

ELECTROSTÀTICA

1. Calculeu la força de Coulomb que un nucli d'hidrogen (protoí amb càrrega $+e$) fa sobre un electroí a l'estat fonamental ($r = 5.3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$). Comproveu aquesta força amb la força d'atracció gravitatòria entre ambdues partícules.

$$r = 5.3 \cdot 10^{-11} \text{ m} \quad / \quad q = 1.6 \cdot 10^{-19}$$

$$F_{12} = E_{12} \cdot q_2 = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \rightarrow F_{12} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(1.6 \cdot 10^{-19}) \cdot (1.6 \cdot 10^{-19})}{(5.3 \cdot 10^{-11})^2} = \boxed{8.2 \cdot 10^{-8} \text{ N}}$$

$$F_e = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = (6.67 \cdot 10^{-11}) \cdot \frac{(9.1 \cdot 10^{-31}) \cdot (1.67 \cdot 10^{-27})}{(5.3 \cdot 10^{-11})^2} = 3.6 \cdot 10^{-47} \text{ N}$$

$$\frac{F_{12}}{F_e} = \frac{8.2 \cdot 10^{-8}}{3.6 \cdot 10^{-47}} = \boxed{2.3 \cdot 10^{39} F_g}$$

2. Suposeu que 1.00g d'hidrogen es separa en electrons i protons. Suposeu també que els protons es col·loquen en el pol Nord de la Terra i els electrons en el pol Sud. Quina és la força de compressió que apareixerà sobre la Terra?

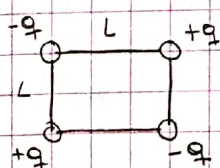
$$m = 0.001 \text{ kg} \quad / \quad R = 6371 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$q_1 = 6.02 \cdot 10^{23} (1.6 \cdot 10^{-19}) = 96320 \text{ C}$$

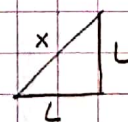
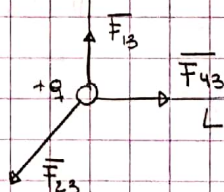
$$q_e = -96320 \text{ C}$$

$$|F^p| = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = (9 \cdot 10^9) \cdot \frac{96320 \cdot 96320}{(2 \cdot (6371 \cdot 10^3))^2} = \boxed{514280.7 \text{ N} = 514.28 \text{ kN}}$$

3. Quatre càrregues estan situades en els vèrtex d'un quadrat de costat L , segons es veu la figura. Trobeu el valor i la direcció de la força exercida sobre la càrrega situada en el vèrtex inferior per les altres càrregues.



$$k = 9 \cdot 10^9$$



$$x = \sqrt{L^2 + L^2} = \sqrt{2} \cdot L$$

$$\vec{F}_{23} = - (L\vec{i} + L\vec{j})$$

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{43}$$

$$F_e = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

$$\vec{F}_{13} = (9 \cdot 10^9) \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \vec{j}$$

$$|q_1| = |q_2| = |q_3| = |q_4|$$

$$\vec{F}_{23} = k \cdot \frac{q_2 q_1}{L^2} \left(\frac{-\vec{i}}{\sqrt{2}} - \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\vec{F}_{43} = (9 \cdot 10^9) \cdot \frac{q_4 q_3}{r^2} \cdot \vec{i}$$

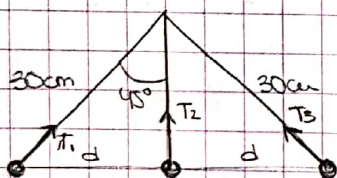
$$\vec{F} = \frac{\vec{F}_{23}}{|\vec{F}_{23}|} = \frac{-(\vec{i} + \vec{j})}{\sqrt{2}} = \frac{-\vec{i}}{\sqrt{2}} - \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{43} = k \cdot \frac{q^2}{L^2} \left(\vec{j} - \frac{\vec{i}}{\sqrt{2}} - \frac{\vec{j}}{\sqrt{2}} + \vec{i} \right) = k \cdot \frac{q^2}{L^2} \left(\frac{4 - \sqrt{2}}{4} \vec{i} + \frac{4 - \sqrt{2}}{4} \vec{j} \right)$$

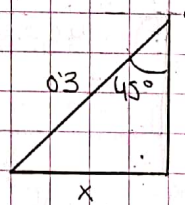
$$|\vec{F}_3| = \sqrt{F_{3x}^2 + F_{3y}^2} = \sqrt{2 F_{3x}^2} = F_{3x} \cdot \sqrt{2} = k \cdot \frac{q^2}{L^2} \cdot \frac{4 - \sqrt{2}}{4} \cdot \sqrt{2} \cdot N$$

$$\frac{k \cdot q^2}{L^2} \cdot \frac{1 - \sqrt{2}}{4} \sqrt{2} N$$

4. En la figura es mostren tres càrregues puntuals idèntiques i en equilibri, de massa 0'100 kg i càrrega Q, penjades en tres cordes (ligades). Troben la tensió en cadascuna de les cordes i el valor de la càrrega Q.

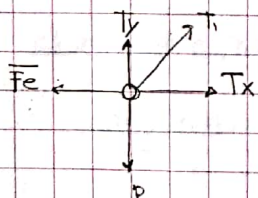


$$m = 0'1 \text{ kg}$$



$$x = \sin 45^\circ \cdot 0'3 = 0'212 \text{ m}$$

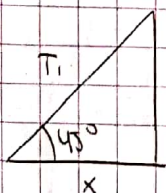
$$T_2 \cdot F \cdot g = m \cdot g = 0'1 \cdot 9'81 = 0'980 \text{ N}$$



$$\sum F_x \rightarrow T_x = F_e \rightarrow k \cdot Q^2 \left(\frac{1}{d^2} + \frac{1}{(2d)^2} \right) = T_x$$

$$T_x = 2'503 \cdot 10^{-10} Q^2 \quad 9 \cdot 10^9 \cdot Q^2 \left(\frac{1}{(0'212)^2} + \frac{1}{(2 \cdot 0'212)^2} \right) = T_x$$

$$\sum F_y \rightarrow F_y = P = 0'981 \text{ N}$$



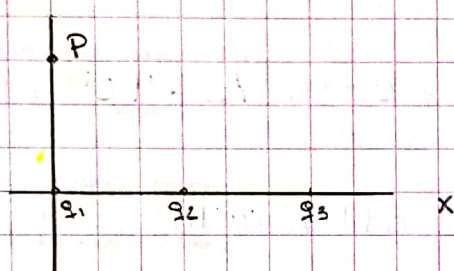
$$T_x = T_1 \cdot \cos 45^\circ = 0'981 \text{ N}$$

$$T_y = T_1 \cdot \sin 45^\circ \rightarrow T_1 = \frac{0'981}{\sin 45^\circ} = 1'38 \text{ N}$$

$$Q = \sqrt{\frac{T_x}{2'503 \cdot 10^{-10}}} = 1'98 \mu\text{C} \rightarrow Q = 2 \mu\text{C}$$

5. Sobre l'eix x hi ha tres càrregues puntuals: q_1 a l'origen, q_2 a $x = 3$ i q_3 a $x = 6$ m. Determineu el potencial en el punt $x = 0, y = 3$ m si:

- $q_1 = q_2 = q_3 = 2 \mu\text{C}$.
- $q_1 = q_2 = 2 \mu\text{C}$ i $q_3 = -2 \mu\text{C}$.
- $q_1 = q_3 = 2 \mu\text{C}$ i $q_2 = -2 \mu\text{C}$.
- Determineu l'energia potencial electroestàtica per a les distribucions de càrrega descrites anteriorment.



$$\text{Potencial } \rightarrow V_P = k \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right)$$

$$E_P(P) \rightarrow k \left(\frac{q_1 \cdot q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 \cdot q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 \cdot q_3}{r_{23}} \right)$$

$$r_1 = d_1 = 3 \text{ m}$$

$$r_2 = d_2 = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} = 4.24 \text{ m}$$

$$r_3 = d_3 = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5} = 6.708 \text{ m}$$

$$a. \boxed{V_P} = (9 \cdot 10^9) \left(\frac{2 \cdot 10^{-6}}{3} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4.24} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{6.708} \right) = 12928.64 \approx \boxed{1.29 \cdot 10^4 \text{ V}}$$

$$\boxed{E_P} = (9 \cdot 10^9) \left(\frac{(2 \cdot 10^{-6})^2}{3} + \frac{(2 \cdot 10^{-6})^2}{6} + \frac{(2 \cdot 10^{-6})^2}{3} \right) = \boxed{0.03 \text{ J}}$$

$$b. \boxed{V_P} = (9 \cdot 10^9) \left(\frac{2 \cdot 10^{-6}}{3} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4.24} - \frac{2 \cdot 10^{-6}}{6.708} \right) = 7561.91 \text{ V} \approx \boxed{7.56 \cdot 10^3 \text{ V}}$$

$$\boxed{E_P} = (9 \cdot 10^9) \left(\frac{(2 \cdot 10^{-6})^2}{3} - \frac{(2 \cdot 10^{-6})^2}{6} - \frac{(2 \cdot 10^{-6})^2}{3} \right) = \boxed{-0.006 \text{ J}}$$

$$c. \boxed{V_P} = (9 \cdot 10^9) \left(\frac{2 \cdot 10^{-6}}{3} - \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4.24} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{6.708} \right) = \boxed{4.44 \cdot 10^3 \text{ J}}$$

$$\boxed{E_P} = (9 \cdot 10^9) \left(-\frac{(2 \cdot 10^{-6})^2}{3} + \frac{(2 \cdot 10^{-6})^2}{6} - \frac{(2 \cdot 10^{-6})^2}{3} \right) = \boxed{-0.018 \text{ J}}$$

6. Una càrrega de $2.75 \mu\text{C}$ es troba distribuïda uniformement sobre un anell de radi 8.5 cm . Determineu el camp elèctric sobre l'eix en (a) 1.2 cm , (b) 3.6 m i (c) 4.0 m des del centre de l'anell. (d) Determineu el camp en 4.0 m fent l'aproximació de l'anell sigui una càrrega puntual a l'origen i compareu el resultat amb l'obtingut a l'apartat (c).

$$E = \frac{k \cdot q \cdot x}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$R = 0.085 \text{ m}$$

$$q = 2.75 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

$$x_a = 0.012 \text{ m}$$

$$x_c = 0.04 \text{ m}$$

$$x_b = 0.036 \text{ m}$$

$$a. |\vec{E}_a| = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot 2.75 \cdot 10^{-6} \cdot 0.012}{((0.012)^2 + (0.085)^2)^{3/2}} = 469508.668 \text{ N/C} \approx 4.69 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$b. |\vec{E}_b| = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (2.75 \cdot 10^{-6}) \cdot 0.036}{((0.036)^2 + (0.085)^2)^{3/2}} = 1132770.31 \text{ N/C} \approx 1.13 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

$$c. |\vec{E}_c| = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot (2.75 \cdot 10^{-6}) \cdot 4}{((4)^2 + (0.085)^2)^{3/2}} = 11545.83 \text{ N/C} \approx 1.154 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

$$d. E = k \cdot \frac{q}{r^2} = (9 \cdot 10^9) \cdot \frac{2.75 \cdot 10^{-6}}{4^2} = 1546.875 \text{ N/C} \approx 1.55 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

7. Un disc de 2.5 m de radi conté una densitat de càrrega superficial uniforme de $3.6 \mu\text{C/m}^2$. Utilitzant aproximacions raonables, determineu el camp elèctric sobre l'eix a distància (a) 0.01 cm , (b) 0.04 cm , (c) 5 m i (d) 5 cm .

$$r = 2.5 \text{ m} \quad / \quad \sigma = 3.6 \mu\text{C/m}^2$$

$$a. x = 0.0001 \text{ m}$$

$$E = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0} \left(\frac{x}{|x|} - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right) = \frac{3.6 \cdot 10^{-6}}{2(8.85 \cdot 10^{-12})} \left(\frac{0.0001}{0.0001} - \frac{0.0001}{\sqrt{0.025^2 + 0.0001^2}} \right) = 2.03 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$b. E = \frac{3.6 \cdot 10^{-6}}{2(8.85 \cdot 10^{-12})} \left(\frac{0.0004}{0.0004} - \frac{0.0004}{\sqrt{0.025^2 + 0.0004^2}} \right) = 2.03 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$c. E = k \cdot \frac{Q}{x^2} = k \cdot \frac{\sigma \cdot \pi \cdot R^2}{x^2} \quad / \quad \sigma = \frac{Q}{\pi \cdot R^2}$$

$$E = (8.98 \cdot 10^9) \cdot \frac{(3.6 \cdot 10^{-6}) \cdot \pi \cdot 0.025^2}{5^2} = (3.6 \cdot 10^{-6}) \cdot \pi \cdot (6.25 \cdot 10^{-4}) = 2.539 \text{ N/C}$$

$$d. E = k \cdot \frac{Q}{x^2} = k \cdot \frac{\sigma \cdot \pi \cdot R^2}{x^2} = (8.98 \cdot 10^9) \cdot \frac{(3.6 \cdot 10^{-6}) \cdot \pi \cdot 0.025^2}{0.05^2} = 2.539 \cdot 10^4 \text{ N/C}$$

8. Amb el disc carregat del problema anterior, calculeu exactament el camp elèctric sobre l'eix a una distància de (a) 0'04m i (b) 5m, i compareu els resultats amb els corresponents de les parts (b) i (c) del problema anterior.

$$\sigma = 2'5 \text{ m} / \pi = 3'6 \mu\text{C}/\text{m}^2$$

$$\text{a. } E_x = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right) = \frac{(3'6 \cdot 10^{-6})}{2(8'85 \cdot 10^{-12})} \left(1 - \frac{4 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{0'025^2 + 0'04^2}} \right) = 203389'8305(1 - 0'015999) = 200135'6 \text{ N/C} \approx 2 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$\text{b. } E_x = \frac{(3'6 \cdot 10^{-6})}{2(8'85 \cdot 10^{-12})} \left(1 - \frac{5}{\sqrt{0'025^2 + 5^2}} \right) = 2'542 \text{ N/C}$$

9. Un tros de polièster de 10'0g que té una càrrega neta de $-0'700 \mu\text{C}$ es troba en suspensió sobre el centre d'una làmina horitzontal de plàstic que té una densitat de càrrega uniforme en tota la seva superfície. Quant val aquesta densitat de càrrega?

$$m = 10 \text{ g} / q = -0'7 \mu\text{C}$$

$$p = m \cdot g = 0'01 \cdot 9'81 = 0'0981 \text{ N}$$

$$F = q \cdot E \rightarrow E = \frac{F}{q} = \frac{0'0981}{-0'7 \cdot 10^{-6}} = -140142'86 \approx -1'40 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$E = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} \rightarrow \sigma = E \cdot (2 \cdot \epsilon_0) = -1'40 \cdot 10^5 (2 \cdot 8'85 \cdot 10^{-12}) = -2'478 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}^2$$

10. Un pla infinit, de densitat superficial de càrrega $\sigma = \pm 2'5 \mu\text{C}/\text{m}^2$, es troba en el pla yz. (a) Quin és el mòdul del camp elèctric expressat en N/C? I en volts per metre? Quina és la direcció i el sentit del vector camp elèctric per a valors positius de x? (b) Quina és la diferència de potencial $V_b - V_a$ quan el punt b es troba a $x = 20 \text{ cm}$ i el punt a $x = 50 \text{ cm}$? (c) Quin treball cal per què un agent extern desplaci una càrrega de prova $q_0 = +1'5 \text{ nC}$ des del punt a al punt b?

$$\text{a. } E = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0} = \frac{(2'5 \cdot 10^{-6})}{2(8'85 \cdot 10^{-12})} = 1'41 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

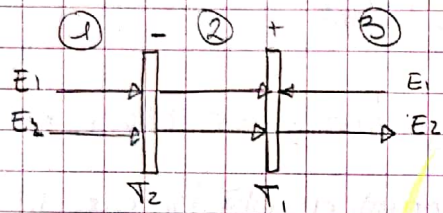
$$V = \frac{W}{q} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{C}} \rightarrow \frac{\text{N}}{\text{C}} = \frac{\text{V}}{\text{m}} \rightarrow E = 1'41 \cdot 10^5 \text{ V/m}$$

$$b. \Delta V = \int_1^2 E \cdot dp = E(p_2 - p_1) = 1.41 \cdot 10^5 (20 \cdot 10^{-2} - 150 \cdot 10^{-2}) = 42300V$$

$$c. W = \Delta V \cdot q_0 = (4.23 \cdot 10^4) \cdot 1.5 \cdot 10^{-9} = 6.36 \cdot 10^{-5} J \quad 4.23 \cdot 10^4 V$$

11. Considereu dos plans verticals carregats paral·lels i molt extensos. El de la dreta té $2 \mu C/m^2$, i el de l'esquerra $-1 \mu C/m^2$. Es troben separats $2cm$.
Calculeu el camp elèctric a les tres regions en que els plans divideixen l'espai.
Calculeu també la diferència de potencial entre les plaques.

$$\sigma_{DRETA} = 2 \mu C/m^2 \quad / \quad \sigma_{ESQUERRA} = -1 \mu C/m^2$$



$$(1) E_1 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{2(8.85 \cdot 10^{-12})} + \frac{-1 \cdot 10^{-9}}{2(8.85 \cdot 10^{-12})} = 56.5 N/C$$

$$(2) E_2 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{2(8.85 \cdot 10^{-12})} - \frac{1 \cdot 10^{-9}}{2(8.85 \cdot 10^{-12})} = 169.5 N/C$$

$$(3) E_3 = -E_1 = -56.5 N/C$$

$$\Delta V = E \cdot d = 169.5 \cdot 0.02 = 3.39 V$$

12. La superfície vertical de la figura té una densitat de càrrega uniforme de $10 nC/m^2$, i la horitzontal té igualment una càrrega uniforme de $-20 nC/m^2$.
Quin camp hi ha el punt A, que es troba molt aprop de les dues superfícies?

$$\sigma_v = 10 nC/m^2 \quad / \quad \sigma_H = -20 nC/m^2$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \rightarrow |E| = \sqrt{\left(\frac{\sigma_v}{2\epsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_H}{2\epsilon_0}\right)^2} = \left(\frac{\sigma_v^2}{4\epsilon_0^2} + \frac{\sigma_H^2}{4\epsilon_0^2}\right)^{1/2} = \frac{1}{2\epsilon_0} \cdot \sqrt{10^2 + 20^2}$$

$$\tan^{-1} \alpha = \frac{E_v}{E_H} = \frac{-20}{10} \rightarrow \alpha = -63.45^\circ \quad \frac{5\sqrt{5}}{\epsilon_0} \text{ (MÒDUL)}$$

13. Una esfera de $10cm$ de radi té una càrrega de $40 \cdot 10^{-9} C$. Calculeu els camps elèctrics i els potencials creats a $5cm$, $10cm$ i $1m$ del centre de la esfera en les següents situacions: (a) si la esfera és sòlida i de coure.
(b) Si la esfera és hueca i de coure, (c) Hacer la representación gràfica de $E(r)$ y $V(r)$.

$$q = 40 \cdot 10^{-9}$$

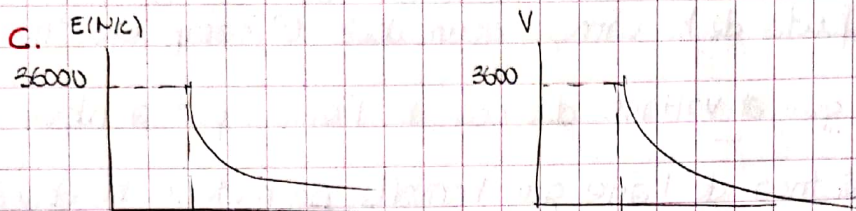
$$E_1 = \frac{k \cdot q}{r^2} = \frac{(9 \cdot 10^9) \cdot 40 \cdot 10^{-9}}{1^2} = 360 N/C$$

$$E_{10} = \frac{(9 \cdot 10^9)(40 \cdot 10^{-9})}{0.1^2} = 36000 \text{ N/C}$$

$$E_5 = 0 \text{ N/C}$$

$$V_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9} \cdot 1}{0.1} = 360 \text{ V}$$

$$V_5 = \frac{k \cdot q}{r} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-9}}{0.1} = 3600 \text{ V} \quad / \quad V_{10} = V_5$$



14. Una esfera conductora de 10cm de radi té una càrrega de $40 \cdot 10^{-9} \text{ C}$. Calcular els camps elèctrics i els potencials creats a 5cm, 10cm i 1m del centre de l'esfera. \rightarrow Mateix de l'exercici anterior, apartat A

15. L'aire sec admet un camp màxim de $3 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ abans de tornar-se conductor. Quina densitat de càrrega màxima podem tenir aleshores sobre la superfície d'un conductor a l'aire? A quin potencial màx. pot arribar una esfera de radi 20cm? I una de 1mm de radi?

$$E_{\text{màx}} = 3 \cdot 10^6 \text{ V/m}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \rightarrow \sigma = E \cdot \epsilon_0 = (3 \cdot 10^6) \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} = 2.655 \cdot 10^{-5} \mu\text{C/m}^2$$

$$R = 20 \text{ cm} \rightarrow V = E \cdot r = 3 \cdot 10^6 \cdot (0.2) = 600000 \text{ volts}$$

$$R = 1 \text{ mm} \rightarrow V = E \cdot r = 3 \cdot 10^6 \cdot (0.001) = 3000 \text{ volts}$$

16. (a) Determineu la densitat de càrrega superficial màx. que pot tenir sobre un conductor abans que es produeixi la ruptura dielèctrica de l'aire.

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \rightarrow \sigma = E \cdot \epsilon_0 = (3 \cdot 10^6) \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} = \boxed{26.6 \mu\text{C/m}^2}$$

(b) Si una esfera conductora s'ha de carregar amb un potencial de 10000V, quin és el radi més petit possible per a l'esfera, per què el camp elèctric no superi la ruptura de l'aire? Prenem com a referència pel càlcul del potencial $V=0$ quan $r \rightarrow \infty$. Límit de ruptura dielèctrica de l'aire 3MV/m.

$$V = 10000 \text{ V}$$

$$E = \frac{\Delta V}{r} \rightarrow r = \frac{\Delta V}{E} = \frac{10000}{3 \cdot 10^6} = 3.33 \text{ mm}$$

17. La càrrega elèctrica es pot acumular sobre un avió en vol. Aquests solen portar unes extensions metàl·liques en forma d'agulla als extrems de les ales i la cua, per facilitar la fuga de la càrrega acumulada. El camp elèctric en les agulles és molt major que al voltant del cos de l'avió i pot arribar a produir la ruptura dielèctrica de l'aire que l'envolta, permetent la descàrrega. Tractarem aquest procés com si el cos de l'avió fos una esfera de radi 6m i l'extrem de l'agulla una esfera de radi 2cm, connectats amb un conductor llarg. Per una càrrega de l'avió de $1.2 \mu\text{C}$, quin seria el potencial de cada esfera? Quant valdria el camp elèctric en cada esfera?

$$r_1 = 6 \text{ m} \quad / \quad r_2 = 2 \text{ cm} \quad / \quad q = 1.20 \mu\text{C}$$

$$V = k \cdot \frac{q}{r} = (8.98 \cdot 10^9) \cdot \frac{1.2 \cdot 10^{-6}}{6} = 1796 \text{ V} = 1.796 \text{ kV}$$

$$E_1 = k \cdot \frac{q}{r^2} = 8.98 \cdot 10^9 \cdot \frac{1.2 \cdot 10^{-6}}{6^2} = 299.33 \approx 300 \text{ V/m}$$

$$E_2 = k \cdot \frac{q}{r^2} = 8.98 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-9}}{0.02^2} = 89800 \text{ V/m} = 89.8 \text{ kV/m} \approx 90 \text{ kV/m}$$

$$V_2 = k \cdot \frac{q}{r} \rightarrow 1796 = 8.98 \cdot 10^9 \cdot \frac{q}{0.02} \rightarrow q = 4 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

18. Les plaques d'un condensador tenen 0.70 m^2 d'àrea i la distància de separació entre aquestes és de 0.50 mm . (a) Quina és la capacitat del condensador? (b) Si es col·loca un voltatge de 12 V en les plaques. Quin és el camp elèctric entre les plaques i la càrrega que hi ha en cadascuna d'aquestes?

$$a. C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} = (8.85 \cdot 10^{-12}) \cdot \frac{0.70}{5 \cdot 10^{-4}} = 1.239 \cdot 10^{-8} \text{ F} = 0.01239 \mu\text{F}$$

$$b. C = \frac{Q}{\Delta V} \rightarrow 1.239 \cdot 10^{-8} = \frac{Q}{12} \rightarrow Q = 1.4868 \cdot 10^{-7} \text{ C} = 0.14868 \mu\text{C}$$

$$\Delta V = E \cdot d \rightarrow 12 = E \cdot 5 \cdot 10^{-4} \rightarrow E = 2400 \text{ V/m}$$

19. Un condensador de plaques paral·leles té $2\mu\text{F}$ de capacitat i una separació de 1.6mm entre les plaques. (a) Quant val la màxima diferència de potencial entre les plaques sense que es produeixi ruptura dielèctrica de l'aire? ($E_{\text{màx}} = 3\text{MV/m}$) (b) Quanta càrrega emmagatzema el condensador a aquesta diferència de potencial màxima?

$$C = 2\mu\text{F} = 2 \cdot 10^{-6}\text{F} \quad / \quad d = 1.6\text{mm} = 1.6 \cdot 10^{-3}$$

$$a. \Delta V = E \cdot d = 3 \cdot 10^6 \cdot (1.6 \cdot 10^{-3}) = 4800\text{V}$$

$$b. C = \frac{Q}{\Delta V} \rightarrow Q = C \cdot \Delta V = (2 \cdot 10^{-6}) \cdot 4800 = 9.6 \cdot 10^{-3}\text{C} = 9.6\text{mC}$$

20. Les descàrregues elèctriques d'un cos humà poden destruir equips electrònics sensibles. Quan una persona es mou en un entorn sec s'acumula càrrega elèctrica al seu cos. Quan el voltatge assoleix un valor alt, ja sigui positiu o negatiu, el cos es pot descarregar mitjançant guspires o petites descàrregues. Considerem un cos humà ben aïllat del terra, amb una capacitat típica de 150pF . (a) Quina càrrega deu contenir el cos per produir un potencial de 10.00kV ? (b) Suposem que un dispositiu electrònic determinat es destrueix si reb una descàrrega de $250\mu\text{J}$. A quin voltatge del cos correspon aquesta energia?

$$C = 150\text{pF} = 1.5 \cdot 10^{-10}\text{F}$$

$$a. C = \frac{Q}{\Delta V} \rightarrow Q = C \cdot \Delta V = (1.5 \cdot 10^{-10}) \cdot 10000 = 1.5 \cdot 10^{-6}\text{C} = 1.5\mu\text{C}$$

$$b. U = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \Delta V^2 \rightarrow 250 \cdot 10^{-6} = \frac{1}{2} \cdot (1.5 \cdot 10^{-10}) \cdot \Delta V^2$$

$$250 \cdot 10^{-6} = 7.5 \cdot 10^{-11} \Delta V^2 \rightarrow \Delta V^2 = 3333333.333$$

$$\Delta V = 1825.74\text{V} =$$

$$= 1.825\text{kV} \approx 1.83\text{kV}$$

CORRENT CONTINU

1. El tercer carril (portador de corrent) d'una via de metro es fet d'acer i té una àrea de secció transversal d'aproximadament 55 cm^2 . Quina és la resistència de 10 km d'aquesta via?

$$A = 55 \text{ cm}^2 = 55 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \quad / \quad l = 10 \text{ km} = 10000 \text{ m}$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} = 20 \cdot 10^{-8} \frac{10000}{55 \cdot 10^{-3}} = 10.36 \, \Omega$$

2. En un conductor de coure hi ha una intensitat de 100 mA a 20°C . A quina temperatura la intensitat es reduiria a 95 mA?

$$I = \frac{V}{R} \rightarrow 0.1 = \frac{V}{1/A} \rightarrow \frac{l}{A} = \frac{10V}{10}$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} = 10V \rightarrow R' = \rho \cdot \frac{l}{A} = 10.53V$$

$$\frac{10.53}{\rho} = \frac{10V}{\rho_0} \rightarrow 10.53 \rho_0 = 10\rho$$

$$1.0526 \rho_0 = \rho_0 + 3.9 \cdot 10^{-3} \Delta T \rho_0$$

$$1.0526 - 1 = 3.9 \cdot 10^{-3} \Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{0.0526}{3.9 \cdot 10^{-3}} = 13.5^\circ\text{C}$$

$$T_f = 20^\circ\text{C} + 13.5^\circ\text{C} = 33.5^\circ\text{C}$$

3. El filament d'una làmpada té una resistència que creix linealment amb la temperatura. En aplicar un voltatge constant, el corrent inicial disminueix fins que el filament arriba a una temperatura estacionària. El coeficient de temperatura de la resistivitat de filament és $4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. El corrent final a través del filament és una vuitena part del valor inicial. Quina és la variació de temperatura del filament?

$$I' = \frac{1}{8} I$$

$$R' = \rho \cdot \frac{l}{A} = [1 + \alpha \Delta T] \rho_0 \cdot \frac{l}{A}$$

$$R' = \frac{V}{I'} \rightarrow R' = \frac{8V}{I}$$

$$I = V/R \rightarrow R' = 8R$$

$$[1 + \alpha \Delta T] \cdot R = 8R$$

$$1 + \alpha \Delta T = 8$$

$$\Delta T = \frac{7}{4 \cdot 10^{-3}} = 1750^\circ\text{C}$$

4. Un element de calefacció de nicrom, té una resistència de $80\ \Omega$ a 0°C : un corrent inicial de 1.5 A . Quan aquest element arriba a la temperatura final, el corrent és de 1.3 A . Quina és la temperatura final?

$$R_{0^\circ\text{C}} = 80\ \Omega = \frac{V}{1.5} \rightarrow V = 120\text{ V}$$

$$R_f = \frac{120}{1.3} = 92.3\ \Omega \quad / \quad R_f = [1 + \alpha T_f] R_{0^\circ\text{C}}$$

$$\Delta R = R_f - R_{0^\circ\text{C}} = 12.3$$

$$\alpha \cdot T_f \cdot 80 = 12.3 \rightarrow T_f = \frac{12.3}{80\alpha} = 384.38^\circ\text{C}$$

5. Una bombilla (lira las indicaciones siguientes: 120 V y 100 W). (a) ¿Cual es la resistencia del filamento incandescente? (b) Si conectamos la bombilla a un enchufe de 220 V , ¿qué resistencia es necesario intercalar para que la bombilla funcione en las mismas condiciones que en el caso anterior? (c) Esta ultima resistencia tiene un hilo metálico de 1 mm de diámetro de resistividad $46 \cdot 10^{-7}\ \Omega\text{ m}$. ¿qué longitud tiene el hilo? (d) Si el kWh vale 0.08 € ¿cual es el coste correspondiente a 8 h de funcionamiento de la bombilla, conectada a un enchufe de 20 V .

$$a. P = \frac{V^2}{R} = \frac{120^2}{100} = 144\ \Omega$$

$$b. V = 220 - I \cdot 144 = 100 \rightarrow I = 0.83\text{ A} \rightarrow I = \frac{220}{R_{\text{TOTAL}}}$$

$$R_{\text{TOTAL}} = \frac{220}{0.83} = 264\ \Omega \rightarrow R_{\text{INTERCALADA}} = 264 - 144 = 120\ \Omega$$

$$c. R = \rho \cdot \frac{l}{A} = (46 \cdot 10^{-7}) \cdot \frac{l}{\frac{\pi}{4} \cdot 10^{-6}} = 120\ \Omega \rightarrow l = 20.5\text{ m}$$

$$d. 100\text{ W} \cdot \frac{0.08\text{ €}}{1000\text{ Wh}} \cdot 8\text{ h} = 0.064\text{ €}$$

6. Una bateria d'ordinador portàtil presenta una diferència de potencial entre els seus terminals de 12V quan subministra un corrent de 0'4A a l'ordinador, i de 11'6V per 0'8A. (a) Quant valen la resistència interna de la bateria i la força electromotriu? (b) Quina potència elèctrica es genera a la bateria quan proporciona el corrent de 400mA? (c) Quina part d'aquesta potència és subministrada a l'ordinador? (d) Quina part es dissipa de calor a la bateria?

$$a. V = r \cdot I + V_0 = \frac{-0'4}{0'4} \cdot I + V_0 \rightarrow \boxed{r = 1 \Omega}$$

$$V = -I + V_0 \rightarrow 12 = -0'4 + V_0 \rightarrow \boxed{V_0 = 12'4}$$

$$b. p = V \cdot I = 12'4 \cdot 0'4 = \boxed{4'96W}$$

$$c. p = 12 \cdot 0'4 = \boxed{4'8W}$$

$$d. p = 11'6 \cdot 0'4 = 4'64W \rightarrow 4'8 - 4'64 = \boxed{0'16W}$$

7. A partir del circuit de la figura, calculen la potència que subministra cadascun dels generadors al circuit.

$$R_1 = 2 \Omega / R_2 = 4 \Omega / R_3 = 6 \Omega$$

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12} \rightarrow R_{23} = \frac{12}{5} = 2'4 \Omega$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{23} = 2 + 2'4 = 4'4 \Omega$$

$$P = I^2 \cdot R = V \cdot I$$

$$\left. \begin{aligned} V_1 = I_1 \cdot R_{eq} \rightarrow I_1 &= \frac{V_1}{R_{eq}} = \frac{25}{4'4} = 5'681A \\ I_2 &= \frac{V_2}{R_2} = \frac{5}{4} = 1'136A \end{aligned} \right\} I_{TOTAL} = 4'545A$$

$$\boxed{P_1 = V_1 \cdot I = 25 \cdot 4'545 = 113'6W}$$

$$\boxed{P_2 = V_2 \cdot I = 5 \cdot 4'545 = 22'725W}$$

8. A partir del circuit de la figura, troben la tensió constant del generador si el corrent que circula per la resistència de 5Ω és de $14A$.

$$\boxed{\mathcal{E} = I_1 \cdot R_T}$$

$$R_{234} = \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} \right)^{-1} = 2.5\Omega$$

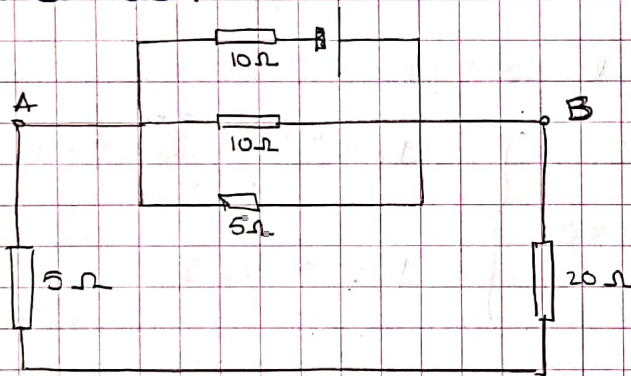
$$I_3 = 14A$$

$$I_2 = I_4 = \frac{I_3}{2} = \frac{14}{2} = 7A$$

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4 = 7 + 14 + 7 = \underline{28A}$$

$$\boxed{\mathcal{E} = 28(2.5 + 2) = 126V}$$

9. A partir del circuit de la figura, troben: (a) La diferència de potencial entre els punts A i B. (b) El corrent que circula a través de la resistència de 20Ω .



$$V_{10} = I_1 \cdot R = 19.3$$

$$25 - 10(I_1 - I_2) - 10I_1 = 0 \rightarrow 25 - 10I_1 + 10I_2 - 10I_1 = 0$$

$$-5(I_2 - I_3) - 10(I_2 - I_1) = 0 \rightarrow -5I_2 + 5I_3 - 10I_2 + 10I_1 = 0$$

$$-20I_3 - 5I_3 - 5(I_3 - I_2) = 0 \rightarrow -20I_3 - 5I_3 - 5I_3 + 5I_2 = 0$$

$$\begin{pmatrix} 20 & -10 & 0 & 25 \\ 10 & -15 & 5 & 0 \\ 0 & 5 & -30 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 20 & -10 & 0 & 25 \\ 0 & -20 & 10 & -25 \\ 0 & 5 & -30 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 20 & -10 & 0 & 25 \\ 0 & -20 & 10 & -25 \\ 0 & 0 & -110 & -25 \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} 20I_1 - 10I_2 &= 25 \\ -20I_2 + 10I_3 &= -25 \\ -110I_3 &= -25 \end{aligned} \right\}$$

$$I_2 = \frac{-25 - 10(-0.227)}{-20} = 1.36A$$

$$I_3 = \frac{-25}{-110} = 0.227A = \boxed{0.23A}$$

$$I_1 = \frac{25 + 10(1.36)}{20} = 1.93A$$

$$V_{A-B} = I_1 \cdot R_{AB} = 1.93 \cdot 10 = 19.3V \rightarrow \boxed{V_{A-B} = 19.3 - 25 = -5.7V}$$

10. Calculeu la intensitat que circula per la resistència R_4 i la potència que dissipa.

$$I_2 - I_1 R_1 - R_2(I_1 - I_2) - R_3(I_1 - I_2) = 0 \rightarrow I_2 - I_1 R_1 - I_1 R_2 + I_2 R_2 - I_1 R_3 + I_2 R_3 = 0$$

$$-I_2 R_5 - I_2 R_4 - R_3(I_2 - I_1) - R_2(I_2 - I_1) = 0 \rightarrow -I_2 R_5 - I_2 R_4 - I_2 R_3 + I_1 R_3 - I_2 R_2 + I_1 R_2 = 0$$

$$-R_6(I_3) - R_5(I_3 - I_2) = 0 \rightarrow -I_3 R_6 - I_3 R_5 + I_2 R_5 = 0$$

$$I_2 R_5 = I_3 R_6 + I_3 R_5 \rightarrow I_2 = \frac{I_3(R_6 + R_5)}{R_5}$$

$$100 I_2 = 350 I_3$$

$$I_2 = \frac{I_3(250 + 100)}{100} = \frac{7}{2} I_3$$

$$I_2 - 2250 I_1 + 2100 I_2 = 0 \rightarrow I_2 - 2250 I_1 + 7350 I_3$$

$$-R_5 I_2 + R_5 I_3 - R_4 I_2 - R_3 I_2 + R_3 I_1 - R_2 I_2 + R_2 I_1 = 0$$

$$I_1(R_3 + R_2) - I_2(R_5 + R_4 + R_3 + R_2) + R_5 I_3 = 0$$

$$2100 I_1 - 2250 I_2 + 100 I_3 = 0$$

$$\begin{cases} -2250 I_1 + 2100 I_2 = -12 \\ 2100 I_1 - 2250 I_2 + 100 I_3 = 0 \\ 100 I_2 - 350 I_3 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{12 + 2100 \cdot \frac{350}{100} I_3}{2250} \\ I_2 = \frac{7}{2} I_3 \end{cases}$$

$$2100 \left(\frac{12 + 2100 \cdot \frac{350}{100} I_3}{2250} \right) - 2250 \left(\frac{7}{2} I_3 \right) + 100 I_3 = 0$$

$$56/5 + 6860 I_3 - 7875 I_3 + 100 I_3 = 0$$

$$56/5 = 915 I_3 \rightarrow I_3 = 0.0122 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{7}{2} \cdot 0.0122 = 0.0428 \text{ A}$$

$$P = R \cdot I^2 = 50 \cdot 0.0428^2 = 0.0916 \text{ W}$$

11. Analitzeu el circuit. Feu una taula com la mostra i ompliu-la amb els valors demanats.

$$15 - 6(I_1 - I_2) - 5I_1 - 2I_1 - 1 = 0 \rightarrow 15 - 6I_1 + 6I_2 - 5I_1 - 2I_1 - 1 = 0$$

$$14 - 13I_1 + 6I_2 = 0$$

$$-6I_2 - 6(I_2 - I_1) = 0 \rightarrow -6I_2 - 6I_2 + 6I_1 = 0 \rightarrow -12I_2 + 6I_1 = 0$$

$$I_1 = 2I_2 \rightarrow I_1 = 2 \cdot 0.7 = 1.4 \text{ A}$$

$$-13I_1 + 6I_2 + 14 = 0 \rightarrow -13 \cdot 2I_2 + 6I_2 + 14 = 0$$

$$(-26 + 6)I_2 + 14 = 0 \rightarrow I_2 = \frac{14}{20} = 0.7 \text{ A}$$

TENSIO

$$V_1 = I R_1 = 1.4 \cdot 2 = 2.8 \text{ V} \rightarrow P_1 = V_1 \cdot I = 2.8 \cdot 1.4 = 3.92 \text{ W}$$

$$V_2 = 1.4 \cdot 5 = 7 \text{ V} \rightarrow P_2 = 7 \cdot 1.4 = 9.8 \text{ W}$$

$$V_3 = 0.7 \cdot 6 = 4.2 \text{ V} \rightarrow P_3 = 4.2 \cdot 0.7 = 2.94 \text{ W}$$

$$V_4 = 0.7 \cdot 6 = 4.2 \text{ V} \rightarrow P_4 = 4.2 \cdot 0.7 = 2.94 \text{ W}$$

$$V_{A-B} = 1 - 2(-I_1) - 5(-I_1) = 1 + 2I_1 + 5I_1 = 1 + 7I_1 = 1 + 7 \cdot 1.4 = 10.8 \text{ V}$$

$$P_{V_1} = V_1 I_1 = 1 \cdot 1.4 = 1.4 \text{ W}$$

$$P_{V_2} = 1.4 \cdot 15 = 21 \text{ W}$$

$$P_{V_1} + P_{V_2} = 22.4 \text{ W}$$

12. Determineu el corrent i la diferència de potencial en cada una de les resistències del circuit de la figura.

$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$I_2 = I_4 + I_5$$

$$I_6 = I_4 + I_5 \rightarrow I_2 = I_6$$

Mallés

$$4 - 5I_1 - 6I_3 = 0$$

$$-6 + 6I_3 - 3I_4 = 0$$

$$6 + 3I_4 - 7I_5 = 0$$

$$4 - 5(I_2 + I_3) - 6I_3 = 0$$

$$-5I_2 - 11I_3 = -4$$

$$-5(I_4 + I_5) - 11I_3 = -4$$

$$-5I_4 - 5I_5 - 11I_3 = -4$$

$$11I_3 + 5I_4 + 5I_5 = 4$$

$$\begin{pmatrix} 11 & 5 & 5 & 4 \\ 6 & -3 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & -7 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 11 & 5 & 5 & 4 \\ 0 & 10.5 & 5 & -7 \\ 0 & 0 & 29.5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$11I_3 + 5I_4 + 5I_5 = 4$$

$$10.5I_4 + 5I_5 = -7$$

$$29.5I_5 = 4$$

$$I_5 = 4/29.5 = 0.1356 \text{ A}$$

$$I_4 = \frac{-6 + 7(0.1356)}{3} = -0.893 \text{ A}$$

$$6I_3 - 3I_4 = 0 \rightarrow I_3 = \frac{6 + 3(I_4)}{6} = \frac{2 + I_4}{2} = \frac{2 + 0'893}{2} = 0'553 \text{ A}$$

$$-5I_1 - 6I_3 = -4 \rightarrow I_1 = \frac{-4 + 6(0'553)}{-5} = 0'1364 \text{ A}$$

$$I_2 = I_6 \rightarrow I_2 = -0'893 + 0'4745 = -0'418 \text{ A}$$

VOLTATGE ($V_R = R \cdot I$)

$$V_{7\Omega} = 7 \cdot 0'475 = 3'3 \text{ V}$$

$$V_{4\Omega} = 4 \cdot 0'554 = 2'22 \text{ V}$$

$$V_{3\Omega} = 3 \cdot 0'893 = 2'68 \text{ V}$$

$$V_{5\Omega} = 5 \cdot 0'136 = 0'68 \text{ V}$$

$$V_{2\Omega} = 2 \cdot 0'554 = 1'11 \text{ V}$$

13. Determineu, al circuit de la figura: (a) La diferència de potencial entre els punts A i B. (b) La diferència de potencial que hi hauria quan entre A i B es connecta un voltímetre que presenta una resistència de $10 \text{ k}\Omega$.

$$a. \Delta V_{BC} = 11'3 - 1000 \text{ }\Omega - 560 \text{ }\Omega - 2200 \text{ }\Omega - 9'8 = 0$$

$$1'5 = 3760 \text{ }\Omega \rightarrow I = 3'98 \cdot 10^{-4} \approx 4 \cdot 10^{-4} \text{ A}$$

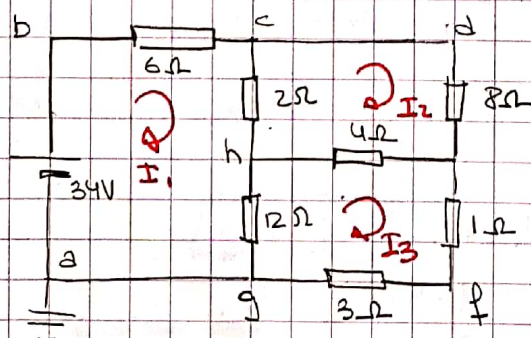
$$\Delta V_{AB} = 4 \cdot 10^{-4} \cdot 2200 - 9'8 = 10'68 \text{ V}$$

$$b. \Delta V_{BC} = 11'3 - 1000 \text{ }\Omega - 560 \text{ }\Omega - 10000 \text{ }\Omega = 0$$

$$11'3 = 11'560 \text{ }\Omega \rightarrow I = 9'78 \cdot 10^{-4} \text{ A}$$

$$\Delta V_{AB} = 9'78 \cdot 10^{-4} \cdot 10000 = 9'78 \text{ V}$$

14. (a) Determineu la intensitat de corrent en cada una de les parts del circuit de la figura. (b) Utilitzeu els resultats de (a) per assignar un potencial en cada punt indicat. El potencial en el punt a és 0.



$$I_1 \rightarrow 34 = 6I_1 + 2(I_1 - I_2) + 12(I_1 - I_3)$$

$$34 = 6I_1 + 2I_1 - 2I_2 + 12I_1 - 12I_3$$

$$\boxed{34 = 20I_1 - 2I_2 - 12I_3}$$

$$I_2 \rightarrow 0 = 8I_2 + 4(I_2 - I_3) + 2(I_2 - I_1)$$

$$0 = 8I_2 + 4I_2 - 4I_3 + 2I_2 - 2I_1$$

$$\boxed{0 = -2I_1 + 14I_2 - 4I_3}$$

$$I_3 \rightarrow 0 = I_3 + 3I_3 + 12(I_3 - I_1) + 4(I_3 - I_2)$$

$$0 = 4I_3 + 12I_3 - 12I_1 + 4I_3 - 4I_2$$

$$\boxed{0 = -12I_1 - 4I_2 + 20I_3}$$

$$\begin{pmatrix} 20 & -2 & -12 & 34 \\ -2 & 14 & -4 & 0 \\ -12 & -4 & 20 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 20 & -2 & -12 & 34 \\ 0 & 69/5 & -26/5 & 17/5 \\ 0 & -26/5 & 64/5 & 102/5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 20 & -2 & -12 & 34 \\ 0 & 69/5 & -26/5 & 17/5 \\ 0 & 0 & 748/69 & 1496/69 \end{pmatrix}$$

$$20I_1 - 2I_2 - 12I_3 = 34$$

$$69/5I_2 - 26/5I_3 = 17/5$$

$$748/5I_3 = 1496/69$$

$$\boxed{I_3} = \frac{1496/69}{748/69} = \boxed{2}$$

$$69/5I_2 - 26/5 \cdot 2 = 17/5 \rightarrow \boxed{I_2 = 1}$$

$$\boxed{I_1} = \frac{34 + 26}{20} = \boxed{3}$$

$$\boxed{I_{6A}} = I_1 = \boxed{3A}$$

$$\boxed{I_{2A}} = I_1 - I_2 = 3 - 1 = \boxed{2A}$$

$$\boxed{I_{8A}} = I_2 = \boxed{1A}$$

$$\boxed{I_{4A}} = I_3 - I_2 = \boxed{1A}$$

$$\boxed{I_{1A}} = I_3 = \boxed{2A}$$

$$\boxed{I_{2A}} = I_1 - I_3 = 3 - 2 = \boxed{1A}$$

$$\boxed{I_{3A}} = I_3 = \boxed{2A}$$

$$b. \boxed{V_a = 0V}$$

$$\boxed{V_b} = V_a + 34V = \boxed{34V}$$

$$\boxed{V_c} = 34 - 3 \cdot 6 = \boxed{16V}$$

$$\boxed{V_d} = V_c = \boxed{16V}$$

$$\boxed{V_e} = 16 - 8 = \boxed{8V}$$

$$\boxed{V_f} = 8 - 2 \cdot 1 = \boxed{6V}$$

$$\boxed{V_g} = 0V$$

$$\boxed{V_h} = 16 - 2 \cdot 2 = \boxed{12V}$$

CAPACITAT I CONDENSADORS

1. Si la capacitat de cada condensador del circuit de la figura és de $5 \mu\text{F}$.

a. Calculeu la capacitat equivalent del sistema.

b. La càrrega que adquireix cada condensador.

a. c-sèrie $\rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{3}{5} \rightarrow C_{eq} = 5/3 \mu\text{F}$

c-paralel $\rightarrow C_{eq} = 5 + 5 = 10 \mu\text{F}$

$C_{TOTAL} = \frac{1}{3/5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{5} + \frac{1}{10} = \frac{7}{10} \rightarrow C_{eq} = 10/7 \mu\text{F}$

b. $C_{eq} = \frac{Q_T}{V}$

$\rightarrow Q_T(1,2,3) = 10/7 \cdot 10 = 14,285 \mu\text{F}$

$\rightarrow Q_T(4,5) = \frac{14,285}{2} = 7,143 \mu\text{F}$

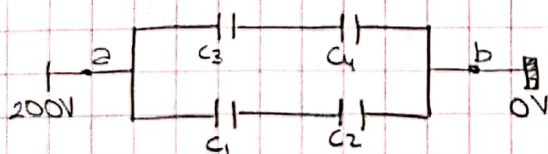
2. En el circuit de la figura, calculeu la càrrega total Q i la diferència de potencial $V_a - V_b$ després d'efectuar les operacions següents de manera consecutiva:

a. Es tanca l'interruptor S_1 i es manté obert l'interruptor S_2

b. S'obra l'interruptor S_1 i es tanca l'interruptor S_2

c. Es tanca l'interruptor S_1 i es manté tancat l'interruptor S_2 .

a. circuit equivalent



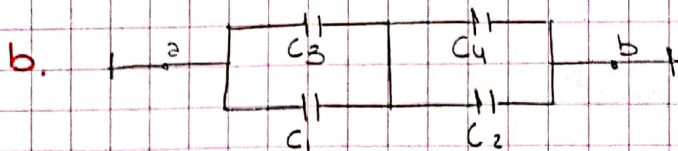
$V_a - V_b = 200 - 0 = 200\text{V}$

A $\rightarrow \frac{1}{C_{eqA}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} \rightarrow C_{eqA} = 2 \mu\text{F}$

B $\rightarrow \frac{1}{C_{eqB}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} \rightarrow C_{eqB} = 2 \mu\text{F}$

$C_{eqTOTAL} = 2 + 2 = 4 \mu\text{F}$

$C_{eq} = \frac{Q_T}{V} \rightarrow Q_T = 200 (4 \cdot 10^{-6}) = 8 \cdot 10^{-4} \text{C}$



$$Q_T = 8 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

$$C_{eqA} = 3 + 6 = 9 \mu\text{F}$$

$$C_{eqB} = 6 + 3 = 9 \mu\text{F}$$

$$\frac{1}{C_{eqTOTAL}} = \frac{1}{C_{eqA}} + \frac{1}{C_{eqB}} = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$$

$$V_b - V_a = \frac{Q_T}{C_{eq}} = \frac{8 \cdot 10^{-4}}{4.5 \cdot 10^{-6}}$$

$$= 177.77 \text{ V} \approx 178 \text{ V}$$

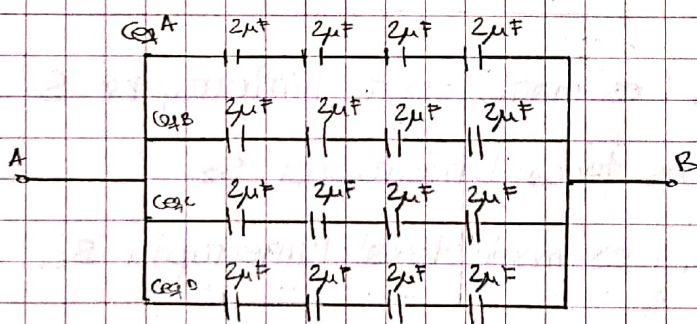
$$C_{eqTOTAL} = 4.5 \mu\text{F}$$

c. $C_{eq} = 4.5 \mu\text{F}$

$$V_a - V_b = 200 - 0 = 200 \text{ V}$$

$$Q_{TOTAL} = (4.5 \cdot 10^{-6}) \cdot 200 = 9 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

3. Dissenyem una xarxa de condensadors que tingui una capacitat de $2 \mu\text{F}$ i un voltatge de ruptura de 400 V fent servir condensadors de $2 \mu\text{F}$ com calgui els voltatges de ruptura dels quals és de 100 V .



$$\frac{1}{C_{eqA}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2}$$

$$C_{eqA} = 0.5 \mu\text{F}$$

$$C_{eqB} = 0.5 \mu\text{F}$$

$$C_{eqC} = 0.5 \mu\text{F}$$

$$C_{eqD} = 0.5 \mu\text{F}$$

$$C_{eqTOTAL} = 0.5 \cdot 4 = 2 \mu\text{F}$$

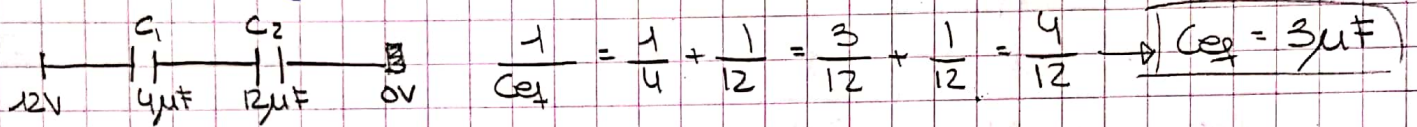
$$Q_T = V_{AB} \cdot C_{eqT} = 400 (2 \cdot 10^{-6}) = 8 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

$$\text{Condensador} = 2 \mu\text{F}$$

$$Q_{branca} = Q_{cond} = \frac{8 \cdot 10^{-4}}{4} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ C}$$

$$V_{cond} = \frac{Q_{cond}}{C_{cond}} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-6}} = 100 \text{ V}$$

4. Dos condensadors de capacitat $C_1 = 4\mu\text{F}$ i $C_2 = 12\mu\text{F}$ es connecten en sèrie a una bateria de 12V. Es desconnecten amb cura, de manera que no es descarreguin, i es tornen a connectar entre ells, les plaques positives amb les plaques positives i les plaques negatives amb les plaques negatives. (a) Determineu la diferència de potencial en cada condensador un cop els hem connectat (b) Determineu l'energia inicial i l'energia final emmagatzemada en els condensadors.



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} \rightarrow C_{eq} = 3\mu\text{F}$$

$$Q_{TOTAL} = V_{AB} \cdot C_{eq} = (12-0) \cdot (3 \cdot 10^{-6}) = 3.6 \cdot 10^{-5} \text{C}$$

$$Q_1 = 3.6 \cdot 10^{-5} \text{C} \quad / \quad Q_2 = 3.6 \cdot 10^{-5} \text{C}$$

$$C_1 = 4\mu\text{F}$$

$$C_2 = 12\mu\text{F}$$

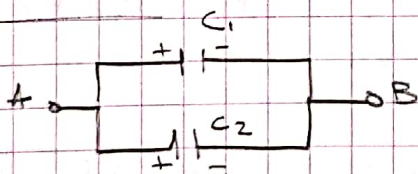
$$V_{AB} = \frac{3.6 \cdot 10^{-5}}{4 \cdot 10^{-6}} = 9\text{V} \quad / \quad V_{A'B'} = \frac{3.6 \cdot 10^{-5}}{12 \cdot 10^{-6}} = 3\text{V}$$

$$U_{1 \text{ inicial}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_1^2}{C_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(3.6 \cdot 10^{-5})^2}{4 \cdot 10^{-6}} = 1.62 \cdot 10^{-4} \text{J}$$

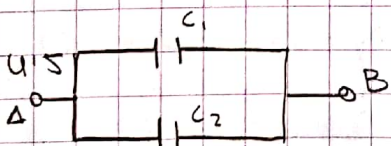
$$U_{2 \text{ inicial}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_2^2}{C_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(3.6 \cdot 10^{-5})^2}{12 \cdot 10^{-6}} = 5.4 \cdot 10^{-5} \text{J}$$

$$U_{\text{inicial}} = U_1 + U_2$$

$$U_i = 2.16 \cdot 10^{-4} \text{J}$$



$$V_A - V_B = \frac{Q_{TOTAL}}{C_{eq}} = \frac{(3.6 \cdot 10^{-5}) + (3.6 \cdot 10^{-5})}{4\mu\text{F} + 12\mu\text{F}} = 4.5\text{V}$$



$$Q_1 = C_1 \cdot V_{AB} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot 4.5 = 1.8 \cdot 10^{-5} \text{C}$$

$$Q_2 = C_2 \cdot V_{AB} = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 4.5 = 5.4 \cdot 10^{-5} \text{C}$$

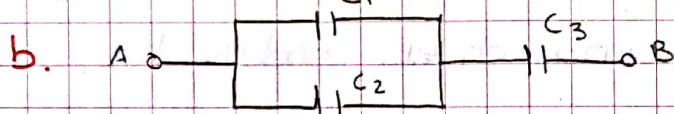
$$U_{1 \text{ final}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_1^2}{C_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1.8 \cdot 10^{-5})^2}{4 \cdot 10^{-6}} = 4.05 \cdot 10^{-5} \text{J}$$

$$U_{2 \text{ final}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_2^2}{C_2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(5.4 \cdot 10^{-5})^2}{12 \cdot 10^{-6}} = 1.215 \cdot 10^{-4} \text{J}$$

$$U_{\text{final}} = U_1 + U_2$$

$$U_f = 1.62 \cdot 10^{-4} \text{J}$$

5. Un condensador de plaques paral·leles s'omple amb dues làmines dielèctriques paral·leles de superfície $A/2$, gruix $d/2$ i constant dielèctriques k_1 i k_2 respectivament i una tercera làmina dielèctrica de superfície A , gruix $d/2$ i constant dielèctrica k_3 . Quan la càrrega lliure en les plaques val Q , determineu (a) la diferència de potencial entre les plaques. (b) La nova capacitat.



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{C_3}{(C_1 + C_2)C_3} + \frac{C_1 + C_2}{(C_1 + C_2)C_3} = \frac{C_1 + C_2 + C_3}{(C_1 + C_2)C_3}$$

$$\boxed{C_{eq} = \frac{C_3 (C_1 + C_2)}{C_1 + C_2 + C_3}}$$

$$C_{eq} = \left(k_3 \cdot \epsilon_0 \cdot A / d/2 \right) \left(\frac{k_1 \cdot \epsilon_0 \cdot A/2}{d/2} + \frac{k_2 \cdot \epsilon_0 \cdot A/2}{d/2} \right)$$

$$= \frac{k_1 \cdot \epsilon_0 \cdot A/2}{d/2} + \frac{k_2 \cdot \epsilon_0 \cdot A/2}{d/2} + \frac{k_3 \cdot \epsilon_0 \cdot A}{d/2}$$

$$C_{eq} = \frac{\epsilon_0 A}{d} (2k_3) \left(\frac{\epsilon_0 A}{d} (k_1 + k_2) \right) = \frac{2k_3 \frac{\epsilon_0 A}{d} (k_1 + k_2)}{\frac{\epsilon_0 A}{d} (k_1 + k_2 + 2k_3)}$$

$$\boxed{C_{eq} = \frac{2 \epsilon_0 A}{d} \left(\frac{k_3 (k_1 + k_2)}{k_1 + k_2 + 2k_3} \right)}$$

a.

$$\boxed{V = \frac{Q}{C_{eq}}} = \frac{Q \cdot d}{2 \epsilon_0 A} \left(\frac{k_1 + k_2 + 2k_3}{k_3 (k_1 + k_2)} \right)$$