



Revisando la educación matemática infantil: una contribución al Libro Blanco de las Matemáticas

Ángel Alsina

Universidad de Girona, Girona, España, angel.alsina@udg.edu

Fecha de recepción: 02-11-2020

Fecha de aceptación: 21-11-2020

Fecha de publicación: 06-01-2021

RESUMEN

Se revisa la educación matemática infantil en España para contribuir al debate que pretende promover el Libro Blanco de las Matemáticas para mejorar la situación de las matemáticas en España. Con este propósito, en primer lugar, se sitúa la investigación en educación matemática infantil en España (¿de dónde venimos?, ¿dónde estamos?, ¿hacia dónde vamos?). En segundo lugar, con base a estos datos, se desarrollan cinco pilares de la educación matemática infantil, que se organizan en tres dimensiones de acuerdo con las finalidades de la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil (¿para qué se enseña? y ¿por qué se enseña?), las prácticas de enseñanza (¿cómo se enseña?) y la organización de la enseñanza (¿cuándo se enseña? y ¿qué se enseña?). Se concluye que estas contribuciones complementan el contenido del Libro Blanco de las Matemáticas respecto a la enseñanza de las matemáticas desde el nacimiento y, a la vez, promueven el debate sobre el papel que deberían tener las matemáticas en Educación Infantil para mejorar la situación de las matemáticas en España.

Palabras clave: Educación matemática infantil, investigación en educación matemática, enseñanza de las matemáticas, Libro Blanco de las Matemáticas, Educación Infantil.

Revisiting Early Childhood Mathematics Education: a contribution to the White Book of Mathematics

ABSTRACT

Early Childhood Mathematics Education in Spain is revisited to contribute to the discussion that the White Book on Mathematics wants to promote to improve the situation of mathematics in Spain. With this purpose, first, research in early childhood mathematics in Spain is reviewed (Where do we come from? Where are we? Where are we going?). Second, based on these data, five pillars of Early Childhood Mathematics Education are developed, which are organized into three dimensions according to the purposes of teaching mathematics in Early Childhood Education (What is it taught for? and Why is it taught?), teaching practices (How is it taught?) and the organization of teaching (When is it taught? and What is taught?). It is concluded that these contributions complement the content of the White Book on Mathematics regarding the teaching of mathematics from birth and, at the same time, promote the discussion on the role that early childhood mathematics should have to improve the situation of mathematics in Spain.

Key words: Early Childhood Mathematics, research in mathematics education, mathematics teaching, White Book of Mathematics, Early Childhood Education.

1. Introducción

En España se ha publicado a finales de octubre de 2020 el Libro Blanco de las Matemáticas (Figura 1), una obra colectiva de gran calidad y envergadura en su conjunto, dirigida y coordinada por la Real Sociedad Matemática Española (RSME) con el apoyo de la Fundación Ramón Areces. Esta obra colectiva, en la que han participado más de 60 expertos, realiza un análisis exhaustivo de la situación de las matemáticas en España.



Figura 1. Libro Blanco de las Matemáticas (RSME y Fundación Areces, 2020)¹.

Este documento pretende ofrecer “una fotografía precisa de la matemática española desde muy diversos puntos de vista: educación, investigación, salidas profesionales, impacto económico de las matemáticas, divulgación, entre otros, así como las transformaciones que se han producido en su seno en los últimos años” (RSME y Fundación Areces, 2020, p. XI). Con este propósito, se abordan ocho líneas de análisis interconectadas: 1) enseñanza de las matemáticas (tanto en el ámbito no universitario como en el universitario); 2) salidas profesionales; 3) investigación; 4) impacto económico de las matemáticas en nuestro sistema productivo; 5) divulgación; 6) problemáticas de género; 7) internacionalización; y 8) premios y reconocimientos científicos. A partir de estas ocho líneas, por un lado, se identifican los retos más destacados a los que se enfrentan las matemáticas en España en los próximos años y, por otro, se dan a conocer las principales amenazas y oportunidades para llevarlos a cabo. Por esta razón, estas ocho cuestiones se acompañan de 64 recomendaciones o propuestas de mejora, con el objetivo de iniciar un debate necesario dentro de la sociedad sobre medidas y acciones concretas para mejorar la situación de las matemáticas en España y, con ello, posibilitar una labor intelectual colectiva absolutamente necesaria para conformar una sociedad más culta y democrática.

En este artículo, cuyo propósito es mucho más humilde, se realiza un análisis de la presencia de la enseñanza de las matemáticas en el Libro Blanco de las Matemáticas en España y, más concretamente, en qué forma es tratada la educación matemática infantil, partiendo de la base que “el compromiso de la Real Sociedad Matemática Española (RSME) con la educación matemática se caracteriza por tener entre sus fines el fomento de la enseñanza matemática en los diferentes niveles educativos: infantil, primaria, secundaria, formación profesional y universidad” (López Beltrán et al., 2020, p. 1). En este sentido, se pretende hacer una contribución sencilla, pero no por ello menos rigurosa, el debate que pretende generar el Libro Blanco de las Matemáticas para mejorar la situación de las matemáticas en España, desde la mirada específica de la educación matemática infantil.

¹ Fuente: <https://www.fundacionareces.es/recursos/doc/portal/2020/10/14/libro-blanco-de-las-matematicas.pdf>

2. La educación matemática infantil en el Libro Blanco de las Matemáticas

Si tuviera que definir con una sola palabra la presencia de la educación matemática infantil en el Libro Blanco de las Matemáticas utilizaría, antagónicamente, la palabra "ausencia". El análisis del contenido de esta obra colectiva genera, de entrada, algunos interrogantes acerca de la revisión de la educación matemática infantil en España, como por ejemplo: ¿por qué, dentro de la línea de análisis de la enseñanza de las matemáticas en España, no se han considerado de forma exhaustiva y rigurosa los fundamentos de la educación matemática, que se inician ya en el primer ciclo de Educación Infantil (0-3 años) con el desarrollo de los primeros conocimientos matemáticos intuitivos e informales, y prosiguen en el segundo ciclo (3-6 años) con un trabajo sistemático de todos los bloques de contenido: numeración y cálculo, álgebra temprana, geometría, medida y estadística y probabilidad?; o bien, ¿por qué se desestima en un libro blanco sobre la situación actual de las matemáticas, la investigación en educación matemática infantil que se viene realizando desde hace ya diversas décadas en España? Estos datos, sin duda, ayudarían a divulgar y comprender mejor los primeros pasos en el desarrollo del conocimiento matemático y, como no, enriquecerían de esta forma el debate que se pretende promover dentro de la sociedad sobre medidas y acciones concretas para mejorar la situación de las matemáticas en España a corto, mediano y largo plazo.

En este artículo no se pretende hacer una revisión crítica de las omisiones sobre educación matemática infantil en el Libro Blanco de las Matemáticas. De hecho, en la introducción del capítulo sobre educación matemática se indica, honestamente, que "en este capítulo se abordarán las etapas de educación primaria y secundaria..." aunque sorprenda que seguidamente se añada, en la misma frase, "...y la formación inicial en el Grado de Educación Infantil y Primaria" (López Beltrán et al., 2020, pp. 1), sin encontrar *a posteriori* un análisis minucioso de la formación inicial en el Grado de Educación Infantil. Asimismo, tampoco se pretende juzgar la ausencia de datos correspondientes a la investigación en educación matemática infantil en España, puesto que, en el capítulo sobre la internacionalización de las matemáticas (con secciones sobre investigación en educación matemática) se aclara, desde el inicio, que "vamos a centrarnos en las características de la representación internacional de las matemáticas españolas" (de León, 2020, p. 483). En dicho capítulo, por lo tanto, se ofrece un panorama muy detallado de los organismos y sociedades que representan a las matemáticas españolas a nivel internacional, más que centrarse en el contenido y los resultados de la investigación.

Así, pues, en lugar de hacer un análisis crítico, que no llevaría a ningún buen puerto, a continuación, se van a tratar de desarrollar algunos de los aspectos esenciales sobre la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil (0-6 años), que provienen de la investigación en este campo, para contribuir de este modo a: 1) complementar los datos relevantes que se aportan en el Libro Blanco de las Matemáticas a partir de Educación Primaria (6 años en adelante); y, más en general, 2) realizar una contribución al debate que quiere promover dicho documento para mejorar la situación de las matemáticas en España que, a mi modo de ver, pasa necesariamente por contemplar de forma longitudinal todas las etapas escolares de forma paritaria, incluyendo la Educación Infantil.

3. La investigación en educación matemática infantil en España

En Alsina (2020a) se describe de modo exhaustivo el panorama de la investigación en educación matemática infantil y se enmarca en el contexto internacional, por lo que el lector interesado puede acceder a dicha fuente para tener una visión global de este ámbito de investigación en educación matemática. Aquí se van a desarrollar algunos de los aspectos más relevantes para tratar de que el lector interesado pueda comprender de dónde venimos, dónde estamos y hacia dónde vamos.

3.1. ¿De dónde venimos?

La investigación en educación matemática infantil tiene una larga trayectoria en España. Podría aventurarme a afirmar que tuvo sus orígenes en M^a. Antonia Canals, que ha llevado a cabo una inmensa labor de investigación aplicada, desde la escuela y para la escuela. Los datos de su producción bibliográfica, desde finales de la década de los sesenta del S. XX hasta bien entrado el siglo XXI, han sido recopilados en diversas revisiones bibliográficas, como por ejemplo en Alsina y Soler (2005), donde se comenta una por una toda su producción hasta 2004 o, más recientemente, en el marco de la tesis doctoral de Sotos (2015).

M^a. Antonia Canals, a partir de la fuerte inspiración de autores de reconocido prestigio internacional como Maria Montessori, Alexandre Galí, Zoltan P. Dienes, Frédérique Papy, Lucienne Felix o Jean Piaget, fue construyendo progresivamente un cuerpo de conocimientos específico para la educación matemática infantil en Catalunya, principalmente, a partir del firme convencimiento que la enseñanza pasaba necesariamente por promover la interacción de los niños y niñas con el material manipulativo. Desde mi humilde punto de vista, uno de los documentos que mejor recoge sus planteamientos acerca de la educación matemática infantil que, insisto, es el fruto de una inmensa labor de investigación aplicada, es su manual de Didáctica de las Matemáticas para el profesorado de Educación Infantil (Figura 2), escrito en catalán, y que tituló *Per una Didàctica de la Matemàtica a l'escola. I. Parvulari* (Canals, 1989). En este documento, de fuerte inspiración piagetiana, organizó los conocimientos matemáticos infantiles en tres tipos de actividades mentales, asociadas respectivamente al conocimiento físico (identificar) y el conocimiento matemático (relacionar y operar). Con ello, quería dejar en claro que los niños y niñas, primero, identifican o reconocen por ejemplo las cantidades de elementos en situaciones concretas (con material, dibujos, etc.) y posteriormente, pueden compararlas (a partir de relaciones de equivalencia y orden) y operar con ellas. Extendió este planteamiento acerca de los números y el cálculo a los contenidos vinculados a la lógica, las medidas y la geometría, ofreciendo así una visión de conjunto que ponía de manifiesto las conexiones entre contenidos matemáticos de naturaleza aparentemente distinta. Ya en la recta final de su carrera, y gracias a la obtención en 2001 del premio *Jaume Vicens Vives a la Docència Universitària, de la Generalitat de Catalunya*, ideó y puso en práctica el *Gabinet de Materials i de Recerca per la Matemàtica a l'Escola-GAMAR* (Figura 2), en el que recopiló una amplia selección de materiales manipulativos para trabajar estos aspectos².



Figura 2. Dos de las producciones de M^a. A. Canals: el libro *Per una Didàctica de la Matemàtica a l'Escola* y el GAMAR³.

² <http://www2.udg.edu/projectesbiblioteca/GAMAR/Materials/tabid/17595/language/ca-ES/Default.aspx>

³ Fuente: elaboración propia y https://elpais.com/elpais/2018/07/19/ciencia/1532023630_630635.html

M^a. A. Canals vivió de lleno el inicio de la Didáctica de la Matemática en España, como disciplina universitaria diferenciada de las matemáticas y la creación de departamentos universitarios de Didáctica de las Matemáticas, que se produjo en la década de los ochenta del siglo XX. Concretamente, los estudios universitarios de formación del profesorado que deben atender a alumnado de 0 a 6 años se organizaron, desde el año 1983, en el marco de la Ley de Reforma Universitaria (LRU, 11/1983, de 25 de agosto) alrededor de la Diplomatura de Maestro de Educación Preescolar. El Real Decreto 2360/1894 de 12 de diciembre sobre Departamentos Universitarios promovió, en diferentes universidades españolas, la creación de departamentos de Didáctica de las Matemáticas. La implementación de esta disciplina comportó "sangre, esfuerzo, lágrimas y sudor", usando la expresión de Churchill para comunicar que algo es muy costoso, puesto que una parte considerable del profesorado universitario responsable de la formación del profesorado siguió impartiendo matemática pura en el marco de las asignaturas de Didáctica de las Matemáticas.

A pesar de las dificultades, este hecho fue el punto de inflexión para la aparición generalizada de la investigación en educación matemática infantil en España. Poco a poco, el profesorado universitario encargado de impartir la Didáctica de las Matemáticas en los estudios de maestro de Educación Infantil fue recibiendo *inputs* sobre la disciplina y fue mejorando su propia práctica a partir de los datos que llegaban de la investigación.

Como se indica en Alsina (2013), este impulso dio lugar a algunos estudios bibliométricos que revisan algunas de las investigaciones españolas más relevantes en Didáctica de las Matemáticas en las primeras edades (Sierra y Gascón, 2011); los métodos de investigación usados (Godino et al., 2011); los temas investigados (Gómez, Cañadas, Bracho, Respreto y Aristizábal, 2011); la producción científica en referencia a la elaboración de tesis doctorales (Vallejo, Fernández, Torralbo y Maz, 2007); o bien el impacto internacional de estas publicaciones (Llinares, 2008), entre otros aspectos. A partir del análisis del contenido matemático, Alsina (2013) establece tres grupos de estudios: 1) la formación inicial de maestros de Educación Infantil, que incluye trabajos realizados desde distintos enfoques como la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) o la Educación Matemática Realista (EMR); trabajos basados en diversos métodos de formación activa, como el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) o el Aprendizaje Colaborativo; y trabajos que presentan experiencias de formación interdisciplinares, prácticas externas y Trabajos de Final de Grado; 2) la adquisición y el desarrollo del pensamiento matemático infantil, que incluye trabajos que analizan los referentes internacionales a nivel curricular y trabajos que desde un enfoque didáctico concreto se centran en el aprendizaje de contenidos (sobre todo, numeración y cálculo); y 3) recursos o contextos de aprendizaje para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático, como por ejemplo los contextos de vida cotidiana, los juegos, los cuentos, etc.

3.2. ¿Dónde estamos?

La investigación en educación matemática infantil en España goza de buena salud en la actualidad, con una producción sistemática de nuevos estudios que, en el contexto de la globalización mundial en general y de la globalización cultural en particular, se retroalimenta constantemente con la producción internacional gracias a la facilidad de acceso a la producción científica de los diversos países.

Como señala Alsina (2020a), en el contexto internacional se está realizando una importante labor en el grupo *Early Years Mathematics (EYM)* dentro del *Congress of European Research in Mathematics Education (CERME)*, con la presencia de estudios de autores españoles. Edo (2016) señala que entre los temas que se han tratado en las diferentes ediciones aparece el análisis de las oportunidades de aprendizaje matemático en contextos informales; el papel de los materiales; las diferentes formas de comunicación y representación matemática de los niños pequeños; o las evidencias de aprendizaje sobre contenidos específicos, entre otros. Existen otras iniciativas a nivel internacional, como las *POEM*

Conferences on Early Mathematics Learning (Benz et al, 2018; Kortenkamp et al., 2014; Meaney, Helenius, Johansson, Lange y Wernberg, 2016). Estas conferencias cubren cuestiones relacionadas con el desarrollo del pensamiento matemático a través de investigaciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de los procesos matemáticos y el contenido matemático; el impacto del entorno social, con estudios sobre las transiciones para niños pequeños entre el hogar y la escuela; o bien la profesionalización de los docentes de la primera infancia, con una amplia variedad de enfoques teóricos y metodológicos innovadores que establecen unas bases interesantes para futuras investigaciones en esta área.

En el contexto español se ha producido también un aumento considerable de la producción científica desde la reactivación del Grupo de Investigación en Educación Matemática Infantil (IEMI) en 2011, dentro de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).

3.3. ¿Hacia dónde vamos?

Alsina (2019a), en un estudio sobre la educación matemática infantil en España en el que se trata de determinar qué falta por hacer, indica que los resultados de la investigación en educación matemática infantil deberían orientar los cambios en materia de legislación educativa, en los procesos formativos de los profesionales y, en consecuencia, en la práctica escolar. A partir de los datos de los diversos estudios bibliométricos indicados y de una adaptación de los ámbitos y agendas de investigación en educación matemática descritos por Llinares (2008), expone los focos en los que se debería centrar la investigación en educación matemática infantil en las próximas décadas (Tabla 1).

Tabla 1. Focos de investigación en educación matemática infantil (Alsina, 2019a)

| <i>Ámbitos de investigación</i> | <i>Agendas de investigación</i> |
|--|--|
| A. Análisis didáctico. | A.1. Perspectivas teóricas y componentes del análisis didáctico. A.2. Análisis de contextos de enseñanza y/o recursos didácticos: situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos, juegos, recursos tecnológicos y gráficos. |
| B. El estudiante para profesor, el profesor y el formador de profesores. Aprendizaje y desarrollo profesional. | B.1. Aprender el conocimiento y destrezas útiles para enseñar matemáticas. B.2. Planificación y gestión de la enseñanza en diversos contextos de enseñanza y su influencia en el desarrollo de la comprensión. B.3. Evaluación formativa (del profesor) y formadora (del alumno). B.4. Relación entre la teoría y la práctica como elemento para el desarrollo profesional del formador e investigador. B.5. Sistema de creencias del estudiante para profesor, el profesor y el formador de profesores. |
| C. Construcción y organización del conocimiento matemático: contenidos y procesos. | C.1. Lo que influye en la construcción y el desarrollo de los contenidos y los procesos matemáticos. Conexiones entre contenidos y procesos matemáticos. C.2. Organización del conocimiento matemático (contenidos y procesos) en el currículo. Alfabetización matemática. |
| D. Interacción, contexto y práctica del profesor. | D.1. Interacción, participación y comunicación en el aula. D.2. Práctica del profesor. Reflexión sobre la propia práctica. |

La producción en todos estos ámbitos y agendas de investigación nutre la educación matemática infantil, que se debería sustentar en cinco pilares interrelacionados (Figura 3): ¿para qué se enseña?, ¿por qué se enseña?, ¿cómo se enseña?, ¿cuándo se enseña? y ¿qué se enseña?



Figura 3. Los cinco pilares de la educación matemática infantil: Fuente: elaboración propia

Considerando estos cinco pilares, que se organizan en tres dimensiones con base en las finalidades de la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil (¿para qué se enseña? y ¿por qué se enseña?), las prácticas de enseñanza (¿cómo se enseña?) y la organización de la enseñanza (¿cuándo se enseña? y ¿qué se enseña?), seguidamente se complementa el contenido del Libro Blanco de las Matemáticas, con datos que provienen tanto de la investigación en educación matemática infantil como de las orientaciones curriculares vigentes correspondientes a los dos ciclos que conforman esta etapa educativa: primer ciclo (0-3 años) y segundo ciclo (3-6 años).

4. Finalidades de la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil: ¿para qué y por qué se enseñan?

Describir intenciones implica posicionarse. En este sentido, el primer posicionamiento se refiere a la finalidad de la Educación Infantil y la enseñanza de las matemáticas en esta etapa educativa. La Educación Infantil tiene un papel fundamental para promover el desarrollo integral durante la primera infancia. En este sentido, los autores y organismos que trabajan en o sobre esta etapa educativa coinciden en destacar la importancia de los primeros años de vida para desarrollar las distintas habilidades, aspecto que recogen también de una u otra forma las orientaciones curriculares de las distintas Comunidades Autónomas del estado español: la autonomía e iniciativa personal, el juego simbólico y las habilidades motrices, comunicativas, artísticas, sociales, metacognitivas y matemáticas (Alsina, 2015).

Desde este punto de vista, la finalidad de la enseñanza de las matemáticas en la Educación Infantil es promover el desarrollo progresivo de los primeros conocimientos matemáticos, de naturaleza intuitiva, que Baroody (1987) denominó "matemáticas informales" para referirse a las primeras matemáticas que los niños y niñas aprenden y usan en el marco de sus experiencias informales: la exploración del entorno, la manipulación y experimentación con materiales diversos y el juego, principalmente. Estas matemáticas intuitivas e informales, a su vez, son el eslabón imprescindible para el acceso a las matemáticas escolares: "la conexión más importante en los primeros aprendizajes matemáticos es el existente entre las matemáticas intuitivas, informales, que los niños han aprendido a través de sus experiencias, y las que están aprendiendo en la escuela" (NCTM, 2003, p. 136).

El acceso a las matemáticas escolares, pues, requiere una base sólida de conocimientos matemáticos intuitivos e informales, por lo que es altamente recomendable que los organismos responsables de las matemáticas y de la educación matemática consideren y contribuyan a difundir en los próximos años el importante papel que tienen estas primeras matemáticas en el desarrollo integral de las personas. Y uso intencionadamente la expresión "en los próximos años" para ir superando la dicotomía existente en la

actualidad entre el valor y la importancia de los primeros años de vida para el desarrollo humano y las políticas educativas en España, que siguen sin valorar suficientemente la actividad profesional durante el primer ciclo de Educación Infantil (0-3 años). Hoyuelos (2010), por ejemplo, señala que estas políticas promueven que siga siendo el ciclo menos reconocido, permitiendo sueldos inferiores al resto de profesionales de la educación y devaluando la figura de los profesionales.

El segundo posicionamiento tiene que ver con los objetivos de la Educación Infantil y de la educación matemática infantil. Esta etapa educativa no es una etapa pre-escolar (como erróneamente se ha denominado en algunas leyes educativas derogadas) y, en consecuencia, su finalidad no es preparar al alumnado para que, por ejemplo, accedan a la siguiente etapa educativa sabiendo escribir números, recitando de memoria la serie numérica o indicando el nombre de las principales formas geométricas, por citar algunos de los estereotipos clásicos sobre la enseñanza de las matemáticas en las primeras edades. En este sentido, la ORDEN ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil, pone en claro que esta etapa se organiza en tres áreas para promover el conocimiento de sí mismo y la autonomía personal, el conocimiento del entorno y la adquisición y el desarrollo progresivo de los distintos lenguajes (comunicación y representación). Desde este prisma, el análisis sobre la presencia de las matemáticas en las orientaciones curriculares de Educación Infantil, tanto del primer ciclo (0-3 años) como del segundo ciclo (3-6 años), confirma que las matemáticas aparecen de forma integrada en las tres áreas (Alsina, 2013), aunque hay algunas lagunas que se analizarán detenidamente en la sección correspondiente a la organización de la enseñanza (¿cuándo se enseña? y ¿qué se enseña?).

Considerando estas finalidades acerca de la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil, el diagnóstico de la realidad española es que, por un lado, coexiste una amplia variedad de interpretaciones sobre el papel de la Escuela Infantil (0-3 años), desde centros asistenciales cuya única misión es guardar los niños y niñas y garantizar su bienestar, hasta redes de centros educativos de gran prestigio nacional e internacional que llevan a cabo una labor educativa muy relevante para promover el desarrollo integral y, como no, el desarrollo de las habilidades matemáticas a partir de los resultados de la investigación. Por otro lado, existe más unidad de criterio respecto a los objetivos propios de la etapa, si bien muchas maestras y maestros -sobre todo del segundo ciclo (3-6 años)- reciben presiones del profesorado de la siguiente etapa educativa acerca de qué deberían enseñar para que el alumnado "llegue preparado" a la Educación Primaria, a partir de una mirada de la educación de abajo hacia arriba.

En definitiva, como decía, es imprescindible que en los próximos años tanto las políticas educativas como los organismos responsables de las matemáticas y de la educación matemática consideren en mayor medida la importante labor educativa de la Educación Infantil y promuevan tanto la profesionalización como el reconocimiento profesional en todo el territorio español.

5. Prácticas de enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil: ¿cómo se enseñan?

Como se ha indicado en la sección acerca de la investigación en Educación Matemática Infantil en España, los inicios de esta disciplina en nuestro país marcaron ya una forma de entender la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil a través de actividades concretas, experimentales y adecuadas a las capacidades mentales de los niños y niñas, que permitan que observen, experimenten, reflexionen y saquen conclusiones de lo que han hecho (Canals, 1989).

Desde entonces, la investigación acerca de las formas de facilitar el acceso al conocimiento matemático en las primeras edades ha sido muy productiva, tanto a nivel internacional como nacional. Han surgido múltiples enfoques, que van desde "el modelo europeo al aire libre" hasta la enseñanza clásica con fichas, pasando por otros enfoques que se inspiran y fundamentan en autores clásicos como Bruner,

Dienes, Montessori, Piaget, Skemp, Vygotsky, etc. Son los casos, por ejemplo, del enfoque del cálculo "Abierto Basado en Números" (ABN), basado en la manipulación de materiales sencillos (Martínez, 2011), o los planteamientos del Ministerio de Educación del Gobierno de Singapur (*Ministry of Education Singapore*, 2012), que fundamenta la enseñanza de las matemáticas a partir de tres tipos de representaciones (concretas, pictóricas y abstractas) para desarrollar una comprensión profunda (instrumental y relacional), con apoyo del profesorado a través del andamiaje y la zona de desarrollo próximo a partir de la resolución de problemas como eje conductor de la actividad matemática (Figura 4).

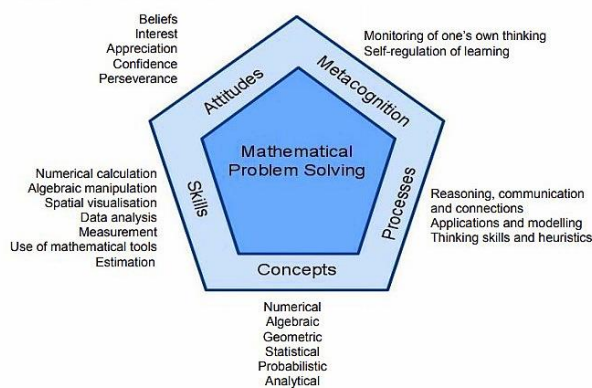


Figura 4. Bases de la enseñanza de las matemáticas en Singapur. Fuente: *Ministry of Education Singapore* (2012)

Escapa de los propósitos de este artículo hacer una revisión crítica de todos los enfoques que han ido surgiendo, puesto que sería una labor interminable; en su lugar, se pretende ofrecer una visión global de cómo deberían enseñarse las matemáticas considerando las características de los niños y niñas de las primeras edades y sus necesidades reales para aprender matemáticas.

En este sentido, Alsina (2018a, 2019b, 2020b) ha desarrollado el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM), que pretende integrar las principales aportaciones que se han venido realizando hasta el momento en las agendas de investigación en educación matemática que analizan las estrategias y recursos para enseñar matemáticas en las primeras edades.

El EIEM tiene una fuerte inspiración sociocultural (Vygotsky, 1978) y se inspira también en los principios de la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991) y del aprendizaje realista-reflexivo (Korthagen, 2001), además de las aportaciones de múltiples autores ya citados que han dejado una huella muy importante en la educación matemática de las primeras edades, en especial M^a A. Canals, y de organismos de prestigio internacional que han hecho recomendaciones muy interesantes sobre cómo se deberían trabajar las matemáticas en los primeros niveles escolares, como por ejemplo *Early childhood mathematics: Promoting good beginnings* (NAEYC & NCTM, 2002) o *Position paper on early childhood mathematics* (The Australian Association of Mathematics Teachers Inc. & Early Childhood Australia, 2006).

Considerando estos fundamentos, el EIEM parte de la base que el desarrollo del pensamiento matemático en las primeras edades se debería llevar a cabo a través de itinerarios de enseñanza, entendiendo por "itinerario" una secuencia de enseñanza intencionada que contempla tres niveles: 1) contextos informales, que permiten visualizar las ideas matemáticas de manera concreta (situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos); 2) contextos intermedios, que a través de la exploración y la reflexión conducen a la esquematización y generalización progresiva del conocimiento matemático (recursos literarios y tecnológicos); y 3) contextos formales, en los que se trabaja la representación y formalización del conocimiento matemático con procedimientos y notaciones convencionales para completar de esta forma el aprendizaje desde lo concreto hasta lo simbólico (recursos gráficos). El EIEM, pues, se aleja de una visión de la enseñanza de las matemáticas basada en

la repetición y la práctica de ejercicios que presentan los libros de texto como principales estrategias para “aprender” matemáticas en Educación Infantil, y en su lugar, plantea que es necesario fomentar la comprensión más que la mera memorización, la actividad heurística más que la pura ejercitación, o el pensamiento matemático crítico más que la simple repetición (Alsina, 2019b).

Más adelante, con el propósito de ofrecer algunas orientaciones para aplicar el EIM en el aula, Alsina (2020b) plantea cinco recomendaciones iniciales:

1. Planificar y gestionar la enseñanza de los contenidos matemáticos a través de los procesos matemáticos de resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, representación y conexiones (NCTM, 2000), es decir, promover una enseñanza de las matemáticas que implique pensar y hacer, más que memorizar definiciones y procedimientos. En este sentido, se otorga mucha importancia a las conexiones interdisciplinares, que dan lugar a la educación STEAM, en el que las ciencias, la tecnología, la ingeniería, las artes y las matemáticas (además de las Humanidades y las Ciencias Sociales en general) se trabajan de forma interdisciplinar para retroalimentarse y, de este modo, promover un aprendizaje integrado (se pueden consultar diversos ejemplos de actividades STEAM en Educación Infantil en Alsina, 2020c).

2. Promover prácticas de enseñanza-aprendizaje que consideren tanto al alumnado como al profesorado, en las que haya espacio tanto para que el alumnado indague y construya su conocimiento, como para que el profesorado explique de forma directa el conocimiento matemático. Esta recomendación parte de los planteamientos de Godino y Burgos (2020), quienes señalan que en la gestión de las prácticas de enseñanza es necesario considerar el debate entre los modelos centrados en la transmisión de conocimientos y los modelos centrados en la construcción de conocimientos: los primeros sostienen que la eficacia del proceso de estudio está ligada más a la acción docente que al descubrimiento del alumnado y, en consecuencia, focalizan su trabajo en el modelo instruccional directo y transmisivo, mientras que los segundos basan su enfoque en el aprendizaje por indagación del alumnado, con un apoyo subsidiario del profesorado. Este planteamiento, recogiendo la primera recomendación descrita, implica una gestión de las prácticas de enseñanza que considere la enseñanza de los contenidos matemáticos a través de los procesos a partir de actividades competenciales ricas, en las que tanto el alumnado como el profesorado tengan un papel relevante: el alumnado construyendo su conocimiento y el profesorado proporcionándolo. En un ejercicio de ingeniería didáctica, esto significa que el profesorado de Educación Infantil debería conocer diversas maneras de actuar y tener criterios para saber cuándo, qué y por qué algo es conveniente y reflexionar sobre ello sistemáticamente, de acuerdo con Korthagen (2001).

3. Considerar contextos reales, intermedios y formales en todos los itinerarios de enseñanza, con distinto protagonismo en función del nivel escolar. Tal como se indica en Alsina (2020b), es obvio que los contextos informales (situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos) son imprescindibles para permitir visualizar las ideas matemáticas de manera concreta y garantizar la comprensión de las ideas matemáticas en los primeros niveles escolares, de acuerdo con las aportaciones de los autores clásicos mencionados. El posicionamiento del EIM es, pues, claro en este sentido; sin embargo, se considera también que el protagonismo de estos contextos es flexible, en función de la edad del alumnado. Esta idea, llevada a la práctica docente, significa que progresivamente debe ir reduciéndose esta presencia para dar mayor protagonismo a los contextos intermedios y formales (recursos tecnológicos y gráficos, principalmente) para lograr la formalización y la institucionalización de los aprendizajes, pero sin olvidar que los contextos informales son imprescindibles para enseñar nuevas ideas matemáticas en cualquier edad.

4. Garantizar el principio de abstracción progresiva, desde lo concreto hacia lo abstracto, de manera que, a lo largo de un itinerario, se considere la visualización, la manipulación, la simbolización y la abstracción. En este sentido, se asume que no es imprescindible utilizar siempre todos los contextos incluidos en los

tres niveles del EIM de manera lineal, de más o menos frecuencia, para garantizar la comprensión. En la planificación de una secuencia de enseñanza de un determinado contenido se puede, por ejemplo, plantear un problema real, promover el uso de un recurso tecnológico como apoyo y un contexto más formal para avanzar hacia la formalización; o bien se puede plantear un reto a partir de un material manipulativo, seguir con un recurso literario y finalizar con un recurso gráfico, por citar algunas combinaciones posibles. En definitiva, se trata de tener presente que, a través de los diversos contextos que componen un itinerario de enseñanza de las matemáticas y las actividades que se plantean en cada contexto, debe garantizarse primero la visualización de las ideas matemáticas de manera concreta, a continuación ofrecer apoyos para avanzar hacia la esquematización y generalización progresiva y terminar la secuencia con recursos que promuevan la representación con notaciones convencionales, es decir, la simbolización y la abstracción, para asegurar así la formalización del conocimiento matemático, de acuerdo con las posibilidades del alumnado.

5. Disponer de criterios objetivos para la selección de los contextos de enseñanza de las matemáticas, a partir de distintas herramientas. Alsina (2020b) indica que el profesorado en activo tiene a su alcance una cantidad impresionante de recursos para enseñar matemáticas de procedencia muy distinta, desde expertos en el campo de la educación matemática hasta empresas que buscan un espacio para hacer negocio, sin olvidar la gran cantidad de propuestas de distintos tipos que pueden encontrarse en Internet, algunas veces sin ningún filtro que garantice su calidad. Resulta evidente que este alud de recursos requiere que los profesionales de la educación, a través de la formación inicial y permanente, dispongan de conocimientos matemáticos y didácticos adecuados para tener criterios objetivos, es decir, respaldados por la investigación, para seleccionar recursos que garanticen un buen aprendizaje de las matemáticas.

A estas cinco recomendaciones iniciales se añade una sexta recomendación:

6. Promover la educación matemática inclusiva a través de itinerarios de enseñanza que consideren la diversidad del alumnado, en todas sus dimensiones (cognitiva, cultural, de género, motriz, sensorial, etc.). En este sentido, Alsina y Planas (2008), señalan que en el contexto de la enseñanza de las matemáticas existen todavía algunas creencias muy arraigadas que pueden ser un obstáculo para promover un enfoque inclusivo: por un lado, basar la enseñanza en la repetición y práctica de ejercicios como principales estrategias didácticas; y, por otro, negar las dimensiones cultural y social de la educación matemática, lo que conlleva que el conocimiento matemático se siga entendiendo como una tecnología neutra en manos de unos cuantos, de difícil acceso para todo el mundo, que no deja espacio al pensamiento divergente, a las alternativas de interpretación ni al reconocimiento de las diferencias. Estos dos autores preconizan que, para facilitar la implicación de todas las personas y permitir que puedan relacionarse bajo principios de respeto e igualdad, el pensamiento memorístico, la abstracción, la rutina y la homogeneización tienen que dosificarse y pasar a un segundo plano. En este sentido, consideran que, en lugar de plantear una enseñanza mecanicista de las matemáticas, es necesario formar ciudadanos que descubran por sí mismos las ideas matemáticas a través de buenas prácticas, más que transmitirles un conocimiento matemático ya construido.

Un breve diagnóstico de la realidad española acerca de las prácticas de enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil refleja la gran diversidad de enfoques, desde la conexión del conocimiento matemático con el entorno hasta el trabajo exclusivo con lápiz y papel, a través de fichas. Asimismo, a pesar de que las directrices curriculares son bastante claras, coexisten todavía una diversidad de interpretaciones sobre cuál debe ser el papel del docente, desde el profesorado que aboga por una enseñanza basada en la instrucción directa hasta los que promueven el aprendizaje por indagación. Desde este prisma, va a ser necesario seguir trabajando intensamente durante los próximos años para que la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil tenga por objeto el desarrollo de la competencia matemática, con todo lo que ello implica a nivel metodológico.

6. Organización de la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil: ¿cuándo se enseña? y ¿qué se enseña?

Abordar de forma sintética el conjunto de conocimientos matemáticos que contribuyen a desarrollar el pensamiento matemático de los niños y niñas menores de 6 años es ampliamente complejo, puesto que son muchos los autores y organismos que desde hace décadas vienen realizando aportaciones interesantísimas que han contribuido enormemente a organizar la disciplina.

A nivel internacional, es imprescindible mencionar las aportaciones del NCTM (2003), Geist (2014) o Clements y Sarama (2015), entre muchos otros, por su amplia repercusión. El NCTM (2003), por ejemplo, tiene el mérito de haber explicitado los conocimientos matemáticos que deberían aprender los niños y niñas a partir de los 3 años. Esta asociación de profesores de matemáticas de Estados Unidos organiza los conocimientos en diez estándares: 1) cinco estándares de contenidos (Números y operaciones, Álgebra, Geometría, Medida y Análisis de datos y Probabilidad), que describen explícitamente los contenidos que deberían aprender; y 2) cinco estándares de procesos (Resolución de Problemas, Razonamiento y prueba, Comunicación, Conexiones y Representación), que ponen de relieve las formas de adquisición y uso de los contenidos. Para este organismo, estos contenidos y procesos son el reflejo de la cultura matemática que la sociedad necesita. Para complementar y profundizar en estos datos, Geist (2014) y Clements y Sarama (2015) han realizado una extensa labor de investigación en las primeras edades que les ha permitido establecer qué conocimientos matemáticos van desarrollando los niños y niñas desde el nacimiento.

En España, diversos autores han hecho también aportaciones relevantes que han contribuido a organizar el conocimiento matemático a enseñar antes de los 6 años e incluso se han organizado por edades, sobre todo a partir del segundo ciclo (Alsina, 2004, 2006, 2011a, 2011b, 2015; Canals, 1989; Castro y Castro, 2016; Chamarro, 2005; de Castro, 2016; de Castro y Flecha, 2012; de Castro, Flecha y Ramírez, 2015; Edo, 2012; entre otros). A continuación, se aportan diversos datos organizados en función del ciclo escolar.

6.1. Primer ciclo de Educación Infantil: 0-3 años

Alsina (2015), por ejemplo, a partir de un estudio longitudinal con más de 700 niños durante el período 2011-2015, organiza las matemáticas intuitivas e informales que aprende y usan los niños y niñas menores de 3 años en el marco de situaciones de exploración del entorno, la manipulación y experimentación con materiales y el juego. En concreto, estos conocimientos se organizan a partir de los tres tipos de actividades mentales planteadas por Canals (1989), que se asocian respectivamente al conocimiento físico (identificar) y el conocimiento matemático (relacionar y operar), como se ha indicado (Tabla 2).

De la tabla 2 cabe destacar dos cuestiones: 1) por un lado, siguiendo la organización de Canals (1989), los contenidos de cada bloque contemplan una progresión de dificultad que empieza siempre por la identificación o el reconocimiento del objeto matemático y prosiguen con la comparación y la observación de posibles cambios o transformaciones. Dicho en otras palabras, los itinerarios didácticos empiezan por el conocimiento físico y avanzan hacia el conocimiento propiamente matemático, a través de relaciones y operaciones diversas; 2) no aparecen aún conocimientos matemáticos intuitivos e informales referentes a la estadística y la probabilidad, ya que en el estudio realizado no se observaron acciones explícitas asociadas al ciclo de investigación estadística (recogida, organización, representación e interpretación de datos) ni tampoco vinculadas a analizar el grado de posibilidad de ocurrencia de los hechos.

Tabla 2. Conocimientos matemáticos intuitivos e informales en el primer ciclo de Educación Infantil (Alsina, 2015, p. 34)

| | | | |
|---|---|--|---|
| Cualidades sensoriales | Reconocimiento de las características sensoriales de los objetos. Agrupaciones por criterios cualitativos. | Clasificaciones por criterios cualitativos. Ordenaciones por criterios cualitativos. Correspondencias cualitativas. Seriaciones. | Cambios cualitativos en los objetos y el entorno inmediato. |
| Cantidades (discretas y continuas) | Comprensión de los principales cuantificadores (muchos, pocos y algunos) y de algunas cantidades elementales (uno, dos, tres). Inicio del conteo de los elementos de una colección. Distinción entre los números escritos y otros tipos de representaciones externas (letras, dibujos, etc.). | Correspondencias cuantitativas. Seriaciones. | Juntar, añadir, unir o reunir, agrupar, sumar, etc. Quitar, separar, restar. |
| Posiciones y formas | Reconocimiento de la posición relativa, la dirección y la distancia en el espacio. Reconocimiento de algunas propiedades geométricas elementales de las formas. | Relaciones espaciales elementales. Relaciones simples a partir de las propiedades geométricas de las formas: clasificaciones, correspondencias y seriaciones. | Observación de algunos cambios de posición (a través de giros, etc.) Observación de algunos cambios de forma (a través de deformaciones, composición y descomposición de formas, etc.) |
| Atributos medibles | Reconocimiento de algunos atributos medibles de los objetos (tamaño, masa, capacidad, temperatura, etc.). Identificación del tiempo (día, noche, mañana, tarde, etc.). | Relaciones simples a partir de los atributos medibles de los objetos: clasificaciones, ordenaciones, correspondencias y seriaciones. Secuencias temporales. | Observación de algunos cambios a partir de composiciones y descomposiciones. |

A partir de estos datos, Alsina y Roure (2017) diseñaron y validaron una rúbrica denominada "Adquisición de conocimientos matemáticos informales de 0 a 3 años" (ACMI 0-3) en la que se establecen cuatro niveles de adquisición para cada conocimiento de la Tabla 2. Asimismo, Alsina y Berciano (2018) realizaron un estudio con 87 niños y niñas menores de 3 años para determinar la edad en la que empiezan a emerger estos conocimientos matemáticos intuitivos e informales, que permitió una primera organización de dichos conocimientos en función de la edad.

6.2. Segundo ciclo de Educación Infantil: 3-6 años

Como se ha indicado, la primera aportación rigurosa en España acerca de la organización de los conocimientos matemáticos para niños y niñas de 3 a 6 años corresponde a Canals (1989). Desde entonces, otros autores han hecho aportaciones relevantes en el ámbito de la educación matemática infantil, aunque sin proponer una secuenciación específica de conocimientos por edades, como Chamorro (2005), quién desarrolló los bloques de lógica, el número y la aritmética, la geometría y la medida, además de la resolución de problemas; o bien, más recientemente, Castro y Castro (2016) que hacen referencia al pensamiento lógico-matemático, el espacio y la geometría, los números y las operaciones, y la medida.

Considerando los tres tipos de actividades mentales planteadas por Canals, Alsina (2004, 2006, 2011a, 2011b) propone también una organización por edades, incorporando como novedad el bloque de

estadística y probabilidad, que desarrolla más exhaustivamente en trabajos posteriores (Alsina, 2012, 2017, 2018b). En la Tabla 3 se presenta una síntesis de estos contenidos (los lectores interesados pueden acceder a las fuentes originales para consultar la organización concreta por edades).

Tabla 3. Contenidos matemáticos para el 2º ciclo de Educación Infantil

| | | | |
|-----------------------------------|---|--|--|
| Álgebra temprana | Reconocimiento de las diferentes cualidades sensoriales (color, medida, grosor, textura, etc.) y de sus atributos. Agrupaciones de elementos (a partir de uno o más atributos, de forma afirmativa o negativa). | Distintos tipos de relaciones de a partir de un criterio cualitativo: clasificaciones, ordenaciones, correspondencias cualitativas y seriaciones (reconocimiento de patrones). | Cambios a nivel sensorial, con un planteamiento directo o inverso. |
| | Comprensión de los principales cuantificadores (muchos, pocos, todos, ninguno, algunos, etc.). Comprensión (subitización, contaje, etc.) y representación de los números (concreta, pictórica, simbólica). Agrupaciones de elementos por criterios cuantitativos. | Distintos tipos de relaciones a partir de un criterio cuantitativo: clasificaciones, ordenaciones, correspondencias cuantitativas y series numéricas. | Cambios de cantidades: composición y descomposición de cantidades discretas; primeras operaciones de suma y resta. |
| Números y operaciones | Reconocimiento de la posición relativa, el sentido de la dirección y la distancia. Reconocimiento de las propiedades geométricas elementales de las formas de una dimensión (líneas), de dos dimensiones (figuras) y de tres dimensiones (cuerpos geométricos). | Relaciones espaciales, a partir de los comparativos "más ... que"; "menos ... que"; "tanto ... como"; "igual ... que". Distintos tipos de relaciones a partir de las propiedades geométricas elementales de las formas: clasificaciones, correspondencias, seriaciones a partir de patrones geométricos, etc. | Cambios de posición a través de giros, simetrías y translaciones. Cambios de forma a través de deformaciones (elásticas, con plastilina o barro, etc.) y composición y descomposición de formas. |
| | Geometría | | |
| Atributos mesurables | Reconocimiento de los principales atributos mesurables de los objetos: tamaño/volumen (grande y pequeño); longitud (largo y corto; alto y bajo); masa (pesado y ligero); capacidad (lleno y vacío); grosor (grueso y delgado); tiempo (antes y después; etc.); etc. | Distintos tipos de relaciones a partir de los atributos mesurables de los objetos: clasificaciones, ordenaciones, correspondencias y seriaciones. | Composición y descomposición de los atributos mesurables de un objeto (por ejemplo, dos botellas de litro es lo mismo que una botella de dos litros; o una botella de dos litros es lo mismo que cuatro de medio litro). |
| Estadística y probabilidad | Recogida de datos correspondientes a variables cualitativas y cuantitativas: tablas de recuento. Distinción de los valores de una variable. Organización de datos: tablas de frecuencias. Primeras representaciones de datos, a partir de gráficos concretos (con material) y gráficos de barras simples. Posibilidad de ocurrencia de los hechos, a partir de una escala cualitativa desde imposible hasta seguro. | Comparación e interpretación de los datos a partir de tablas de recuento, de frecuencias y representaciones sencillas. Comparación de la posibilidad de ocurrencia de los hecho a partir de los comparativos "más ...que"; "menos ...que"; "tanto ... como"; "igual ... que". | |

A partir de esta organización de los conocimientos matemáticos de 3 a 6 años correspondientes a los contenidos, Alsina (2019c) ha diseñado y validado también la rúbrica denominada "Adquisición de Conocimientos Matemáticos Importantes - 3 a 6 años" (ACMI 3-6)", en la que al igual que en la rúbrica ACMI 0-3 (Alsina y Roure, 2017), se establecen cuatro niveles de adquisición para cada contenido.

La situación actual en España respecto a la organización de los contenidos matemáticos en Educación Infantil es ambivalente: por un lado, como se ha evidenciado, existen abundantes aportaciones que abogan por una educación matemática infantil de calidad que contemple todos los conocimientos matemáticos importantes y las formas de acceso a este conocimiento considerando las necesidades reales de los niños y niñas menores de 6 años para aprender matemáticas; pero, por otro lado, los resultados de estos estudios no siempre están presentes en la práctica escolar, por múltiples razones entre las que destacan las omisiones en las orientaciones curriculares. Como ya se ha mencionado, Alsina (2013) realizó un análisis de los conocimientos matemáticos presentes en el currículo de Educación Infantil (ORDEN ECI/3960/2007, de 19 de diciembre, por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la educación infantil). En la Tabla 4 se señalan las principales omisiones detectadas en este currículo, que sigue vigente en la actualidad, junto con algunas actualizaciones que se deberían realizar en consonancia con los datos de la investigación en educación matemática infantil y/o diversas orientaciones curriculares internacionales de reconocido prestigio.

Tabla 4. Omisiones y propuesta de actualizaciones curriculares en relación a los conocimientos matemáticos (Alsina, 2013, 2019a)

| <i>Omisiones en el currículo vigente</i> | <i>Propuesta de actualizaciones a partir de la investigación en educación matemática infantil y de orientaciones curriculares internacionales de reconocido prestigio</i> |
|---|---|
| No se hace referencia al reconocimiento, descripción y ampliación de patrones. | La comprensión de los patrones sencillos desde los 3 años es imprescindible para favorecer el desarrollo progresivo del pensamiento algebraico. |
| Se hace hincapié en el inicio de la representación de los números, pero se obvian algunas fases imprescindibles de adquisición. | La representación de los números se inicia con representaciones concretas (materiales, dibujos, etc.), sigue con representaciones pictóricas (signos) y concluye con representaciones simbólicas (notación convencional). |
| No se hace referencia a las operaciones aritméticas elementales de suma y resta. | Se destaca la necesidad de comprender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras, o bien calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables. |
| Se omiten las transformaciones métricas. | Se hace hincapié en las operaciones geométricas que permiten cambiar la posición (giros, simetrías, translaciones) y la forma (deformaciones, composición y descomposición de formas). |
| No se explicitan contenidos de estadística y probabilidad | Se recomienda iniciar el trabajo de estos contenidos a partir de los 3 años, en conexión con el entorno y para empezar a adquirir lenguaje probabilístico elemental. |

En síntesis, a partir de los datos aportados en esta sección, destacan dos cuestiones muy relevantes que consolidan, complementan y/o aclaran lo que se indica en el Libro Blanco de las Matemáticas sobre la enseñanza de las matemáticas a partir de Educación Primaria:

En primer lugar y, en relación a los contenidos matemáticos, en dicho documento se indica que uno de los contenidos que se debería tratar en el currículo a partir de Educación Primaria es el álgebra. En este sentido, cabe precisar que los niños y niñas pueden empezar a aprender conocimientos vinculados al desarrollo del pensamiento algebraico a partir de los 3 años, e incluso antes, a diferencia de lo que indican López Beltrán et al. (2020, pp. 8): "la introducción al álgebra, también llamada preálgebra, se inicia en muchos países (Estados Unidos, Canadá o Singapur son solo algunos ejemplos) en los cursos correspondientes a los últimos años de la educación primaria en España". Es preciso aclarar que, en Estados Unidos, por ejemplo, se promueve explícitamente el trabajo de conocimientos algebraicos tempranos a partir de 3 años, como se acaba de mencionar; de la misma forma, el currículum de matemáticas de Singapur también promueve el trabajo explícito de patrones a partir de los 3 años (*Ministry of Education Singapore*, 2013), junto con otros países como Australia o Nueva Zelanda (Acosta y Alsina, 2020). De hecho, cabe precisar que la introducción al álgebra se realiza a través de dos nuevos

enfoques (Alsina, 2019d): pre-álgebra y *Early-Algebra* (álgebra temprana), al considerarse una puerta de entrada a las matemáticas superiores, entre otras cosas porque aportan un lenguaje enriquecido capaz de crear la base con que se enseñan las matemáticas (Stacey y Chick, 2004). Sin embargo, de acuerdo con Zapatera (2018), a pesar de que ambos enfoques están relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas antes de la enseñanza formal del álgebra, se diferencian en su finalidad y el momento de introducción: el enfoque "pre-álgebra" intenta suavizar la transición entre la aritmética y el álgebra y reducir las dificultades que sufren los alumnos en el aprendizaje del álgebra y propone introducir el álgebra como una aritmética generalizada en los últimos cursos de Educación Primaria y en Educación Secundaria Obligatoria; mientras que el enfoque "álgebra temprana" tiene unos objetivos más amplios e intenta introducir modos del pensamiento algebraico en el aprendizaje-enseñanza de las matemáticas desde los primeros cursos de escolarización a partir de conexiones intradisciplinarias, es decir, integrada principalmente en otros bloques de contenidos matemáticos como por ejemplo la aritmética o la geometría.

Por otro lado, en el Libro Blanco se indica, en relación todavía a los contenidos matemáticos que se debería tratar en el currículo a partir de Educación Primaria, que "la estadística y la probabilidad son seguramente las áreas de las matemáticas que resultan más útiles para tener una ciudadanía informada en una sociedad caracterizada por la multitud de datos que llegan a través de diversos canales" (López Beltrán et al., 2020, pp. 9). Estamos absolutamente de acuerdo con esta afirmación, razón por la cual es imprescindible iniciar a promover la alfabetización estadística y probabilística ya en Educación Infantil.

En segundo lugar, y respecto a las formas de adquisición de los contenidos, López Beltrán et al. (2020, pp. 7), indican que, en lo que se refiere al currículo de Educación Primaria:

Los procesos, métodos y actitudes se contemplan en un bloque de carácter transversal. Sin embargo, quizá por la inercia de enfocarse en los contenidos, quizá por falta de formación específica de los docentes, la realidad parece ser que este bloque no está siendo tratado de manera suficiente en las aulas.

Se comparte absolutamente esta idea, y se añade que es altamente preocupante ofrecer esta visión al profesorado, porque se plantean los procesos como un bloque de contenidos donde aparecen también algunos conocimientos vinculados al álgebra temprana, métodos para enseñar los contenidos, consideraciones sobre las actitudes... que, más que ayudar al profesorado, puede confundirles. Esta confusión, junto con la falta de orientaciones claras sobre como incorporar los procesos, conlleva que al final los docentes no lo traten de forma suficiente en las aulas. Este hecho, que ocurre también en Educación Infantil, requiere que en las orientaciones curriculares se expliciten de forma más precisa las formas de trabajar los contenidos, para poder ofrecer así orientaciones concretas para promover el desarrollo de la competencia matemática.

7. Consideraciones finales

En este artículo se han aportado datos sobre la educación matemática infantil en España con el propósito de contribuir al debate que pretende promover el Libro Blanco de las Matemáticas (RSME y Fundación Areces, 2020) para mejorar la situación de las matemáticas en España, considerando de manera longitudinal todas las etapas educativas, desde la Educación Infantil.

Desde este prisma, y respetando el riguroso trabajo que los distintos expertos han realizado en dicho documento, se han aportado y/o aclarado diversos aspectos referentes a la educación matemática infantil sustentados en la investigación en este campo. En concreto, estos aspectos se han organizado en tres bloques con base en las finalidades de la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil (¿para qué se enseña? y ¿por qué se enseña?), las prácticas de enseñanza (¿cómo se enseña?) y la organización de la enseñanza (¿cuándo se enseña? y ¿qué se enseña?).

Sobre las finalidades de la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil, se han destacado dos cuestiones fundamentales: por un lado, el relevante papel que tiene la Educación Infantil para desarrollar las habilidades matemáticas en el marco del desarrollo integral de los niños y niñas durante la primera infancia. En este sentido, se ha hecho especial hincapié en el papel de las matemáticas intuitivas e informales (Baroody, 1987), como el eslabón imprescindible para el acceso a las matemáticas más formales; por otro lado, se ha precisado que la Educación Infantil no es una etapa pre-escolar, tampoco en la que se refiere en la enseñanza de las matemáticas. Desde este prisma, las matemáticas que los niños y niñas menores de 6 años aprenden, tienen por objeto que puedan desenvolverse en todas las situaciones de la vida cotidiana en las que se necesitan los conocimientos matemáticos, en una clara alusión al enfoque competencial.

Sobre las prácticas de enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil, se ha pretendido ofrecer una visión global que considere las necesidades reales de aprendizaje de los niños y niñas menores de 6 años. Para ello, se han descrito los planteamientos del ELEM (Alsina, 2018, 2019b, 2020b), basados en las aportaciones de Vygotsky (1978) sobre la perspectiva sociocultural del aprendizaje humano; los principios de la Educación Matemática Realista de Freudenthal (1991) y del aprendizaje realista-reflexivo (Korthagen, 2001), junto con las aportaciones de autores que han dejado una huella muy importante en la educación matemática de las primeras edades, como Canals (1989) u organismos de prestigio internacional (NAEYC & NCTM, 2002; *The Australian Association of Mathematics Teachers Inc. & Early Childhood Australia*, 2006). Con base a estos planteamientos, se ha hecho referencia a los itinerarios de enseñanza y se han concretado seis recomendaciones para su aplicación en el aula.

Finalmente, sobre la organización de la enseñanza en Educación Infantil, se han considerado las aportaciones de autores y organismos de prestigio internacional como el NCTM (2003), Geist (2014) o Clements y Sarama (2015), y de autores españoles como Alsina (2004, 2006, 2011a, 2011b), Castro y Castro (2016) y Chamorro (2005), entre otros. Considerando este conjunto de aportaciones, se han indicado los principales conocimientos matemáticos, organizados en los dos ciclos de Educación Infantil.

Esperamos que estas contribuciones sirvan para complementar el contenido del Libro Blanco de las Matemáticas en lo que se refiere a la enseñanza de las matemáticas desde el nacimiento y, a la vez, promuevan el debate sobre el papel que deberían tener las matemáticas en Educación Infantil para mejorar la situación de las matemáticas en España y, con ello, posibilitar una labor intelectual colectiva absolutamente necesaria para conformar una sociedad más culta y democrática, que es el máximo propósito tanto del Libro Blanco como de este artículo.

Referencias

- Acosta, Y. y Alsina, Á. (2020). Learning patterns at three years old: Contributions of a learning trajectory and teaching itinerary. *Australasian Journal of Early Childhood*, 1-16. doi: 10.1177/1836939119885310
- Alsina, Á. (2004). *Com desenvolupar el pensament matemàtic dels 0 als 6 anys*. Vic: Eumo Editorial.
- Alsina, Á. (2006). *Como desarrollar el pensamiento matemático de 0 a 6 años*. Barcelona: Editorial Octaedro-Eumo.
- Alsina, Á. (2011a). *Educación matemática en contexto de 3 a 6 años*. Barcelona: ICE-Horsori.
- Alsina, Á. (2011b). *Com desenvolupar el pensament matemàtic. Els continguts matemàtics: propostes didàctiques per a l'Educació Infantil*. Vic: Eumo Editorial.
- Alsina, Á. (2012). La estadística y la probabilidad en Educación Infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Revista de Didàctiques Específiques*, 7, 4-22.
- Alsina, Á. (2013). Early Childhood Mathematics Education: Research, Curriculum, and Educational Practice. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 100-153.
- Alsina, Á. (2015). *Matemáticas intuitivas e informales de 0 a 3 años. Elementos para empezar bien*. Madrid: Narcea, S.A. de Ediciones.

- Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Épsilon*, 95, 25-48.
- Alsina, Á. (2018a). Seis lecciones de educación matemática en tiempos de cambio. Itinerarios didácticos para aprender más y mejor. *Padres y Maestros*, 376, 13-20.
- Alsina, Á. (2018b). El número natural para organizar, representar e interpretar la información (estadística, azar y probabilidad). En M.C. Muñoz-Catalán y J. Carillo (Eds.), *Didáctica de las Matemáticas para maestros de Educación Infantil* (pp. 173-211). Madrid: Editorial Paraninfo.
- Alsina, Á. (2019a). La educación matemática infantil en España: ¿qué falta por hacer? *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 100, 85-108.
- Alsina, Á. (2019b). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*. Barcelona: Editorial Graó.
- Alsina, Á. (2019c). Estableciendo niveles de adquisición de conocimientos matemáticos importantes de 3 a 6 años: Rúbrica ACMI 3-6. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 8(2), 17-43.
- Alsina, Á. (2019d). Del razonamiento lógico-matemático al álgebra temprana en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 8(1), 1-19.
- Alsina, Á. (2020a). La Matemática y su didáctica en la formación de maestros de Educación Infantil en España: crónica de una ausencia anunciada. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 23(2), 373-387.
- Alsina, Á. (2020b). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *TANGRAM – Revista de Educação Matemática*, 3(2), 127-159.
- Alsina, A. (2020c). Conexiones matemáticas a través de actividades STEAM en Educación Infantil. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 58, 168-190.
- Alsina, Á. y Berciano, A. (2018). Developing informal mathematics in Early Childhood Education. *Early Child Development and Care*. doi: [10.1080/03004430.2018.1555823](https://doi.org/10.1080/03004430.2018.1555823).
- Alsina, Á. y Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva. Propuestas para una educación matemática accesible*. Madrid: Narcea, S.A. de Ediciones.
- Alsina, Á. y Roure, D. (2017). Estableciendo niveles de adquisición de conocimientos matemáticos informales antes de los 3 años: diseño, construcción y validación de una rúbrica. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 6(1), 32-52.
- Alsina, Á. y Soler, J. (2005). Bibliografía de M. Antonia Canals. En Á. Alsina y J. Soler (Eds.), *M. Antònia Canals. El compromís amb la renovació de l'escola* (pp. 127-180). Vic: Eumo Editorial.
- Baroody, A.J. (1987). *Children's Mathematical Thinking. A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers*. Nueva York: Teachers College Press.
- Benz, C., Steinweg, A.S., Gasteiger, H., Schöner, P., Vollmuth, H., y Zöllner, J. (2018). *Mathematics Education in the Early Years: Results from the POEM3 Conference*. Nueva York: Springer.
- Canals, M^a. A. (1989). *Per una didàctica de la matemàtica a l'escola. I. Parvulari*. Vic: Eumo.
- Castro, E. y Castro, E. (Eds.) (2016). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en Educación Infantil*. Madrid: Pirámide.
- Chamorro, M.C. (2005). *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil*. Madrid: Pearson-Prentice.
- Clements, H.D. y Sarama J. (2015). *El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. El enfoque de las Trayectorias de Aprendizaje*. Jonesborough, USA: Learning Tools LLC.
- de Castro, C. (2016). El estudio de documentos curriculares como organizador de la investigación en educación matemática infantil. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 39-52). Málaga: SEIEM.
- de Castro, C. y Flecha, G. (2012). Buscando indicadores alternativos para describir el desarrollo del juego de construcción con niños de 2 y 3 años. En M. Marín y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 455-472). Ciudad Real: SEIEM.
- de Castro, C., Flecha, G. y Ramírez, M. (2015). Matemáticas con dos años: buscando teorías para interpretar la actividad infantil y las prácticas docentes. *Tendencias Pedagógicas*, 26, 89-108.
- de León, M. (2020). Internacionalización de las matemáticas. En D. Martín (Coord. General) y T. Chacón, F.G. Curbera, F. Marcellán y M. Siles (Coord.), *El Libro Blanco de las Matemáticas* (pp. 483-518). Madrid: Editorial Centro de Estudios Ramón Areces, S.A.

- Edo, M. (2012). Ahí empieza todo. Las matemáticas de cero a tres años. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 80, 71-84.
- Edo, M. (2016). Emergencia de la Investigación en Educación Matemática Infantil. Juego y Matemáticas. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 53-66). Málaga: SEIEM.
- Freudenthal, H. (1991). *Revising mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Geist, E. (2014). *Children are born mathematicians: supporting mathematical development, birth to age 8*. Upper Saddle River, NJ: Pearson.
- Godino, J.D. y Burgos, M. (2020). Interweaving transmission and inquiry in mathematics and sciences instruction. En K. O. Villalba-Condori et al. (Eds.), *CISETC 2019, CCIS 1191* (pp. 6–21). Springer Nature Switzerland AG.
- Godino, J.D., Carrillo, J., Castro, W.F., Lacasta, E., Muñoz-Catalán, M.C. y Wilhelmi, M.R. (2011). Métodos de investigación en Educación Matemática. Análisis de los trabajos publicados en los Simposios de la SEIEM (1997-2010). En M. Marín, G. Fernández, L.J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 33-50). Ciudad Real: SEIEM.
- Gómez, P., Cañadas, M.C., Bracho, R., Restrepo, A.M. y Aristizábal, G. (2011). Análisis temático de la investigación en Educación Matemática en España a través de los Simposios de la SEIEM. En M. Marín, G. Fernández, L.J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp.371-382). Ciudad Real: SEIEM.
- Hoyuelos, A. (2010). La identidad de la educación infantil. *Educação, Revista do Centro de Educação*, 35(1), 15-23.
- Kortenkamp, U., Brandt, B., Benz, C., Krummheuer, G., Ladel, S., y Vogel, R. (2014), *Early Mathematics Learning: Selected Papers of the POEM 2012 Conference*. Nueva York: Springer.
- Korthagen, F. A. (2001). *Linking practice and theory. The pedagogy of realistic teacher education*. Londres: Lawrence Erlbaum Associates.
- Llinares, S. (2008). Agendas de investigación en Educación Matemática en España. Una aproximación desde "ISI-web of knowledge" y ERIH. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L.J. Blanco (Eds), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 25-54). Badajoz: SEIEM.
- López Beltrán, M. (Coord.), Albarracín, L., Ferrando, I., Montejo-Gámez, J., Ramos, P., Serradó, A., Thibaut, E. y Mallavibarrena, R. (Coord. de los dos bloques de educación) (2020). La educación matemática en las enseñanzas obligatorias y el bachillerato, en D. Martín (Coord. General) y T. Chacón, F.G. Curbera, F. Marcellán y M. Siles (Coord.), *El Libro Blanco de las Matemáticas* (pp. 1-94). Madrid: Editorial Centro de Estudios Ramón Areces, S.A.
- Martínez, J. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordón*, 63(4), 95-110.
- Meaney, T., Helenius, O., Johansson, M.L., Lange, T. y Wernberg, A. (2016), *Mathematics Education in the Early Years: Results from the POEM2 Conference*. Nueva York: Springer.
- Ministry of Education Singapore (2012). *Mathematics Syllabus. Primary One to Six*. Singapore: Curriculum Planning and Development Division.
- Ministry of Education Singapore (2013). *Nurturing Early Learners: A Curriculum for Kindergartens in Singapore: Numeracy: Volume.6*. Singapore: Ministry of Education.
- National Association for the Education of Young Children and National Council for Teachers of Mathematics [NAEYC y NCTM] (2002). *Early childhood mathematics: Promoting good beginnings. A joint position statement*. Recuperado de <http://www.naeyc.org/files/naeyc/file/positions/psmath.pdf>.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics (traducción de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES).
- Real Sociedad Matemática Española [RSME] y Fundación Ramón Areces (2020). *El Libro Blanco de las Matemáticas*. Madrid: Editorial Centro de Estudios Ramón Areces, S.A.
- Sierra, T.A. y Gascón, J. (2011). Investigación en Didáctica de las Matemáticas en la Educación Infantil y Primaria. En M. Marín, G. Fernández, L.J. Blanco y M. Palarea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 125-163). Ciudad Real: SEIEM.
- Sotos, M. (2015). *Didáctica de las matemáticas y desarrollo profesional de una maestra. El caso de Maria Antònia Canals i Tolosa* (Tesis Doctoral). Universidad de Salamanca, Salamanca.
- Stacey, K. y Chick, H. (2004). Solving the problem with algebra. En K. Stacey, H. Chick, y M. Kendal (Eds.), *The Future of Teaching and Learning of Algebra. The 12th ICMI Study* (pp. 1-20). Boston: Kluwer.

- The Australian Association of Mathematics Teachers Inc. & Early Childhood Australia (2006). *Position paper on early childhood mathematics*. Adelaide & Deakin West: AAMT & ECA.
- Vallejo, M., Fernández, A., Torralbo, M. y Maz, A. (2007). La investigación española en educación matemática desde el enfoque conceptual inserto en sus tesis doctorales. *Enseñanza de las Ciencias*, 25(2), 259-266.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Cambridge (Mass): Harward University Press.
- Zapatera, A. (2018). Introducción del pensamiento algebraico mediante la generalización de patrones. Una secuencia de tareas para Educación Infantil y Primaria. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 97, 51-67.

Ángel Alsina. Profesor Catedrático de Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Girona. Sus líneas de investigación están centradas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las primeras edades y en la formación del profesorado. Ha publicado numerosos artículos y libros sobre cuestiones de educación matemática, y ha llevado a cabo múltiples actividades de formación permanente del profesorado de matemáticas en España y América Latina.

Email: angel.alsina@udg.edu