

**PROMOVIENDO LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA INCLUSIVA DESDE EL ENFOQUE DE  
LOS ITINERARIOS DE ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS: EL CASO DE LAS  
FRACCIONES**

PROMOVENDO A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA INCLUSIVA ATRAVÉS DA ABORDAGEM DE  
ITINERÁRIOS DE ENSINO DE MATEMÁTICA: O CASO DAS FRAÇÕES

PROMOTING INCLUSIVE MATHEMATICS EDUCATION FROM THE MATHEMATICS TEACHING  
ITINERARIES APPROACH: THE CASE OF FRACTIONS

**Ángel Alsina & Joan Franco**

Universidad de Girona, España  
angel.alsina@udg.edu

**RESUMEN** | Se describe el diseño, construcción y validación de un itinerario inclusivo de enseñanza de las fracciones para 5º de Educación Primaria (10-11 años), tanto para alumnado con dificultades de aprendizaje como con talento matemático. El itinerario, que se ha diseñado con base en el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (EIEM), ha sido validado por 7 expertos y 14 maestros y maestras en activo, que han valorado también la eficacia del itinerario para atender la diversidad. Por un lado, tanto los expertos como el profesorado han propuesto cambios sobre la correspondencia, la formulación y la pertinencia de las actividades del itinerario; por otro lado, el profesorado ha considerado que las actividades permiten atender la diversidad. Se concluye que esta herramienta contribuye a desarrollar la competencia matemática de todo el alumnado, partiendo de la base que para empoderar esta competencia se requiere diversificar los contextos de enseñanza-aprendizaje.

**PALABRAS CLAVE:** Educación matemática inclusiva, Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas, Fracciones, Prácticas de enseñanza, Educación Primaria.

**RESUMO** | Descreve-se o desenho, construção e validação de um itinerário inclusivo para o ensino de frações para o 5º ano do Ensino Básico (10-11 anos), tanto para alunos com dificuldades de aprendizagem como com talento matemático. O itinerário, que foi elaborado com base na Abordagem de Itinerários de Ensino de Matemática (EIEM, por sua sigla em espanhol), foi validado por 7 especialistas e 14 professores do Ensino Fundamental, que também avaliaram a eficácia do itinerário para atender à diversidade. Por um lado, tanto especialistas como professores propõem mudanças na correspondência, formulação e relevância das atividades do itinerário; por outro lado, os professores consideram que as atividades permitem abordar a diversidade. Conclui-se que esta ferramenta contribui para o desenvolvimento da competência matemática de todos os alunos, partindo do princípio que para potencializar esta competência é necessário diversificar os contextos de ensino-aprendizagem.

**PALAVRAS-CHAVE:** Educação matemática inclusiva, Abordagem dos Itinerários de Ensino de Matemática, Frações, Práticas de ensino, Ensino Básico.

**ABSTRACT** | The design, construction and validation of an inclusive teaching fractions itinerary for 5th grade of Primary Education (10-11 years) is described, both for students with learning difficulties and with mathematical talent. The itinerary, which has been designed based on the Mathematics Teaching Itineraries Approach (EIEM, by its acronym in Spanish), has been validated by 7 experts and 14 in-service Primary Education' teachers, who have also valued the effectiveness of the itinerary to attend to the diversity. On the one hand, both experts and in-service teachers have proposed changes in the correspondence, formulation and relevance of the itinerary activities; on the other hand, the teachers have considered that the activities allow addressing diversity. It is concluded that this tool contributes to developing the mathematical competence of all students, based on the basis that to empower this competence it is necessary to diversify the teaching-learning contexts.

**KEYWORDS:** Inclusive mathematics education, Mathematics Teaching Itineraries Approach, Fractions, Teaching practices, Primary Education.

## 1. INTRODUCCIÓN

Durante décadas, los sistemas educativos han basado la enseñanza de las matemáticas en la repetición y la práctica de ejercicios como principales estrategias. En este sentido, existen evidencias que ponen de manifiesto que la repetición no ayuda al alumnado a comprender los contenidos. En otras palabras, las prácticas docentes descontextualizadas y orientadas a la adquisición de técnicas y símbolos no favorecen el uso comprensivo y eficaz del conocimiento matemático en todas las situaciones en las que dichos conocimientos son necesarios, es decir, no promueven el desarrollo de la competencia matemática (Alsina, 2016). De acuerdo con este autor, la planificación y gestión de prácticas de enseñanza que fomenten el desarrollo de la competencia matemática implica diversificar los contextos, junto con promover la actividad heurística, plantear buenas preguntas, potenciar la interacción e incentivar la indagación y el aprendizaje autónomo de todo el alumnado.

A pesar de que el enfoque competencial está impregnando los currículos de los diversos países, en los que se preconiza que la enseñanza de los contenidos debe realizarse a través de los procesos matemáticos de resolución de problemas, razonamiento y prueba, comunicación, conexiones y representación (NCTM, 2003), un considerable número de docentes en activo siguen utilizando la repetición y la práctica como principales estrategias (Alsina, 2016). Una de las principales razones de este desequilibrio entre las directrices curriculares y la práctica docente es, probablemente, que durante años ha prevalecido la metodología mecanicista, caracterizada por la consideración de las matemáticas como un conjunto de reglas que son enseñadas y que deben ser aplicadas para resolver problemas similares a los ejemplos previos, descontextualizados. Dicho de otra manera, se tiende a la enseñanza tradicional, sin poner en un contexto cotidiano y realista los contenidos matemáticos y llegando a crear una dependencia de los libros de texto como único recurso (Alsina, 2010; Olmos y Alsina, 2010).

En la actualidad, sin embargo, nos encontramos ante una gran diversidad de alumnado con diferentes maneras de acceder e interpretar la información, diferentes formas de relacionarse con los demás y diferentes ritmos de aprendizaje. Considerando la educación inclusiva como marco interpretativo y de acción para el desarrollo de todo el alumnado, es necesario disponer de diferentes estrategias para dar respuesta a la diversidad (UNESCO, 2003). Desde este prisma, en este estudio se asume el Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas (Alsina, 2018, 2019, 2020), de ahora en adelante ETEM por su acrónimo en español, como estrategia didáctica para atender a la diversidad de todo el alumnado desde una perspectiva inclusiva. En concreto, se aplica este enfoque a la enseñanza de las fracciones, puesto que diversos autores señalan que se trata de un contenido matemático complejo que se aborda de forma muy limitada, dificultando la comprensión al alumnado (Butto Zarzar, 2013; González, 2015; Valdemoros, 2010; entre otros). En concreto, el objetivo del estudio consiste en diseñar y validar un itinerario de enseñanza de las fracciones a partir de los planteamientos del ETEM y analizar su efecto en la atención a la diversidad en el alumnado de 10-11 años.

## 2. REVISIÓN LITERARIA

De acuerdo con la finalidad del estudio, se hace una revisión de la literatura en tres ámbitos interrelacionados: la educación matemática inclusiva, el ETEM y el proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones.

## **2.1 De la educación inclusiva a la educación matemática inclusiva**

En España, La Declaración de Salamanca (UNESCO, 1994) fue un acto para la reafirmación del derecho a la educación de todas las personas desde una perspectiva inclusiva. En dicha Declaración se puso de manifiesto que cada niño es diferente, con sus intereses, capacidades y necesidades de aprendizaje, y que los sistemas educativos deben diseñar programas o itinerarios teniendo en cuenta las diferentes oportunidades de cada niño según sus características, afirmando que el alumnado con necesidades educativas especiales (NEE) debería tener acceso a la enseñanza ordinaria. Esta Declaración, conjuntamente con los Derechos Humanos, fue una piedra angular en el camino de la inclusión e integración en España, que sirvió para expandir una visión más global sobre la inclusión, focalizando la atención en todo el alumnado. Años después, la UNESCO, coincidiendo con la visión de Ainscow (2002), define la inclusión como el proceso que permite tener en cuenta la diversidad de las necesidades de todos los niños, jóvenes y adultos a través de una mayor participación en el aprendizaje y, de esta forma, reducir la exclusión de la enseñanza. De acuerdo con este organismo, esta forma de abordar la enseñanza entraña cambios y modificaciones de contenidos y estrategias en una visión global que abarca a todo el alumnado en edad escolar (UNESCO, 2003).

A pesar de estos avances, en el contexto de la enseñanza de las matemáticas existen todavía algunas creencias muy arraigadas que pueden ser un obstáculo para promover un enfoque inclusivo: por un lado, como se ha indicado, una cantidad considerable de profesorado de Educación Primaria en activo sigue basando la enseñanza en la repetición y práctica de ejercicios como principales estrategias didácticas (Alsina, 2016); y, por otro lado, existe una negación de las dimensiones cultural y social de la educación matemática, lo que conlleva que el conocimiento matemático se siga entendiendo como una tecnología neutra en manos de unos cuantos, de difícil acceso para todo el mundo, que no deja espacio al pensamiento divergente, a las alternativas de interpretación ni al reconocimiento de las diferencias (Alsina y Planas, 2008). Estos dos autores preconizan que, para facilitar la implicación de todas las personas y permitir que puedan relacionarse bajo principios de respeto e igualdad, el pensamiento memorístico, la abstracción, la rutina y la homogeneización tienen que dosificarse y pasar a un segundo plano. En este sentido, consideran que, en lugar de plantear una enseñanza mecanicista de las matemáticas, es necesario formar ciudadanos que descubran por sí mismos las ideas matemáticas a través de buenas prácticas, más que transmitirles un conocimiento matemático ya construido. Para ello, apuestan por enseñar matemáticas a través del pensamiento crítico, el juego y la manipulación.

Desde la perspectiva de la educación matemática inclusiva, pues, destaca el cambio de enfoques basados exclusivamente en la instrucción directa (Boghossian, 2006) por enfoques basados en el aprendizaje por indagación del alumnado, con un apoyo subsidiario del profesorado (Artigue y Blomhøj, 2013; Bature, Atweh y Treagust, 2016). En este estudio se asume uno de estos enfoques, que defiende la combinación de momentos de indagación con explicaciones por parte del profesor: el EIEM (Alsina, 2018, 2019, 2020), que se describe en el próximo apartado.

## **2.2 El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas**

Este enfoque pretende ser una herramienta para ayudar al profesorado a desarrollar la competencia matemática del alumnado, partiendo de la base de que para empoderar esta competencia se requiere diversificar los contextos de enseñanza-aprendizaje. Se fundamenta en

tres pilares interrelacionados: a) la Perspectiva Sociocultural del Aprendizaje Humano (Vygotsky, 1978), que concibe la educación como un fenómeno social y cultural que se basa en el lenguaje y en la interacción como herramientas fundamentales para promover el aprendizaje; b) el Modelo Realista de Formación del Profesorado (Korthagen, 2001), que considera que el profesorado debería conocer muchas maneras de actuar y ejercitarlas en la práctica, es decir, debería disponer de criterios para saber cuándo, qué y por qué algo es conveniente y reflexionar sobre ello sistemáticamente; y c) y la Educación Matemática Realista (Freudenthal, 1991), que impulsa el uso de situaciones de la vida cotidiana o problemas contextualizados como punto de partida para aprender matemáticas. Progresivamente, estas situaciones son matematizadas a través de modelos, mediadores entre lo abstracto y lo concreto, para formar relaciones más formales y estructuras abstractas. El EIEM, pues, se aleja de una visión de la enseñanza de las matemáticas basada en la repetición y la práctica de ejercicios que presentan los libros de texto como principales estrategias para “aprender” matemáticas, y en su lugar, plantea que es necesario fomentar la comprensión más que la mera memorización, la actividad heurística más que la pura ejercitación, o el pensamiento matemático crítico más que la simple repetición (Alsina, 2019). Desde este prisma, plantea la enseñanza de las ideas matemáticas a través de itinerarios, entendiendo por “itinerario” una secuencia de enseñanza intencionada que contempla tres niveles: 1) contextos informales, que permiten visualizar las ideas matemáticas de manera concreta (situaciones de vida cotidiana, materiales manipulativos y juegos); 2) contextos intermedios, que a través de la exploración y la reflexión conducen a la esquematización y generalización progresiva del conocimiento matemático (recursos literarios y tecnológicos); y 3) contextos formales, en los que se trabaja la representación y formalización del conocimiento matemático con procedimientos y notaciones convencionales para completar de esta forma el aprendizaje desde lo concreto hasta lo simbólico (recursos gráficos).

Más adelante, con el propósito de ofrecer algunas orientaciones para aplicar el EIEM en el aula, Alsina (2020) plantea diversas recomendaciones: 1) planificar y gestionar la enseñanza de los contenidos a través de los procesos matemáticos, es decir, promover una enseñanza que implique pensar y hacer, más que memorizar definiciones y procedimientos; 2) promover prácticas de enseñanza-aprendizaje que consideren tanto al alumnado como al profesorado, en las que haya espacio tanto para que el alumnado indague y construya su conocimiento, como para que el profesorado explique de forma directa un conocimiento matemático; 3) considerar contextos reales, intermedios y formales, con distinto protagonismo en función del nivel escolar; 4) garantizar el principio de abstracción progresiva, desde lo concreto hacia lo abstracto, de manera que, a lo largo de un itinerario, se considere la visualización, la manipulación, la simbolización y la abstracción; y 5) disponer de criterios objetivos para la selección de los contextos de enseñanza de las matemáticas, a partir de distintas herramientas.

### **2.3 El proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones**

El concepto de fracción engloba diferentes significados: relación parte-todo, fracción como razón (relación parte-parte, operador, cociente de dos números), fracción como reparto equitativo, fracción como división y la fracción como un punto de la recta numérica, siendo la interpretación parte-todo el origen de las demás (Llinares y Sánchez, 1997). De acuerdo con Perera y Valdemoros (2007), las personas utilizamos espontáneamente expresiones donde aparece el significado de fracción, p. ej., “medio litro”; “mediodía”; etc. Estos ejemplos bastan para ilustrar lo interiorizado que tenemos en nuestro vocabulario las fracciones; sin embargo,

para estos autores, esto no significa que sea un contenido fácil de aprender, sino que es uno de los contenidos que presentan mayores dificultades, fundamentalmente en los primeros niveles de Educación Primaria.

Existen diversos factores que contribuyen a estas dificultades. Vergnaud (1990), p. ej., indica que, en el contenido de las fracciones, se hace referencia a un conjunto de situaciones tan limitado que dificulta la comprensión al alumnado. Streefland (1991, 1993) afirma que las problemáticas se centran en no considerar la complejidad de las fracciones en la evolución del aprendizaje junto con la aproximación mecanicista, alejándose de la realidad y utilizando normas rígidas. En una línea parecida, Valdemoros (2010) señala la dependencia de los libros de texto, que presentan escasas situaciones y, si se dan, son muy mecanizadas. González (2015) también hace alusión a la falta de un contexto cotidiano y realista que, junto con la excesiva semántica, obstaculizan la comprensión. Para subsanar estas dificultades, en un trabajo de los años sesenta del S.XX, M. Goutard (citada por Sánchez, 2001, pp. 89-90) afirmó ya que:

Las fracciones no son algo que hay que saber, sino algo que hay que comprender, y no es posible comprenderlas antes de tener una suficiente experiencia con ellas... la clave del éxito en la iniciación al estudio de las fracciones es la variedad, el cambio, la diversidad de puntos de vista.

En este sentido, Butto Zarzar (2013) indica también que el aprendizaje del concepto de fracción no se puede basar solo en definiciones, sino que es necesario ofrecer diversas situaciones en las que se puedan descubrir diversas relaciones (Vergnaud, 1990). Streefland (1991, 1993) señala también la necesidad de fomentar el aprendizaje de las fracciones a partir del planteamiento de modelos apoyados en situaciones reales y materiales concretos sencillos y cargados de sentido para el alumnado.

Considerando estos antecedentes, en este estudio nos planteamos los siguientes objetivos: 1) diseñar un itinerario de enseñanza de las fracciones a partir de los planteamientos del EIEM; 2) validar el itinerario a partir del criterio de expertos en educación matemática y de maestros y maestras en activo; 3) analizar la adecuación del itinerario para atender la diversidad, a partir de la opinión de los maestros y maestras en activo.

### **3. METODOLOGÍA**

Para el diseño, construcción y validación del itinerario de enseñanza de las fracciones se consideraron dos fases: 1) la construcción de la versión piloto del itinerario; y 2) la validación a través del juicio de expertos y de profesorado en activo de Educación Primaria.

#### **3.1 Construcción de la versión piloto del itinerario de enseñanza de las fracciones**

En primer lugar, con base en la revisión literaria, se determinaron las finalidades y los contenidos de aprendizaje que se indican en la Tabla 1.

**Tabla 1-** Finalidades y progresión del aprendizaje del itinerario de enseñanza de las fracciones

Finalidades	Contenidos
Identificar y reconocer fracciones (propias, impropias y equivalentes)	Identificación, descripción y análisis de fracciones (Propias, impropias, equivalentes) presentes en diferentes contextos.
Comparar y ordenar fracciones de diferente denominador.	Fracciones en diferentes contextos de enseñanza-aprendizaje, reconociendo una fracción como una parte de una unidad.
Entender la fracción como una parte de una unidad.	Lectura y representación de fracciones.
Interpretar y representar fracciones.	

Seguidamente, se recogieron numerosos ejemplos de recursos cotidianos, manipulativos, lúdicos, literarios, tecnológicos y gráficos para elaborar las actividades de cada nivel del itinerario a partir de los planteamientos del ELEM (Alsina, 2019). En concreto, se diseñaron seis actividades correspondientes a los contextos informales (dos recursos cotidianos, dos manipulativos y dos juegos); dos de contextos intermedios (un recurso literario y otro tecnológico); y una de contextos formales (un recurso gráfico). En todos los casos, la estructura era la misma: descripción; objetivos; contenidos; materiales necesarios; experiencia; y preguntas de desarrollo.

### 3.2 Validación a través del juicio de expertos y de profesorado en activo

La versión piloto se sometió, en primer lugar, a la evaluación de siete expertos del grupo “Pensamiento Numérico y Algebraico” de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), que fueron codificados como validadores (V1, V2, V3...). Se entregó a cada validador un documento con: a) la propuesta de itinerario; b) una pauta de validación para valorar las actividades en relación al grado de correspondencia, la formulación y la pertinencia.

Los expertos aportaron comentarios sobre la correspondencia y la pertinencia. Para analizar dichos comentarios, se usó el Método de Comparaciones Constantes de la Teoría Fundamentada (Strauss y Corbin, 1990): se realizó una saturación de datos para eliminar información repetida, se establecieron categorías y se seleccionaron evidencias para cada categoría, es decir, comentarios representativos y auténticos de los validadores. A partir de este procedimiento, se obtuvieron las siguientes categorías:

- *Omisión de conocimientos*: incorporación de nuevos contenidos referentes a las fracciones (p. ej.: V4 “Echo en falta otros significados de la fracción”). Se incorporaron las fracciones mayores que la unidad.
- *Secuencia de las actividades*: mejoras en el orden de las actividades diseñadas (p. ej.: V1 “El itinerario es adecuado, aunque veo un salto bastante grande entre las primeras situaciones y las tareas más formales. ¿Sería pertinente una transición?”). Se modificaron las actividades del nivel intermedio, principalmente, para suavizar la transición de los contextos informales a los formales.
- *Recursos propuestos*: sustitución o incorporación de nuevos recursos (p. ej.: V1 “Dudo de la pertinencia del uso de la plastilina al ser un material moldeable”). Se eliminó la plastilina y se incorporaron piezas de Lego.
- *Gestión de las actividades*: cambios en la forma de llevar a cabo las actividades, como considerar los conocimientos previos o ampliar las preguntas planteadas (p. ej.: V2 “Se debería partir de los conocimientos previos”). Se ampliaron ambos aspectos.

Una vez realizadas las modificaciones, el itinerario de enseñanza de las fracciones se envió a catorce maestros y maestras de Educación Primaria en activo (codificados como M1, M2, M3...), que revisaron la nueva versión del itinerario siguiendo las mismas directrices que los expertos. Siguiendo el mismo procedimiento de análisis, se obtuvieron las siguientes categorías:

- *Estructura de las actividades*: cambios respecto a alguna de las partes de cada actividad, es decir, la descripción, objetivos, contenidos, materiales necesarios, experiencia y/o preguntas de desarrollo (p. ej.: M13 “Los objetivos son correctos, pero alguno podría ser más claro y específico”). Se concretaron mejor los objetivos y las consignas de las actividades.
- *Secuencia de las actividades*: mejoras en el orden de las actividades diseñadas (p. ej.: M5 “¿Es necesario cambiar tan deprisa de recurso manipulativo?, ¿No sería mejor aprovechar la familiaridad con un manipulativo para sacarle el máximo provecho?”). De nuevo, se revisaron las actividades del nivel intermedio, principalmente, para suavizar la transición de los contextos informales a los formales.
- *Recursos propuestos*: aclaraciones sobre alguno de los materiales propuestos (p. ej.: M7 “Faltaría determinar a qué franja de tiempo corresponde cada regleta”). Se especificaron los aspectos indicados por el profesorado en la versión definitiva del itinerario.
- *Gestión de las actividades*: nuevos cambios en la forma de llevar a cabo las actividades, como incentivar la interacción y el intercambio de ideas (p. ej.: M11 “Los alumnos podrían hacerse preguntas entre ellos. El reto de pensar una buena pregunta puede ser más productivo que contestarla; o sea que, para plantear una pregunta, tienen que tener muy claros los conceptos”). Se incluyó en las propuestas un tiempo inicial de experimentación y de diálogo para que el alumnado comunique sus conocimientos previos.
- *Formulación*: sustitución o modificación de algunos términos usados en el itinerario (p. ej.: M1 “Se podría cambiar la palabra “extranjeros” para que los niños no se sientan discriminados”). Se cambiaron los términos indicados.
- *Atención a la diversidad*: explicación más detallada sobre la forma de atender las diferencias individuales (p. ej.: M5 “Falta concretar en qué forma atenderíamos a los alumnos y alumnas con dificultades o con altas capacidades”). Se detalló cómo se atiende la diversidad y cómo se organiza el alumnado.

Finalmente, se solicitó también al profesorado si consideraban que las actividades del itinerario atendían a la diversidad. En concreto, debían valorar, a partir de dos escalas *Likert* de 1 (nada) a 5 (mucho), la utilidad de cada actividad para atender a alumnado con dificultades de aprendizaje de las matemáticas y con talento matemático respectivamente.

#### 4. RESULTADOS

Se presenta la versión final del itinerario inclusivo de enseñanza de las fracciones para 5º de Educación Primaria (10-11 años), junto con el análisis de las opiniones del profesorado acerca del grado de adecuación de las actividades que conforman el itinerario para atender la diversidad.

#### 4.1 Itinerario inclusivo de enseñanza de las fracciones para 5º de Educación Primaria (10-11 años)

El itinerario definitivo que se presenta en la Tablas 2 a 6 consta, al igual que la versión piloto, de nueve actividades y recoge todos los cambios introducidos a partir de la validación realizada.

**Tabla 2- Nivel 1: contextos informales/situaciones de vida cotidiana (SVC)**

<b>Estructura</b>	
<b>SVC I</b>	<p><b>Descripción:</b> Descubrir fracciones presentes en situaciones de la vida cotidiana, con la finalidad de identificar la fracción como parte de una unidad (la clase).</p> <p><b>Objetivos:</b> Reconocer la fracción como parte de una unidad; utilizar los números fraccionarios para interpretar información en contextos de la vida cotidiana; identificar las fracciones equivalentes mediante agrupaciones; resolver problemas de la vida cotidiana.</p> <p><b>Contenidos:</b> Concepto de fracción como relación entre las partes y el todo; uso y comprensión de las fracciones en contextos de la vida cotidiana; fracciones equivalentes.</p> <p><b>Materiales necesarios:</b> Piezas de lego iguales, Papel continuo para la reflexión final, rotuladores.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p><b>Experiencia:</b> Realizar un diálogo para que el alumnado pueda expresar qué creen que son las fracciones. En grupos de 4 alumnos/as, presentar el material y dejar un tiempo para la experimentación libre. A continuación, invitar al alumnado a analizar el problema presentado (indagación para extraer diferentes fracciones), guiando el análisis, a través de buenas preguntas, hacia la identificación de la fracción como parte de una unidad. Orientar al alumnado a manipular las piezas de lego para identificar la fracción. Una vez identificada la fracción, guiar al concepto de fracción equivalente mediante agrupaciones: 24 alumnos, 16 son de Girona (16/24). En esta situación, sugerir formar dos grupos idénticos: 8/12 y 8/12. Acompañarlo de representaciones gráficas y plasmar los resultados en el papel continuo.</p> <p><b>Preguntas de desarrollo:</b> ¿Cuántos niños hay respecto del total de alumnado de la clase?, ¿cuántas niñas hay respecto del total de la clase?          ¿Cuál es la fracción de alumnado con los ojos azules?, ¿y la de alumnado con ojos marrones? Si nos hacemos la misma pregunta pensando en todo el alumnado de la escuela, ¿cuál es la fracción del alumnado de la clase respecto del total del colegio?, ¿podemos reducir la fracción?</p>
<b>SVC II</b>	<p><b>Descripción:</b> Descubrir las fracciones en relación al tiempo dedicado a cada actividad, con la finalidad de identificar la fracción como parte de un conjunto.</p> <p><b>Objetivos:</b> Reconocer la fracción como parte de una unidad; utilizar los números fraccionarios para interpretar información en contextos de la vida cotidiana; identificar las fracciones equivalentes; resolver problemas de la vida cotidiana mediante fracciones.</p> <p><b>Contenidos:</b> Concepto de fracción como relación entre las partes y el todo; uso y comprensión de las fracciones en contextos de la vida cotidiana; unidades de medida del tiempo y su relación con las fracciones.</p> <p><b>Materiales necesarios:</b> Cuadro-resumen para apuntar el tiempo dedicado a cada actividad (ver cuadro-resumen), más piezas de lego iguales y papel continuo (ver vida cotidiana I).</p>



Actividad	Tiempo dedicado
Desayunar	
Aseo personal (ducha, lavarse los dientes, etc.)	
Escuela	
Comida	
Tiempo libre	
Actividad extraescolar	
Deberes	
Cenar	
Dormir	
Total tiempo	24 horas

Cuadro-resumen

**Experiencia:** En grupos de 4 alumnos/as, presentar de nuevo las piezas de lego como soporte visual para representar fracciones y establecer la correspondencia entre una pieza de lego y el tiempo de una actividad (p. ej., una pieza equivale a 30 minutos y el color determina el tipo de actividad). El maestro o maestra realiza un ejemplo a partir de sus actividades.

Invitar al alumnado a analizar el problema presentado, guiando el análisis hacia la identificación del tiempo dedicado a cada actividad en relación a 24 horas, a través de buenas preguntas.

Representar el tiempo de cada actividad en forma de fracción y plasmar los resultados en el papel continuo.

**Preguntas de desarrollo:** ¿Cuántas horas tiene un día?

¿Cuánto tiempo consideráis que puede representar una pieza de lego?, ¿cuál sería la mejor opción?

¿Cuánto tiempo dedicamos a cada actividad durante un día?, ¿qué fracción corresponde al tiempo que estamos en la escuela respecto el total del día?, ¿y el tiempo libre? Si juntamos el resultado de cada alumno/a, ¿qué fracción de tiempo dedica la clase? Si 6 alumnos/as hacen un total de 8 h diarias de deporte, ¿cuál es la fracción correspondiente?

Fomentar, a través de un diálogo conjunto, el análisis del problema resuelto.

**Tabla 3- Nivel 1: contextos informales/recursos manipulativos (RM)**

### Estructura

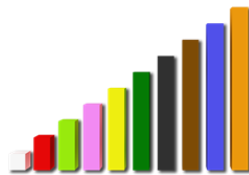
**Descripción:** Manipular las regletas con la finalidad de identificar la representación gráfica de cada actividad con su fracción algebraica correspondiente, y comparar el resultado con los compañeros de su grupo y ordenar de mayor a menor según el tiempo dedicado.

**Objetivos:** Representar gráficamente las fracciones; reconocer la relación entre fracciones (comparación y ordenación).

**Contenidos:** Comparación y ordenación de fracciones con el mismo denominador; la fracción y su representación gráfica.

**Materiales necesarios:** Regletas Cuisenaire, más cuadro resumen del tiempo dedicado a cada actividad (situaciones de vida cotidiana II)

RM I



**Experiencia:** En grupos de 4 alumnos/as presentar las regletas y, como en la actividad anterior, establecer la correspondencia entre el valor de una regleta y el tiempo que representa.

Invitar al alumnado a analizar el problema presentado, guiando el análisis hacia la representación gráfica y la comparación del tiempo fraccionario de cada alumno, a través de buenas preguntas.

Observar la manipulación de objetos, con el fin de analizar la identificación y representación de los números fraccionarios.

---

**Preguntas de desarrollo:** ¿Cuál es la representación gráfica en forma de fracción del tiempo dedicado a vuestras actividades?

¿A cuánto tiempo equivale la “Regleta de 1”?, ¿y la “Regleta de 3”?

¿Dedicáis el mismo tiempo que los compañeros de vuestro grupo a realizar las distintas actividades?, ¿quién dedica más tiempo a las actividades extraescolares?, ¿quién dedica menos tiempo al aseo personal?

Si ordenamos las fracciones según el tiempo dedicado, ¿cuál será la fracción más grande?, ¿y la más pequeña?

---

**Descripción:** A partir de la manipulación de recipientes de distinta capacidad, descubrir e identificar fracciones impropias, equivalentes, sumas de fracciones y desigualdades.

**Objetivos:** Buscar fracciones equivalentes; comparar fracciones; identificar fracciones impropias; identificar la relación entre el volumen y su fracción; estimación de fracciones.

**Contenidos:** Fracciones impropias; suma y comparación de fracciones.

**Materiales necesarios:** Jarra de agua de 5l por grupo, 4 botes por grupo teniendo en cuenta que las medidas deben ser reales, es decir, dentro del recipiente tiene que haber 2l. Además, se puede disponer de los mismos botes, pero con otras divisiones: p. ej., 1/6, 1/3, 1/2, etc. Cabe destacar que el recipiente tiene que ser liso.



RM II

**Experiencia:** - En grupos de 4 alumnos/as, presentar el material necesario y dejar un tiempo para la experimentación libre.

En primer lugar, enseñar un bote con las divisiones, pero sin el número, para que identifiquen a qué fracción corresponde.

Invitar al alumnado a analizar el problema presentado, guiando el análisis hacia la identificación de las fracciones impropias, a través de buenas preguntas. A partir de la representación, llegar a la conclusión que:  $10/4 = 2 + 2/4$

Experimentar con otras divisiones y volúmenes y terminar con un diálogo para reafirmar el aprendizaje.

**Preguntas de desarrollo:** ¿Cuál es la fracción correspondiente a una sola división? (enseñando el bote)

¿Cuántos cuartos hemos llenado cuando llenamos los diferentes botes de vidrio con el agua? Podemos decir que  $10/4$  es lo mismo que dos botes y dos cuartos? ¿por qué?

¿Qué pasa si tenemos un bote con sólo dos divisiones?; ¿qué equivalencias de fracciones podemos obtener manipulando diferentes botes con otras divisiones?

¿Hay fracciones que no sean equivalentes? ¿Cuáles son?

---

#### **Tabla 4- Nivel 1: contextos informales/recursos lúdicos (RL)**

---

##### **Estructura**

---

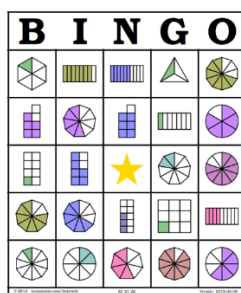
**Descripción:** Reforzar el concepto de fracción propia e impropia y de fracción equivalente, a partir del juego del Bingo.

**Objetivos:** Identificar fracciones con su representación gráfica a partir del modelo de área; identificar fracciones equivalentes a través del juego; reconocer fracciones propias e impropias.

**Contenidos:** Reconocimiento de fracciones equivalentes.

**Materiales necesarios:** Bingo de fracciones, cartones de bingo, gomets.

RL I



**Experiencia:** En parejas heterogéneas presentar el material necesario (en el caso de alumnado más avanzado, se puede utilizar un bingo sin marcar las separaciones en las representaciones visuales). Explicar las reglas del juego e invitar al alumnado a jugar: en la primera partida, la pareja jugará con un solo cartón. La segunda vez, cada alumno/a tendrá su propio cartón y jugará sólo. Observar si son capaces de identificar las fracciones equivalentes.

**Preguntas de desarrollo:** Empezamos, la fracción  $5/8$ , ¿alguien la tiene? Seguimos...

**Descripción:** Descubrir fracciones equivalentes, propias e impropias a partir del dominó con la finalidad de identificar y relacionar la representación gráfica con la algebraica.

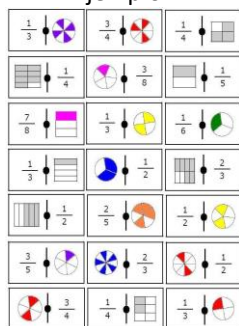
**Objetivos:** Comparar fracciones con distinto numerador y denominador; descubrir las fracciones impropias; Identificar fracciones equivalentes a partir de diferentes presentaciones de la fracción.

**Contenidos:** Comparación de fracciones con distinto denominador; reconocimiento de fracciones equivalentes; fracciones impropias.

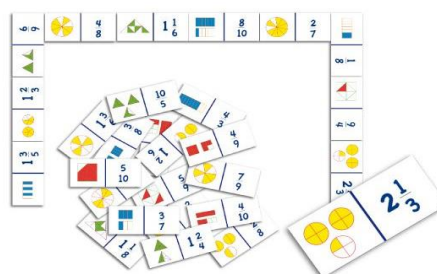
**Materiales necesarios:** Dominó de fracciones (1 por grupo).

RL II

Ejemplo 1



Ejemplo 2



**Experiencia:** En grupos de 4 alumnos/as, presentar el material necesario (en el caso de alumnos más avanzados, se puede utilizar un dominó sin marcar las separaciones en las representaciones visuales). Explicar las reglas del juego y buscar las fracciones equivalentes y fracciones propias e impropias. Invitar al alumnado a jugar y observar si son capaces de identificar las fracciones equivalentes.

**Preguntas de desarrollo:** ¿Quién empezará a jugar?; ¿qué condición se debe cumplir para poder colocar una pieza del dominó?

**Tabla 5- Nivel 2: contextos intermedios/recursos literarios y tecnológicos (RLT)**

**Estructura**

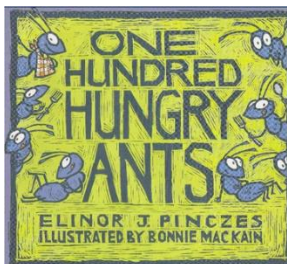
RLT I

**Descripción:** Descubrir, a partir del cuento “One hundred hungry ants” de Elinor J. Pinczes, la relación entre la descomposición del 100 y las fracciones que podemos obtener.

**Objetivos:** Obtener fracciones a partir de distintas representaciones de una misma cantidad de elementos; entender las fracciones a partir de una situación concreta; reducir las fracciones.

**Contenidos:** La fracción como parte de un conjunto; fracciones reducidas a la mínima unidad.

**Materiales necesarios:** Cuento, hojas de papel y lápiz.



**Experiencia:** Presentar el cuento al alumnado y leerlo conjuntamente.

En parejas heterogéneas, presentar el material necesario que se va a usar como soporte visual (dibujo) para representar fracciones.

Provocar un diálogo, a partir de buenas preguntas, para descubrir la relación del cuento con las fracciones. Buscar la fracción mínima equivalente.

**Preguntas de desarrollo:** ¿Qué sucede cuando las 100 hormigas se separan en dos grupos?, ¿Qué fracción podemos obtener?; ¿qué patrón siguen las hormigas cuando se van dividiendo?, ¿cómo podemos representar la relación a partir de una suma o resta de fracciones?

¿Cómo podemos representar gráficamente las diferentes divisiones de las hormigas?

**Descripción:** A partir de la manipulación del Diagrama de Freudenthal en versión *online*, descubrir e identificar fracciones equivalentes, sumas de fracciones y desigualdades.

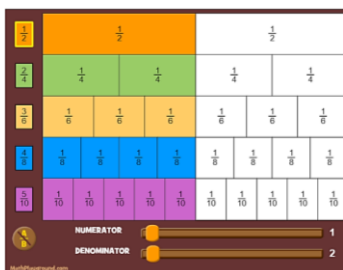
**Objetivos:** Buscar estrategias para demostrar igualdades y desigualdades con sumas y restas de fracciones, empleando el Diagrama de Freudenthal; comparar fracciones; establecer relaciones entre fracciones y expresarlas por medio de operaciones con fracciones; realizar estimaciones de fracciones.

**Contenidos:** Ordenar y comparar fracciones; fracciones equivalentes; suma de fracciones.

**Materiales necesarios:** Diagrama de Freudenthal

([https://www.mathplayground.com/Fraction\\_bars.html](https://www.mathplayground.com/Fraction_bars.html))

RLT II



**Experiencia:** En parejas heterogéneas, presentar el material necesario y dejar un tiempo para la experimentación libre.

Invitar al alumnado a analizar el problema presentado, guiando el análisis hacia la suma de fracciones y la identificación de fracciones equivalentes, a través de buenas preguntas.

**Preguntas de desarrollo:** ¿Qué combinación de fracciones podemos obtener de la fracción  $\frac{3}{4}$ ?; ¿qué equivalencias de fracciones podemos obtener a partir de ellas?; ¿hay fracciones que no sean equivalentes? ¿Cuáles son?

**Tabla 6- Nivel 3: contextos formales/recursos gráficos (RG)**

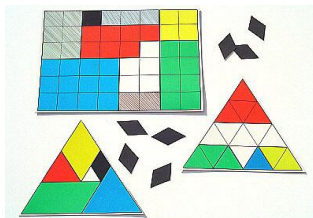
**Estructura**

**Descripción:** Observar los cartones proporcionados por el docente y analizarlos profundamente con la finalidad de provocar el diálogo entre el alumnado, primero en parejas y posteriormente en gran grupo.

**Objetivos:** Dialogar sobre qué parte de una determinada figura o del total representa una figura más pequeña; fortalecer el concepto de fracción como parte de una unidad.

**Contenidos:** Concepto de fracción como relación entre las partes y el todo; comparación de fracciones.

**Materiales necesarios:** Cartones con configuraciones de figuras planas de diferentes medidas y colores.



RG I

**Experiencia:** Presentar la actividad en gran grupo para posteriormente organizarse en parejas heterogéneas. Explicar las consignas de la actividad y hacer un ejemplo en gran grupo. En primer lugar, identificar las fracciones que podemos obtener del triángulo con las divisiones; posteriormente, pasar al triángulo sin divisiones.

Seguidamente, coger el rectángulo y proceder de la misma forma que con el triángulo. Es necesario saber que lo importante de esta actividad es la correcta identificación de las fracciones y no la rapidez o cantidad de estas.

Contestar a una serie de preguntas por parejas.

Al terminar las preguntas del maestro/a, se deja un tiempo para que cada integrante de la pareja piense preguntas para que su compañero las resuelva.

Reflexionar, en gran grupo, sobre las respuestas a las preguntas. Provocar el diálogo.

**Preguntas de desarrollo:**

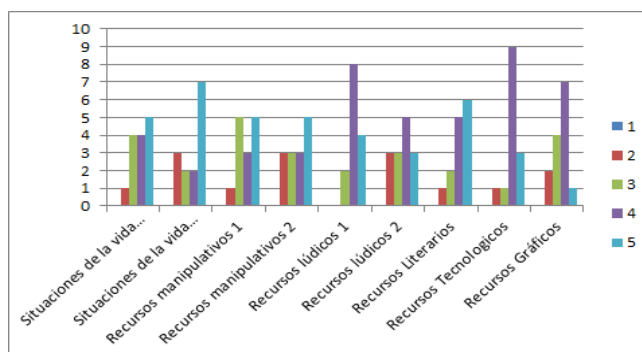
Si miramos la figura azul del primer cartón, ¿cuál es la fracción respecto al total?

Ahora, si observamos la figura roja, ¿cuál sería la fracción respecto a la figura azul? ¿y en relación al total?

Si observamos el triángulo, ¿qué color tiene la fracción más alta? ¿por qué?

**4.2 Análisis del grado de adecuación de las actividades para atender la diversidad del alumnado**

En el Gráfico 1 se presentan los datos correspondientes a las opiniones del profesorado acerca de la adecuación del itinerario para atender las dificultades de aprendizaje. Los datos se presentan agrupados en una escala numérica con cinco categorías: de (1) “no atiende a las dificultades de aprendizaje” a (5) “se adecua al alumnado con más problemas de aprendizaje”.

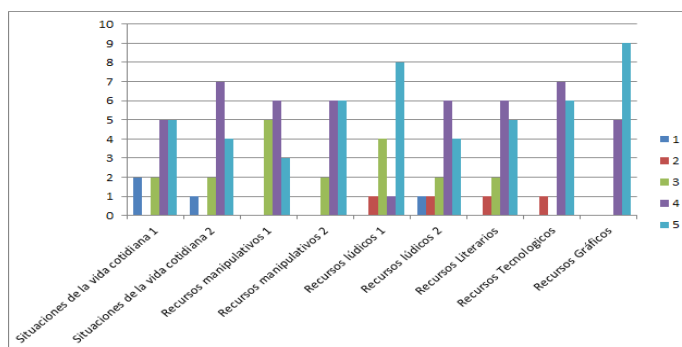


**Gráfico 1 - Dificultades de aprendizaje.**

En el Gráfico 1 se observa que la opinión mayoritaria del profesorado es que las actividades del itinerario son pertinentes para entender el concepto de fracción y su función, ya que la tendencia de las puntuaciones está en la franja alta (3 o mayor que 3).

Un análisis más detallado, sin embargo, permite matizar que algunas actividades generan alguna discrepancia, como “Recursos Manipulativos 2” y “Recursos Lúdicos 2”, puesto que si bien la mayoría piensa que son adecuadas (8 maestros), aumenta el número que no las consideran apropiadas (3 maestros) y algunos no se decantan hacia un lado u otro (3 maestros). Otro dato representativo es la alta valoración de los recursos tecnológicos (12 maestros), lo cual evidencia la buena consideración que la mayoría de maestros y maestras tienen sobre la tecnología.

Finalmente, en el Gráfico 2 se presentan los datos correspondientes a las opiniones del profesorado acerca de la adecuación del itinerario para atender al alumnado con talento matemático. Como en el Gráfico 1, los datos se presentan agrupados en una escala numérica con 5 categorías: de (1) “no atiende al talento matemático” a (5) “se adecua al alumnado con talento matemático”.



**Gráfico 2 - Opiniones acerca del talento matemático.**

En el Gráfico 2 se observa que la mayoría del profesorado coincide en que las actividades del itinerario son adecuadas también para el alumnado con talento matemático, si bien algunos opinan que las situaciones de la vida cotidiana, específicamente, no fomentan de la misma manera el aprendizaje de este alumnado en concreto (cuatro maestros/as han dado puntuaciones iguales o más bajas de 3). Asimismo, todos coinciden en que la actividad de recursos gráficos es

muy adecuada, lo que evidencia que el profesorado asume que las actividades que conducen más a la formalización son especialmente adecuadas para atender el talento matemático.

## 5. CONSIDERACIONES FINALES

En este estudio se ha presentado el diseño, construcción y validación de un itinerario inclusivo de enseñanza de las fracciones para alumnado de 5º de Educación Primaria (10-11 años) a partir de los planteamientos del ELEM (Alsina, 2018, 2019, 2020), y se han analizado las valoraciones del profesorado acerca de su adecuación para atender la diversidad.

Como se ha indicado, a través de este itinerario se pretende fomentar la comprensión de las fracciones más que la mera memorización, la actividad heurística más que la pura ejercitación, o el pensamiento matemático crítico más que la simple repetición (Alsina, 2019), puesto que diversos estudios indican que, en relación a la enseñanza de las fracciones, existe una dependencia de los libros de texto, con escasas iniciativas personales de otros planteamientos o situaciones y, si se dan, estas son muy mecanizadas (Valdemoros, 2010).

En relación con las validaciones de los expertos, los resultados han puesto de manifiesto algunas recomendaciones relativas a la mejora del itinerario para incluir todos los significados de las fracciones, como por ejemplo considerar la representación parte-todo. En este sentido, Llinares y Sánchez (1997) afirman que la interpretación parte-todo es el origen de las demás interpretaciones. Además, se han incorporado matices en la gestión de las actividades para facilitar la comprensión y desarrollo del itinerario, ya que, tal como sugieren diversos autores, las fracciones componen uno de los contenidos matemáticos que conllevan mayores dificultades, tanto para su enseñanza, como su aprendizaje (Perera y Valdemoros, 2007), por lo que es imprescindible una práctica docente orientada a promover la comprensión.

Las validaciones realizadas por el profesorado han aportado también diversas sugerencias para perfeccionar el itinerario, focalizadas principalmente en la necesidad de concretar mejor la estructura de las actividades y considerar la atención a la diversidad. Con base en estos comentarios, se ha modificado el itinerario partiendo de la base de que las matemáticas se deberían enseñar desde una perspectiva inclusiva, a través del pensamiento crítico, la manipulación y el juego principalmente, pero sin olvidar contextos más formales para promover la institucionalización de los aprendizajes (Alsina, 2019; Alsina y Planas, 2008). En este sentido, se ha concretado la estructura de cada actividad, añadiendo por ejemplo un tiempo para la manipulación libre y el pensamiento crítico a través del planteamiento de preguntas efectivas. Además, se ha precisado la atención a la diversidad aclarando las estrategias utilizadas.

Una vez obtenida la versión definitiva del itinerario se han analizado las opiniones del profesorado acerca de su adecuación para promover la atención a la diversidad y, más concretamente, para dar una respuesta inclusiva al alumnado con dificultades de aprendizaje de las matemáticas y con talento matemático. Si bien el profesorado ha considerado que, en general, el itinerario es adecuado para atender la diversidad, algunos datos necesitan un estudio más detallado, como por ejemplo la pluralidad de opiniones respecto a la adecuación de algunas actividades manipulativas y lúdicas para el alumnado con dificultades de aprendizaje, o bien las opiniones en relación a las actividades que parten de situaciones de vida cotidiana para atender al alumnado con talento matemático, que se contraponen a opiniones de autores que señalan que las fracciones son contenidos que hay que comprender y la clave del éxito en el estudio de

estos contenidos es la variedad y diversidad de puntos de vista (M. Goutard, citada por Sánchez, 2001).

Una de las principales limitaciones de este estudio ha sido no poder implementar el itinerario en un aula ordinaria como consecuencia de la crisis sanitaria ocasionada por la Covid-19 en España, puesto que el alumnado se encontraba confinado en sus hogares en el periodo planificado para llevar a cabo la intervención (marzo-junio 2020). Así, pues, en futuros estudios va a ser necesario implementar el itinerario diseñado para analizar, tanto el aprendizaje del alumnado en función del tipo de contexto, como sus actitudes, además de analizar los conocimientos y actitudes del profesorado, con el propósito de obtener datos más afinados que contribuyan a refinar el instrumento para desarrollar la competencia matemática del alumnado y la competencia profesional del profesorado.

## REFERENCIAS

- Ainscow, M. (2002). Rutas para el desarrollo de prácticas inclusivas en los sistemas educativos. *Revista de Educación*, 327, 69-82.
- Alsina, Á. (2010). La “pirámide de la educación matemática”, una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16.
- Alsina, Á. (2016). Diseño, gestión y evaluación de actividades matemáticas competenciales en el aula. *Épsilon, Revista de Educación Matemática*, 33(1), 7-29.
- Alsina, Á. (2018). Seis lecciones de educación matemática en tiempos de cambio: itinerarios didácticos para aprender más y mejor. *Padres y Maestros*, 376, 13-20.
- Alsina, Á. (2019). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*. Barcelona: Graó.
- Alsina, Á. (2020). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *TANGRAM – Revista de Educação Matemática*, 3(2), 127-159.
- Alsina, Á. y Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva. Propuestas para una educación matemática accesible*. Madrid: Narcea
- Artigue, M., y Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 45, 797–810.
- Bature, I. J., Atweh, B., y Treagust, D. (2016). Inclusivity: An Effective Tool for Achieving Quality Mathematics Classroom Instruction in Nigerian Secondary Schools. *Universal Journal of Educational Research*, 4(1), 173–180.
- Boghossian, P. (2006). Behaviorism, constructivism, and Socratic pedagogy. *Educational Philosophy and Theory*, 38(6), 713-722.
- Butto Zarzar, C.M. (2013). El aprendizaje de fracciones en Educación Primaria: Una propuesta de enseñanza en dos ambientes. *Horizontes Pedagógicos*, 15(1), 33-45.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- González, D. (2015). Errores comunes en el aprendizaje de las fracciones: Un estudio con alumnos de 12 / 13 años en Cantabria. Santander: Universidad de Cantabria. Recuperado de: <https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/6903/GonzalezdelOlmoDario.pdf?sequence=1>
- Korthagen, F. A. (2001). *Linking practice and theory. The pedagogy of realistic teacher education*. Londres: Lawrence Erlbaum Associates.
- Llinares, S y Sánchez, V (1997). *Fracciones. La relación parte-todo*. Madrid: Síntesis.



- NCTM (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: SAEM Thales.
- Olmos, G., y Alsina, Á. (2010). El uso de cuadernos de actividades para aprender matemáticas en educación infantil. *Aula de Infantil*, 53, 38-41.
- Perera, P. B y Valdemoros, M. E. (2007). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. En M. Camacho, P. Flores, y M<sup>a</sup>. P. Bolea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XI* (pp. 209–218). La Laguna, España: SEIEM.
- Sánchez, V. (2001). Dificultades específicas en el aprendizaje de las fracciones. Estudio de casos: implicaciones para la formación de maestros. En C. Chamorro y E. Fernández (Eds.), *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas* (pp. 13-27). Madrid, España: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- Strauss, A. y Corbin, J. (1990). *Basis of qualitative research. Grounded theory: procedures and techniques*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Streefland, L. (1991). *Fractions in Realistic Mathematics Education. A Paradigm of Developmental Research* Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic Publisher.
- Streefland, L. (1993). *Fractions: A Realistic Approach*. En T.P. Carpenter, E. Fennema, T.A. Romberg (Eds), *Rational Numbers: An Integration of Research* (pp. 289–325). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- UNESCO (1994). *Declaración de Salamanca y marco de acción sobre Necesidades Educativas Especiales*. París, Francia: UNESCO.
- UNESCO. (2003). *Superar la exclusión mediante planteamientos integradores en la educación: un desafío y una visión, documento conceptual*. París, Francia: UNESCO.
- Valdemoros, M. E. (2010). Dificultades experimentadas por el maestro de primaria en la enseñanza de fracciones. *RELIME*, 13(4-II), 423-440.
- Vergnaud, G. (1990). Psicología Cognitiva e do Desenvolvimento e Pesquisas em Educação Matemática: Algumas questões teóricas e metodológicas. *Caderno do CEM*, 2, 19-39.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Cambridge, UK: Harvard University Press.