

EXPECTATIVAS Y VOLATILIDAD CONDICIONADA. LOS TIPOS DE INTERÉS EN EL MERCADO INTERBANCARIO

JORGE V. PÉREZ RODRÍGUEZ

Universidad de Las Palmas

MARC SÁEZ

Universitat de Girona

CARLOS MURILLO

Universitat Pompeu Fabra

En este trabajo examinamos si la teoría de expectativas con primas de liquidez constantes puede explicar la estructura temporal de los tipos de interés de pequeños vencimientos en el mercado interbancario de depósitos español, para datos mensuales desde 1977 hasta 1995. Utilizamos el contraste de Campbell y Shiller (1987) basado en un modelo VAR cointegrado. A partir de las estimaciones consistentes de dicho modelo obtenemos la magnitud y persistencia de los *shocks* a través de la simulación de la respuesta al impulso, y estimaciones eficientes de los parámetros modelizando la varianza condicional que es variable en el tiempo. En este sentido, se proponen varios esquemas de volatilidad que permiten plantear distintas aproximaciones de la incertidumbre en un entorno multiecuacional GARCH y que están basadas en el modelo de expectativas propuesto. La evidencia empírica muestra que se incumple la teoría de las expectativas, que existe una dinámica conjunta a corto plazo para los tipos de interés y el diferencial que está definida por un modelo VAR(4)-GARCH(1,1)-BEKK (que está próximo a la integrabilidad en varianza), y que existen distintos factores de riesgo que afectan a las primas en los plazos estudiados.

Palabras clave: tipos de interés, VAR, GARCH multivariante.

El mercado interbancario de depósitos español ha sido un importante foco de atención para los investigadores en los últimos años, debido quizás a la importancia que ha tenido en el proceso de control de los agregados monetarios (por ejemplo, las autoridades monetarias tienen la capacidad de incidir sobre los tipos a más corto plazo) y la financiación privada y pública de los agentes. Los estudios empíricos sobre el mismo han sido variados, adquiriendo gran protagonismo aquellos que analizan la estructura temporal de los tipos de interés. El interés por el análisis de la misma no sólo se circunscribe a la importancia que poseen los mecanismos de formación de expectativas de tipos futuros, sino también al grado de incerti-

dumbre que afecta a la evolución futura de los tipos de interés a corto plazo y largo plazo¹.

En este sentido, distintas contribuciones dentro de dicho análisis han pretendido dar respuestas a dos tipos de cuestiones: por un lado, aquellas que determinan si las expectativas que forman los agentes son coherentes en base a alguna de las teorías de la estructura temporal de los tipos de interés [por ejemplo, las expectativas, el riesgo y los hábitats o periodos de disponibilidad de fondos, véase Ezquiaga (1989)], por otro lado, aquellas que determinan si existen primas de riesgo (las cuales, a su vez, se obtienen en base a algún esquema de expectativas) [Freixas y Novales (1990), Ayuso y de la Torre (1991), Ayuso, Novales y de la Torre (1992), Flores de Frutos (1995), entre otros]².

Este trabajo se concentra en ambos aspectos y, a su vez, analiza varias cuestiones. En primer lugar, estudia si se cumple la hipótesis de expectativas de la estructura temporal utilizando un contraste basado en el modelo VAR³ cointegrado bivariente propuesto por Campbell y Shiller (1987), y que es aplicado a los tipos de interés de pequeños plazos⁴. Esta especificación es deducida a partir de un modelo de expectativas con primas constantes, que es una modelización simplificada puesto que los vencimientos o plazos analizados son relativamente próximos, y además, los activos considerados son sustitutos⁵. El contraste es válido incluso si individualmente los tipos de

(1) Estos dos aspectos son importantes para los agentes, puesto que la existencia de diferencias de rentabilidades entre los distintos vencimientos, una pendiente positiva o negativa de la estructura temporal y cambios pronunciados de los tipos de interés son determinantes de las decisiones de demanda y oferta de préstamos a los distintos plazos.

(2) Particularmente, y en este último aspecto, las evidencias empíricas muestran cómo las primas de riesgo dependen positivamente de la volatilidad de los tipos de interés para los plazos correspondientes [Ayuso y de la Torre (1991)], y que la magnitud de las primas está afectada positiva y significativamente por distintos indicadores de riesgo; por ejemplo, el nivel de los tipos y una medida del tamaño de la componente no predecible de los mismos [Ayuso, Novales y de la Torre (1992)]. Sin embargo, tales aproximaciones a la estimación de las primas no son consistentes ante la presencia de una dinámica conjunta entre los tipos de interés con diferentes vencimientos [Flores de Frutos (1995)]. Flores de Frutos (1995) propone una especificación alternativa en un entorno multiecuacional VARMA.

(3) La metodología VAR es una aproximación flexible a una forma reducida de un modelo correctamente especificado, y cuya forma estructural es desconocida. El análisis VAR estima las ecuaciones de un modelo de forma reducida sin restringir, que tiene como regresores un conjunto uniforme de variables dependientes retardadas. De esta forma, el VAR estima un sistema de ecuaciones simultáneas dinámicas, que está libre de restricciones *a priori* sobre las relaciones estructurales de las variables. El modelo VAR es adecuado para capturar ciertas regularidades empíricas de los datos, independiente del conocimiento del verdadero modelo (forma estructural). Este enfoque gana adeptos entre aquellos que consideran que existen muchos modelos económicos que presentan claros errores de especificación.

(4) Campbell y Shiller (1987) argumentan que este modelo, además, permite predecir los movimientos de los cambios medios y diferenciales de los tipos de interés a corto plazo. Por otro lado, el estudio de la relación conjunta entre los cambios en los tipos y el diferencial de intereses puede justificarse porque la explicación de los movimientos de la estructura temporal de tipos de interés puede establecerse en función de dos factores: tipos a corto y largo plazo, o tipos a largo plazo y el diferencial de intereses [véase Brennan y Schwartz (1979) y Nelson y Schaefer (1983), Ayres y Barry (1980) y Schaefer y Schwartz (1984), entre otros].

(5) Muchos investigadores han encontrado que el modelo de expectativas funciona mejor para describir la relación entre los tipos de interés a corto plazo y largo plazo, que en la relación de dos tipos a corto plazo. Sin embargo, este hecho es sorprendente porque la explicación que se ofrece más a menudo sobre el fallo del modelo de expectativas que describe la estructura temporal a corto plazo, es la existencia de primas de riesgo variables. La evidencia empírica en España es muy diversa [véase Ezquiaga (1990) y Freixas (1992)].

interés siguen procesos estocásticos no estacionarios. En segundo lugar, relaciona la dinámica conjunta existente entre los cambios en los tipos de interés y el diferencial de intereses en su evolución a corto plazo. Así, se aprovechan las estimaciones consistentes del modelo VAR en dos direcciones. Primero, para analizar la magnitud y persistencia de los *shocks* producidos en el sistema a través de la simulación de la función de respuesta al impulso. Y segundo, para obtener estimaciones eficientes de los parámetros a través de la modelización de las varianzas y covarianzas condicionales de las variables que están implícitas en el modelo VAR. De esta forma, conseguiríamos estimar la volatilidad o incertidumbre inherente a los tipos de interés, la cual se consigue a través de los modelos GARCH multiecuacionales⁶.

Finalmente, y para valorar si existen otros factores de riesgo que afectan a las primas, se modeliza la prima de riesgo utilizando distintas aproximaciones de la volatilidad condicional que ha sido estimada de forma eficiente y consistente a partir de la metodología VAR-GARCH.

El desarrollo de este trabajo es el siguiente. En la sección 2, se establece el marco teórico a partir de un modelo de expectativas con primas constantes, el cual permite derivar un contraste de la teoría de expectativas con primas liquidez constantes, la representación de la función de respuesta al impulso y la modelización de la incertidumbre o volatilidad de los tipos a corto plazo bajo una especificación del tipo VAR-GARCH. En la sección 3, se realiza un análisis empírico exhaustivo de los aspectos establecidos en la sección anterior, y se valora si las primas de liquidez están relacionadas con otros factores de riesgo. Finalmente, en la sección 4, se discuten algunas conclusiones sobre la aplicación empírica de los contrastes utilizados.

1. DINÁMICA DE LOS TIPOS DE INTERÉS

El modelo de expectativas en su versión más fuerte predice que el rendimiento de un activo a seis meses es igual a la media aritmética de los tipos al contado y esperados en el próximo periodo sobre los rendimientos a tres meses. Sin embargo, se supone habitualmente que existe una prima de riesgo constante que se añade a dicha especificación [Shiller (1979)]. La versión linealizada de la relación exacta de arbitraje que propone dicha teoría está definida por la siguiente expresión

$$r_{2t} = \alpha + \frac{1}{2} \left(r_{1t} + E_t[r_{1t+1}] \right) \quad [1]$$

De acuerdo con [1], r_{2t} es el tipo de interés de seis meses (dos períodos); r_{1t} es el tipo de interés a tres meses (un período); $E_t[r_{1t+1}]$ es la expectativa del tipo de interés a tres meses dentro de tres y α es la prima de riesgo constante⁷.

A partir de esta expresión puede obtenerse una expresión más simple (véase el apéndice 1)

$$\Delta r_{1t+1} = \beta_0 + \beta_1 S_{2t} + \varepsilon_{t+1} \quad [2]$$

(6) Véase Engle y Kroner (1995) para una panorámica de esta metodología.

(7) La versión débil de la hipótesis de expectativas supone que la misma relación [1] posee un término de error (por ejemplo, primas de riesgo variables, errores de medida, errores de especificación, etc.).

donde, Δr_{1t+1} es el cambio futuro de los tipos a tres meses; S_{2t} es el diferencial de intereses entre los tipos a seis meses y tres meses⁸ y ε_{t+1} es el error de predicción distribuido iid(0, σ_ε^2)⁹. En este caso, el diferencial tiene suficiente capacidad predictiva sobre los cambios de los tipos a un período.

Basándonos en la expresión [2], que se deduce de un modelo de expectativas (véase apéndice 1), suponemos que la evolución conjunta del sistema, es decir, de los cambios en los tipos a tres meses y el diferencial, depende de sus valores retardados. Campbell y Shiller (1987) consideran que [2] puede aproximarse en un modelo VAR cointegrado que permite obtener las predicciones conjuntas de Δr_{1t} y S_{2t} . En este sentido, la evolución de cada una de las variables depende de los valores retardados de ambas, es decir, aparecen como regresores las variaciones desfasadas de dichas variables en cada ecuación.

De esta forma, a partir de [2] puede especificarse un modelo que representa un predictor óptimo no restringido de los cambios en los tipos de interés, a través de un modelo bivalente que recoge la evolución endógena conjunta de ambas variables:

$$\begin{aligned} \Delta r_{1t} &= \alpha_1 + \phi(L)\Delta r_{1t-1} + \psi(L)S_{2t-1} + v_t \\ S_{2t} &= \alpha_2 + \gamma(L)\Delta r_{1t-1} + \theta(L)S_{2t-1} + \varepsilon_t \end{aligned} \quad [3]$$

siendo $\phi(L)$, $\psi(L)$, $\gamma(L)$ y $\theta(L)$ polinomios autorregresivos de orden p , α_1 y α_2 son constantes, y v_t y ε_t son términos de perturbación incorrelacionados. En forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \Delta r_{1t} \\ S_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi(L) & \psi(L) \\ \gamma(L) & \theta(L) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta r_{1t-1} \\ S_{2t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_t \\ \varepsilon_t \end{bmatrix}$$

y en forma compacta

$$Z_t = \Lambda_0 + \Lambda_1 Z_{t-1} + U_t \quad [4]$$

en la que $Z_t = (\Delta r_{1t} \Delta r_{1t-1} \dots \Delta r_{1t-p+1} S_{2t} S_{2t-1} \dots S_{2t-p+1})'$, $\Lambda_0 = (\alpha_0 \ 0 \dots 0 \ \alpha_1 \ 0 \dots 0)'$; Λ_1 es una matriz (2px2p) formada por los elementos de los polinomios autorregresivos y que afectan a Z_t ; y U_t es un vector multivariante que contiene los términos de error aleatorios, $U_t = (v_t \ 0 \dots 0 \ \varepsilon_t \ 0 \dots 0)'$, de orden $p \times 1$ y que miden los cambios no anticipados en los tipos de interés. Así, la simultaneidad de la relación [4] está justificada porque el diferencial de intereses es un predictor óptimo de dicho cambio.

La expresión [4] permitirá estudiar algunos aspectos. Primero, valorar el cumplimiento de la teoría de expectativas de la estructura temporal de los tipos de interés. Y segundo, estudiar las interacciones entre las variables en dos sentidos: por un lado, simulando la respuesta al impulso de los *shocks* producidos en los cambios y diferen-

(8) Rassi, Gourlaouen y Mercier (1989) señalan que esta variable expresa no sólo la previsión de la inflación o la previsión de la actividad económica, sino también la previsión de los tipos de interés futuros. La pendiente de la curva de rendimiento proporciona información sobre anticipaciones de futuros tipos a corto por el mercado. Un diferencial positivo (nulo o negativo) implicaría que los tipos a corto podrían aumentar (permanecer constantes o disminuir).

(9) ε_{t+1} es un error incorrelacionado con S_{2t} . Por otro lado, la existencia de errores de medida supondría que ambos estarían correlacionados.

ciales como consecuencia de perturbaciones aleatorias del sistema¹⁰, y por otro lado, midiendo la incertidumbre, es decir, construyendo una medida de volatilidad que a partir del modelo multivariante recoja la dinámica conjunta de los cambios en los tipos de interés y el diferencial de intereses, así como las covarianzas condicionadas que son variables en el tiempo.

1.1. Contraste basado en el modelo de expectativas

El modelo [3] sirve para realizar el contraste de la hipótesis de expectativas de la estructura temporal de los tipos de interés. Este puede realizarse de dos formas: por un lado, imponiendo restricciones sobre los coeficientes del modelo VAR que son deducidas a partir del modelo [1]. Expresando $S_{2t}=hZ_t$ y $\Delta r_t=gZ_t$ donde h y g son vectores fila de $2 \times p$ elementos que son cero excepto el elemento $p+1$ de g y el primero de h , los cuales son iguales a la unidad. Las restricciones pueden obtenerse a partir de:

$$h \Lambda_1 = \frac{1}{2} g \Lambda_1^2$$

siendo Λ_1 la matriz de coeficientes del VAR.

Por otro lado, el segundo contraste que puede utilizarse es el que compara el diferencial actual (S_t) y teórico (S_t'). S_t' se obtiene del modelo VAR sin restringir para S_t . Si el modelo de expectativas [1] es correcto, estas dos variables se moverán muy próximamente. Proyectando [A1.4] (véase el apéndice 1) sobre el modelo [4] se obtiene:

$$S_t' = \frac{1}{2} h \Lambda_1 (I - \Lambda_1)^{-1} Z_t$$

1.2. Respuesta al impulso del sistema

El modelo VAR permite analizar las interacciones dinámicas entre los cambios que se producen en los tipos de interés y el diferencial de intereses, por ejemplo, valorando no sólo la magnitud del impacto que un shock unitario en los cambios de los tipos de interés a tres meses produce en los propios tipos y en los movimientos del diferencial de intereses, sino el tiempo que perduran dichos *shocks*.

A través de la expresión [4] pueden obtenerse los coeficientes de respuesta al impulso. Para ello, debe procederse a despejar Z_t , para lo que es preciso garantizar la invertibilidad del proceso autorregresivo. En este caso, se genera un $MA(\infty)$ para la variable $Z_t=[\Delta r_t, S_{2t}]'$, en la forma:

$$Z_t = \sum_{s=0}^{\infty} r_s U_{t-s} \quad [5]$$

(10) La función de respuesta al impulso es una representación de medias móviles, que está asociada al modelo VAR estimado y que se obtiene invirtiendo el polinomio autorregresivo. Esta función pretende interpretar todos aquellos *feedbacks* que se producen entre las distintas ecuaciones, simulando los efectos de *shocks* a las distintas perturbaciones aleatorias del sistema estimado conjuntamente. Por otro lado, también el estudio de las interacciones puede llevarse a cabo mediante la descomposición de la varianza del error de predicción en componentes asociados a las distintas perturbaciones, lo cual no ha sido objeto de nuestro estudio.

donde el i,j -ésimo elemento de r_s muestra la respuesta de la variable i -ésima en el periodo s después de un shock aleatorio unitario en la variable j -ésima¹¹. Con ello, analizamos la reacción del sistema a un *shock* aleatorio. Sin embargo, para poder averiguar la fuente de variabilidad del sistema, es decir, la respuesta del sistema a una perturbación aislada de forma independiente a otras perturbaciones del sistema se necesita que dichas perturbaciones sean ortogonales, ya que U_{t-s} no necesariamente se encuentra incorrelacionada entre las ecuaciones ni con sus retardos. Para ello, se elige una matriz triangular inferior que denominamos G y que obtenemos mediante la descomposición de Choleski, de tal forma que si $\Sigma = E[U_t U_t']$ se puede obtener

$$G^{-1} \Sigma G^{-1} = I \Rightarrow V_t = U_t G^{-1}$$

La expresión anterior satisface que $E[V_t V_t'] = I$, convirtiendo las nuevas perturbaciones en incorrelacionadas en el tiempo y entre las ecuaciones. De esta forma, reespecificando [5] obtendríamos la expresión

$$Z_t = \sum_{s=0}^{\infty} c_s V_{t-s} \tag{6}$$

donde, el elemento i,j de c_s representa la respuesta al impulso de la i -ésima variable en el período s a un *shock* aleatorio de un error estándar en la variable j -ésima.

1.3. Modelización de la varianza condicionada multiecuacional

El modelo VAR permite recoger conjuntamente toda la información de interés para realizar inferencias sobre la volatilidad condicionada que es variable en el tiempo. En esta sección describiremos algunas ecuaciones que permitirán la estimación conjunta del modelo VAR y la varianza condicional heterocedástica multiecuacional. El supuesto de partida que relaciona el modelo VAR con el GARCH multiecuacional es la posibilidad de que los términos de perturbación posean una matriz de varianzas y covarianzas heterocedástica y variable en el tiempo [Bollerslev, Engle y Wooldridge (1988)].

Estas diferentes especificaciones permitirán contrastar posteriormente el ajuste más adecuado para la volatilidad. Estimando la forma reducida [4] consideramos que el vector de términos aleatorios bivalente, $U_t = (v_t \ \varepsilon_t)'$, que se distribuye según $NID(0, \Omega_t)$ bivalente siendo Ω_t la matriz de varianzas y covarianzas condicionadas, sigue un modelo GARCH multiecuacional en el que las correlaciones son variables¹². Por ejemplo, si suponemos que la varianza condicional multivalente sigue un GARCH(1,1), entonces

$$vech \ \Omega_t = A_0 + A_1 vech \ U_{t-1} U_{t-1}' + B_1 vech \ \Omega_{t-1} \tag{7}$$

A_0 es un vector $n(n+1)/2$, A_1 y B_1 son matrices de orden $n(n+1)/2 \times n(n+1)/2$, y $vech(\cdot)$ es el operador que vectoriza la parte inferior de una matriz $n \times n$ como un vector de orden $n(n+1)/2$. En este modelo bivalente se estimarán 21 parámetros.

(11) Por ejemplo, y atendiendo a nuestro modelo, mostrará la respuesta de los cambios en los tipos de interés en el periodo s después de un *shock* aleatorio unitario que se produce en el diferencial de intereses.

(12) Existe otro modelo multiecuacional que está basado en el supuesto de correlaciones constantes. Este procedimiento es derivado por Bollerslev (1990) y consiste en hacer proporcional la variabilidad de la covarianza a la raíz cuadrada del producto de las dos varianzas condicionales.

En segundo lugar, dado que el número de parámetros a estimar resulta excesivo en la anterior especificación, utilizamos un supuesto simplificador. Este enfoque se basa en suponer que A_1 y B_1 son matrices diagonales, por lo que cada término en la matriz de varianzas y covarianzas condicionadas está únicamente relacionado con los correspondientes productos cruzados del vector de innovaciones retardadas. Dicho modelo recibe el nombre de GARCH diagonal y se representa como

$$\Omega_t = A_0 + A_1 \bullet U_{t-1} U_{t-1}' + B_1 \bullet \Omega_{t-1} \quad [8]$$

donde, \bullet representa la multiplicación de elemento por elemento. En este modelo se estimarán 9 parámetros.

Sin embargo, las anteriores especificaciones no garantizan que Ω_t sea definida positiva para todo t ; y además, es posible que puedan conducir a movimientos comunes de la volatilidad y/o raíces unitarias, los cuales podrían implicar cointegración en varianza¹³. En este sentido, adoptaremos una expresión alternativa como la propuesta por Baba, Engle, Kraft y Kroner (BEKK, 1993). Esta estrategia fuerza la definición positiva de la matriz Ω_t :

$$\Omega_t = C' C + A' U_t U_t' A + B' \Omega_{t-1} B \quad [9]$$

en la que A , B y C son matrices 2×2 de parámetros desconocidos. Nótese, sin embargo, que los parámetros no están globalmente identificados. Si se cambia el signo de todos los miembros de las matrices de parámetros el valor de la función no varía. Por otra parte, esta representación excluye ciertas parametrizaciones cuando el modelo GARCH no es completo¹⁴. La importancia de esta especificación es que se construye con una generalidad suficiente, permitiendo que las varianzas y covarianzas de los dos modelos se influyan mutuamente y al mismo tiempo. Además, no requiere de la estimación de muchos parámetros [11 para el GARCH(1,1) bivalente]. Incluso, y más importante, el proceso BEKK garantiza, por construcción, que la matriz de covarianzas en el sistema sea definida positiva.

La estimación de todas las especificaciones puede llevarse a cabo maximizando el logaritmo de verosimilitud, suponiendo normalidad en el vector de perturbaciones

$$\ln L(\theta) = f - \sum_{t=1}^T \log |\Omega(t)| - \frac{1}{2} U_t' \Omega_{t-1}^{-1} U_t \quad [10]$$

siendo f una constante. El vector de parámetros θ estimado por máxima verosimilitud se distribuye asintóticamente según una normal, es insesgado y consistente, y posee matriz de varianzas y covarianzas igual a la inversa de la matriz de información de Fisher.

(13) La modelización de tales movimientos requeriría una especificación ARCH factorial, o bien modelos del tipo IGARCH multivariantes [véase Bollerslev y Engle (1989)].

(14) Es decir le falta algún componente autorregresivo y/o media móvil.

2. ANÁLISIS EMPÍRICO

En esta sección realizamos un análisis empírico de los tipos de interés a tres y seis meses negociados en el mercado interbancario de depósitos¹⁵, durante el período que abarca desde Febrero de 1977 hasta Marzo de 1995. El estudio de los cambios en los tipos a tres meses y el diferencial, que son las variables implícitas en el contraste de expectativas, se realiza en distintas fases. En primer lugar, se estudian las propiedades serie temporales de los tipos de interés, valorando el grado de integrabilidad de las mismas. En segundo lugar, se estima el modelo VAR con la finalidad de realizar el contraste propuesto. En tercer lugar, y a partir de sus estimaciones, se simulan los coeficientes de respuesta al impulso. En cuarto lugar, se estudian tres modelos multiecuacionales para la varianza condicionada: VAR-GARCH-VECH, VAR-GARCH-diagonal y VAR-GARCH-BEKK. Y, finalmente, se estudia si diversos indicadores de riesgo afectan a las primas de liquidez mediante distintas aproximaciones de las estimaciones de la volatilidad condicional que son obtenidas del modelo VAR-GARCH.

El Cuadro 1 muestra cómo los tipos de interés compuestos poseen ciertas similitudes en los momentos con respecto al origen más importantes (medias y varianzas), quizás debido a la fuerte correlación que existe entre ambos (94.71%). Por otro lado, la distribución de los cambios en los tipos a tres meses y el diferencial de intereses entre seis y tres meses tienen una correlación negativa y pequeña (-37.28%), hecho que evidencia la relación inversa entre los movimientos de los cambios en los tipos y la pendiente de la curva de rendimientos en el tramo corto. Además, el diferencial de intereses, que expresa la pendiente de la curva de rendimientos, tiene una media nega-

Cuadro 1: DESCRIPTIVOS DE LAS VARIABLES Y CORRELACIONES SIMPLES EN EL PERIODO DE ESTUDIO

	r_{1t}	r_{2t}	Δr_{1t}	S_t		r_{1t}	r_{2t}	Δr_{1t}	S_t
Media	15,16	15,01	-0,02	-0,15	r_{1t}	1	0,9471	0,2241	-0,2558
Std.	3,84	3,72	1,64	1,23	r_{2t}		1	0,1076	0,0678
Curtosis - 3	1,18	2,18	10,07	35,61	Δr_{1t}			1	-0,3728
Asimetría	0,64	0,70	-0,87	3,59	S_{2t}				1

(15) La fuente estadística utilizada para la obtención de los tipos de interés de tres y seis meses en el mercado interbancario es el Boletín Económico del Banco de España. Los datos son mensuales y representan la media aritmética de los tipos de interés nominales diarios de los depósitos negociados durante el mes. En el apéndice 4 se muestra gráficamente la evolución de los tipos a tres meses, seis meses, los cambios de los tipos a tres meses y el diferencial entre seis y tres meses. Dado que los tipos negociados en el mercado interbancario son de capitalización simple, son transformados en tipos compuestos anualmente utilizando la fórmula

$$r^c = \left[\left(1 + \frac{r^s}{12} \tau \right)^{\frac{12}{\tau}} - 1 \right]$$

siendo r^c el tipo compuesto, r^s es el tipo simple en tanto por uno, y τ es el número de periodos (meses) hasta el vencimiento del activo.

tiva, dicho de otro modo, durante el período los tipos a tres meses fueron superiores en promedio a los tipos a seis meses. Este hecho es relevante, ya que la política monetaria del período muestral considerado era bastante restrictiva para reducir la inflación, haciendo que los tipos a más corto plazo fuesen superiores a los de largo.

2.1. Propiedades serie temporales de los tipos de interés nominales

En esta sección estudiamos las propiedades serie temporales de los tipos de interés a tres meses, seis meses, el cambio de los tipos a tres meses y el diferencial entre los tipos a seis y tres meses. Estas propiedades son investigadas utilizando contrastes de raíces unitarias. En concreto, utilizamos el test de Beaulieu y Miron (1993) para datos mensuales, con el que pretendemos averiguar la existencia de raíces unitarias en la frecuencia cero y en distintas frecuencias estacionales.

Atendiendo a los resultados del Cuadro 2, observamos cómo la series de tipos de interés, r_{2t} y r_{1t} , son integradas de orden uno en la frecuencia cero (valores de π_1 no significativos), mientras que no existen raíces estacionales estadísticamente significativas, es decir, los valores de π_2 y π_3/π_4 , π_5/π_6 , π_7/π_8 , π_9/π_{10} y π_{11}/π_{12} son significativos¹⁶.

Cuadro 2: RESULTADOS DEL CONTRASTE DE BEAULIEU Y MIRON PARA LA HIPÓTESIS NULA DE QUE LA VARIABLE x_t ES $SI(1,1)$

Serie	π_1	π_2	π_3/π_4	π_5/π_6	π_7/π_8	π_9/π_{10}	π_{11}/π_{12}
	0	6 c/a	3 c/a	4 c/a	2 c/a	5 c/a	1 c/a
r_{1t}	-2,6564	-2,7582	28,4352	20,9560	22,1418	37,9047	11,5062
r_{2t}	0,5043	-5,2067	33,0127	41,9268	50,1175	20,9919	8,2104
Δr_{1t}	-4,3507	-2,6597	18,7447	21,1758	21,1906	35,6536	17,8636
S_{2t}	-4,1756	-5,0757	33,7495	37,8057	71,2667	18,8113	38,7767
95%	-3,240	-2,650	5,630	5,840	5,900	5,710	5,840

(16) Algunas implicaciones teóricas de estos hechos son que la teoría de las expectativas se caracteriza por el cumplimiento de [1], lo que podrá suponer que el diferencial de intereses $S_{2t}=r_{2t}-r_{1t}$ es integrado de orden cero. Por otro lado, si ningún S_t es integrado, entonces la estructura temporal tiene una única raíz unitaria. r_{nt} puede estar cointegrado incluso si S_t no es $I(0)$. Sin embargo, la existencia de una única raíz unitaria no confirma el cumplimiento de la teoría de las expectativas. Más bien, una raíz común es consistente con cualquier teoría de la estructura temporal que supone que las primas de riesgo son estacionarias [Miron (1991)]. En este caso, la predicción sobre el diferencial entre el tipo a largo y a corto plazo y su valor real sería impredecible. Si las series son integradas del mismo orden, puede obtenerse una relación de largo plazo sin necesidad de diferenciarlas.

2.2. Un modelo multiecuacional de los cambios y el diferencial de intereses

Una vez hemos comprobado que la series implicadas en la ecuación [3], es decir, Δr_{1t} y S_{2t} son estacionarias (véase el Cuadro 2), se estiman los diferentes modelos VAR(p) y los correspondientes modelos de volatilidad propuestos en la sección 2.3 para la varianza condicionada.

La dinámica existente en el modelo VAR permite caracterizar los movimientos de las variables implícitas en el conjunto de información definido, y además, combinándolo con alguna especificación *ad hoc* para la varianza condicionada, también permitiría predecir las volatilidades de las variables de interés¹⁷.

2.2.1. Test de la hipótesis de expectativas

Partiendo de la etapa de identificación del proceso generador vectorial autorregresivo se obtiene que el modelo VAR es de orden cuatro [VAR(4)]. Esta afirmación se basa en el criterio de mínimo AIC (Criterio de Información de Akaike) y SBIC (Criterio de Información Bayesiana de Schwarz), y el criterio de la razón de verosimilitud (véase el Cuadro 3), que permiten discriminar entre dos modelos alternativos sobre la base de las restricciones planteadas en el modelo considerado como general. Concretamente, al *ratio* de verosimilitud entre el VAR(4) y VAR(5) es igual a 19,5927 ($p=0,23$), mientras que al *ratio* entre un VAR(3) y VAR(4) es igual a 75,3845 ($p=0,00$). Una vez se ha identificado el proceso generador de datos multivariante realizamos la estimación de los coeficientes de cada ecuación por mínimos cuadrados ordinarios (véase el Cuadro 4), observándose cómo casi todos los parámetros resultan significativos excepto la constante.

Además, encontramos cómo los valores del diferencial resultan significativos en la ecuación del cambio de intereses, según el estadístico t.

Cuadro 3: CONTRASTES DE SELECCIÓN ENTRE MODELOS ALTERNATIVOS

	Ecuación 1		Ecuación 2		Razón Verosimilitud VAR(p) vs VAR(p-1)
	AIC	SBIC	AIC	SBIC	
VAR(5)	1,1268	1,2945	0,5448	0,7225	19,5927 [0,239]
VAR(4)	0,7956	0,9406	-0,0853	0,0596	75,3845 [0,000]
VAR(3)	0,9198	1,0320	0,1043	0,2166	
VAR(2)	0,9116	0,9916	0,1100	0,1900	
VAR(1)	0,9717	1,0195	0,2275	0,2753	

Nota: Al *ratio* de verosimilitud se calcula sobre H_0 : VAR(p-1) y H_a : VAR(p). Entre corchetes aparecen los *p-values*.

(17) Sin embargo, la desventaja de este procedimiento cuando se utilizan datos de elevada frecuencia es que también se necesita un elevado orden de retardos para capturar todos los patrones de correlación que poseen los datos estudiados. Por otro lado, la volatilidad de las series es más difícil modelizarla cuando los datos no son de alta frecuencia [Drost y Nijman (1993) la denominan agregación temporal].

Cuadro 4: ESTIMACIÓN POR MCO DEL MODELO VAR(4)

Eq	cte	Δr_{1t-1}	Δr_{1t-2}	Δr_{1t-3}	Δr_{1t-4}	S_{2t-1}	S_{2t-2}	S_{2t-3}	S_{2t-4}	R ²	DW
Δr_{1t}	-0,0093 (-0,95)	0,3900 (5,43)	-0,1782 (-2,30)	0,0329 (0,43)	-0,2592 (-3,77)	0,4518 (4,19)	-0,7211 (-6,24)	0,0141 (0,11)	0,3255 (2,99)	0,18	1,98
S_t	0,0582 (0,89)	-0,2602 (-5,63)	0,0697 (1,40)	-0,2364 (-4,82)	0,2944 (6,65)	0,2041 (2,94)	0,4013 (5,40)	-0,2166 (-2,79)	0,2874 (4,11)	0,32	1,85

Nota: Entre paréntesis aparecen los valores t-Student obtenidos en base a la estimación de los errores estándar consistentes ante la existencia de perturbaciones heterocedásticas según el procedimiento de White.

El contraste de significación conjunta de un bloque de retardos para un modelo en términos del estadístico-F aparece en el Cuadro 5¹⁸. Estos valores son obtenidos de la estimación MCO de cada modelo. La hipótesis nula se rechaza en todas las direcciones, por lo cual el diferencial de intereses predice en el sentido de Granger el cambio de tipos de interés y viceversa. Por ejemplo, cuando la hipótesis nula de que el vector de parámetros de las variables Δr_{1t} retardadas es nulo en la primera ecuación, el valor $F=10,8454$ ($p=0,00$) muestra que dicha hipótesis se rechaza. Por otro lado, para el vector de parámetros que acompaña a las variables retardadas de S_{2t} en la segunda ecuación, el valor $F=21,7623$ ($p=0,00$) rechaza la hipótesis de que tales parámetros en dicha ecuación sean no significativos conjuntamente.

Cuadro 5: CONTRASTE DE EXOGENEIDAD DE GRANGER POR BLOQUES.
ESTADÍSTICO F-SNEDECOR

	Ecuación 1	Ecuación 2
Δr_{1t}	10,8454 [0,00]	21,1027 [0,00]
S_{2t}	12,5027 [0,00]	21,7623 [0,00]

Nota: *p-values* entre corchetes.

(18) El contraste de Granger está definido para la variable Y_t con

$$Y_t = \sum_{j=1}^k a_j Y_{t-j} + \sum_{j=1}^k b_j X_{t-j} + U_t$$

$$H_0 : b_1 = \dots = b_k = 0$$

Es decir, X causa a Y si Y puede predecirse mejor utilizando el pasado de Y y de X que no sólo el pasado de Y. El estadístico se distribuye como una F bajo la hipótesis nula.

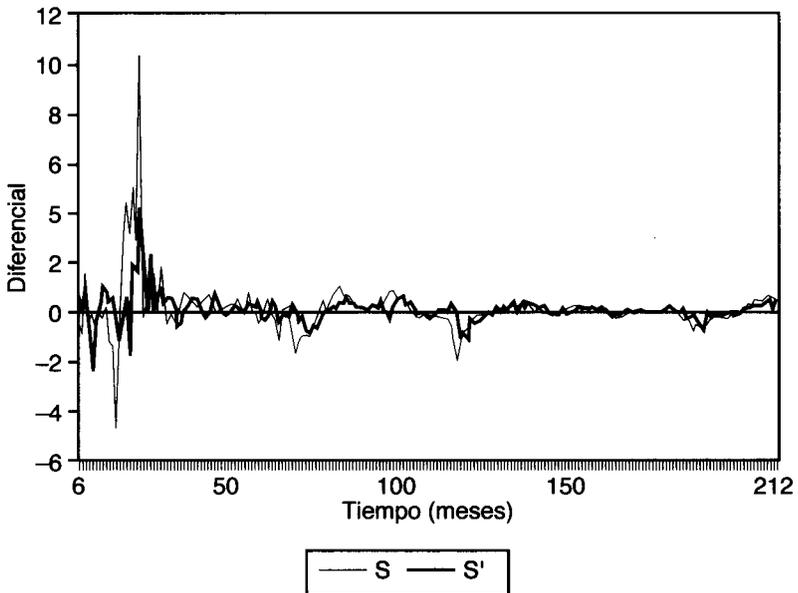
Considerando que $h=[1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$ y $g=[0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0]$ son vectores (1×8) , y las restricciones son:

$$\begin{aligned} \phi_1 (2 - \gamma_1) &= \gamma_2 + \theta_1 \gamma_1 & \psi_1 (2 - \gamma_1) &= \theta_1^2 + \theta_2 \\ \phi_2 (2 - \gamma_1) &= \gamma_3 + \theta_1 \gamma_2 & \psi_2 (2 - \gamma_1) &= \theta_1 \theta_2 + \theta_3 \\ \phi_3 (2 - \gamma_1) &= \gamma_4 + \theta_1 \gamma_3 & \psi_3 (2 - \gamma_1) &= \theta_1 \theta_3 + \theta_4 \\ \phi_4 (2 - \gamma_1) &= \theta_1 \gamma_4 & \psi_4 (2 - \gamma_1) &= \theta_1 \theta_4 \end{aligned}$$

El contraste del modelo [4] en base a las restricciones impuestas y derivadas de la hipótesis de expectativas planteada en la ecuación [1] muestran que al *ratio* de verosimilitud es igual a 77,52 [$p=0,00$ sobre una χ^2_8] lo que rechaza las hipótesis planteadas, y por ende, la teoría de las expectativas de la estructura temporal.

Por otro lado, atendiendo al segundo test que puede aplicarse, el gráfico 1 muestra la relación entre el diferencial actual y el diferencial teórico (S_t'), que es obtenido a partir de los parámetros estimados del Cuadro 4. Existe un movimiento similar en ambos diferenciales aunque no se mueven tan próximamente. La correlación entre S_t y S_t' es 0,5639 y el coeficiente de la pendiente en la regresión de S_t' sobre S_t es 0,2962 con un error estándar (que es consistente ante la existencia de heterocedasticidad) de

Gráfico 1: DIFERENCIAL ACTUAL (S) Y TEÓRICO (S')



0,06273. Bajo la hipótesis de expectativas el coeficiente no debería ser diferente de la unidad (el test de Wald de dicha hipótesis es igual a 543,69 [$p=0,00$])¹⁹. Si S_t se mueve alrededor de S_t^* , entonces las desviaciones del modelo no son económicamente importantes, y poseen una naturaleza transitoria.

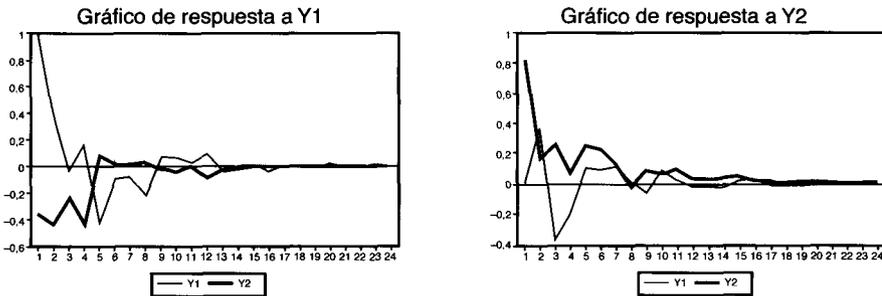
En nuestro caso, podemos advertir cómo a través de ambas alternativas se incumple la hipótesis de expectativas analizada, y por ende, la teoría de las expectativas con primas de liquidez constantes no parece explicar la estructura temporal de los tipos de interés en los plazos analizados.

2.2.2 Dinámica de respuesta al impulso

Pues bien, si el VAR es correcto, los residuos de cada modelo estarán incorrelacionados, evitando la dependencia de los residuos en ambas ecuaciones. Este aspecto resulta importante cuando pretendemos analizar la dinámica del VAR a través de la respuesta simulada del sistema estimado a las innovaciones originadas en cada ecuación.

Utilizando el análisis de respuesta al impulso, observamos como los *shocks* unitarios que tienen lugar en cada ecuación son más importantes que los provenientes de la otra ecuación. Por ejemplo, las innovaciones producidas en los cambios en los tipos tienen un mayor impacto que las que provienen de los movimientos del diferencial de intereses (véase el gráfico 2). La magnitud de los impactos iniciales tiene una importancia que perdura durante 4 ó 5 meses, si bien el efecto inicial tiende a anularse después de 15 o 17 meses. En particular, los cambios en los tipos (variable que en el grá-

Gráfico 2: (1) FUNCIÓN DE RESPUESTA AL IMPULSO PARA Δr_{1t} (Y1), SIMULACIÓN DE 24 PERIODOS CUANDO SE PRODUCE UN SHOCK UNITARIO EN Δr_{1t} Y S_{2t} (Y2), (2). FUNCIÓN DE RESPUESTA AL IMPULSO PARA S_{2t} , SIMULACIÓN DE 24 PERIODOS CUANDO SE PRODUCE UN SHOCK UNITARIO EN Δr_{1t} Y S_{2t}



(19) Sin embargo, esta inferencia es inválida probablemente porque existe un sesgo en la estimación del coeficiente [véase Shiller (1990b)].

fico aparece con la leyenda Y1) están afectados más por sus propias innovaciones y su respuesta perdura hasta 15 meses. Por otro lado, también el diferencial (variable que en el gráfico aparece con la leyenda Y2) está afectado por sus innovaciones pero su respuesta perdura hasta 17 meses.

2.2.3. Caracterización de la incertidumbre y dinámica conjunta de las volatilidades

Una vez se ha comprobado el incumplimiento de la hipótesis de expectativas y valorado la dinámica conjunta que muestran las variables a través de la respuesta simulada del sistema, analizamos el comportamiento de la incertidumbre a través de distintas medidas de volatilidad que están basadas en las estimaciones consistentes del modelo VAR.

Para ello, y en primer lugar, debemos estudiar algunas características de los errores obtenidos en el modelo VAR estimado por MCO con el objetivo de analizar si existe dependencia en los cuadrados de dichas series (véase el Cuadro 6). Para contrastar dicha hipótesis utilizaremos distintos criterios. Por un lado, el criterio $Q_2(p)$ de Ljung-Box, obtenido sobre los cuadrados de los errores, evidencia la existencia de esquemas de dependencia funcional en los cuadrados al ser éstos significativos (criterio $p\text{-value}<0,05$). Por otro lado, el test ARCH de la regresión entre los errores al cuadrado con respecto a una constante y p -retardos de dichos errores cuadrados (test ARCH(p) significativos para $p=4, 8, 12$) muestra la significación de dichos efectos. Además, las distribuciones no son normales (Bera y Jarque (BJ)) son distribuciones leptocúrticas ($K>3$) y asimétricas a la derecha ($A>0$). Todo ello justifica la existencia de dependencia en los cuadrados, es decir, la existencia de efectos ARCH en los términos de perturbación.

Estas propiedades de los residuos del modelo VAR determinan que existen estructuras heterocedásticas condicionadas en los errores. De esta forma, estimamos diferentes esquemas para la varianza heterocedástica (definidos en el epígrafe 2.3) con la finalidad de obtener estimaciones eficientes de los parámetros del modelo y modelizar la volatilidad variable en el tiempo.

Cuadro 6: CONTRASTE DE LOS ERRORES CUADRADOS OBTENIDOS DEL MODELO VAR

	$Q_2(6)$	$Q_2(12)$	$Q_2(24)$	ARCH(4)	ARCH(8)	ARCH(12)	BJ	K	A
Δr_{1t}	18,97 [0,0]	71,11 [0,0]	73,27 [0,0]	21,07 [0,0]	79,62 [0,0]	121,2 [0,0]	2934,5	110,2	10,02
S_{2t}	61,91 [0,0]	70,05 [0,0]	71,41 [0,0]	24,84 [0,0]	42,55 [0,0]	113,3 [0,0]	2782,2	111,3	9,96

Nota: p-values entre corchetes.

**Cuadro 7: ESTIMACIÓN MÁXIMO VEROSÍMIL DE LAS ESPECIFICACIONES
MULTIECUACIONAL VECH(.) Y DIAGONAL**

(a) Estimación GARCH(1,1) con especificación VECH. Ecuación [7].

ctes	Matriz A ₁			Matriz B ₁			Log. F.V.
0,2309 (0,45)	0,1929 (0,31)	0,0054 (0,00)	3,0875 (0,91)	0,0678 (0,03)	-0,0297 (-0,01)	0,4658 (0,10)	70,1421
-0,0218 (-0,09)	-0,0291 (-0,32)	0,1979 (0,38)	-0,7542 (-0,61)	0,0252 (0,02)	0,0464 (0,02)	-0,2345 (-0,12)	
-0,0037 (-0,04)	0,0118 (0,39)	0,0224 (0,09)	0,8615 (1,04)	0,0221 (0,04)	-0,1194 (-0,14)	0,1598 (0,18)	

(b) Estimación GARCH(1,1) con especificación diagonal. Ecuación [8].

ctes	Matriz A ₁		Matriz B ₁	Log. F.V.
0,0788 (0,83)	0,3781 (0,84)		0,5842 (1,76)	65,0900
-0,0389 (-0,93)	0,4750 (2,39)		-0,5522 (-3,28)	
0,0059 (0,69)		0,9862 (1,49)	0,2970 (1,46)	

Nota: Entre paréntesis aparecen los valores de la t-Student obtenidos en base a la estimación de los errores estándar asintóticos y robustos ante la existencia de autocorrelación y heterocedasticidad según el procedimiento de Newey y West.

Los resultados se obtienen estimando conjuntamente el modelo VAR(4) y diversas especificaciones restringidas de un modelo GARCH utilizando la expresión [10] para las ecuaciones [4], [7] y [8] (los resultados aparecen en el Cuadro 7 sólo para la varianza condicionada definida en las ecuaciones [7] y [8]). En nuestro caso, el modelo heterocedástico multiecuacional estimado es un GARCH(1,1), encontrándose que es no sólo el que mejor ajusta sino el que representa la estructura más parsimoniosa²⁰.

En el caso del modelo VAR(4)-GARCH(1,1)-VECH encontramos que todos los parámetros estimados por máxima verosimilitud no son significativos estadísticamente bajo los criterios convencionales, lo que provoca un rechazo de dicha especificación. Por otro lado, la expresión [4] y [8], que es una especificación restringida de

(20) La utilización del proceso GARCH(1,1) está justificada por el buen funcionamiento empírico que ha demostrado en trabajos previos y también en este trabajo, pues probando con otros órdenes superiores no se han obtenido resultados positivos. Por otro lado, también hemos probado el modelo de correlaciones constantes pero no ha resultado significativo.

la ecuación [7], es más adecuada que la anterior, dado que una comparación entre ambos modelos a través de la *ratio* de verosimilitud muestra que el modelo VAR(4)-GARCH(1,1)-Diagonal es más aceptable que el modelo VAR(4)-GARCH(1,1)-VECH [es decir, $RV=10,1042$ es menor que $\chi_{12}^2=21,26$]. Sin embargo, también esta especificación de la varianza resulta poco factible. Este hecho se deriva de que, aunque existen algunos parámetros que son significativos estadísticamente como los coeficientes a_{22} , b_{11} , b_{22} , y, los correspondientes a a_{33} y b_{33} con un valor *t-Student* superior a la unidad en valor absoluto, éstos no cumplen las restricciones impuestas sobre la estacionariedad de las varianzas y covarianzas condicionales: bien porque b_{22} sea negativo bien por cuanto la suma de los parámetros estimados es mayor que la unidad. Es decir, la varianza y las covarianzas no son estacionarias, siendo por tanto integradas en varianza.

En este sentido, y dado que las varianzas y covarianzas no son estacionarias en las especificaciones VAR(4)-GARCH(1,1)-VECH y VAR(4)-GARCH(1,1)-Diagonal modelizamos la conducta seguida por la varianza y covarianza mediante el modelo VAR-GARCH(1,1)-BEKK. Esta estimación del modelo multivariante para la varianza condicionada fuerza la positividad de la matriz de varianzas y covarianzas condicionadas. La aplicación de [9] resulta más adecuada en términos del ajuste y estimación de los parámetros que las anteriores expresiones. Según los resultados del cuadro 8, los parámetros a_{11} , a_{22} , b_{11} y b_{22} son significativos en el modelo VAR(4)-GARCH(1,1)-BEKK estimado utilizando la expresión [10], mientras que los parámetros a_{12} y a_{21} superan la unidad según el criterio *t-Student*. En este modelo se cumplen las condiciones exigidas para que las covarianzas sean estacionarias, ya que siendo los valores propios de $[A_1' \otimes A_1]$ y los correspondientes a $[B_1' \otimes B_1]$ iguales a 0,5051 y 0,4665, respectivamente²¹, la suma total de los valores de ambos vectores es 0,9329. Aún así,

Cuadro 8: ESTIMACIÓN MÁXIMO VEROSÍMIL DEL MODELO GARCH(1,1) CON ESPECIFICACIÓN BEKK. ECUACIÓN [9]

Matriz C'C		Matriz A ₁		Matriz B ₁		Log.F.V.
-0,1332	-0,1166	0,8944	-0,2641	0,5802	0,0718	53,4629
(-0,42)	(-0,32)	(3,55)	(-1,90)	(2,32)	(0,62)	
0,0000	0,0003	0,8947	0,3055	-0,6582	0,7225	
	(-0,0)	(1,33)	(0,91)	(-0,85)	(2,31)	

Nota: Entre paréntesis aparecen los valores de la *t-Student* obtenidos en base a la estimación de los errores estándar asintóticos y robustos ante la existencia de autocorrelación y heterocedasticidad según el procedimiento de Newey y West.

(21) Los valores propios resultantes son pares de raíces reales y raíces complejas conjugadas, que en módulo son iguales a los valores reales. Por ejemplo, el módulo de las raíces complejas correspondientes a los valores propios obtenidos de los productos de Kronecker de A_1 y B_1 , respectivamente, es igual a

$$\sqrt{0,2104^2 + 0,4641^2} = 0,5096 \text{ y } \sqrt{0,3821^2 + 0,2076^2} = 0,4665$$

los resultados implican que el sistema está próximo a la integración en varianza, hecho por otro lado, sintomático de las series financieras²².

Finalmente, un test estadístico que permite estudiar si la especificación para la varianza condicional está correctamente especificada es el contraste de Pagan y Sabau (1987). Bajo la hipótesis nula de consistencia del modelo de volatilidad, las varianzas y covarianzas condicionadas estimadas se aproximarán al patrón seguido por los residuos. En este sentido, el siguiente modelo facilitará el estudio de dicha conducta

$$\varepsilon_{it} \varepsilon_{jt} = \alpha + \beta h_{ij,t} + \nu_t, i, j = 1, 2 \quad [11]$$

donde, β debe ser significativo e igual a la unidad para aceptar que la volatilidad condicionada es igual a los residuos cuadrados, o que las covarianzas son iguales al producto cruzado de los residuos.

En el Cuadro 9 observamos cómo el parámetro β estimado por MCO es significativo ($t_{\beta=0} > 1,96$) y es distinto de la unidad en todos los modelos estudiados ($W_{\beta=1}$ con $p < 0,05$).

Cuadro 9: CONSISTENCIA DE LAS ESTIMACIONES SEGÚN EL CONTRASTE DE PAGAN Y SABAU. TEST DE WALD SOBRE $\beta=1$

	Parámetro y contraste t y W	VECH	Diagonal	BEKK
H11	β	0,02031	0,27164	0,214890
	$t_{\beta=0}$	1,49410	3,12479	6,010170
	$W_{\beta=1}$	5192,37 [0,00]	70,19982 [0,00]	482,1514 [0,00]
H12	β	0,02120	-0,243127	0,194900
	$t_{\beta=0}$	1,18190	-2,586150	3,662260
	$W_{\beta=1}$	2975,45 [0,00]	174,8526 [0,00]	228,7600 [0,00]
H22	β	0,07080	0,059981	0,585187
	$t_{\beta=0}$	3,47000	3,289160	5,911650
	$W_{\beta=1}$	2075,24 [0,00]	2672,980 [0,00]	17,56024 [0,00]

Nota: *p-value* entre corchetes.

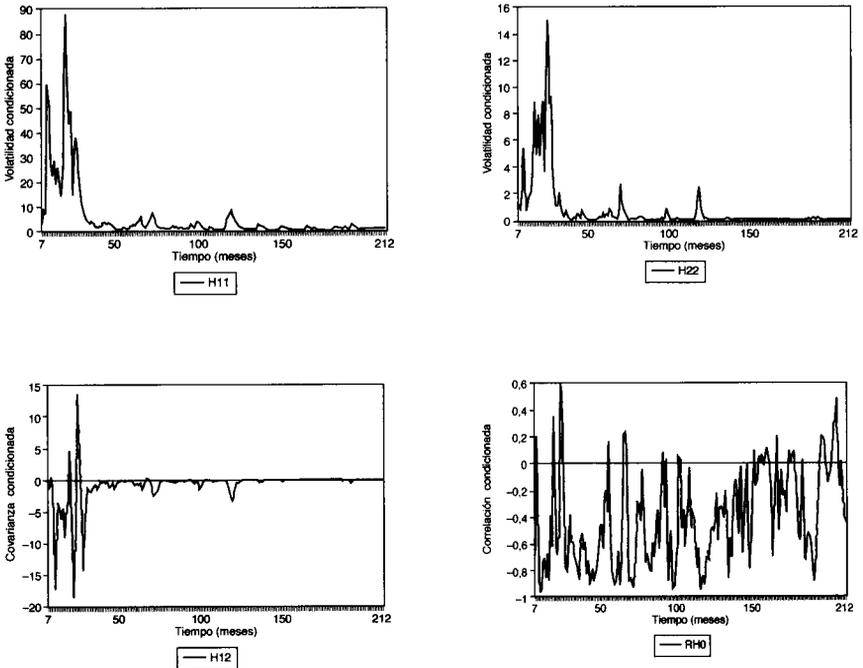
(22) En este sentido, puede afirmarse que existe una relación entre una varianza infinita de la distribución incondicional de los cambios en los tipos de interés y la familia de las distribuciones de Pareto-Levy sugeridas por Mandelbrot (1963), como distribuciones apropiadas de los cambios en los precios.

Estos resultados implican que las estimaciones de la volatilidad condicionada son distintas de los cuadrados de los residuos y productos cruzados, justificando que las especificaciones propuestas son correctas. Sin embargo, la especificación VECH resulta no significativa según el criterio *t-Student*. Por último, los resultados para el modelo BEKK parecen demostrar que este modelo es preferible al resto, por cuanto el criterio *t-Student* es más significativo en valor absoluto.

A partir de los resultados obtenidos podemos obtener algunas conclusiones preliminares sobre la volatilidad estimada según el modelo VAR(4)-GARCH(1,1)-BEKK.

El gráfico 3 muestra las estimaciones de la volatilidad condicionada heterocedástica de los cambios en los tipos de interés a tres meses obtenida a partir de la especificación VAR(4)-GARCH(1,1)-BEKK (H11), de la volatilidad del diferencial de intereses (H22), de la covarianza condicionada entre los cambios y el diferencial entre los tipos a seis y tres meses (H12) y de la correlación condicional (RHO).

Gráfico 3: ESTIMACIONES DE LA VOLATILIDAD Y COVARIABILIDAD SEGÚN EL MODELO VAR-GARCH(1,1)-BEKK. (A) ESTIMACIÓN DE LA VOLATILIDAD CONDICIONADA DEL INCREMENTO DE INTERESES A TRES MESES, (B) ESTIMACIÓN DE LA VOLATILIDAD DEL DIFERENCIAL DE INTERESES, (C) ESTIMACIÓN DE LA COVARIANZA CONDICIONADA, (D) ESTIMACIÓN DE LA CORRELACIÓN CONDICIONADA



La evolución de la volatilidad *ex-ante* para ambas variables muestra periodos de elevada volatilidad en los primeros años (básicamente, desde febrero de 1977 hasta enero de 1980), para a continuación decrecer y converger prácticamente a cero. De existir primas variables, estas serán mayores cuanto mayor sea el nivel de los tipos de interés y cuanto mayor haya sido su volatilidad. Desde el punto de vista estadístico, la volatilidad de los cambios en los tipos es cambiante en el tiempo.

Por otro lado, la correlación condicional (ρ_{t-1}), que mide la relación entre los componentes inobservables de Δr_{1t} y S_{2t} , es decir, v_t y ε_t , en cada instante del tiempo, es distinta de cero. Si $\text{cov}_{t-1}(v_t, \varepsilon_t) = 0$ no existiría ninguna relación entre dichas variables en el tiempo. La correlación simple del período (véase el Cuadro 1) es -0,37. Sin embargo, observamos cómo la correlación condicional es negativa en casi todos los períodos y tiende a cero a medida que evoluciona en el tiempo.

2.2.4. Otros indicadores de riesgo que afectan a las primas de liquidez

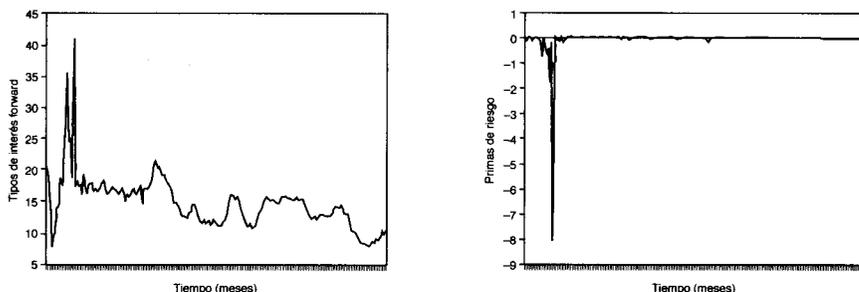
La significación de ciertos factores inobservables sobre la magnitud de la prima de liquidez constante ya fue puesta de manifiesto por Ayuso, Novales y de la Torre (1992). En este sentido, estamos interesados en analizar si existe un importante efecto de la volatilidad de los cambios, de la volatilidad del diferencial de intereses, e incluso de la covarianza entre ambos, sobre el tamaño de primas de liquidez.

De esta forma, utilizamos una sencilla aproximación del valor absoluto de las primas de riesgo a través de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \text{Modelo I:} \quad & |y_t| = \alpha_0 + \alpha_1 \sqrt{h_{ii,t}} + \varepsilon_t, \quad i = 1,2 \\ \text{Modelo II:} \quad & |y_t| = \alpha_0 + \alpha_1 h_{ij,t} + \varepsilon_t, \quad i, j = 1,2 \end{aligned} \quad [12]$$

donde y_t es la prima de liquidez del tipos de interés a seis meses frente al tipos a tres meses. y_t es aproximado según $2r_{2t} - r_{1t} - E_t[r_{1t+1}]$ (véase el gráfico 4).

Gráfico 4: TIPOS DE INTERÉS FORWARD Y PRIMAS EX-ANTE SOBRE EL PLAZO ESTUDIADO



Estas ecuaciones permiten analizar el coeficiente que acompaña al factor inobservable de los tipos de interés y del diferencial de intereses ($_1$), de distinta forma²³. El modelo I, considera la desviación estándar condicional de la volatilidad de los cambios en los tipos y del diferencial de intereses. El modelo II, considera las varianzas y covarianzas condicionadas de ambas variables. El parámetro $_1$ debe ser positivo para significar que un aumento en la volatilidad de los tipos de interés provoca un incremento del tamaño de la prima.

Los resultados obtenidos para las ecuaciones definidas en [12] aparecen en el Cuadro 10. Las estimaciones de dicho modelo utilizando la varianza condicionada de los cambios y diferencial de intereses se realiza corrigiendo la estimación de los errores estándar de los parámetros por mínimos cuadrados mediante la transformación de White, que obtiene estimaciones consistentes ante la presencia de heterocedasticidad en el término de error. Por lo demás, el modelo está libre de error de especificación y las perturbaciones están bien comportadas en la base de los contrastes habituales. El modelo II para la aproximación de la covarianza condicional es estimado por mínimos cuadrados ordinarios. En general, se observa que las estimaciones del parámetro $_1$ son significativas en ambas aproximaciones, siendo positivas en el caso de la volatilidad y negativas en el caso de la covarianza condicional.

Cuadro 10: ESTIMACIÓN DE LA ECUACIÓN [12]

Volatilidad	Modelo I					Modelo II				
	α_0	α_1	R ²	DW	F	α_0	α_1	R ²	DW	F
$\text{var}_{t-1}(v_t)^*$	-0,0110 (-2,59)	0,1327 (1,76)**	0,13	2,24	31,06 [0,0]	-0,0090 (-0,80)	0,0189 (1,83)**	0,15	2,32	35,40 [0,0]
$\text{var}_{t-1}(\epsilon_t)^*$	-0,0577 (-1,62)**	0,2366 (1,86)**	0,07	2,21	15,83 [0,0]	0,0280 (1,41)	0,0639 (1,80)**	0,04	2,21	10,47 [0,0]
$\text{cov}_{t-1}(v_t, \epsilon_t)$						0,0304 (0,73)	-0,0571 (-4,10)	0,07	1,87	16,97 [0,0]

Nota: (*) Entre paréntesis aparecen las estimaciones consistentes de los errores estándar de los parámetros ante la existencia de heterocedasticidad según el procedimiento de White. (**) Significativo al 10%.

(23) También se ha estudiado la posibilidad de que el tamaño de las primas dependiese de su propia volatilidad, a través del modelo GARCH-M. Este efecto no resultaba significativo encontrándose que el parámetro de dicho efecto resultaba ser igual a 0.17 con una *t-Student* obtenida sobre errores estándar consistentes ante la existencia de autocorrelación y heterocedasticidad de 1.32. Por otro lado, los parámetros del modelo GARCH incumplen las restricciones de estacionariedad.

3. CONCLUSIONES

A diferencia de los estudios realizados hasta el momento sobre el mercado interbancario español [como, por ejemplo, Ezquiaga (1989), Freixas y Novales (1990), Ayuso y De la Torre (1991), Ayuso, Novales y De la Torre (1992) y Flores de Frutos (1995)] se ha realizado en este trabajo un contraste de la teoría de expectativas con primas de liquidez constantes basándose en el modelo VAR cointegrado propuesto por Campbell y Shiller (1987). En este sentido, la evidencia empírica demuestra que se rechaza dicha teoría para los plazos estudiados durante el período que abarca desde febrero de 1977 hasta marzo de 1995.

Por otro lado, y aprovechando las estimaciones consistentes del modelo VAR estudiamos la dinámica conjunta que muestran los cambios en los tipos de interés a tres meses y el diferencial de intereses entre seis y tres meses, para datos mensuales. En este sentido, simulamos la respuesta al impulso del sistema evaluando la magnitud y persistencia de los *shocks* unitarios estandarizados provenientes tanto de los cambios en los tipos como del diferencial de intereses. Encontramos que simulando los efectos de *shocks* a las distintas perturbaciones aleatorias del sistema estimado conjuntamente, la respuesta simulada al impulso perdura hasta 15, en el caso de los cambios en los tipos, y hasta 17 períodos, en el caso del diferencial de intereses. Aunque sus coeficientes sean pequeños y próximos a cero, este hecho justifica que el sistema mantiene la memoria de los eventos sucedidos en el mercado durante largos períodos de tiempo. Por otro lado, la magnitud del impacto que provocan los *shocks* a las perturbaciones generadas en el sistema resultan ser siempre mayores y más importantes cuando provienen de su ecuación respectiva, esto es, por ejemplo, un *shock* inesperado en la ecuación de las primeras diferencias de los tipos es mayor cuando el impacto se manifiesta en los cambios de interés a tres meses, que cuando proviene de la ecuación del diferencial de intereses.

Por otro lado, y verificado el incumplimiento de la hipótesis de expectativas de la estructura temporal, pretendemos estudiar la incertidumbre inherente en la negociación de los plazos de tres y seis meses. Para ello, también aprovechamos las estimaciones consistentes del modelo VAR y modelizamos la volatilidad condicional que es variable en el tiempo, con la finalidad de obtener, además, estimaciones eficientes de los parámetros del modelo. En este sentido, especificamos varios modelos multiecuacionales del tipo VAR-GARCH, encontrándose que el modelo VAR(4)-GARCH(1,1)-BEKK explica mejor la dinámica conjunta de las varianzas y covarianzas condicionadas de los cambios y del diferencial. Esta modelización es más adecuada que las especificaciones del tipo VECH y diagonal analizadas, pues tienen el inconveniente de que las covarianzas condicionadas no resultan estacionarias. El hecho de que en este tipo de especificaciones multiecuacionales las estimaciones de los parámetros están afectadas por la posible existencia de integrabilidad en varianza es un motivo de que la especificación BEKK sea elegida. Sin embargo, en el modelo VAR(4)-GARCH(1,1)-BEKK tampoco resulta descartable la existencia de un proceso cercano a la integrabilidad en varianza, pues las condiciones establecidas sobre sus parámetros indican su proximidad a la integración.

Por último, y aprovechando también las estimaciones de la varianza y covarianza condicional, realizamos distintas aproximaciones del tamaño de las primas de riesgo. En este sentido, podemos concluir que existen factores de riesgo inobservables que tienen un efecto significativo sobre las primas de liquidez.

En definitiva, la modelización conjunta de los cambios y del diferencial en los tipos de interés a corto plazo (tres y seis meses) en el mercado interbancario de depósitos español se caracteriza por la existencia de una dinámica conjunta en los movimientos a corto plazo de los tipos de interés, los cuales, además, muestran grados de dependencia condicional en sus varianzas, que se encuentran próximos a la integrabilidad en varianza.

**APÉNDICE 1: MECANISMO DE FORMACIÓN DE EXPECTATIVAS:
PREDICCIÓN DE LOS CAMBIOS. LOS TIPOS A TRAVÉS DE LA TEORÍA DE EXPECTATIVAS**

Partiendo de la relación exacta de arbitraje según la teoría de expectativas clásica

$$(1 + r_{2t})^2 = (1 + r_{1t}) (1 + E_t[r_{1t+1}]) \quad [A1.1]$$

siendo r_{2t} el tipo de interés a dos períodos; r_{1t} es el tipo de interés corriente a corto plazo en t para un período; y $E_t[r_{1t+1}]$ es la expectativa de los tipos de interés a un período, o tipo de interés implícito esperado en el período t , entre $t+1$ y $t+2$. La expresión [A1.1] es equivalente a una versión linealizada de dicha relación

$$r_{2t} = \frac{1}{2} (r_{1t} + E_t[r_{1t+1}]) \quad [A1.2]$$

ya que $\ln(1+r)$ es aproximadamente igual a r , para algún r que sea pequeño. Habitualmente, y casi de un modo tautológico, se añade un término constante –adicional a la ecuación [A1.2]–, que suele etiquetarse en la literatura como una prima de riesgo constante. Así,

$$r_{2t} = \frac{1}{2} (r_{1t} + E_t[r_{1t+1}]) + \alpha \quad [A1.3]$$

A partir de la expresión [A1.3], suponiendo expectativas racionales ($E_t[r_{1t+1}] = r_{1t+1} - u_{t+1}$, donde u_{t+1} es el error cometido en la previsión de r_{1t+1}) y restando r_{1t} a cada miembro de la ecuación podemos obtener

$$r_{2t} - r_{1t} = \frac{1}{2} (r_{1t} + r_{1t+1} - u_{t+1}) + \alpha - r_{1t}$$

donde, $S_{2t} = r_{2t} - r_{1t}$ es el diferencial de intereses, y reagrupando términos,

$$S_{2t} = \frac{1}{2} \Delta r_{1t+1} + \alpha - u_{t+1}^* \quad [A1.4]$$

siendo $u_{t+1}^* = 1/2 u_{t+1}$. Esta ecuación relaciona el diferencial de intereses con las primeras diferencias de los tipos a corto plazo. Alternativamente, otra expresión de interés que se deduce de la ecuación [A1.4], despejando el valor del incremento de los tipos de interés a corto plazo es

$$\Delta r_{1t+1} = 2S_{2t} - 2\alpha + u_{t+1}$$

APÉNDICE 2: DISTINTAS EXPRESIONES MATRICIALES DE LA VOLATILIDAD
CONDICIONADA MULTIVARIANTE

1) La representación VECH en forma matricial es

$$\begin{bmatrix} h_{11,t}^2 \\ h_{12,t}^2 \\ h_{22,t}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{t-1}^2 \\ v_{t-1} \varepsilon_{t-1} \\ \varepsilon_{t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1}^2 \\ h_{12,t-1}^2 \\ h_{22,t-1}^2 \end{bmatrix}$$

donde las restricciones para que Ω_t sea positiva deben ser

$$\begin{aligned} c_1 > 0, \quad c_3 > 0, \quad c_1 c_3 - c_2^2 > 0 \\ a_{11} \geq 0, \quad a_{13} \geq 0, \quad a_{31} \geq 0, \quad a_{33} \geq 0 \\ a_{11} a_{33} - a_{22}^2 \geq 0 \\ a_{11} a_{13} - \frac{1}{4} a_{12}^2 \geq 0, \quad a_{11} a_{31} - a_{21}^2 \geq 0 \\ a_{31} a_{33} - \frac{1}{4} a_{32}^2 \geq 0, \quad a_{13} a_{33} - a_{23}^2 \geq 0 \end{aligned}$$

2) El modelo GARCH(1,1) diagonal es igual a

$$\begin{bmatrix} h_{11,t}^2 \\ h_{12,t}^2 \\ h_{22,t}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{t-1}^2 \\ v_{t-1} \varepsilon_{t-1} \\ \varepsilon_{t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11,t-1}^2 \\ h_{12,t-1}^2 \\ h_{22,t-1}^2 \end{bmatrix}$$

De esta forma, la representación GARCH(1,1) diagonal es

$$\begin{aligned} h_{mt}^2 &= c_0 + a_{11} u_{it-1}^2 + b_{11} h_{mt-1}^2 \\ h_{im,t} &= c_1 + a_{22} u_{it-1} \varepsilon_{m,t-1} + b_{22} h_{im,t-1} \\ h_{it}^2 &= c_3 + a_{33} \varepsilon_{m,t-1}^2 + b_{33} h_{it-1}^2 \end{aligned}$$

En este caso, las restricciones son

$$\begin{aligned} c_1 > 0, \quad c_3 > 0, \quad c_1 c_3 - c_2^2 > 0 \\ a_{11} \geq 0, \quad a_{33} \geq 0, \quad a_{11} a_{33} - a_{22}^2 \geq 0 \end{aligned}$$

3) El modelo GARCH(1,1)-BEKK es

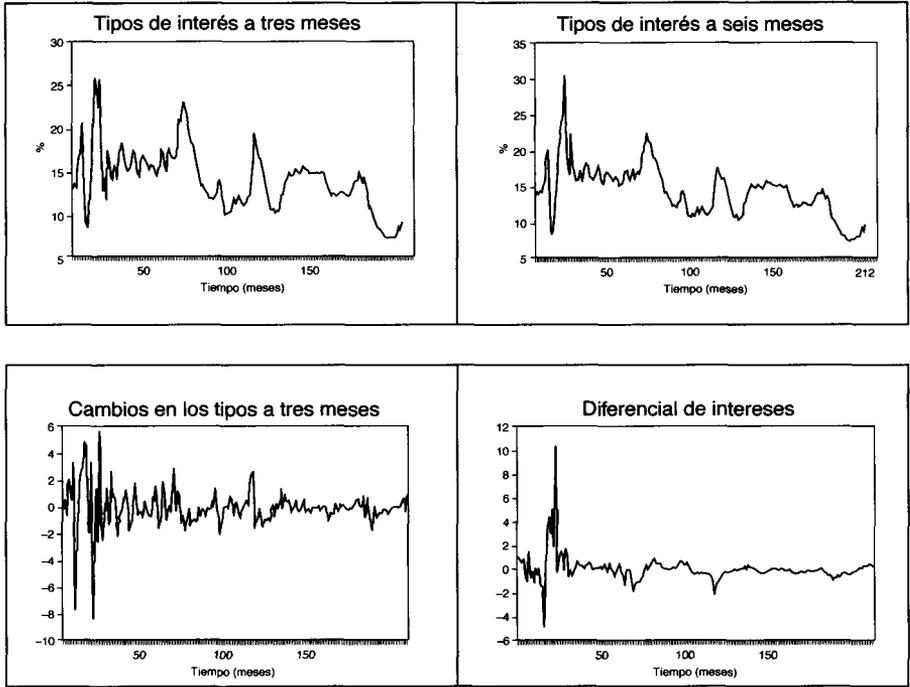
$$\begin{bmatrix} h_{11,t}^2 & h_{12,t}^2 \\ h_{12,t}^2 & h_{22,t}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \\ 0 & c_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{t-1}^2 & v_{t-1} \varepsilon_{t-1} \\ \varepsilon_{t-1} v_{t-1} & \varepsilon_{t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \Omega_{t-1} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

En el caso del BEKK diagonal, la condición de estacionariedad de la varianza exige que la suma de los elementos de la diagonal principal de A_1 y B_1 sean menores a la unidad. En general, en un modelo GARCH(1,1) para que la covarianza sea estacionaria en la especificación BEKK debe suceder que todos los valores propios de

$$[A_1' \otimes A_1] + [B_1' \otimes B_1] < 1$$

en módulo.

APÉNDICE 3. GRÁFICOS



REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ayres, H.R. and Barry, J.Y. (1980): "A Theory of the U.S. Treasury Market Equilibrium", *Management Science*, vol. 26, págs. 539-569.

Ayuso, J. y De la Torre, M. (1991): "Riesgo y Volatilidad en el Mercado Interbancario", *Investigaciones Económicas*, vol. 15, nº 1, págs. 89-119.

Ayuso, J., Novales, A. y De la Torre, M. (1992): "¿Incorporan los Tipos Interbancarios una Evaluación del Riesgo? *Revista Española de Economía*, vol. 9, págs. 304-379.

Baba, Y., Engle, R.F., Kraft, D.F., and Kroner, K.F. (1990): *Multivariate Simultaneous Generalized ARCH*, Mimeo, Department of Economics, University of California, San Diego.

Beaulieu, J.J. and Miron, J. (1993): "Seasonal Unit Roots in Agregate US Data", *Journal of Econometrics*, vol. 55, págs. 305-328.

Bollerslev, T. (1990): "Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Approach", *Review of Economics and Statistics*, nº 72, 498-505.

Bollerslev, T., Engle, R.F. and Wooldridge, J.M. (1988): "A Capital Asset Pricing Model with Time Varying Covariances", *Journal of Political Economy*, vol. 96, págs. 116-131.

Bollerslev, T. and Engle, R.F. (1989): "Common Persistence In Conditional Variances", *Econometría*, vol. 61, págs. 167-186.

Brennan, M.J. and Schwartz, E.S. (1979): "A Capital Asset Pricing Model with Time Varying Covariances", *Journal of Banking and Finance*, págs. 133-155.

Campbell, J. and Shiller, R.J. (1987): "Cointegration and Tests of Present Value Models", *Journal of Political Economy*, vol. 95, págs. 1.062-1.088.

- Drost, F.C. and Nijman, T.E. (1993): "Temporal Aggregation of Garch Processes", *Econometría*, vol. 61, págs. 909-927.
- Engle, R.F. y Kroner, K. (1995): "Multivariate Simultaneous Generalized ARCH", *Econometric Theory*, vol. 11, págs. 122-150.
- Ezquiaga, I. (1989): "Riesgo, Hábitat y Expectativas en la Explicación de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés", *Información Comercial Española*, marzo, págs. 39-54.
- Ezquiaga, I. (1990): "El Análisis de la Estructura Temporal de los Tipos de Interés en el Mercado Español", *Información Comercial Española*, págs. 119-140.
- Flores de Frutos, R. (1995): "A VARMA Approach to Estimating Term Premia: The Case of the Spanish Interbank Money Market", *Applied Financial Economics*, vol. 5, págs. 409-418.
- Franses, P.H. (1990): "Testing for Seasonal Unit Roots in Monthly Data", *Econometric Institute Report #9032/A*, Erasmus University, Rotterdam.
- Freixas, X. y Novales, A. (1990): "Primas de Riesgo y Cambio de Hábitat", *Documento de Trabajo*, n.º 90-08, FEDEA.
- Freixas, X. (1992): "Estructura Temporal de los Tipos de Interés: Hipótesis Teóricas y Resultados Empíricos", *Investigaciones Económicas*, vol. 41, págs. 187-203.
- Mandelbrot, B. (1963): "The Variation of Certain Speculative Prices", *Journal of Business*, vol. 36, págs. 394-419.
- Miron, J.A. (1991): Comment, in NBER Macroeconomic Annual 1991. Blanchard, O. and Fisher, S., MIT Press Cambridge MA.
- Nelson, J. and Schaefer, S.M. (1983): "The Dynamics of the Term Structure and Alternative Portfolio Immunization Strategies", In *Innovations in Bond Portfolio Management: Duration Analysis and Immunization*, eds. G.O. Bierwag, C.G. Kaufman and A Toevs, Greenwich, CT: JAI Press.
- Pagan, A.R. and Sabau, I.G. (1987): "On the Inconsistency of the MLE in Certain Heteroskedastic Regression Models", Unpublished manuscript, Department of Economics, University of Rochester.
- Rassi, F., Gourlaouen, J.P. et Mercier, G. (1989): *Les Taux D'Intérêt*. Editions Eska.
- Schaefer, S. and Schwartz, E.S. (1984): "A Two-Factor Model of the Term Structure: An Approximate Analytical Solution", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 19, págs. 413-424.
- Shiller, R.J. (1979): "The Volatility of Long-Term Interest Rates and Expectations Models of the Term Structure", *Journal of Political Economy*, vol. 87, págs. 1.190-1.219.
- Shiller, R.J. (1990b): "The dividend Ratio Model", *Review of Economics and Statistics*, págs. 257-361.

Fecha de recepción del original: julio, 1996

Versión final: mayo, 1997

ABSTRACT

In this paper we examine whether the rational expectations/constant liquidity premium theory can explain the time structure of short-term interest rates in the Spanish interbank market for monthly data from 1977 to 1995. To that end, we use the Campbell and Shiller (1987) test, based on a cointegrated VAR-model. This model allows us to obtain consistent estimates and study the size and persistence of *shocks* using impulse response functions in order to estimate efficient parameters by modelling conditional variance over time. In this sense, we propose some types of multiequational GARCH models based on the VAR-model. We find that the empirical evidence does not support the rational expectations/constant liquidity premium theory, that there is a joint dynamic for short-term interest rates which is defined by VAR(4)-GARCH(1,1)-BEKK (close to integrability), and that there are other risk factors which affect the liquidity premiums.

Keywords: interest rates, VAR, multiequational GARCH.