

Treball final de grau

Estudi: Grau en Tecnologies Industrials

Títol: Estudi numèric de la fissuració d'elements de formigó armat

Document: Memòria

Alumne: Joan Delgado Palahí

Tutor: Marta Baena Muñoz

Departament: Enginyeria Mecànica i de la Construcció Industrial

Àrea: Enginyeria de la Construcció

Convocatòria (mes/any): Juny 2017

ÍNDEX

Índex.....	I
Índex de figures	II
Índex de taules.....	III
Apèndix.....	1
1 Introducció	3
1.1 Antecedents	3
1.2 Objecte.....	4
1.3 Abast.....	4
2 Conceptes previs	5
2.1 Adherència entre formigó i barres de reforç d'acer	5
2.1.1 Factors influents en l'adherència	5
2.1.2 Relació entre la tensió d'adherència i el lliscament.....	6
2.2 FRP com a reforç d'estructures	8
2.2.1 Propietats mecàniques dels FRP	9
2.2.2 Interacció FRP-formigó	9
2.3 Efecte tenso-rigidesa.....	11
2.3.1 Procés de fissuració	12
3 Models analítics	16
4 Model numèric	20
4.1 Introducció al Mètode dels Elements Finites.....	20
4.2 Definició del model a simular	20
4.3 Modelització amb elements continus hexaèdrics, elements connectors i contactes superfície-superfície	21
4.3.1 Estudi teòric dels elements utilitzats.	21
4.3.2 Definició dels materials	22
4.3.3 Definició de l'adherència.....	23
5 Variables d'estudi.....	25
5.1 Casos d'estudi.....	25

5.1.1	Efecte de la quantia geomètrica ρ ($\rho=A_r/A_f$).....	25
5.1.2	Estudi de l'efecte del rati de mòduls elàstics n ($n=E_r/E_f$)	26
6	RESULTATS I CONCLUSIONS.....	27
6.1	Efecte de la quantia geomètrica, ρ	27
6.1.1	Variació de ρ degut a la variació de l'àrea de formigó (A_f).....	28
6.1.2	Variació de ρ degut a la variació del diàmetre de barra (d_b).	30
6.1.3	Variació de l'àrea de formigó (A_f) i del diàmetre de barra (d_b), amb ρ constant.	33
6.2	Efecte del rati de mòduls elàstics (n)	35
6.3	Conclusions generals	38
7	Resum del pressupost	39
8	Bibliografia	40
ANNEX A.	Tutorial Abaqus.....	41

ÍNDEX DE FIGURES

Figura 2.1	Assajos d'adherència pull-out i beam-test	6
Figura 2.2	Gràfic adherència-lliscament MC2010.....	7
Figura 2.3	Corba tensió d'adherència mitjana - lliscament de l'extrem d'una barra curta de FRP.....	10
Figura 2.4	Comportament ideal d'un tirant de formigó armat.....	12
Figura 2.5	Perfil de distribució de deformacions al llarg del tirant en l'aparició d'una fissura	13
Figura 2.6	Perfil de distribució de deformacions al llarg del tirant en la fase de formació de varies fissures.	14
Figura 2.7	Perfil de distribució de deformacions al llarg del tirant en la fase de fissuració estable. ...	15
Figura 3.1	Relacions de tensió-deformació modificades pel material de reforç segons EC-2 [2]	17
Figura 3.2	Relacions de tensió-deformació modificades pel material de reforç segons MC90 [5].....	18
Figura 3.3	Relació càrrega-deformació d'un tirant armat segons ACI.....	19
Figura 4.1	a) Tirant enter b) tirant amb triple simetria.....	20
Figura 4.2	Element C3D8R	21

Figura 4.3 Lleis constitutives assumides per: a) comportament tensió-deformació uniaxial a compressió [3]; b) comportament post-fisuració a tracció [3].....	22
Figura 4.4 Lei tensió-deformació uniaxial de tracció pel material de reforç.....	23
Figura 4.5 Mecanismes adherència, fricció i interacció mecànica.	24
Figura 4.6 Nodes i superfície contacte	25
Figura 6.1 Possibles enfocaments per l'estudi del tension stiffening (a) enfocament d'assignació del tension stiffening a la deformació de la barra i b) enfocament de repartiment de càrrega)	27
Figura 6.2 Comparativa entre resultats numèrics i prediccions analítiques pels casos: a) CS1; b) CS2; c) CS3; d) CS4.....	29
Figura 6.3 Comparativa CS1, CS2, CS3, CS4	30
Figura 6.4 Comparativa entre resultats numèrics i prediccions analítiques pels casos: a) RD1; b) RD2; c) RD3; d) RD4	32
Figura 6.5 Comparativa RD1, RD2, RD3, RD4.....	32
Figura 6.6 Comparativa entre resultats numèrics i prediccions analítiques pels casos: a) CR1; b) CR2; c) CR3	34
Figura 6.7 Comparativa CR1, CR2, CR3.....	34
Figura 6.8 Comparativa entre resultats numèrics i prediccions analítiques pels casos: a) MR1; b) MR2; c) MR3; d) MR4;	37
Figura 6.9 Comparativa MR1, MR2, MR3, MR4, MR5, MR6	37

ÍNDEX DE TAULES

Taula 2.1 Comparació propietats mecàniques FRP-acer	9
Taula 5.1 Propietats geomètriques dels diferents casos d'estudi per l'anàlisi de l'efecte de la variació de l'àrea del formigó.....	25
Taula 5.2 Propietats geomètriques dels diferents casos d'estudi per l'anàlisi de l'efecte de la variació del diàmetre de la barra	26
Taula 5.3 Propietats geomètriques dels diferents casos d'estudi per l'anàlisi de l'efecte de la variació d'àrea de formigó i diàmetre de barra, donant p constant	26
Taula 5.4 Propietats mecàniques dels diferents casos d'estudi per l'anàlisi de l'efecte de la variació del rati de mòduls de Young.....	26

APÈNDIX

Símbol	Descripció
a, b, c, d, R, S, Y	Variables per definir procés de fissuració.
A_{cr}	Secció transversal esquerdada del tirant.
A_e	Secció transversal efectiva del tirant.
A_f	Secció del formigó.
A_g	Secció bruta del tirant.
A_r	Secció de la barra de reforç.
b	Cantell del formigó.
d_b	Diàmetre de la barra de reforç.
E_{acer}	Mòdul de Young de l'acer.
E_{cm}	Mòdul secant d'elasticitat.
E_f	Mòdul de Young del formigó.
E_{FRP}	Mòdul de Young de les barres de FRP.
f_{ck}	Resistència del formigó.
f_{cm}	Resistència característica a compressió.
f_{ctm}	Resistència mitjana a tracció axial.
l_t	Longitud de transferència.
n	Rati de mòduls elàstics, $n=E_r/E_c$.
P	Càrrega aplicada.
P_{crack}	Càrrega en el moment en què apareix la primera fissura.
s	Lliscament de la barra respecte el formigó.
s_1, s_2, s_3	Valors de lliscament .
U_r	Desplaçament absolut de l'armadura.
U_f	Desplaçament absolut del formigó.
α	Coeficient.

β	Paràmetre pels models adherència-lliscament.
β_1	Coeficient referent a l'adherència del reforç en EC-2.
β_2	Coeficient que considera el tipus de càrrega en EC-2.
β_d	Coeficient de reducció proposat per ACI per adaptar el model d'acer a FRP.
ε_1	Deformació d'una secció no fissurada.
ε_2	Deformació d'una secció fissurada.
ε_f	Deformació unitària del formigó.
ε_m	Deformació mitjana.
ε_r	Deformació unitària del reforç.
$\varepsilon_{sr1}, \varepsilon_{sr2}$	Deformació en el reforç d'acer en una secció fissurada i una no fissurada, respectivament.
ρ	Quantia geomètrica, $\rho=(A_r/A_f)$.
σ_{cr}	Tensió en el reforç d'acer durant l'aparició de la primera fissura.
$\sigma_{sr1}, \sigma_{sr2}$	Tensió en el reforç d'acer en una secció fissurada i una no fissurada, respectivament.
σ_{srn}	Tensió en el reforç d'acer a la última fissura.
τ	Tensió d'adherència.
τ_f	Tensió d'adherència residual.
τ_{max}	Tensió màxima d'adherència.

1 INTRODUCCIÓ

Des de finals del segle XIX, el formigó armat ha estat la tècnica constructiva de referència en les construccions del nostre país.

El formigó s'obté de la mescla de ciment (o algun altre conglomerat), grava i aigua, obtenint així una pasta modelable, capaç d'adaptar-se a qualsevol forma del motlle o encofrat, i que endureix amb facilitat. Caracteritzat per la seva fragilitat, només és capaç d'aguantar esforços de compressió, mostrant-se ineficaç suportant esforços elevats de tracció i flexió. Aquestes característiques fan que sigui necessari utilitzar barres de reforç.

Les bones propietats mecàniques de l'acer i la similitud en propietats d'expansió tèrmica entre formigó i acer fan que la combinació d'aquests dos materials sigui eficient i permeti garantir un bon comportament mecànic, en el que el formigó resisteix els esforços de compressió i el reforç d'acer resisteixi els de tracció. Aquesta combinació fa que el formigó armat amb acer sigui idoni pel seu ús en la construcció actual i passada.

Però existeixen problemes de durabilitat per efecte de la corrosió que pateixen les armadures convencionals d'acer, sobretot en ambients humits i alcalins. És per això que l'ús de barres de materials compòsits de matriu polimèrica (FRP, de l'anglès *Fiber Reinforced Polymers*) com a reforç en estructures de formigó es contempla com una solució efectiva per fer front a aquesta problemàtica.

Les barres de FRP estan formades per fibres d'alta resistència que es troben envoltades per una matriu de resina, que les protegeix de la corrosió. Aquest és un clar avantatge en l'ús d'aquestes barres enfront l'ús de barres d'acer. Cal tenir en compte, però, que tant les propietats mecàniques com l'acabat superficial d'aquestes barres canvien respecte les de l'acer, i això pot afectar en l'adherència entre els dos materials i per tant el comportament final d'un element de formigó armat.

1.1 Antecedents

Les característiques mecàniques i adherents dels FRP utilitzats com a reforç intern d'elements de formigó armat donen com a resultat uns nivells de fissuració més elevats que els obtinguts amb formigó armat amb acer convencional. Això afecta directament el seu comportament en servei i farà que aquest regeixi el disseny d'aquest tipus d'elements.

En aquest sentit, és essencial conèixer i entendre el procés de fissuració del formigó armat degut a esforços de tracció, procés que depèn de l'adherència formigó-reforç i de l'efecte tenso-rigidesa (més conegut pel seu terme anglès *tension stiffening*) que d'aquesta interacció se'n deriva.

1.2 Objecte

L'objectiu d'aquest projecte és l'anàlisi del fenomen del *tension stiffening* analitzant el procés de fissuració d'un tirant de formigó armat sotmès a tracció pura, mitjançant eines numèriques.

1.3 Abast

Els models numèrics que es faran servir consideraran el comportament inelàstic del formigó i un comportament elàstic lineal de la barra de reforç. Amb aquests models, es realitzaran estudis per analitzar la possible influència de paràmetres com quantia geomètrica (ρ), diàmetre de la barra (d_b), cantell de la secció rectangular de formigó (b) o rati del mòdul elàstic del material de reforç respecte mòdul elàstic del formigó ($n=E_r/E_c$).

2 CONCEPTES PREVIS

2.1 Adherència entre formigó i barres de reforç d'acer

L'adherència és el fenomen bàsic pel qual es fonamenta el funcionament del formigó armat com a material estructural. Si no existís l'adherència, no hi hauria transmissió d'esforços entre formigó i material de reforç, i per tant les barres de reforç lliscarien pel formigó sense cap mena d'oposició. Es pot dir doncs que és l'adherència qui garanteix el treball conjunt dels dos materials.

Existeixen tres mecanismes principals d'adherència, que venen originats per dos tipus de causes:

- El mecanisme d'encunyament del formigó, de naturalesa mecànica, és el mecanisme principal en el desenvolupament de l'adherència, i es caracteritza com la resistència al lliscament degut a la penetració del ciment a les irregularitats de les barres.
- El mecanisme d'adhesió química, de naturalesa física, provoca l'adhesió de les barres i el formigó a través de forces capil·lars i molècules desenvolupades a la interfase.
- El mecanisme de fregament, també de naturalesa mecànica, té lloc a la interfície barra-formigó.

2.1.1 Factors influents en l'adherència

Hi ha molts factors que influeixen en l'adherència entre formigó i barra de reforç d'acer. Cal entendre aquests factors per poder establir analogies, si fos el cas, quan el reforç consisteixi en barres de FRP.

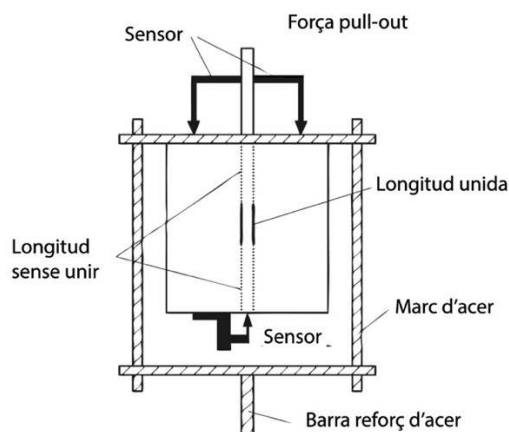
La resistència del formigó és un dels factors més importants quan es vol garantir una bona adherència. Cal tenir en compte que l'inici de pèrdua d'adherència tindrà lloc quan les tensions en el formigó superin la seva resistència a tracció i apareguin les primeres fissures. Aquesta clara dependència entre resistència del formigó i adherència està clarament reconeguda en diferents codis pràctics [1,2].

L'extens estat de l'art confirma que barres de reforç de diàmetres majors desenvolupen tensions d'adherència més petites que les que es generen en barres de reforç de diàmetres menors. Novament, aquest efecte es veu reflectit a codis com ACI 318R-05 [1], que introdueix un factor de mida de reforç en la fórmula proposada per determinar la longitud efectiva.

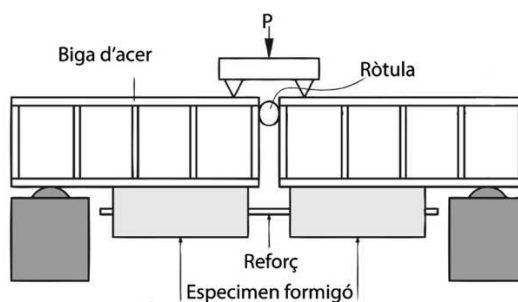
La pressió transversal té un doble efecte sobre l'adherència: i) retarda l'aparició de les primeres fissures i, ii) fa augmentar la força de fricció entre els dos elements (formigó i reforç). Com a resultat de l'existència d'una pressió transversal, s'obté un increment en la tensió d'adherència i una reducció en els valors de lliscament.

2.1.2 Relació entre la tensió d'adherència i el lliscament

Existeixen diferents assajos per caracteritzar l'adherència. Els dos més utilitzats en la literatura de referència són l'assaig de pull-out i l'assaig beam-test (Figura 2.1). La simplicitat i facilitat d'execució de l'assaig de pull-out ha fet que aquest sigui l'assaig més utilitzat, tot i que l'estat tensional que els elements tenen en aquest assaig difereix de l'estat tensional que té lloc a la zona de tracció d'elements a flexió. És per això que es diu que l'assaig de pull-out és un assaig qualitativament correcte.



(a) Pull-out



(b) Beam-test

Figura 2.1 Assajos d'adherència pull-out i beam-test

En qualsevol d'aquests assajos d'adherència, els resultats que s'obtenen es representen mitjançant una relació entre la tensió d'adherència, τ_f , i el lliscament de la barra respecte el formigó, s_f . La tensió d'adherència es defineix com la tensió tallant que es genera a la interfície formigó-barra com a resultat de la força de tracció aplicada, mentre que el lliscament es defineix com el desplaçament relatiu entre formigó i barra.

Novament, la rugositat de les barres, la resistència del formigó, la posició i orientació de les barres, així com les condicions de contorn són alguns dels factors que afecten a la corba final de tensió d'adherència-lliscament.

Per entendre com es generen les tensions d'adherència cal tenir en compte les següents consideracions:

- Armadura i formigó tenen la mateixa deformació a les zones de l'estructura sotmeses a compressió i també en les parts no fissurades de les zones a tracció.
- A les seccions transversals amb fissures, els esforços de tracció es transmeten a través de l'armadura. Els desplaçaments absoluts de l'armadura, U_r , i formigó, U_f , entre dues fissures són diferents. Aquesta diferència, anomenada desplaçament relatiu o lliscament, s , provoca tensions d'adherència entre els dos elements del formigó armat. La magnitud d'aquestes depèn fonamentalment de la superfície de l'armadura, el lliscament i la resistència del formigó.

A la Figura 2.2 es mostra la corba d'adherència entre formigó i reforç d'acer proposada a MC2010 [3]. Aquesta corba té quatre etapes, que es distingeixen pel lliscament, s .

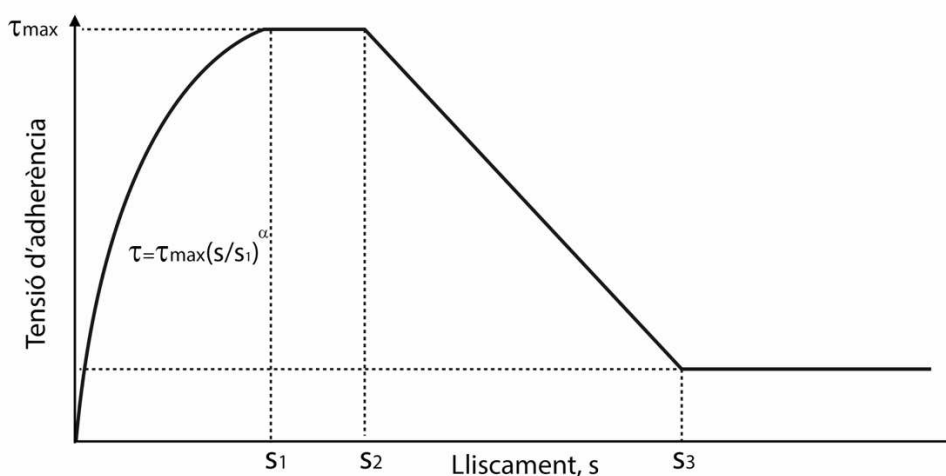


Figura 2.2 Gràfic adherència-lliscament MC2010

Per càrregues monòtones, les tensions d'adherència entre el formigó i les barres de reforç es poden calcular en funció del desplaçament relatiu s , d'acord amb les Equacions 1 a 4:

$$\tau = \tau_{max} \left(\frac{s}{s_1} \right)^\alpha \quad \text{per } 0 \leq s \leq s_1$$

Equació 1

$$\tau = \tau_{max} \quad \text{per } s_1 \leq s \leq s_2$$

Equació 2

$$\tau = \tau_{max} - (\tau_{max} - \tau_f) \left(\frac{s-s_2}{s_3-s_2} \right) \quad \text{per } s_2 \leq s \leq s_3$$

Equació 3

$$\tau = \tau_f \quad \text{per } s_3 \leq s \leq s_4$$

Equació 4

on τ és la tensió d'adherència per un lliscat s , τ_{max} és la tensió màxima d'adherència, τ_f és la tensió d'adherència residual, s és el lliscament, s_1 , s_2 i s_3 són valors de lliscament que delimiten les quatre zones i α és un coeficient.

2.2 FRP com a reforç d'estructures

Les barres de FRP es presenten com a un reforç alternatiu per la construcció, especialment en ambients corrosius. Aquestes barres estan constituïdes per fibres contínues (ja sigui de vidre, carboni o aramida) impregnades d'una matriu de resina (normalment epoxi, polièster o vinilèster).

A continuació es mostren quins són els avantatges i inconvenients del seu ús, enfront el reforç d'acer:

Avantatges dels FRP:

- Elevat rati de resistència/pes propi (de 10 a 15 vegades major al de l'acer).
- Bon comportament a fatiga, pel cas de barres amb fibres de carboni i aramida.
- Neutralitat electromagnètica.
- Baix coeficient de dilatació tèrmica.

Inconvenients dels FRP:

- Elevat cost de matèria primera.
- Gran variabilitat de mòduls elàstics, en funció del material de la fibra, normalment amb valors inferiors als de l'acer (excepte pel cas d'alguns FRP de carboni).
- Comportament fràgil.

Les tècniques de fabricació poden ser des de la laminació per corró fins a bobinatge per filaments i trenat, però la més corrent és la pultrusió. L'elecció de la tècnica depèn del tipus de fibra i de matriu, la temperatura necessària per formar la peça i curar la matriu, i el cost efectiu del procés.

2.2.1 Propietats mecàniques dels FRP

Al ser un material compòsit, les propietats dels FRP varien significativament depenent de la naturalesa i el volum de les fibres, les propietats de la resina i l'orientació de les fibres. És per això que no és possible establir uns valors universals sinó que només és possible obtenir valors orientatius. En la Taula 2.1 es mostra una comparació de les propietats de diferents FRP (vidre, GFRP; carboni CFRP; aràmida, AFRP) i de l'acer.

Propietat	GFRP	CFRP	AFRP	Acer
<i>Densitat (kg/cm³)</i>	1.25÷2.1	1.5÷1.6	1.25÷1.4	7.9
<i>Coefficient longitudinal d'expansió tèrmica (10⁻⁶/°C)</i>	6÷10	-9÷0	-6÷-2	11.7
<i>Coefficient transversal d'expansió tèrmica (10⁻⁶/°C)</i>	21-23	71-104	60-80	11.7
<i>Tensió deformació elàstica (MPa)</i>	-	-	-	400÷500
<i>Resistència tracció longitudinal (MPa)</i>	480÷1600	600÷3690	1720÷2540	550
<i>Modul longitudinal (GPa)</i>	35÷50	120÷580	41÷125	200
<i>Tensió deformació per tracció longitudinal (%)</i>	-	-	-	0.20÷0.25
<i>Deformació per tracció longitudinal final (%)</i>	1.2÷3.1	0.5÷1.7	1.9÷4.4	15÷20

Taula 2.1 Comparació propietats mecàniques FRP-acer

2.2.2 Interacció FRP-formigó

L'existència de diferències en el comportament mecànic de les barres de FRP enfront les d'acer fa que la interacció entre barres de reforç de FRP i formigó sigui diferent a la interacció entre acer i formigó. Segons [4], aquesta interacció dependrà de si la barra considerada té un acabat superficial llis o amb corrugues/deformacions.

Si es considera una barra de reforç llisa, l'adherència és governada principalment bé per l'adhesió entre la superfície de la barra i el formigó circumdant o bé per la resistència laminar a tallant de les successives capes de fibres a la superfície de la barra. A causa de l'acabat llis de les barres és poc provable que hi hagi formació de fissures i les tensions d'adherència augmentin.

Si en canvi es considera una barra amb corrugues/deformacions, els mecanismes d'adherència que s'activen són uns altres, i la corba d'adherència es descriuria segons s'indica a la Figura 2.3 [4].

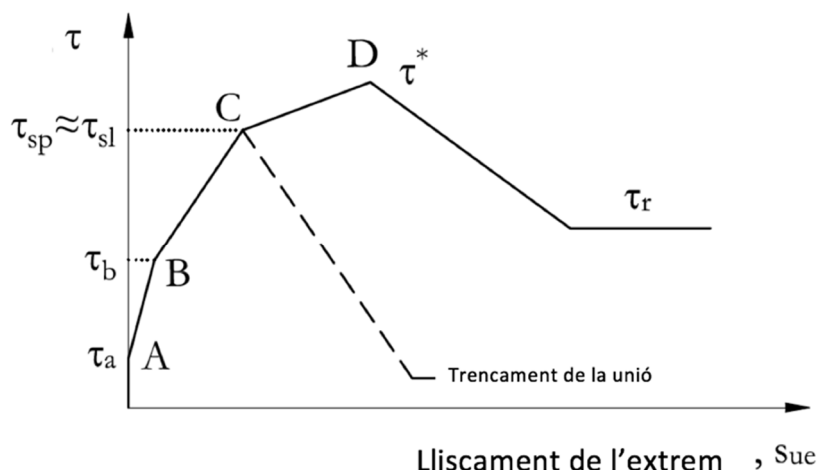


Figura 2.3 Corba tensió d'adherència mitjana - lliscament de l'extrem d'una barra curta de FRP.

Quan hi apliquem una càrrega (*punt A*) el mecanisme d'unió entre els dos materials és de naturalesa química. Per aquests nivells de tensió no apareix lliscament entre els dos materials. Per valors de tensió d'adherència superiors a τ_a (*fins al punt B*) el lliscament a l'extrem carregat de la barra augmenta i les corrugues/deformacions de la barra provoquen grans pressions de contacte en el formigó, fent aparèixer petites fissures a les puntes de les corrugues/deformacions de la barra que permetran el lliscament de la barra. A mida que el lliscament augmenta (*tram BC*) aquestes pressions augmenten considerablement i la component radial es veu compensada per els esforços a tracció del formigó. Si la barra no està ben confinada és possible que la tensió de tracció superi la màxima del formigó i apareguin esquerdes al llarg de la longitud de la barra de reforç. Si, en cas contrari, hi ha una resistència suficient al lliscament, s'assoleix la tensió màxima d'adherència, τ^* . Com a resultat del lliscament dels dos extrems de la barra (carregat i descarregat), la rigidesa d'adherència disminueix.

És possible que apareguin diferents fallades de la unió entre els dos elements, depenent de la rati entre la resistència del formigó i la resistència a cisallament de les corrugues/deformacions superficials.

Un cop s'ha assolit la màxima tensió d'adherència es comença a perdre la capacitat de càrrega i la tensió d'adherència residual depèn bàsicament dels efectes de la fricció.

2.3 Efecte tenso-rigidesa

El fenomen de l'adherència entre formigó i barra de reforç té una evident conseqüència en la fissuració de qualsevol element de formigó armat. Per fer l'explicació més clara, ens centrarem en l'estudi de la fissuració d'un element de formigó armat sotmès a tracció pura.

Si ens fixem en una secció esquerdada, tot l'esforç de tracció recau en les barres de reforç. Ara bé, a les zones adjacents a aquestes fissures, les tensions tangencials d'adherència fan que es generi una transmissió d'esforços des de l'armadura cap al formigó que l'envolta. Es genera, per tant, una contribució del formigó que es podria interpretar com un increment de la rigidesa de l'armadura tradicional. Aquesta contribució es coneix amb el nom de tenso-rigidesa (*tension stiffening*, en anglès).

A la Figura 2.4 es mostra el procés de fissuració d'un element de formigó armat sotmès a tracció pura (normalment anomenat tirant) [5]. En aquest procés es poden distingir quatre etapes: i) etapa 1 que representa l'element sense esquerdar, ii) etapa 2 en la que es formen les fissures, iii) etapa 3 on es produeix l'estabilització de les mateixes i iv) etapa 4 de post-plastificació pel cas de reforç d'acer. Cadascuna de les etapes es representa amb les lletres *a*, *b*, *c* i *d*, respectivament, i els punts *R*, *S* i *Y* corresponen a l'aparició de la primera esquerda, última esquerda i inici de la plastificació en el cas de reforç d'acer, respectivament.

Podem definir l'Estat I del tirant quan els dos elements treballen conjuntament, i l'Estat II quan només treballa l'armadura degut a una fissuració estabilitzada, aquests dos estats corresponen a les etapes i) i iii), respectivament (indicades a la Figura 2.4 com *a* i *c*).

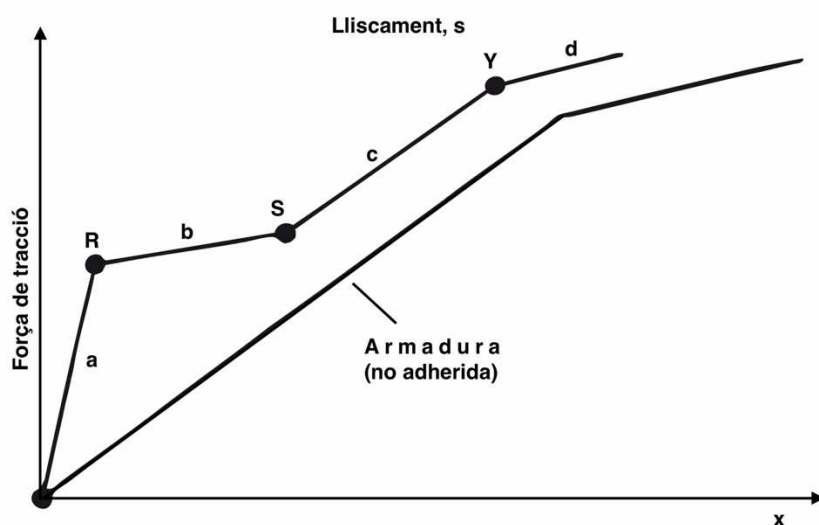


Figura 2.4 Comportament ideal d'un tirant de formigó armat.

2.3.1 Procés de fissuració

A l'inici de l'aplicació de càrrega, quan encara no hi ha cap fissura, els dos materials (formigó i reforç) treballen conjuntament, de manera que les deformacions unitàries del reforç, ε_r , i del formigó, ε_f , són iguals, i es diu que el tirant es comporta seguint la rigidesa del conjunt (Estat I).

La primera fissura apareixerà quan la tensió de tracció al formigó superi la seva resistència a tracció. En aquest moment tindrem una secció fissurada on només l'acer suporta la tracció i per tant el formigó té deformació igual a 0. Es podria dir que aquesta secció es comporta seguint la rigidesa únicament de la barra de reforç (Estat II). La longitud necessària per tornar a l'Estat I, on les dues deformacions són les mateixes, s'anomena longitud de transferència, l_t (veure Figura 2.5)

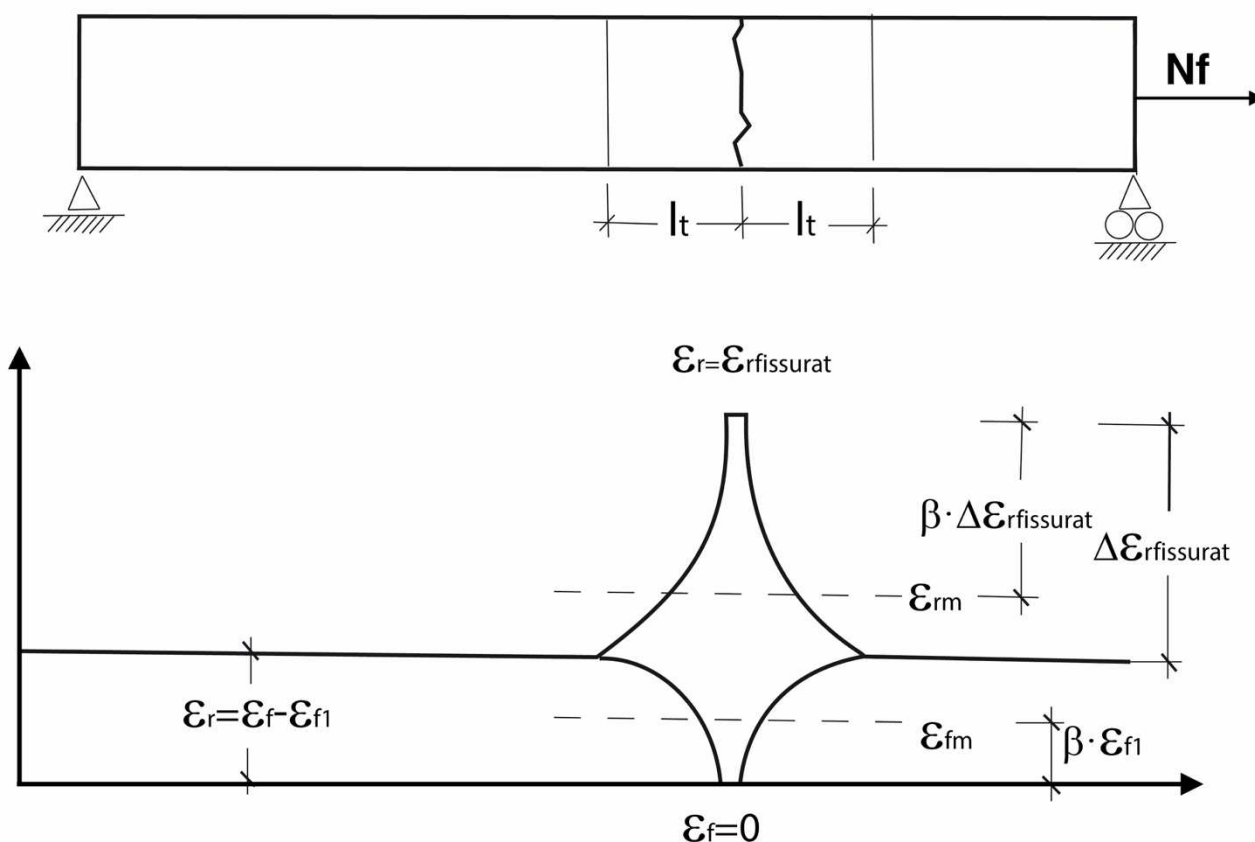


Figura 2.5 Perfil de distribució de deformacions al llarg del tirant en l'aparició d'una fissura

Com es pot observar a la Figura 2.5, la deformació de la barra a la zona on hi ha fissura és màxima, mentre que la deformació del formigó és nul·la. A mesura que ens allunyem d'aquesta fissura, les deformacions tendeixen a igualar-se fins a ser del mateix valor. Que les dues deformacions siguin iguals indica que els dos materials treballen de manera composta. Com a resultat de l'existència d'aquesta primera fissura, la rigidesa del conjunt comença a disminuir. Aquest cas representa l'existència d'una única fissura. A mida que es vagi augmentant el nivell de càrrega, apareixeran noves fissures, i per tant, el patró anteriorment citat s'anirà reproduint al llarg del tirant (veure Figura 2.6). Que vagin apareixent noves fissures vol dir que existeixen cada vegada més seccions on la rigidesa axial es correspondrà amb la rigidesa de la barra de reforç. Això farà que la rigidesa global de l'element de formigó armat vagi disminuint mica en mica (etapa *b* de la Figura 2.4).

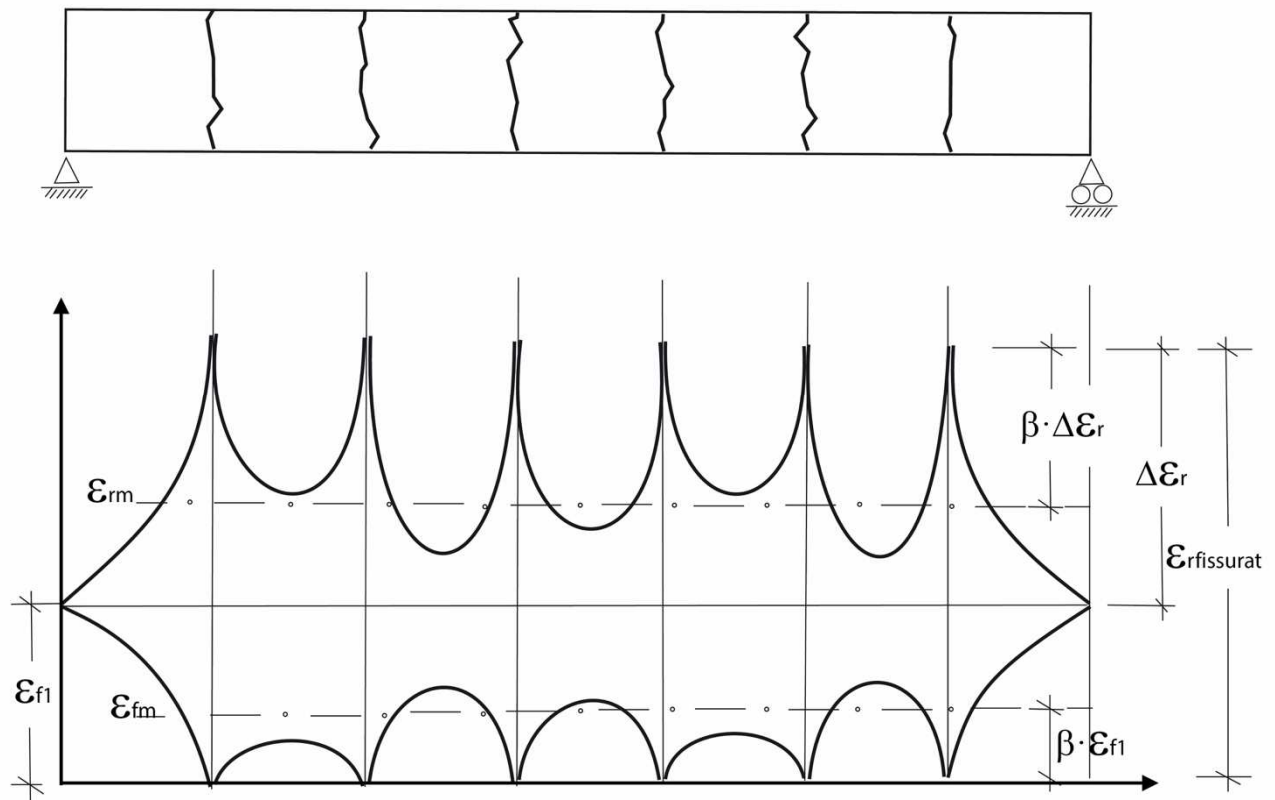


Figura 2.6 Perfil de distribució de deformacions al llarg del tirant en la fase de formació de varies fissures.

Un cop aparegui la última fissura, el tirant estarà a l'etapa de fissuració estabilitzada (etapa c de la Figura 2.4). La Figura 2.7 mostra el perfil de deformacions per aquesta etapa de fissuració estabilitzada.

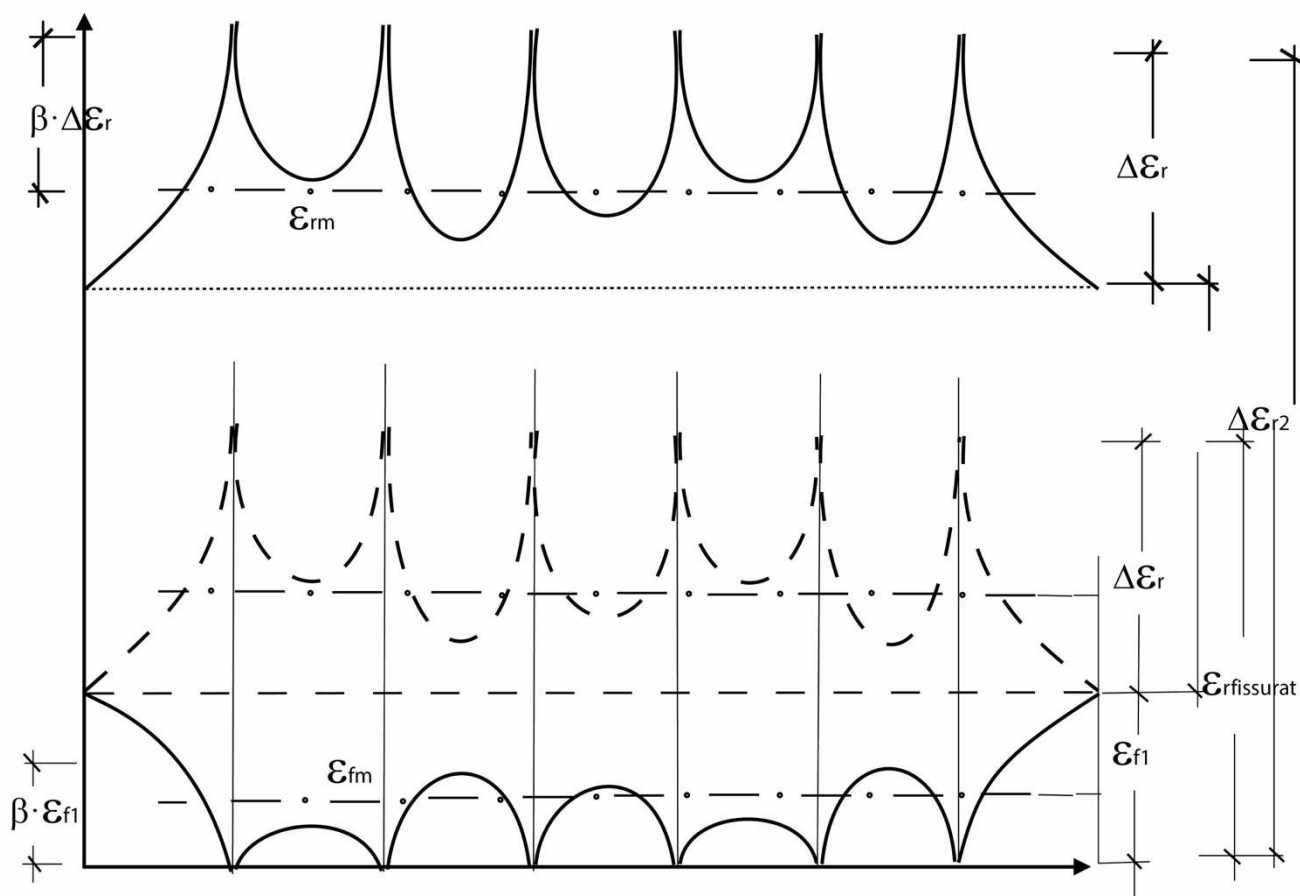


Figura 2.7 Perfil de distribució de deformacions al llarg del tirant en la fase de fissuració estable.

Un cop s'ha arribat a la fissuració estabilitzada, un augment de la força de tracció només farà que les fissures creixin, però no provocarà l'aparició de fissures noves, ja que al no haver-hi longitud de transferència suficient, el formigó no estarà sotmès a la tensió necessària per generar esquerdes. Totes les fissures es troben a una distància inferior a $2 \cdot l_t$ i ja no hi ha cap zona que es trobi en estat I. En aquest moment la fissuració de l'element de formigó armat ha finalitzat.

Cal tenir en compte que la resistència del formigó és una variable aleatòria que no es pot definir amb un únic valor, formant una població estadística. És per això que no totes les fissures apareixen a la mateixa tensió. És per això, i gràcies també al *tension stiffening*, que el tram de formació de fissures mai és horitzontal.

3 MODELS ANALÍTICS

Existeixen dos enfocaments principals per la predicció analítica del comportament post-fissuració d'un tirant de formigó armat amb reforç d'acer: i) l'enfocament proposat per EC-2 [2] i MC90 [5], que proposen un mètode per calcular la deformació mitjana en la barra de reforç per un valor de càrrega després de la fissuració del formigó (en altres paraules, aquests models defineixen una resposta tensió-deformació modificada pel material de la barra de reforç); ii) l'enfocament proposat per ACI [6] que defineix una àrea efectiva de la secció transversal del tirant, en un raonament anàleg a la definició d'una inèrcia equivalent per l'estudi d'elements que treballen a flexió. A continuació es descriuen les tres formulacions.

Proposta EC-2

El mètode proposat consisteix en calcular la deformació mitjana en el reforç d'acer interpolant entre els valors de la deformació d'una secció no fissurada (ε_1) i una secció fissurada (ε_2):

$$\varepsilon_m = \varepsilon_1 \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_r} \right)^2 + \varepsilon_2 \left[1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_r} \right)^2 \right]$$

Equació 5

on β_1 fa referència a l'adherència del reforç d'acer (1 per barres amb corrugues i 0.5 per barres llises), β_2 considera el tipus de càrrega (1 per la primera càrrega i 0.5 per càrregues repetitives o mantingudes), σ_{cr} és la tensió en el reforç d'acer quan apareix la primera fissura ($\sigma_{cr} = P_{crack}/A_r$), σ_r és la tensió de la barra d'acer a la secció esquerdada amb la càrrega actual, i ε_1 i ε_2 són les deformacions corresponents a secció no fissurada i secció fissurada, respectivament (veure Figura 3.1). Tot i que l'Equació 5 va ser proposada per l'estudi d'elements de formigó amb reforç d'acer, es pot utilitzar amb reforços de FRP si es considera un valor adequat pel coeficient β_1 .

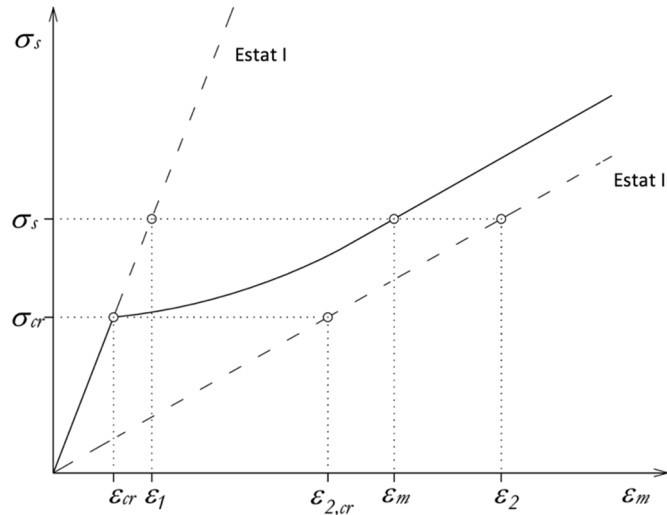


Figura 3.1 Relacions de tensió-deformació modificades pel material de reforç segons EC-2 [2]

Proposta MC90

Similar a la proposta de l'EC2 [2], MC90 [5] inclou la rigidesa addicional dels tirants, fruit de la interacció entre el formigó i el reforç, a través de la definició d'una corba tensió-deformació modificada pel material de reforç (veure Figura 3.2). Durant la primera fase elàstica lineal el model suposa que la rigidesa del conjunt és una combinació de la rigidesa dels dos materials. Superada la tensió on apareixen les primeres fissures i durant tota la fase d'aparició de fissures, la deformació a la barra de reforç es pot calcular de la següent manera:

$$\varepsilon_m = \varepsilon_2 - \frac{\beta_t(\sigma_s - \sigma_{sr1}) + (\sigma_{srn} - \sigma_s)}{(\sigma_{srn} - \sigma_{sr1})}(\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1})$$

Equació 6

on ε_{sr1} i ε_{sr2} són les deformacions a la barra d'acer d'una secció no fissurada i una secció fissurada, respectivament, σ_{sr1} i σ_{sr2} són les tensions a la barra d'acer a una secció fissurada quan es formen la primera i la última fissura, respectivament, i β_t és el factor que caracteritza la deformació del material reforç al llarg de la longitud de transferència, de valor 0.4 per tracció pura. Un cop assolida la fissuració estable, la tensió del reforç es calcula seguint la fórmula:

$$\varepsilon_m = \varepsilon_2 - \beta_t(\varepsilon_{sr2} - \varepsilon_{sr1})$$

Equació 7

Per defecte, es proposa que la tensió al reforç d'acer a la última fissura prengui el valor $\sigma_{srn}=1.3 \sigma_{sr1}$.

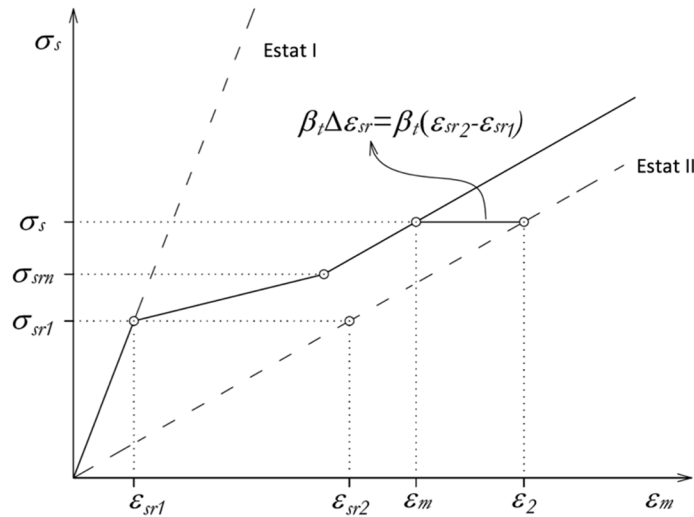


Figura 3.2 Relacions de tensió-deformació modificades pel material de reforç segons MC90 [5]

Proposta ACI

En un procés anàleg al del càlcul de fletxes d'elements a flexió, ACI 224.2R-97 [6] proposa estudiar el comportament a tracció d'elements de formigó amb reforç d'acer de manera similar a l'enfoc del moment d'inèrcia efectiu [1]. Basant-se en la Equació de Branson [7], ACI proposa una expressió per l'àrea efectiva (A_e) que varia gradualment des de la secció bruta (A_g) fins la secció fissurada (A_{cr}).

$$A_e = A_g \left(\frac{P_{crack}}{P} \right)^3 + A_{cr} \left[1 - \left(\frac{P_{crack}}{P} \right)^3 \right] \leq A_g$$

Equació 8

Per tal d'adaptar l'Equació 8 i fer-la aplicable a l'estudi d'elements armats amb barres de FRP, ACI 440.1R-03 proposa la inclusió d'un nou paràmetre, β_d , definit com:

$$\beta_d = 0.5 \left[\frac{E_{FRP}}{E_{acer}} + 1 \right]$$

Equació 9

on E_{FRP} és el mòdul d'elasticitat de la barra de FRP considerada i E_{acer} és el mòdul d'elasticitat de l'acer.

D'aquesta manera, l'expressió final per l'àrea efectiva és:

$$A_e = A_g \beta_d \left(\frac{P_{crack}}{P} \right)^3 + A_{cr} \left[1 - \left(\frac{P_{crack}}{P} \right)^3 \right] \leq A_g$$

Equació 10

Seguint l'enfocament d'ACI, la deformabilitat de l'element s'avalua mitjançant un anàlisi elàstic, on la deformació mitja es calcula segons

$$\varepsilon_m = \frac{P}{E_f A_e}$$

Equació 11

on P és la càrrega aplicada a l'element traccionat, E_f és el mòdul de Young del formigó i A_e és l'àrea efectiva calculada segons l' Equació 8 (veure Figura 3.3).

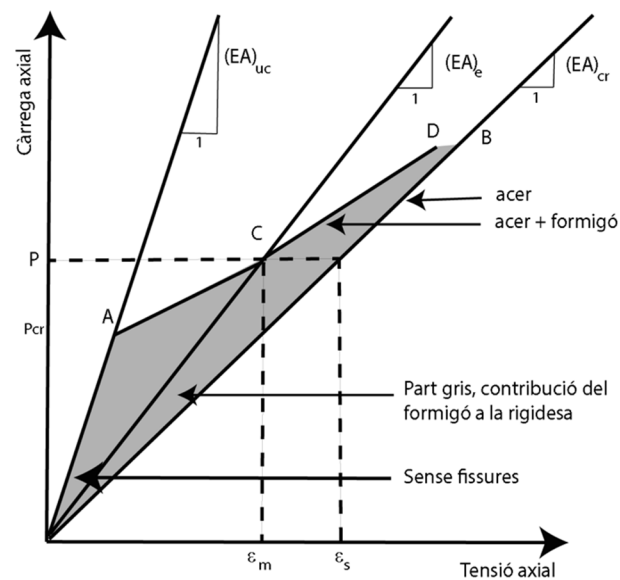


Figura 3.3 Relació càrrega-deformació d'un tirant armat segons ACI

4 MODEL NUMÈRIC

4.1 Introducció al Mètode dels Elements Finites

El Mètode dels Elements Finites (MEF), és un mètode numèric que s'utilitza per resoldre de forma aproximada equacions diferencials parcials, sobretot en el camp de l'enginyeria i la física.

Aquest mètode es basa en la idea de dividir un sòlid continu en un conjunt d'elements discrets. Es divideix el sòlid en punts, línies o plans imaginaris segons si aquest és lineal, bidimensional o tridimensional, respectivament. Tots els elements queden delimitats per un seguit de punts o nodes que els uneixen entre si. És sobre aquests punts (nodes) on queden definides totes les incògnites del nostre problema (en un problema estructural aquesta incògnita sol ser el desplaçament del node). A partir d'aquí, i mitjançant càlculs, es poden obtenir altres variables d'interès.

Un cop obtingut el valor de desplaçaments a nodes, i fent ús de les equacions diferencials que defineixen el comportament del sòlid continu, és possible obtenir fórmules (funcions d'interpolació) que relacionen el comportament de qualsevol punt sabent el valor de les incògnites en els nodes.

En aquest treball el programa utilitzat per l'estudi numèric és ABAQUS, disponible al grup de recerca AMADE de la Universitat de Girona. Aquest és un programa que s'usa en molts camps de la indústria, com per exemple el sector automobilístic, el sector aeroespacial i la recerca de nous materials, entre d'altres.

4.2 Definició del model a simular

El model a simular vol estudiar el comportament a tracció d'un element de formigó armat. Per simular aquest model es farà ús d'una triple simetria, reduint així el cost computacional. És per això que els models generats consisteixen en un prisme rectangular, que representaria el material formigó, i una quarta part de prisme cilíndric, que representa el material de reforç (veure Figura 4.1).

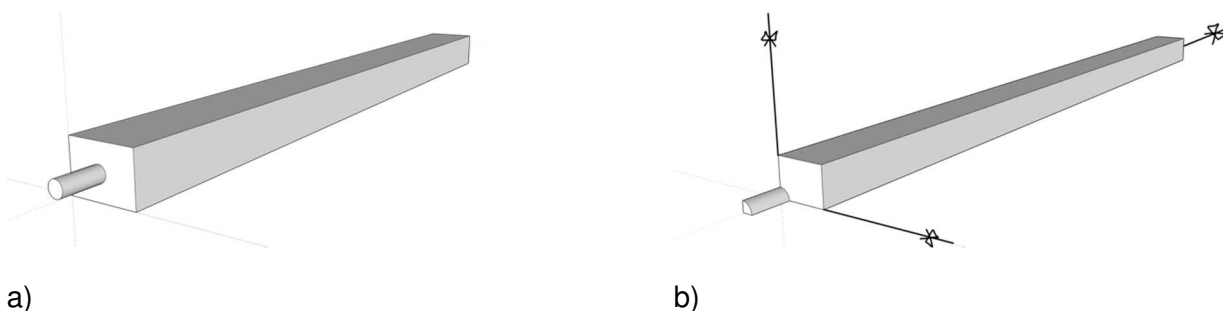


Figura 4.1 a) Tirant enter b) tirant amb triple simetria

En aquest apartat no es defineixen les propietats geomètriques dels models a realitzar. Això és degut a que aquest treball analitza l'efecte de la variació de la secció de formigó (i per tant, del

cantell b) i del diàmetre de la barra (d_b). La única variable geomètrica que sí es manté constant és la longitud total del tirant de formigó, amb una longitud de 5m.

La càrrega a aplicar consisteix en un desplaçament a l'extrem lliure de la barra. Aquest provocarà un lliscament entre barra i formigó (un cop s'hagi superat la tensió d'adherència) i conseqüentment la fissuració del tirant.

Es faran diferents models canviant les característiques geomètriques del formigó i de la barra de reforç, per tal d'observar l'existència o no de canvis significatius en el comportament final del tirant i veure quins paràmetres són més influents en la fissuració i el fenomen del *tension stiffening* dels tirants. Addicionalment, es farà un estudi sobre l'efecte de les propietats mecàniques de la barra de reforç en el fenomen del *tension stiffening*.

4.3 Modelització amb elements continus hexaèdrics, elements connectors i contactes superfície-superfície

En aquest apartat es presenten els diferents tipus d'elements que s'han fet servir, i es presenten els materials considerats i les seves propietats mecàniques.

4.3.1 Estudi teòric dels elements utilitzats.

Per tal de modelar el volum de formigó i de barra de reforç es fan servir elements rectangulars tipus hexaèdric, ja que es modela un volum. D'entre els elements disponibles a ABAQUS, s'escull l'element C3D8R, consistent en un element hexaèdric amb vuit nodes i integració reduïda, és a dir, només té un punt d'integració en el punt central del volum de l'element (veure Figura 4.2). Es creu que aquesta tipologia d'element és la més adequada per calcular deformacions i tensions en l'espai tridimensional.

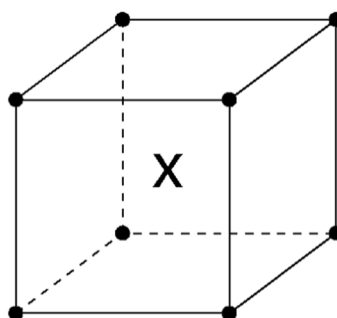


Figura 4.2 Element C3D8R

Els vèrtexs del volum corresponen als nodes i la "X" marcada al centre del cub és l'únic punt d'integració.

La modelització de l'adherència es realitzarà mitjançant la modelització del mecanisme de interacció mecànica i el mecanisme de fricció. Pel primer dels mecanismes, es fa servir elements connectors

CONN3D2, elements de dos nodes per l'anàlisi tridimensional amb sis graus de llibertat. Pel segon dels mecanismes es defineixen contactes "surface-to-surface".

4.3.2 Definició dels materials

En aquest apartat es defineixen els materials utilitzats i es presenten les seves propietats mecàniques.

4.3.2.1. Formigó

El formigó és un material fràgil, que suporta molt bé els esforços de compressió però té una capacitat limitada per resistir esforços de tracció. Succeeix també, que per ambdós casos (tracció i compressió) el material té un comportament inicial elàstic lineal fins arribar als seus límits de tracció i compressió. A partir d'aquests límits, el comportament del formigó passa a ser no lineal.

En aquest estudi numèric es consideren les lleis constitutives proposades per CEB-FIB Model Code 2010 [3], per modelar la relació tensió-deformació a compressió (veure Figura 4.3a) i el comportament post-fissuració a tracció (veure Figura 4.3b)

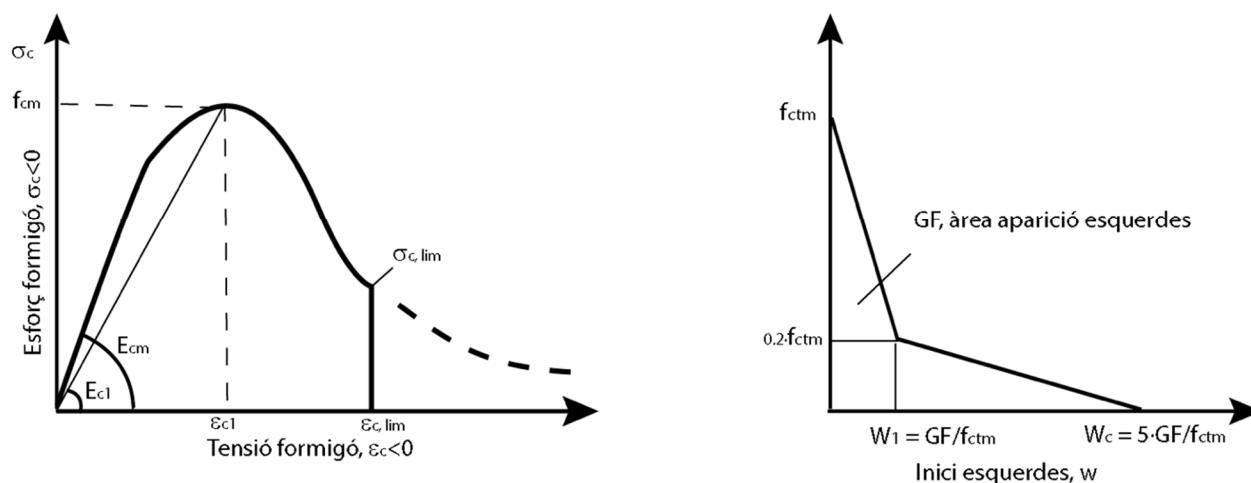


Figura 4.3 Lleis constitutives assumides per: a) comportament tensió-deformació uniaxial a compressió [3]; b) comportament post-fissuració a tracció [3].

Els valors de resistència característica a compressió (f_{cm}), resistència mitjana a tracció axial (f_{ctm}) i mòdul secant d'elasticitat (E_{cm}) que es fan servir són els proposats també a EC-2 [2] i CEB-FIB Model Code 2010 [3].

$$f_{cm} = f_{ck} + 8$$

Equació 12

$$f_{ctm} = 0.3(f_{ck})^{2/3}$$

Equació 13

$$E_{cm} = 22 \cdot 10^3 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3}$$

Equació 14

En aquest estudi es considera un formigó amb resistència $f_{ck}=25\text{MPa}$, i per tant s'obtenen valors de $f_{cm}=33\text{ MPa}$, $f_{ctm}=2.56\text{ MPa}$, $E_{cm}=31475.8\text{ MPa}$ i $\varepsilon_{cr} = f_{ctm}/E_{cm}=81.33\text{ }\mu\text{ε}$.

4.3.2.2. Reforç

Per modelar el material de reforç es considera un comportament isotròpic elàstic lineal, tal i com es mostra a la Figura 4.4. Com a valor base es considera un mòdul de Young, $E_r= 40000\text{ MPa}$. Ara bé, en un dels estudis que es planteja en aquest treball, s'analitza l'efecte del rati del mòdul elàstic del material reforç respecte el mòdul elàstic del formigó ($n=E_r/E_f$). En aquest cas, aquest valor anirà canviant.

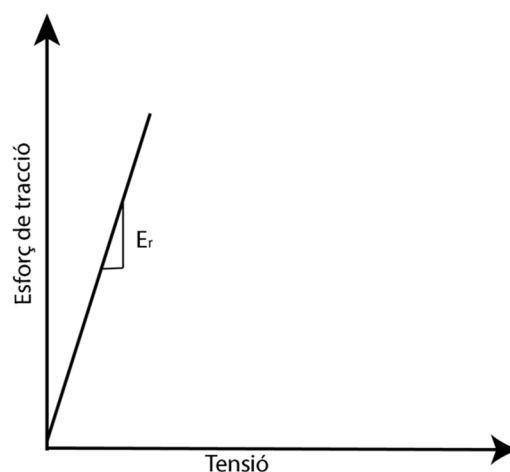


Figura 4.4 Llei tensió-deformació uniaxial de tracció pel material de reforç.

4.3.3 Definició de l'adherència

En aquest estudi es contempla la llei d'adherència proposada a MC2010 [3] (veure Figura 2.2) que es caracteritza per 4 trams clarament diferenciats (Equacions 1 - 4). Seguint les indicacions de MC2010 [3], la màxima tensió d'adherència es calcula a partir de les propietats del formigó (veure Equació 15) i els valors dels altres paràmetres són: $\alpha=0.4$, $s_1=1\text{mm}$, $s_2=2\text{mm}$, $s_3=4\text{mm}$ i $\tau_r = 0.4\text{ }\tau_{max}$.

$$\tau_{max} = 2.5\sqrt{f_{ck}}$$

Equació 15

Tal i com s'ha comentat anteriorment, els dos mecanismes d'adherència que es tenen en compte en aquest estudi són la interacció mecànica i la fricció. Com a conseqüència la corba de pull-out proposada a MC2010 [3] es dividirà en dues corbes que s'implementaran de forma diferenciada (veure Figura 4.5). La interacció mecànica es modelitza mitjançant elements connectors CONN3D2. Aquests elements de dos nodes es col·loquen a la interfície barra-formigó, amb un dels nodes en contacte amb un node de formigó i l'altre en contacte amb un node de la barra (els dos nodes estan situats a la mateixa posició física) (veure Figura 4.6). El seu comportament constitutiu es defineix amb una taula de valors, de manera que la interacció mecànica total es modelitza a partir de l'addició de la interacció mecànica definida a cada element CONN3D2 (és a dir, cada parell de nodes d'un element CONN3D2 contribueix a la interacció mecànica total). Per modelitzar la fricció s'utilitzen superfícies de contacte "surface-to-surface" en les que cal definir un coeficient de fricció que serà únic a tota la longitud adherida (veure Figura 4.6)

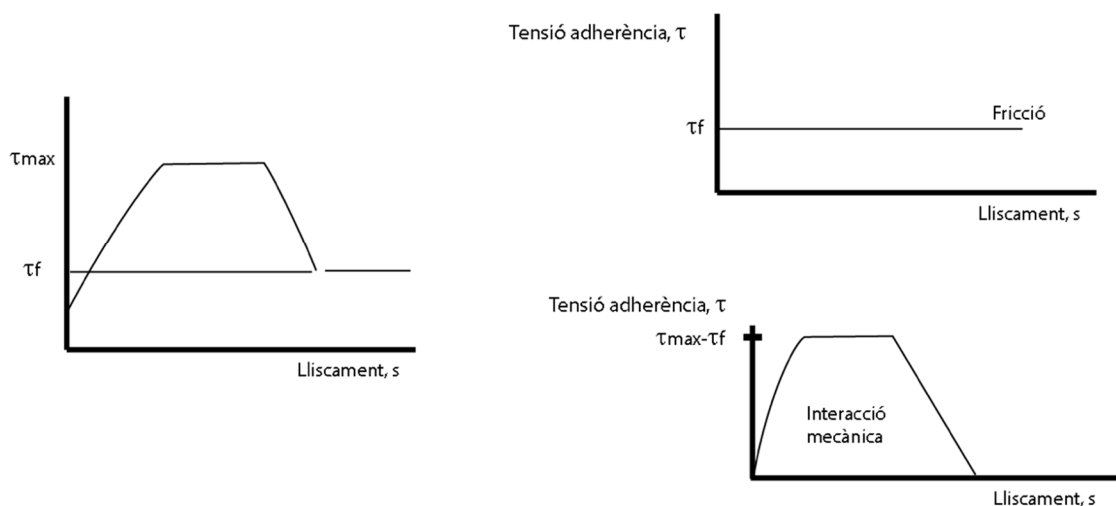


Figura 4.5 Mecanismes adherència, fricció i interacció mecànica.

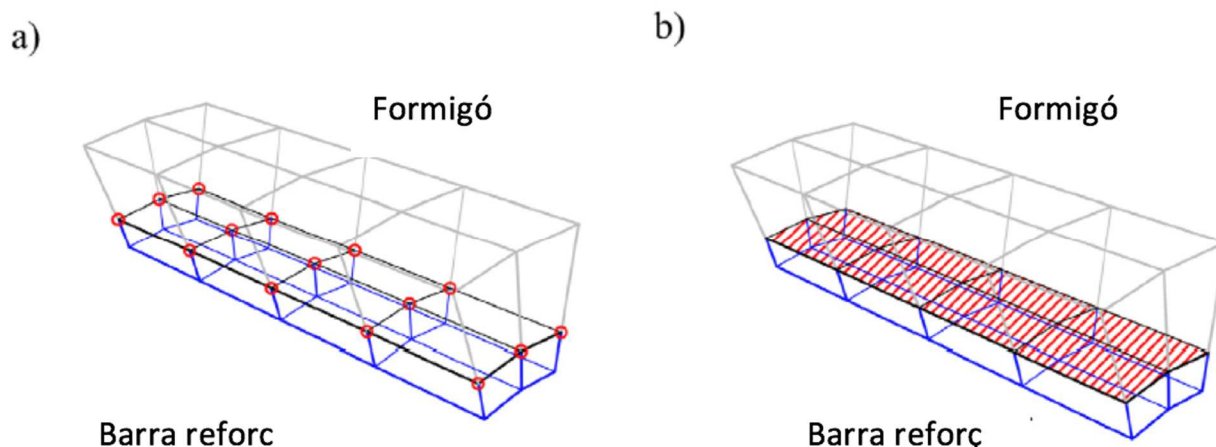


Figura 4.6 Nodes i superfície contacte

5 VARIABLES D'ESTUDI

És l'objectiu d'aquest treball estudiar la possible influència de paràmetres com quantia geomètrica (ρ), diàmetre de la barra (d_b), cantell de la secció rectangular de formigó (b) o rati del mòdul elàstic del material de reforç respecte mòdul elàstic del formigó ($n=E_r/E_f$) sobre la fissuració i el fenomen del *tension stiffening* de tirants de formigó armat. És per això que a continuació es descriuen els diferents casos d'estudi contemplats.

5.1 Casos d'estudi

Aquest treball es centra en l'estudi de l'efecte de la quantia geomètrica (ρ) i l'estudi de l'efecte del rati de mòduls d'elasticitat dels dos materials (n). Cal tenir en compte però, que la quantia geomètrica es defineix com el rati entre àrea de reforç i àrea de formigó, i per tant aquí hi ha dues variables a analitzar de manera independent, com són el diàmetre de la barra (d_b) i el cantell de formigó (b). Basant-se en això, es proposen els següents casos d'estudi.

5.1.1 Efecte de la quantia geomètrica ρ ($\rho=A_r/A_f$)

5.1.1.1 Variació de ρ degut a la variació de l'àrea de formigó (A_f)

Per aquest estudi es considera un diàmetre de barra constant, igual a 19mm, i es modifica el cantell de formigó, b , per tal d'obtenir uns valors de ρ compresos entre 0.01 i 0.04. La Taula 5.1 mostra els quatre casos analitzats, definint el nom del tirant i els valors de les variables geomètriques.

Tirant	d_r (mm)	b (mm)	A_f (mm ²)	ρ
CS1	19	170	28900,00	0,98%
CS2		137,48	18900,75	1,50%
CS3		97,216	9450,95	3,00%
CS4		84,19	7087,96	4,00%

Taula 5.1 Propietats geomètriques dels diferents casos d'estudi per l'anàlisi de l'efecte de la variació de l'àrea del formigó

5.1.1.2 Variació de ρ degut a la variació del diàmetre de barra (d_b)

Per aquest estudi es considera un cantell de formigó constant, igual a 170mm, i es modifica el diàmetre de la barra de reforç, d_b , per tal d'obtenir els mateixos valors de ρ del cas anterior. La Taula 5.2 mostra els quatre casos analitzats, definint el nom del tirant i els valors de les variables geomètriques.

Tirant	b (mm)	d_r (mm)	A_r (mm ²)	ρ
RD1	170	18,20	260,10	0,90%
RD2		23,49	433,50	1,50%
RD3		33,22	867,00	3,00%
RD4		38,36	1156,00	4,00%

Taula 5.2 Propietats geomètriques dels diferents casos d'estudi per l'anàlisi de l'efecte de la variació del diàmetre de la barra

5.1.1.3 Variació de l'àrea de formigó (A_f) i el diàmetre de la barra (d_b), amb ρ constant

Per aquest estudi es considera una quantia geomètrica constant, igual a 1.5%, i es modifiquen tant el cantell de formigó (b) com el diàmetre de la barra de reforç (d_b). La Taula 5.3 mostra els tres casos analitzats, definint el nom del tirant i els valors de les variables geomètriques.

Tirant	ρ	d_r (mm)	A_r (mm ²)	b (mm)	A_f (mm ²)
CR1	1,50%	12	113,10	86,83	7539,82
CR2		16	201,06	115,78	13404,13
CR3		19	283,53	137,48	18901,92

Taula 5.3 Propietats geomètriques dels diferents casos d'estudi per l'anàlisi de l'efecte de la variació d'àrea de formigó i diàmetre de barra, donant ρ constant

5.1.2 Estudi de l'efecte del rati de mòduls elàstics n ($n=E_r/E_f$)

Per aquest estudi es mantenen constants totes les variables geomètriques del model (d_b i b) per tal de tenir un valor $\rho=1,5\%$ constant, i es modifica el mòdul de Young de la barra de reforç (E_r). Aquest estudi pretén analitzar l'efecte de les diferents tipologies de barres de FRP que existeixen (carboni, vidre, aramida,...); és per això que s'escullen valors de mòdul de Young de la barra de reforç que donin ratis de mòduls entre 1 i 6. La Taula 5.4 mostra els sis casos analitzats, definint el nom del tirant i els valors de les variables mecàniques.

Tirant	d_r (mm)	b (mm)	ρ	E_r (MPa)	E_c (MPa)	n (E_r/E_c)
MR1	19	137,48	1,50%	31475,8	31475,80	1
MR2				62951,6		2
MR3				94427,4		3
MR4				125903,2		4
MR5				157379		5
MR6				188854,8		6

Taula 5.4 Propietats mecàniques dels diferents casos d'estudi per l'anàlisi de l'efecte de la variació del rati de mòduls de Young

6 RESULTATS I CONCLUSIONS

Tradicionalment, els diferents treballs experimentals i/o analítics que analitzen el fenomen de l'adherència i el *tension stiffening* presenten els seus resultats assignant la rigidesa addicional derivada del *tension stiffening*, ja sigui a la llei constitutiva de la barra o a la llei constitutiva del formigó a tracció (veure Figura 6.1).

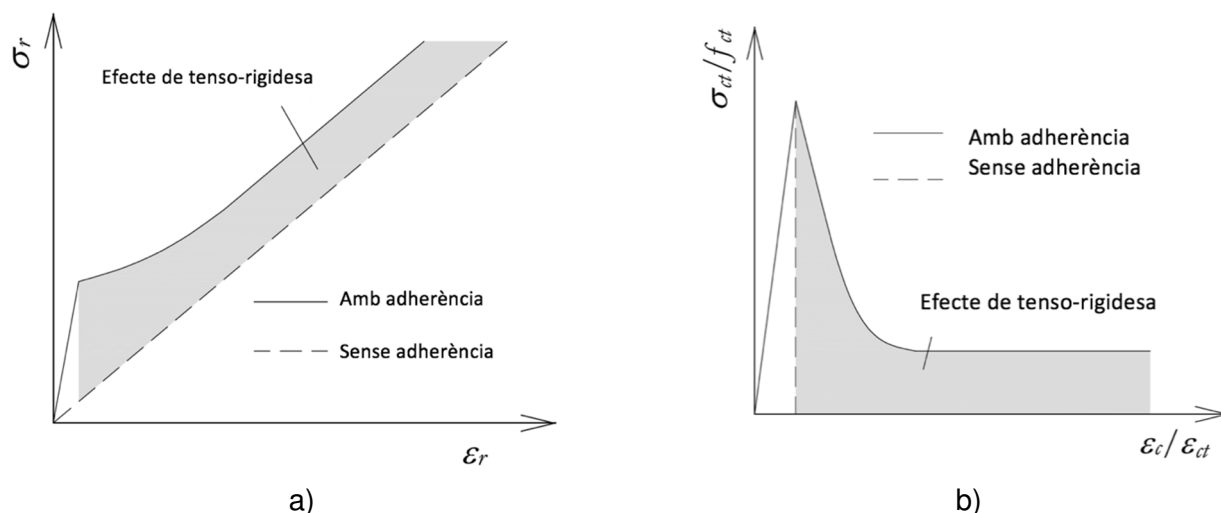


Figura 6.1 Possibles enfocaments per l'estudi del tension stiffening (a) enfocament d'assignació del tension stiffening a la deformació de la barra i b) enfocament de repartiment de càrrega)

Els resultats d'aquest treball es presentaran seguint la segona representació, coneguda amb el nom d'enfocament de repartiment de càrrega, i en la que es considera un comportament perfectament fràgil de la barra de reforç.

6.1 Efecte de la quantia geomètrica, ρ

En aquest apartat s'analitza l'efecte de la quantia geomètrica, ρ . Tal i com s'ha comentat abans, aquest estudi es divideix en tres subestudis: i) anàlisi de l'efecte de la variació de quantia geomètrica com a resultat de la variació de l'àrea de formigó; ii) anàlisi de l'efecte de la variació de la quantia geomètrica com a resultat de la variació del diàmetre de la barra; iii) anàlisi de la variació d'àrea de formigó i diàmetre de barra, donant una quantia geomètrica constant.

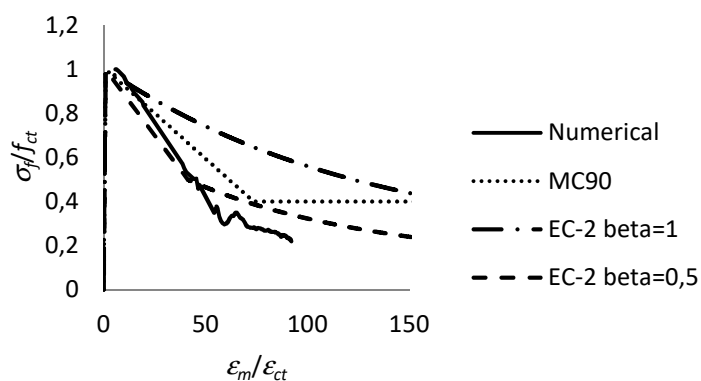
Les propietats mecàniques dels materials s'han mantingut constants pels tres subestudis. Els valors utilitzats han estat $f_{ck}=25\text{MPa}$, $f_{cm}=33\text{ MPa}$, $f_{ctm}=2.56\text{ MPa}$, $E_{cm}=31475.8\text{ MPa}$, $\epsilon_{cr}= f_{ctm}/E_{cm}=81.33\text{ }\mu\epsilon$ (pel que fa referència al formigó), $E_r=40000\text{MPa}$ (pel que fa referència a la barra) i $\tau_{max}=14,36\text{ MPa}$, $\alpha=0.4$, $s_1=1\text{mm}$, $s_2=2\text{mm}$, $s_3=4\text{mm}$ i $\tau_f= 0.4\text{ }\tau_{max}$. (pel que fa referència a l'adherència).

6.1.1 Variació de ρ degut a la variació de l'àrea de formigó (A_f)

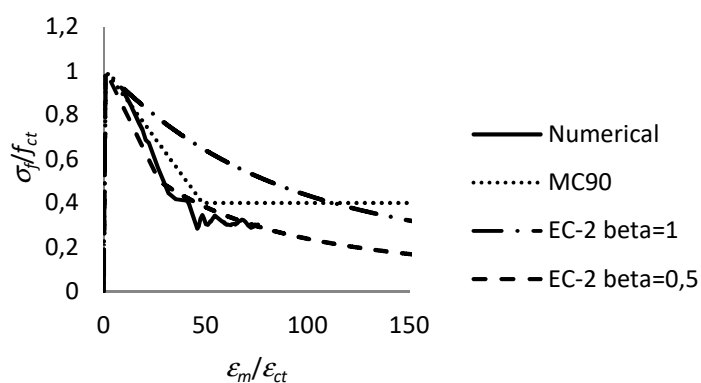
Per aquest subestudi s'ha mantingut un diàmetre de barra de reforç constant de 19mm, i s'han seleccionat diferents valors d'àrea de formigó per tal d'obtenir valors de quantia geomètrica de 0.9, 1.5, 3 i 4%, respectivament (veure Taula 5.1).

Primerament, es fa una comparativa entre els resultats numèrics obtinguts i les prediccions de MC90 i EC-2. Pel cas de EC-2 es consideren dues prediccions, essent el factor d'adherència, β_1 la diferència entre elles ($\beta_1=1$ per barres amb corrugues i $\beta_1=0,5$ per barres llises).

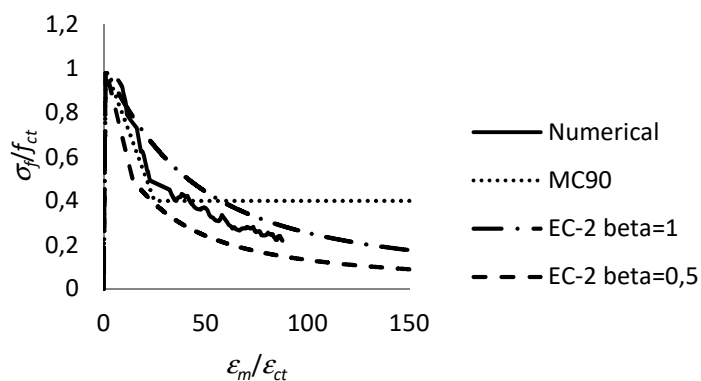
La Figura 6.2 mostra aquestes comparatives pels quatre casos estudiats. D'acord amb els resultats obtinguts, els resultats de les simulacions numèriques són coherents amb les prediccions analítiques.



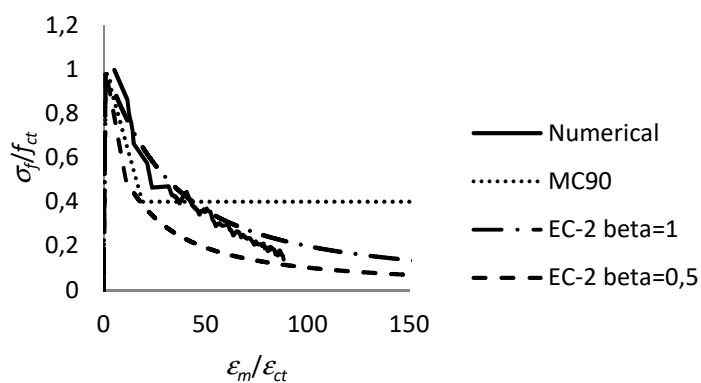
a)



b)



c)



d)

Figura 6.2 Comparativa entre resultats numèrics i prediccions analítiques pels casos: a) CS1; b) CS2; c) CS3; d) CS4

La Figura 6.3 mostra la comparativa dels resultats numèrics dels quatre casos d'estudi d'aquest apartat (CS1, CS2, CS3 i CS4). Els resultats numèrics mostren que el canvi en la quantia geomètrica, derivat d'un canvi en l'àrea de formigó, té un efecte significatiu en el fenomen del *tension stiffening*, obtenint més *tension stiffening* en aquells casos en que la quantia geomètrica és més petita.

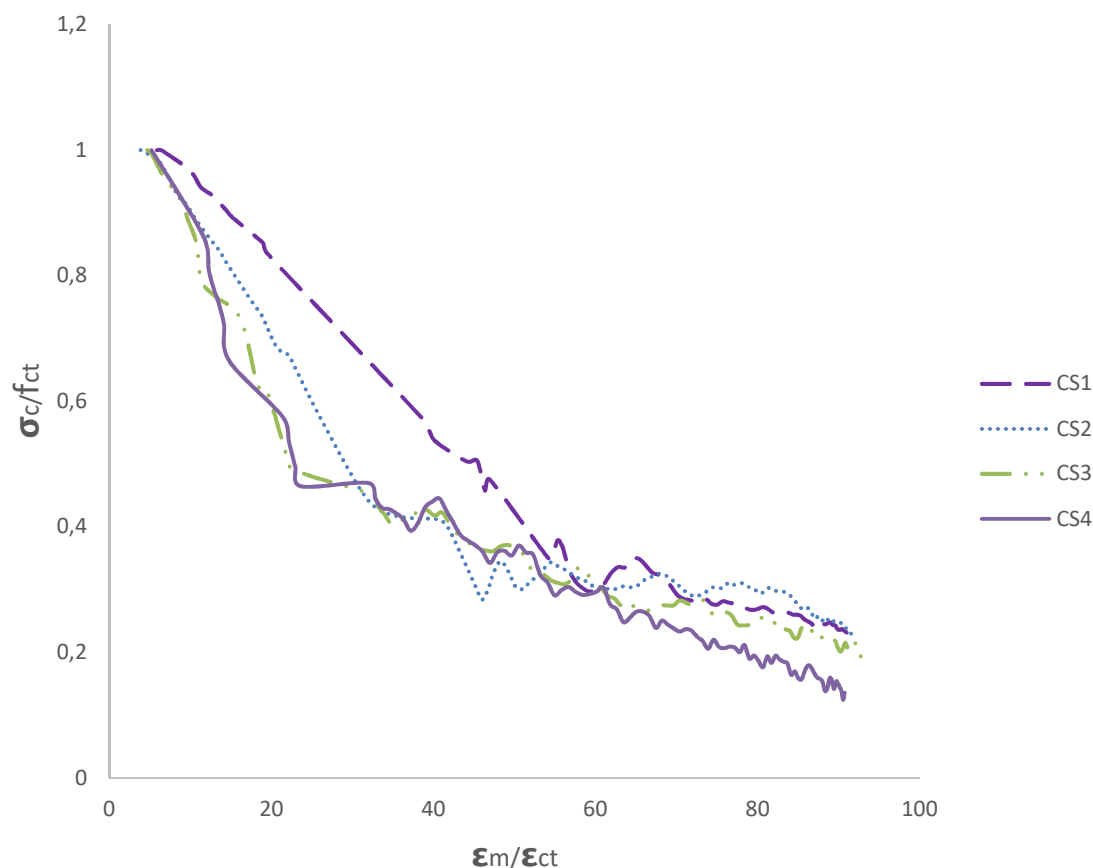
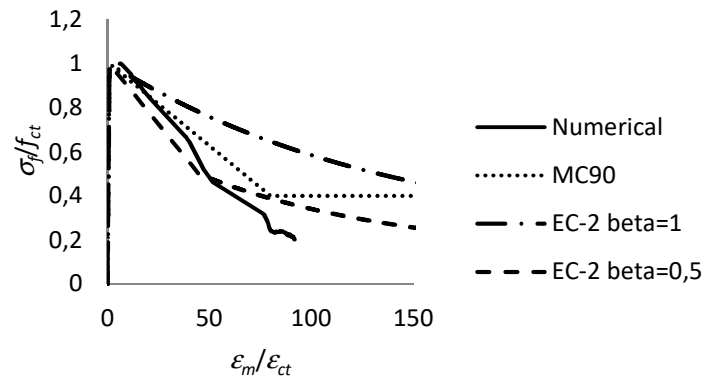


Figura 6.3 Comparativa CS1, CS2, CS3, CS4

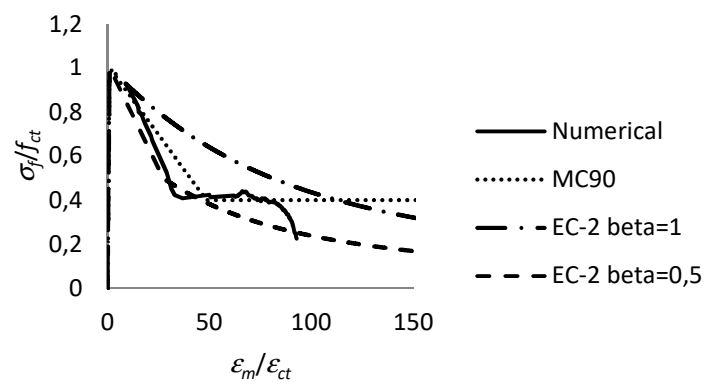
6.1.2 Variació de ρ degut a la variació del diàmetre de barra (d_b).

Per aquest subestudi s'ha mantingut un cantell de formigó constant de 19mm, i s'han seleccionat diferents valors de radi de la barra de reforç per tal d'obtenir valors de quantia geomètrica de 0.9, 1.5, 3 i 4%, respectivament (veure Taula 5.2).

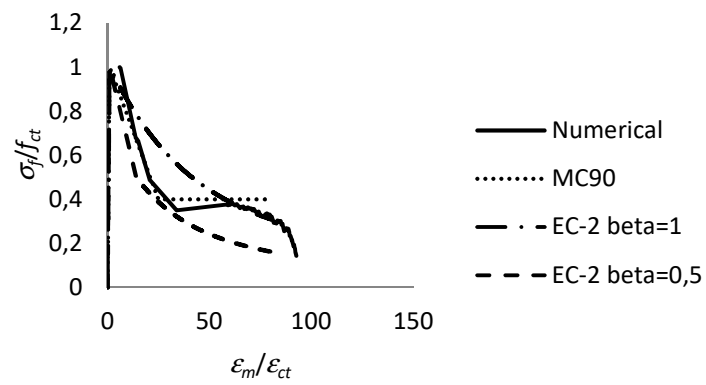
Seguint el mateix procediment, es fa una comparativa entre els resultats numèrics obtinguts i les prediccions de MC90 i EC-2. Pel cas de EC-2 es consideren dues prediccions, essent el factor d'adherència, β_1 la diferència entre elles ($\beta_1=1$ per barres amb corrugues i $\beta_1=0,5$ per barres llises). La Figura 6.5 mostra aquestes comparatives pels quatre casos estudiats. D'acord amb els resultats obtinguts, els resultats de les simulacions numèriques són coherents amb les prediccions analítiques.



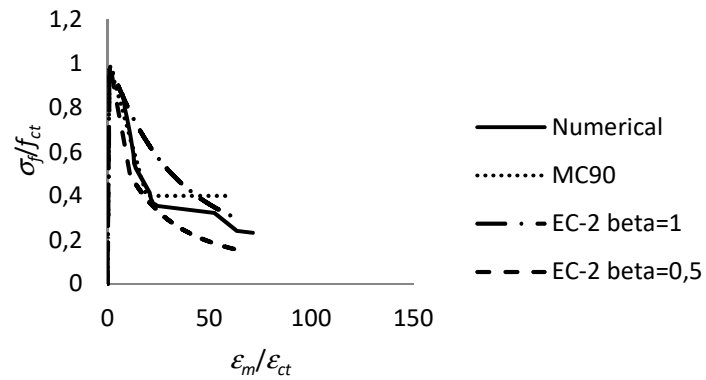
a)



b)



c)



d)

Figura 6.4 Comparativa entre resultats numèrics i prediccions analítiques pels casos: a) RD1; b) RD2; c) RD3; d) RD4

La Figura 6.5 mostra la comparativa dels resultats numèrics entre RD1, RD2, RD3 i RD4. Aquests resultats confirmen la tendència anteriorment vista que indica que el canvi de la quantia geomètrica, produïda ara per la variació del diàmetre de la barra de reforç, provoca canvis significatius en l'efecte del *tension stiffening*.

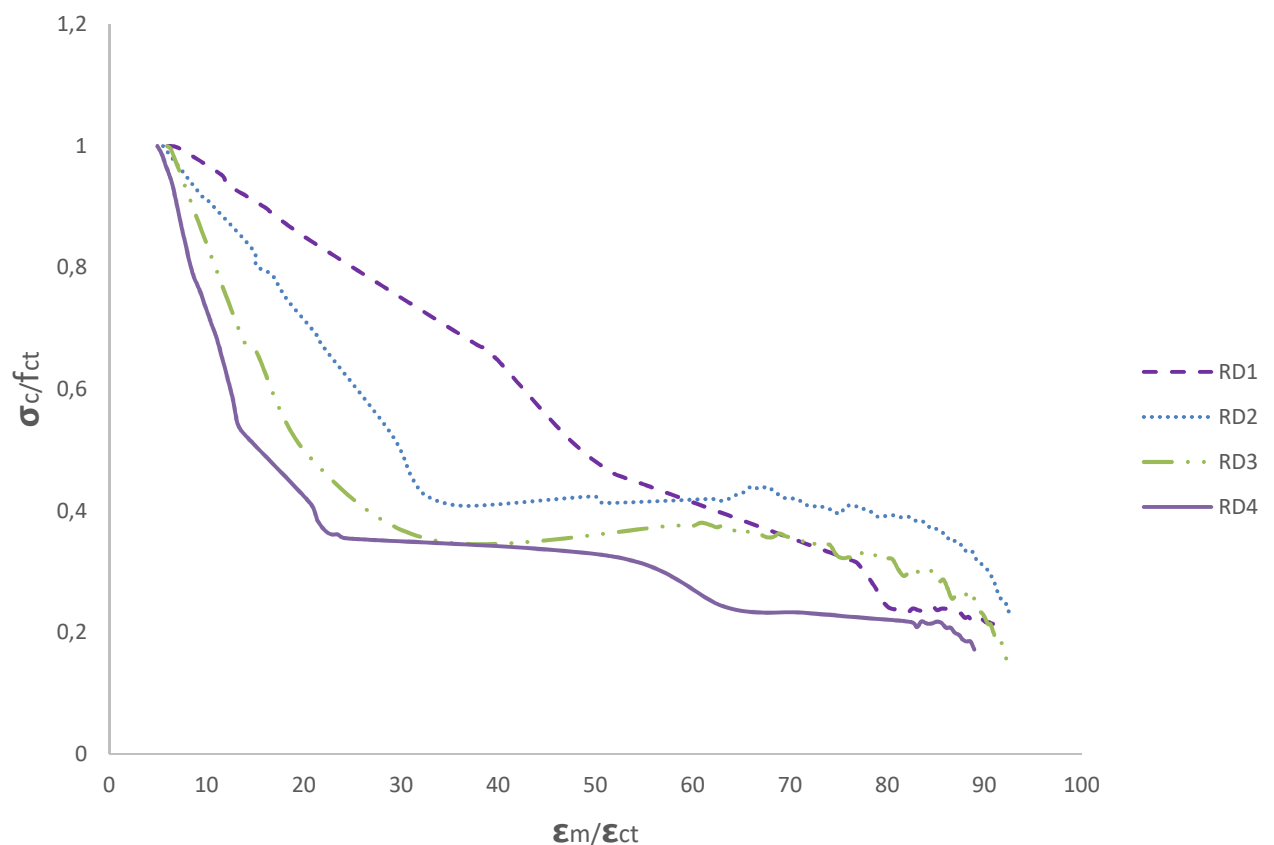
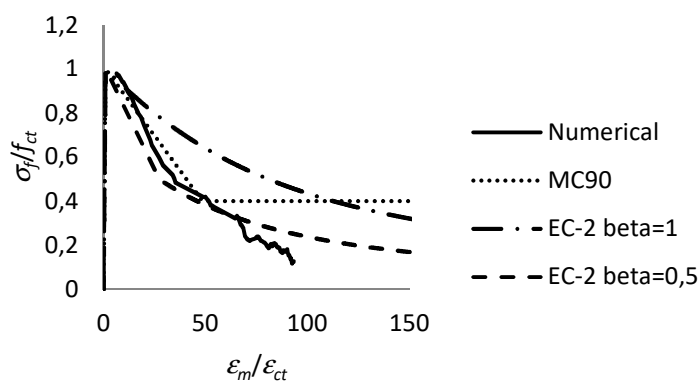


Figura 6.5 Comparativa RD1, RD2, RD3, RD4

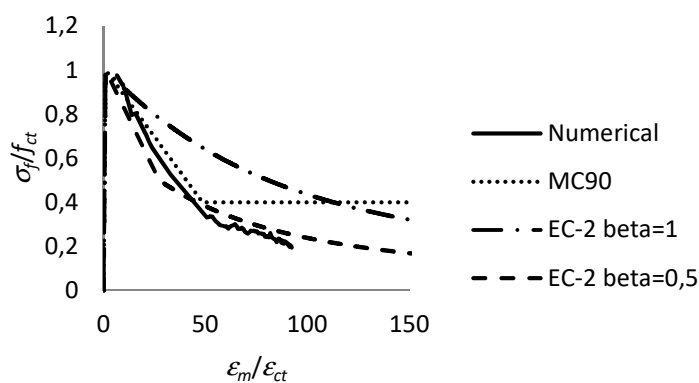
6.1.3 Variació de l'àrea de formigó (A_f) i del diàmetre de barra (d_b), amb ρ constant.

Per aquest subestudi s'ha mantingut la quantia geomètrica constant a 1.50%, seleccionant diferents valors d'àrea de formigó i de diàmetre de la barra per tal de mantenir-la constant. (veure Taula 5.3).

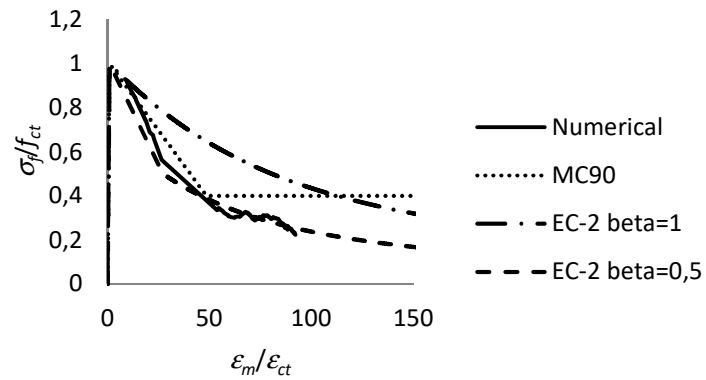
També en aquest subestudi, es fa una comparativa entre els resultats numèrics obtinguts i les prediccions de MC90 i EC-2. Pel cas de EC-2 es consideren dues prediccions, essent el factor d'adherència, β_1 la diferència entre elles ($\beta_1=1$ per barres amb corrugues i $\beta_1=0,5$ per barres llises). La Figura 6.7 mostra aquestes comparatives pels tres casos estudiats. D'acord amb els resultats obtinguts, els resultats de les simulacions numèriques són coherents amb les prediccions analítiques.



a)



b)



c)

Figura 6.6 Comparativa entre resultats numèrics i prediccions analítiques pels casos: a) CR1; b) CR2; c) CR3

La Figura 6.7 mostra la comparativa dels resultats numèrics dels tres casos d'estudi. D'acord amb la figura no s'observen canvis significatius en els resultats numèrics obtinguts quan la quantia geomètrica es manté constant, independentment de la combinació d'àrea transversal de reforç i àrea transversal de formigó que s'esculli.

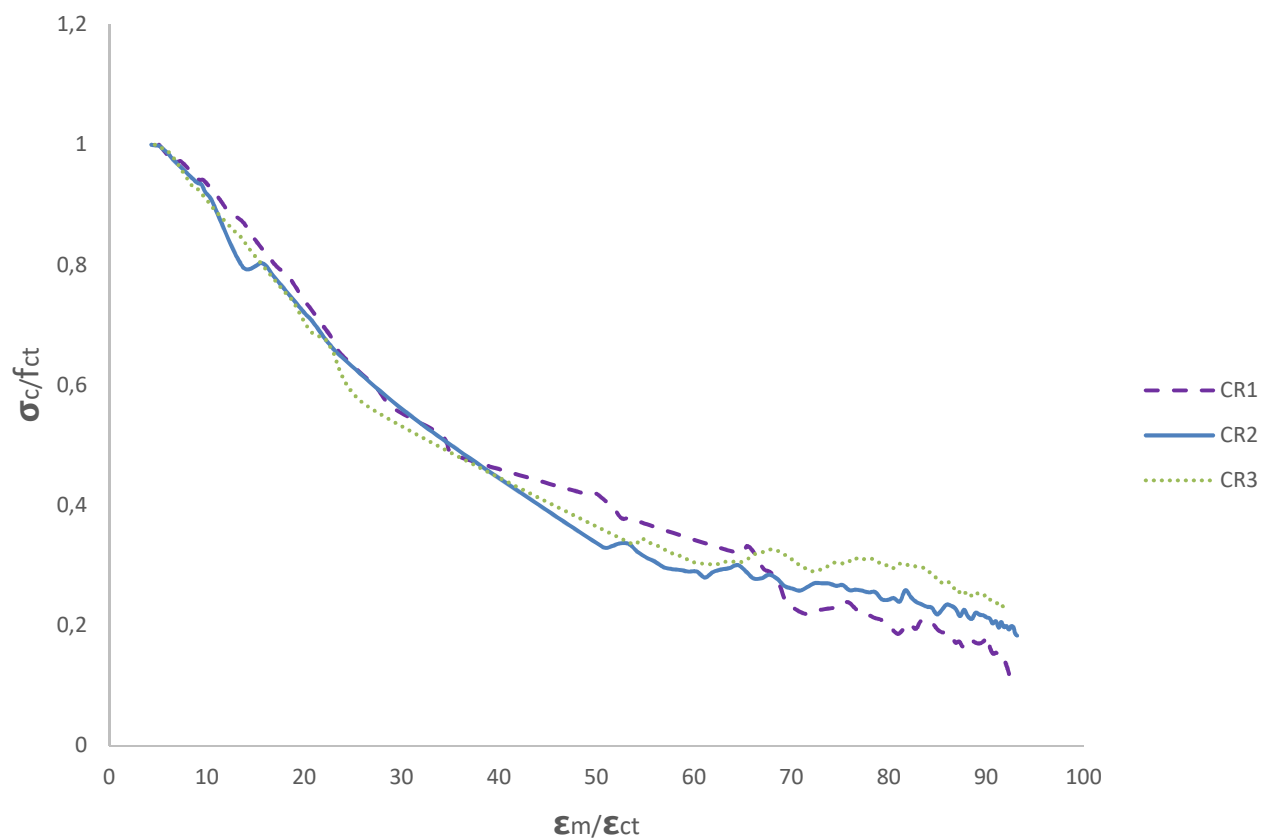
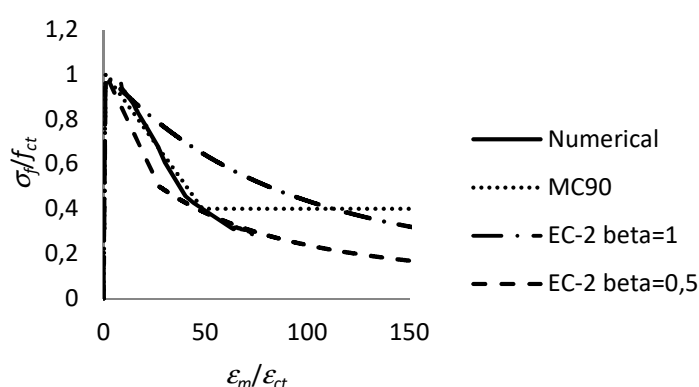


Figura 6.7 Comparativa CR1, CR2, CR3

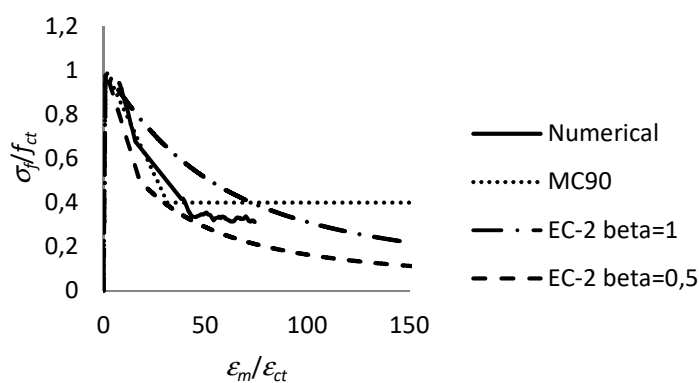
6.2 Efecte del rati de mòduls elàstics (n)

Per aquest estudi s'han mantingut totes les propietats geomètriques (cantell, diàmetre barra de reforç, quantia geomètrica) i s'ha modificat el mòdul elàstic de la barra de reforç per obtenir uns ratios $n=1,2,3,4,5$ i 6. (veure Taula 5.4).

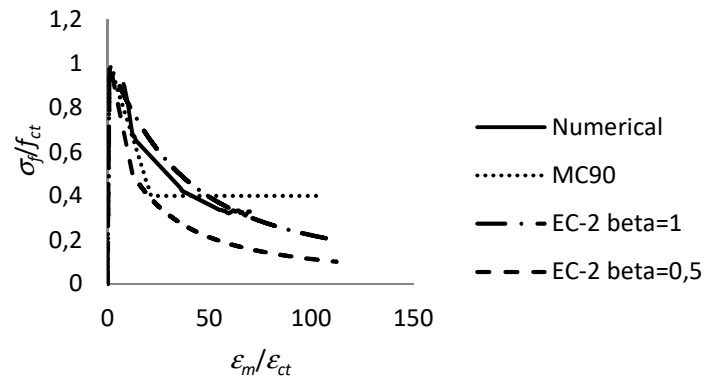
Primerament, es fa una comparativa entre els resultats numèrics obtinguts i les prediccions de MC90 i EC-2. Pel cas de EC-2 es consideren dues prediccions, essent el factor d'adherència, β_1 la diferència entre elles ($\beta_1=1$ per barres amb corrugues i $\beta_1=0,5$ per barres llises). La Figura 6.8 mostra aquestes comparatives pels sis casos estudiats. D'acord amb els resultats obtinguts, els resultats de les simulacions numèriques són coherents amb les prediccions analítiques.



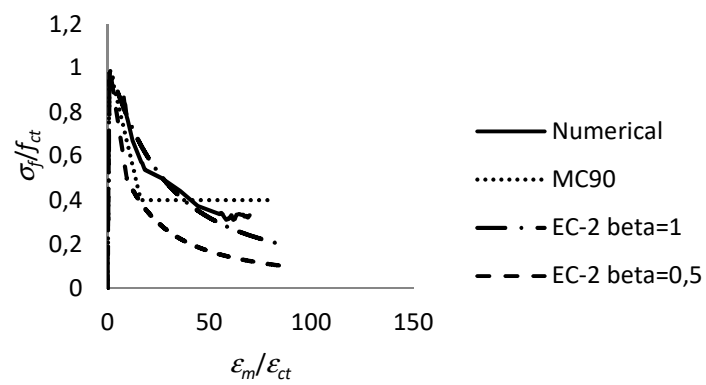
a)



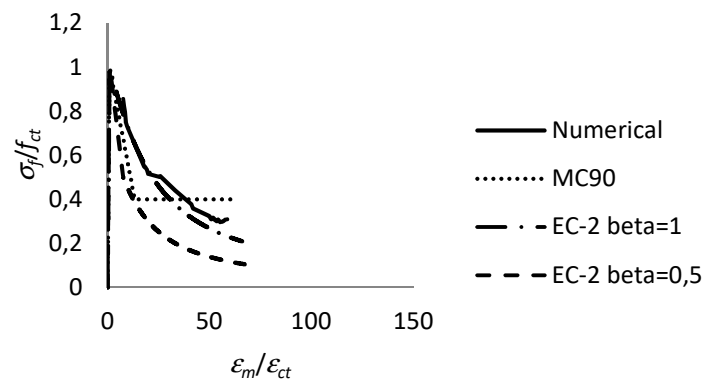
b)



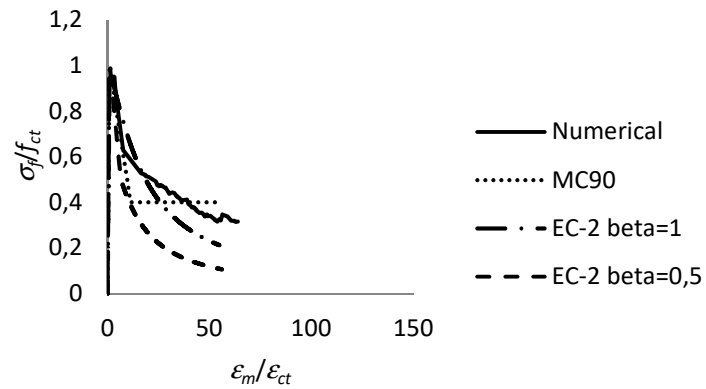
c)



d)



e)



f)

Figura 6.8 Comparativa entre resultats numèrics i prediccions analítiques pels casos: a) MR1; b) MR2; c) MR3; d) MR4;

e) MR5; f) MR6

La Figura 6.9 mostra la comparativa entre els sis resultats numèrics dels casos d'estudi. Es pot observar que l'efecte de *tension stiffening* queda afectat pel rati de mòduls elàstics, obtenint valors majors de l'efecte *tension stiffening* per valors inferiors de n .

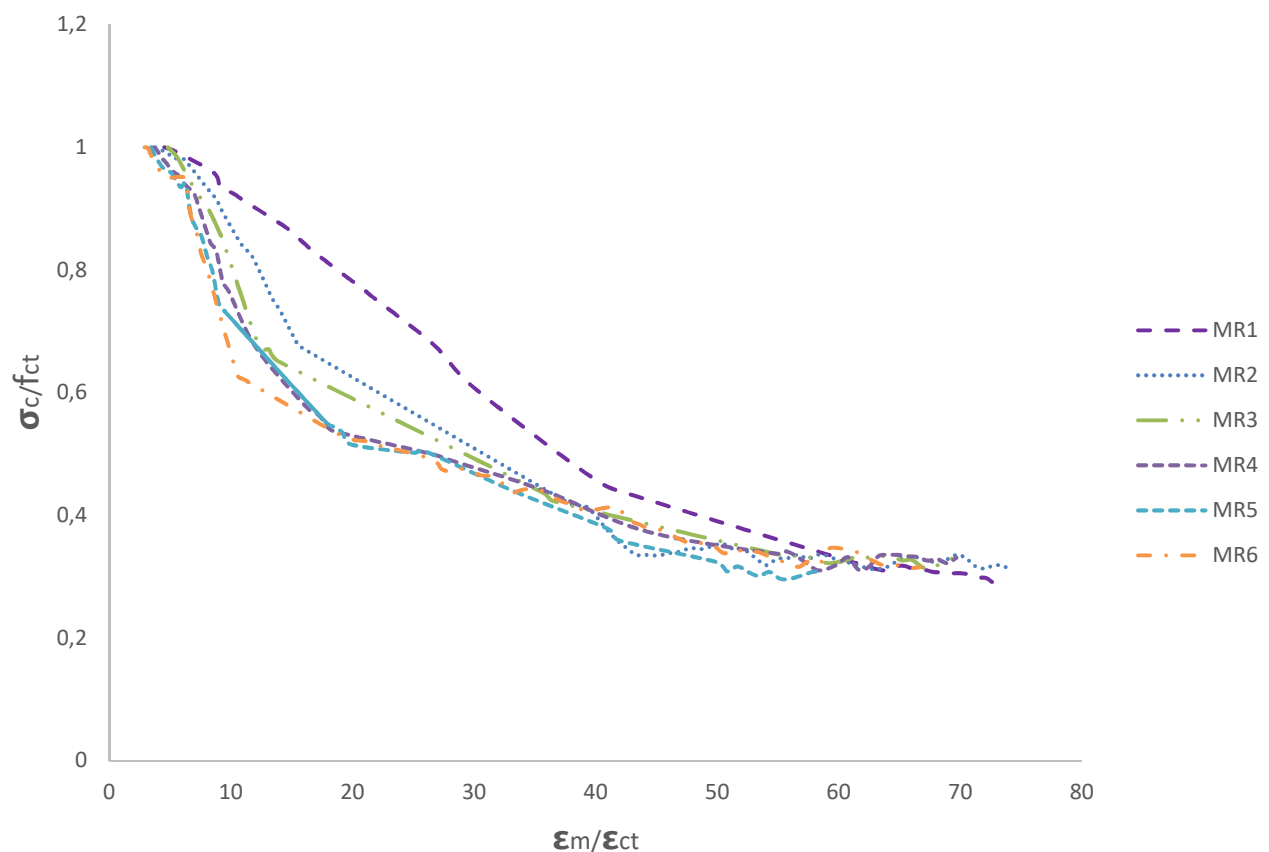


Figura 6.9 Comparativa MR1, MR2, MR3, MR4, MR5, MR6

6.3 Conclusions generals

En aquest treball s'ha realitzat un estudi sobre el fenomen del *tension stiffening* i com aquest es troba afectat per la quantia geomètrica (ρ) i la relació de mòduls elàstics (n).

D'acord amb els resultats numèrics obtinguts, qualsevol canvi en les propietats geomètriques que signifiquin un canvi en la quantia geomètrica, ρ , produirà variacions del *tension stiffening*, obtenint unes quantitats majors de *tension stiffening* per valors de quantia geomètrica més petits.

Ara bé, el fenomen de *tension stiffening* és independent de com es combinin les propietats geomètriques per obtenir una quantia geomètrica fixa.

Els resultats numèrics obtinguts també confirmen que la relació de mòduls, n , té un efecte sobre el *tension stiffening*, obtenint valors més elevats de *tension stiffening* per valors inferiors del rati de mòduls.

7 RESUM DEL PRESSUPOST

La següent valoració econòmica fa referència al cost de la realització d'aquest estudi separat per les diferents partides.

Partida	Descripció	Cost unitari	Quantitat	Rend./Amor.	Cost total
1	Amortització Hardware	1,800 €	1	0.17	300.00 €
2	Amortització Software	1,200 €	1	0.17	200.00 €
3	Modelització i anàlisi	35€/hora	200	75%	5,250.00 €
4	Redacció de l'estudi	20€/hora	75	75%	1,125.00 €
Subtotal					6,875.00 €
15% C. Indirectes					1,031.25 €
					7,906.25 €
9% Benefici					711.56 €
					8,617.81 €
16% IVA					1,378.85 €
TOTAL					9,996.66 €

8 BIBLIOGRAFIA

- [1] ACI 318R-05. Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. ACI Committee 318, American Concrete Institute. Farmington Hills, Michigan (USA). 2005.
- [2] Eurocode 2: Design of Concrete Structures- Part 1: General Rules and Rules for Buildings, BS EN 1992-1-1:2004. CEN (Comité Européen de Normalisation), Brussels. 230p. 2004
- [3] Fédération Internationale du Béton (fib), Model Code 2010 - *First complete draft, fédération internationale du béton, Bulletin 55, Lausanne, Switzerland, 2010, vol. 1, p. 318.*
- [4] Fédération Internationale du Béton (fib). Bond of Reinforcement in Concrete, State-of-the-Art Report, Bulletin 10, Lausanne, Switzerland, 2000, p.434.
- [5] Comité Euro International du Béton-Fédération Internationale de Béton (CEB-FIB). Model Code 1990: Design Code. London, Thomas Telford Service LTD, 1993, p. 437.
- [6] ACI 224.2R-97. Cracking of Concrete Members in Direct Tension. ACI Committee 224, American Concrete Institute. Farmington Hills, Detroit (USA). 1997.
- [7] Branson, D.E. Deformation of Concrete Structures. Mc Graw-Hill, New York. 1977.
- [8] ACI 440.1R-03. Guide for the Design and Construction of Concrete Reinforced with FRP Bars. ACI Committee 440, American Concrete Institute. Farmington Hills, Michigan. (USA). 2003.

ANNEX A. TUTORIAL ABAQUS

En aquest annex s'explicarà el procediment seguit per realitzar els models numèrics i l'anàlisi dels mateixos.

El procediment és:

- Primera fase

1. Obrir el programa Abaqus Cae

2. A la finestra *Start Session*, clicar a la icona *With Standard/Explicit Model*

La *Module List* mostra diferents passos a seguir per crear qualsevol model. Aquesta llista serà la referència a l'hora de realitzar els models.

Module List: Part

A continuació es generen les diferents geometries involucrades en el model, concretament la barra de reforç i el formigó. Només serà necessari modelar 1/8 de tot el tirant.

1. Clicar *Part > Create*

2. A la finestra *Create Part* definir l'element a dibuixar (barra o formigó) i deixar la resta d'opcions tal i com estan. Clicar *Continue*.

3. Amb l'ajuda dels diferents elements de dibuix (línies, arcs i rectangles) dibuixar la geometria del tirant (definir i dibuixar els dos volums per separat).

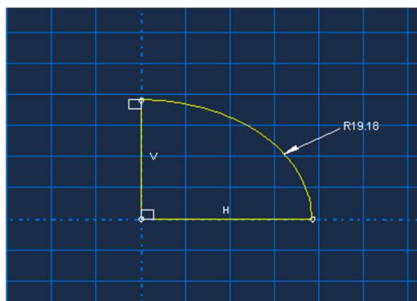


Figura A. 1 Geometria barra

4. Un cop definida la geometria clicar el botó central del ratolí per definir la profunditat de l'element (2500mm pel formigó i 2600mm per la barra).

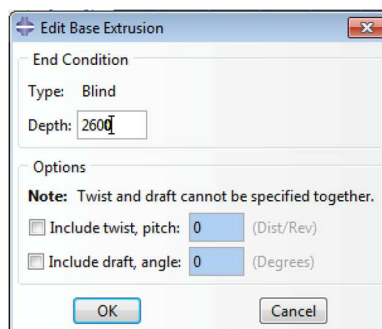


Figura A. 2 Profunditat barra

5. Repetir el mateix procediment pel formigó (Pas 1, 2, 3 i 4)

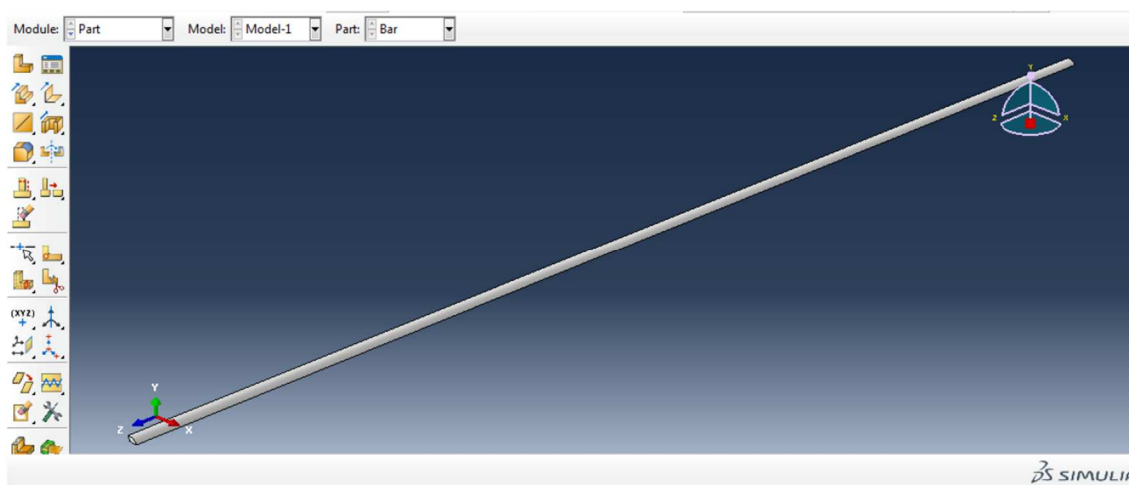


Figura A. 3 Barra acabada

6. A continuació es definiran els Sets que posteriorment es faran servir per facilitar la definició de nodes característics, com són els nodes de simetria, els de càrrega o els de contacte entre la superfície FRP-formigó. Seleccionar *Tools > Set > Manager > Create*. El primer set s'anomenarà *Bar* i serà la barra. El segon s'anomenarà *Concrete* i farà referència al formigó. En aquest pas sempre es relaciona la geometria amb el Set.

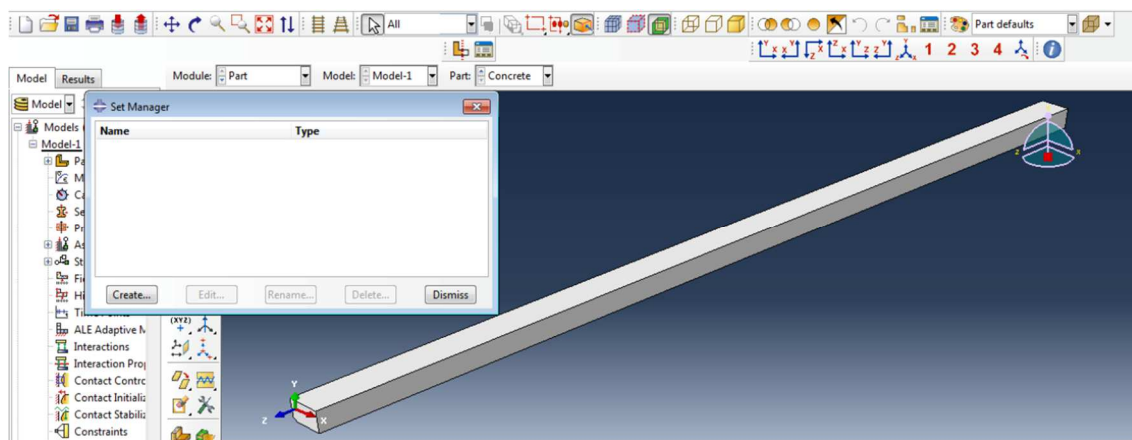


Figura A. 4 Definició del set del formigó

Fins aquí arriba la definició geomètrica dels elements que formaran el tirant.

Module List: Assembly

En aquest mòdul es fa l'assemblatge de les dues parts que conformen el tirant.

7. Clicar *Instance Part*, seleccionar la barra i el formigó i seleccionar la opció *Independent*. S'obté una figura similar a la següent:

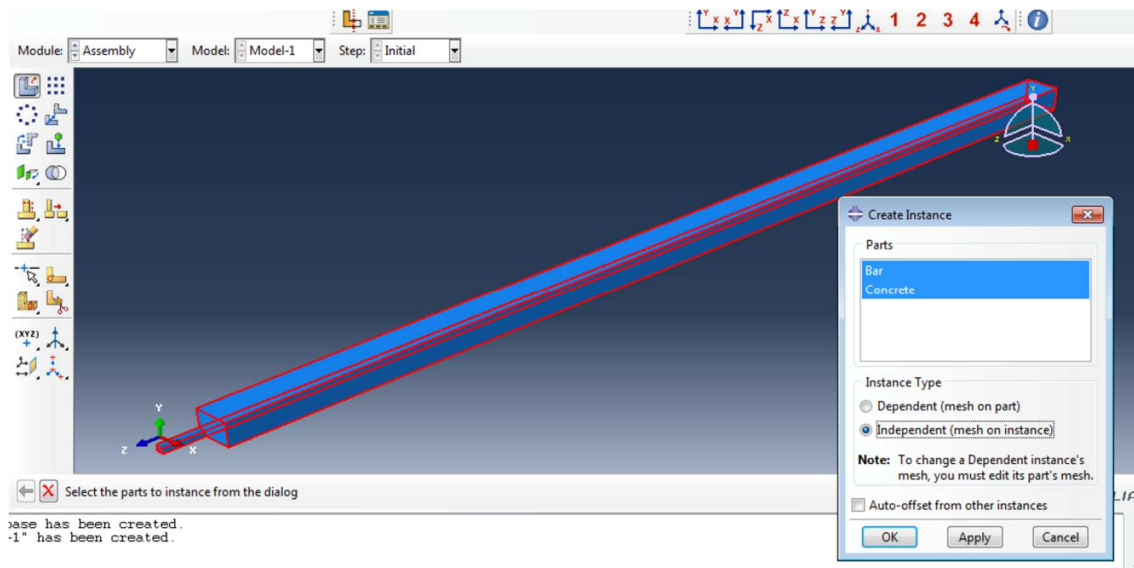


Figura A. 5 Assemblatge del formigó i la barra

Module List: Mesh

8. Seleccionar *Tools > Partition*. A la pestanya que apareix seleccionar *Type: Cell* i *Extend Face*, clicar sobre la barra i botó central del ratolí, després clicar sobre la cara del formigó que hi sobresurt la barra. Un cop fet, clicar *Create Partition*.

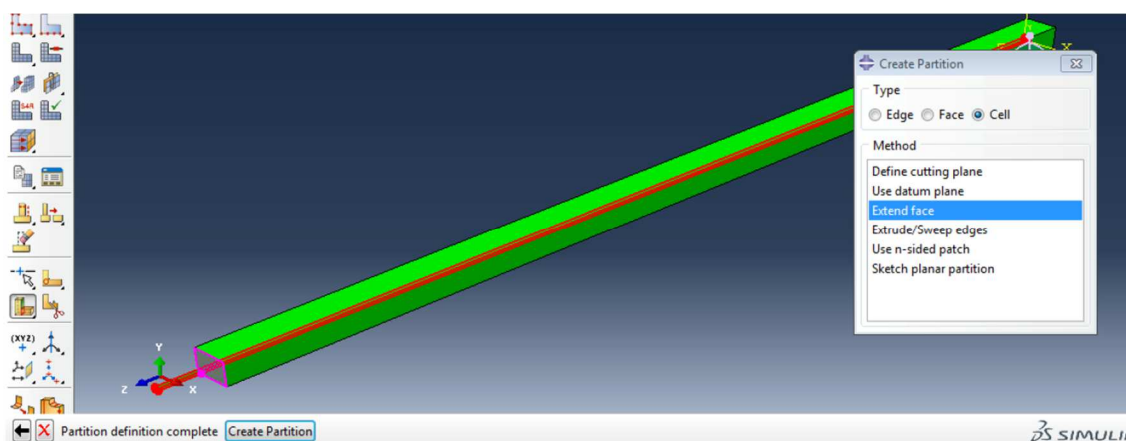


Figura A. 6 Partició tirant

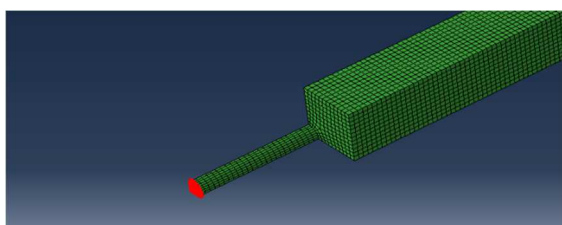
9. Anar a *Mesh > Controls*, seleccionar tota la barra, i al quadre de diàleg que apareix continuar sense tocar cap paràmetre.

10. Anar a *Mesh > Element Type*, seleccionar tota la barra, i al quadre de diàleg marcar que l'element ha de ser *Explicit*, deixar tots els altres paràmetres iguals.
11. Activar vista sense cares, només arestes. Anar a *Seed > Edges* i seleccionar les tres arestes de la barra dels dos extrems i de la partició que s'ha creat. A continuació clicar botó central del ratolí i, al quadre de diàleg que apareixerà, indicar el mètode *By number* i 8 elements. Seleccionar la resta de tirant i seleccionar opció *By size* amb un valor de 4.
12. Clicar *Mesh Part Instance* i seleccionar tot el tirant per crear el mallat, clicar *Ok*.
13. Anar a *Mesh > Create mesh part*, seleccionar tot el tirant i clicar *Ok*. Cal donar-li un nom.
14. Anar a l'arbre del lateral esquerra, seleccionar el model actual, copiar-lo i canviar el nom del model còpia. A partir d'ara treballarem amb aquest model còpia. Obrir la pestanya *Parts* de l'arbre i esborrar el formigó i la barra. Anar a l'*Assembly* i acceptar l'error que ens surt, i crear un nou assemblatge amb l'únic element que hi ha. Tornar al mòdul *Mesh*.
15. És important tenir seleccionat a *Object → Part*: (nom que s'ha donat abans al crear la part del mesh). Seguidament anar *Tools > Set > Manager*, cal definir les diferents simetries i els nodes on s'aplicarà la càrrega. Per fer-ho, cal crear un nou set de nodes per a cada una de les simetries i les càrregues, així com els nodes de contacte.

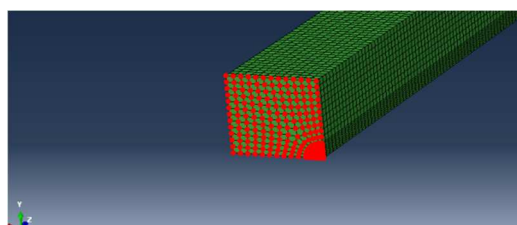
Un cop obert el *manager* dels sets, clicar *create* i donar nom al set, indicant que es tracta de nodes, clicar *Continue* i seleccionar els nodes que formen part d'aquell set.

Els sets seran:

- Càrrega: Extrem de la barra que queda lliure de formigó.
- Simetria X
- Simetria Y
- Simetria Z i reacció: S'aprofita aquesta simetria per calcular les forces que apareixen de reacció.
- Nodes contacte formigó: Part interior del formigó que està en contacte amb la barra.
- Nodes contacte barra: Part de la barra que està en contacte amb el formigó.



a) Nodes càrrega



b) Nodes simetria Z i reacció

Figura A. 7 Sets de nodes

Per visualitzar els nodes de contacte de la barra i formigó cal anar a *Tools > Display Group > Create*, . Per facilitar la selecció cal activar la vista yz i treure la perspectiva. A l'apartat *Item*

clicar *Elements* i a l'apartat *Method*, clicar *Pick from view port*. A continuació seleccionar tots els elements que sobresurten de la barra i clicar *Done*. A la pestanya que ens tornarà a aparèixer seleccionar *Remove* i seguidament clicar *Sets*. En aquest punt, seleccionar el set del formigó i clicar *Remove*. Obrir el *manager* dels sets i també de les superfícies i crear un set de nodes de contacte i un set de superfície de contacte, en tots dos casos de la barra. Tornar a obrir el *Display Group* i seleccionar el formigó i clicar *Replace*, fer els mateixos passos que amb la barra (nodes i superfície de contacte).

Module List: Property

16. Clicar *Create Material*, indicar el nom del material, FRP, i clicar *Ok*. Fer el mateix procediment pel concrete.

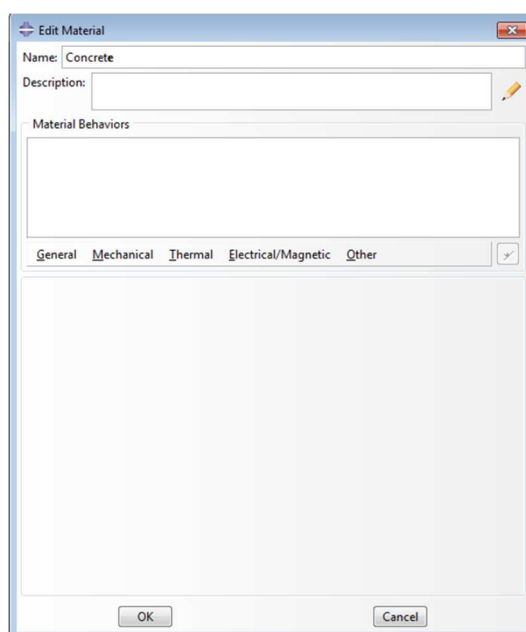


Figura A. 8 Creació material

17. Clicar *Create Section*, indicar la secció (barra o formigó) i clicar *Continue*, en el desplegable *Material* seleccionar quin dels dos materials s'assigna a cada secció.

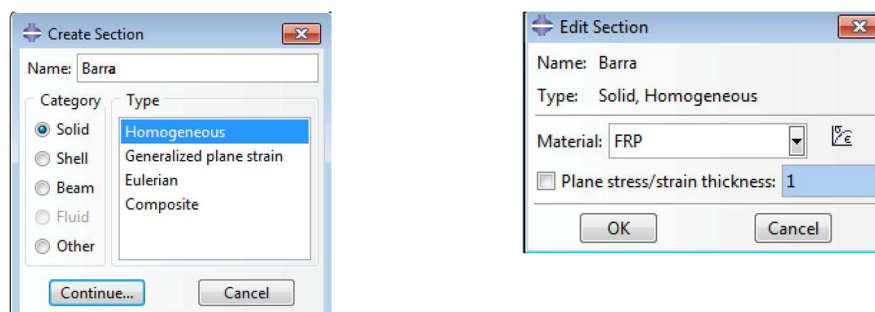


Figura A. 9 Assignació del material a la secció

18. Clicar *Assign Sections*. A la barra inferior clicar *Sets* i assignar al set Barra la secció creada. Fer el mateix procediment pel formigó.

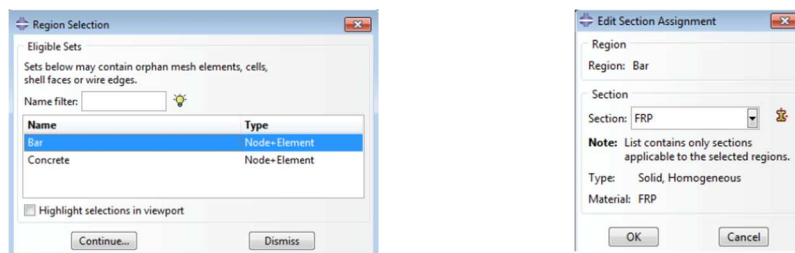


Figura A. 10 Assignació de les seccions als sets

Module List: Step

19. Clicar *Step > Create*, i clicar *Continue* a la pestanya que apareix; seguidament indicar que el període és de 0.1 i clicar *Ok*.
20. Clicar *Output > History Output Requests > Create*. A continuació apareix el quadre *Create History* i clicar *Ok*. A l'apartat *Domain* seleccionar *Set* i al costat indicar de quin es tracta. Just a sota caldrà indicar quines variables s'han d'estudiar, les combinacions seran:
 - Domain: Set: Reacció (o simetria Z) i *Forces/Reactions > RF > RF3*
 - Domain: Set: deformació i *Strains > E > E33*

Serà necessari crear el set de deformació, cal seguir el mateix procediment que amb els altres, però indicant que és un set d'elements.

Seleccionar amb el *Display Group* i *Elements-Pick from viewport* només els elements que es troben a l'interior de la barra.

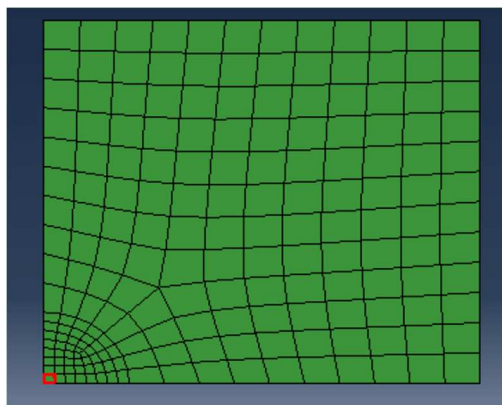


Figura A. 11 Elements necessaris per fer el set de deformació

Canviar la visualització a yz i seleccionar tots els elements excepte el primer, cinquè, desè, quinzè i així successivament fins arribar al final de la barra. (Atenció, l'últim element de la barra no s'hauria de seleccionar, però és necessari fer-ho.)

A continuació clicar *Remove* per eliminar tots els elements que no utilitzarem i crear un *Set* d'elements anomenats deformació.

Module List: Interaction

21. Treure la barra mitjançant el *Display Group*. Clicar *Tools > Customize > Pestanya Functions > Display Group > Invert Display* i crear una combinació de tecles (per exemple, Ctrl + D). Això permet canviar del formigó a la barra amb les tecles.
22. Canviar la visualització per només veure les arestes i clicar *Create Wire Feature*, a la pestanya clicar al símbol “+” i seleccionar tres parells de nodes, seleccionant primer el del formigó i després la seva parella a la barra. Clicar *Ok* un cop seleccionades les tres parelles.
23. Clicar *Create Connection Section* i seleccionar els paràmetres següents:
- Connection Category: Basic
 - Translational type: Cartesian
 - Rotational type: Align

A continuació clicar *continue* i a la nova finestra que apareix seleccionar *+ > Elasticity a Force/Movement*. Clicar *F1* i introduir el valor 2164.

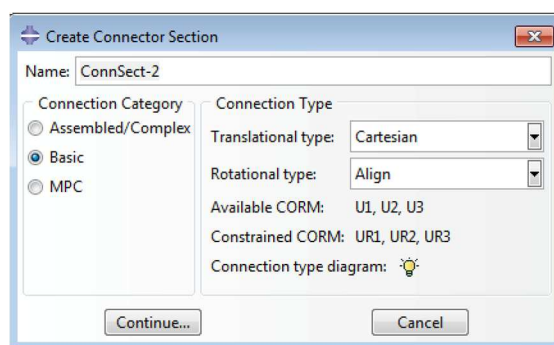


Figura A. 12 Creació connectors

24. Clicar botó *Create Connector Assignment* i seleccionar a la barra inferior *Set*, a la pestanya *Region Selection*, seleccionar l'únic que apareix i clicar *continue*. Seguidament seguir clicant *Ok* o *Continue*.
25. Clicar *Special > Inertia > Manager > Create* a la pestanya que ens apareix seleccionar el set dels nodes de contacte de la barra, i a la nova finestra entrar els valors:

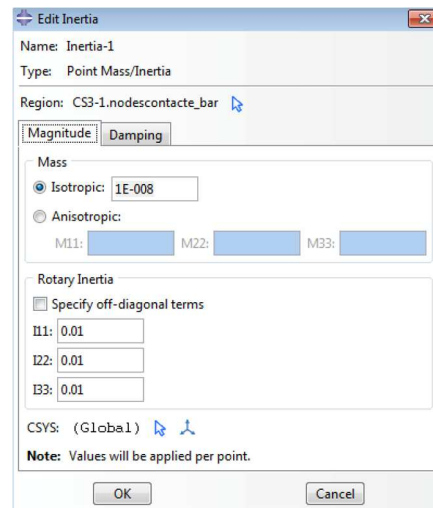


Figura A. 13 Inèrcia nodes de contacte de la barra

Repetir el mateix procediment pels nodes de contacte del formigó.

26. Clicar *Create Interaction* i seleccionar l'opció *Surface-to-surface contact (explicit)*. Clicar *Continue* i a la finestra que apareix seleccionar primer la superfície de contacte de la barra i clicar *Continue*, indicar *Surface* a la barra inferior i seguidament seleccionar la superfície del formigó i clicar *Continue*.

Apareix una nova finestra anomenada *Edit Interaction*, clicar el botó que apareix al costat de *Contact Interaction Property* i clicar *Continue*. A la nova finestra que apareix clicar *Mechanical > Tangential behaviour* i en l'opció *friction formulation* seleccionar *Penalty* i donar-li valor de 1.3.

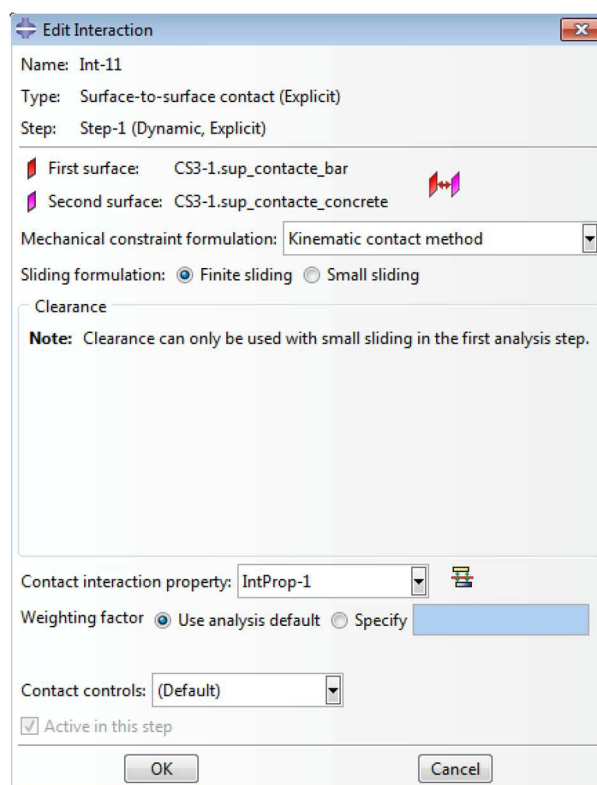


Figura A. 14 Interacció entre les dues superfícies

Module List: Load

27. Clicar *Creat Boundary Condition*, seleccionar per les tres simetries com a *Step: Initial* i per la càrrega *Step: Step-1*. Deixar la resta de paràmetres igual i clicar *Ok*.

A la finestra que apareix seleccionar simetria X i assignar quina simetria se li ha d'aplicar. Repetir el mateix procediment per les altres simetries.

Les combinacions seran:

- Simetria X → XSYMM
- Simetria Y → YSYMM
- Reacció → ZSYMM

A continuació, per definir la càrrega és necessari seleccionar l'opció *Displacement/Rotation* i seleccionar l'*Step-1*.

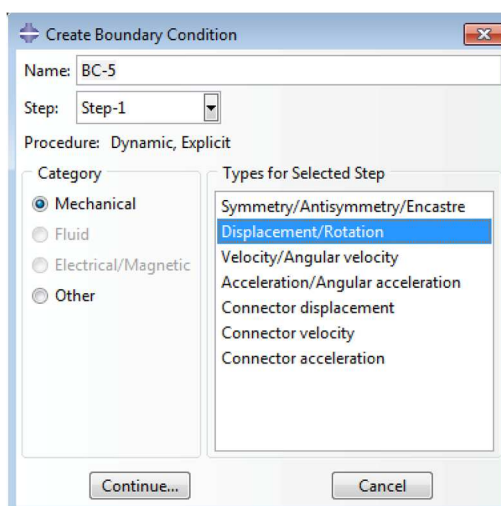


Figura A. 15 Assignació càrregues i simetries

A continuació seleccionar la direcció del desplaçament, U3 i assignar-li valor 20. Clicar botó situat al costat d'*Amplitude* i definir un *Smooth Step* i assignar-la al desplaçament.

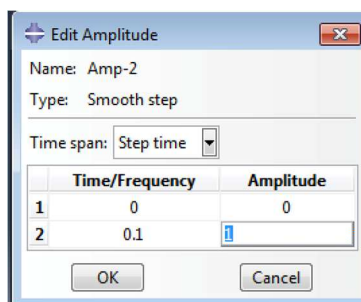


Figura A. 16 Definició smooth step

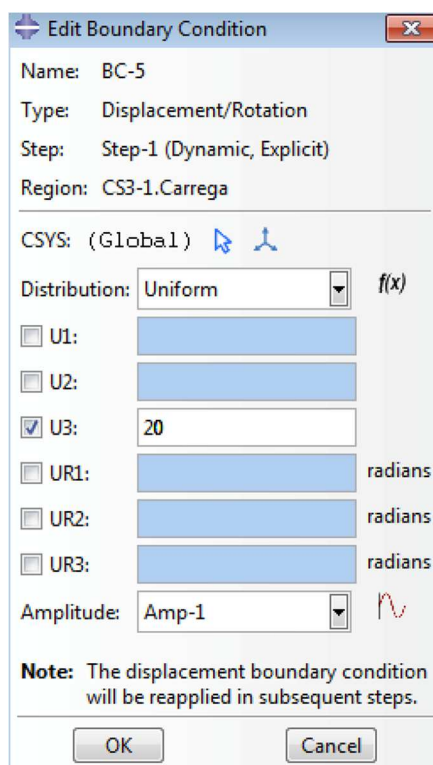


Figura A. 17 Desplaçament dels nodes de càrrega

Module List: Job

28. Clicar *Create Job* i anomenar-lo, clicar *Ok*.

29. Clicar al *Job Manager > Write Input*.

Obrir arxiu INP

Aquests són els passos necessaris per modelitzar amb Abaqus CAE un tirant de formigó armat. Seguidament cal anar a la carpeta on tenim guardat l'arxiu CAE i obrir el nou arxiu que s'ha generat amb extensió INP.

30. Eliminar el següent fragment:

“ **Bulk Viscosity*

0.06, 1.2 “

31. Afegir els següents fragments:

En l'apartat que defineix els materials, apartat *Materials*, cal canviar el contingut pel que apareix a continuació:

** MATERIALS

**

*Material, name=Concrete

*Density

2.2e-09,

*Elastic

31480., 0.3

*Concrete Damaged Plasticity

45, 0.1, 1.16, 0.66, 0.

*Concrete Compression Hardening

31.45534264, 0

32.01684405, 0.000799765

32.4499929, 0.000886233

32.75687923, 0.000976646

32.93954793, 0.001070939

33, 0.00116905

32.94019367, 0.001270919

32.76204556, 0.001376484

32.46743179, 0.001485688

32.05818902, 0.001598473

31.53611549, 0.001714783

30.90297203, 0.001834563

30.16048303, 0.001957759

29.31033734, 0.002084319

28.35418923, 0.00221419

27.29365926, 0.002347321

26.13033509, 0.002483665

24.86577237, 0.002623171

23.50149552, 0.002765792

22.03899849, 0.002911482
20.47974555, 0.003060194
18.82517199, 0.003211885
17.07668487, 0.003366509
15.32972324, 0.003521086
13.8419812, 0.003667564
12.57581692, 0.00380712
11.48714137, 0.003941131
10.54268655, 0.004070637
9.716891931, 0.004196436
8.989805761, 0.00431915
8.345635431, 0.004439275
7.771724374, 0.004557204
7.257816035, 0.004673259
6.795515237, 0.004787702
6.377887907, 0.004900749
5.999159443, 0.005012581
5.654484545, 0.005123349
5.339769531, 0.005233181
5.051533713, 0.005342186
4.786800212, 0.005450456
4.543009157, 0.005558072
4.317948137, 0.005665103
4.109696015, 0.005771609
3.91657724, 0.005877643
3.737124427, 0.005983249
3.570047522, 0.006088468

3.41420825, 0.006193337

3.268598813, 0.006297886

3.132324053, 0.006402143

3.004586427, 0.006506134

2.884673308, 0.00660988

2.771946197, 0.006713402

2.665831516, 0.006816717

2.565812734, 0.006919842

2.47142359, 0.00702279

2.382242256, 0.007125577

2.29788628, 0.007228212

2.218008199, 0.007330707

2.142291717, 0.007433073

2.070448366, 0.007535317

2.002214583, 0.007637449

1.937349146, 0.007739475

1.875630907, 0.007841404

1.816856801, 0.00794324

*Concrete Tension Stiffening, type=DISPLACEMENT

2.56, 0

0.512, 0.05089933

0, 0.25449667

*Material, name=FRP

*Density

2.2e-09,

*Elastic

40000, 0.2

**

I també substituir en l'apartat *Connector behaviour* pel següent text:

*Connector Behavior, name=ConnSect-1

*Connector Elasticity, component=3

5000.,

*Connector Plasticity, component=3

*Connector Hardening, definition=TABULAR

17.00, 0.10

39.71, 0.30

52.38, 0.50

62.26, 0.70

73.93, 0.99

74.29, 1.00

74.29, 2.00

4.00, 4.00

4.90, 20.00

32. Seguidament crear arxius de text i copiar els nodes que conformen el model sencer, els nodes de contacte del formigó i els nodes de contacte de la barra, amb els noms *Nodes*, *Nodes_contacte_formigo* i *Nodes_contacte_bar* respectivament. I executar l'arxiu de matlab que ens genera les parelles de nodes.

33. Substituir els valors dels arxius generats anomenats *Nodes_contacte* i *Elements_contacte* als apartats titulats **Element*, *type = CONN3D2* i **Nset*, *nset=wire-1-set-1*, *instance=(nom del model)* i en la línia que **Elset*, *elset=wire-1-set-1*, *generate* indicar el número inicial i final de l'arxiu *Elements_contacte*, que corresponen al 100000 i 105634 respectivament. Es comença pel valor 10000 per evitar coincidències amb possibles nodes ja creats.

Cal tenir en compte que l'arxiu de matlab ha estat configurat especialment per aquests models, en cas de que variessin el nombre de nodes de contacte s'hauria de modificar (en els models és de 5634).

Un cop modificats tots els valors de l'arxiu INP, s'envia a calcular.

Arxiu ODB: Extracció de resultats

34. Obrir arxiu ODB, clicar *Create XY Data* i seleccionar *ODB history output*. A continuació seleccionar tots els nodes que fan referència a la *REACCIÓ*, clicar *Save as* i seleccionar l'opció *sum((XY,XY,...))*, clicar *OK*. Fer el mateix per cada un dels elements de deformació però guardar cada un d'ells per separat i anomenant-lo pel seu número d'element.
35. Clicar novament *Create XY Data* i seleccionar *Operate on XY Data*. Als *Operators* clicar *Combine(X,X)* i anar fent combinacions del sumatori de totes les reaccions i cada un dels elements de deformació.
36. Obrir l'*XY Data manager* i copiar la informació a l'excel de tractament de dades.

Joan Delgado Palahí
Girona, Juny 2017