

## Treball final de màster

**Estudi:** Màster en Enginyeria Industrial

**Títol:** Estudi comparatiu de mètodes de càlcul de fletxa a llarg termini d'estructures de formigó armat

**Document:** Memòria i annexos

**Alumne:** Joan Carbonell Valls

**Tutor:** Lluís Torres Llinàs

**Departament:** Enginyeria mecànica i de la construcció industrial

**Àrea:** Enginyeria de la construcció

**Convocatòria (mes/any):** Setembre 2018



*Al meu avi,*

# Agraïments

Agrair al meu tutor, Lluís Torres Llinàs, el seu suport, orientació i confiança durant la realització d'aquest projecte així com durant les assignatures impartides durant la meva formació acadèmica.

A tots els professors que m'han ajudat a millorar al llarg de la meva etapa formativa.

A la meva família, en especial als meus pares, Pere i Assumpció, a la meva germana Núria, i als meus avis Joan i Núria per ajudar-me sempre que els he necessitat i per fer-me millor persona.

Per últim, donar les gràcies als meus amics per treure'm un somriure sempre que els he necessitat.

# ÍNDIX

1	NOTACIÓ .....	1
2	PROPOSTA .....	3
2.1	Origen del projecte.....	3
2.2	Motivació.....	3
3	INTRODUCCIÓ .....	4
3.1	Objectius del projecte .....	4
3.2	Abast del projecte .....	4
4	ESTAT DE L'ART .....	5
4.1	Propietats dels materials .....	5
4.1.1	Formigó .....	5
4.1.2	Acer .....	6
4.1.3	Materials compostos de matriu polimèrica (FRP, Fibre Reinforced Polymer) .....	8
4.2	Càlcul de fletxes en bigues de formigó armat.....	10
4.2.1	Generalitats .....	10
4.2.2	Fórmula de Branson per formigó armat amb Acer .....	12
4.2.3	Expressions basades en la fórmula de Branson per a elements armats amb FRP 13	
4.2.4	Altres expressions per calcular fletxes d'elements de formigó armat amb FRP .	15
4.2.5	Codis de dissenys significatius .....	17
4.2.6	Fórmula de Bischoff per formigó armat amb FRP.....	19
4.3	Tipus de Fletxes .....	20

5	NORMATIVES.....	22
5.1	EHE-08 .....	22
5.2	Eurocodi-2 vigent .....	25
5.3	Eurocodi-2 proposat 2018 .....	26
5.4	Mètode simplificat AMADE .....	26
6	CÀLCULS .....	28
6.1	Càlculs utilitzant la normativa EHE-08 .....	29
6.2	Càlculs utilitzant la normativa Eurocodi-2 vigent .....	35
6.3	Càlculs utilitzant la normativa Eurocodi-2 proposat.....	40
6.4	Càlculs utilitzant el mètode simplificat d'AMADE .....	45
7	COMPARATIVA MÈTODES .....	48
7.1	Exemple per obtenir una gràfica amb el mètode EHE-08 .....	52
7.2	Exemple per obtenir una gràfica amb el Eurocodi-2 vigent.....	54
7.3	Exemple per obtenir una gràfica amb el Eurocodi-2 proposat .....	58
7.4	Exemple per obtenir una gràfica amb el mètode d'AMADE .....	59
8	ANÀLISIS DE RESULTATS .....	61
8.1	Resultats Eurocodi-2 vigent i Eurocodi-2 proposat parametritzats .....	61
8.2	Resultats entre els mètodes variant la resistència característica del formigó .....	63
8.3	Resultats entre els mètodes variant la relació entre el moment màxim i el moment de fissuració .....	65
8.4	Resultats entre els mètodes variant els paràmetres reològics .....	70
8.5	Resultats entre els mètodes variant les dimensions estructurals de la biga.....	72

8.6	Resultats entre els mètodes variant la proporció de les càrregues .....	77
9	RESUM DEL PRESSUPOST .....	78
10	CONCLUSIONS .....	79
11	RELACIÓ DE DOCUMENTS .....	82
12	BIBLIOGRAFIA .....	83
	A COMPROVACIÓ EXCELS .....	86
	C PRESSUPOST .....	88
	C.1 Quadre de preus.....	88
	C.2 Pressupost Parcial .....	88
	C.2.1 Recerca d'informació i Excel .....	88
	C.2.2 Generació de l'Excel .....	89
	C.2.3 Interpretació de resultats comprovació de l'Excel i redactat .....	89
	C.3 PRESSUPOST GLOBAL .....	89

## ÍNDEX DE FIGURES

Figura 1 Corba del formigó sota esforços de compressió. (Park and Paulay 1975) .....	5
Figura 2 Diagrama esforç-deformació per barres d'acer (CEN 2004) .....	7
Figura 3 Detall de les barres d'acer nervades .....	8
Figura 4 Diagrama tensió-deformació de barres FRP. (Barris 2011) .....	9
Figura 5 Distribucions de les Deformacions i tensions de una biga amb armadura de compressió i tracció.....	10
Figura 6 inèrcies equivalents pel càlcul de fletxes (Bischoff 2005) .....	20
Figura 7 exemple proposat.....	28
Figura 8 fletxa total - np exemple EHE-08 .....	54
Figura 9 fletxa total - np exemple EC-2 vigent.....	56
Figura 10 fletxa total - np exemple EC-2 proposat .....	58
Figura 11 fletxa total - np exemple AMADE .....	60
Figura 12 gràfica EC-2 vigent vs EC-2 proposat .....	62
Figura 13 comparativa EC-2 amb fletxa màxima .....	63
Figura 14 gràfica comparació resistència característica del formigó.....	64
Figura 15 gràfica comparació relació moment màxim vs fissuració (1) .....	66
Figura 16 gràfica comparació relació moment màxim vs fissuració (2) .....	67
Figura 17 gràfica comparació relació moment màxim vs fissuració (3) .....	69
Figura 18 gràfica comparació variant paràmetres reològics.....	70
Figura 19 gràfica comparació variant paràmetres dimensionals (1).....	73
Figura 20 gràfica comparació variant paràmetres dimensionals (2).....	74



Figura 21 gràfica comparació variant paràmetres dimensionals (3).....	75
Figura 22 gràfica comparació variant paràmetres dimensionals (4).....	76
Figura 23 gràfica comparació variant la proporció de les càrregues .....	77
Figura 24 fulla Excel metodologia EHE-08 .....	86
Figura 25 càlcul de $X_{fis}$ .....	86
Figura 26 Comprovació armadura mínima .....	87
Figura 27 exemple taula i gràfic .....	87

## ÍNDEX DE TAULES

taula 1 valors $n_p$ .....	48
taula 2 valors de la resistència característica del formigó .....	48
taula 3 valors relació moment màxim / moment fissuració .....	48
taula 4 valors paràmetres reològics .....	48
taula 5 valors paramètrics de les dimensions estructurals .....	49
taula 6 valors de la proporció de càrregues .....	49
taula 7 exemple de la taula per obtenir les gràfiques EHE-08 .....	54
taula 8 exemple de la taula per obtenir les gràfiques EC-2 vigent .....	57
taula 9 exemple de la taula per obtenir les gràfiques AMADE .....	60
taula 10 valors de les fletxes variant la resistència característica .....	65
taula 11 valors de les fletxes variant la relació moment màxim respecte moment de fissuració (1) .....	66
taula 12 valors de les fletxes variant la relació moment màxim respecte moment de fissuració (2) .....	67
taula 13 valors de les fletxes variant la relació moment màxim respecte moment de fissuració (3) .....	69
taula 14 valors de les fletxes variant els paràmetres reològics .....	71
taula 15 valors de les fletxes variant els paràmetres dimensionals (1) .....	73
taula 16 valors de les fletxes variant els paràmetres dimensionals (4) .....	76
taula 17 Preus unitaris dels diferents elements que formen el projecte .....	88

# I- MEMÒRIA

# 1 NOTACIÓ

Notació:

- $A_s$ : àrea de l'armadura de tracció
- $A'_s$ : àrea de l'armadura de compressió
- $A_{s,eq}$ : àrea de l'armadura de tracció equivalent
- $A'_{s,eq}$ : àrea de l'armadura de compressió equivalent
- $b$ : amplada de la secció
- $d$ : distància entre l'aresta superior de la secció i el centre de l'armadura de tracció
- $d'$ : distància entre l'aresta superior de la secció i el centre de l'armadura de compressió
- $E_c$ : mòdul elàstic del formigó
- $E_{c,ef}$ : mòdul elàstic del formigó efectiu
- $E_{FRP}$ : mòdul elàstic de l'FRP
- $E_s$ : mòdul elàstic de l'acer
- $f_{cd}$ : resistència a compressió de disseny del formigó
- $f_{cm}$ : resistència a compressió del formigó
- $f_{yd}$ : tensió de fluència de l'acer
- $h$ : altura de la secció de formigó
- $I_{cr}$ : inèrcia fissurada
- $I_e$ : inèrcia equivalent
- $I'_e$ : inèrcia equivalent de Bischoff
- $I_g$ : inèrcia bruta de la secció
- $I_m$ : moment d'inèrcia modificat
- $L$ : longitud total de l'element
- $M_a$ : moment aplicat a la secció
- $M_{cr}$ : moment de fissuració
- $M_{max}$ : moment màxim aplicat en el punt central de la biga
- $n$ : coeficient d'homogeneïtzació
- $n_f$ : coeficient d'homogeneïtzació efectiu
- $q_{sw}$ : càrrega distribuïda deguda al pes propi
- $t$ : edat del formigó considerada
- $t_0$ : edat del formigó amb la càrrega aplicada
- $x$ : posició de la línia neutra

- $\delta_i$ : fletxa instantània
- $\delta_d$ : fletxa diferida
- $\delta_t$ : fletxa total
- $\delta_a$ : fletxa activa
- $\delta_{cs}$ : fletxa deguda a la retracció
- $\epsilon_{cs}$ : deformació deguda a la retracció del formigó
- $\rho$ : quantia geomètrica
- $\varphi$ : coeficient de fluència

## **2 PROPOSTA**

### **2.1 Origen del projecte**

Cada dia és més comú l'ús de diferents mètodes per calcular una mateixa característica, en el nostre cas les fletxes a llarg termini. Això és degut a la implementació de noves normes que intenten ser una millora de les anteriors o perquè cada país té la seva pròpia normativa.

Degut a la diferència de metodologies a seguir per arribar a obtenir una mateixa conclusió s'ha cregut oportú la realització d'un estudi comparatiu entre els mètodes més usuals en el nostre entorn.

També és interessant el fet de poder veure els diferents materials com l'acer o compostos de matriu polimèrica (en anglès "Fibre Reinforced Polymers", FRP) com varien les seves fletxes a llarg termini.

### **2.2 Motivació**

Degut al que s'ha comentat en el punt anterior tant per la utilització dels diferents materials com la possibilitat de les normatives a seguir, ha motivat la necessitat d'elaborar una eina matemàtica amb la que poder realitzar les modificacions desitjades en els paràmetres que es creguin més crucials i així obtenir la configuració desitjada.

A nivell personal crec que també és interessant ampliar en el coneixement de les estructures treballant amb materials diferents de l'acer així com utilitzar diferents mètodes per a l'obtenció de les fletxes a llarg termini. D'aquesta manera podria anar un pas més enllà del que s'ha estudiat tant en el grau en tecnologies industrials com en el màster en enginyeria industrial.

També el fet de crear una eina matemàtica parametritzar els càlculs de manera automàtica pot ser de gran servei de cara al futur per a persones que ho necessitin.

## 3 INTRODUCCIÓ

### 3.1 Objectius del projecte

L'objectiu d'aquest treball és desenvolupar un estudi comparatiu per tal de poder analitzar la fletxa d'una biga, utilitzant diferents mètodes vigents en l'actualitat per determinar si els resultats obtinguts són similars o tenen una diferència significativa. A part també es podran modificar alguns valors per tal de veure l'efecte que tenen sobre la fletxa de la biga.

### 3.2 Abast del projecte

Per tal de complir amb l'objectiu del present projecte, a partir de les diferents equacions pròpies de cada mètode, s'aplicaran en un arxiu Excel, que ens permeti analitzar la fletxa de la nostra biga per cada un dels mètodes proposats.

En primer lloc, es durà a terme una breu explicació de les propietats dels materials i als diversos mètodes de càlcul de fletxes en bigues. Hem de tenir en compte que en el cas dels FRP no s'ha estandarditzat del tot un càlcul i pot ser que els resultats s'allunyin de la realitat.

Els usuaris que treballin amb aquesta eina podran introduir les propietats de la biga i obtenir la fletxa. També s'inclourà l'opció de poder modificar altres paràmetres per veure com afecta en la fletxa de la biga.

## 4 ESTAT DE L'ART

En el present projecte s'utilitzen elements estructurals com l'acer, materials FRP i el formigó per obtenir les bigues. Per tal de tenir una idea de les característiques de cada un dels elements amb els que treballarem es realitzarà una breu explicació.

### 4.1 Propietats dels materials

#### 4.1.1 Formigó

El formigó és un material fràgil que ha estat utilitzat en el món de la construcció des de fa centenars d'anys. Quan parlem de formigó estem parlant d'una roca artificial, fabricada a base de pasta de ciment i aigua que units conjuntament formen un material sòlid similar a la sorra o la grava. El ciment de l'actualitat està format per ciment, aigua, sorra i grava. Es tracta d'un material versàtil amb una gran durabilitat que té un gran ventall d'aplicacions, des del seu ús en ponts fins a construccions industrials.

La solidificació no és deguda a l'evaporació total de l'aigua, sinó que aquesta hidrata el ciment, enganxant entre ells la resta de components.

El formigó a compressió té una enorme resistència, degut a la capacitat que té en suportar grans pesos o càrregues. Aquest solidifica en poques hores i s'endureix en pocs dies, tot i que contínuament va guanyant resistència durant almenys els primers 28 dies. La seva llei constitutiva es sol obtenir de forma experimental a partir d'assajos amb provetes d'aquest material. A partir d'aquesta informació, s'ha acceptat que el comportament tensió-deformació al qual se li aplica esforços uniaxials de compressió té forma parabòlica, tal i com podem veure en la figura següent:

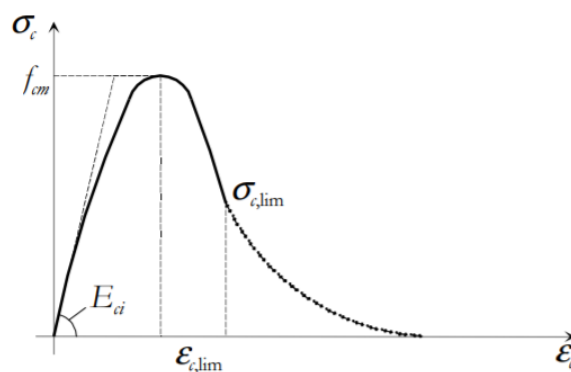


Figura 1 Corba del formigó sota esforços de compressió. (Park and Paulay 1975)



La primera part de la corba es sol considerar lineal fins a valors de tensió d'aproximadament el 40% de la resistència del formigó. Clarament un cop arribat a aquest punt, el comportament perd totalment la seva linealitat tal i com podem observar en la Figura 1.

Pel que fa al formigó treballant a tracció, pràcticament no té resistència. Inicialment treballa de forma lineal fins que la tensió assoleix el valor de la tensió resistent, superat aquest punt l'esforç per deformar el formigó decreix de forma considerable.

La tensió a tracció que suporta sol ser del voltant del 10 al 15% de la tensió que pot suportar a compressió. Tot i que amb el pas del temps el formigó es segueix endurint, aquest percentatge es manté més o menys estable.

Quan s'utilitza el formigó en una biga, aquest treballa a flexió, suportant compressions en la part superior de la secció i traccions en la part inferior, que provoquen el seu trencament degut a que no les pot suportar i es fissura. Aquestes fissures provoquen que la deformació al llarg de la biga no siguin constants, això és degut a que el fenomen de la fissuració, és un fenomen discret i és produeix de determinats punts de la biga.

Per tal de suportar els esforços de tracció generalment s'hi afegeix algun tipus de reforç, com podria ser d'acer o per altra banda d'FRP. La combinació del formigó amb un reforç permet que l'estructura pugui treballar de forma correcte tant per esforços de tracció com per esforços de compressió.

#### 4.1.2 Acer

Els reforços d'acer són molt utilitzats en el món de la construcció, principalment s'utilitzen per a millorar la resistència del formigó. Tal i com s'ha explicat, el formigó presenta una bona resistència a compressió, encara que a forces molt elevades també poden arribar a trencar-lo. En canvi quan parlem de la seva resistència a tracció, és el 10% aproximadament del que és capaç de suportar a compressió, per tant les barres d'acer actuarien en aquest punt, ja que ajuden a millorar la resposta del formigó a esforços de tracció aconseguint millorar-ne la resistència.

L'acer, per altra banda, té una altra resistència a tracció, a més de tenir una expansió tèrmica similar al formigó, fent que les tensions provocades per canvis de temperatura i ambient, entre ambdós materials siguin pràcticament negligibles, i una bon adherència entre els dos materials, que impedeix el lliscament relatiu entre les barres d'acer i el formigó que les embolcalla permetent una bona transmissió de tensions entre els dos materials.

Les barres d'acer presenten un comportament elàstic-plàstic tant quan actuen a tracció com a compressió, aquest comportament es troba actualment molt estudiat, essent el seu diagrama esforç-deformació el que tenim en la Figura 2.

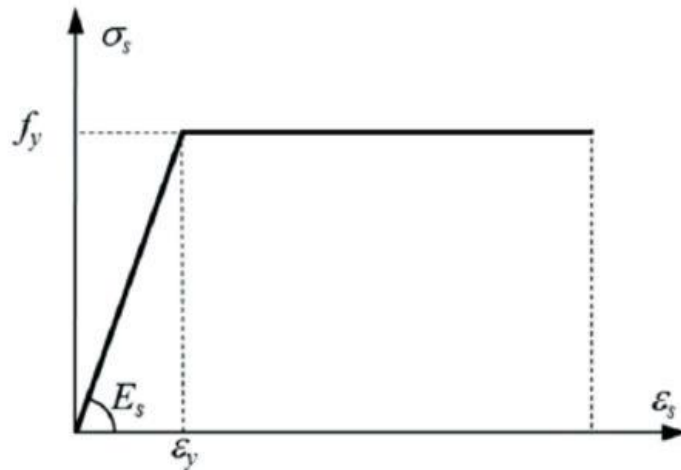


Figura 2 Diagrama esforç-deformació per barres d'acer (CEN 2004)

Podem comprovar com en el diagrama es poden diferenciar molt bé dos trams. En l'inici les tensions són directament proporcional a les deformacions, essent aquesta zona la que representa el comportament elàstic d'aquest element. Mentre que la segona part del diagrama, la tensió es manté constant per qualsevol deformació, aquest comportament correspon al comportament plàstic de l'acer.

Generalment, les estructures de formigó reforçades amb acer es dissenyen suposant que el formigó no pot suportar esforços de tracció, degut a la seva baixa resistència. Per tant, es dimensiona el reforç per tal que sigui l'encarregat de suportar la totalitat dels esforços de tracció. S'ha de tenir en compte, que la unió entre el formigó i l'acer sigui la correcta, ja que en cas contrari les barres lliscarien per l'interior del formigó i no treballaria de forma correcta. Per això, es molt important compactar bé la zona que envolta el reforç. Generalment, les barres d'acer són nervades o amb formes que permeten millorar l'adherència tal i com podem veure en la Figura 3.



*Figura 3 Detall de les barres d'acer nervades*

Tot i això, hi ha casos en què pot ser necessari reforçar el formigó per tal que suporti millor esforços de compressió col·locant barres d'acer en la part comprimida de la secció del formigó. Aquesta armadura es sol anomenar armadura secundària o de compressió.

#### 4.1.3 Materials compostos de matriu polimèrica (FRP, Fibre Reinforced Polymer)

Els materials compostos de matriu polimèrica o FRP són uns materials compòsits formats per una matriu polimèrica reforçada per fibres. La combinació de diferents tipus de matrius i fibres permet obtenir materials compòsits amb una gran varietat de propietats mecàniques diferents.

Generalment aquestes fibres solen ser de vidre, basalt, aramida o carboni. El primer és el més utilitzat actualment, pot actuar com aïllant elèctric, té una bona resistència a la calor i un baix cost, això sí, un dels problemes que presenten és la seva durabilitat, ja que si es troben sense protegir es degraden, especialment amb ambients alcalins. A més de poder-se produir un trencament sobtat quan es troben sotmeses a càrregues superiors a una determinada fracció de la seva resistència instantània. Les fibres de basalt tenen una major resistència a la tracció que les fibres de vidre, amb un cost bastant similar, a més de tenir una millor resistència als alcalins del formigó. Per altra banda l'aramida té una gran resistència, un mòdul de Young gran i la seva densitat és aproximadament un 40% més baixa que la de les fibres de vidre. En contra, tenen un cost més elevat que els altres dos tipus citats anteriorment i aquest és un dels motius que fan que siguin menys utilitzats. A més, les fibres d'aramida absorbeixen humitat per tant s'ha de tenir en compte tant en l'emmagatzematge i la planificació ja que pot ser un fet crític fins a impregnar-les amb una matriu base. Per últim, les fibres de carboni tenen una gran resistència a la tracció i un gran mòdul elàstic, essent aquest en algun cas similar al de l'acer. És un material popular en aplicacions aeroespacials degut a la bona relació resistència/pes que és la millor comparació amb els altres tipus de fibra esmentats. En contra, es tracta del tipus de fibra més

car. En la Figura 4 es pot veure una comparativa entre el ventall de mòduls elàstics que poden prendre les barres d'FRP en funció del tipus de fibra en comparació amb l'acer.

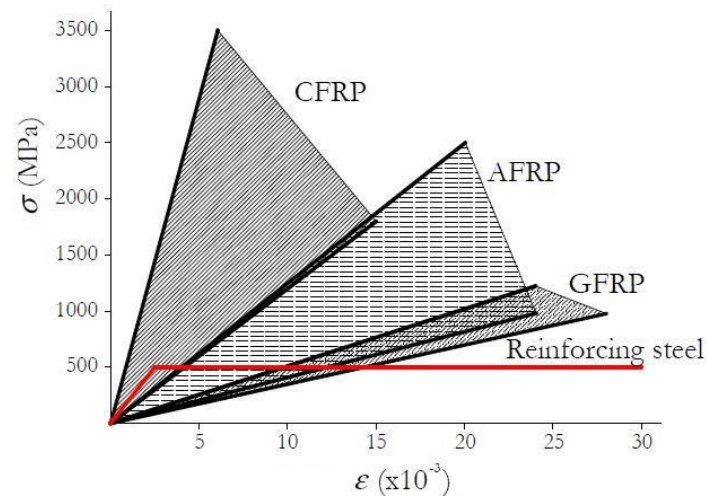


Figura 4 Diagrama tensió-deformació de barres FRP. (Barris 2011)

Tal i com es pot veure els FRP no presenten cap zona plàstica, sinó que es comporten exclusivament de forma elàstica, a diferència de l'acer. Per altra banda, podem comprovar com, en general, el mòdul elàstic dels FRP és inferior al de l'acer, provocant que per un mateix esforç s'obtinguin deformacions superiors.

Les matrius s'encarreguen de protegir les fibres, assegurant que aquestes es mantinguin alineades i permeten una bona distribució de les càrregues entre les fibres. Les resines utilitzades es solen classificar en termostables o termoplàstiques. Generalment, en construcció s'utilitzen les primeres. Aquestes resines inicialment tenen una baixa viscositat que va en augment al assolir un estat sòlid, moltes d'elles també són sensibles a la calor i a l'exposició dels rajos ultra violetes.

Els FRP destaquen tal i com hem comentat per la seva gran relació residència/pes, combinant fibres de vidre o carboni amb un altre polímer. Aquests tipus de materials s'han utilitzat en la indústria civil, aeroespacial i de l'automació ja que per aquestes aplicacions es busca un molt bon rati resistència/pes i una bona rigidesa.

En l'actualitat, les característiques d'aquests materials han provocat un augment significatiu en la seva popularitat en el món de la construcció i la rehabilitació, principalment d'estructures de formigó antigues, danyades o sobrecarregades.

El gran benefici que aporta l'ús dels FRP davant dels mètodes de rehabilitació tradicionals és el guany tant en resistència a flexió, com a esforços axials o tallant que es pot aconseguir amb un mètode d'aplicació senzill i que no afegeix un pes significatiu a l'estructura.

L'ús de l'acer en els reforços d'estructures de formigó ha estat el mètode principal emprat durant dècades, però degut a la corrosió, la degradació i les dificultats que presenta la seva aplicació han suposat reptes que fàcilment es poden superar fent ús dels FRP.

## 4.2 Càlcul de fletxes en bigues de formigó armat

En aquest apartat es durà a terme una introducció al càlcul de fletxes en bigues de formigó armat, en primer lloc s'explicaran les generalitats que es segueixen i, seguidament, algunes de les expressions analítiques trobades al llarg dels darrers anys, a més de les diferents normatives amb les quals estem treballant. Cal tenir en compte que degut a les propietats dels FRP el càlcul de les fletxes pot ser crític a l'hora de dimensionar la secció, ja que aquest tipus d'estructures l'estat límit de servei resulta ser més limitant que l'estat límit últim.

### 4.2.1 Generalitats

En el càlcul d'esforços en bigues de formigó armat, tant per acer com FRP, es compleixen tres condicions a nivell seccional: la compatibilitat de deformacions, les equacions constitutives i l'equilibri de forces i moments.

En primer lloc, la compatibilitat de deformacions suposa que les seccions planes abans de la deformació segueixen essent planes després de la deformació, aquesta hipòtesi s'anomena hipòtesi de Bernoulli.

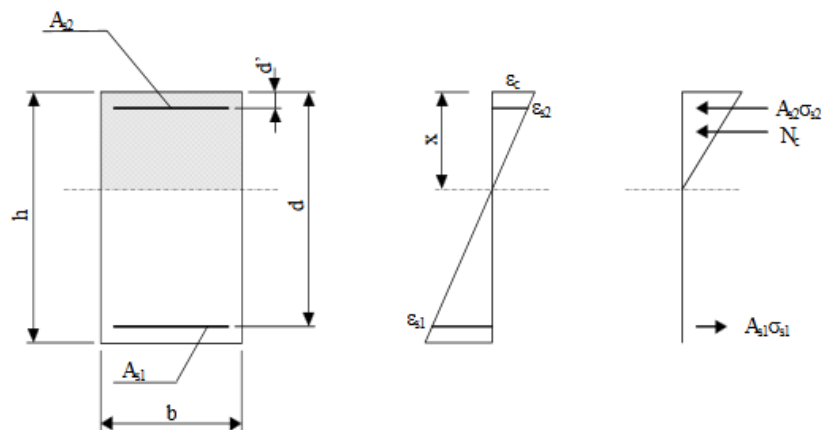


Figura 5 Distribucions de les Deformacions i tensions de una biga amb armadura de compressió i tracció

En la Figura 5 es pot observar un cas en què la biga es troba reforçada tant a tracció com a compressió, si tenim en compte la hipòtesi de Bernoulli hem de complir l'equació següent:

$$\frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_{s1}}{d - x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x - d'} \quad (1)$$

De l'equació ( 1 ) tenim que  $\varepsilon_c$  és la deformació del formigó,  $\varepsilon_{s1}$  és la deformació de l'armadura de tracció,  $\varepsilon_{s2}$  és la deformació de l'armadura de compressió,  $x$  és la posició de la línia neutra respecte l'aresta superior de la secció,  $d$  és la distància entre l'aresta superior de la secció i la posició del centre de les barres a tracció i  $d'$  és la distància entre l'aresta superior de la secció i el centre de les barres a compressió.

Pel que fa a les equacions constitutives es suposa que en tot moment els materials es comporten seguint aquestes lleis, ja explicades anteriorment.

Per últim, s'ha de complir la hipòtesi d'equilibri, que implica que les accions internes (tensions i forces) s'han d'equilibrar amb les sol·licitacions de la secció.

$$\sum F = 0 \quad (2)$$

$$\sum M = 0 \quad (3)$$

Si agafem com exemple el de la Figura 5 obtenim el següent equilibri de forces:

$$A_{s2} * \sigma_{s2} + N_c = A_{s1} * \sigma_{s1} \quad (4)$$

On  $\sigma_{s1}$ ,  $\sigma_{s2}$ , són les tensions que suporten les armadures de tracció i compressió,  $A_{s1}$  i  $A_{s2}$ , són les superfícies dels reforços a tracció i compressió.

#### 4.2.2 Fórmula de Branson per formigó armat amb Acer

Branson (1977) va proposar una equació pel càlcul de fletxes en bigues de formigó armat amb acer que ha estat molt utilitzada al llarg del temps. Aquesta es basa en el càlcul d'un moment equivalent uniforme al llarg de tota la biga i, posteriorment, utilitzar les equacions de les fletxa utilitzades per comportament elàstic. Aquesta inèrcia equivalent el que pretén és tenir en compte un estat intermedi entre la secció bruta o sense fissurar i la secció totalment fissurada en funció del moment aplicat a la biga ( $M_a$ ).

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 * I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \leq I_g \quad (5)$$

On  $I_g$  és la inèrcia de la secció bruta,  $I_{cr}$  és la inèrcia de la secció fissurada,  $M_{cr}$  és el moment de fissuració i  $M_a$  és el moment aplicat a la biga. Aquesta equació és la utilitzada per la normativa EHE-08. En els posteriors exemples de càlculs s'analitzaran les equacions per obtenir els paràmetres necessaris per dur a terme l'equació.

Aquesta expressió es va obtenir de forma semi empírica amb elements sotmesos a flexió amb reforços d'acer amb una quantia superior a l'1% i sobreestima la rigidesa dels elements quan la relació entre la inèrcia bruta i la fissurada és superior a 3 (Bischoff 2005). Tot i això, l'expressió en general dona bons resultats en la gran majoria d'aplicacions, generant alguns dubtes en casos de càrregues complexes.

Per tant, en usar l'expressió (5) la fletxa es calcula amb expressions derivades de la Resistència de Materials. En els nostres casos treballem amb assajos de bigues recolzades en els seus dos extrems i d'on obtenim l'expressió següent:

$$\delta = \frac{5 * q * L^4}{384 * E_{c,ef} * I_e} \quad (6)$$

On  $q$  és la càrrega aplicada,  $L$  és la longitud de la biga,  $E_{c,ef}$  és el mòdul elàstic del formigó i  $I_e$  és la inèrcia equivalent de Branson. Veurem que l'equació (6) en funció del mètode amb el que treballem tindrà uns valors o uns altres. Aquestes diferències les veurem amb més detall en els propers apartats.

#### 4.2.3 Expressions basades en la fórmula de Branson per a elements armats amb FRP

A mesura de fer càlculs, s'ha vist que quan l'armadura enlloc de ser d'acer és d'FRP els resultats obtinguts amb la fórmula de Branson no s'ajusten als resultats experimentals. Per aquest motiu han aparegut una gran quantitat d'expressions equivalents amb l'objectiu de millorar-los.

També dins el grup de recerca d'AMADE la doctora Cristina Barris Peña amb la seva tesi "SERVICEABILITY BEHAVIOUR OF FIBRE REINFORCED POLYMER REINFORCED CONCRETE BEAMS" treballa el comportament dels armats amb FRP.

Benmokrane (1996) va suggerir que per tal de millorar el rendiment de l'equació original ( 5 ) s'havia de modificar, ja que aquesta tenia tendència a proporcionar valors teòrics de fletxes inferiors als experimentals. A partir de diferents assajos es van determinar diferents constants que modificaven aquesta equació. I van definir la nova inèrcia equivalent segons

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 * \frac{I_g}{7} + 0,084 * \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] * I_{cr} \leq I_g \quad (7)$$

Aquests coeficients es van atribuir a l'alta deformació que poden patir les barres d'FRP en comparació amb les d'acer, provocant una gran reducció de la zona a compressió en la secció de les bigues quan el moment aplicat arriba al moment fissurat.

Estudis posteriors van anar millorant l'equació ( 5 ) amb la intenció d'aconseguir que convergeixi amb la inèrcia de la secció fissurada més ràpidament que amb l'equació cúbica. Brown and Bartholomew (1996) van proposar que l'equació de Branson es podia utilitzar amb uns resultats força acurats si enlloc d'eleva els termes a la tercera s'elevaven a la cinquena.

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^5 * I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^5\right] I_{cr} \leq I_g \quad (8)$$

Alsayed (2000) feia una proposta similar, d'acord als seus assajos l'ordre de l'expressió proposava que fos 5,5 enlloc dels 3 o 5 ja proposats.

A posteriori, una nova proposta pel càlcul del moment d'inèrcia efectiu era desenvolupada per Toutanji and Saafi (2000). Aquesta proposava que l'ordre de l'expressió depengués del mòdul elàstic del reforç de FRP i, a la vegada, de la quantia, ja que a partir de l'experimentació van



observar que per bigues armades amb FRP amb una quantia geomètrica de 0,7% els resultats eren subestimats un 60%. Es va desenvolupar l'expressió següent:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^m * I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^m\right] I_{cr} \leq I_g \quad (9)$$

On el terme m es calcula com

$$m = 6 + 10 * \frac{E_{FRP}}{E_s} * \rho_{FRP} \quad (10)$$

Si es complia que

$$\frac{E_{FRP}}{E_s} * \rho_{FRP} > 0,3 \quad (11)$$

En cas contrari m valdria 3.

On  $E_{FRP}$ , és el mòdul d'elasticitat del FRP,  $E_s$  és el mòdul elàstic de l'acer i  $\rho_{FRP}$  és la quantia geomètrica de l'armadura.

Finalment, Yost (2003) partint de l'equació de Branson, va detectar a través de l'experimentació que, en la seva utilització en formigó armat amb FRP, quedava sobreestimada, per tal de corregir-ho va proposar un coeficient  $\beta$  amb la intenció de compensar el baix mòdul elàstic i les diferents propietats d'adherència dels dos materials.

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 * \beta * I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \leq I_g \quad (12)$$

On

$$\beta = \alpha * \left(\frac{E_{FRP}}{E_s} + 1\right) \quad (13)$$

On  $\alpha$  és un coeficient per l'estimació de l'adherència i el tipus de barra utilitzades i s'obté a partir de

$$\alpha = 0,064 * \left( \frac{\rho_{FRP}}{\rho_{bal}} \right) + 0,13 \quad (14)$$

On  $\rho_{bal}$  és la quantia balancejada que s'obté aplicant

$$\rho_{bal} = 0,85 * \beta_1 * \frac{f_c}{f_{fu}} * \frac{E_{FRP} * \varepsilon_{cu}}{E_{FRP} * \varepsilon_{cu} + f_{fu}} \quad (15)$$

On  $f_c$  és la resistència a compressió del formigó,  $f_{fu}$  és la resistència última del reforç d'FRP,  $E_{FRP}$  és el mòdul elàstic de l'FRP i  $\varepsilon_{cu}$  és la deformació última del formigó.

Més recentment, Rafi and Nadjai (2008) van ajustar l'equació de Branson, a partir d'una extensa base de dades experimentals, introduint un factor  $\gamma$  que reduïa la proporció del moment d'inèrcia fissurat.

$$I_e = \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 * \beta * I_g + \left[ 1 - \left( \frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] * \frac{I_{cr}}{\gamma} \leq I_g \quad (16)$$

On  $\gamma$  es calcula com

$$\gamma = 0,86 * \left( 1 + \frac{E_{FRP}}{100} \right) \quad (17)$$

#### 4.2.4 Altres expressions per calcular fletxes d'elements de formigó armat amb FRP

Altres autors van proposar els seus mètodes basats en el mètode de la integració per curvatures, pel fet que consideren que assumir un valor constant per la inèrcia al llarg de tota la biga no és del tot cert. Tot i això, la precisió de les aproximacions proposades venen marcades pels valors de curvatura assumits un cop la biga es troba fissurada.

Faza and GangaRao (1992) va desenvolupar un model per calcular la fletxa al centre d'una biga que treballa a quatre punts de flexió a través de la integració del diagrama de curvatures. Van suposar que el formigó es trobaria totalment fissurat entre els dos punts en que s'aplica la

càrrega, mentre que la resta de la biga es trobaria parcialment fissurada, aplicant per aquest tram la fórmula de Branson per obtenir la inèrcia.

Per calcular la fletxa màxima s'ha d'aplicar la fórmula següent:

$$\delta_{max} = \frac{23 * P * L^3}{648 * E_c * I_m} \quad (18)$$

On P és el valor de la càrrega aplicada, L és la longitud de la biga entre els dos suports,  $E_c$  és el mòdul elàstic del formigó i  $I_m$  és el moment d'inèrcia modificat. Aquest relaciona el moment d'inèrcia fissurat i l'equivalent per tal de ser utilitzat al llarg de tota la biga, l'obtenim a partir de l'equació

$$I_m = \frac{23 * I_{cr} * I_e}{8 * I_{cr} + 15 * I_e} \quad (19)$$

També, Razaqpur et al. (2000) no estudia el moment d'inèrcia fissurat, sinó que calcula directament la fletxa de les bigues mitjançant el mètode basat en la integració de la relació moment-curvatura, proposant l'expressió següent:

$$\delta_{max} = \frac{P * L_1}{24 * E_c * I_{cr}} * (3 * L^2 - 4 * L_1^2 - 8 * \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right) * \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 * L_1^2) \quad (20)$$

On  $L_1$  és la distància entre el recolzament i el punt d'aplicació de la càrrega.

Tal i com es pot comprovar, la fórmula anterior no utilitza cap moment d'inèrcia equivalent, a diferència dels altres mètodes.

Hall and Ghali (2000) van definir un moment d'inèrcia mitjà a partir de la curvatura mitjana definida de la manera següent

$$C_m = \frac{M_a}{E_c * I_m} \quad (21)$$

La inèrcia mitjana la defineixen com

$$I_m = \frac{I_{cr} * I_g}{I_g * \zeta + I_{cr} * (1 - \zeta)} \quad (22)$$

I  $\zeta$  la calculen

$$\zeta = 1 - \beta * \left( \frac{\sigma_{II}}{\sigma_I} \right)^2 \quad (23)$$

On  $\beta$  és igual a  $\beta_1 * \beta_2$  seguint l'Eurocodi-2 (CEN 1992),  $\sigma_I$  és la tensió en el reforç i  $\sigma_{II}$  és la tensió sota les condicions de càrrega que causa la primera fissura.

Basant-se en el mètode Favre and Charif (1994), Abdalla (2002) proposa dur a terme el càlcul de la inèrcia equivalent de la manera següent

$$I_e = \frac{I_g * I_{cr}}{I_{cr} * \zeta + 1,15 * I_g * (1 - \zeta)} \quad (24)$$

I el factor  $\zeta$  el calculen com

$$\zeta = \frac{0,5 * M_{cr}}{M_a} \quad (25)$$

En l'equació ( 40 ) apareix un factor de 1,15 per tenir en compte la reducció de la tensió per enduriment de la secció totalment fissurada del formigó.

#### 4.2.5 Codis de dissenys significatius

Tot seguit es mostraran les expressions tant pel càlcul del moment d'inèrcia equivalent i la deformació en el centre de la biga segons les normes més representatives pel càlcul d'estructures de formigó armat amb FRP i amb acer.

El codi americà ACI 318 per al càlcul d'elements de formigó armat amb acer basa el càlcul de la fletxa a partir de la fórmula de Branson.

Mentre que per a elements de formigó armats amb FRP el comitè de l'American Concrete Institute (ACI 440) han publicat diverses versions pel càlcul de les fletxes, basant-se en l'equació de Branson pel càlcul de la inèrcia equivalent.

L'any 2001 (ACI 440.1R-01) i el 2003 (ACI 440.1R-03) es proposa aplicar un coeficient de reducció  $\beta$  quedant l'expressió de la inèrcia equivalent següent

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 * \beta * I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] * I_{cr} \quad (26)$$

En un principi aquest coeficient de reducció tenia un valor de 0,6. Mentre que l'ACI recomana calcular-lo utilitzant

$$\beta = \alpha * \left(\frac{E_{FRP}}{E_s} + 1\right) \quad (27)$$

On  $\alpha$ , segon ACI 440.1R-03, es va calibrar de tal forma que depengués de la quantia longitudinal de l'armadura

$$\alpha = 0,0064 * \left(\frac{\rho_f}{\rho_{fb}}\right) + 0,13 \quad (28)$$

Posteriorment, en la versió de l'any 2006 (ACI 440.1R-06), van adaptar de nou el valor de  $\beta$  a partir d'una base experimental més extensa que incloïa tant barres de GFRP i CFRP en l'armadura, com a resultat va sorgir la fórmula següent

$$\beta = \frac{1}{5} * \left(\frac{\rho_f}{\rho_{fb}}\right) \leq 1 \quad (29)$$

Pel que fa a la norma canadenca ISIS Canada (2001) recomana pel càlcul de la inèrcia equivalent l'expressió desenvolupada per Ghali et al. (2001), que es basa en el càlcul de la inèrcia de Benmokrane et al. (1996) i Gao et al. (1998).

$$I_e = \frac{I_{cr} * I_g}{I_{cr} + \left(1 - 0,5 * \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2\right) * (I_g - I_{cr})} \quad (30)$$

Per últim la norma canadenca CSA (2002) es basa en la metodologia proposada per Razaqpur et al. (2000) en l'equació ( 20 ).

#### 4.2.6 Fórmula de Bischoff per formigó armat amb FRP

Bischoff et al. (2005) mostra de forma justificada les imprecisions que es cometien amb l'ús de les expressions basades en Branson per a quanties petites, ja que moltes d'elles s'havien obtingut de forma experimental i no es contemplaven rigideses baixes. Per aquest motiu presenta una nova expressió pel càlcul del moment d'inèrcia equivalent que és la següent

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \eta * \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2} \leq I_g \quad (31)$$

On el coeficient  $\eta$  es calcula com

$$\eta = 1 - \frac{I_{cr}}{I_g} \quad (32)$$

Mentre que pel càlcul de la fletxa s'utilitza l'expressió ( 6 ).

L'expressió ( 31 ) va ser desenvolupada inicialment per a tensions axials i posteriorment adaptada també per a elements a flexió, afegint un coeficient  $\beta$  en el denominador per tal de tenir en compte la tensió que es produeix en el pas de la secció sense fissurar a la secció fissurada, prenent un valor entre 0 i 1.

Tot i ser una expressió llargament acceptada, no és la que ofereix els millors resultats, sinó que és més precisa quan s'utilitza la integració de curvatures. Bischoff et al. (2005) proposa un nou moment d'inèrcia equivalent molt similar a l'anterior però afegint un factor  $\gamma$  per tal de tenir en compte aquesta integració.

$$I'_e = \frac{I_{cr}}{1 - \gamma * \eta * \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2} \leq I_g \quad (33)$$

Aquesta equació intenta obtenir un moment d'inèrcia que tingui en compte els canvis de resistència al llarg de la longitud de l'element. El factor  $\gamma$  depèn del tipus de la càrrega aplicada i de les condicions de contorn, tal i com podem veure en la taula següent:

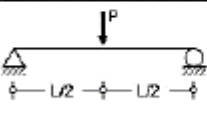
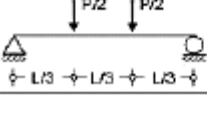

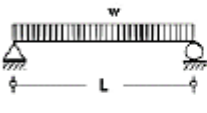
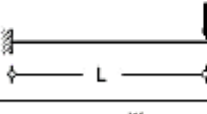
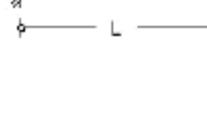
Beam & Loading Type	Deflection expressions considering tension stiffening	Deflection expressions with no tension stiffening in cracked region (CSA S808):
	$I_e = I_g$ for $M(x) \leq M_{cr}$ $I_e = I_{cr} / [1 - \eta(M_{cr} / M(x))^2]$ for $M(x) > M_{cr}$ $I_e' = I_{cr} / [1 - \gamma \eta (M_{cr} / M_a)^2]$ where $\eta = 1 - I_{cr} / I_g$	$I_e = I_g$ for $M(x) \leq M_{cr}$ $I_e = I_{cr}$ for $M(x) > M_{cr}$
	$\Delta = PL^3 / 48 E_c I_e'$ and $M_a = PL / 4$ $\gamma = 3 - 2(M_{cr} / M_a)$	$\gamma = M_{cr} / M_a$
	$\Delta = 23PL^3 / 1296 E_c I_e'$ and $M_a = PL / 6$ $\gamma = 1.7 - 0.7(M_{cr} / M_a)$	$\gamma = 0.35(M_{cr} / M_a)$
	$\Delta = \frac{PL^3}{48 E_c I_e'} [3(a/L) - 4(a/L)^3]$ and $M_a = Pa / 2$ $\gamma = \frac{3(a/L) - 4(a/L)^3}{3(a/L) - 4(a/L)^3}$ $\xi = 4(M_{cr} / M_a) - 3$	$\gamma = \frac{8(a/L)^2 (M_{cr} / M_a)}{3(a/L) - 4(a/L)^3}$
	$\Delta = 5wL^4 / 384 E_c I_e'$ and $M_a = wL^2 / 8$ $\gamma = \frac{1.6\xi^3 - 0.6\xi^4}{(M_{cr} / M_a)^2} + 2.4 \ln(2 - \xi)$ $\approx 1.72 - 0.72(M_{cr} / M_a)$ $\xi = 1 - \sqrt{1 - M_{cr} / M_a}$	$\gamma = \frac{1.6\xi^3 - 0.6\xi^4}{(M_{cr} / M_a)^2}$ $\xi = 1 - \sqrt{1 - M_{cr} / M_a}$
	$\Delta = PL^3 / 3 E_c I_e'$ and $M_a = PL$ $\gamma = 3 - 2(M_{cr} / M_a)$	$\gamma = M_{cr} / M_a$
	$\Delta = wL^4 / 8 E_c I_e'$ and $M_a = wL^2 / 2$ $\gamma = 1 - 2 \ln(M_{cr} / M_a)$	$\gamma = 1$

Figura 6 inèrcies equivalents pel càlcul de fletxes (Bischoff 2005)

Tal i com podem observar, en la figura anterior trobem expressions per elements amb enduriment en la primera columna, i elements sense enduriment en la segona columna.

### 4.3 Tipus de Fletxes

Durant els anteriors apartats s'ha estat parlant de les diferents fletxes. A continuació farem una breu classificació de les diferents fletxes.

#### Fletxa Instantània.

Anomenem fletxes instantànies a les que apareixen sota càrregues de curta durada. El seu valor depèn de la rigidesa a flexió de les seccions de la peça considerada ( $EI$ ). Aquest mòdul agafarà diferents valors en funció de l'estat de fissuració en que es trobi la peça en el moment d'actuació de la càrrega. Aquest

estat de fissuració depèn de la relació  $M/M_k$ , on  $M$  és el moment de fissuració de la peça i  $M_k$  el moment de servei.

**Fletxa Diferida.**

Són les que apareixen en el transcurs del temps sota càrregues de llarga duració. Aquestes fletxes, que es sumen a les instantànies, estan originades per efectes reològics, de retracció i fluència en el formigó. En materials no susceptibles a efectes reològics, per ser molt petits o menyspreables, com l'acer, no es contempla aquest aspecte. En peces de formigó armat la fletxa diferida inclou l'efecte de la coacció generada per les armadures, al no patir retracció i fluència.

**Fletxa Total.**

És la deguda a la totalitat de les càrregues instantànies actuant més la fletxa diferida produïda per les càrregues permanents.

**Fletxa Activa.**

Entenem per fletxa activa aquella que es produeix en una determinada peça o zona de l'estructura a partir de l'instant en que es construeix l'element que pot experimentar danys per la fletxa. El seu valor és igual a la fletxa total menys la fletxa que s'hagi produït fins a l'instant en que s'ha construït l'element susceptible a sofrir danys. A la pràctica on resulta més important calcular la fletxa activa és en els forjats, per la seva influència en els danys a elements no estructurals, com per exemple els envans.

En l'actualitat aquestes fletxes màximes ja estan estipulades per les diferents normatives en funció de l'ús que se li vulgui donar a la biga en qüestió. Per altra banda en situacions on aquesta normativa no reguli la fletxa màxima serà el projectista qui, amb els seus coneixements marqui el límit.



## 5 NORMATIVES

En aquest punt es parla de les diferents normatives que s'han utilitzat en aquest treball. Es tracta de fer una breu explicació de cada una per tal de conèixer l'origen i les principals característiques de cada una d'elles.

### 5.1 EHE-08

La "Instrucció Española del Hormigón Estructural (EHE-08)", és el nom que rep la normativa espanyola sobre el càlcul i seguretat en estructures de formigó.

Aquesta normativa és d'obligat compliment per totes les estructures que utilitzin formigó a Espanya. A més aquestes estructures poden ser també calculades per l'Eurocodi-2, que s'explicarà en els següents apartats.

L'1 de Desembre de l'any 2008, l'EHE-08 va entrar en vigor, derogant la normativa que hi havia vigent de l'any 1998 i la EFHE ("Instrucció de Forjats Unidireccionals de Formigó Estructural") que datava de l'any 2002.

Aquesta nova normativa, suposa un avanç conceptual en el camp de les estructures de formigó, ja que es venia de tractar per separat totes les classes de formigó, com el formigó armat, el pretesat, el posttesat entre d'altres.

També prohibeix utilitzar formigons per armar amb una resistència inferior a 25N/mm<sup>2</sup>, d'aquesta manera incrementen la seguretat i la durabilitat de les edificacions.

Els càlculs i comprovacions proposat per la EHE-08 es basa en el mètode dels estats límits. Aquest mètode es basa en enumerar una sèrie de situacions límit o situacions crítiques que no s'haurien d'assolir en situacions normals. Cada situació límit o crítica ve descrita per una magnitud efectiva, del que la norma fixa el seu valor últim  $M_u$ , sota les condicions usals es requereix el valor de càlcul sota les accions previstes o, valor de disseny  $M_d$  satisfaci:

$$M_d \leq M_u \quad (34)$$

És la tasca del projectista escollir els materials i la geometria de tal manera que la desigualtat anterior es satisfaci. En cas de no complir-se la desigualtat anterior, la estructura presenta un

risc clar de col·lapse parcial o total (aquestes situacions es denominen “Estats Límits Últims o ELU” encara que no necessàriament impliqui el col·lapse “Estats Límits de Servei o ELS”.

A més la norma assumeix un factor probabilístic per el que el valor de les forces o accions, les resistències dels materials i altres magnituds es consideren que venen donades per variables aleatòries. En funció dels valors característics d'aquestes magnituds, la instrucció fixa coeficients per que la relació ( 34 ) es compleixi amb total seguretat.

Actualment aquesta normativa és de lliure accés, això vol dir que es pot consultar de forma gratuïta a través del web del govern Espanyol. En el nostre cas al tractar aspectes sobre les fletxes de les bigues, ens hem centrat en el capítol XI de la normativa EHE-08 que ens dona el detall de les equacions que s'han d'utilitzar per el càlcul de les fletxes.

La pròpia normativa ens proporciona les eines suficients per poder calcular tant la fletxa instantània com la fletxa diferida. Per calcular les fletxes instantànies en elements fissurats de secció constant, ens recomanen fer ús d'un mètode simplificat.

Aquest mètode ens aporta l'equació següent per calcular la inèrcia equivalent de la secció:

$$I_e = \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3 * I_b + \left[1 - \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3\right] I_f \leq I_b \quad (35)$$

Si repassem l'equació ( 97 ) i la comparem amb l'equació ( 5 ) observem que són la mateixa. La diferència és la nomenclatura que fa servir, en el cas de la última utilitza la nomenclatura espanyola mentre que la primera utilitza la nomenclatura anglesa.

De l'equació ( 97 ) tenim:

$M_a$  Moment flector màxim aplicat, per la combinació característica, a la secció fins a l'instant en que s'avalua la fletxa

$M_f$  Moment nominal de fissuració, es calcula mitjançant l'expressió

$$M_f = f_{ctm,fl} * W_b \quad (36)$$

$f_{ctm,fl}$  Resistència mitjana a flexo tracció del formigó

$W_b$  Mòdul resistent de la secció bruta respecte a la fibra extrema en tracció

$$W_b = \frac{b^2 * h}{6} \quad (37)$$

$I_b$  Moment de inèrcia de la secció bruta

$I_f$  Moment de inèrcia de la secció fissurada en flexió simple, que s'obté menyspreant la zona de formigó a tracció i homogenitzant les àrees de les armadures actives i passives multiplicant-les per el coeficient d'equivalència

Per altre banda tenim la fletxa diferida, que és la produïda per les càrregues de llarga duració, resultant de les deformacions per fluència i retracció, es poden estimar, malgrat justificació més precisa, multiplicant la fletxa instantània corresponent per el factor  $\lambda$ .

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50 * \rho'} \quad (38)$$

On:

$\rho'$  Quantia geomètrica de l'armadura de compressió  $A'_s$  referida a l'àrea de la secció útil  $b_0 * d$  en la secció de referència.

$$\rho' = \frac{A'_s}{b_0 * d} \quad (39)$$

$\xi$  Coeficient en funció de la duració de la càrrega es pot escollir entre els següents valors:

5 o més anys	2
1 any	1,4
6 mesos	1,2
3 mesos	1
2 setmanes	0,5

Hem de tenir en compte que es possible que la càrrega s'aplica per fraccions, és a dir, les càrregues entren en diferents moments del temps. Llavors el valor de  $\xi$  el podem calcular com:

$$\xi = \frac{\xi_1 * P_1 + \xi_2 * P_2 + \xi_n * P_n}{P_1 + P_2 + P_n} \quad (40)$$

## 5.2 Eurocodi-2 vigent

Els Eurocodis són un conjunt de normes Europees amb la finalitat d'establir un conjunt integrat de regles tècniques comunes dins la Unió Europea. Hi ha diferents Eurocodis en funció del tema que estem tractant, en el nostre cas treballem amb l'Eurocodi-2 (data de l'any 1992) i tracta el disseny d'estructures de formigó.

Aquests Eurocodis poder ser utilitzats en els països Europeus en substitució de les normatives nacionals, en el nostre cas EHE-08. Per que això sigui possible, s'ha de complir l'Eurocodi a més del Document Nacional d'Aplicació (DNA), que indica les particularitats que s'han de seguir en cada país per aplicar-lo. Un exemple podria ser que l'Eurocodi-2 permet suports verticals amb un cantell de 200mm, però a Espanya el Document Nacional d'Aplicació no els permet menors a 250mm.

S'ha de tenir en compte les bases dels eurocodis, ja que aquests es divideixen en principis i regles. Els principis contenen les afirmacions generals per les que no existeix cap elecció alternativa i per tant s'han de satisfer per tots els projectes, també inclouen requeriments tècnics i models analítics obligatoris. Mentre que les regles d'aplicació, són recomanacions o procediments que segueixen els principis però es poden considerar procediments alternatius, sempre i quan satisfacin els principis al mateix nivell que les regles recomanades per el principi del Eurocodi.

En quan a les bases de càlcul, els Eurocodis segueixen el mètode dels estats límits. Aquestes mètodes inclouen aspectes com la capacitat resistent, la funcionalitat i la durabilitat.

### 5.3 Eurocodi-2 proposat 2018

Tal i com s'ha observat ja anteriorment les normes es van modificant a mesura que es realitzen diferents assajos i s'utilitzen fórmules que milloren les proposades actualment. Tal i com s'ha comentat en l'apartat 5.2, l'última modificació de l'Eurocodi-2 data de l'any 2004, però durant els últims anys s'està treballant en una revisió, actualment molt avançada i de la qual ja se n'han presentat alguns esborranys.

Aquesta revisió ens pot afectar a l'hora de calcular les fletxes de les nostres bigues. En posteriors apartats es realitzaran els càlculs amb les dues metodologies a fi de comprovar si les fletxes tenen o no similitud.

### 5.4 Mètode simplificat AMADE

Durant els últims anys el grup AMADE de la UdG ha estat treballant en una nova metodologia simplificada per al càlcul de fletxes degudes als efectes de la fluència i la retracció del formigó. Aquesta metodologia es basa en coeficient multiplicadors, essent així un mètode directe i simple, apte per ser utilitzat en el disseny. Aquesta metodologia està bàsicament orientada a elements de formigó armats amb barres de FRP, però d'aplicació general a qualsevol tipus d'armadures, en el present projecte s'ha seguit aquesta metodologia proposada en la tesis de la Cristina Miàs i Oller "Analysis of time-dependent flexural behaviour of concrete members reinforced with fibre reinforced polymer bars".

Aquest mètode simplificat per a calcular les fletxes a llarg termini es basa en les fórmules següents:

$$\delta_t = \delta_{t0} * (1 + k_{creep}) + \frac{\varepsilon_{sh}(t, t0) * l^2}{8 * d} * k_{sh} \quad (41)$$

En l'equació ( 97 ) observem els termes  $k_{creep}$  i  $k_{sh}$  que són els coeficients multiplicatius que ens serviran per calcular la fletxa final. Aquests es calculen amb la fórmula següent

$$k_{creep} = 0,3 * \varphi * \sqrt{n * \rho_f} \quad (42)$$

$$k_{sh} = 1 + \sqrt{n * \rho_f} \quad (43)$$

Per calcular la fletxa immediata s'utilitza l'equació

$$\delta_{t0} = \frac{k * M_{sus} * l^2}{E_c * I_e} \quad (44)$$

On  $k$  és un factor que depèn dels suports i de les càrregues. En el nostre cas aquest valor té un valor de  $k = 5/48$  ja que tenim una càrrega uniforme i esta recolzada en els dos extrems.

Per altra banda la equació proposada per al càlcul del moment d'inèrcia efectiu es

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \beta * \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2 * \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right)} \quad (45)$$

En apartats posteriors s'explicaran les fórmules utilitzades en aquest punt.

## 6 CÀLCULS

En aquest apartat s'utilitzarà un exemple per tal de mostrar per cada una de les normatives, la EHE-08, l'Eurocodi-2 vigent, l'Eurocodi-2 proposat i el mètode simplificat d'AMADE, el procediment necessari així com les equacions utilitzades per a la correcta obtenció de les fletxes a llarg termini.

L'exemple en qüestió és el següent:

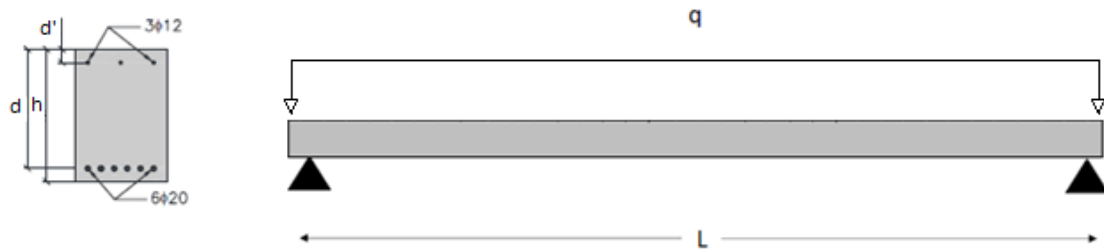


Figura 7 exemple proposat

Tal i com podem veure en la Figura 7, tenim 3 barres de diàmetre 12 mm en l'armat de compressió i 6 barres de 20 mm per l'armat de tracció. En els diferents mètodes es pot negligir la part de compressió.

Així doncs, considerarem una biga de formigó amb una  $L = 7m$  de llum simplement recolzada i sotmesa a les següents càrregues uniformement distribuïdes:

- Pes propi:  $q_{pp} = 12,2 \text{ kN/m}$
- Càrrega morta:  $q_{cm} = 5,2 \text{ kN/m}$
- Sobrecàrrega:  $q_{sc} = 11,7 \text{ kN/m}$

Es considera que el 30% de la sobrecàrrega és quasi permanent  $\Psi_2 = 0,3$ .

La secció té una amplada de  $b = 400 \text{ mm}$ , un cantell de  $h = 500 \text{ mm}$  i una distància de l'armat superior de  $d' = 50 \text{ mm}$ . El formigó és de classe C25/30.

Als 14 dies es pot afirmar que actua la càrrega característica. Al poc temps es retira el 70% de la sobrecàrrega, quedant la càrrega quasi permanent que es manté indefinidament en el temps.

Els paràmetres reològics que podem adoptar són:  $\varphi(t_0, t) = 2,5$  i  $\varepsilon_{cs} = 0,4 \text{ mm/m}$

## 6.1 Càlculs utilitzant la normativa EHE-08

En aquest apartat s'explicarà el procediment a seguir per obtenir la fletxa total seguint la normativa EHE-08. L'exemple proposat en l'apartat 6 del present document és el que s'utilitzarà.

$$\begin{array}{llll} L = 7\text{m} & b = 400\text{mm} & h = 500\text{mm} & d = 450\text{mm} \\ d' = 50\text{mm} & A_{\text{inferior}} = 6\phi 20 & A_{\text{superior}} = 3\phi 12 & \Psi_2 = 0,3 \end{array}$$

Per començar amb aquest mètode hem d'observar si la biga en qüestió es fissura. Per determinar-ho calcularem els moments màxims i de fissuració.

En primer lloc calcularem la càrrega màxima aplicada a la nostra biga:

$$q_{m\acute{a}x} = q_{pp} + q_{cm} + q_{sc} \quad (46)$$

$$q_{m\acute{a}x} = 12,2 + 5,2 + 11,7 = 29,1 \text{ KN/m}$$

Amb aquesta càrrega calculada podem calcular el moment màxim ( $M_a$ ).

$$M_a = M_{m\acute{a}x} = q_{m\acute{a}x} \frac{L^2}{8} \quad (47)$$

$$M_a = 29,1 \cdot \frac{7^2}{8} = 178,24 \text{ KNm}$$

De l'equació (47) obtenim que el moment màxim que s'aplica en aquesta biga té un valor de 178,24 kNm. A continuació calcularem el moment de fissuració. Per fer-ho hem de calcular la resistència a tracció del formigó.

$$f_{ctm} = 0,30 * f_{ck}^{2/3} \quad (48)$$

$$f_{ctm} = 0,30 * 25^{2/3} = 2,56 \text{ MPa}$$

Aquesta normativa ens permet, en el cas de treballar únicament a esforços de flexió, utilitzar el valor de la resistència a flexió  $f_{ctm,fl}$ .



Per obtenir aquest valor hem d'aplicar l'equació ( 97 ).

$$f_{ctm,fl} = \max \left[ \left( 1,6 - \frac{h}{1000} \right) f_{ctm}; f_{ctm} \right] \quad ( 49 )$$

$$\begin{aligned} f_{ctm,fl} &= \max \left[ \left( 1,6 - \frac{500}{1000} \right) * 2,56; 2,56 \right] = \\ &= \max [1,1 * 2,56; 2,56] = \max [2,82; 2,56] = 2,82 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Amb aquest valor de la resistència a flexió calculat podem calcular el moment de fissuració de l'anglès "cracking".

$$M_F = f_{ctm,fl} * \frac{b * h^2}{6} \quad ( 50 )$$

$$M_F = 2822 * \frac{0,4 * 0,5^2}{6} = 47,02 \text{ kNm}$$

Un cop tenim els dos moments calculats observem que el moment màxim aplicat és superior al moment de fissuració, això vol dir que la nostra biga es fissurarà i per tant s'ha de buscar el valor de la inèrcia equivalent.

$$M_a > M_F \quad ( 51 )$$

$$178,24 \text{ kNm} > 47,02 \text{ kNm}$$

Abans de calcular la inèrcia equivalent calcularem la inèrcia bruta de la secció. Amb aquesta inèrcia no tenim en compte cap de les dues armadures, només tenim en compte la secció de la biga pròpiament.

$$I_b = \frac{1}{12} * b * h^3 \quad ( 52 )$$

$$I_b = \frac{1}{12} * 400 * 500^3 = 41666666667 \text{ mm}^4$$

Tot seguit calcularem les armadures equivalents així com la posició de la línia de fissuració de la secció. El primer pas serà calcular el mòdul elàstic del formigó.

$$E_c = 8500 \cdot \sqrt[3]{f_{cm}} \quad (53)$$

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 25 + 8 = 33 \text{ MPa} \quad (54)$$

$$E_c = 8500 \cdot \sqrt[3]{33} = 27264,04 \text{ MPa}$$

Ara podem calcular el coeficient d'homogeneïtzació (n):

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad (55)$$

$$n = \frac{200000}{27264,04} = 7,34$$

Ara si podem calcular les armadures tant inferior com superior i les seves respectives armadures equivalents. En primer lloc calcularem l'armadura inferior i la seva armadura equivalent.

$$A = \frac{n_{\text{barres}} * \pi * \phi^2}{4} \quad (56)$$

$$A_s = 6\phi 20 = \frac{6 * \pi * 20^2}{4} = 1884,96 \text{ mm}^2$$

Per tenir l'armadura inferior equivalent hem de multiplicar l'armadura inferior pel coeficient d'homogeneïtzació.

$$A_{s,eq} = A_s * n \quad (57)$$

$$A_{s,eq} = 1884,96 * 7,34 = 13827,41 \text{ mm}^2$$

Mentre que per l'armadura superior aplicant l'equació ( 56 ) tenim

$$A_s' = 3\phi 12 = \frac{3 * \pi * 12^2}{4} = 339,29 \text{ mm}^2$$

I per l'armadura superior equivalent aplicant l'equació ( 57 )

$$A_{s,eq}' = 339,29 * 7,34 = 2488,93 \text{ mm}^2$$

Tot seguit calcularem la línia de fissuració de la nostra secció  $x_{fis}$ . Per obtenir aquest valor s'ha d'aplicar l'equació de segon grau següent:

$$b * x_{fis} * \frac{x_{fis}}{2} + A_{s,eq}' * (x_{fis} - d') - A_{s,eq} * (d - x_{fis}) = 0 \quad (58)$$

De l'equació anterior podem trobar que

$$A = \frac{b}{2} = \frac{400}{2} = 200$$

$$B = A_{s,eq}' + A_{s,eq} = 2488,93 + 13827,41 = 16316,35$$

$$C = A_{s,eq}' * (-d') - A_{s,eq} * d = 2488,93 * (-50) - 13827,41 * 450 = -6346781,76$$

Si apliquem l'equació de segon grau

$$x_{fis} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 * a * c}}{2 * a} \quad (59)$$

Obtenim que el valor de  $x_{fis}$  es

$$x_{fis} = 141.96 \text{ mm}$$

Ara passarem a calcular el valor de la inèrcia fissurada:

$$I_{fis,t=\infty} = \frac{1}{3} * b * x_{fis}^3 + A_{s,eq} * (d - x_{fis})^2 + A_{s,eq}' * (x_{fis} - d')^2 \quad (60)$$

$$I_{fis,t=\infty} = \frac{1}{3} * 400 * 141,96^3 + 13827,41 * (450 - 141,96)^2 + 2488,93 * (141,96 - 50)^2$$

$$= 1714561494 \text{ mm}^4$$

Amb el valor de la inèrcia fissurada ara ja podem calcular el valor de la inèrcia equivalent aplicant:

$$I_e = \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3 * I_b + \left[1 - \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3\right] * I_f \quad (61)$$

$$I_e = \left(\frac{47,02}{178,24}\right)^3 * 4166666667 + \left[1 - \left(\frac{47,02}{178,24}\right)^3\right] * 1714561494 = 1759592322 \text{ mm}^4$$

Un cop calculats tots aquests valors ara ja podrem obtenir les diferents fletxes. En primer lloc calcularem la fletxa instantània deguda a la màxima càrrega. Si recordem de l'equació ( 46 ) tenim:

$$q_{m\acute{a}x} = 12,2 + 5,2 + 11,7 = 29,1 \text{ KN/m}$$

Per obtenir la fletxa hem d'aplicar

$$\delta_{i,qmax} = \frac{5 * q_{max} * L^4}{384 * E_c * I_e} \quad (62)$$

$$\delta_{i,qmax} = \frac{5 * 29,1 * (7 * 1000)^4}{384 * 27264,04 * 1759592322} = 18,96 \text{ mm}$$

A continuació utilitzarem l'equació ( 97 ) per tal de calcular la fletxa instantània provocada per les càrregues quasi permanents. D'aquesta manera canviarem el valor de  $q_{m\acute{a}x}$  per  $q_{qp}$

$$q_{qp} = q_{pp} + q_{cm} + 0,30q_{sc} = 12,2 + 5,2 + 0,3 * 11,7 = 20,91 \text{ kNm}$$

$$\delta_{i,qqp} = \frac{5 * 20,91 * (7 * 1000)^4}{384 * 27264,04 * 1759592322} = 13,63 \text{ mm}$$

Per calcular el valor de la fletxa diferida hem de tenir en compte els criteris inclosos en la norma EHE-08 que són els següents:

$$\lambda = \frac{\xi}{1 + 50p'} \quad (63)$$

En el nostre cas estem mirant a temps infinit. En el punt 5.1 s'ha generat una taula amb els valors indicats en funció del temps que volem mirar.

$$t = \infty \Rightarrow 5 \text{ anys o més} \Rightarrow \xi = 2$$

Per altra banda tenim

$$\rho' = \frac{A'_s}{b * d} \quad (64)$$

$$\rho' = \frac{339,29}{400 * 450} = 0,001884$$

Amb això ja podem obtenir el coeficient  $\lambda$

$$\lambda = \frac{2}{1 + 50 * 0.001884} = 1,83$$

I amb aquest coeficient  $\lambda$  podem calcular la fletxa diferida, que és el producte de la fletxa instantània deguda a les càrregues quasi permanents i  $\lambda$

$$\delta_{dif} = \lambda * \delta_{i,qqp} \quad (65)$$

$$\delta_{dif} = 1,83 * 13,63 = 24,91 \text{ mm}$$

També podem calcular la fletxa total, que és la suma de la fletxa instantània deguda a les càrregues quasi permanents i la fletxa diferida

$$\delta_{tot} = \delta_{dif} + \delta_{i,qqp} \quad (66)$$

$$\delta_{tot} = 24,91 + 13,63 = 38,53 \text{ mm}$$

## 6.2 Càlculs utilitzant la normativa Eurocodi-2 vigent

En aquest apartat calcularem la fletxa total seguint la normativa de l'Eurocodi-2 vigent. Per aquest apartat tenim les dades proposades en el punt 6.

$$\begin{array}{llll} L = 7\text{m} & b = 400\text{mm} & h = 500\text{mm} & d = 450\text{mm} \\ d' = 50\text{mm} & A_{\text{inferior}} = 6\phi 20 & A_{\text{superior}} = 3\phi 12 & \varphi(t_0, t) = 2,5 \\ \varepsilon_{cs} = 0,4 \text{ mm/m} & \Psi_2 = 0,3 & & \end{array}$$

En aquest mètode el primer que es calcularà serà el mòdul elàstic. Si ens fixem aquest mètode el calcula de forma diferent al vist en l'equació ( 53 ) de la normativa EHE-08.

$$E_c = 22000 \cdot \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} \quad ( 67 )$$

Tal i com tenim en l'equació ( 54 )

$$f_{cm} = 33 \text{ MPa}$$

$$E_c = 22000 \cdot \left( \frac{33}{10} \right)^{0,3} = 31475,81 \text{ MPa}$$

En aquest càlcul tenim les mateix càrregues que en el cas anterior que són:

- SC de construcció:  $q_{max} = 12,2 + 5,2 + 11,7 = 29,1 \text{ kN/m}$
- Càrrega quasi permanent:  $q_{qp} = 12,2 + 5,2 + 0,30 \cdot 11,7 = 20,91 \text{ kN/m}$

Tot seguit calcularem l'àrea de la secció bruta i la inèrcia bruta.

$$A_c = b \cdot h \quad ( 68 )$$

$$A_c = b \cdot h = 400 \cdot 500 = 200000 \text{ mm}^2$$

Per calcular la inèrcia bruta farem servir l'equació ( 52 )

$$I_b = 4166666667 \text{ mm}^4$$

Seguidament es calcularan els valors de la secció a temps infinit. Per començar calcularem el valor del mòdul elàstic efectiu del formigó.

$$E_{c,eff} = \frac{E_c}{1 + \varphi(t_0, t)} \quad (69)$$

$$E_{c,eff} = \frac{31475,81}{1 + 2,5} = 8993,09 \text{ MPa}$$

I ara calcularem el valor del coeficient d'homogeneïtzació efectiu. En aquest cas seguirem l'equació (55) però treballarem amb el mòdul elàstic efectiu en comptes del mòdul elàstic.

$$n_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{200000}{8993,09} = 22,24$$

A continuació calcularem el centre de gravetat i la inèrcia de la secció sense fissurar. Per fer-ho necessitem els valors de les armadures equivalents tant de la part de compressió com de la part de tracció, calculades en les equacions (56) i (57).

$$A_{s,eq} = 1884,96 * 22,24 = 41920,10 \text{ mm}^2$$

$$A_{s,eq}' = 339,29 * 22,24 = 7545,62 \text{ mm}^2$$

Hem de tenir en compte que en aquest cas estem treballant amb el coeficient d'homogeneïtzació efectiu. I amb això podem calcular el valor del centre de gravetat  $y_{cdg}$ .

$$y_{cdg} = \frac{b * h * \frac{h}{2} + A_{s,eq} * d + A_{s,eq}' * d'}{A_{s,eq} + A_{s,eq}' + b * h} \quad (70)$$

$$y_{cdg} = \frac{400 * 500 * \frac{500}{2} + 41920,10 * 450 + 7545,62 * 50}{41920,10 + 7545,62 + 400 * 500} = 277,56 \text{ mm}$$

Per altre costat calcularem el valor de la inèrcia de la secció sense fissurar

$$I_1 = \frac{1}{12} * b * h^3 + b * h * \left(\frac{h}{2} - y_{cdg}\right)^2 + A_{s,eq} * (h - y_{cdg})^2 + A_{s,eq}' * (d' - y_{cdg})^2 \quad (71)$$

$$I_1 = \frac{1}{12} * 400 * 500^3 + 400 * 500 * \left(\frac{500}{2} - 277,56\right)^2 + 41920,10 * (450 - 277,56)^2 + 7545,62 * (50 - 277,56)^2 = 5955833644 \text{ mm}^4$$

Tot seguit es calcularan els mateixos càlculs però ara per la secció fissurada. Per aquests càlculs utilitzarem l'eina solver de l'excel, d'aquesta manera podrem obtenir el valor de la línia de fissuració. Per aquest pas podríem utilitzar el mateix mètode que s'ha utilitzat amb la normativa EHE-08, però d'aquesta forma podem observar diferents mètodes per obtenir el mateix resultat i d'una forma més directe. L'equació a resoldre és la següent.

$$\frac{b * x_{fis,\infty}^2}{2} - A_{s,eq} * (d - x_{fis,\infty}) + A_{s,eq}' * (x_{fis,\infty} - d') = 0 \quad (72)$$

$$\frac{400 * x_{fis,\infty}^2}{2} - 41920,10 * (450 - x_{fis,\infty}) + 7545,62 * (x_{fis,\infty} - 50) = 0$$

En aquest cas el solver de l'excel va provant diferents valors de  $x_{fis,\infty}$  fins que en troba un que satisfà la nostra equació, i aquest serà el nostre valor.

$$x_{fis,\infty} = 210,25 \text{ mm}$$

Amb aquest valor podrem calcular el valor de la inèrcia de la secció fissurada. Per calcular-la farem servir l'equació (60).

$$I_2 = \frac{1}{3} * 400 * 210,25^3 + 41920,10 * (450 - 210,25)^2 + 7545,62 * (210,25 - 50)^2 = 3842557104 \text{ mm}^4$$

Ara seguirem amb el càlcul de les rigideses, que és el mòdul elàstic efectiu multiplicat per la inèrcia de la secció fissurada o sense fissurar segons convingui.

$$EI_I = 8993,09 * 5955833644 = 53561,33 \text{ kNm}^2$$

$$EI_{II} = 8993,09 * 3842557104 = 34556,45 \text{ kNm}^2$$

A continuació calcularem per quin moment apareix la primera fissura. En aquest cas l'Eurocodi-2 en el punt 7.4.3(4) ens indica que també es pot fer ús de  $f_{ctm,fl}$  tal i com passava amb la normativa EHE-08. Com tenim els mateixos valors el valor és el mateix



$$f_{ctm,fl} = 2,82 \text{ MPa}$$

$$M_{cr} = \frac{f_{ctm,fl} * I_1}{h - y_{cdg}} \quad (73)$$

$$M_{cr} = \frac{2,82 * 5955833644}{500 - 277,56} = 75,54 \text{ kNm}$$

Continuarem calculant el coeficient de distribució  $\zeta$ :

$$\zeta = 1 - 0,5 \cdot \left( \frac{M_{cr}}{M_{m\acute{a}x}} \right)^2 \quad (74)$$

$$\zeta = 1 - 0,5 \cdot \left( \frac{75,54}{178,24} \right)^2 = 0,91$$

El  $M_{m\acute{a}x}$  l'hem obtingut de la mateixa forma que en l'equació ( 47 ). Seguidament calcularem el valor de la fletxa deguda a la càrrega instantània i la fluència.

Primer calcularem la fletxa de la secció sense fissurar

$$f_{I,\infty} = \frac{5}{384} * \frac{q_{qp} * L^4}{EI_I} = \frac{5}{384} * \frac{20,91 * 7^4}{53561,33} = 12,20 \text{ mm}$$

$$f_{II,\infty} = \frac{5}{384} * \frac{q_{qp} * L^4}{EI_I} = \frac{5}{384} * \frac{20,91 * 7^4}{34556,45} = 18,92 \text{ mm}$$

$$\delta = f_{II,\infty} * \zeta + f_{I,\infty} * (1 - \zeta) = 18,92 * 0,91 + 12,20 * (1 - 0,91) = 18,31 \text{ mm}$$

Un cop calculada aquesta fletxa calcularem la fletxa deguda a la retracció. Per fer-ho haurem de calcular les curvatures.

$$\left( \frac{1}{r} \right)_{\varepsilon_{cs}} = \frac{E_s}{E_{c,ef}} * \varepsilon_{cs} * \frac{S_s}{I} \quad (75)$$

En el nostre cas  $S_s$  i  $I$  seran  $S_{s,I,\infty}$  o  $S_{s,II,\infty}$  i  $I_{I,\infty}$  o  $I_{II,\infty}$  segons la secció que calculem, la fletxa per la secció sense fissurar o fissurada.

Primer realitzarem els càlculs per la secció sense fissurar:

$$S_{s,I,\infty,tensió} = A_s * (h - d' - y_{cdg}) \quad (76)$$

$$S_{s,I,\infty,tensió} = 1884,96 * (500 - 50 - 277,56) = 325044,61 \text{ mm}^3$$

$$S_{s,I,\infty,compressió} = A_s' * (y_{cdg} - d') \quad (77)$$

$$S_{s,I,\infty,compressió} = 339,29 * (277,56 - 50) = 77208,77 \text{ mm}^3$$

$$S_{s,I,\infty} = 325044,61 - 77208,77 = 247835,83 \text{ mm}^3$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{\varepsilon_{cs,I}} = \frac{200000}{8993,09} * 0,4 * \frac{247835,83}{5955833644} = 0,00037 \text{ m}^{-1}$$

Tot seguit realitzarem els mateixos càlculs però ara per la secció fissurada, per fer-ho aplicarem les equacions ( 75 ), ( 76 ) i ( 77 ) canviant  $y_{cdg}$  per  $x_{fis,\infty}$ .

$$S_{s,II,\infty,tensió} = 1884,96 * (500 - 50 - 210,25) = 451916,04 \text{ mm}^3$$

$$S_{s,II,\infty,compressió} = 339,29 * (210,25 - 50) = 54371,91 \text{ mm}^3$$

$$S_{s,II,\infty} = 451916,04 - 54371,91 = 397544,13 \text{ mm}^3$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{\varepsilon_{cs,II}} = \frac{200000}{8993,09} * 0,4 * \frac{397544,13}{3842557104} = 0,00092 \text{ m}^{-1}$$

Per últim podem calcular la fletxa per cada tipus de secció, i un cop les tinguem aplicant la ponderació obtindrem la fletxa deguda a la retroacció.

$$f_{I,\infty,\varepsilon_{cs}} = \left(\frac{1}{r}\right)_{\varepsilon_{cs,I}} \cdot \frac{L^2}{8} \quad (78)$$

$$f_{I,\infty,\varepsilon_{cs}} = 0,00037 * \frac{7^2}{8} = 2,27 \text{ mm}$$

$$f_{II,\infty,\varepsilon_{cs}} = 0,00092 * \frac{7^2}{8} = 5,64 \text{ mm}$$

$$\alpha = \zeta \alpha_{II} + (1 - \zeta) \alpha_I \quad (79)$$

$$f_{\varepsilon_{cs}} = 0,91 * 5,64 + (1 - 0,91) * 2,27 = 5,33 \text{ mm}$$

Un cop conegudes les fletxes degudes a les càrregues instantànies i les de retroacció podem calcular la fletxa total fent el sumatori de les dues.

$$\delta_{tot} = 18,31 + 5,33 = 23,65 \text{ mm}$$

### 6.3 Càlculs utilitzant la normativa Eurocodi-2 proposat

Aquest és el nou mètode simplificat proposat per l'Eurocodi-2 per tal de calcular la fletxa d'una manera més senzilla i intentar obtenir uns valors més acurats. De tal manera que es pot utilitzar el mateix mètode vigent utilitzant la nova equació proposada per calcular el mòdul elàstic del formigó.

$L = 7\text{m}$	$b = 400\text{mm}$	$h = 500\text{mm}$	$d = 450\text{mm}$
$d' = 50\text{mm}$	$A_{\text{inferior}} = 6\phi 20$	$A_{\text{superior}} = 3\phi 12$	$\varphi(t_0, t) = 2,5$
$\varepsilon_{cs} = 0,4 \text{ mm/m}$	$\Psi_2 = 0,3$		

La primera diferència respecte l'Eurocodi-2 vigent és a l'hora de calcular el mòdul elàstic. En el mètode proposat afegeixen un factor de correcció del 5% a l'equació ( 67 ), de tal manera que obtenim:

$$E_c = 1,05 * 10000 * f_{cm}^{\left(\frac{1}{3}\right)} = 1,05 * 10000 * (25 + 8)^{\left(\frac{1}{3}\right)} = 33679,11 \text{ MPa}$$

Per altra banda continuem tenint la mateixa distribució de càrregues

- SC de construcció:  $q_{max} = 12,2 + 5,2 + 11,7 = 29,1 \text{ kN/m}$
- Càrrega quasi permanent:  $q_{qp} = 12,2 + 5,2 + 0,30 \cdot 11,7 = 20,91 \text{ kN/m}$

Les propietats mecàniques de la secció bruta tampoc han variat

$$A_c = 400 * 500 = 200000 \text{ mm}^2$$

$$I_b = 4166666667 \text{ mm}^4$$

Pel que fa al mòdul elàstic efectiu i al coeficient d'homogeneïtzació es calculen de la mateixa manera, malgrat el mòdul elàstic hagi variat utilitzarem les equacions ( 69 ) i ( 55 ) respectivament.

$$E_{c,eff} = \frac{33679,11}{1 + 2,5} = 9622,60 \text{ MPa}$$

$$n_e = \frac{200000}{9622,60} = 20,78$$

Amb aquest nou mètode proposat s'ha de calcular la combinació característica de les càrregues ELU:

$$q_{ELU} = 1,35 * (q_{pp} + q_{cm}) + 1,5 q_{sc} \quad ( 80 )$$

$$q_{ELU} = 1,35 * (12,2 + 5,2) + 1,5 * 11,7 = 41,04 \text{ kN/m}$$

$$M_{ELU}^+ = q_{ELU} * \frac{L^2}{8} \quad ( 81 )$$

$$M_{ELU}^+ = 41,04 * \frac{7^2}{8} = 251,37 \text{ kNm}$$

Per al dimensionat de l'armadura apliquem de forma simplificada, el diagrama rectangular proposat en la EHE-08.

$$\mu = \frac{M}{f_{cd} b d^2} \quad ( 82 )$$

$$\mu = \frac{251,37}{16,67 * 400 * 450^2} = 0,1862$$

En aquest cas es menysprea l'armadura de compressió

$$A'_s = 0$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} \quad (83)$$

$$\omega_r = \omega = 1 - \sqrt{1 - 2 * 0,1862} = 0,2078$$

$$\frac{x}{d} = \frac{\omega}{0,8} = \frac{0,2078}{0,8} = 0,26$$

D'aquesta manera la nostra armadura proposada ha de complir el següent

$$A_s \geq \rho_r b d = \omega_r * \frac{f_{cd}}{f_{yd}} * b d \quad (84)$$

$$\rho_r b d = 0,2078 * \frac{16,67}{434,78} * 400 * 450 = 1433,74 \text{ mm}^2$$

$$1884,96 \text{ mm}^2 \geq 1433,74 \text{ mm}^2$$

Veiem que complim amb el requisit, si aquest requisit no es complís, hauríem de rectificar la nostra armadura per tal de complir-ho. En el full d'excel hi ha una casella que ens donaria un error si aquest requisit no es complís.

El següent pas és calcular el moment de primer ordre de l'armadura requerida a tracció i compressió respecte al centre de gravetat de la secció bruta.

$$S_{s,tensió} = A_s * \left(d - \frac{h}{2}\right) = 1433,74 * \left(450 - \frac{500}{2}\right) = 286747,31 \text{ mm}^3$$

Aquesta equació és la mateixa que la ( 76 ), amb la peculiaritat que ara ho fem respecte el centre de gravetat de la secció bruta. Com que s'ha decidit menysprear l'armadura de compressió obtenim:

$$S_s = 286747,31 - 0 = 286747,31 \text{ mm}^3$$

A continuació calcularem la quantia mecànica de l'armadura per sota de la qual no s'espera que la secció s'esquerdi per la combinació característica d'accions.

$$\omega_{cr} = 1 - \sqrt{1 - \frac{1,05}{3} * \frac{f_{ctm}}{f_{cd}} * \left( \gamma_G + (\gamma_Q - \gamma_G) * \frac{q_{sc}}{q_{m\acute{a}x}} \right) * \left( \frac{h}{d} \right)^2} \quad (85)$$

$$\gamma_G = 1,35$$

$$\gamma_Q = 1,5$$

Tal i com ha passat en els altres casos al treballar únicament a flexió podem fer ús de  $f_{ctm,fl}$  tot i que nosaltres farem ús del valor

$$f_{ctm} = 2,56 \text{ MPa}$$

$$\omega_{cr} = 1 - \sqrt{1 - \frac{1,05}{3} * \frac{2,56}{16,67} * \left( 1,35 + (1,5 - 1,35) * \frac{11,7}{29,1} \right) * \left( \frac{500}{450} \right)^2} = 0,0391 = 3,91\%$$

Mentre que

$$\omega_r = 0,2078 = 20,78 \%$$

Amb aquests resultats estem dins del cas

$$\omega_{cr} \leq \omega_r \leq 0,5$$

Per tant podem aplicar el següent:

$$\begin{aligned} k_I &= (0,045 * f_{cd} + 1,80) * \omega_r - 5 \cdot 10^{-3} * f_{cd} + 0,7 = \\ &= (0,045 * 16,67 + 1,80) * 0,2078 - 5 \cdot 10^{-3} * 16,67 + 0,7 = 1,147 \end{aligned}$$

A continuació podem calcular  $k_s$ :

$$\rho_r = \rho_l = \frac{\rho_r b d}{b * d} = \frac{1433,74}{400 * 450} = 0,00797$$

$$k_s = 455 \rho_l^2 - 35 \rho_l + 1,6$$

$$k_s = 1,35$$

Tot seguit calcularem  $k_w$  que és el coeficient que té en compte l'armadura en excés col·locada en la secció sotmesa a tensió:

$$k_w = \left( \frac{\omega_r}{\omega_{prov}} \right)^{0,7} \quad (86)$$

$$\omega_{prov} = \rho_{prov} \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad (87)$$

$$\rho_{prov} = \frac{A_{s,tensió}}{b * d} \quad (88)$$

D'aquesta manera obtenim:

$$\rho_{prov} = \frac{1884,96}{400 * 450} = 0,01$$

$$\omega_{prov} = 0,01 * \frac{434,78}{16,67} = 0,273$$

$$k_w = \left( \frac{0,2078}{0,273} \right)^{0,7} = 0,826$$

Un cop calculats tots aquests factors podem passar a calcular les fletxes a les quals estarà sotmesa la nostra biga:

$$\delta = \frac{1}{k_I} \left( \frac{h}{d} \right)^3 [k_w \delta_{LOADS} + k_s \delta_{\epsilon_{cs}}] \quad (89)$$

On;

$\delta$ : fletxa de càlcul

$\delta_{LOADS}$ : flecha lineal estàtica para la combinació rellevant de càrregues

$\delta_{\epsilon_{cs}}$ : fletxa lineal estàtica deguda a la retracció.

Per calcular  $\delta_{LOADS}$  es farà ús de l'equació ( 62 )

$$\delta_{LOADS} = \frac{5 * 20,91 * 7^4}{384 * 9622,6 * 4166666667} = 16,30 \text{ mm}$$

Per calcular la fletxa deguda a la retracció farem servir el mateix mètode que per l'Eurocodi-2 vigent:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{\varepsilon_{CS}} = \frac{200000}{9622,60} * 0,4 * \frac{286747,31}{4166666667} = 0,000572 \text{ m}^{-1}$$

$$\delta_{\varepsilon_{CS}} = \left(\frac{1}{r}\right)_{\varepsilon_{CS}} \frac{L^2}{8}$$

$$\delta_{\varepsilon_{CS}} = 0,000572 * \frac{7^2}{8} = 3,50 \text{ mm}$$

Un cop calculat aquests valors, ja podem trobar el valor de la fletxa total.

$$\delta = \frac{1}{1,147} * \left(\frac{500}{450}\right)^3 * [0,826 * 16,30 + 1,35 * 3.50] = 21,77 \text{ mm}$$

#### 6.4 Càlculs utilitzant el mètode simplificat d'AMADE

Per acabar amb els diferents mètodes proposats, es realitzaran els càlculs seguint les pautes segons l'estudi realitzat per AMADE. A diferència dels casos anteriors utilitzarem un altre exemple amb el que treballarem amb materials FRP, d'aquesta manera obtindrem un exemple també amb aquest tipus.

A l'hora de realitzar les diferents gràfiques s'aplicarà el mateix criteri per tots els casos per tal de no falsejar els resultats.

Així doncs les dades utilitzades per calcular la fletxa segons aquest mètode són les següents:

$L = 4\text{m}$	$b = 200\text{mm}$	$h = 250\text{mm}$	$d = 225\text{mm}$
$d' = 250\text{mm}$	$A_{\text{inferior}} = 3\phi 16$	$E_c = 29\text{GPa}$	$f_{ct} = 3,3\text{MPa}$
$\varphi(t_0, t) = 2$	$\varepsilon_{CS} = 300\mu\varepsilon$	$E_f = 60\text{GPa}$	



La distribució de les càrregues és la següent:

- Càrrega uniforme i sostinguda de 5kN/m
- I una càrrega instantània de 6kN/m

El primer que calcularem serà el coeficient d'homogeneïtzació:

$$n_f = \frac{E_f}{E_c} = \frac{60 * 10^3}{29 * 10^3} = 2,07$$

Ara calcularem el valor de  $\rho_f$ :

$$\rho_f = \frac{A_f}{b * d} = \frac{603,19}{200 * 225} = 0,013$$

Tot seguit calcularem el centre de gravetat de la nostra secció:

$$x = d * n_f * \rho_f * \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{n_f * \rho_f}} \right) = 225 * 2,07 * 0,013 * \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{2,07 * 0,013}} \right) \\ = 52,99 \text{ mm}$$

A continuació calcularem les inèrcies de la nostra secció. Primer realitzarem els càlculs de la secció bruta i després de la secció fissurada.

$$I_g = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} * 200 * 250^3 = 260416666,7 \text{ mm}^4$$

$$I_{cr} = n_f * A_f * (d - x) * \left( d - \frac{x}{3} \right) = 2,07 * 603,19 * (225 - 52,99) * \left( 225 - \frac{52,99}{3} \right) \\ = 44507618,01 \text{ mm}^4$$

Ara calcularem els diferents moments. Primer calcularem el màxim moment aplicat, després el sostingut i per últim el moment per el qual apareixen les esquerdes.

$$M_a = \frac{q * l^2}{8} = \frac{6 * 4000^2}{8} = 12000000 \text{ Nmm}$$

$$M_{sus} = \frac{q * l^2}{8} = \frac{5 * 4000^2}{8} = 10000000 \text{ Nmm}$$

$$M_{cr} = \frac{f_{ct} * I_g}{h/2} = \frac{3,3 * 260416666,7}{250/2} = 6875000 \text{ Nmm}$$

Amb els moments calculats podem determinar quin és el moment d'inèrcia degut al màxim moment aplicat i la fletxa deguda a la càrrega sostinguda.

$$I_e = \frac{I_{cr}}{1 - \beta * \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^2 * \left(1 - \frac{I_{cr}}{I_g}\right)} = \frac{44507618,01}{1 - 0,5 * \left(\frac{6875000}{12000000}\right)^2 * \left(1 - \frac{44507618,01}{260416666,7}\right)}$$

$$= 51517482,41 \text{ mm}^4$$

$$\delta_{t0} = \frac{5 * M_{sus} * l^2}{48 * E_c * I_e} = \frac{5 * 10000000 * 4000^2}{48 * 29000 * 51517482,41} = 11,16 \text{ mm}$$

A continuació calcularem els coeficients multiplicatius que ens serviran per calcular la fletxa final.

$$k_{creep} = 0,3 * \varphi * \sqrt{n * \rho_f} = 0,3 * 2 * \sqrt{2,07 * 0,013} = 0,24$$

$$k_{sh} = 1 + \sqrt{n * \rho_f} = 1 + \sqrt{2,07 * 0,013} = 1,17$$

I ara si podem calcular la fletxa total:

$$\delta_t = \delta_{t0} * (1 + k_{creep}) + \frac{\varepsilon_{sh}(t, t_0) * l^2}{8 * d} * k_{sh}$$

$$= 11,16 * (1 + 0,24) + \frac{300 * 10^{-6} * 4000^2}{8 * 225} * 1,17 = 16,98 \text{ mm}$$

## 7 COMPARATIVA MÈTODES

En aquest apartat es realitzarà un estudi comparatiu amb els resultats obtinguts de les fletxes per cada un dels mètodes proposats. Aquesta comparativa es durà a terme a partir d'unes gràfiques per tal de veure d'una forma visual com afecten uns determinats paràmetres a la fletxa de la biga.

Per tal de poder entendre de forma clara aquestes gràfiques, es realitzarà una taula amb els diferents paràmetres a variar. Per la realització d'aquest apartat es farà ús dels procediments explicats en el punt 6 CÀLCULS, encara que hi haurà valors definits per l'usuari per tal de no falsejar els resultats.

Les comparatives les realitzarem variant els paràmetres següents:

$n_p$	<b>0.004</b>	<b>Fins a amb intervals de 0.001</b>	<b>0.14</b>
-------	--------------	--------------------------------------	-------------

*taula 1 valors  $n_p$*

Aquest valor de  $n_p$  és el que utilitzarem en el eix de les abscisses.

Un altre paràmetre que modificarem serà la resistència característica del formigó  $f_{ck}$ .

<b><math>f_{ck}</math></b>	<b>25 MPa</b>	<b>50 MPa</b>
----------------------------	---------------	---------------

*taula 2 valors de la resistència característica del formigó*

El següent valor que es podrà modificar serà la relació entre el moment màxim i el moment de fissuració:

<b><math>M_a/M_{cr}</math></b>	<b>1,5</b>	<b>2</b>	<b>4</b>
--------------------------------	------------	----------	----------

*taula 3 valors relació moment màxim / moment fissuració*

Uns altres paràmetres que podem variar seran els paràmetres reològics:

$$\varphi(t_0, t) = 2 \quad \varepsilon_{sh} = 200 * 10^{-6}$$

$$\varphi(t_0, t) = 3 \quad \varepsilon_{sh} = 400 * 10^{-6}$$

*taula 4 valors paràmetres reològics*

En el cas d'aquests paràmetres reològics podem treballar per 2 combinacions diferents. Hem de tenir en compte que pel mètode EHE-08 no intervé el valor de la retroacció.

També es realitzaran gràfiques variant les dimensions estructurals de la nostra biga:

$$b = 1000 \text{ mm} \quad h = 300 \text{ mm} \quad d = 250 \text{ mm} \quad L = 4.5 \text{ m}$$

$$b = 300 \text{ mm} \quad h = 500 \text{ mm} \quad d = 450 \text{ mm} \quad L = 6 \text{ m}$$

*taula 5 valors paramètrics de les dimensions estructurals*

Tal i com passava amb els factors reològics, tenim dues possibles opcions proposades per analitzar.

També realitzarem els càlculs variant la proporció de les càrregues:

- $g$ : permanents
- $q$ : sobrecàrregues
- $\Psi_2$ : coeficient quasi permanent

$\frac{g}{g+q}$	$\frac{q}{g+q}$	$\Psi_2$
0,75	0,25	0,3
0,6	0,4	0,3

*taula 6 valors de la proporció de càrregues*

Per aquest cas tenim el mateix que ens els dos casos anteriors, el factor de les càrregues quasi permanents ens dóna una nova opció per cada fila.

Així doncs, un cop determinats els diferents valors paramètrics s'explicaran les equacions que es realitzaran per tal de obtenir la fletxa total.

Tal i com s'ha explicat anteriorment al treballar amb valors paramètrics, s'han modificat algunes de les equacions per tal d'obtenir uns resultats més precisos.

Per la realització d'aquests càlculs no considerarem armadura de compressió

$$A'_s = 0$$

Això implica que

$$\rho' = 0$$

Les equacions amb les que treballarem en les zones sense fissurar són:

$$\frac{x_1}{d} \approx \frac{0,5 * \frac{1}{\left(\frac{d}{h}\right)^2} + (n-1) * \rho}{\frac{1}{\left(\frac{d}{h}\right)} + (n-1) * \rho} \quad (90)$$

Per tal de poder treballar amb  $n * \rho$  i poder treballar amb els paràmetres descrits anteriorment, es simplificarà el factor  $n - 1 \approx n$  de tal manera obtindrem

$$\frac{x_1}{d} \approx \frac{0,5 * \frac{1}{\left(\frac{d}{h}\right)^2} + n * \rho}{\frac{1}{\left(\frac{d}{h}\right)} + n * \rho} \quad (91)$$

Per altra banda tenim l'equació de la inèrcia de la secció no fissurada. Per la metodologia de l'EHE-08 aquesta no la farem servir, ja que treballa amb la inèrcia bruta  $I_b$  els altres mètodes, utilitzarem aquesta  $I_1$  quan parlem de la secció no fissurada.

$$\frac{I_1}{b * d^3} = \frac{1}{12} * \frac{1}{\left(\frac{d}{h}\right)^3} + \frac{1}{\left(\frac{d}{h}\right)} * \left( \frac{x_1}{d} - 0,5 * \frac{1}{\left(\frac{d}{h}\right)} \right)^2 + (n-1) * \rho * \left( 1 - \frac{x_1}{d} \right)^2 \quad (92)$$

Tal i com hem fet amb  $\frac{x_1}{d}$  simplifiquem el factor  $n - 1 \approx n$

$$\frac{I_1}{b * d^3} = \frac{1}{12} * \frac{1}{\left(\frac{d}{h}\right)^3} + \frac{1}{\left(\frac{d}{h}\right)} * \left( \frac{x_1}{d} - 0,5 * \frac{1}{\left(\frac{d}{h}\right)} \right)^2 + n * \rho * \left( 1 - \frac{x_1}{d} \right)^2 \quad (93)$$

De la equació anterior si passem el denominador  $b * d^3$  obtindrem  $I_1$  que tal i com hem dit anteriorment és la inèrcia de la secció no fissurada.

Tot seguit realitzarem els mateixos càlculs però ara per la secció fissurada.

$$\frac{x}{d} = n * \rho * \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2}{n * \rho}} \right) \quad (94)$$

I ara trobarem la inèrcia

$$I_2 = n * A_s * (d - x) * (d - x/3) \quad (95)$$

Si arreglem l'equació per tal de tenir el factor  $n * \rho$  tenim:

$$\frac{I_2}{b * d^3} = n * \rho * \left( 1 - \frac{x}{d} \right) * \left( 1 - \frac{1}{3} * \frac{x}{d} \right)$$

Tal i com passava amb la inèrcia  $I_1$  si volem obtenir  $I_2$  passem el factor  $b * d^3$  multiplicant i obtindrem el valor de la inèrcia fissurada.

L'última equació que s'ha utilitzat per la realització dels càlculs és la del moment de les càrregues quasi permanents i el moment de fissuració:

$$M_{qp} = M_{max} * \frac{g}{g + q} + \frac{q}{g + q} * \Psi_2 \quad (96)$$

$$M_{cr} = \frac{1}{6} * b * h^2 * f_{ct} \quad (97)$$

En aquestes equacions proposades quan treballem amb  $E_c$  i el mòdul  $n * \rho$  estem treballant amb el efectiu. Pel cas del mòdul elàstic efectiu hem d'utilitzar la equació ( 69 ). Mentre que per obtenir el mòdul  $n * \rho_{ef}$  utilitzem

$$n * \rho_{ef} = n * \rho * (1 + \varphi) \quad (98)$$

## 7.1 Exemple per obtenir una gràfica amb el mètode EHE-08

El primer pas serà seleccionar la resistència característica del formigó. Per tant haurem d'agafar un valor de la taula 2. En aquest cas seleccionarem

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

Un cop triat aquest valor passarem a seleccionar la relació entre el moment màxim i el moment de fissuració de la taula 3. Per aquest exemple triem

$$\frac{M_a}{M_{cr}} = 1,5$$

Aquesta relació la complirem seleccionant un valor pel moment de fissuració  $M_{cr}$ , aquest moment el calcularem aplicant

$$M_{cr} = \frac{1}{6} * b * h^2 * f_{ct}$$

D'aquesta manera cada vegada que canviem la secció de la biga, o les característiques del formigó aquest moment de fissuració variarà però es mantindrà constant per tots els valors de  $n * \rho$ .

A continuació seleccionarem els paràmetres reològics. Tal i com hem comentat anterior hi ha 4 possibles combinacions en aquest exemple seleccionarem la primera tal i com hem fet fins ara.

$$\varphi(t_0, t) = 2$$

Per la normativa EHE-08, no hem de tenir en compte el valor de la deformació deguda a la retroacció ja que aquest mètode no la utilitza en cap de les seves equacions tal i com hem observat anteriorment.

Tal i com hem fet per la taula 4 realitzarem el mateix procediment per la taula 5 que ens indica els paràmetres estructurals de la nostra biga

---

$$b = 1000 \text{ mm} \quad h = 300 \text{ mm} \quad d = 250 \text{ mm} \quad L = 4.5 \text{ m}$$

---

I per últim seleccionarem la proporció de les càrregues de la taula 6

$\frac{g}{g+q}$	$\frac{q}{g+q}$	$\Psi_2$
0,75	0,25	0,3

Un cop seleccionats tots els paràmetres els col·locarem en la fulla d'Excel, en els annexes tindrem les imatges de les fulles així com una breu explicació dels paràmetres que hi figuren. En aquesta fulla es realitzen els càlculs que s'han explicat anteriorment. Per tal de fer-ho més senzill es realitzarà el càlcul per una  $n\rho = 0,004$  després hauríem de fer tots els mateixos passos per cada valor de  $n\rho$ . Per acabar obtenim una taula de resultats tal i com tenim en la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..**

Com que l'exemple és amb la normativa EHE-08 en aquest cas no treballem amb el valor de la inèrcia de la secció sense fissurar perquè treballa amb la inèrcia de la secció bruta. Per tant utilitzarem els valors per a la secció fissurada

$$\frac{x^2}{d} = 0,09$$

$$I_2 = 55524735 \text{ mm}^4$$

Amb aquest valor podem calcular la inèrcia equivalent

$$I_e = 705739628 \text{ mm}^4$$

I ara podríem trobar la fletxa instantània deguda a les càrregues quasi permanents

$$\delta_{i,qp} = 5,22 \text{ mm}$$

I posteriorment trobar el valor de la fletxa diferida i la fletxa total

$$\delta_{dif} = 10,44 \text{ mm}$$

$$\delta_t = 15,66 \text{ mm}$$

Aquest seria el procediment a seguir per obtenir un valor de la fletxa total seguint els paràmetres proposats i per un valor de  $n\rho = 0,004$ . Per obtenir la gràfica corresponent s'haurà de repetir aquest procediment per tots els valors de  $n\rho$  de forma que obtindrem una taula com la següent:



$n \cdot \rho$	$x_2/d$	$I_2$	$I_e$	$\delta_{i,qp}$	$\delta_{dif}$	$\delta_{tot}$
0,004	0,09	55524735	705739628	5,22	10,44	15,66
0,005	0,10	68451799	714836451	5,15	10,31	15,46
0,006	0,10	81122521	723752885	5,09	10,18	15,27
0,007	0,11	93563921	732507944	5,03	10,06	15,09
0,008	0,12	105796865	741116312	4,97	9,94	14,91
0,009	0,13	117838087	749589765	4,91	9,83	14,74
0,01	0,13	129701387	757938013	4,86	9,72	14,58

taula 7 exemple de la taula per obtenir les gràfiques EHE-08

En l'exemple de la taula anterior podem veure com varien els valors de  $n\rho$  i per tant tots els altres termes dels quals depenen. No s'ha adjuntat tota la taula ja que hi ha bastants valors i la seqüència és la mateixa. Un cop tenim tota la taula, agafarem els valors de  $n\rho$  i els col·locarem a l'eix de les abscisses i els valors de la fletxa total en l'eix de les ordenades. Així doncs obtindrem una gràfica com la següent:

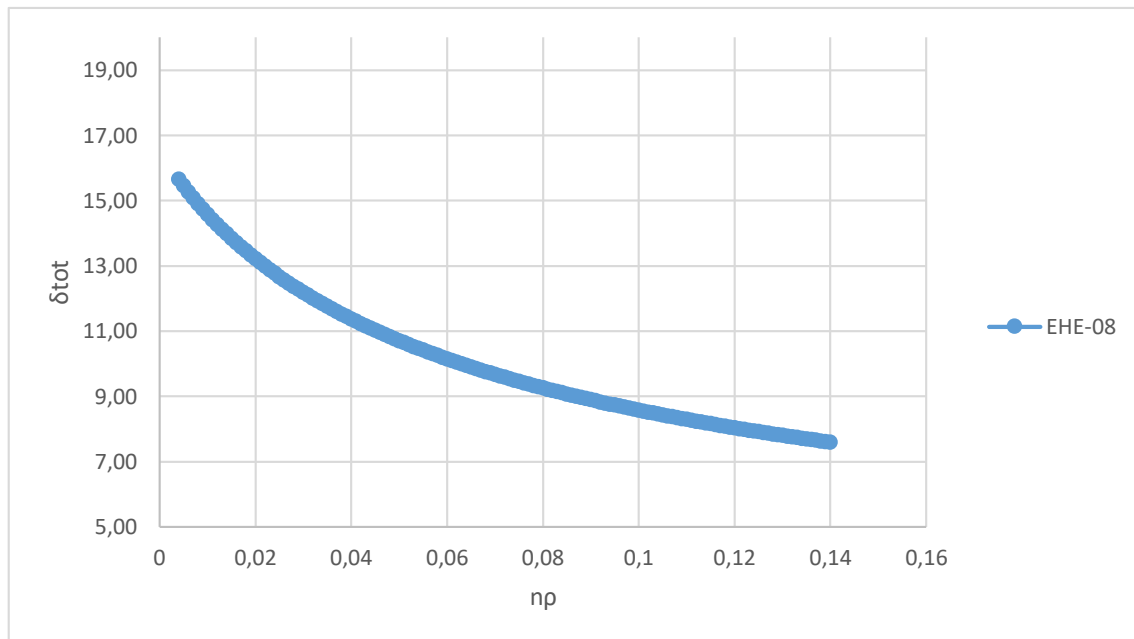


Figura 8 fletxa total -  $n\rho$  exemple EHE-08

En la figura anterior podem observar com al variar  $n\rho$  els valors de la fletxa total varien. Al principi tenim una fletxa total de 15,66 mm i a mesura que el valor de  $n\rho$  es fa gran obtenim unes fletxes més petites (això és degut a que la rigidesa augmenta).

## 7.2 Exemple per obtenir una gràfica amb el Eurocodi-2 vigent

En aquest exemple utilitzarem els mateixos valors que s'han utilitzat per l'exemple seguint la metodologia de l'Eurocodi-2 vigent.

A diferència de la normativa EHE-08 per aquest mètode si que tenim en compte la retroacció del formigó, així com la secció sense fissurar. Per aquests motius la taula obtinguda tindrà unes dimensions més grans perquè s'han de calcular els diferents paràmetres.

Per una  $n\rho = 0.004$  s'han obtingut els resultats següents:

El primer ha estat calcular el moment de fissuració, al tractar-se de les mateixes consideracions que la EHE-08 obtenim el mateix resultat que és de

$$M_f = 38,47 \text{ kN}$$

El següent pas ha estat calcular el moment màxim, en l'exemple em considerat una relació de 1,5 per tant el valor del moment màxim té un valor

$$M_{max} = 57,71 \text{ kN}$$

Un cop obtinguts aquest moments hem pogut calcular els valors de les càrregues que hi intervenen. Si després apliquem els coeficients obtindrem els resultats tant per les càrregues permanents com per les sobrecàrregues, en el nostre cas la càrrega total ha estat de

$$q_t = 22,80 \text{ kN/m}$$

Els següents paràmetres més interessant seran les relacions  $x/d$  i les corresponents posicions de les línies neutres de les seccions tant sense fissurar com fissurades  $X_1$  i  $X_2$  respectivament.

$$\frac{x_1}{d} = 0.60$$

$$x_1 = 150,99 \text{ mm}$$

Mentre que per la secció fissurada

$$\frac{x_2}{d} = 0.14$$

$$x_2 = 35,85 \text{ mm}$$

Amb aquests resultats podem calcular les inèrcies, tant per la secció sense fissurar com per la secció fissurada

$$I_1 = 2279702970 \text{ mm}^4$$

$$I_2 = 152939076 \text{ mm}^4$$

Amb aquests valors calculem les rigideses

$$EI_1 = 23918,5 \text{ kNm}^2$$

$$EI_2 = 1604,63 \text{ kNm}^2$$

I amb això combinant les fletxes degudes a la càrrega instantània i la fluència de la secció sense fissurar i la fissurada obtindríem el valor de la fletxa deguda a la càrrega instantània i la fluència

$$\delta_t = 49,61 \text{ mm}$$

El següent pas ha estat calcular les curvatures i calcular el valor de la fletxa deguda a la retracció

$$\delta_{ecs} = 1,67 \text{ mm}$$

Per últim s'ha de calcular la fletxa total

$$\delta_{tot} = 51,28 \text{ mm}$$

Tal i com hem realitzat amb l'altre cas s'adjuntarà una taula amb els primers valors de les fletxes per veure com evoluciona. I la gràfica de la corba corresponent:

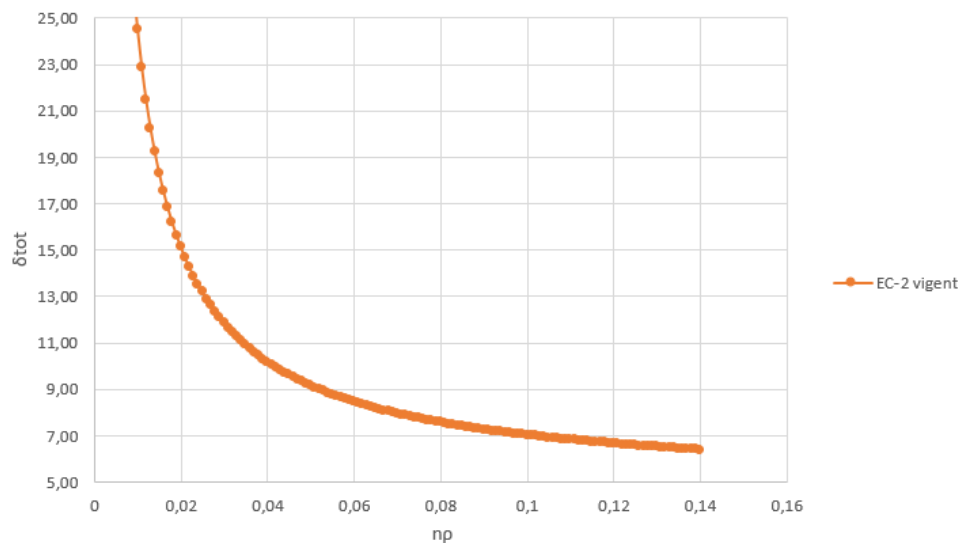


Figura 9 fletxa total - np exemple EC-2 vigent

n*p	n*p,ef	x1/d	x2/d	x1	x2	l1	l2	E*I1	E*I2	$\delta_1$	$\delta_2$	$\delta_T$	(1/r)1	(1/r)2	$\delta_{1,ecs}$	$\delta_{2,ecs}$	$\delta_{ecs}$	$\delta_{tot}$
0,004	0,012	0,60	0,14	150,99	35,85	2279702970	152939076	23918,50	1604,63	4,20	62,59	49,61	0,0000261	0,000840	0,066	2,13	1,67	51,28
0,005	0,015	0,60	0,16	151,23	39,71	2287037037	186704754	23995,44	1958,89	4,19	51,27	40,81	0,0000324	0,000845	0,082	2,14	1,68	42,49
0,006	0,018	0,61	0,17	151,48	43,15	2294334975	219321803	24072,01	2301,11	4,17	43,64	34,87	0,0000386	0,000849	0,098	2,15	1,69	36,57
0,007	0,021	0,61	0,19	151,72	46,25	2301597052	250926041	24148,21	2632,70	4,16	38,15	30,59	0,0000448	0,000853	0,113	2,16	1,70	32,30
0,008	0,024	0,61	0,20	151,96	49,10	2308823529	281621784	24224,03	2954,76	4,15	33,99	27,36	0,0000510	0,000856	0,129	2,17	1,71	29,07
0,009	0,027	0,61	0,21	152,20	51,74	2316014670	311492238	24299,48	3268,16	4,13	30,73	24,82	0,0000570	0,000859	0,144	2,18	1,72	26,54
0,01	0,030	0,61	0,22	152,44	54,19	2323170732	340605661	24374,56	3573,61	4,12	28,10	22,77	0,0000630	0,000862	0,159	2,18	1,73	24,51
0,011	0,033	0,61	0,23	152,68	56,50	2330291971	369019270	24449,27	3871,73	4,11	25,94	21,09	0,0000689	0,000865	0,174	2,19	1,74	22,83
0,012	0,036	0,61	0,23	152,91	58,68	2337378641	396781858	24523,63	4163,01	4,10	24,12	19,67	0,0000748	0,000868	0,189	2,20	1,75	21,42
0,013	0,039	0,61	0,24	153,15	60,75	2344430993	423935625	24597,62	4447,91	4,08	22,58	18,47	0,0000806	0,000871	0,204	2,20	1,76	20,23
0,014	0,042	0,61	0,25	153,38	62,71	2351449275	450517492	24671,25	4726,80	4,07	21,25	17,43	0,0000863	0,000873	0,218	2,21	1,77	19,20
0,015	0,045	0,61	0,26	153,61	64,59	2358433735	476560086	24744,53	5000,04	4,06	20,09	16,52	0,0000920	0,000875	0,233	2,22	1,78	18,30
0,016	0,048	0,62	0,27	153,85	66,38	2365384615	502092480	24817,46	5267,92	4,05	19,06	15,73	0,0000976	0,000878	0,247	2,22	1,78	17,51
0,017	0,051	0,62	0,27	154,08	68,11	2372302158	527140772	24890,04	5530,73	4,04	18,16	15,02	0,0001031	0,000880	0,261	2,23	1,79	16,81
0,018	0,054	0,62	0,28	154,31	69,76	2379186603	551728538	24962,27	5788,70	4,02	17,35	14,39	0,0001086	0,000882	0,275	2,23	1,80	16,19
0,019	0,057	0,62	0,29	154,53	71,35	2386038186	575877198	25034,16	6042,07	4,01	16,62	13,82	0,0001140	0,000884	0,289	2,24	1,80	15,62
0,02	0,060	0,62	0,29	154,76	72,89	2392857143	599606307	25105,70	6291,03	4,00	15,96	13,31	0,0001194	0,000886	0,302	2,24	1,81	15,12

taula 8 exemple de la taula per obtenir les gràfiques EC-2 vigent

De la Figura 9 podem extreure unes conclusions similars a les extreures per la normativa EHE-08. En aquest cas però la fletxa amb n\*p baixos tenen unes fletxes bastants superiors a les obtingues en el altre mètode, encara que a mesura que aquest valor va creixent la fletxa total va disminuint tal i com passava amb l'altre normativa.

Figura 9 fletxa total - np exemple EC-2 vigen

### 7.3 Exemple per obtenir una gràfica amb el Eurocodi-2 proposat

Per l'Eurocodi-2 podem aplicar dos mètodes el simplificat i el mateix que el vigent però amb el nou valor del mòdul elàstic. Pel mètode simplficat no podem extreure unes taules amb les que comparar els altres mètodes. Això és degut a què aquest mètode proposat és el simplificat i s'utilitza exclusivament per l'acer, per la qual cosa si el comparéssim amb els altres mètodes, amb els quals hi tenim en compte els FRP estaríem falsejant els resultats.

Per aquest motiu s'ha adaptat el mètode al Eurocodi-2 vigent utilitzant la nova equació per calcular el mòdul elàstic del formigó, i que ens donarà uns resultats aparentment molt similars als del Eurocodi-2 vigent.

A diferència del Eurocodi-2 vigent que tenia un valor de

$$E_c = 31475,81 \text{ MPa}$$

El nou Eurocodi-2 obtenim un valor de

$$E_c = 33679,11 \text{ MPa}$$

A continuació observarem els resultats obtinguts en el gràfic següent

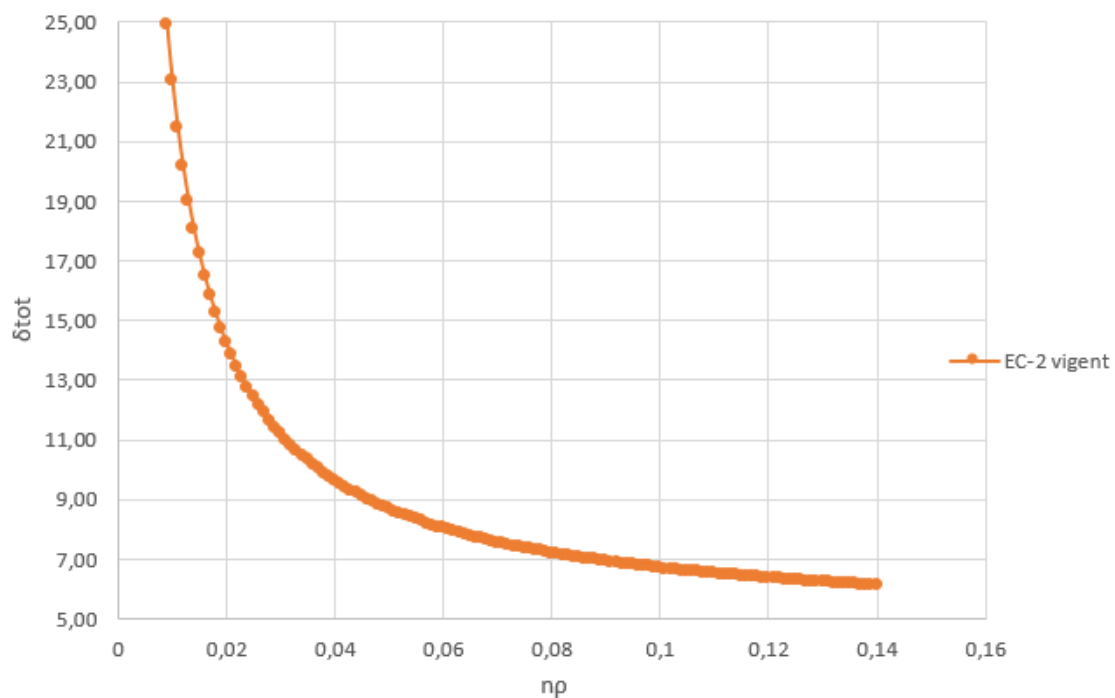


Figura 10 fletxa total - np exemple EC-2 proposat

Aparentment no observem diferència amb la Figura 9, però si analitzem els resultats de les fletxes obtenim que per una  $n_p=0.004$  tenim una fletxa que té un valor de 48,04 mm a diferència del valor anterior que era de 51,28 mm.

#### 7.4 Exemple per obtenir una gràfica amb el mètode d'AMADE

Tal i com s'ha comentat en el projecte aquest mètode va ser realitzat pel grup de recerca d'AMADE, i el què pretén és simplificar el càlcul de les fletxes a llarg termini utilitzant un mètode que serveixi tant per les barres d'acer com per els FRP.

Tal i com hem fet amb els altres exemples utilitzarem els mateixos valors proposats. De tal manera que obtindrem els resultats següents:

El primer càlcul a realitzar ha estat calcular el valor de la relació entre la línia neutre de la secció fissurada i el valor de la distància de la part superior de la secció amb el centre de la secció de l'armadura de tracció

$$\frac{x_2}{d} = 0,53$$

Amb aquest resultat podem calcular el valor de la inèrcia de la secció fissurada

$$I_2 = 848311735 \text{ mm}^4$$

També s'ha de calcular el valor de la inèrcia equivalent que en el nostre cas proposat té un valor

$$I_e = 70889122,7 \text{ mm}^4$$

A partir d'aquí calcularem els valors de les constants proposades pel grup de recerca.

$$k_{creep} = 0,0923$$

$$k_{sh} = 1,063$$

I amb això ja podrem calcular el valor de les fletxes

$$\delta_{i,qpm} = 45,01 \text{ mm}$$

$$\delta_{tot} = 51,32 \text{ mm}$$

Per últim tal i com s'ha fet amb els altres mètodes analitzarem una part de la taula obtinguda i la gràfica corresponent.

n*p	x2/d	l2	le	k_creep	k_sh	$\delta_i$	$\delta_{tot}$
0,004	0,09	55524735	70889122,7	0,09233851	1,063245553	45,01	51,32
0,005	0,10	68451799	87251043,7	0,10323759	1,070710678	36,57	42,51
0,006	0,10	81122521	103236913	0,11309111	1,077459667	30,91	36,58
0,007	0,11	93563921	118883993	0,12215236	1,083666003	26,84	32,31
0,008	0,12	105796865	134221341	0,13058637	1,089442719	23,77	29,08
0,009	0,13	117838087	149272463	0,13850776	1,09486833	21,38	26,55
0,01	0,13	129701387	164056906	0,146	1,1	19,45	24,52

taula 9 exemple de la taula per obtenir les gràfiques AMADE

observem que pel primer valor de  $n \cdot p$  obtenim aquesta fletxa de 51,32 mm. Si el comparem amb els altres valors obtinguts amb els altres mètodes veiem que tenen una diferència molt petita amb els Eurocodis i aquesta es veu lleugerament alterada amb la normativa EHE-08. Encara que tal i com s'ha dit anteriorment al haver de complir amb una fletxa màxima de  $L/250$ , els primers valors no els podríem seleccionar i per tant els resultats tindrien un error mínim, tal i com veurem en l'apartat d'anàlisi de resultats.

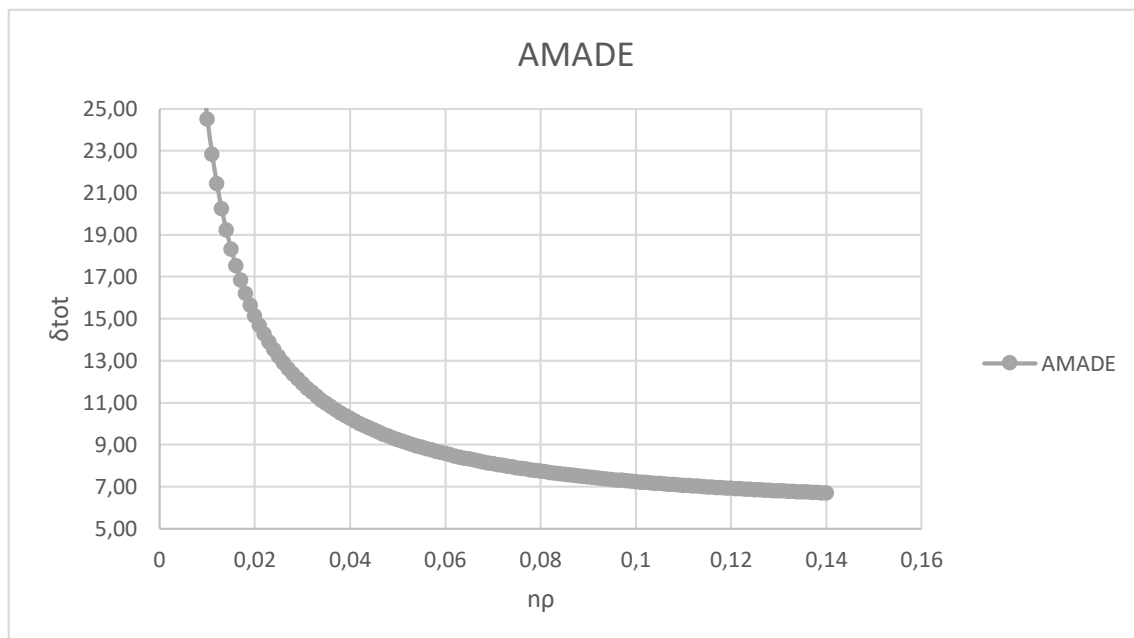


Figura 11 fletxa total -  $np$  exemple AMADE

La figura anterior ens mostra el que s'ha comentat anteriorment. Per valors baixos de  $np$  tenim unes fletxes elevades, que disminueixen ràpidament amb valors molt similars als altres mètodes ja comentats.

## 8 ANÀLISIS DE RESULTATS

En aquest apartat s'analitzaran les diferents gràfiques proposades en l'apartat 7 del present document. Tal i com s'ha comentat el nou Eurocodi-2 proposat per aquest 2018 treballa amb el mètode simplificat que s'ha explicat en aquest projecte. Aquest mètode resulta apropiat quan es treballa amb l'acer, però pel nostre mètode comparatiu no ens serveix ja que treballem tant amb materials com l'acer o els FRP.

### 8.1 Resultats Eurocodi-2 vigent i Eurocodi-2 proposat parametritzats

Tot seguit compararem els resultats per l'Eurocodi-2 vigent i el proposat però a diferència del punt 8.1 del present document, es realitzarà de forma parametritzada. Per fer-ho agafarem els valors del punt 7. Tal i com s'ha comentat ja en aquell punt la diferència que hi ha és la fórmula per obtenir el valor del mòdul elàstic del formigó.

Si per el Eurocodi-2 vigent s'utilitza

$$E_c = 22000 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0,3} = 22000 \cdot \left(\frac{25 + 8}{10}\right)^{0,3} = 31475,81 \text{ MPa}$$

Per el nou Eurocodi-2 es proposa

$$E_c = 1,05 \cdot 10000 \cdot f_{cm}^{\left(\frac{1}{3}\right)} = 1,05 \cdot 10000 \cdot (25 + 8)^{\left(\frac{1}{3}\right)} = 33679,11 \text{ MPa}$$

Aquests valors ens poden donar una idea dels resultats que obtindrem. Al augmentar el valor del mòdul elàstic del formigó estem augmentant de forma directa la rigidesa, per tant pel nou Eurocodi-2 hauríem de tenir unes fletxes més baixes que per l'Eurocodi-2 vigent.

En aquest cas no s'adjuntarà una taula amb els resultats obtinguts, per tenir una idea dels resultats que ens sortiran a la taula podem mirar la taula 8 per el Eurocodi-2 vigent mentre que pel proposat seria la mateixa taula però modificant els paràmetres que depenen del mòdul elàstic del formigó.



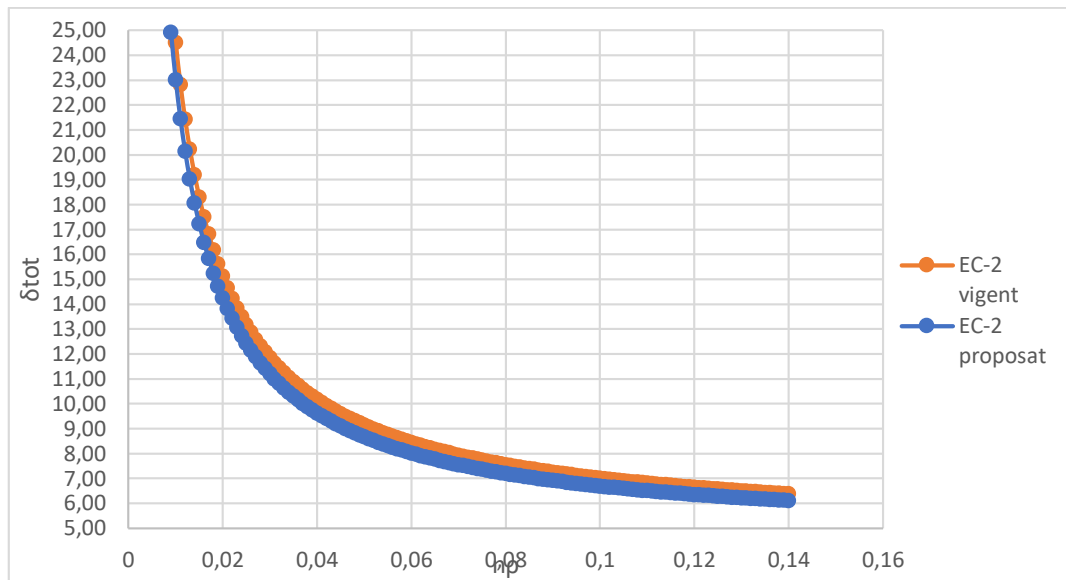


Figura 12 gràfica EC-2 vigent vs EC-2 proposat

Tal i com hem suposat el resultat obtingut han estat unes fletxes molt similars pels dos mètodes, podem dir doncs que el valor del mòdul elàstic pel nou mètode de l'Eurocodi-2 ens donarà valors de fletxes més petites que les actuals.

La gràfica té l'eix de les ordenades tallat perquè per valors molt petits de  $n \cdot p$  obtenim unes fletxes molt elevades, que no es poden aplicar perquè tenim uns límits marcats per normativa que és  $L/250$ . Si calculem quin seria el valor pel nostra cas obtindríem:

$$\frac{4500}{250} = 18 \text{ mm}$$

Això vol dir que no podríem considerar valor de  $n \cdot p$  que ens donin fletxes superiors a aquests 18 mm de fletxa màxima.

Els primers valors de  $n \cdot p = 0,004$  tenen uns valors de la fletxa per l'Eurocodi-2 vigent i per l'Eurocodi-2 proposat de 51,28 mm i 48,04 mm respectivament.

Per veure la fletxa màxima permesa s'adjuntarà una gràfica en la que podrem observar aquests resultats.

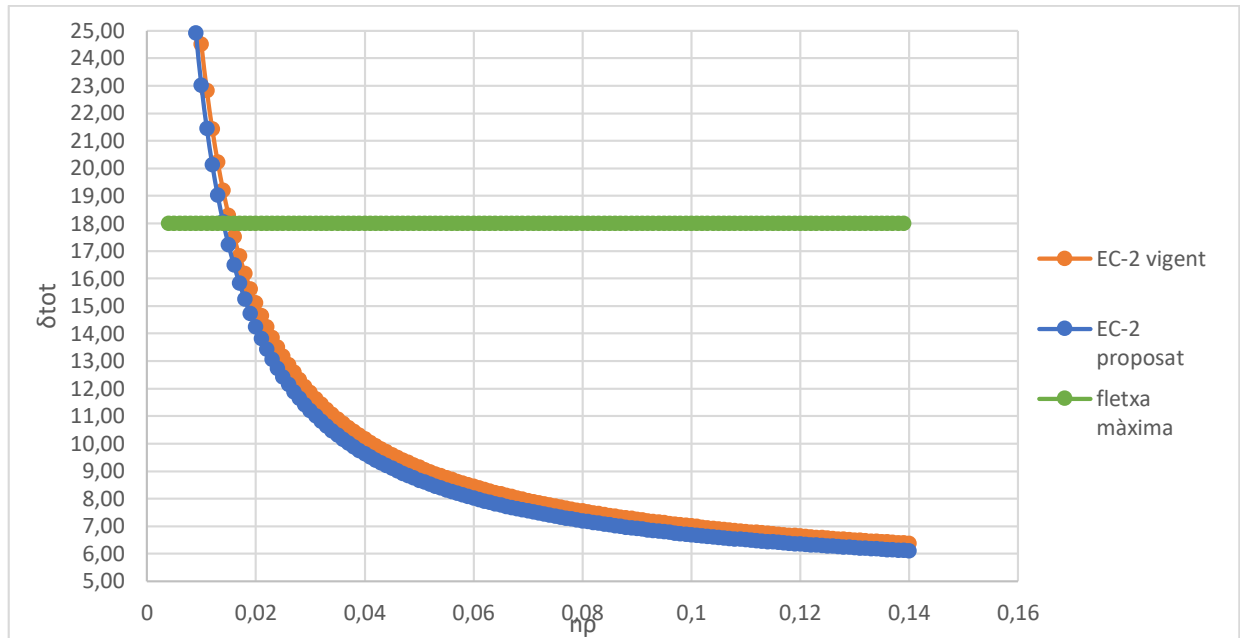


Figura 13 comparativa EC-2 amb fletxa màxima

A la figura anterior podem observar que els primers resultats no serien acceptats perquè tal i com hem comentat estan per sobre de la màxima fletxa permesa, per tant hauríem de seleccionar una  $n \cdot p$  més elevada.

## 8.2 Resultats entre els mètodes variant la resistència característica del formigó

En aquest apartat es realitzaran els càlculs però variant la resistència característica del formigó. Per tal de tenir uns gràfics més entenedors es mostraran els resultats per la normativa EHE-08, l'Eurocodi-2 vigent i els càlculs realitzats pel grup de recerca AMADE. D'aquesta manera no incorporarem els resultats de l'Eurocodi-2 proposat ja que com s'ha demostrat en el apartat 8.1 obtenim resultats molt similars, ja que només varia el mòdul elàstic del formigó.

Per realitzar els càlculs utilitzarem els següents paràmetres:

$L = 4.5 \text{ m}$	$b = 1000 \text{ mm}$	$h = 300 \text{ mm}$	$d = 250 \text{ mm}$
$d' = 50 \text{ mm}$	$f_{ck} = 25 \text{ o } 50 \text{ MPa}$	$\varphi(t_0, t) = 2$	$\varepsilon_{sh} = 200 \cdot 10^{-6}$
$M_a/M_{cr} = 1,5$	$\frac{g}{g+q} = 0,75$	$\frac{q}{g+q} = 0,25$	$\varphi_2 = 0.3$

La primera gràfica tindrà un valor  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$  mentre que per la segona gràfica mantindrem tots els altres paràmetres i modificarem per un  $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$ . Per tal de diferenciar aquests casos pel valor de  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$  serà el cas 1 i pel valor de  $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$  serà el cas 2.

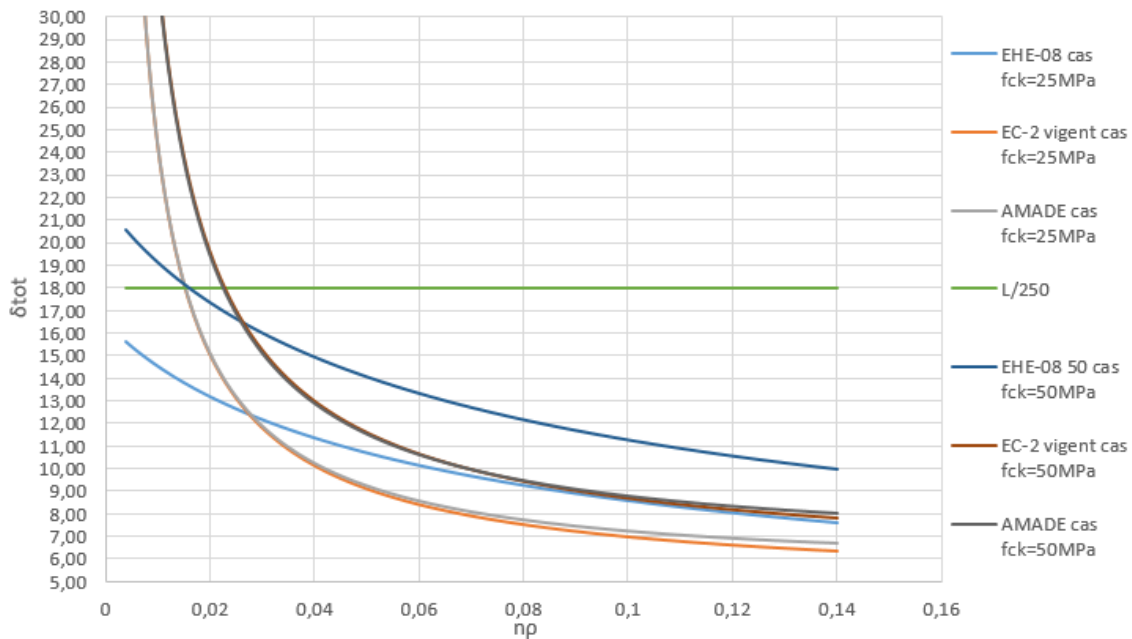


Figura 14 gràfica comparació resistència característica del formigó

En la figura anterior podem veure representades 6 corbes. Tal i com es pot observar en la llegenda, les tres primeres fan referència a les 3 normatives calculades amb el cas 1, la 4 fa referència a la fletxa màxima permesa per aquesta longitud de biga, i per últim tenim les 3 últimes que fan referència altre vegada a les 3 normatives calculades pel cas 2.

A simple vista podem veure que pel cas 2 obtenim fletxes més grans que en el cas 1 per totes les normatives aplicades. A priori pensàriem que el resultat hauria de ser el contrari ja que augmentant el valor de la resistència característica augmentem el mòdul elàstic del formigó, cosa que el faria més rígid.

En contra aquest valor també el tenim per calcular el moment de fissuració

$$M_{cr} = \frac{1}{6} * b * h^2 * f_{ct}$$

I al mateix temps augmenta el valor del moment màxim aplicat a la secció.

$$M_a/M_{cr} = 1,5$$

D'aquesta manera podem dir que al augmentar la resistència característica en el cas plantejat ens faria augmentar les fletxes.

Per veure-ho amb valors s'adjuntarà una taula en la que podrem observar els valors inicials i finals de les fletxes per cada mètode tant pel cas 1 com per el cas 2.

	<i>EHE-08</i> <i>f<sub>ck</sub>=25MPa</i>	<i>EC-2</i> <i>f<sub>ck</sub>=25MPa</i>	<i>AMADE</i> <i>f<sub>ck</sub>=25MPa</i>	<i>EHE-08</i> <i>f<sub>ck</sub>=50MPa</i>	<i>EC-2</i> <i>f<sub>ck</sub>=50MPa</i>	<i>AMADE</i> <i>f<sub>ck</sub>=50MPa</i>
$\delta n\rho=0.004$	15,66	51,28	51,32	20,60	68,17	68,05
$\delta n\rho=0.14$	7,59	6,38	6,70	9,99	7,78	8,03

*taula 10 valors de les fletxes variant la resistència característica*

En la taula anterior podem observar com les fletxes inicials són molt similars pels casos d'AMADE i l'Eurocodi-2 i destaca la llunyania per la normativa EHE-08. Mentre que les fletxes finals aquests valors queden molt propers pels tres mètodes.

Això ens indica que per valors de  $n\rho$  baixos els mètodes de l'Eurocodi-2 i AMADE dista una mica del proposat per l'EHE-08 encara que aquesta fletxa disminueix de forma molt ràpida per acabar obtenint, pels tres casos, unes fletxes molt similars.

### 8.3 Resultats entre els mètodes variant la relació entre el moment màxim i el moment de fissuració

En aquest apartat s'analitzaran els resultats obtinguts per cada un dels mètodes variant la relació entre el moment màxim aplicat a la biga i el moment de fissuració.

Tal i com hem fet en l'apartat anterior farem ús dels mateixos tres mètodes. Per realitzar aquests càlculs els paràmetres utilitzats són els següents:

$$\begin{array}{llll}
 L = 4.5 \text{ m} & b = 1000 \text{ mm} & h = 300 \text{ mm} & d = 250 \text{ mm} \\
 d' = 50 \text{ mm} & f_{ck} = 25 \text{ MPa} & \varphi(t_0, t) = 2 & \varepsilon_{sh} = 200 * 10^{-6} \\
 \frac{M_a}{M_{cr}} = 1,5 \text{ o } 2 \text{ o } 4 & \frac{g}{g+q} = 0,75 & \frac{q}{g+q} = 0,25 & \varphi_2 = 0.3
 \end{array}$$

En aquest cas, a diferència del cas anterior, tenim 3 possibles opcions a realitzar. Per tal de no dotar la nostra gràfica de masses combinacions, es realitzarà la comparativa usant 2 gràfiques comparatives. La primera compararem per un valor de  $\frac{M_a}{M_{cr}} = 1.5$  amb un valor  $\frac{M_a}{M_{cr}} = 2$  i després realitzarem l'estudi altra vegada per un valor  $\frac{M_a}{M_{cr}} = 1,5$  i un valor  $\frac{M_a}{M_{cr}} = 4$ . Al final s'adjuntarà una taula amb els resultats de les fletxes tal i com s'ha fet en el cas anterior.

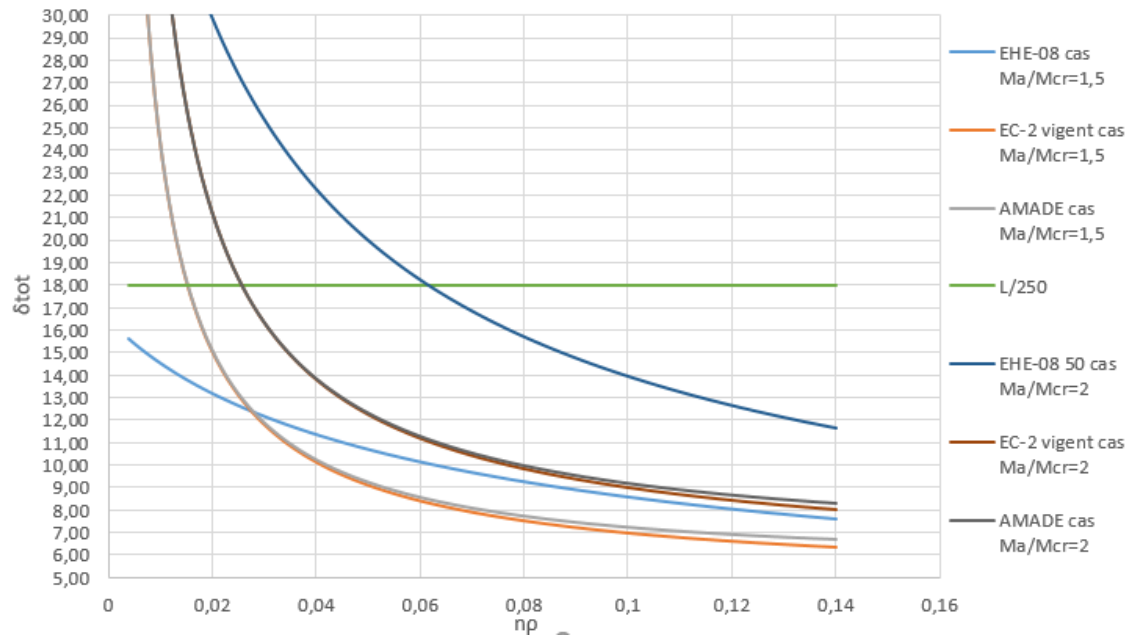


Figura 15 gràfica comparació relació moment màxim vs fissuració (1)

En la figura anterior podem observar el mateix que en el cas anterior pel que fa a la evolució de la fletxa a mesura que augmentem el valor  $np$  la fletxa va disminuint per tots els mètodes, tenint una gran similitud durant tota la corba els mètodes d'AMADE i Eurocodi-2. Per valors elevats de  $np$  les fletxes són pels tres mètodes molt properes tal i com podem observar en la taula següent:

	$\frac{M_a}{M_{cr}} = 1.5$ EHE-08	$\frac{M_a}{M_{cr}} = 1.5$ EC-2	$\frac{M_a}{M_{cr}} = 1.5$ AMADE	$\frac{M_a}{M_{cr}} = 2$ EHE-08	$\frac{M_a}{M_{cr}} = 2$ EC-2	$\frac{M_a}{M_{cr}} = 2$ AMADE
$\delta np=0,004$	15,66	51,28	51,32	44,67	75,59	75,65
$\delta np=0,14$	7,59	6,38	6,70	11,68	8,03	8,29

taula 11 valors de les fletxes variant la relació moment màxim respecte moment de fissuració (1)

La taula anterior ens mostra de forma numèrica el que s'ha vist de forma visual en la Figura 15. Al augmentar la relació estem augmentant el valor del moment màxim aplicat a la biga, o el què és el mateix, la càrrega que ha de suportar. Si apliquem aquesta relació, i no variem cap altre paràmetre, la nostra biga tindrà unes fletxes més elevades.

Tal i com passava tant per l'Eurocodi-2 com per AMADE les primeres fletxes les podríem negligir, ja que donen valors que en aquest cas són de l'ordre de 1,5 vegades als obtinguts per l'EHE-08. Encara que a mesura que augmentem el factor  $np$  veiem que els resultats són més propers, encara que obtenim valors de fletxes superiors en el altre cas, ja que per l'altre cas proposat, també augmentàvem la resistència característica del formigó, i ens feia augmentar una mica la rigidesa. Veiem però, que aquest factor ha perjudicat més la fletxa per al cas EHE-08 on ha

augmentat de l'ordre de 4mm, mentre que pels altres dos mètodes no ha arribat a augmentar ni 2mm.

Tot seguit realitzarem la comprovació augmentant la relació  $\frac{M_a}{M_{cr}} = 4$ , tot ens fa indicar que aquesta relació afectarà de manera significativa a la fletxa de la nostra biga si no variem cap altre valor, ja que al passar de 1,5 a 2 hem obtingut diferències significatives.

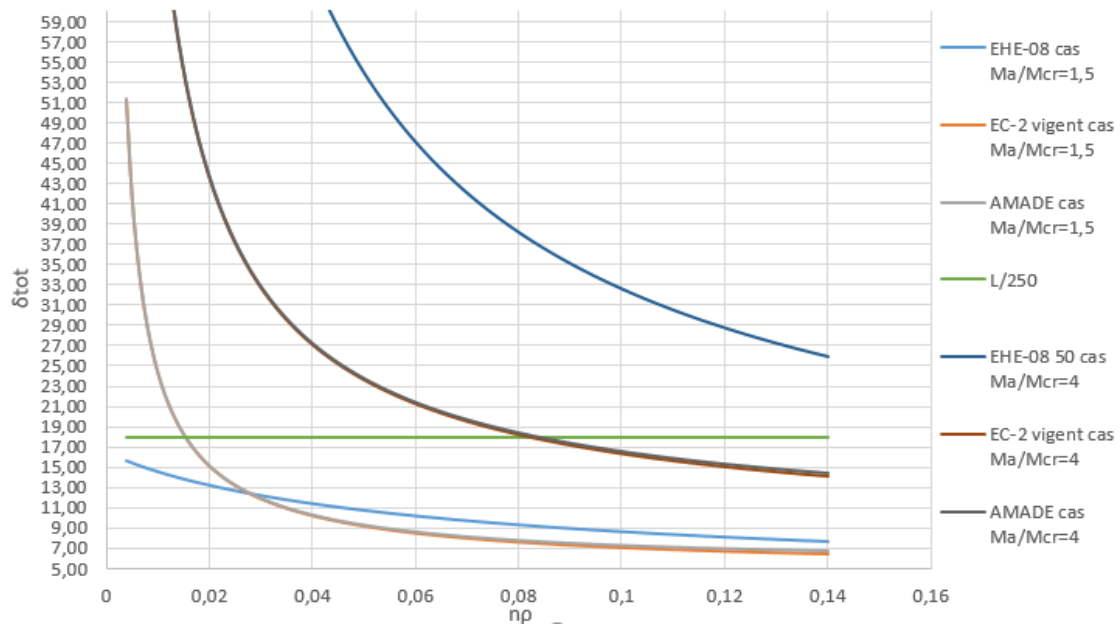


Figura 16 gràfica comparació relació moment màxim vs fissuració (2)

Tal i com suposàvem, obtenim valors de fletxes extremadament altes. Observem que pels mètodes d'AMADE i Eurocodi-2 a partir de valors de l'ordre de  $np=0.082$ , podríem aconseguir armar la nostra biga per tal de no superar les fletxes màximes que es permeten. Per altra banda s'observa que pel mètode EHE-08 aquesta relació, amb aquests paràmetres, no és viable perquè en cap moment obtenim fletxes per tal de satisfer la llei. Per tal de veure amb valors numèrics aquests resultats s'adjuntarà una taula amb la que es veurà de forma més clara aquests resultats.

Es pot apreciar que per tal de poder veure una mica el comportament dels diferents mètodes l'escala de la Figura 16 a variat respecte la Figura 15.

	<i>EHE-08</i> $\frac{M_a}{M_{cr}} = 1.5$	<i>EC-2</i> $\frac{M_a}{M_{cr}} = 1.5$	<i>AMADE</i> $\frac{M_a}{M_{cr}} = 1.5$	<i>EHE-08</i> $\frac{M_a}{M_{cr}} = 4$	<i>EC-2</i> $\frac{M_a}{M_{cr}} = 4$	<i>AMADE</i> $\frac{M_a}{M_{cr}} = 4$
$\delta np=0,004$	15,66	51,28	51,32	328,12	164,10	164,44
$\delta np=0,14$	7,59	6,38	6,70	25,90	14,13	14,34

taula 12 valors de les fletxes variant la relació moment màxim respecte moment de fissuració (2)

Tal i com s'ha vist en la gràfica observem valors inicials molt elevats de l'ordre de 21 vegades per la normativa EHE-08 i 3 vegades per les normatives Eurocodi-2 i per la metodologia d'AMADE. En aquestes condicions les dues últimes normatives si que complirien amb el requisit de  $L/250$ , mentre que l'EHE no ho faria.

Per tant podem dir que afecta de manera més significativa aquesta relació a la normativa EHE-08, ja que aquest moment màxim actua de forma més directe a l'hora d'obtenir la inèrcia equivalent.

Si recordem les equacions per la normativa EHE-08 ho tenim elevat al cub, mentre que per els altres mètodes aquesta relació no és tant directa i això fa que no tingui la mateixa repercussió.

$$I_e = \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3 * I_b + \left[1 - \left(\frac{M_f}{M_a}\right)^3\right] * I_f$$

Per tal de poder disminuir aquesta fletxa partirem de l'equació següent, que és la que s'utilitza per tal d'obtenir la fletxa instantània per la normativa EHE-08.

$$\delta_{i,qmax} = \frac{5 * q_{max} * L^4}{384 * E_c * I_e}$$

Observant l'equació anterior les nostres opcions augmentar el mòdul d'elasticitat del formigó o variar les dimensions de la nostra biga. La manera per augmentar el mòdul elàstic tal i com hem vist abans era augmentar el valor de la resistència característica del formigó, però això també feia augmentar al valor del moment de fissuració i per tant el moment màxim. Per tant encara obtindríem fletxes més elevades.

Per tant l'única solució seria retocar el dimensionament de la nostra biga. Ja que les dimensions de la biga actuen en valors com la inèrcia de la secció. Fent servir la lògica tot sembla indicar que si augmentem la secció o l'armadura de la nostra biga aconseguiríem reduir aquestes fletxes.

Per tal de veure-ho, es variarà la secció de la biga per veure si obtenim uns valors de fletxa més baixos. La proposta realitzada ha estat augmentar el cantell de la biga i com a conseqüència la distància entre l'armadura de tracció amb la part superior de la secció i mantenir els altres paràmetres.

$L = 4.5 \text{ m}$

$b = 1000 \text{ mm}$

$h = 500 \text{ mm}$

$d = 450 \text{ mm}$

$d' = 50 \text{ mm}$

$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$

$\varphi(t_0, t) = 2$

$\varepsilon_{sh} = 200 * 10^{-6}$

$$\frac{M_a}{M_{cr}} = 1,5 \text{ o } 4 \quad \frac{g}{g+q} = 0,75 \quad \frac{q}{g+q} = 0,25 \quad \varphi_2 = 0.3$$

A continuació s'adjuntarà la gràfica resultant així com la taula de resultats.

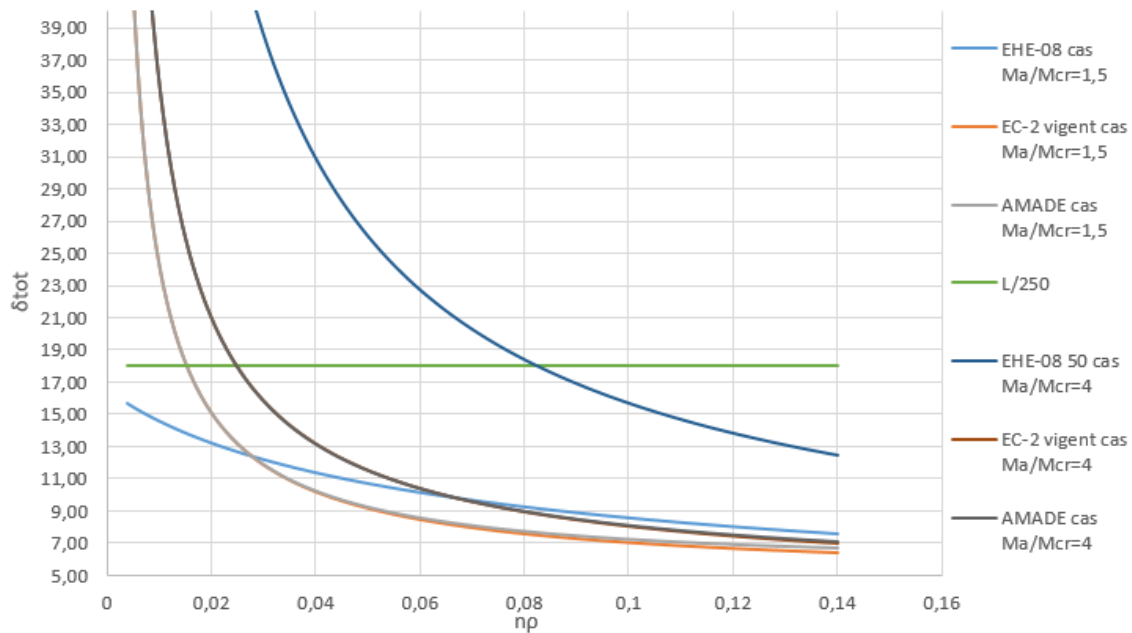


Figura 17 gràfica comparació relació moment màxim vs fissuració (3)

En la figura anterior podem observar com al augmentar les dimensions de la nostra secció obtenim uns resultats de fletxes inferiors als que teníem anteriorment. A simple vista s'observa que en aquest cas per la normativa EHE-08 ja hi ha possibilitats de suportar el moment màxim, mentre que per els altres dos mètodes, encara que abans ja es podien acceptar, en aquest cas tenen uns valors bastant propers als càlculs amb el cantell de 300mm i amb una relació  $\frac{M_a}{M_{cr}} = 1,5$ . Per veure-ho de forma numèrica s'adjuntarà una taula.

	<i>EHE-08</i> $\frac{M_a}{M_{cr}} = 1.5$	<i>EC-2</i> $\frac{M_a}{M_{cr}} = 1.5$	<i>AMADE</i> $\frac{M_a}{M_{cr}} = 1.5$	<i>EHE-08</i> $\frac{M_a}{M_{cr}} = 4$	<i>EC-2</i> $\frac{M_a}{M_{cr}} = 4$	<i>AMADE</i> $\frac{M_a}{M_{cr}} = 4$
$\delta np=0,004$	15,66	51,28	51,32	170	78,37	78,51
$\delta np=0,14$	7,59	6,38	6,70	12,41	6,94	7,07

taula 13 valors de les fletxes variant la relació moment màxim respecte moment de fissuració (3)

Encara es pot observar que per la normativa EHE-08 per una  $np=0,004$  tenim una fletxa molt elevada, de l'ordre de 11 vegades respecte la relació  $\frac{M_a}{M_{cr}} = 1.5$  amb un cantell de 300mm, però comparada amb la taula 12 tenim que és la meitat. Per altra banda els altres casos també han



disminuït de forma considerada el valor de la fletxa i per valors de  $\eta p = 0,14$  obtenim unes fletxes que no disten ni 1mm de les obtingudes amb la relació  $\frac{M_a}{M_{cr}} = 1.5$  amb un cantell de 300mm.

Per tant podríem dir que si augmentem aquesta relació, per mantenir les fletxes hauríem d'augmentar les seccions de la biga i d'aquesta manera obtindríem millors resultats.

#### 8.4 Resultats entre els mètodes variant els paràmetres reològics

Per realitzar aquest apartat es seguirà la metodologia proposada en els altres casos. En aquest cas es variaran els paràmetres reològics. Abans de començar a realitzar l'anàlisi, ja s'ha comentat que per la normativa EHE-08 el factor de la retracció i el valor del coeficient de fluència no es té en compte en cap equació per tal de determinar la fletxa de la biga, per tant hauríem de tenir el mateix valor de fletxa en els dos casos.

Els paràmetres que s'han usat per aquest anàlisi són els següents:

$$\begin{array}{llll}
 L = 4.5 \text{ m} & b = 1000 \text{ mm} & h = 300 \text{ mm} & d = 250 \text{ mm} \\
 d' = 50 \text{ mm} & f_{ck} = 25 \text{ MPa} & \varphi(t_0, t) = 2 \text{ o } 3 & \varepsilon_{sh} = 200 * 10^{-6} \text{ o } 400 * 10^{-6} \\
 \frac{M_a}{M_{cr}} = 1,5 & \frac{g}{g+q} = 0,75 & \frac{q}{g+q} = 0,25 & \varphi_2 = 0.3
 \end{array}$$

Així doncs la gràfica obtinguda és la següent:

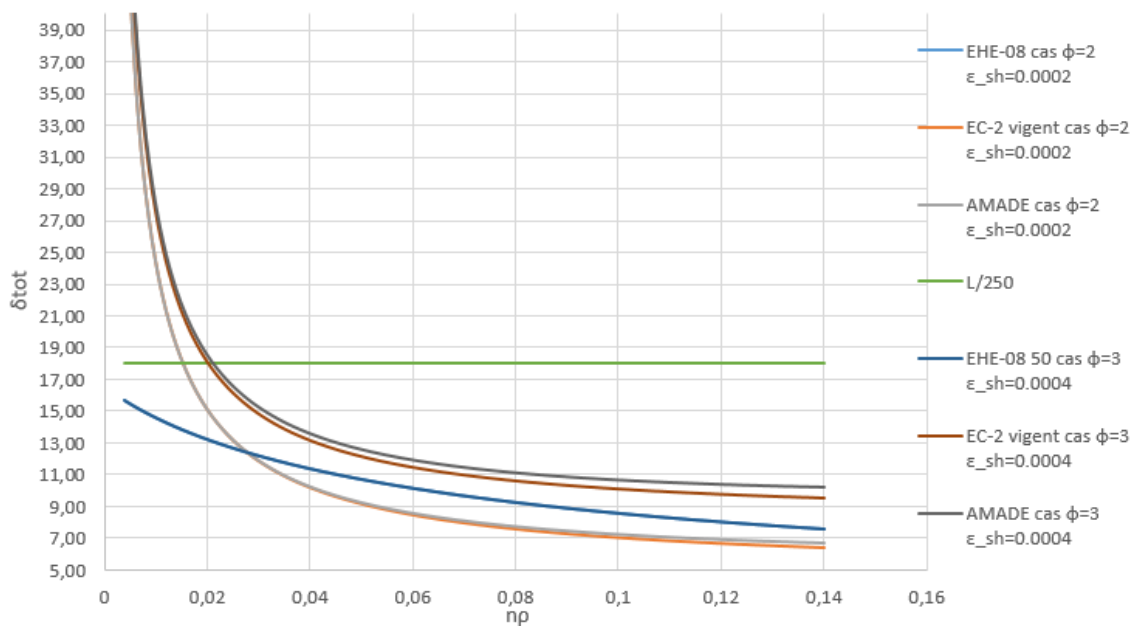


Figura 18 gràfica comparació variant paràmetres reològics

En la figura anterior podem observar que tal i com s'havia comentat les corbes de la normativa EHE-08 es superposen, ja que aquests valors no intervenen en els càlculs per calcular la fletxa a llarg termini.

Per altra banda en les altres dues normatives si que hi tenen un efecte tal i com podem observar, a efectes visuals podríem dir que aquests paràmetres tenen major efecte a mesura que el valor  $n_p$  augmenta. En la gràfica podem veure com per valors baixos de  $n_p$  les corbes pràcticament es superposen però a mesura que augmenta, també augmenta el valor de la fletxa.

Per tal de veure aquests resultats de forma numèrica s'adjunta una taula de resultats tal i com s'ha fet en els altres casos.

	<i>EHE-08</i> $\varphi =$ $2 i \varepsilon_{sh} =$ 0.0002	<i>EC-2</i> $\varphi =$ $2 i \varepsilon_{sh} =$ 0.0002	<i>AMADE</i> $\varphi =$ $2 i \varepsilon_{sh} =$ 0.0002	<i>EHE-08</i> $\varphi =$ $3 i \varepsilon_{sh} =$ 0.0004	<i>EC-2</i> $\varphi =$ $3 i \varepsilon_{sh} =$ 0.0004	<i>AMADE</i> $\varphi =$ $3 i \varepsilon_{sh} =$ 0.0004
$\delta n_p=0,004$	15,66	51,28	51,32	15,66	54,82	55,55
$\delta n_p=0,14$	7,59	6,38	6,70	7,59	9,53	10,17

taula 14 valors de les fletxes variant els paràmetres reològics

A efectes numèrics podem corroborar el que s'ha comentat un cop vista la Figura 18 que per la normativa EHE-08 els valors de les fletxes són els mateixos per els dos casos ja que aquests paràmetres no intervenen a l'hora de calcular la fletxa, i que per els altres dos mètodes a simple vista semblava que a valors de  $n_p$  elevats la diferència de les fletxes era superior a la de valors de  $n_p$  baixos, però numèricament veiem que això no és cert.

Per l'Eurocodi-2 la diferència pel valor més baix de  $n_p$  és de 3,54mm mentre que pel valor de  $n_p$  més elevat aquesta diferència és de 3.15mm per tant inferior.

Per el cas d'AMADE tenim un comportament del mateix estil, per el valor més baix de  $n_p$  la diferència és de 4,23mm mentre que per el valor més alt de  $n_p$  la diferència és de 3,47mm per tant també inferior.

D'aquesta manera podríem dir que la diferència en la fletxa es pràcticament la mateixa durant tots els valors de  $n_p$ .

## 8.5 Resultats entre els mètodes variant les dimensions estructurals de la biga

En el següent apartat realitzarem l'anàlisi de la fletxa a llarg termini variant les dimensions estructurals de la nostra biga. El paràmetres que tocarem seran la base, el cantell, la distància entre la part superior de la secció i l'armadura de tracció i la longitud de la biga.

Els dos casos proposats són els següents, per les dimensions 1:

$L = 4,5 \text{ m}$	$b = 1000 \text{ mm}$	$h = 300 \text{ mm}$	$d = 250 \text{ mm}$
$d' = 50 \text{ mm}$	$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$	$\varphi(t_0, t) = 2$	$\varepsilon_{sh} = 200 * 10^{-6}$
$\frac{M_a}{M_{cr}} = 1,5$	$\frac{g}{g + q} = 0,75$	$\frac{q}{g + q} = 0,25$	$\varphi_2 = 0.3$

Mentre que per les dimensions 2 tenim:

$L = 6 \text{ m}$	$b = 300 \text{ mm}$	$h = 500 \text{ mm}$	$d = 450 \text{ mm}$
$d' = 50 \text{ mm}$	$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$	$\varphi(t_0, t) = 2$	$\varepsilon_{sh} = 200 * 10^{-6}$
$\frac{M_a}{M_{cr}} = 1,5$	$\frac{g}{g + q} = 0,75$	$\frac{q}{g + q} = 0,25$	$\varphi_2 = 0.3$

Observem que les diferències bàsiques entre els dos casos són les àrees de les seccions així com la longitud de la biga. Per les dimensions 1 tenim una biga més curta i una secció que té una amplada més gran que la seva altura. Per altre banda per les dimensions 2 tenim una biga més llarga amb una base més petita que l'altura.

Els càlculs que analitzarem primer seran veure com es comporten les fletxes utilitzant aquestes variacions en les dimensions, i un cop analitzades es proposarà una nova combinació amb la que observem com afecten aquests termes de forma més individualitzada.

En aquest cas tindrem una línia nova que ens marcarà la  $L/250$  per cada un dels casos, ja que no tenim la mateixa longitud i això fa que la fletxa permesa variï.

Els resultats obtinguts els podrem observar en la figura següent:

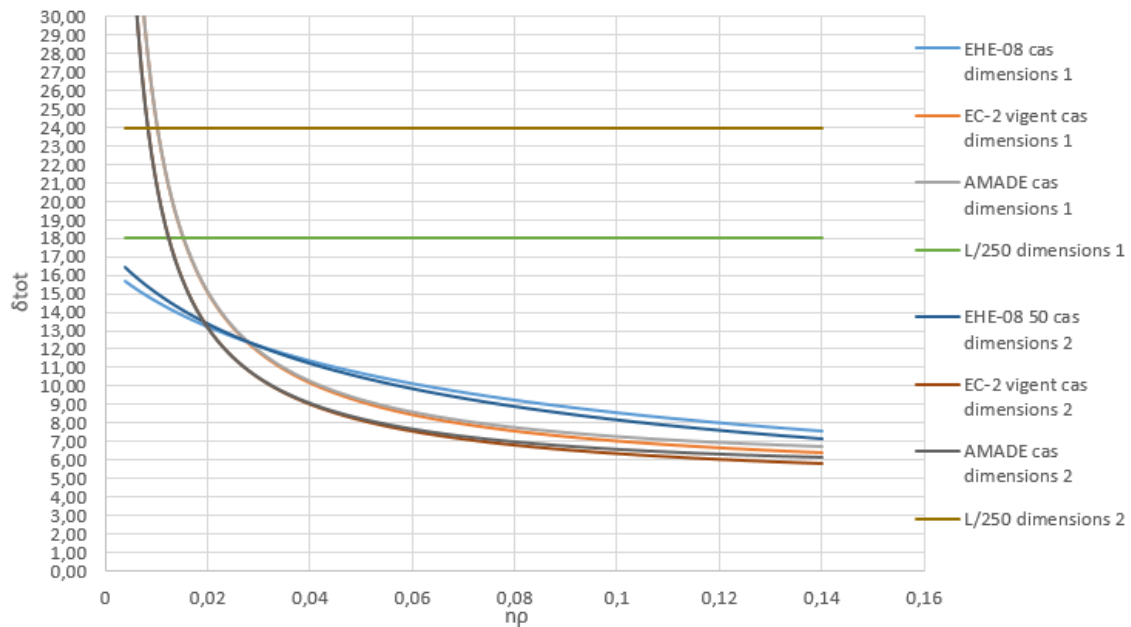


Figura 19 gràfica comparació variant paràmetres dimensionals (1)

En la figura anterior observem que al tenir una longitud més elevada obtenim una limitació menys estricta a l'hora de la fletxa permesa, passant d'un valor de 18 mm a un valor de 24mm.

Pel que fa als altres mètodes tenim que per l'EHE-08 per valors petits de np obtenim fletxes lleugerament superiors per les dimensions 2, mentre que per valors elevats de np obtenim fletxes més elevades pel cas de les dimensions 1.

Tal i com ha passat en les altres comparacions, els mètodes d'AMADE i Eurocodi-2 tenen un comportament pràcticament idèntic pels dos casos, encara que obtenim fletxes més petites amb les dimensions 2 tal i com passava amb la normativa EHE-08. El fet que variant la L ens continuï donant una fletxa similar és degut a que també hem augmentat el cantell de la secció.

Per veure aquests resultats de forma numèrica, s'adjuntarà una taula amb els valors de la fletxa per cada un dels mètodes per a np=0.004 i np=0.14.

	EHE-08 cas 1	EC-2 cas 1	AMADE cas 1	EHE-08 cas 2	EC-2 cas 2	AMADE cas 2
$\delta_{np=0,004}$	15,66	51,28	51,32	16,47	43,86	43,83
$\delta_{np=0,14}$	7,59	6,38	6,70	7,10	5,84	6,17

taula 15 valors de les fletxes variant els paràmetres dimensionals (1)

Amb aquesta taula podem confirma que en tots els mètodes per valors elevats de np obtenim fletxes lleugerament més baixes per les dimensions 2. Mentre que per valors més petits de np

pel cas de l'EHE-08 tenim una fletxa lleugerament superior per les dimensions 2, mentre que per els altres dos casos tenim fletxes 7 mm més petites per les dimensions 2.

Tot seguit realitzarem un altre anàlisi observant si deixant la mateixa longitud del cas 1 per el cas 2 obtenim unes fletxes més baixes o per contrari més altes.

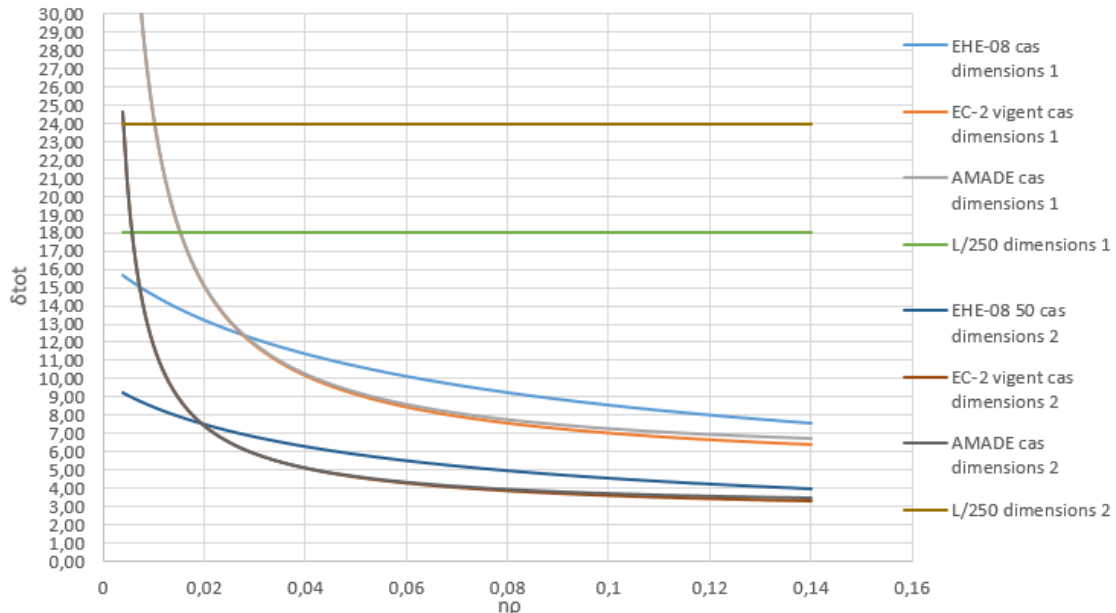


Figura 20 gràfica comparació variant paràmetres dimensionals (2)

Observem que en la figura anterior al variar la longitud obtenim fletxes més petites per totes les normatives en el cas de les dimensions 2 amb una longitud de biga de 4,5m.

Aquests resultats són els esperats perquè les fletxes instantànies depenen de la longitud de la biga. Com que el terme està en el numerador, tal i com podem observar en els exemples dels mètodes, quan menor sigui la distància, amb els mateixos valors, obtindrem fletxes més petites.

De tal manera podríem veure com afecta si variem la relació entre l'altura i la base de la secció. Si ens basem en les equacions observariem que d'aquets dos paràmetres, el que té un efecte més important és el de l'altura. Ja que normalment aquests dos paràmetres ban lligats però l'altura en les equacions la tenim elevada al cub, per tant té un efecte molt més important.

Per tal de veure-ho gràficament realitzarem una comparativa utilitzant les dimensions 1 i variant per les dimensions 2 el valor de la base. Per tal de veure altres valors utilitzarem els paràmetres següents:

$$\begin{array}{llll}
 L = 4,5 \text{ m} & b = 2000 \text{ o } 500 \text{ mm} & h = 300 \text{ mm} & d = 250 \text{ mm} \\
 d' = 50 \text{ mm} & f_{ck} = 25 \text{ MPa} & \varphi(t_0, t) = 2 & \varepsilon_{sh} = 200 * 10^{-6} \\
 \frac{M_a}{M_{cr}} = 1,5 & \frac{g}{g + q} = 0,75 & \frac{q}{g + q} = 0,25 & \varphi_2 = 0.3
 \end{array}$$

Amb aquests dos casos podrem comparar amb els valors de la Figura 14 i taula 10 on tenim per el cas de  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$  un valor  $b=1000 \text{ mm}$ .

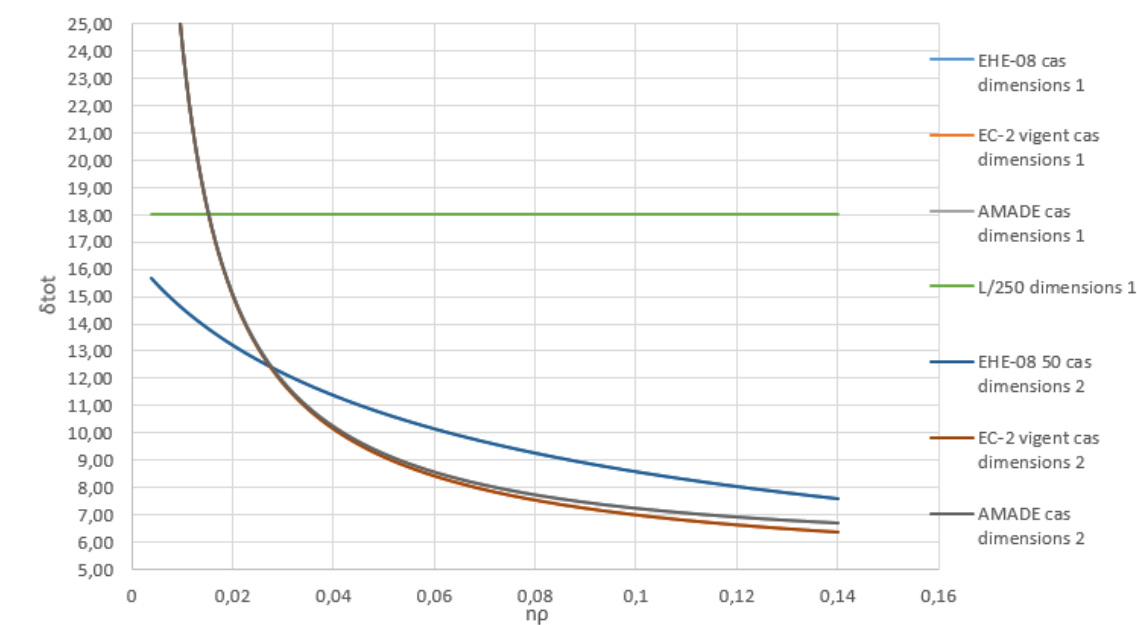


Figura 21 gràfica comparació variant paràmetres dimensionals (3)

Tal i com hem dit anteriorment a nivell visual no veiem diferència aparent quan variem el valor de la base de la secció, ja que el terme més important és l'altura de la secció.

A continuació realitzarem el mateix procediment però variant l'altura de la secció. Per l'anàlisi utilitzarem els paràmetres següents:

$$\begin{array}{llll}
 L = 4,5 \text{ m} & b = 1000 \text{ mm} & h = 200 \text{ o } 500 \text{ mm} & d = 150 \text{ o } 450 \text{ mm} \\
 d' = 50 \text{ mm} & f_{ck} = 25 \text{ MPa} & \varphi(t_0, t) = 2 & \varepsilon_{sh} = 200 * 10^{-6} \\
 \frac{M_a}{M_{cr}} = 1,5 & \frac{g}{g + q} = 0,75 & \frac{q}{g + q} = 0,25 & \varphi_2 = 0.3
 \end{array}$$

En aquest cas al modificar l'altura també hem de modificar la distància entre l'armadura de tracció i la part superior de la secció.

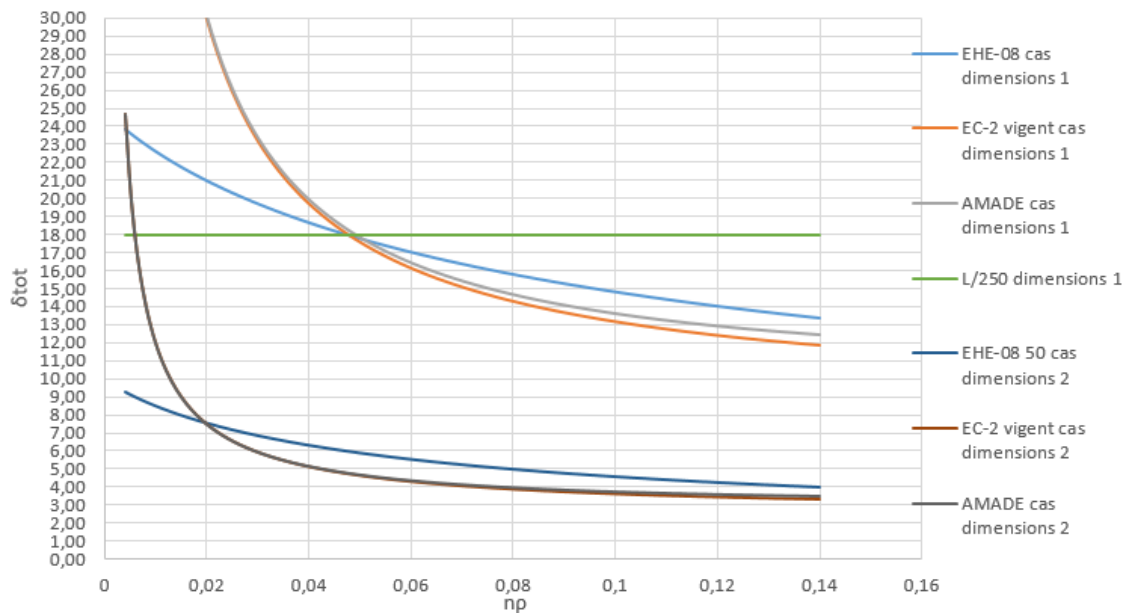


Figura 22 gràfica comparació variant paràmetres dimensionals (4)

En aquest cas podem observar que variar les dimensions de l'altura de la secció sí que afecta de forma significativa. Veiem que en el cas de les dimensions 1 hem disminuït 100 mm l'altura i obtenim valors de fletxa superiors que en la Figura 14 i al mateix temps al augmentar 20mm obtenim valors de fletxa més petits.

Els valors numèrics obtinguts són els següents:

	<i>EHE-08 cas 1</i>	<i>EC-2 cas 1</i>	<i>AMADE cas 1</i>	<i>EHE-08 cas 2</i>	<i>EC-2 cas 2</i>	<i>AMADE cas 2</i>
$\delta n\rho=0,004$	23,85	104,35	104,56	9,26	24,67	24,66
$\delta n\rho=0,14$	13,35	11,86	12,42	3,99	3,29	3,47

taula 16 valors de les fletxes variant els paràmetres dimensionals (4)

Comparant els resultats de la taula 10 observem que per tots els mètodes disminuir l'altura 100mm suposa un augment de la fletxa d'aproximadament el doble. En canvi augmentar el valor de l'altura 200mm suposa una disminució de la fletxa de quasi el doble.

Per tant si hem de modificar la secció de la biga per tal de millorar la fletxa el paràmetre a modificar és l'altura de la secció.

## 8.6 Resultats entre els mètodes variant la proporció de les càrregues

En aquest últim apartat analitzarem com afecta la proporció de les càrregues en la nostra fletxa. Tal i com hem fet en els altres casos es proposaran dos casos per tal de fer l'anàlisi amb les següents dades.

$$\begin{aligned}
 L &= 4,5 \text{ m} & b &= 1000 \text{ mm} & h &= 300 \text{ mm} & d &= 250 \text{ mm} \\
 d' &= 50 \text{ mm} & f_{ck} &= 25 \text{ MPa} & \varphi(t_0, t) &= 2 & \varepsilon_{sh} &= 200 \cdot 10^{-6} \\
 \frac{M_a}{M_{cr}} &= 1,5 & \frac{g}{g+q} &= 0,75 \text{ o } 0,6 & \frac{q}{g+q} &= 0,25 \text{ o } 0,4 & \varphi_2 &= 0.3
 \end{aligned}$$

Els resultats obtinguts són els següents:

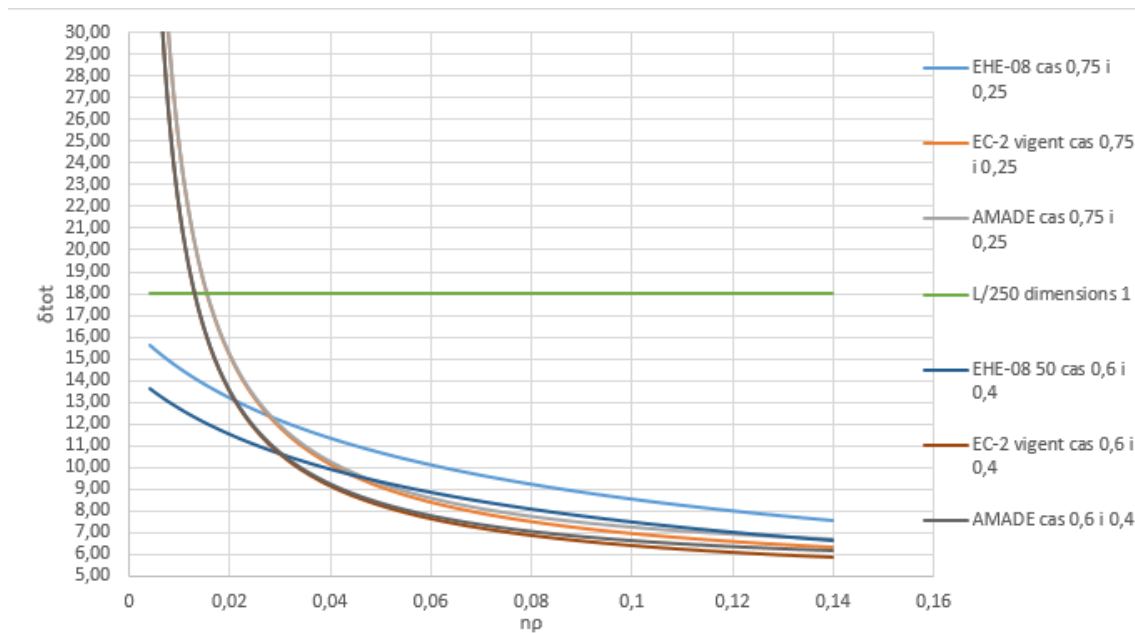


Figura 23 gràfica comparació variant la proporció de les càrregues

En la gràfica podem observar com en el cas de totes les normatives, al variar la distribució de càrregues i disminuir el valor de les càrregues permanents obtenim valors més baixos de les fletxes.

Gràficament podem observar com la diferència entre aquestes fletxes és més significativa per el mètode EHE-08 que per els altres mètodes.



## 9 RESUM DEL PRESSUPOST

El preu total de l'elaboració del present treball així com les comprovacions i anàlisis de resultats a dia 4 de setembre de 2018 puja a falta d'IVA la quantitat de DOS MIL DOS-CENTS VINT I CINC EUROS (2.225 €).

## 10 CONCLUSIONS

La conclusió del treball ha estat satisfactòria pel fet de poder crear un estudi paramètric utilitzant diferents normatives per calcular la fletxa a llarg termini d'elements de formigó armats amb acer o amb barres de material compost (FRP).

En primer lloc, s'ha estudiat el comportament dels diferents materials utilitzats en el present projecte. S'ha vist com el formigó treballa molt bé a compressió però en canvi la seva resistència a tracció és molt baixa, cosa que provoca que no pugui treballar sol quan es troba sotmès a aquest tipus d'esforços ja que es fissura. D'aquí la necessitat d'armar, ja que amb l'ajuda dels reforços s'aconsegueix que s'incrementi la seva resistència a la tracció. Ara bé, el comportament varia molt en funció del material d'aquesta armadura, degut a les diferents característiques que presenten les barres d'acer en comparació amb les d'FRP. Les primeres són les que s'utilitzen habitualment i presenten un comportament elàstic-plàstic, tant quan treballen a compressió com a tracció. Tenint un comportament lineal fins arribar al punt en què plastifiquen, que la tensió es manté constant per a qualsevol deformació. Per altre banda els materials compostos de matriu polimèrica (FRP) presenten avantatges a l'hora de treballar en entorns agressius i requereixen un manteniment mol més baix. Però, degut a que tenen un mòdul elàstic molt inferior al de l'acer, esforços més petits provoquen deformacions més grans, cosa que fa que el seu dimensionament generalment es porti a terme a partir d'estats límit de servei. A més, a diferència de l'acer, les barres FRP tenen un comportament totalment lineal i trenquen sense avisar.

Per aquets motius el càlcul de la fletxa és vital en el disseny d'estructures. Un dels mètodes més populars es basa en la integració de curvatures al llarg de la biga, aquest mètode sol donar bons resultats sigui quina sigui la configuració de càrregues, per contra presenta una gran dificultat en el càlcul especialment en estructures amb càrregues poc habituals o estranyes. Per aquest motiu en el present projecte s'han analitzat els diferents mètodes per poder calcular la fletxa a llarg termini.

Per altra banda la realització del projecte també m'ha ajudat a treballar amb una eina informàtica capaç de realitzar els càlculs d'una manera ràpida i senzilla, de tal manera que en qualsevol moment es pot realitzar un càlcul variant els valors que convinguin.

En la realització dels anàlisis s'han observat diferents resultats en funció dels paràmetres seleccionats per cada apartat. D'aquesta manera hem pogut analitzar els paràmetres més rellevants.

En la realització d'aquest projecte, s'han analitzat la normativa EHE-08, l'Eurocodi-2 vigent, l'Eurocodi-2 proposat (per aquesta normativa s'ha treballat amb l'exemple la proposada per aquest any, i en les comparacions la mateixa que l'Eurocodi-2 vigent amb les noves equacions) i per últim el mètode realitzat pel grup d'AMADE.

En la primera part dels anàlisis hem fet la comparativa entre els mètodes Eurocodi-2 vigent i proposat (simplificat). Hem vist que els resultats han estat molt similars pels dos mètodes però el nou mètode proposat simplificat només serveix per barres d'acer, i que en el nostre cas no era correcte utilitzar-los ja que en el cas de les parametritzacions també estan pensades per treballar amb materials FRP.

Hem vist també que el nou Eurocodi-2 utilitza un mòdul elàstic diferent al vigent i això fa que el proposat tingui un mòdul elàstic superior i que fa que les fletxes siguin lleugerament inferior.

També hem comprovat com afecta la resistència característica del formigó, i s'ha observat que al augmentar aquest valor obtenim resultats de fletxes més elevats ja que afecta directament al moment de fissuració i com que en el nostra cas estava relacionat amb al moment màxim també augmentava el moment màxim.

També s'ha vist que la relació entre el moment màxim i el moment de fissuració és molt important ja que per valors elevats hem obtingut una fletxa molt elevada, i que per tant s'hauria de reduir i la millor forma era la d'augmentar el valor de l'altura de la secció.

Pels valors reològics hem vist que pel mètode EHE-08 no ens afecta ja que aquest valors no intervenen en els càlculs, mentre que en els altres dos casos si, augmentant la fletxa si augmentem els paràmetres ja que augmentem el coeficient de retracció augmenta la fletxa.

També hem vist com afecten les dimensions estructurals. Hem pogut demostrar que els valors més significatius són la longitud de la biga, ja que intervé de forma directa en el càlcul de la fletxa instantània i l'altura de la secció ja que a diferència de la base, en les equacions té un efecte més rellevant al estar elevat al cub.

Per últim s'han analitzat la distribució de les càrregues i al augmentar el valors de les càrregues permanents tenim unes fletxes més elevades, ja que són càrregues que actuen la majoria del temps a diferència de la sobrecàrrega que pot entrar i sortir el valor.

Firmat a 4 de setembre de 2018 per l'autor

Joan Carbonell Valls

## 11 RELACIÓ DE DOCUMENTS

Document 1: memòria i annexos

- Memòria
- Annex A: comprovació excels
- Annex B: pressupost

## 12 BIBLIOGRAFIA

Abdalla, H. A. "Evaluation of deflection in concrete members reinforced with fibre reinforced polymer (FRP) bars". *Composite Structures* 56.1 (2002): 63-71

Alsayed, S. H., Y. A. Al-Salloum, and T. H. Almusallam. "Performance of glass fiber reinforced plastic bars as a reinforcing material for concrete structures". *Composites part B: Engineering* 31.6 (2000): 555-567.

Balázs, György L., et al. "Design for SLS according to fib Model Code 2010". *Structural Concrete* 14.2 (2013): 99-123.

Barris Peña, Cristina. "Serviceability behaviour of fibre reinforced polymer reinforced concrete beams". Universitat de Girona, 2011.

Benmokrane, B., Omar Chaallal, and Rt Masmoudi. "Flexural response of concrete beams reinforced with FRP reinforced bars". *ACI Structural Journal* 93.1 (1996):46-55.

Bischoff, Peter H. "Reevaluation of deflection prediction for concrete beams reinforced with steel and fiber reinforced polymer bars". *Journal of Structural Engineering* 131.5 (2005): 752-767.

Bischoff, Peter H., and Shawn P. Gross. "Equivalent moment of inertia based on integration of curvature". *Journal of Composites for Construction* 15.3 (2010): 263-273

Brown, V. L., and C. L. Bartholomew. "Long-term deflections of GRP-reinforced concrete beams". *First international conference on composites in infrastructure*. 1996.

CAN/CSA. "CAN/CSA-S806. Design and construction of Building components with fibre-reinforced polymers." *Canadian Standards Association*, Ontario, Canadà (2002), 177 pp.

CEN. "Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1.1: General rules and rules for buildings (EN 1992-1-1:1992)." *Comité Européen De Normalisation*, Brussels (1992), 195 pp.

CEN. "Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1.1: General rules and rules for buildings (EN 1992-1-1:2004)." *Comité Européen De Normalisation*, Brussels, (2004), 225 pp.

Gao, D., Benmokrane, B., and Masmoudi, R. "A calculating method of flexural properties of FRP-Reinforced concrete beam: Part 1: Crack width and deflection." *Techincal Report*, Department of Civil Engineering, University of Sherbrooke, Sherbooke, Quebec, Canada, (1998), 24 pp.

Ghali, Amin, Tara Hall, and William Bobey. "Minimum thickness of concrete members reinforced with fibre reinforced polymer bars." *Canadian Journal of Civil Engineering* 28.4 (2001): 583-592.

Miàs i Oller, Cristina "Analysis of time-dependent flexural behaviour of concrete members reinforced with fibre reinforced polymer bars". Universitat de Girona. 2012.

Razaqpur, A. G., Dagmar Svecova, and Mo Shing Cheung. "Rational method for calculating deflection of fiber-reinforced polymer reinforced beams." *Structural Journal* 97.1 (2000): 175-184.

## II- ANNEXOS



## A COMPROVACIÓ EXCELS

En el present annex s'explicaran els diferents Excels emprats per la realització del Projecte. La primera part fan referència als exemples usats en l'apartat 6 en el que s'explica la metodologia a seguir per cada normativa.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	l	7 m			fcm	33 MPa			$\delta_{l,qmax}$	18,96 mm			qgpm	20,91 kN/m	
2	qpp	12,2 kN/m			Ec	27264,04 MPa			$\delta_{l,qp}$	13,63 mm					
3	qcm	5,2 kN/m			n	7,34									
4	qsc	11,7 kN/m			As	1884,96 mm <sup>2</sup>			$\delta_{dif}$	24,91 mm					
5	b	400 mm			As'	339,29 mm <sup>2</sup>			$\delta_{tot}$	38,53 mm					
6	h	500 mm			Aseq	13827,41 mm <sup>2</sup>									
7	h'	50 mm			As'eq	2488,93 mm <sup>2</sup>									
8	d	450 mm													
9	nbi	6 barres			fctm	2,56 MPa			p	0,010472					
10	dbi	20 mm <sup>2</sup>			fctm,fl	2,82 MPa			p'	0,001885					
11	nbs	3 barres			Mf	47,02 kNm			$\lambda$	1,83					
12	dbb	12 mm <sup>2</sup>			qmax	29,1 kN/m									
13	fck	25 MPa			Mmax	178,24 kNm									
14	fyk	500 MPa													
15	fcd	16,67 MPa			A	200									
16	fyd	434,78 MPa			B	16316,35									
17	Es	200000 MPa			C	#####									
18	y2	0,3			X1	141,96 mm									
19					X2	-223,54152 mm									
20															
21					If	1,715E+09 mm <sup>4</sup>									
22					Ib	4,167E+09 mm <sup>4</sup>									
23					Ie	1,76E+09 mm <sup>4</sup>									

Figura 24 fulla Excel metodologia EHE-08

En la figura anterior tenim els paràmetres necessaris per calcular la fletxa total pel cas de la normativa EHE-08. Les columnes de A-C contenen els paràmetres de l'exemple amb el que estem treballant. Com la longitud de la biga les càrregues les dimensions estructurals, les armadures i les característiques dels materials.

Per altra banda les altres caselles ens calculen els diferents valors per arribar a calcular la fletxa total. Per tal de seguir la fulla de manera més fàcil cada element té la seva descripció per tal de saber en tot moment què estem calculant.

Els altres mètodes segueixen la mateixa estructura que el de la normativa EHE-08. Malgrat això en el cas de l'Eurocodi-2 tal i com s'ha comentat amb l'eina solver es calcula el valor de la línia en la qual la secció es fissura.

xfis	210,25 mm	-1,08E-07
Ac,ef	38633,19 mm <sup>2</sup>	96,58
ps,ef	0,0488	
ycdg	277,56 mm	
I1	5955833644 mm <sup>4</sup>	
I2	3842557104 mm <sup>4</sup>	

Figura 25 càlcul de Xfis

En la figura anterior podem veure a la part on trobem aquesta eina. L'Excel va donant valors a  $X_{fis}$  fins que l'equació agafa el valor que necessitem, en aquell moment es troba el valor que estem buscant.

L'altre diferència la trobem amb el model simplificat de l'Eurocodi-2 on hi ha una part que si no es compleix que l'armadura usada és superior a la mínima no es pot realitzar el càlcul. S'ha integrat una casella que ens indiqui si el valor és correcte o no.

$x/d$	0,260	
$A_s \geq \rho_r b d$	1433,74 mm <sup>2</sup>	OK
$S_{stensio}$	286747,31 mm <sup>3</sup>	

Figura 26 Comprovació armadura mínima

En la figura anterior podem veure la casella que ens indica si tenim l'armadura proposada és superior a la mínima. En el cas de la figura veiem com l'armadura que s'ha seleccionat és adequat.

Per últim, per la part dels anàlisis s'ha partit de la Figura 24 on les fórmules s'han modificat per tal d'adequar-les al factor  $n \cdot \rho$ . A la part inferior de la fulla s'ha realitzat una taula on en funció d'aquest valor obtenim la fletxa total. I per últim s'extreuen aquests valors en una fulla nova per tal d'analitzar els diferents mètodes en un gràfic.

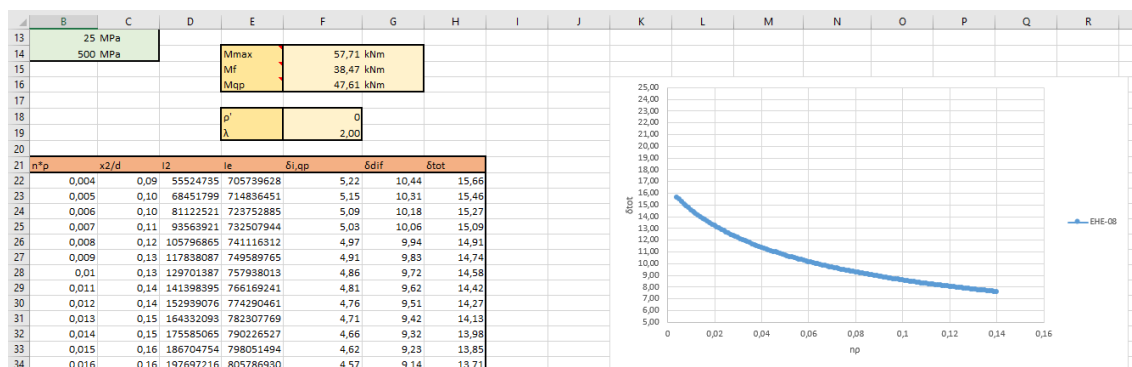


Figura 27 exemple taula i gràfic

## C PRESSUPOST

En aquest annex es documenta el pressupost que suposa l'elaboració d'aquest projecte, incloent el cost tant de l'elaboració de la fulla de càlcul com del posterior anàlisi de resultats i la redacció del document.

### C.1 Quadre de preus

<i>Nº</i>	<i>Concepte</i>	<i>Preu unitari</i>	<i>Unitats</i>
1	Estudi previ	15	€/h
2	Software necessari	0	€/unitat
3	Ordinadors	50	€/unitat
4	Elaboració de l'excel	15	€/h
5	Anàlisi de resultats	15	€/h
6	Comprovacions de la rutina	15	€/h
7	Redacció	15	€/h

*taula 17 Preus unitaris dels diferents elements que formen el projecte*

### C.2 Pressupost Parcial

#### C.2.1 Recerca d'informació i Excel

<i>Nº</i>	<i>Concepte</i>	<i>Amidament</i>	<i>Preu unitari</i>	<i>Unitats</i>	<i>Preu total</i>
1	Estudi previ	20	15	€/h	300 €
2	Software necessari	2	0	€/unitat	0 €
3	Ordinadors	1	50	€/unitat	50 €
TOTAL (sense IVA):					350 €

### C.2.2 Generació de l'Excel

Nº	Concepte	Amidament	Preu unitari	Unitats	Preu total
4	Generació de l'Excel	40	15	€/h	600 €
TOTAL (sense IVA):					600 €

### C.2.3 Interpretació de resultats comprovació de l'Excel i redactat

Nº	Concepte	Amidament	Preu unitari	Unitats	Preu total
5	Anàlisi de resultats	30	15	€/h	450 €
6	Comprovació Excel	20	15	€/h	300 €
7	Redacció	35	15	€/h	525 €
TOTAL (sense IVA):					1.275 €

### C.3 PRESSUPOST GLOBAL

Conjunt	Preu total
Recerca d'informació i Excel	350 €
Generació de l'Excel	600 €
Interpretació de resultats comprovació de l'Excel i redactat	1.275 €
TOTAL (sense IVA):	2.225 €
TOTAL (IVA inclòs (21%)):	2.692,25 €