % Deformació de l'acer  
  
% RESULTATS A OBTENIR  
lleis = 'parab_rec';  
  
% lineal = Lineal  
% parab_rec= Paràbola rectangle  
% parabolic = Parabòlica (Eurocodi 2)  
% saenz = Saenz (1964)  
% todeschini = Todeschini (1964)  
% hognestad = Hognestad Modificat (1951)  
  
acer = 'plast'; % elast = Per armadura elàstica  
% plast = Per armadura elasto-plàstica
```

DADES DE LA SECCIÓ DE LA BIGA

```
Pp = fck*(b/1000)*(h/1000);  
d = h-r-diam/2;  
d2 = r+diam/2;  
As = n_diam*pi*(diam^2)/4;  
As2 = n_diam2*pi*(diam2^2)/4;
```

```
n=Es/Ec;
```

```
int=0.00001;  
parts=350;  
aux1=100;
```

```
fcm=fcd;  
Ecm=Ec;
```

INICIALITZACIÓ DE MATRIUS

```
epsilon_cm=zeros (parts,1);  
epsilon_cm(2,1) = int;  
fc=zeros (parts,1);  
nu=zeros (parts,1);
```

```
exf=zeros (parts+aux1,1);  
exfxe=zeros (parts+aux1,1);
```

```
exf_t=zeros (parts+aux1,1);  
exfxe_t=zeros (parts+aux1,1);
```

```
sum_exf=zeros (parts+aux1,1);  
sum_exfxe=zeros (parts+aux1,1);  
sum_exf(1,1)=exf(1,1);  
sum_exfxe(1,1)=exfxe(1,1);
```

```
sum_exf_t=zeros (parts+aux1,1);  
sum_exfxe_t=zeros (parts+aux1,1);  
sum_exf_t(1,1)=exf_t(1,1);  
sum_exfxe_t(1,1)=exfxe_t(1,1);
```

```
alfa=zeros (parts+aux1,1);  
gamma=zeros (parts+aux1,1);  
x_n1=zeros (parts+aux1,1);  
x1=zeros (parts+aux1,1);  
x2=zeros (parts+aux1,1);  
x3=zeros (parts+aux1,1);
```

```
Mf_n1=zeros (parts+aux1,1);  
Mf_n1(1,1)=0;  
Cf_n1=zeros (parts+aux1,1);  
Load_n1=zeros (parts+aux1,1);  
sigma_f=zeros (parts+aux1,1);  
Icr = zeros (parts+aux1,1);  
xcr = zeros (parts+aux1,1);  
fc_2 = zeros (parts+aux1,1);
```

```
Ig = zeros (parts+aux1,1);  
M = zeros (parts,1);  
C = zeros (parts,1);  
Cm = zeros (parts+aux1,1);  
xi = zeros (parts+aux1,1);
```

LLEIS TENSIÓ - DEFORMACIÓ

Busquem les tensions i deformacions utilitzant diferents lleis, lineal i no lineals (paràbola-rectangle, parabòlica, Saenz, Todeschini i Hognestad modificat).

LINEAL

```
if strcmp(llei, 'lineal');  
  
    for i=2:1:parts-1;  
        epsilon_cm(i+1,1)=int+epsilon_cm(i,1);  
        fc(i,1)=epsilon_cm(i,1)*Ec;  
    end  
    fc(parts,1)=epsilon_cm(parts,1)*Ec;  
end
```

PARÀBOLA-RECTANGLE

```
if strcmp(llei, 'parab_rec');  
  
    for i=2:1:parts-1;  
        epsilon_cm(i+1,1)=int+epsilon_cm(i,1);  
        if abs(epsilon_cm(i,1))<=abs(epsilon_c1);  
            nu(i,1)=-epsilon_cm(i,1)/epsilon_c1;  
            fc(i,1)=fcm*(1-(1-nu(i,1))^2);  
        else  
            fc(i,1)=fcm;  
        end  
    end  
    fc(parts,1)=fcm;  
end
```

PARABÒLICA

```
if strcmp(llei, 'parabolic');  
  
    for i=2:1:parts-1;  
        k1=1.05*Ecm*abs(epsilon_c1)/fcm; %  
EUROCODI 2  
        epsilon_cm(i+1,1)=int+epsilon_cm(i,1);  
        nu(i,1)=-epsilon_cm(i,1)/epsilon_c1;  
        fc(i,1)=fcm*(k1*nu(i,1)-(nu(i,1))^2)/(1+(k1-2)*nu(i,1));  
    end  
    fc(parts,1)=fcm*(k1*nu(parts,1)-(nu(parts,1))^2)/(1+(k1-2)*nu(parts,1));  
end
```

SAENZ

```
if strcmp(llei, 'saenz');
```

```
for i=2:1:parts-1;
    epsilon_cm(i+1,1)=int+epsilon_cm(i,1);
    if abs(epsilon_cm(i,1))<=abs(epsilon_cu);
        fc(i,1)=(Ec*epsilon_cm(i,1))/(1+((Ec/(-fcm/epsilon_c1))-
2)*(epsilon_cm(i,1)/epsilon_c1))+((epsilon_cm(i,1)/epsilon_c1)^2));
    else
        fc(i,1)=0;
    end
end
fc(parts,1)=(Ec*epsilon_cm(parts,1))/(1+((Ec/(-fcm/epsilon_c1))-
2)*(epsilon_cm(parts,1)/epsilon_c1))+((epsilon_cm(parts,1)/epsilon_c1)
^2));
end
```

TODESCHINI

```
if strcmp(llei,'todeschini');

    for i=2:1:parts-1;
        epsilon_cm(i+1,1)=int+epsilon_cm(i,1);
        Ec0=4700*sqrt(fcd);
        epsilon_0=1.71*fcm/Ec0;
        if abs(epsilon_cm(i,1))<=abs(epsilon_cu);

fc(i,1)=(2*(0.9*fcm)*(epsilon_cm(i,1)/epsilon_0))/(1+(epsilon_cm(i,1)/
epsilon_0)^2);
        else
            fc(i,1)=0;
        end
    end

fc(parts,1)=(2*(0.9*fcm)*(epsilon_cm(i,1)/epsilon_0))/(1+(epsilon_cm(i
,1)/epsilon_0)^2);
end
```

HOGNESTAD MODIFICAT

```
if strcmp(llei,'hognestad');

    for i=2:1:parts-1;
        epsilon_cm(i+1,1)=int+epsilon_cm(i,1);
        Ec0=4700*sqrt(fcd);
        epsilon_0=1.8*0.9*fcm/Ec0;
        z=0.15/(abs(epsilon_cu)-epsilon_0);
        if abs(epsilon_cm(i,1))<=abs(epsilon_0);
            fc(i,1)=(0.9*fcm*((2*epsilon_cm(i,1)/epsilon_0)-
((epsilon_cm(i,1)/epsilon_0)^2)));
        end
        if (abs(epsilon_cm(i,1))>abs(epsilon_0)) &&
(abs(epsilon_cm(i,1))<=abs(epsilon_cu));
            fc(i,1)=(0.9*fcm*(1-(z*(epsilon_cm(i,1)-
abs(epsilon_0))))));
        end
    end
end
```


ALFA I GAMMA COMPRESSIÓ - Per secció fissurada i no fissurada

Calculem els coeficients de tensió alfa i gamma de la zona comprimida per la secció
fissurada i no fissurada.

```
for i=parts+1:parts+aux1;
    epsilon_cm(i,1)=int+epsilon_cm(i-1,1);
    fc(i,1)=0;
end

for i=2:parts+aux1;
    exf(i,1)=(epsilon_cm(i,1)-epsilon_cm(i-1,1))*fc(i,1);
    exfxe(i,1)=fc(i,1)*(((epsilon_cm(i,1)^2)/2)-(((epsilon_cm(i-1,1))^2)/2));
end

for i=2:parts+aux1;
    sum_exf(i,1)=sum_exf(i-1,1)+exf(i,1);
    sum_exfxe(i,1)=sum_exfxe(i-1,1)+exfxe(i,1);
end

for i=1:parts+aux1;
    alfa(i,1)=sum_exf(i,1)/(fcm*epsilon_cm(i,1));
    gamma(i,1)=1-(sum_exfxe(i,1)/(epsilon_cm(i,1)*sum_exf(i,1)));
    if strcmp(acer,'elast');
        x_n1(i,1)=(-
(As*Es*epsilon_cm(i,1)+As2*Es*epsilon_cm(i,1))+sqrt((As*Es*epsilon_cm(
i,1)+As2*Es*epsilon_cm(i,1))^2+4*alfa(i,1)*fcm*b*(As*Es*epsilon_cm(i,1)
)*d+As2*Es*epsilon_cm(i,1)*d2)))/(2*alfa(i,1)*fcm*b);
        end
        if strcmp(acer,'plast');
            x1(i,1)=(-
(As*Es*epsilon_cm(i,1)+As2*Es*epsilon_cm(i,1))+sqrt((As*Es*epsilon_cm(
i,1)+As2*Es*epsilon_cm(i,1))^2+4*alfa(i,1)*fcm*b*(As*Es*epsilon_cm(i,1)
)*d+As2*Es*epsilon_cm(i,1)*d2)))/(2*alfa(i,1)*fcm*b);
            x2(i,1)=(-
(As*Es*epsilon_cm(i,1)+As2*fyd)+sqrt((As*Es*epsilon_cm(i,1)+As2*fyd)^2
+4*alfa(i,1)*fcm*b*(As*Es*epsilon_cm(i,1)*d)))/(2*alfa(i,1)*fcm*b);
            x3(i,1)=(-(-As*fyd+As2*Es*epsilon_cm(i,1))+sqrt((-
As*fyd+As2*Es*epsilon_cm(i,1))^2+4*alfa(i,1)*fcm*b*(As2*Es*epsilon_cm(
i,1)*d2)))/(2*alfa(i,1)*fcm*b);

            if (((d/x1(i,1)-1)*epsilon_cm(i,1)) < epsilon_yd) && (((1-
d2/x1(i,1))*epsilon_cm(i,1)) < epsilon_yd)
                x_n1(i,1)=(-
(As*Es*epsilon_cm(i,1)+As2*Es*epsilon_cm(i,1))+sqrt((As*Es*epsilon_cm(
i,1)+As2*Es*epsilon_cm(i,1))^2+4*alfa(i,1)*fcm*b*(As*Es*epsilon_cm(i,1)
)*d+As2*Es*epsilon_cm(i,1)*d2)))/(2*alfa(i,1)*fcm*b);
                elseif (((d/x2(i,1)-1)*epsilon_cm(i,1)) < epsilon_yd) && (((1-
d2/x2(i,1))*epsilon_cm(i,1)) > epsilon_yd)
                    x_n1(i,1)=(-
(As*Es*epsilon_cm(i,1)+As2*fyd)+sqrt((As*Es*epsilon_cm(i,1)+As2*fyd)^2
+4*alfa(i,1)*fcm*b*(As*Es*epsilon_cm(i,1)*d)))/(2*alfa(i,1)*fcm*b);
                    elseif (((d/x3(i,1)-1)*epsilon_cm(i,1)) > epsilon_yd) && (((1-
d2/x3(i,1))*epsilon_cm(i,1)) < epsilon_yd)
```

```
x_n1(i,1) = (-(-As*fyd+As2*Es*epsilon_cm(i,1))+sqrt((-  
As*fyd+As2*Es*epsilon_cm(i,1))^2+4*alfa(i,1)*fcm*b*(As2*Es*epsilon_cm(  
i,1)*d2)))/(2*alfa(i,1)*fcm*b);  
else  
x_n1(i,1) = (As-As2)*fyd/(alfa(i,1)*fcm*b);  
end  
end  
end
```

POSICIÓ LINIA NEUTRA (X) - Per secció no fissurada

Busquem la posició x de la línia neutra de la secció no fissurada fent sumatori de forces i moments del diagrama de tensió. Considerem que tenim armadura de tracció i compressió i que la línia neutra no es troba al centre de la secció.

```
Eq6 = zeros(parts+aux1,1);  
TOL = zeros(parts+aux1,1);  
x_ = zeros(parts+aux1,1);  
exf_t_ = zeros(parts+aux1,1);  
exfxe_t_ = zeros(parts+aux1,1);  
sum_exf_t_ = zeros(parts+aux1,1);  
sum_exfxe_t_ = zeros(parts+aux1,1);  
sum_exf_t_(1,1) = exf_t_(1,1);  
sum_exfxe_t_(1,1) = exfxe_t_(1,1);  
  
i = 2;  
  
x_(i,1) = h/100;  
epsilon_t_(i,1) = epsilon_cm(i,1)*((h-x_(i,1))/x_(i,1));  
epsilon_s1(i,1) = epsilon_cm(i,1)*((d-x_(i,1))/x_(i,1));  
if epsilon_s1(i,1) <= fyd/Es  
fs1(i,1) = Es*epsilon_s1(i,1);  
else  
fs1(i,1) = fyd;  
end  
epsilon_s2(i,1) = epsilon_cm(i,1)*((x_(i,1)-d2)/x_(i,1));  
if epsilon_s2(i,1) <= fyd/Es  
fs2(i,1) = Es*epsilon_s2(i,1);  
else  
fs2(i,1) = fyd;  
end  
exf_t_(i,1) = (epsilon_t_(i,1)-epsilon_t_(i-1,1))*fc(i,1);  
exfxe_t_(i,1) = fc(i,1)*(((epsilon_t_(i,1))^2)/2)-(((epsilon_t_(i-1,1))^2)/2);  
sum_exf_t_(i,1) = sum_exf_t_(i-1,1)+exf_t_(i,1);  
sum_exfxe_t_(i,1) = sum_exfxe_t_(i-1,1)+exfxe_t_(i,1);  
alfa_t_(i,1) = sum_exf_t_(i,1)/(fcm*epsilon_t_(i,1));  
Eq6(i,1) = ((alfa(i,1)*fcm*b*x_(i,1))+(alfa_t_(i,1)*fcm*b*x_(i,1))-  
(As*fs1(i,1))-(alfa_t_(i,1)*fcm*b*h)+(As2*fs2(i,1)));  
TOL(i,1) = (alfa(i,1)*fcm*b*x_(i,1)/1000);  
n=1;  
while (abs(Eq6(i,1)) > abs(TOL(i,1))) && (i<450)
```

```
    if ((sign(Eq6(i,1)) == sign(Eq6(i-1,1))) && (n ==1)) ||  
    ((sign(Eq6(i-1,1)) == 0) && (n ==1))  
        Ax = h/100;  
        x_(i+1,1)=x_(i,1)+Ax;  
        n=1;  
    else  
        Ax = h/1000;  
        x_(i,1)=x_(i-1,1)+Ax;  
        n=2;  
        epsilon_t_(i,1)=epsilon_cm(i,1)*((h-x_(i,1))/x_(i,1));  
        epsilon_s1(i,1)=epsilon_cm(i,1)*((d-x_(i,1))/x_(i,1));  
        if epsilon_s1(i,1)<= fyd/Es  
            fs1(i,1)=Es*epsilon_s1(i,1);  
        else  
            fs1(i,1)=fyd;  
        end  
        epsilon_s2(i,1)=epsilon_cm(i,1)*((x_(i,1)-d2)/x_(i,1));  
        if epsilon_s2(i,1)<= fyd/Es  
            fs2(i,1)=Es*epsilon_s2(i,1);  
        else  
            fs2(i,1)=fyd;  
        end  
        exf_t_(i,1)=(epsilon_t_(i,1)-epsilon_t_(i-1,1))*fc(i,1);  
        exfxe_t_(i,1)=fc(i,1)*(((epsilon_t_(i,1)^2)/2)-  
        (((epsilon_t_(i-1,1))^2)/2));  
        sum_exf_t_(i,1)=sum_exf_t_(i-1,1)+exf_t_(i,1);  
        sum_exfxe_t_(i,1)=sum_exfxe_t_(i-1,1)+exfxe_t_(i,1);  
        alfa_t_(i,1)=sum_exf_t_(i,1)/(fcm*epsilon_t_(i,1));  
        gamma_t_(i,1)=1-  
        (sum_exfxe_t_(i,1)/(epsilon_t_(i,1)*sum_exf_t_(i,1)));  
        Eq6(i,1) =  
        ((alfa(i,1)*fcm*b*x_(i,1))+(alfa_t_(i,1)*fcm*b*x_(i,1))-(As*fs1(i,1))-  
        (alfa_t_(i,1)*fcm*b*h)+(As2*fs2(i,1)));  
        TOL(i,1) = (alfa(i,1)*fcm*b*x_(i,1)/1000);  
    end  
  
    i=i+1;  
    epsilon_t_(i,1)=epsilon_cm(i,1)*((h-x_(i,1))/x_(i,1));  
    epsilon_s1(i,1)=epsilon_cm(i,1)*((d-x_(i,1))/x_(i,1));  
    if epsilon_s1(i,1)<= fyd/Es  
        fs1(i,1)=Es*epsilon_s1(i,1);  
    else  
        fs1(i,1)=fyd;  
    end  
    epsilon_s2(i,1)=epsilon_cm(i,1)*((x_(i,1)-d2)/x_(i,1));  
    if epsilon_s2(i,1)<= fyd/Es  
        fs2(i,1)=Es*epsilon_s2(i,1);  
    else  
        fs2(i,1)=fyd;  
    end  
    exf_t_(i,1)=(epsilon_t_(i,1)-epsilon_t_(i-1,1))*fc(i,1);  
    exfxe_t_(i,1)=fc(i,1)*(((epsilon_t_(i,1)^2)/2)-(((epsilon_t_(i-1,1))^2)/2));  
    sum_exf_t_(i,1)=sum_exf_t_(i-1,1)+exf_t_(i,1);  
    sum_exfxe_t_(i,1)=sum_exfxe_t_(i-1,1)+exfxe_t_(i,1);  
    alfa_t_(i,1)=sum_exf_t_(i,1)/(fcm*epsilon_t_(i,1));  
    gamma_t_(i,1)=1-  
    (sum_exfxe_t_(i,1)/(epsilon_t_(i,1)*sum_exf_t_(i,1)));
```

```
Eq6(i,1) =  
((alfa(i,1)*fcm*b*x_(i,1))+(alfa_t_(i,1)*fcm*b*x_(i,1))-(As*fs1(i,1))-  
(alfa_t_(i,1)*fcm*b*h)+(As2*fs2(i,1)));  
TOL(i,1) = (alfa(i,1)*fcm*b*x_(i,1)/1000);  
end  
x=x_(i-1,1);
```

ALFA I GAMMA TRACCIÓ - Per secció no fissurada

Calculem els coeficients de tensió alfa i gamma de la zona traccionada per la secció no fissurada.

```
alfa_t = zeros(parts+aux1,1);  
gamma_t = zeros(parts+aux1,1);  
  
epsilon_t(1,1)=epsilon_cm(1,1)*(h-x)/x;  
  
for i=2:parts+aux1;  
    epsilon_t(i,1)=epsilon_cm(i,1)*(h-x)/x;  
    exf_t(i,1)=(epsilon_t(i,1)-epsilon_t(i-1,1))*fc(i,1);  
    exfxe_t(i,1)=fc(i,1)*(((epsilon_t(i,1)^2)/2)-(((epsilon_t(i-  
1,1))^2)/2));  
end  
  
for i=2:parts+aux1;  
    sum_exf_t(i,1)=sum_exf_t(i-1,1)+exf_t(i,1);  
    sum_exfxe_t(i,1)=sum_exfxe_t(i-1,1)+exfxe_t(i,1);  
end  
  
for i=1:parts+aux1;  
    alfa_t(i,1)=sum_exf_t(i,1)/(fcm*epsilon_t(i,1));  
    gamma_t(i,1)=1-(sum_exfxe_t(i,1)/(epsilon_t(i,1)*sum_exf_t(i,1)));  
end
```

MOMENT-CURVATURA SECCIÓ FISSURADA

Busquem el moment i la curvatura de la secció fissurada utilitzant les lleis no lineals de paràbola-rectangle, parabòlica, Saenz, Todeschini i Hognestad modificat.

```
if  
strcmp(llei,'parab_rec')||strcmp(llei,'parabolic')||strcmp(llei,'saenz'  
)||strcmp(llei,'todeschini')||strcmp(llei,'hognestad');  
    for i=2:parts+aux1;  
        epsilon1(i,1) = ((d/x_n1(i,1))-1)*epsilon_cm(i,1);  
        epsilon2(i,1) = (1-(d2/x_n1(i,1)))*epsilon_cm(i,1);  
        Mf_n1(i,1)=((alfa(i,1)*fcm*x_n1(i,1)*b*(d-  
gamma(i,1)*x_n1(i,1)))+(As2*Ec*epsilon2(i,1)*(d-d2)))/1000000;  
    % Moment secció fissurada [kN·m]
```

```
Cf_n1(i,1) = epsilon_cm(i,1)/x_n1(i,1);
% Curvatura secció fissurada [mm^-1]
sigma_f(i,1) = epsilon_cm(i,1)*Es*((d-x_n1(i,1))/x_n1(i,1));
% Tensió secció fissurada [MPa]
end
end

% Busquem el moment i la curvatura de la secció fissurada utilitzant
una
% llei lineal.

if strcmp(llei, 'lineal');
for i=2:parts+aux1;
rho1 = (As/b)/d;
rho2 = (As2/b)/d;
xcr(i,1) = d*n*rho1*(1+(rho1/rho2))*(-
1+((1+(2*((1+((rho2*d2)/(rho1*d))))/(n*rho1*((1+(rho2/rho1)^2))))^(1/
2))))); % Posició de la línia neutra [mm]
Icr(i,1) = (n*As*(d-xcr(i,1))*(d-
(xcr(i,1)/3)))+(n*As2*(xcr(i,1)-d2)*((xcr(i,1)/3)-d2));
% Inèrcia crítica[mm^4]
Mf_n1(i,1)=(alfa(i,1)*fcm*x_n1(i,1)*b*(d-
gamma(i,1)*x_n1(i,1)))+(As2*Ec*epsilon_cm(i,1)*(d-d2))/1000000;
% Moment secció fissurada [kN·m]
Cf_n1(i,1) = (Mf_n1(i,1)*1000000)/(Ec*Icr(i,1));
% Curvatura secció fissurada [mm^-1]
end
end
```

MOMENT-CURVATURA SECCIÓ NO FISSURADA

Busquem el moment i la curvatura de la secció no fissurada utilitzant les lleis no lineals de paràbola-rectangle, parabòlica, Saenz, Todeschini i Hognestad modificat.

```
if
strcmp(llei, 'parab_rec')||strcmp(llei, 'parabolic')||strcmp(llei, 'saenz
')||strcmp(llei, 'todeschini')||strcmp(llei, 'hognestad');
for i=2:parts+aux1;
epsilon2_(i,1) = ((x-d2)/x)*epsilon_cm(i,1);
M(i,1)=((alfa(i,1)*fcm*x*b*(d-gamma(i,1)*x))/1000000)-
((alfa_t(i,1)*fcm*x*b*(h-x)*(gamma_t(i,1)*x-(h-
d)))/1000000)+(As2*Ec*epsilon2_(i,1)*(d-d2)/1000000); % Moment
secció no fissurada [kN·m]
C(i,1) =(epsilon_cm(i,1)/x);
% Curvatura secció no fissurada [mm^-1]
end
end
```

Busquem el moment i la curvatura de la secció no fissurada per una llei lineal.

```
if strcmp(llei, 'lineal');
for i=2:parts+aux1;
```

```
        Ig(i,1)=b*(h^3)/12; % Inèrcia
[mm^4] Hauria de ser inèrcia equivalent
        M(i,1)=(fc(i,1)*Ig(i,1)/(0.5*h))/1000000; % Moment
secció no fissurada [kN·m]
        C(i,1)=M(i,1)*1000000/(Ec*Ig(i,1)); % Curvatura
secció no fissurada [mm^-1]
    end
end
```

MOMENT-CURVATURA MITJANA

Un cop tenim el diagrama de moment-curvatura per una secció fissurada i no fissurada calculem la curvatura mitjana a partir del moment crític.

```
Mm = zeros(parts+aux1,1);
Cf_n1_ = zeros(parts+aux1,1);
C_ = zeros(parts+aux1,1);
Mcr = zeros(parts+aux1,1);

Ig=b*(h^3)/12; % Inèrcia
secció [mm^4] S'hauria de fer inèrcia equivalent
Mcr=(0.3*fck^(2/3)*Ig/(0.5*h))/1000000; % Moment de
fissuració [kNm]
Mm(1,1)=0;
Mm(2,1)=Mcr;

for i=3:1:parts+aux1; % Escollim
    Mm(i,1)=Mm(i-1,1)+0.045;
intervals del moment
end

for j=2:1:parts+aux1;
    memorial=100;
    memoria2=100;
    cont1=1;
    cont2=1;

    comparacio=abs(Mm(j,1));

    for i=2:1:parts+aux1;

% S'ha de descomentar aquest apartat si la corba moment-curvatura de
la
% secció no fissurada té valors negatius. Sinó la interpolació de
valors per
% calcular la curvatura mitjana no la fa bé.
%         if C(i,1)>=0.00005
%             M(i,1)=0;
%         end

        error1 = comparacio-abs(Mf_n1(i,1));
        error2 = comparacio-abs(M(i,1));
        if abs(error1)<abs(memorial)
            memorial=abs(error1);
```

```
        cont1=i;
    end
    if abs(error2)<abs(memoria2)
        memoria2=abs(error2);
        cont2=i;
    end
    end
    Cf_n1_(j,1)=Cf_n1(cont1,1);
    C_(j,1)=C(cont2,1);
end

for i=2:parts+aux1-1;
    beta=1;
    if Mm(i,1) <= Mcr
        xi(i,1)=0;
        Cm(i,1)=(xi(i,1)*Cf_n1_(i,1))+((1-xi(i,1))*C_(i,1)); %
        Curvatura mitjana per un moment inferior al moment de fissuració [m^-
    1]
    else
        xi(i,1)=1-(beta*((Mcr/Mm(i,1))^2));
        Cm(i,1)=(xi(i,1)*Cf_n1_(i,1))+((1-xi(i,1))*C_(i,1)); %
        Curvatura mitjana per un moment superior al moment de fissuració [m^-
    1]
    end
    Mm(i+1,1)=Mm(i,1)+0.045;
end
xi(parts+aux1,1)=1-(beta*((Mcr/Mm(parts+aux1,1))^2));
Cm(parts+aux1,1)=(xi(parts+aux1,1)*Cf_n1_(parts+aux1,1))+((1-
xi(parts+aux1,1))*C_(parts+aux1,1));
```

REPRESENTACIÓ GRÀFICA

Representem gràficament els diagrames de tensió-deformació i moment-curvatura de la llei escollida per la secció fissurada, no fissurada i curvatura mitjana.

```
plot(epsilon_cm,fc,'g')
xlabel('Deformació (mm)')
ylabel('Tensió (MPa)')
figure
plot(Cf_n1,Mf_n1,'b')
hold on
plot(C,M,'r')
xlabel('Curvatura (mm^-1)')
ylabel('Moment (kN/m)')
hold on
plot(Cm,Mm,'g')
```