



RISC MORAL EN ELS CONTRACTES DE LLOGUER

TREBALL DE FINAL DE GRAU

Curs acadèmic 2019/2020

Alumne: Jordi Aparicio Llorens

Tutora: Maria dels Dolors Berga Colom

Universitat de Girona

Facultat de Ciències Econòmiques i Empresariales

Doble Grau en Economia i Filosofia

Resum

La majoria de mercats són mercats amb informació asimètrica, el mercat del lloguer de pisos no n'és una excepció. Típicament, s'ha estudiat el problema del risc moral en els mercats d'assegurances o de finances, però no s'ha estudiat prou les repercussions que té el risc moral altres menes de contractes amb aspectes més subjectius. Aquest treball examina el problema de risc moral aplicat al mercat de lloguer de pisos. La motivació del treball és incitar l'estudi del risc moral aplicat a nous mercats i així donar pas a una nova línia de recerca que s'estengui més enllà dels casos estudiats típicament.

Paraules clau: risc moral, lloguer, informació asimètrica, contracte.

Abstract

Most markets are markets with asymmetric information, rental markets aren't an exception. Typically, the moral hazard problem has been studied in insurance and financial markets, but it hasn't been studied enough in other areas with subjective aspects. This work examines the moral hazard problem applied to rental markets. The motivation of this work is to initiate the study of the moral hazard problem applied to new sort of markets and to start a new research line consisting in the study of moral hazard problems different from the current ones.

Keywords: moral hazard, rent, asymmetric information, contract.

Índex

Resum	1
Abstract.....	1
1. Introducció.....	3
2. Elements del problema	5
2.1. El principal i l'agent	5
2.2. El contracte	6
2.3. El tipus d'informació	6
2.4. La incertesa.....	7
2.5. El risc moral	7
3. Model proposat i solució	9
3.1. Formalització del model	11
3.1.1. El resultat.....	11
3.1.2. L'esforç.....	11
3.1.3. El lloguer	12
3.1.4. El benefici del principal.....	12
3.1.5. La utilitat de l'agent.....	12
3.2. Cas amb informació simètrica	13
3.3. Cas amb informació asimètrica	14
3.4. Interpretació del resultat	16
4. Exemple.....	18
4.1. Exemple resolt algebraicament.....	19
4.1.1. Cas amb informació simètrica	19
4.1.2. Cas amb informació asimètrica	20
4.1.3. Resultat del problema de risc moral	24
4.2. Exemple resolt amb Excel Solver.....	26
5. Conclusions	29
6. Bibliografia.....	30
7. Apèndix	32
7.1. Cas amb informació simètrica	32
7.2. Cas amb informació asimètrica induint un esforç alt	34
7.3. Cas amb informació asimètrica induint un esforç mitjà.....	36
7.4. Cas amb informació asimètrica induint un esforç baix	37

1. Introducció

L'objectiu d'aquest treball és entendre com ha de ser el disseny d'un contracte de lloguer d'un pis amb risc moral de forma analítica i algebraica. Proposaré el cas en què un individu que busca pis vol oferir un contracte de lloguer desconeixent el nivell d'esforç que realitzaran els seus companys. És un cas en el que hi intervenen tant factors monetaris (el lloguer), com subjectius (ajudes al pis, companyonia, etc.)

La importància d'un treball com el meu rau en estudiar el disseny d'un contracte en mercats en els que la informació no és simètrica. Estudis d'aquesta mena han començat a aparèixer des d'Akerlof (1970) i Arrow (1963), autors que han detallat quins són els problemes dels mercats en els que l'oferent i el demandant no tenen la mateixa informació pel que fa el bé o servei que intercanvien. En aquests mercats, hi ha avantatges informatius per part d'una de les dues parts, això fa que l'assignació final no sigui l'òptima que esperàriem en un mercat amb informació simètrica.

A partir de la detecció d'aquest suposat problema de mercat, s'ha iniciat tota una línia de recerca amb contribucions que pretenen minimitzar l'impacte negatiu de la falta d'informació simètrica. S'han estudiat casos d'informació asimètrica en el mercat d'assegurances (Rothschild & Stiglitz 1976; Bardey 2008) i de finances (Stiglitz & Weiss 1981). Pel que fa el cas de les finances:

However, the bank is not able to directly control all the actions of the borrower; therefore, it will formulate the terms of the loan contract in a manner designed to induce the borrower to take actions which are in the interest of the bank, as well as to attract low-risk borrowers. (Stiglitz & Weiss 1981)

Les conseqüències dels mercats amb informació asimètrica poden degenerar en una mala assignació dels recursos que pot arribar a portar l'extinció d'aquests mercats (selecció adversa) o bé en un problema de risc moral. En aquest treball, em centraré en el segon problema. En aquesta línia, el meu treball és un intent de contribuir a esclarir la resolució de quina seria l'assignació òptima en un mercat de lloguer en el que hi ha risc moral. El meu treball pretén ser l'aplicació del problema de risc moral a un cas concret: el de la confecció d'un contracte de lloguer amb dos resultats i tres esforços possibles.

La metodologia que faré servir per acomplir l'objectiu del treball serà la següent: plantejaré el problema de forma genèrica i el resoldré fins on pugui, resoldré un exemple

concret algebraicament i fent servir l'Excel Solver. Solucionar el problema de forma genèrica em permetrà fer una interpretació econòmica i matemàtica per qualsevol cas. Resoldre un exemple concret de forma algebraica servirà per veure detalladament com procedir per resoldre un problema d'optimització i solucionar-ho amb l'Excel Solver, per comprovar si el resultat és correcte i per optimitzar el mètode de resolució. Tenir aquest problema programat amb el Solver em permetrà resoldre ràpidament qualsevol exemple de dos resultats i tres esforços simplement canviant el valor dels paràmetres.

Dividiré el treball en tres apartats. A l'apartat 2, definiré els elements teòrics del problema (informació asimètrica, risc moral, incertesa, etc.) a partir del que he extret de les lectures realitzades. A l'apartat 3, resoldré el model de maximització amb risc moral genèric per un nombre indeterminat de resultats i tres esforços (l'especificació del model es trobarà en el cos del treball, mentre que la resolució serà a l'Apèndix). A l'apartat 4, proposaré un exemple concret amb dos resultats i tres esforços. El resoldré algebraicament i emprant l'Excel Solver. Finalment, apuntaré les conclusions finals del treball a l'apartat 5, destacaré els aspectes més rellevants i proposaré futures línies d'investigació inspirades en el meu cas concret.

2. Elements del problema

En aquest apartat, introduiré i definiré els conceptes principals a tenir en compte per entendre la resolució del problema d'optimització que presentaré a l'apartat 3.

2.1. El principal i l'agent

Típicament, en un contracte hi ha dues parts implicades: la part que ofereix el contracte (el *principal*) i la part que decideix si acceptar o no el contracte (l'*agent*). L'objectiu del contracte és que l'agent realitzi una acció que beneficiï al principal i rebi una compensació a canvi. Suposem que el contracte és dissenyat sempre pel principal i hi figuren els pagaments que el principal realitzarà a l'agent. L'agent, un cop ha considerat els termes del contracte, decideix si acceptar o refusar la seva relació amb el principal. L'agent acceptarà el contracte si i només si la utilitat que obté en acceptar-lo és superior a la que obtindria si no firmés el contracte, i.e., la utilitat de reserva. La *utilitat de reserva* (\underline{U}) és la utilitat que obtindria en cas de no acceptar el contracte i quedar-se amb una altra alternativa del mercat. Suposem que no està permesa la negociació (l'agent no pot fer contraofertes al principal), sinó que el principal té tot el poder de negociació: ell ofereix un contracte i aquest pot ser acceptat.

Si l'agent no accepta el contracte, aleshores la relació no té lloc. Per altra banda, si l'agent accepta l'oferta, llavors ha de realitzar les accions per les quals ha estat contractat. En aquesta situació bàsica del procés de contractació, hi podem distingir tres elements fonamentals: (i) el principal dissenya el contracte que ofereix a l'agent; (ii) l'agent accepta el contracte si la utilitat esperada és superior a la utilitat de qualsevol altra alternativa del mercat i (iii) l'agent realitza una acció o esforç.

D'aquests elements fonamentals es pot deduir que els objectius de l'agent i els del principal estan en conflicte: el que és un cost per un és un ingrés per l'altre. Per exemple, en el cas d'un contracte de treball: el salari pagat és un ingrés per l'agent, però un cost pel principal; l'esforç de l'agent beneficia el principal, però suposa un cost per l'agent.

2.2. El contracte

En aquest treball, definiré 'contracte' de la mateixa manera que Macho Stadler i Pérez Castrillo (1994, p17):

Un contrato es un compromiso creíble para ambas partes en el que se especifican las obligaciones de cada uno en todas las contingencias. En particular incluye las obligaciones de cada pago con el que se remunerará el agente.

Els autors anteriors apunten que, per tal de garantir el compliment del contracte, aquest només es pot basar en *variables verificables*, és a dir, variables comprovables per agents externs a la relació. El fet que hi hagi variables verificables possibilita el compliment del contracte, ja que això permet denunciar un possible incompliment amb garanties judicials. En cas que cap variable introduïda en el contracte fos verificable, tant l'agent com el principal tindrien incentius a no complir amb la seva part i a comportar-se de forma distinta (realitzar una acció oculta). De manera que el resultat final seria la desaparició de qualsevol forma de contracte.

2.3. El tipus d'informació

La *informació* està relacionada amb el conjunt de variables verificables en una relació. Una situació amb *informació simètrica* és aquella en la que els participants de la relació (el principal i l'agent) tenen exactament la mateixa informació concernent a la seva relació. Per exemple, en una partida d'escacs els dos participants tenen la mateixa informació sobre la localització de les peces i els moviments que pot realitzar l'adversari, és un cas d'informació simètrica. L'enfocament neoclàssic suposa que els agents econòmics tenen informació simètrica sobre els béns o serveis que intercanvien en els mercats, però això rarament és així. En la majoria de casos, la informació és *informació asimètrica*: aquella corresponent als casos en què una de les parts té més informació que l'altra. Tant si hi ha informació simètrica com asimètrica, els objectius de cada una de les parts de la relació estan en conflicte, però només en el cas d'informació asimètrica hi ha un avantatge informatiu, ja que una de les parts té més informació disponible que l'altra. Si els objectius del principal i de l'agent no estiguessin en conflicte, aleshores els agents procurarien transmetre's tota la informació, de manera que desapareixeria l'asimetria.

L'*economia de la informació* és, doncs, la branca de l'economia que tracta la informació com un bé econòmic escàs i que estudia les seves implicacions en la presa de decisions (Zorrilla 2006). Aquesta àrea de l'economia considera el supòsit neoclàssic com una excepció dins d'una regla general: la informació està asimètricament distribuïda entre els agents i aquests l'empraran a favor seu.

2.4. La incertesa

Que hi hagi informació simètrica no implica que hi hagi informació completa, pot ocórrer que hi hagi *incertesa*, és a dir, que hi hagi elements que no són predictibles sense errors. L'esquema temporal d'un joc amb informació simètrica i incertesa es resumeix en cinc etapes temporalment contigües: (1) el principal dissenya el contracte, (2) l'agent accepta o denega el contracte, (3) l'agent realitza un esforç verificable, (4) la naturalesa juga i (5) sorgeixen els resultats i pagaments. Aquestes etapes són seqüencials (una no pot esdevenir-se sense que prèviament s'hagi esdevingut l'anterior), per tant, el tipus de solució que s'ha d'aplicar en aquests casos és el d'*Equilibri Bayesià Perfecte en Subjocs* (EBPS): un equilibri de Nash –estat en el que cap jugador té incentius per canviar la seva elecció– és perfecte en subjocs si les estratègies dels jugadors formen un equilibri de Nash en cada subjoc (Gibbons 1992). L'EBPS correspon a aquell equilibri que és preferible pel primer jugador que tria en un joc seqüencial tot buscant maximitzar el seu resultat sabent el que triarà el següent jugador –del mètode d'escollir tenint en compte els moviments que farà el segon jugador se'n diu inducció cap enrere (*backwards induction*). Per arribar a l'EBPS s'ha de suposar que les accions que durà a terme cada jugador respecte la seva estratègia seran les òptimes respecte les dels seus oponents; és a dir, que l'agent és racional i intenta maximitzar el seu benefici en tot moment (García Javayoles 2016).

2.5. El risc moral

Un cas particular amb informació asimètrica és el del risc moral. Aquest concepte s'ha definit de moltes maneres al llarg de la història econòmica (Connelly & Rowell 2012), però hi ha certs aspectes que són compartits en totes les definicions. El *risc moral* sorgeix quan l'acció de l'agent no és verificable o quan l'agent rep informació privada un cop iniciada una relació basada en un contracte (Macho Stadler & Pérez Castrillo 1994); en el primer cas, estariem parlant d'un problema de risc moral i en el segon d'un problema

de risc moral amb informació oculta¹. En les situacions amb risc moral, el principal no pot controlar l'esforç de l'agent, els participants disposen de la mateixa informació en el moment d'establir la relació i el principal no pot verificar l'esforç que l'agent realitza o no pot observar-la completament. Per exemple, aquesta impossibilitat de verificar l'esforç de l'agent apareix molt sovint en els contractes de treball. En paraules de Varian:

Moral hazard refers to situations where one side of the market can't observe the actions of the other. For this reason it is sometimes called a hidden action problem. (Varian 2010)

Hi ha un problema de risc moral quan la informació asimètrica apareix després de l'acceptació del contracte. És a dir, quan després d'acceptar del contracte, la part que té més informació que l'altra utilitza aquesta informació privilegiada en benefici propi, ja que aquesta no pot ser inclosa en el contracte. Cap tribunal de justícia podria pronunciar-se sobre si el contracte s'ha satisfet o no, ja que no podria observar l'esforç de l'agent en una tasca concreta.

Les situacions amb risc moral es modelitzen suposant que l'esforç de l'agent no és verificable, i, per tant, no es pot incloure en el contracte; el pagament de l'agent no pot dependre de l'esforç que realitza. L'esquema genèric de la seqüència de decisió d'una situació amb risc moral és el següent: (1) el principal confecciona el contracte que ofereix a l'agent; (2) l'agent decideix si acceptar o no el contracte; (3) si l'agent ha acceptat el contracte, decideix el nivell d'esforç que més utilitat li reporta; (4) la naturalesa juga si hi ha incertesa i (5) sorgeixen els resultats i pagaments. La diferència amb el cas d'informació simètrica i incertesa és el punt (3), ja que l'agent pot decidir el nivell d'esforç perquè aquest no és verificable.

El fet que l'agent pugui decidir el nivell d'esforç és possible perquè l'esforç no és una variable contractual. Per tant, el principal ha de tenir en compte que l'agent triarà el comportament que li resulti més avantatjós un cop hagi firmat el contracte (el que minimitzi la desutilitat de l'agent). Per aquest motiu, el principal haurà de fer front al problema de maximització que detallaré més endavant.

¹ Una altra definició de risc moral es pot trobar a Arrow 1963: "In economics, moral hazard occurs when an individual has an incentive to increase their exposure to risk because they do not bear the full costs of that risk."

3. Model proposat i solució

En aquest treball, consideraré un problema amb un individu que considera diferents ofertes de lloguer de pisos. L'individu té moltes opcions per escollir, ja que l'oferta de pisos és molt elevada i els costos de canviar d'un pis a un altre no són gaire elevats. Així que haurà de comparar entre diferents opcions i escollir la millor. L'individu està interessat en trobar uns companys de pis que li cobrin un lloguer quant menys elevat millor i que s'impliquin en les tasques domèstiques. Els companys de pis estan interessats en cobrar un lloguer que sigui elevat i en esforçar-se poc en les tasques domèstiques. Formalitzaré aquest problema com un problema d'informació asimètrica amb risc moral. Els companys de pis seran l'agent amb un resultat verificable, però amb un esforç no verificable per l'individu que busca pis, que en serà el principal. Pot semblar que el més plausible seria considerar que els membres que busquen company són el principal i l'individu és l'agent. Però aquesta especificació portaria problemes, ja que el lloguer no seria un pagament que va del principal a l'agent, sinó al revés.

L'agent tindrà incentius per esforçar-se el mínim possible, ja que l'esforç de l'agent no podrà ser verificat pel principal, hi haurà un problema de risc moral a l'hora de dissenyar el contracte. El principal no està interessat directament en l'esforç de l'agent, només li importa que el resultat dels esforços de l'agent sigui beneficiós per ell. També es pressuposa (per part dels dos participants) que un major esforç es traduirà en majors resultats. En aquest cas, els objectius entraran en conflicte: el principal voldrà pagar el mínim lloguer possible i l'agent voldrà que el principal pagui el màxim possible; l'agent voldrà fer el mínim esforç possible i el principal voldrà induir a l'agent a realitzar el màxim esforç possible. Atès el conflicte entre els dos participants, el contracte serà un dels mitjans per compatibilitzar-los. El principal, doncs, haurà de decidir quant pagar durant els mesos de vacances i oferir-ho a l'agent. L'agent tindrà incentius a realitzar el mínim esforç dintre d'uns límits, ja que en cas contrari el principal buscaria un altre pis (hem suposat que són abundants i que no costa gaire canviar de pis). Suposem, també, que no hi ha la possibilitat de negociar el contracte; el principal ofereix un lloguer inicial i aquest pot ser acceptat o denegat per l'agent.

En aquest cas, hi haurà un problema de risc moral, atès que l'agent tindrà incentius a realitzar un esforç baix, el qual no serà verificable pel principal. L'únic que podrà ser verificat pel principal seran els resultats de l'agent (si ha contribuït en la neteja del pis, si

ha fet la compra setmanal, etc.), però no l'esforç que ha dedicat en cada una de les tasques. Podria donar-se el cas que l'esforç potencial de l'agent fos molt més elevat del que ha sigut l'esforç real. Aquest fenomen no es donaria si el pagament del lloguer de l'agent depengués d'un esforç verificable i, per tant, no hi hauria risc moral. Però, atès que el pagament és una quantitat independent de l'esforç, l'agent tindrà incentius a realitzar el mínim esforç possible un cop hagi firmat el contracte. Per altra banda, el principal obtindrà un benefici inferior a l'esperat en el cas d'informació simètrica, ja que l'esforç real de l'agent serà diferent del seu esforç òptim en el sentit de Pareto².

L'individu podrà decidir si seguir la resta de mesos en aquell pis o canviar de pis. Si canvia de pis per alguna raó concernent als seus companys, llavors té l'opció de publicar la seva valoració negativa del pis a una pàgina web. Moltes valoracions negatives, faran que la percepció de qualitat d'aquell pis sigui baixa i, per tant, el lloguer haurà de reduir-se per seguir cridant l'atenció de nous possibles llogaters. Per tant, a la llarga, el lloguer (mensual) es determinarà en funció dels resultats dels companys de pis. Tendrà a ser superior si els resultats són bons i inferior si els resultats són dolents. Això és com si el principal oferís un contracte en el que hi hauria els pagaments de lloguer depenent de cada resultat.

Com que els pagaments de lloguer es realitzen a principi de cada mes, a diferència dels pagaments de salari que es realitzen al final, cal que hi hagi algun senyal prèvia que doni compte dels resultats. Aquest senyal seran les valoracions anteriors del pis en qüestió que hi ha recollides a la pàgina web. Assumeixo que tot el procés anterior de fixació del lloguer es pot resumir en un període d'un mes i pel cas d'un sol individu. És a dir, a finals de cada mes, el principal avaluarà els resultats que ha obtingut en aquell pis i pagarà un lloguer en funció del resultat o bé, si els resultats han sigut desastrosos, canviarà de pis i el valorarà negativament (fet que baixarà el preu del lloguer que hauria de pagar un futur individu interessat en el lloguer del pis).

² Veure Macho Stadler & Pérez Castrillo (1994, p33).

3.1. Formalització del model

A partir d'ara fins el final de l'apartat, presentaré formalment el model i el resoldré pel cas general de tres esforços i un nombre indeterminat de resultats. A l'apartat 3.2. resoldré el problema pel cas d'informació simètrica, a l'apartat 3.3. ho faré pel cas d'informació asimètrica i a l'apartat 3.4. faré la interpretació econòmica i matemàtica del resultat.

3.1.1. El resultat

Sigui d_i el resultat de les ajudes domèstiques que aporta l'agent en realitzar un esforç i ζ el lloguer. Per altra banda, anomenem B als beneficis del principal, que constaran d'una part fixa (ζ) i d'una part variable (d_i) un cop s'hagi firmat el contracte, de manera que:

$$B(d_i - \zeta) \quad \text{per tot } i = 1, \dots, n \quad \text{on } n \text{ és un nombre finit de resultats}$$

El principal podrà observar els resultats d_i : si l'agent ha netejat bé el pis o no, si ha fet les compres corresponents, si ha sigut endreçat o si li ha proporcionat entreteniment (ha sigut ben educat, divertit, etc.). Sens dubte, la major part d'aquestes variables no són quantificables. Tanmateix, en aquest treball suposaré que es poden quantificar, assumint tots els problemes que això comporta: reduccionisme i falta de rigor, ja que pertanyen a aspectes subjectius.

3.1.2. L'esforç

El resultat d_i dependrà probabilísticament de l'esforç e que l'agent hagi realitzat i d'altres factors aleatoris (dependrà de com és el pis, de les relacions entre els companys, etc.). Tots aquests factors que l'agent no pot controlar també afectaran, més directament o més indirecta, el resultat final. El resultat és una variable aleatòria i en aquest treball expresso la seva distribució de probabilitat dependent de l'esforç realitzat per l'agent de la següent manera:

$$\text{Prob } [d = d_i | e] = p_i(e) \quad \text{per } i \in \{1, 2, \dots, n\}$$

Per tant l'expressió $p_i(e)$ denota la probabilitat que tinguin lloc un resultat d_i donat que s'ha realitzat un esforç e . Tenim una distribució de probabilitat per cada nivell d'esforç.

3.1.3. El lloguer

El lloguer ζ és el pagament fix que cada mes haurà de pagar el principal a l'agent. La meua variable de decisió serà el lloguer en funció del resultat de les tasques domèstiques, $\zeta(d_i)$, aquesta variable em permetrà obtenir el valor concret del lloguer pel cas amb tres esforços. El principal intentarà minimitzar el pagament del lloguer tot anticipant el comportament de l'agent i els resultats del seu esforç en les tasques domèstiques.

3.1.4. El benefici del principal

En els casos de risc moral, tant el principal com l'agent tenen la mateixa informació disponible *a priori*. El principal intenta obtenir el màxim benefici possible, aquest comportament es representa a través de la funció:

$$B(d_i - \zeta(d_i))$$

Aquesta funció és creixent i còncava: $B' > 0$, $B'' \leq 0$ (derivades primera i segona, respectivament). La seva primera derivada és positiva perquè augmentar $d_i - \zeta(d_i)$ implica augmentar el benefici del principal. Que la derivada segona sigui igual o més petita que zero indica que el principal pot ser o bé neutral al risc (funció lineal) o bé advers al risc (funció còncava).

3.1.5. La utilitat de l'agent

Pel que fa l'agent, podem descriure la seva funció d'utilitat de la següent manera:

$$U(\zeta(d_i), e) = u(\zeta(d_i)) - v(e)$$

Suposar que la utilitat de l'agent no varia en funció de l'esforç realitzat és una simplificació que Macho Stadler i Pérez Castrillo (1994) consideren que no constitueix una pèrdua de generalitat i facilita molt l'anàlisi. L'agent pot ser o bé neutral o bé advers al risc ($u''(\zeta(d_i)) = 0$ o $u''(\zeta(d_i)) < 0$, respectivament). Un major lloguer implica una major utilitat ($u'(\zeta(d_i)) > 0$) i un major esforç equival a una major desutilitat ($v'(e) > 0$). A més, la desutilitat marginal de l'esforç no disminueix a mesura que l'agent s'esforça més ($v''(e) \geq 0$). És coherent suposar que $v''(e) \geq 0$, ja que haver d'incrementar l'esforç quan es ja s'està duent a terme un esforç molt elevat representa una desutilitat creixent.

3.2. Cas amb informació simètrica

En primer lloc, plantejaré el problema de maximització amb informació simètrica de forma general. En aquest cas, tant l'agent com el principal tenen la mateixa informació pel que fa el contracte. El principal pot verificar el nivell d'esforç de l'agent; sap que si l'agent realitza un esforç alt, el lloguer serà més alt que si realitza un esforç baix. A continuació, el plantejament del problema:

$$\text{Max}_{[e, \{\zeta(d_i)\}_{i=1, \dots, n}]} \sum_{i=1}^n p_i(e)(d_i - \zeta(d_i)) \quad [\text{P.1}]$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{i=1}^n p_i(e)u(\zeta(d_i)) - v(e) \geq \underline{U} \quad [1.1]$$

La resolució d'aquest problema es troba a l'Apèndix (Resultat 1). El resultat al qual arribo és $\zeta(d_i) = u^{-1}(\underline{U} + v(e))$. Com podem observar, el resultat anterior indica que el lloguer òptim és un lloguer fix (que no depèn del resultat d_i). Això és intuïtivament coherent, ja que si el principal coneix el nivell d'esforç de l'agent, aleshores no té sentit fixar un lloguer que depengui del resultat. Per exemple, si el principal sap que l'agent realitzarà un esforç mitjà tant sí com no, no té sentit fer dependre el lloguer del resultat, ja que no aconseguirà canviar el nivell d'esforç de l'agent; el principal no podrà incentivar l'agent a realitzar un altre esforç que maximitzi el seu benefici.

3.3. Cas amb informació asimètrica

A continuació, plantejaré el problema de maximització que servirà per aïllar el contracte òptim suposant que hi ha una informació asimètrica en l'esforç de l'agent. El problema consta d'una funció objectiu, d'una condició de participació i de dues restriccions d'incentius. La *funció objectiu* és la funció que pretén maximitzar el principal. La *condició de participació* diu que l'agent només acceptarà el contracte si la utilitat que aconseguirà acceptant-lo és igual o superior a la utilitat de reserva. La *restricció d'incentius* fa referència al problema que un cop acceptat el contracte i atès que l'esforç no és verificable, l'agent escull el nivell d'esforç que maximitza la seva utilitat. Aquest esforç sol ser inferior del que esperaria el principal, de manera que s'incorre en un problema de risc moral (l'agent tria el nivell mínim d'esforç) que perjudica el benefici del principal.

A partir d'ara, suposaré que el principal és neutral al risc $B'' = 0$ i que l'agent és advers al risc $u'' < 0$. Suposar que el principal és neutral al risc implica que la funció del benefici del principal, $B(d_i - \zeta)$, és idèntica a la seva variable $B = d_i - \zeta$.

Suposaré que l'agent només té la possibilitat d'escollir entre realitzar un esforç alt (H), un esforç mitjà (M) i un esforç baix (L). Així, l'esforç només pot prendre tres valors $e \in \{e^H, e^M, e^L\}$. La desutilitat de l'esforç és superior quan l'agent s'esforça molt: $v(e^H) > v(e^M) > v(e^L)$. Per tot $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, sigui $p_i^H = p_i(e^H)$, és a dir, la probabilitat d'obtenir un resultat d_i donat que es realitza un esforç alt e^H ; $p_i^M = p_i(e^M)$ la probabilitat que obtingui un resultat d_i quan l'esforç incorporat per l'agent és mitjà i $p_i^L = p_i(e^L)$ la probabilitat que obtingui un resultat d_i quan l'esforç incorporat per l'agent és baix.

Sigui n el nombre de possibles resultats. Aleshores, el sumatori, per tots els possibles resultats, de la probabilitat d'obtenir un resultat i donat un esforç determinat és igual a u:

$$\sum_{i=1}^n p_i^M = \sum_{i=1}^n p_i^H = \sum_{i=1}^n p_i^L = 1.$$

Per resoldre el problema que plantejo, faré servir el concepte d'equilibri de Nash bayesià perfecte en subjocs que es resol fent inducció cap enrere. Primer, el principal observa quin esforç triarà realitzar l'agent per cada lloguer. Després el principal incorporarà la

decisió de l'agent com una de les seves restriccions i decidirà quin es el lloguer que maximitzarà el seu benefici. El principal voldrà induir aquell esforç que maximitzi el seu benefici, així haurà de resoldre un problema d'optimització per tots els nivells d'esforços que pot realitzar l'agent. El contracte que proposarà el principal serà aquell que li aporti el màxim benefici dels tres problemes plantejats.

Per tal que el principal aconseguixi induir a l'agent a realitzar un esforç alt, hem de plantejar el següent problema (la solució explícita a [P.2] es troba al Resultat 2 de l'Apèndix):

$$\text{Max}_{\{\zeta(d_i)\}_{i=1, \dots, n}} \sum_{i=1}^n p_i^H [d_i - \zeta(d_i)] \quad [\text{P.2}]$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{i=1}^n p_i^H u(\zeta(d_i)) - v(e^H) \geq \underline{U} \quad [2.1]$$

$$\sum_{i=1}^n [p_i^H - p_i^L] u(\zeta(d_i)) \geq v(e^H) - v(e^L) \quad [2.2.1]$$

$$\sum_{i=1}^n [p_i^H - p_i^M] u(\zeta(d_i)) \geq v(e^H) - v(e^M) \quad [2.2.2]$$

El problema anterior consta d'una funció objectiu, $p_i^H [d_i - \zeta(d_i)]$, amb $\zeta(d_i)$ com a variable de decisió i tres restriccions: una condició de participació [2.1] i dues restriccions d'incentius [2.2.1] i [2.2.2]. La condició de participació [2.1] dictamina que l'agent acceptarà fer un esforç alt si i només si la utilitat que li reporta és superior a la utilitat de reserva. Les restriccions de compatibilitat d'incentius, [2.2.1] i [2.2.2] són les condicions que garanteixen que el principal indueixi realment l'esforç que vol a l'agent. Les restriccions [2.2.1] i [2.2.2] contempen la decisió de l'agent un cop aquest ja ha firmat el contracte, atès que no apareix la utilitat de reserva en cap banda de la inequació; l'agent decideix *ex post*. La solució explícita a [P.2] es troba com a Resultat 2 a l'Apèndix.

Per tal d'induir a l'agent a realitzar un esforç mitjà o baix cal dissenyar un contracte semblant a l'anterior, però canviant les probabilitats per tal d'induir-lo a realitzar un esforç alt (veure Resultat 3 i Resultat 4 a l'Apèndix).

3.4. Interpretació del resultat

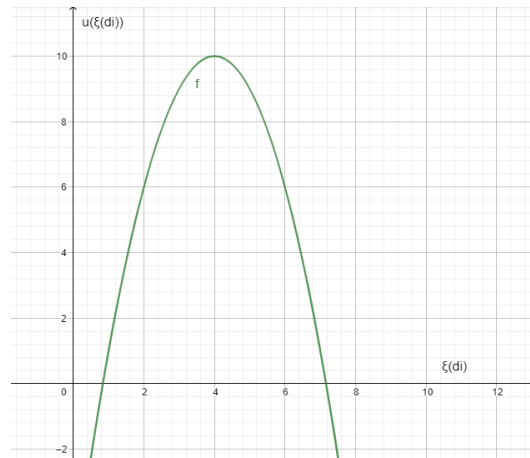
En aquest apartat faré una interpretació econòmica del resultat dels problemes [P.2], [P.3] i [P.4]. El lloguer que oferirà el principal (l'individu que busca pis) a l'agent (els membres del pis que busquen un nou company) serà aquell lloguer que maximitzi els beneficis del principal $p_i^e[d_i - \zeta(d_i)]$. El principal haurà de triar entre $\zeta^H(d_i) = (u')^{-1}(1/(\lambda + \mu[1 - p_i^L/p_i^H] + \eta[1 - p_i^M/p_i^H]))$, $\zeta^M(d_i) = (u')^{-1}(1/(\lambda + \mu[1 - p_i^L/p_i^M] + \eta[1 - p_i^H/p_i^M]))$ i $\zeta^L(d_i) = (u')^{-1}(1/(\lambda + \mu[1 - p_i^H/p_i^L] + \eta[1 - p_i^M/p_i^L]))$.

Suposem que aquell lloguer que aporta més benefici al principal és $\zeta^H(d_i)$. El lloguer òptim resultant de [P.2] és $\zeta(d_i) = (u')^{-1}(1/(\lambda + \mu[1 - p_i^L/p_i^H] + \eta[1 - p_i^M/p_i^H]))$. Del resultat anterior, podem recuperar l'equació [2.4] de l'Apèndix ($1/u'(\zeta(d_i)) = \lambda + \mu[1 - p_i^L/p_i^H] + \eta[1 - p_i^M/p_i^H]$), la qual ens servirà per fer la interpretació econòmica del resultat. Que $\mu > 0$ i/o $\eta > 0$ implica que no estem en el cas d'informació simètrica (el lloguer varia en funció del resultat) i que els beneficis del principal són menors del que serien amb informació simètrica (μ i η representen uns costos pel principal, els quals se solen anomenar *preus ombra*).

El lloguer serà major com més petits siguin p_i^L/p_i^H i p_i^M/p_i^H . Aquests coeficients s'anomenen *coeficients de versemblança* i la seva suma indica amb quina precisió s'obindrà un resultat d_i donat que l'agent realitzarà un esforç e^H . Com més petits siguin els coeficients de versemblança, major serà p_i^H respecte p_i^L i p_i^M , *ergo* el senyal que l'agent ha escollit e^H serà més fort i convindrà fixar un lloguer inferior al que es fixaria quan es realitza un e^L o un e^M . Si els coeficients de versemblança són més petits, aleshores el terme de la dreta de [2.4] ha de ser superior. Si el terme de la dreta és superior, llavors el de l'esquerra també ho ha de ser perquè es mantingui la igualtat. El terme de l'esquerra serà superior quan $u'(\zeta(d_i))$ disminueixi. Que la utilitat marginal de l'agent disminueixi significa que l'agent rep cada cop més utilitat en valor absolut. Com que hem suposat que $u'(\zeta(d_i)) < 0$ (la funció d'utilitat és còncava), que $u'(\zeta(d_i))$ disminueixi significa que ens estem acostant a un punt màxim.

Gràficament, en el cas concret que la funció d'utilitat de l'agent fos $u(\zeta(d_i)) = 10 - (4 - \zeta(d_i))^2$ (un agent amant al risc, $u''(\zeta(d_i)) > 0$), podríem veure que l'apropament a aquest punt màxim pot ser des de l'esquerra o des de la dreta. Intuïtivament, ja que sabem que el principal és neutral al risc, podem deduir que aquest vigilarà de no excedir-se amb el

pagament del lloguer i procurarà pagar el mínim possible. Per tant, el més plausible serà que comenci amb un lloguer baix; és a dir, que s'aproximi al màxim des de l'esquerra.



Gràfic 1: Funció d'utilitat de l'agent $u(\xi(d_i)) = 10 - (4 - \xi(d_i))^2$. Font: elaboració pròpia.

Però el que interessa és considerar altres funcions d'utilitat idiosincràtiques d'un agent advers al risc, ja que hem suposat que l'agent és advers al risc. Alguns exemples de funcions d'utilitat d'un agent advers el risc poden ser les següents: $u(\zeta(d_i)) = \zeta(d_i)^{0.5}$ o $u(\zeta(d_i)) = \ln(\zeta(d_i))$. Les funcions d'utilitat anteriors tendeixen asimptòticament a un valor i no tenen cap màxim definit. De manera que $u'(\zeta(d_i))$ sigui decreixent significarà que ens estem apropant al punt màxim, necessàriament des de l'esquerra; és a dir, partint d'un lloguer inicial inferior. Per tant, perquè l'agent rebi més utilitat, s'haurà d'incrementar el lloguer i no disminuir-lo (com bé podria passar si ens trobéssim a la banda de la dreta de la paràbola del Gràfic 1).

Hem de tenir en compte que fixar un lloguer superior no garanteix un esforç superior per part de l'agent, però sí que dona incentius a l'agent. Fixar un lloguer alt és condició necessària però no suficient perquè l'agent realitzi un esforç alt. Per tant, si el principal vol induir a l'agent a realitzar un esforç alt, el lloguer ha de ser superior al que fixaria el principal si desitgés un esforç mitjà i, *a fortiori*, al que fixaria si desitgés que l'esforç fos baix.

Es podria fer una interpretació anàloga si el resultat òptim fos la solució al problema [P.3] o [P.4]. En el cas de [P.3], en el que el resultat és $\zeta(d_i) = (u')^{-1}(1/(\lambda + \mu[1 - p_i^L/p_i^M] + \eta[1 - p_i^H/p_i^M]))$. Com més petits siguin els coeficients de versemblança, més versemblant serà que el resultat sigui mitjà donat un esforç mitjà. En aquest cas, el lloguer hauria de ser inferior al que fixaria el principal per induir a l'agent a realitzar un esforç alt, però superior al que fixaria per induir un esforç baix.

4. Exemple

Per entendre millor el cas d'optimització d'un contracte amb risc moral, proposaré un exemple basat en el cas dels contractes de lloguer que consta de dos possibles resultats ($d_1 = 10.000\text{€}$ i $d_2 = 2.500\text{€}$) i tres nivells d'esforços de l'agent (alt, mitjà i baix). El principal intentarà maximitzar el seu benefici i la variable de decisió serà el lloguer anual. Descriurem el lloguer que fixarà el principal per pagar un resultat alt com $\zeta(d_1) = \zeta_A$ i el lloguer que pagarà donat un resultat baix com $\zeta(d_2) = \zeta_B$ donat cada nivell d'esforç. Suposem que la desutilitat dels esforços de l'agent ve representada per les funcions següents $v(e^H) = 20$, $v(e^M) = 10$ i $v(e^L) = 5$. La funció d'utilitat de l'agent és $u = \zeta^{0.5}$ i la utilitat de reserva és $\underline{U} = 50$. Les distribucions de probabilitat per obtenir un esforç d_1 o d_2 donat un esforç concret apareixen en el següent quadre:

	e^H	e^M	e^L
d_1	0'7	0'4	0'2
d_2	0'3	0'6	0'8

Per trobar el nivell d'esforç de l'agent que maximitzi el benefici del principal, caldrà veure quins són els dos contractes de lloguer, ζ_A i ζ_B , que maximitzen el benefici del principal. Primer resoldré els problemes suposant que hi ha informació simètrica i, posteriorment, els resoldré suposant que la informació és asimètrica. Passem a veure quins serien els lloguers que oferiria el principal induint un esforç alt, mitjà i baix al següent apartat.

4.1. Exemple resolt algebraicament

4.1.1. Cas amb informació simètrica

(H) Per induir un esforç alt en el cas d'informació simètrica, el principal haurà de resoldre el següent problema de maximització fent servir les condicions de Kuhn-Tucker (Kuhn & Tucker 1951) ja emprades a l'Apèndix per la resolució del cas general:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{\zeta\}} \quad & 0'7(10.000 - \zeta_A) + 0'3(2.500 - \zeta_B) \\ \text{s.a.} \quad & 0'7\zeta_A^{0'5} + 0'3\zeta_B^{0'5} - 20 \geq 50 \end{aligned}$$

Sabem que en els casos d'informació simètrica $\zeta_A = \zeta_B$. Fem servir l'equació [1.4] demostrada al Resultat 1 de Apèndix per trobar el lloguer òptim:

$$\zeta_A = \zeta_B = u^{-1}(\underline{U} + v(e)) = (50 + 20)^2 = 4.900\text{€}$$

Substituint a la funció objectiu, tenim que el principal obtindrà un benefici de 2.850€.

(M) Per induir un esforç mitjà, cal que el principal resolgui el següent problema:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{\zeta\}} \quad & 0'4(10.000 - \zeta_A) + 0'6(2.500 - \zeta_B) \\ \text{s.a.} \quad & 0'4\zeta_A^{0'5} + 0'6\zeta_B^{0'5} - 10 \geq 50 \end{aligned}$$

$$\zeta_A = \zeta_B = (50 + 10)^2 = 3.600\text{€}$$

I el principal obtindrà un benefici de 1.900€.

(L) Per induir un esforç baix, cal que el principal resolgui el següent problema:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{\zeta\}} \quad & 0'2(10.000 - \zeta_A) + 0'8(2.500 - \zeta_B) \\ \text{s.a.} \quad & 0'2\zeta_A^{0'5} + 0'8\zeta_B^{0'5} - 5 \geq 50 \end{aligned}$$

$$\zeta_A = \zeta_B = (50 + 5)^2 = 3.025\text{€}$$

I el principal obtindrà un benefici de 975€.

L'esforç que maximitza el benefici del principal és l'esforç alt (e^H). Induint aquest esforç, el principal obtindria un benefici de 2.850€ i hauria de fixar un lloguer de 4.900€.

4.1.2. Cas amb informació asimètrica

(H) Per induir un esforç alt amb informació asimètrica, el principal haurà de fer front al següent problema de maximització:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{\xi\}} \quad & 0'7(10.000 - \xi_A) + 0'3(2.500 - \xi_B) \\ \text{s.a.} \quad & 0'7\xi_A^{0'5} + 0'3\xi_B^{0'5} - 20 \geq 50 \\ & 0'7\xi_A^{0'5} + 0'3\xi_B^{0'5} - 20 \geq 0'4\xi_A^{0'5} + 0'6\xi_B^{0'5} - 10 \\ & 0'7\xi_A^{0'5} + 0'3\xi_B^{0'5} - 20 \geq 0'2\xi_A^{0'5} + 0'8\xi_B^{0'5} - 5 \end{aligned}$$

$$\mathcal{L} = 0'7(10.000 - \xi_A) + 0'3(2.500 - \xi_B) + \lambda(0'7\xi_A^{0'5} + 0'3\xi_B^{0'5} - 70) + \mu(0'3\xi_A^{0'5} - 0'3\xi_B^{0'5} - 10) + \eta(0'5\xi_A^{0'5} - 0'5\xi_B^{0'5} - 15)$$

$$\partial\mathcal{L}/\partial\lambda = 0'7\xi_A^{0'5} + 0'3\xi_B^{0'5} - 70 = 0 \text{ (he demostrat que } \lambda > 0 \text{ pel cas general)} \quad [5.1]$$

$$\partial\mathcal{L}/\partial\mu = 0'3\xi_A^{0'5} - 0'3\xi_B^{0'5} - 10 \geq 0 \quad [5.2]$$

$$\partial\mathcal{L}/\partial\eta = 0'5\xi_A^{0'5} - 0'5\xi_B^{0'5} - 15 \geq 0$$

Suposem que $\partial\mathcal{L}/\partial\mu = 0$ i $\partial\mathcal{L}/\partial\eta = 0$ i tenim que:

$$\xi_A^{0'5} = 33'33 + \xi_B^{0'5}$$

i

$$\xi_A^{0'5} = 30 + \xi_B^{0'5}$$

Si conjuntem les dues equacions tenim una contradicció: $30 + \xi_B^{0'5} = 33'33 + \xi_B^{0'5}$.

Suposem que $\partial\mathcal{L}/\partial\mu > 0$ i $\partial\mathcal{L}/\partial\eta = 0$ i tenim que:

$$\xi_A^{0'5} > 33'33 + \xi_B^{0'5}$$

i

$$\xi_A^{0'5} = 30 + \xi_B^{0'5}$$

Però obtenim una contradicció: $30 + \xi_B^{0'5} > 33'33 + \xi_B^{0'5}$.

Per tant, l'única opció que ens queda i que no representa cap contradicció és la de considerar que $\partial\mathcal{L}/\partial\mu = 0$ i $\partial\mathcal{L}/\partial\eta > 0$ o, el que és el mateix, que $\mu > 0$ i $\eta = 0$. Substituïm $\zeta_A^{0.5}$ aïllat de [5.2] amb igualtat a l'equació [5.1]:

$$0.7(33.33 + \zeta_B^{0.5}) + 0.3\zeta_B^{0.5} - 70 = 0$$

$$\zeta_B = 2.178\text{€}$$

Substituïm el resultat a l'equació $\zeta_A^{0.5} = 33.33 + \zeta_B^{0.5}$ i obtenim que $\zeta_A = 6.400\text{€}$. Amb aquests lloguers, el principal obtindrà un benefici $B^H = 0.7(10.000 - 6.400) + 0.3(2.500 - 2.178) = 2.616.6\text{€}$.

(M) Per trobar el lloguer que maximitza el benefici, cal que el principal resolgui el següent problema:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{\zeta\}} \quad & 0.4(10.000 - \zeta_A) + 0.6(2.500 - \zeta_B) \\ \text{s.a.} \quad & 0.4\zeta_A^{0.5} + 0.6\zeta_B^{0.5} - 10 \geq 50 \\ & 0.4\zeta_A^{0.5} + 0.6\zeta_B^{0.5} - 10 \geq 0.7\zeta_A^{0.5} + 0.3\zeta_B^{0.5} - 20 \\ & 0.4\zeta_A^{0.5} + 0.6\zeta_B^{0.5} - 10 \geq 0.2\zeta_A^{0.5} + 0.8\zeta_B^{0.5} - 5 \end{aligned}$$

$$\mathcal{L} = 0.4(10.000 - \zeta_A) + 0.6(2.500 - \zeta_B) + \lambda(0.4\zeta_A^{0.5} + 0.6\zeta_B^{0.5} - 60) + \mu(-0.3\zeta_A^{0.5} + 0.3\zeta_B^{0.5} + 10) + \eta(0.2\zeta_A^{0.5} - 0.2\zeta_B^{0.5} - 5)$$

$$\partial\mathcal{L}/\partial\lambda = 0.4\zeta_A^{0.5} + 0.6\zeta_B^{0.5} - 60 = 0 \quad [5.3]$$

$$\partial\mathcal{L}/\partial\mu = -0.3\zeta_A^{0.5} + 0.3\zeta_B^{0.5} + 10 \geq 0$$

$$\partial\mathcal{L}/\partial\eta = 0.2\zeta_A^{0.5} - 0.2\zeta_B^{0.5} - 5 \geq 0 \quad [5.4]$$

Suposem que $\partial\mathcal{L}/\partial\mu = 0$ i $\partial\mathcal{L}/\partial\eta = 0$ i tenim que:

$$\zeta_A^{0.5} = 33.33 + \zeta_B^{0.5}$$

i

$$\zeta_A^{0.5} = 25 + \zeta_B^{0.5}$$

Si conjuntem les dues equacions tenim una contradicció: $25 + \zeta_B^{0.5} = 33.33 + \zeta_B^{0.5}$.

Suposem que $\partial\mathcal{L}/\partial\mu = 0$ i $\partial\mathcal{L}/\partial\eta > 0$ i tenim que:

$$\zeta_A^{0.5} = 33.33 + \zeta_B^{0.5}$$

i

$$\zeta_A^{0.5} > 25 + \zeta_B^{0.5}$$

Vegem que en aquest cas no arribem a cap contradicció; $25 + \zeta_B^{0.5} < 33.33 + \zeta_B^{0.5}$ no representa cap contradicció. Tanmateix els lloguers que sorgirien fixades aquestes condicions serien els mateixos que induint un esforç alt: $\zeta_A = 6.400\text{€}$ i $\zeta_B = 2.178\text{€}$. Però com que el benefici (1.633.32€) seria inferior que en el cas en el que $\partial\mathcal{L}/\partial\mu > 0$ i $\partial\mathcal{L}/\partial\eta = 0$, no constituirà un resultat òptim.

Per tant, el resultat que hem d'acceptar és $\partial\mathcal{L}/\partial\mu > 0$ i $\partial\mathcal{L}/\partial\eta = 0$ ($\mu = 0$ i $\eta > 0$), que tampoc constitueix cap contradicció. Substituint a les equacions [5.4] amb igualtat i [5.3] obtenim $\zeta_A = 5.625\text{€}$ i $\zeta_B = 2.500\text{€}$. El benefici que obtindrà serà $B^M = 1.750\text{€}$.

(L) Per trobar el lloguer que maximitza el benefici, cal que el principal resolgui el següent problema:

$$\begin{aligned} \text{Max } \{\xi\} \quad & 0.2(10.000 - \zeta_A) + 0.8(2.500 - \zeta_B) \\ \text{s.a.} \quad & 0.2\zeta_A^{0.5} + 0.8\zeta_B^{0.5} - 5 \geq 50 \\ & 0.2\zeta_A^{0.5} + 0.8\zeta_B^{0.5} - 5 \geq 0.7\zeta_A^{0.5} + 0.3\zeta_B^{0.5} - 20 \\ & 0.2\zeta_A^{0.5} + 0.8\zeta_B^{0.5} - 5 \geq 0.4\zeta_A^{0.5} + 0.6\zeta_B^{0.5} - 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & 0.4(10.000 - \zeta_A) + 0.6(2.500 - \zeta_B) + \lambda(0.2\zeta_A^{0.5} + 0.8\zeta_B^{0.5} - 55) + \mu(-0.5\zeta_A^{0.5} + 0.5\zeta_B^{0.5} \\ & + 15) + \eta(-0.2\zeta_A^{0.5} + 0.2\zeta_B^{0.5} + 5) \end{aligned}$$

$$\partial\mathcal{L}/\partial\lambda = 0.2\zeta_A^{0.5} + 0.8\zeta_B^{0.5} - 55 = 0 \quad [5.5]$$

$$\partial\mathcal{L}/\partial\mu = -0'5\xi_A^{0'5} + 0'5\xi_B^{0'5} + 15 \geq 0$$

$$\partial\mathcal{L}/\partial\eta = -0'2\xi_A^{0'5} + 0'2\xi_B^{0'5} + 5 \geq 0$$

Suposem que $\partial\mathcal{L}/\partial\mu = 0$ i $\partial\mathcal{L}/\partial\eta = 0$ i tenim que:

$$\xi_A^{0'5} = 30 + \xi_B^{0'5}$$

i

$$\xi_A^{0'5} = 25 + \xi_B^{0'5}$$

Si conjuntem les dues equacions tenim una contradicció: $30 + \xi_B^{0'5} = 25 + \xi_B^{0'5}$.

Suposem que $\partial\mathcal{L}/\partial\mu > 0$ i $\partial\mathcal{L}/\partial\eta = 0$ i tenim que:

$$\xi_A^{0'5} > 30 + \xi_B^{0'5}$$

i

$$\xi_A^{0'5} = 25 + \xi_B^{0'5}$$

Vegem que arribem a una contradicció, atès que no pot ser el cas que $25 + \xi_B^{0'5} > 30 + \xi_B^{0'5}$.

Suposem que $\partial\mathcal{L}/\partial\mu = 0$ i $\partial\mathcal{L}/\partial\eta > 0$ i tenim que:

$$\xi_A^{0'5} = 30 + \xi_B^{0'5}$$

i

$$\xi_A^{0'5} > 25 + \xi_B^{0'5}$$

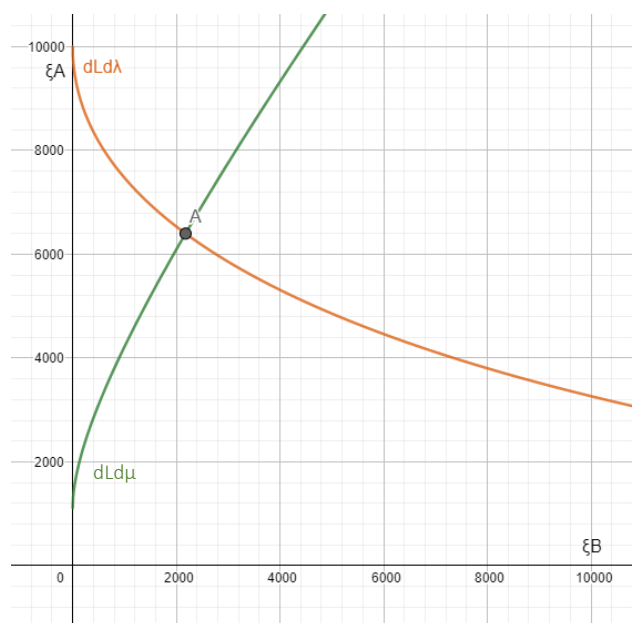
Si ajuntem $\partial\mathcal{L}/\partial\mu = 0$ amb $\partial\mathcal{L}/\partial\lambda = 0$, tenim que $\xi_B = 1.600$ i $\xi_A = 4.225$. Però si substituïm els valors anteriors a $\partial\mathcal{L}/\partial\eta$ obtenim un resultat de 0, en contra del supòsit.

Per tant, l'única opció viable que no constitueix cap contradicció és el cas en què $\partial\mathcal{L}/\partial\mu > 0$ i $\partial\mathcal{L}/\partial\eta > 0$ ($\mu = 0$ i $\eta = 0$); és a dir, el cas equivalent a la solució amb informació

simètrica. Per tant, el principal haurà de fixar uns mateixos lloguers ($\zeta_A = \zeta_B = 3.025\text{€}$) per maximitzar el resultat si vol induir a l'agent a realitzar un esforç baix. El benefici que obtindrà serà $B^L = 975\text{€}$.

4.1.3. Resultat del problema de risc moral

El principal voldrà induir a l'agent a realitzar un esforç alt, ja que és el cas en el que obté un benefici superior ($B^H = 2.616'6\text{€}$). Per tant, el principal oferirà un contracte amb un lloguer que variarà depenent de si els resultats són alts (d_1) o baixos (d_2). En el primer cas, pagarà un lloguer anual $\zeta_A = 6.400\text{€}$ i en el segon, $\zeta_B = 2.178\text{€}$. Gràficament, es pot representar de la següent manera:



Gràfic 2: Lloguers òptims induint un esforç alt amb risc moral. *Font: elaboració pròpia.*

On l'eix de les ordenades és ζ_A ; l'eix de les abscisses, ζ_B ; $\partial\mathcal{L}/\partial\lambda$ és la derivada de la restricció de participació a zero; $\partial\mathcal{L}/\partial\mu$ és la derivada de la primera restricció d'incentius igualada a zero i A és el punt d'intersecció que maximitza el benefici del principal induint un esforç alt a l'agent. El lloguer òptim és el punt A on s'intersequen les restriccions de participació i d'incentius del problema de maximització induint un esforç alt.

El resultat és coherent amb la naturalesa del tipus de contracte que he plantejat. El contracte de lloguer atorga un dret a l'individu que li permet viure en un domicili durant un temps determinat, així com un deure als seus companys a respectar la convivència. Aquest individu, el principal en el meu cas, voldrà maximitzar el benestar de la seva

estada i, atès que he suposat que és neutral al risc, no es conformarà amb un pis en qualsevol estat. És a dir, tindrà incentius a motivar els seus companys de pis per esforçar-se en les tasques que aporten resultats més subjectius (mantenir la higiene, aportar companyonia, etc.). Viure en un pis és una decisió que implica un gran risc i un cost elevat pel ciutadà mitjà. Per tant, és coherent que aquest vulgui protegir-se del risc tot oferint un esforç elevat per part dels seus companys.

4.2. Exemple resolt amb Excel Solver

Per tal de resoldre l'exemple anterior amb Excel Solver, cal escriure els mateixos valors inicials per cada paràmetre:

	A	B	C	D
1		<i>eH</i>	<i>eM</i>	<i>eL</i>
2	<i>d1</i>	0,7	0,4	0,2
3	<i>d2</i>	0,3	0,6	0,8
4				
5	<i>d1</i>	10000		
6	<i>d2</i>	2500		
7				
8	<i>v(eH)</i>	<i>v(eM)</i>	<i>v(eL)</i>	
9	20	10	5	
10				
11	<i>U</i>	50		
12				
13	<i>alfa</i>	0,5		
14				
15	<i>BMAX</i>	2616,666573		
16				
17	<i>e</i>	1		

Taula 1: Valors inicials de l'exemple escrits a Excel. *Font: elaboració pròpia.*

A continuació, cal programar les restriccions per cada esforç. Per fer això, crearé una fulla d'Excel per cada esforç i escriuré les restriccions corresponents per cada cas:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	induint eH							
2								
3		<i>eH</i>	<i>eM</i>	<i>eL</i>		Restriccions:		
4	<i>d1</i>	0,7	0,4	0,2				
5	<i>d2</i>	0,3	0,6	0,8				
6						Participació	$p1eHu(\xi(d1)) + p2eHu(\xi(d2)) - v(eH) - U \geq 0$	1,0387E-06
7	<i>d1</i>	10000				Comp. Inc. 1	$p1eHu(\xi(d1)) + p2eHu(\xi(d2)) - v(eH) - (p1eMu(\xi(d1)) + p2eMu(\xi(d2)) - v(eM)) \geq 0$	-1,10925E-06
8	<i>d2</i>	2500				Comp. Inc. 2	$p1eHu(\xi(d1)) + p2eHu(\xi(d2)) - v(eH) - p1eLu(\xi(d1)) + p2eLu(\xi(d2)) - v(eL) \geq 0$	1,666664818
9							$\xi(d1) \geq 0$	
10		<i>v(eH)</i>	<i>v(eM)</i>	<i>v(eL)</i>			$\xi(d2) \geq 0$	
11		20	10	5			$\xi(d1) \geq \xi(d2)$	
12								
13	<i>U</i>	50						
14								
15	<i>alfa</i>	0,5						
16								
17	$\xi(d1)$	6399,999989						
18	$\xi(d2)$	2177,778116						
19								
20		<i>B</i>						
21		2616,666573						

Taula 2: Fulla d'Excel per induir un esforç alt. *Font: elaboració pròpia.*

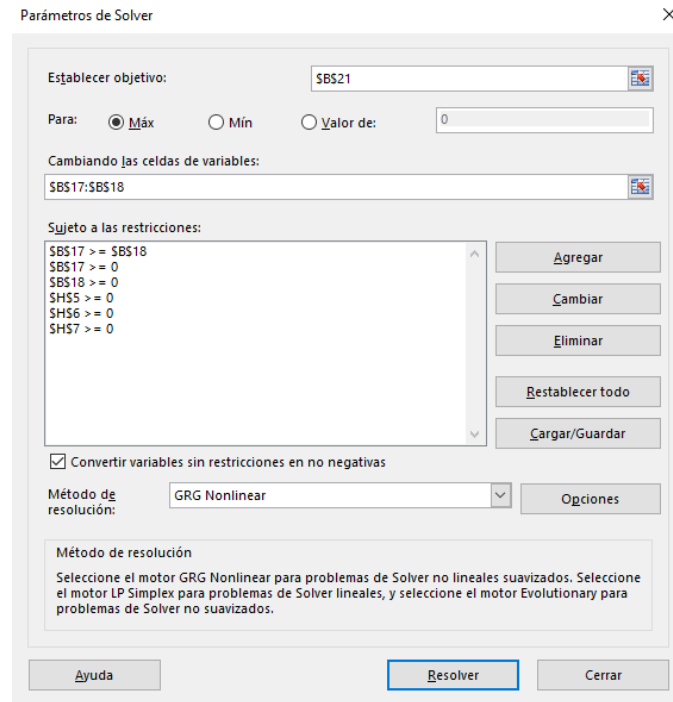
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	induint eM							
2								
3		eH	eM	eL		Restriccions:		
4	d1	0,7	0,4	0,2		Participació	$p1eMu(\xi(d1)) + p2eMu(\xi(d2)) - v(eM) - U \geq 0$	8,80617E-09
5	d2	0,3	0,6	0,8		Comp. Inc. 1	$p1eMu(\xi(d1)) + p2eMu(\xi(d2)) - v(eM) - (p1eHu(\xi(d1)) + p2eHu(\xi(d2)) - v(eH)) \geq 0$	2,50000296
6						Comp. Inc. 2	$p1eMu(\xi(d1)) + p2eMu(\xi(d2)) - v(eM) - (p1eLu(\xi(d1)) + p2eLu(\xi(d2)) - v(eL)) \geq 0$	-1,97352E-06
7	d1	10000					$\xi(d1) \geq 0$	
8	d2	2500					$\xi(d2) \geq 0$	
9							$\xi(d1) \geq \xi(d2)$	
10		v(eH)	v(eM)	v(eL)				
11		20	10	5				
12								
13	U	50						
14	alfa	0,5						
15								
16								
17	$\xi(d1)$	5624,999113						
18	$\xi(d2)$	2500,000396						
19								
20		B						
21		1750,000117						

Taula 3: Fulla d'Excel per induir un esforç mitjà. Font: elaboració pròpia.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	induint eL							
2								
3		eH	eM	eL		Restriccions:		
4	d1	0,7	0,4	0,2		Participació	$p1eLu(\xi(d1)) + p2eLu(\xi(d2)) - v(eL) - U \geq 0$	8,37993E-06
5	d2	0,3	0,6	0,8		Comp. Inc. 1	$p1eLu(\xi(d1)) + p2eLu(\xi(d2)) - v(eL) - (p1eMu(\xi(d1)) + p2eMu(\xi(d2)) - v(eM)) \geq 0$	5
6						Comp. Inc. 2	$p1eLu(\xi(d1)) + p2eLu(\xi(d2)) - v(eL) - (p1eHu(\xi(d1)) + p2eHu(\xi(d2)) - v(eH)) \geq 0$	15
7	d1	10000					$\xi(d1) \geq 0$	
8	d2	2500					$\xi(d2) \geq 0$	
9							$\xi(d1) \geq \xi(d2)$	
10		v(eH)	v(eM)	v(eL)				
11		20	10	5				
12								
13	U	50						
14	alfa	0,5						
15								
16								
17	$\xi(d1)$	3025,000922						
18	$\xi(d2)$	3025,000922						
19								
20		B						
21		974,9990782						

Taula 4: fulla d'Excel per induir un esforç baix. Font: elaboració pròpia.

En totes aquestes fulles, per trobar els lloguers que maximitzen el resultat (casella B17 i B18), cal programar el Solver de la següent manera:



Il·lustració 5: Excel Solver programat per resoldre cada cas. *Font: elaboració pròpia.*

El Solver tindrà com a objectiu maximitzar el benefici i contemplarà les restriccions escrites en els requadres grisos de les Il·lustracions 2, 3 i 4. Amb aquesta programació de Solver, tindrem els dos lloguers que seran la solució al problema d'optimització a les caselles B17 i B18 i el benefici d'induir cada esforç a les caselles B21 de les il·lustracions 2, 3 i 4. El nivell d'esforç òptim serà aquell que maximitzi el benefici del principal i aquell que haurà d'induir el principal, estarà indicat a la casella B17 de la Il·lustració 1: prendrà el valor 1 en cas de ser e^H ; 2 en cas de ser e^M i 3 en cas de ser e^L . En aquest cas, veiem que el nivell d'esforç que maximitza el benefici del principal és l'esforç alt, tal com havia demostrat resolent l'exemple de forma algebraica.

5. Conclusions

Amb aquest treball m'he adonat que el cas concret de risc moral aplicat al contracte de lloguer d'un pis no és massa diferent cas de risc moral que sorgeix quan una empresa vol contractar un treballador. En ambdós casos, el principal desitjaria que l'esforç de l'agent fos verificable en tot moment, però això no és així i ha de preveure el comportament futur de l'individu un cop firmat el contracte i tenir-ho en compte *ex ante*. Això ja constitueix, de per si, un cost d'informació pel principal que és difícil de quantificar. La solució de l'exemple proposat dona suport a aquesta conclusió, ja que el benefici és menor sempre que hi ha informació asimètrica. De fet, per definició, les restriccions de compatibilitat d'incentius sempre suposen un cost pel principal que minarà el benefici resultant.

En estudiar el disseny d'un contracte amb risc moral, m'he adonat que hi ha certes combinacions entre el nombre de resultats i d'esforços que o bé impossibiliten la resolució del problema o bé només poden tenir un resultat indeterminat. Per exemple, si el nombre de resultats és $n + 1$ i el nombre d'esforços és n (sigui $n > 1$ i un nombre enter), es podrà determinar el valor dels lloguers oferts segons el resultat si i només si tots els paràmetres són superiors a zero (o, equivalentment, si les derivades respecte cada paràmetre són iguals a zero). En cas contrari, tindríem que hi hauria més variables que equacions i no es podria determinar el resultat.

En el meu treball, he suposat que no hi ha possibilitat de renegociació; l'agent accepta el contracte o no l'accepta, però no pot renegociar els termes del contracte. Tanmateix, seria interessant introduir la possibilitat de renegociació de les condicions del contracte per part de l'agent en un treball futur. Això complicaria més l'anàlisi del problema, però faria més versemblant el seu estudi.

6. Bibliografía

- Akerlof, G. (1970). The Market for “Lemons”: Qualitative Uncertainty and the Market Mechanism, *Quarterly Journal of Economics*, 89: 488-500.
- Arrow, K. (1963). Uncertainty and the Welfare Economics of Medical Care. *The American Economic Review*. American Economic Association. 53(5): 941-73.
- Bardey D. (2008). Asimetrías de la información en los mercados de seguros: teoría y evidencia. *Fasecolda*. Unión de Aseguradoras Colombianos. 125: 14-8.
- Borrell Fontelles, J. (1982). *Metodos matemáticos para la economía. Programación matemática*, Madrid: Pirámide.
- Connelly, L. i Rowell, D. (2012). A History of the Term ‘Moral Hazard’. *Journal of Risk & Insurance*, 79(4): 1051-1075.
- García Javaloyes, H. (2016). *La selección adversa y los mecanismos para corregirla* (Treball de Final de Grau). Universitat Miguel Hernández, Elx.
- Gibbons, R. (1992). *Game Theory for Applied Economists*, Nova Jersey: Princeton University Press.
- Kuhn, H. W. i Tucker, A. W. (1951). Nonlinear programming. *Proceedings of 2nd Berkeley Symposium*. Berkeley: University of California Press. 481-92
- Macho Stadler, I. i Pérez Castrillo, J. D. (1994). *Introducción a la Economía de la Información*, Barcelona: Editorial Ariel.
- Rothschild, M. i Stiglitz, J. (1976). Equilibrium in competitive Insurance markets: An essay on the economics of imperfect information, *Quarterly Journal of Economics*, 95: 629-649.
- Stiglitz, J. I Weiss, A. (1981). Credit Rationing in Markets With Imperfect Information. *The American Economic Review*. American Economic Association. 71(3): 393-410.
- Varian, H. (2010). *Intermediate Microeconomics*, Nova York: W. W. Norton & Company.

Wallace, B. (2004). *Constrained Optimization: Kuhn-Tucker conditions*.
<http://amber.feld.cvut.cz/bio/konopka/> Última visualització, 27 de abril de 2020.

Zorrilla, J. P. (2006). La Economía de la Información: Una revisión a la teoría económica sobre la información asimétrica. *Contribuciones a la Economía*.
https://www.researchgate.net/publication/5016069_La_Economia_de_la_Informacion
[Una revision a la teoria economica sobre la informacion asimetrica](https://www.researchgate.net/publication/5016069_La_Economia_de_la_Informacion) Última visualització, 2 de maig de 2020.

7. Apèndix³

7.1. Cas amb informació simètrica

Resultat 1: El lloguer òptim en el cas d'informació simètrica, que és constant per tot possible resultat, és $\zeta(d_i) = u^{-1}(\underline{U} + v(e))$.

Demostració:

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^n p_i(e)(d_i - \zeta(d_i)) + \lambda \left(\sum_{i=1}^n p_i(e)u(\zeta(d_i)) - v(e) - \underline{U} \right)$$

1. Apliquem les condicions de Kuhn-Tucker respecte el lloguer, $\zeta(d_i)$:

Sabem que per qualsevol $i = 1, \dots, n$, (i) $\zeta(d_i) \geq 0$, ja que estem suposant que és el lloguer. Estudiarem el cas en què $\zeta(d_i) > 0$, ja que si $\zeta(d_i) = 0$ vol dir que no hi haurà cap contracte de lloguer.

Si $\zeta(d_i) > 0$, llavors $\partial \mathcal{L} / \partial \zeta(d_i) = 0$, en virtut condició (iii) de Kuhn-Tucker, $\zeta(d_i)(\partial \mathcal{L} / \partial \zeta(d_i)) = 0$. Així, fem la derivada parcial (Borrell 1982):

$$\partial \mathcal{L} / \partial \zeta(d_i) = -p_i(e)\zeta'(d_i) + \lambda p_i(e)u'(\zeta(d_i)) = 0$$

$$\zeta'(d_i)/u'(\zeta(d_i)) = \lambda \quad \text{per tot } i = 1, \dots, n \quad [1.2]$$

2. Apliquem les condicions de Kuhn-Tucker al paràmetre de la restricció de participació, λ :

Sabem que el paràmetre λ ha de ser més gran que zero perquè la condició de participació es compleixi amb igualtat. Si fos 0, per l'equació [1.2] obtindríem que $\zeta'(d_i) = 0$ (contradiu la hipòtesi inicial) o bé $u'(\zeta(d_i)) = +\infty$ (inversemblant). Per tant, sabem que $\lambda > 0$. Així doncs, la restricció de participació [1.1] es dona amb igualtat:

$$\sum_{i=1}^n p_i(e)u(\zeta(d_i)) - v(e) - \underline{U} = 0 \quad [1.3]$$

³ Els problemes d'optimització estan resolts emprant el mètode de Kuhn-Tucker; em basaré en el treball de Wallace (2004).

L'equació anterior representa la restricció de participació [1.1] del problema d'optimització substituint la desigualtat (\geq) per una igualtat (=).

Una altra forma de demostrar que la condició de participació s'ha de complir amb igualtat és que sabem que l'òptim en informació simètrica serà un òptim en sentit de Pareto. Que sigui un òptim en sentit de Pareto, vol dir que l'assignació final serà la més eficient possible; si la condició de participació no es complís amb igualtat, significaria que el principal està pagant més del que hauria. Això seria absurd, ja que estem suposant que la informació és simètrica. La condició de participació es complirà amb igualtat i, per tant, $\lambda > 0$.

De l'equació [1.2] i com que λ i $\zeta'(d_i)$ són constants ($\zeta'(d_i) = 1$), aleshores $u'(\zeta(d_i))$ també serà constant, és a dir, igual per tot $i = 1, \dots, n$. És a dir, el lloguer serà el mateix independentment del resultat.

Podem dir que $\sum_{i=1}^n p_i(e) = 1$, ja que el lloguer serà el mateix independentment del resultat. Llavors, considerant [1.3], tenim que:

$$u(\zeta(d_i)) = \underline{U} + v(e)$$

$$\zeta(d_i) = u^{-1}(\underline{U} + v(e)) \quad [1.4]$$

L'equació [1.4] expressa el lloguer òptim que s'escollirà amb informació simètrica.

7.2. Cas amb informació asimètrica induint un esforç alt

Resultat 2: El lloguer òptim en el cas d'informació asimètrica amb risc moral induint un esforç alt a l'agent és $\zeta(d_i) = (u')^{-1}(1/(\lambda + \mu[1 - p_i^L/p_i^H] + \eta[1 - p_i^M/p_i^H]))$.

Demostració:

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^n p_i^H(d_i - \zeta(d_i)) + \lambda(\sum_{i=1}^n p_i^H u(\zeta(d_i)) - v(e^H) - \underline{U}) + \mu(\sum_{i=1}^n [p_i^H - p_i^L]u(\zeta(d_i)) - v(e^H) + v(e^L)) + \eta(\sum_{i=1}^n [p_i^H - p_i^M]u(\zeta(d_i)) - v(e^H) + v(e^M))$$

1. Apliquem les condicions de Kuhn-Tucker respecte el lloguer, $\zeta(d_i)$:

(i) $\zeta(d_i) \geq 0$. Però suposaré que $\zeta(d_i) > 0$, ja que és poc intuïtiu pensar en un lloguer igual a zero.

(ii) Així, en virtut de la tercera condició de Kuhn-Tucker, $\zeta(d_i)(\partial\mathcal{L}/\partial\zeta(d_i)) = 0$, $\partial\mathcal{L}/\partial\zeta(d_i) = 0$.

$$\partial\mathcal{L}/\partial\zeta(d_i) = -p_i^H + \lambda p_i^H u'(\zeta(d_i)) + \mu[p_i^H - p_i^L]u'(\zeta(d_i)) + \eta[p_i^H - p_i^M]u'(\zeta(d_i)) = 0$$

$$p_i^H/u'(\zeta(d_i)) = \lambda p_i^H + \mu[p_i^H - p_i^L] + \eta[p_i^H - p_i^M] \quad [2.3]$$

$$1/u'(\zeta(d_i)) = \lambda + \mu[1 - p_i^L/p_i^H] + \eta[1 - p_i^M/p_i^H] \quad [2.4]$$

$$u'(\zeta(d_i)) = 1/(\lambda + \mu[1 - p_i^L/p_i^H] + \eta[1 - p_i^M/p_i^H])$$

$$\zeta(d_i) = (u')^{-1}(1/(\lambda + \mu[1 - p_i^L/p_i^H] + \eta[1 - p_i^M/p_i^H]))$$

2. Apliquem les condicions de Kuhn-Tucker al paràmetre de la restricció de participació, λ :

(i) $\partial\mathcal{L}/\partial\lambda = p_i^H u(\zeta(d_i)) - v(e^H) - \underline{U} = 0$ (atès la segona condició de Kuhn-Tucker,

(ii), $\lambda > 0$ i la tercera, (iii), que exigeix que $(\partial\mathcal{L}/\partial\lambda)\lambda = 0$).

(ii) Per [2.3] i pel supòsit que $\sum_{i=1}^n p_i^H = \sum_{i=1}^n p_i^M = \sum_{i=1}^n p_i^L = 1$, la igualtat [2.3] es compleix per la suma de totes les i :

$$\lambda = \sum_{i=1}^n p_i^H/u'(\zeta(d_i))$$

Donat que almenys alguna de les probabilitats d'obtenir un resultat donat un esforç concret serà més gran que zero (i si només ho és una, llavors aquesta serà igual a 1) i que $u'(\zeta(d_i))$ no serà mai un infinit positiu (hem suposat que l'agent és advers al risc, això és, que $u''(\zeta(d_i)) < 0$), deduïm que $\lambda > 0$.

3 i 4. Si $\mu = 0$ i $\eta = 0$, llavors $\zeta(d_i) = \text{constant}$, i ens trobem en el cas d'informació simètrica. La plausibilitat de la resta de casos ($\mu = 0$ i $\eta > 0$; $\mu > 0$ i $\eta = 0$ o $\mu > 0$ i $\eta > 0$) s'haurà d'examinar donat cada exemple concret.

7.3. Cas amb informació asimètrica induint un esforç mitjà

Resultat 3: El lloguer òptim en el cas que el principal vulgui induir un esforç mitjà a l'agent és $\zeta(d_i) = (u')^{-1}(1/(\lambda + \mu[1 - p_i^L/p_i^M] + \eta[1 - p_i^H/p_i^M]))$.

Demostració:

$$\text{Max}_{\{\zeta(d_i)\}_{i=1, \dots, n}} \quad p_i^M [d_i - \zeta(d_i)] \quad [\text{P.3}]$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{i=1}^n p_i^M u(\zeta(d_i)) - v(e^M) \geq \underline{U} \quad [3.1]$$

$$\sum_{i=1}^n [p_i^M - p_i^L] u(\zeta(d_i)) \geq v(e^M) - v(e^L) \quad [3.2.1]$$

$$\sum_{i=1}^n [p_i^M - p_i^H] u(\zeta(d_i)) \geq v(e^M) - v(e^H) \quad [3.2.2]$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_{i=1}^n p_i^M (d_i - \zeta(d_i)) + \lambda \left(\sum_{i=1}^n p_i^M u(\zeta(d_i)) - v(e^M) - \underline{U} \right) + \mu \left(\sum_{i=1}^n [p_i^M - p_i^L] u(\zeta(d_i)) - v(e^M) + \right. \\ & \left. v(e^L) \right) + \eta \left(\sum_{i=1}^n [p_i^M - p_i^H] u(\zeta(d_i)) - v(e^M) + v(e^H) \right) \end{aligned}$$

La solució al problema de maximització anterior es du a terme a través del mètode Kuhn-Tucker (exactament com [P.2] i demostrat al Resultat 2) i s'obté el resultat $\zeta(d_i) = (u')^{-1}(1/(\lambda + \mu[1 - p_i^L/p_i^M] + \eta[1 - p_i^H/p_i^M]))$.

7.4. Cas amb informació asimètrica induint un esforç baix

Resultat 4: El lloguer òptim en el cas que el principal vulgui induir un esforç baix a l'agent és $\zeta(d_i) = (u')^{-1}(1/(\lambda + \mu[1 - p_i^H/p_i^L] + \eta[1 - p_i^M/p_i^L]))$.

Demostració:

$$\text{Max}_{\{\zeta(d_i)\}_{i=1, \dots, n}} \quad p_i^L[d_i - \zeta(d_i)] \quad [\text{P.4}]$$

$$\text{s.a.} \quad \sum_{i=1}^n p_i^L u(\zeta(d_i)) - v(e^L) \geq \underline{U} \quad [4.1]$$

$$\sum_{i=1}^n [p_i^L - p_i^H] u(\zeta(d_i)) \geq v(e^L) - v(e^H) \quad [4.2.1]$$

$$\sum_{i=1}^n [p_i^L - p_i^M] u(\zeta(d_i)) \geq v(e^L) - v(e^M) \quad [4.2.2]$$

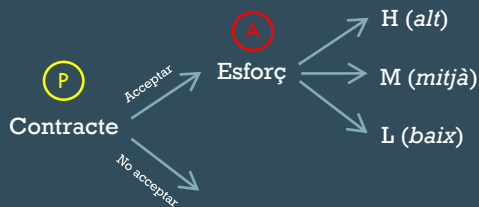
$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_{i=1}^n p_i^L (d_i - \zeta(d_i)) + \lambda \left(\sum_{i=1}^n p_i^L u(\zeta(d_i)) - v(e^L) - \underline{U} \right) + \mu \left(\sum_{i=1}^n [p_i^L - p_i^H] u(\zeta(d_i)) - v(e^L) + \right. \\ & \left. v(e^H) \right) + \eta \left(\sum_{i=1}^n [p_i^L - p_i^M] u(\zeta(d_i)) - v(e^L) + v(e^M) \right) \end{aligned}$$

La solució al problema de maximització anterior es du a terme a través del mètode Kuhn-Tucker (exactament com [P.2] i demostrat al Resultat 2) i s'obté el resultat $\zeta(d_i) = (u')^{-1}(1/(\lambda + \mu[1 - p_i^H/p_i^L] + \eta[1 - p_i^M/p_i^L]))$.

RISC MORAL EN ELS CONTRACTES DE LLOGUER

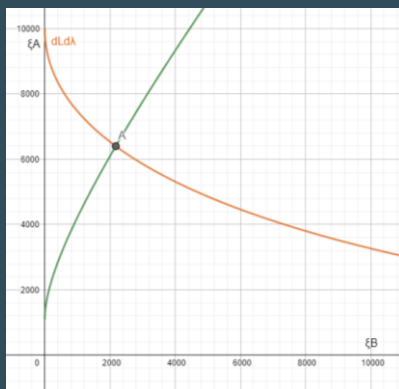
Resum

En aquest treball, estudio quina és la manera òptima de dissenyar un contracte de lloguer de pis tenint en compte el problema de risc moral. Estudio el cas particular en què un individu (*principal*) vol incorporar-se en un pis i ha de decidir el lloguer òptim que pagarà als companys (*agent*) tenint en compte que hi ha dos resultats possibles i l'agent pot realitzar tres esforços diferents. El risc moral (*moral hazard*) apareix quan, un cop firmat el contracte, l'agent no assumeix tots els riscos de les seves accions i té incentius a comportar-se de forma més arriscada. En el cas del lloguer de pisos, l'agent tindrà incentius a esforçar-se menys en les tasques del pis després d'haver firmat el contacte.



Objectiu

L'objectiu del treball és entendre quina és la forma òptima de dissenyar un contracte de lloguer d'un pis quan hi ha informació asimètrica i, concretament, un problema de risc moral. Per entendre-ho, analitzo la resolució d'un cas general i resolc un exemple de forma algebraica i a través de l'Excel Solver.



Gràfic que mostra els lloguers òptims que s'han de fixar tenint en compte la restricció de participació i la restricció de compatibilitat d'incentius.

	A	B	C	D
1		eH	eM	eL
2	d1	0,7	0,4	0,2
3	d2	0,3	0,6	0,8
4				
5	d1	10000		
6	d2	2500		
7				
8	v(eH)	v(eM)	v(eL)	
9	20	10	5	
10				
11	U	50		
12				
13	alfa	0,5		
14				
15	BMAX	2616,666573		
16				
17	e	1		

Les dades que hi apareixen són les de l'exemple que utilitzo en el meu treball.

En el treball, programo l'Excel per trobar ràpidament quin és l'esforç que ha d'incloure el principal a l'agent per tal de maximitzar el benefici. L'esforç maximitzador del benefici apareix a la casella B17: essent 1 si es tracta d'un esforç alt; 2, esforç mitjà i 3, esforç baix.

Conclusions

La principal conclusió del treball és que l'estudi del disseny de contractes tenint en compte el problema de risc moral es pot extrapolar a molts casos. El risc moral és un problema que afecta inexorablement l'eficiència del mercat. Per això, hem de tenir-lo en compte a l'hora de dissenyar qualsevol mena de contracte, i el contracte de lloguer d'un pis no n'és una excepció.

In economics, moral hazard occurs when an individual has an incentive to increase their exposure to risk because they do not bear the full costs of that risk.

Arrow, 1963



Universitat de Girona

Facultat de Ciències Econòmiques i
Empresarials

ECO/FILO

Jordi Aparicio Llorens

Curs acadèmic 2019/2020