

Treball final de grau

Estudi: Grau en Enginyeria Mecànica

Títol: Obtenció i generació de diagrames de disseny per Estat Límit Últim d'elements de formigó armat.

Document: 1 – Memòria i annexos

Alumne: Ramon Picamal Ripoll

Tutor: Lluís Torres Llinàs

Departament: EMCI

Àrea: Enginyeria de la Construcció

Convocatòria (mes/any): Juny del curs 2015-2016

ÍNDEX

MEMÒRIA	4
1. INTRODUCCIÓ	5
1.1 Antecedents	5
1.1.1 Peticionari	5
1.1.2 Necessitat del peticionari	5
1.2 Objecte del projecte	5
1.3 Especificacions i abast	6
1.3.1 Especificacions de la petició	6
1.3.2 Abast de la petició	6
2. SITUACIÓ ACTUAL DELS DIFERENTS PROCEDIMENTS A GENERAR	7
3. METODOLOGIA DE CÀLCULS	8
3.1 Introducció	8
3.2 Mètode del diagrama rectangular	9
3.3 Mètode del diagrama paràbola-rectangle	11
3.4 Mètode dels diagrames d'interacció	13
3.4.1 Consideracions prèvies	13
3.4.2 Equacions d'equilibri per secció rectangular amb armadura no simètrica repartida en dues cares	15
3.4.3 Equacions d'equilibri per secció rectangular amb armadures, no simètriques respecte les dues cares oposades, de barres circulars a les quatre cares.	17
3.4.4 Equacions d'equilibri per secció rectangular amb armadures, no simètriques en dues cares oposades, a les quatre cares.	20
3.5 Comprovació a resistència a tallant	22
3.5.1 Equacions d'equilibri de resistència de la secció al tallant	22
3.5.2 Equacions d'equilibri d'obtenció de la distància entre cercols	24
4. MANUAL D'ÚS	26
5. VERIFICACIÓ DE RESULTATS	27
5.1 Exemples mitjançant el diagrama de flexió per una secció rectangular	27
5.1.1 Exemple 1:	27
5.1.2 Exemple 2:	29
5.1.3 Exemple 3:	30
5.2 Exemples mitjançant el diagrama d'interacció per diferents seccions.	33
5.2.1 Exemple 1:	33
5.2.2 Exemple 2:	35
5.3 Exemples de càlcul de tallant	37

6. CONCLUSIONS	38
7. RELACIÓ DOCUMENTS	39
ANNEX A : METODOLOGIA DE CàLCUL	40
A.1 INTRODUCCIÓ	41
A.2 MÈTODE DEL DIAGRAMA DE FLEXIÓ	46
A.2.1 Consideracions generals	46
A.2.2 Equacions d'equilibri pel mètode Diagrama Rectangular	48
A.2.3 Equacions d'equilibri pel mètode Diagrama Paràbola-Rectangle	51
A.3 MÈTODE DELS DIAGRAMES D'INTERACCIÓ	55
A.3.1 Consideracions prèvies	55
A.3.2 Equacions d'equilibri per secció rectangular amb armadura no simètrica repartida en dues cares	57
A.3.3 Equacions d'equilibri per secció rectangular amb armadures, no simètriques respecte les dues cares oposades, de barres circulars a les quatre cares.	65
A.3.4 Equacions d'equilibri per secció rectangular amb armadures, no simètriques en dues cares oposades, a les quatre cares.	74
A.4 COMPROVACIÓ A RESISTENCIA A TALLANT	95
A.4.1 Equacions d'equilibri de resistència d'una secció al tallant	95
A.4.2 Equacions d'equilibri d'obtenció de la distància entre cercols	99
ANNEX B : MANUAL D'US	100
B.1 INTRODUCCIÓ	101
B.2 MÈTODE DEL DIAGRAMA DE FLEXIÓ	102
B.3 DIAGRAMA D'INTERACCIÓ PER SECCIÓ RECTANGULAR AMB DUES ARMADURES OPOSADES	107
B.4 DIAGRAMA D'INTERACCIÓ PER SECCIÓ RECTANGULAR AMB ARMADURES DE BARRES CIRCULARS	112
B.5 DIAGRAMA D'INTERACCIÓ PER SECCIÓ RECTANGULAR AMB ARMADURES OPOSADES I BARRES LATERALS.	117
B.6 CàLCULS DE LA RESISTÈNCIA D'UNA SECCIÓ AL TALLANT	122
B.7 CàLCULS DE LA DISTÀNCIA ENTRE CÈRCOLS	125
ANNEX C : VERIFICACIÓ I RESULTATS	128
C.1 INTRODUCCIÓ	129
C.2 EXEMPLES MITJANÇANT EL DIAGRAMA DE FLEXIÓ PER UNA SECCIÓ RECTANGULAR	131
C.2.1 Exemple 1:	131
C.2.2 Exemple 2:	133
C.2.3 Exemple 3:	135

C.3 EXEMPLES MITJANÇANT EL DIAGRAMA D'INTERACCIÓ PER DIFERENTES SECCIONS.	139
C.3.1 Exemple 1:	139
C.3.2 Exemple 2:	142
C.4 EXEMPLES DE CÀLCUL DE TALLANT	144

MEMÒRIA

1. INTRODUCCIÓ

1.1 Antecedents

1.1.1 Peticionari

Ha sorgit la necessitat de crear un software educatiu pels procediments de càlcul dels codis de disseny més usats de les normatives de formigó armat. Aquest software ens permetrà deixar de treballar amb els promptuaris que incorporen els llibres basats en les normatives que poden induir a errors i treballar en un entorn amb més precisió i qualitat.

1.1.2 Necessitat del peticionari

En el dimensionament d'estructures de formigó sovint s'han d'emprar un conjunt divers d'equacions, l'aplicació de les quals va lligada a uns procediments de comprovació que vénen donats per normatives i codis de disseny, moltes vegades d'obligat compliment.

Les variables que intervenen en el disseny en Estat Límit Últim (E.L.U.) d'elements de formigó armat tenen diferents incidències en el comportament de la peça, i viceversa, en funció dels requeriments a complir s'ha d'actuar preferentment sobre certes variables amb més incidència.

Es necessita sintetitzar els procediments de càlculs dels codis de dissenys usats en el nostre entorn com són la Instrucció EHE (instrucció de formigó estructural) o l'EC-2 (Eurocodi 2 per a estructures de formigó) i s'elaboraran eines de disseny, tenint en comptes totes les restriccions, armats mínims i altres condicionants.

Les eines de càlcul resultants hauran de permetre veure les incidències de les variables més influents sobre els esforços que pot resistir la peça mitjançant diagrames, taules o gràfiques.

1.2 Objecte del projecte

L'objecte del projecte és el desenvolupament de les fórmules necessàries i la generació de diagrames, gràfiques o taules per cada procediment generat.

També és objecte del projecte el disseny i la programació de l'eina de càlcul (Excel o altres) per generar els diagrames, gràfiques o taules.

1.3 Especificacions i abast

1.3.1 Especificacions de la petició

Els requeriments pel càlcul pels procediments, són els següents:

- El desenvolupament de les fórmules pels diferents procediments estaran emparats per les normatives actuals de la Instrucció EHE (Instrucció de formigó estructural) o l'EC-2 (Eurocodi 2 per a estructures de formigó);
- No es podran utilitzar fórmules simplifiades.

Els requeriments pel disseny de l'eina de càlcul, són els següents:

- La secció d'entrada de dades ha de ser de fàcil comprensió;
- La modificació de tots els valors dels diferents procediments, exceptuant aquells que es puguin relacionar a través d'una fórmula;
- La generació de les gràfiques o els valors resultants pels diferents procediments utilitzats.

1.3.2 Abast de la petició

El projecte finalitzarà un cop estiguin desenvolupades les fórmules pels diferents procediments, l'eina de càlcul estigui programada i funcioni correctament. L'eina de càlcul ha de generar els següents procediments:

- Diagrama Flexió, per les següents metodologies:
 - Diagrama Rectangular;
 - Diagrama Paràbola-Rectangle;
- Diagrames d'Interacció, per diferents situacions;
- Càlcul de Tallant.

En el projecte s'inclouran els documents corresponents a l'estudi i disseny del programa, els quals són una memòria amb annexos i el pressupost.

A causa de què no s'haurà de fabricar cap objecte, el projecte no presentarà pressupost de fabricació.

2. SITUACIÓ ACTUAL DELS DIFERENTS PROCEDIMENTS A GENERAR

Actualment els llibres basats en les normatives de Instrucció EHE (instrucció de formigó estructural) o l'EC-2 (Eurocodi 2 per a estructures de formigó) incorporen promptuaris per diferents casos. Aquests casos solen ser els més utilitzats a la pràctica.

En els casos del diagrama de flexió o els diagrames d'interacció, aquests promptuaris tenen les següents restriccions:

- Casos específics d'utilització;
- Coeficients específics per cada promptuari seleccionat. Com per exemple la relació de recobriments (d'/d), la relació entre el cantell útil i l'alçada de la secció (h/d), la quantia mecànica (ω) o el valor de les àrees de les armadures.
- Els valors de resistència de l'acer i del formigó utilitzat hauran d'estar dintre el rang per la qual el promptuari ha estat creat.

En el cas del Càlcul a Tallant, se solen utilitzar taules amb valors tabulats per obtenir certs coeficients normalitzats. També s'utilitzen fórmules simplificades sota certes condicions.

3. METODOLOGIA DE CÀLCULS

3.1 Introducció

Aquest projecte es basarà en els següents casos:

1. Estat Límit Últim (E.L.U.) de tensions normals: dintre d'aquest cas s'han estudiat dos casos:
 - Cas de Flexió: situació on només apareix un moment aplicat a la secció. Es desenvoluparan les fórmules necessàries per poder generar els diagrames de flexió;
 - Cas de Flexió amb axial: situació on apareix un moment i una força axial a la secció. Es desenvoluparan les fórmules necessàries per poder generar el diagrama d'interacció.
2. Estat Límit Últim (E.L.U.) de tensions tallants: s'estudiarà la viabilitat de la secció en vers esforços tallants últims.

Els valors de resistència de càlcul o de minoració de l'acer i el formigó són:

- Per l'acer:

$$f_{y,d} = \frac{f_{y,k}}{\gamma_s} \quad i \quad \varepsilon_{y,d} = \frac{f_{y,d}}{E}$$

- Pel formigó:

$$f_{c,d} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{c,k}}{\gamma_c}$$

on: α_{cc} = és el factor que té en compte el cansament del formigó quan està sotmès a alts nivells de compressió amb càrregues de llarga durada. En la present instrucció s'adopta un valor d'1.

Les metodologies que s'exposaran a continuació i les fórmules resultants correspondran a formigons amb una resistència no superior a 50 MPa. Per sobre d'aquesta resistència, disminuirà la deformació última i la longitud de la branca plàstica.

Els diferents dominis que estableix la normativa espanyola:

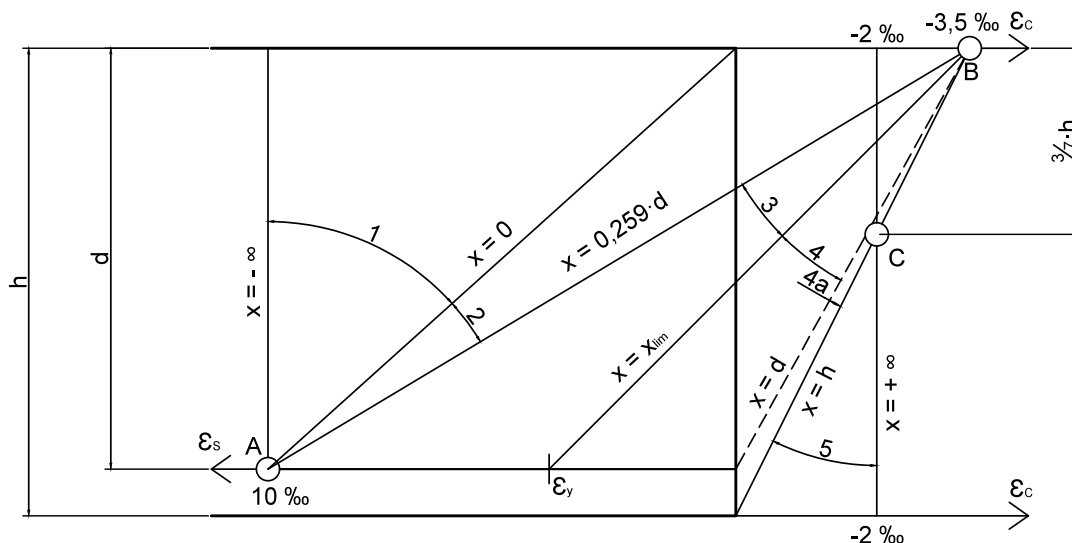


Figura 1. Dominis de deformació.

Aquest diagrama ens marca els valors límits de les deformacions, de l'acer i del formigó, i els punts que pivoten els dominis per passar d'un a l'altre.

3.2 Mètode del diagrama rectangular

Considerem la següent secció de formigó amb els seus diagrames de deformació i tensió, sense armadura de compressió:

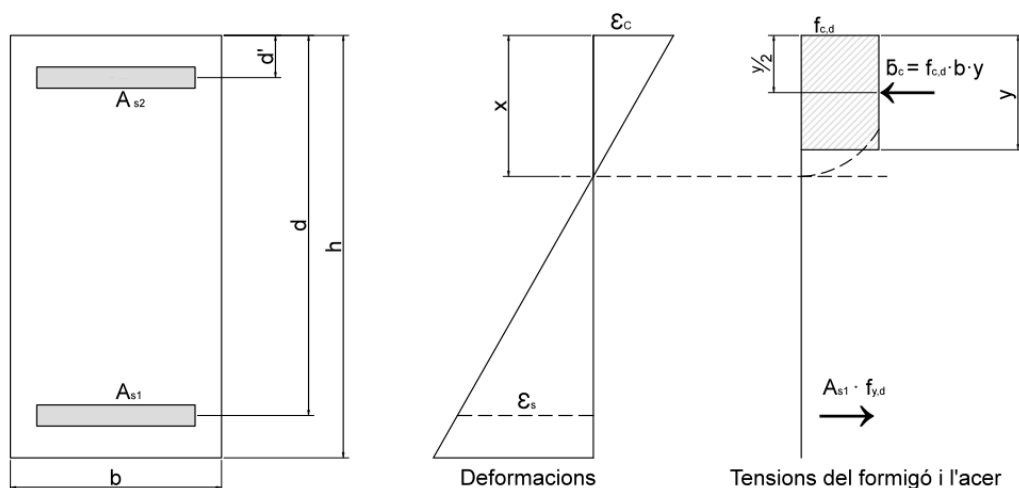


Figura 2. Secció estudiada i els seus respectius diagrames de deformació i de tensions.

Al principi no necessitarem armadura de compressió (A_{s1}), per tant fent un sumatori de forces i un sumatori de moments respecte a l'armadura de tracció, obtenim:

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = f_{cd} \cdot y \cdot b$$

$$M_d = f_{cd} \cdot b \cdot y \cdot \left(d - \frac{1}{2} \cdot y\right)$$

Aquestes fórmules es passaran a adimensionals dividint a cada banda de l'equació per un coeficient:

- $f_{cd} \cdot b \cdot d$, per les forces;
- $f_{cd} \cdot b \cdot d^2$, per els moments.

Les fórmules adimensionals són:

- La quantia mecànica de tracció:

$$\omega_{s1} = \frac{y}{d}$$

- El moment reduït:

$$\mu = \frac{y \cdot (d - 0,5 \cdot y)}{d^2}$$

Com que la profunditat de l'eix neutre serà inferior a 1,25 vegades l'alçada de la secció, l'altura fictícia (y) de la força compressió del formigó val:

$$x < 1,25 \cdot h \rightarrow y = 0,8 \cdot x$$

Les equacions adimensionals de les forces i el moment, quedaran com:

$$\omega_{s1} = 0,8 \cdot \xi$$

$$\mu = 0,8 \cdot \xi \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi)$$

Amb aquesta última fórmula podem observar els següents valors:

- ψ : és el coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó = 0,8;
- λ : és el coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó = 0,4.

Aquestes dos valors seran constants en tots els dominis.

Si no tenim el valor de ξ , podem relacionar la quantia mecànica de tracció amb el moment reduït. La quantia mecànica de tracció valdrà:

$$\omega_{s1} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu}$$

Un cop superem els valors límits de μ i ω necessitem incorporar armadura de compressió (A_{s2}), els obtindrem imposant el valor ξ límit a les seves fórmules:

$$\mu_{límit} = 0,8 \cdot \xi_{límit} \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi_{límit})$$

$$\omega_{límit} = 0,8 \cdot \xi_{límit}$$

Un cop superem el valor límit incorporarem el l'armadura de compressió perquè no ens interessa que la nostra secció es deformi més.

El valor adimensional de l'armadura de compressió l'obtindrem a partir de fer el sumatori de moments adimensionals respecte a l'armadura de tracció, considerant que tenim un valor límit del moment reduït (μ) constant:

$$\omega_{s2} = \frac{\mu - \mu_{límit}}{1 - \delta}$$

on:

$$\delta = \frac{d'}{d}$$

I el valor de l'armadura de tracció, un cop incorporada l'armadura de compressió, queda com el sumatori de:

$$\omega_{s1} = \omega_{límit} + \omega_{s2}$$

Un cop incorporem l'armadura de compressió, el valor ξ és mantindrà constant en el límit i el valor del moment reduït (μ) anirà variant des de el valor límit fins a un valor màxim que nosaltres imposarem.

Si necessitem obtenir els valors dimensionals del moment i les armadures per uns valors concrets de ξ o de μ , ho farem fent el procés invers:

$$M_d = \mu \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2$$

$$A_{s1} = \omega_{s1} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \quad i \quad A_{s2} = \omega_{s2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$$

Per més informació sobre l'obtenció de les fórmules d'aquest diagrama consultar l'annex A2.2. *Equacions d'equilibri pel mètode Diagrama Rectangular.*

3.3 Mètode del diagrama paràbola-rectangle

Considerem la següent secció de formigó amb els seus diagrames de deformació i tensió, sense armadura de compressió (A_{s1}):

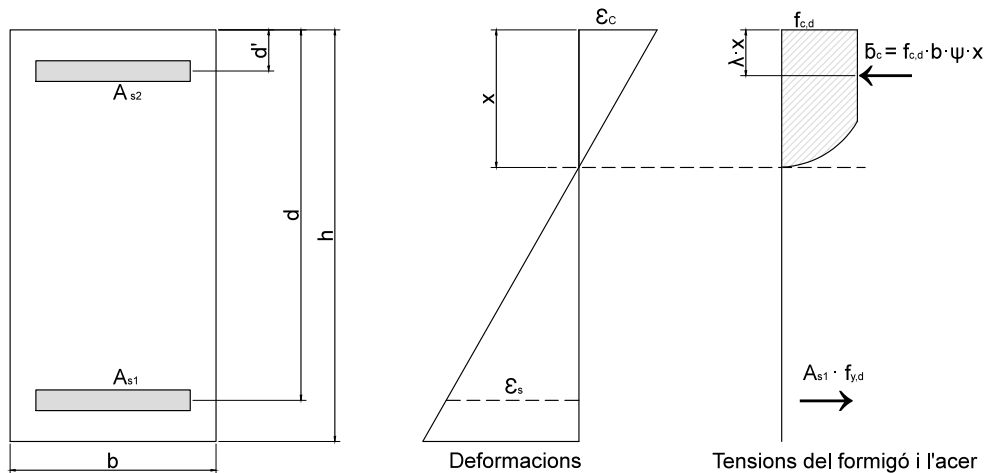


Figura 3. Secció estudiada i els seus respectius diagrames de deformació i de tensions.

En aquest diagrama, les fórmules a utilitzar seran idèntiques al cas anterior. Amb la diferència que el formigó no té un valor constant.

Les fórmules del moment reduït (μ) i de la quantia mecànica de tracció (ω) per una secció sense armadura de compressió, valen:

$$\omega_{s1} = \psi \cdot \xi$$

$$\mu = \psi \cdot \xi \cdot (1 - \lambda \cdot \xi)$$

El coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó (λ), dependran de la deformació a compressió del formigó.

Durant el domini 2, el formigó passarà de tenir una deformació de compressió del 0‰ a la màxima permesa del 3,5‰ per formigons amb resistències inferiors a 50MPa, i durant els dominis 3 i 4 serà constant a la màxima permesa.

El valor de deformació de compressió dependrà de la profunditat de l'eix neutre o de ξ , pel domini 2 val:

$$\varepsilon_c = -0,01 \cdot \frac{x}{d - x} \rightarrow \varepsilon_c = -0,01 \cdot \frac{\xi}{1 - \xi}$$

Un cop tenim el valor de ξ o de la deformació, els coeficients ψ i λ els podrem obtenir de dues formes possibles:

1. Utilització de les taules universals, descrites al llibre *Hormigón Armado – Jiménez Montoya*. Obtindrem els valors de ψ i λ en funció del valor de ξ pel domini 2.
2. Utilització de les fórmules:

Si la deformació del formigó esta compresa entre 0‰ i el 2‰, utilitzarem les següents fórmules:

$$\psi = \frac{1000 \cdot \varepsilon_c}{12} \cdot (6 - 1000 \cdot \varepsilon_c) \text{ i } \lambda = \frac{8 - 1000 \cdot \varepsilon_c}{4 \cdot (6 - 1000 \cdot \varepsilon_c)} ; \text{ si } 0 \leq |\varepsilon_c| \leq 0,002$$

Si la deformació del formigó esta compresa entre 2‰ i el 3,5‰, utilitzarem les següents fórmules:

$$\psi = \frac{3000 \cdot \varepsilon_c - 2}{3000 \cdot \varepsilon_c} \text{ i } \lambda = \frac{1000 \cdot \varepsilon_c \cdot (3000 \cdot \varepsilon_c - 4) + 2}{2000 \cdot \varepsilon_c \cdot (3000 \cdot \varepsilon_c - 2)} ; \text{ si } 0,002 < |\varepsilon_c| \leq 0,0035$$

En el domini 3 i 4, a causa de que la deformació del formigó es mantindrà constant, els valors també ho seran:

$$\psi = 0,80952 \text{ i } \lambda = 0,41587$$

Com en el cas anterior, un cop superem el valor ξ límit incorporarem l'armadura de compressió perquè no ens interessa que la nostra secció es deformi més.

Com que el valor de ξ límit correspondrà al domini 3 o 4, els valors de ψ i λ seran constants, els valors del moment reduït (μ) i de la quantia mecànica de tracció (ω) límits valen:

$$\omega_{límit} = 0,80952 \cdot \xi_{límit}$$

$$\mu_{límit} = 0,80952 \cdot \xi_{límit} \cdot (1 - 0,41587 \cdot \xi_{límit})$$

Tal com s'ha demostrat en el cas anterior, els valors de l'armadura de compressió i tracció un cop s'ha superat el límit, valen:

$$\omega_{s2} = \frac{\mu - \mu_{límit}}{1 - \delta}$$

$$\omega_{s1} = \omega_{límit} + \omega_{s2}$$

Un cop incorporem l'armadura de compressió, el valor ξ es mantindrà constant en el límit i el valor de μ anirà variant des del valor límit fins a un valor màxim que nosaltres imposarem. Si necessitem obtenir els valors dimensionals del moment i les armadures per uns valors concrets de ξ o de μ , ho farem fent el procés invers:

$$M_d = \mu \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2$$

$$A_{s1} = \omega_{s1} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \quad i \quad A_{s2} = \omega_{s2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$$

Per més informació sobre l'obtenció de les fórmules d'aquest diagrama consultar l'annex A2.3. *Equacions d'equilibri pel mètode Diagrama Paràbola-Rectangle.*

3.4 Mètode dels diagrames d'interacció

3.4.1 Consideracions prèvies

A continuació exposarem uns criteris i unes fórmules que es mantindran constant a l'hora de resoldre els diagrames d'interacció.

- La resistència a compressió es considera idèntica a la resistència de tracció.
- Les fórmules que es mantindran constants són:
 - Fórmula 1: és la de l'obtenció de la línia neutra per cada valor de ξ :

$$\xi = \frac{x}{d} \rightarrow x = \xi \cdot d$$

- Fórmula 2: és la de la tensió de l'acer, tant si està comprimit o traccionat:

$$\sigma_s = \varepsilon_s \cdot E \quad ; \quad si \quad |\varepsilon_s| \leq |\varepsilon_{y,d}|$$

$$\sigma_s = f_{y,d} \quad ; \quad si \quad |\varepsilon_s| > |\varepsilon_{y,d}|$$

- Fórmula 3: és la de la força, tant si està comprimida com traccionada:

$$N_s = \sigma_s \cdot A_s$$

on:

A_s : és l'àrea de l'armadura.

- Fórmula 4: és el coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ):

$$\begin{cases} Si \quad 0 \leq |\varepsilon_c| \leq 0,002 \rightarrow \psi = \frac{1000 \cdot \varepsilon_c}{12} \cdot (6 - 1000 \cdot \varepsilon_c) \\ Si \quad 0,002 < |\varepsilon_c| \leq 0,0035 \rightarrow \psi = \frac{3000 \cdot \varepsilon_c - 2}{3000 \cdot \varepsilon_c} \end{cases}$$

- Fórmula 5: és el coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó (λ):

$$\begin{cases} \text{Si } 0 \leq |\varepsilon_c| \leq 0,002 \rightarrow \lambda = \frac{8 - 1000 \cdot \varepsilon_c}{4 \cdot (6 - 1000 \cdot \varepsilon_c)} \\ \text{Si } 0,002 < |\varepsilon_c| \leq 0,0035 \rightarrow \lambda = \frac{1000 \cdot \varepsilon_c \cdot (3000 \cdot \varepsilon_c - 4) + 2}{2000 \cdot \varepsilon_c \cdot (3000 \cdot \varepsilon_c - 2)} \end{cases}$$

- Fórmula 6: és la de la força de compressió del formigó, que serà vàlida pels dominis 2, 3, 4 i 4a:

$$N_c = \psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}$$

- Fórmula 7: correspon a la força de compressió del formigó pel domini 5. En aquest cas la força de compressió es dividirà en dos:

- Força de compressió que correspon a tota la profunditat de l'eix neutre:

$$N_{c1} = \psi_{c1} \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}$$

- Força de compressió que correspon a la zona que està fora de la secció:

$$N_{c2} = \psi_{c2} \cdot b \cdot (x - h) \cdot f_{cd}$$

- Força de compressió total:

$$N_c = -N_{c1} + N_{c2}$$

- Fórmula 8: correspon al moment total de compressió del formigó pel domini 5. En aquest cas el moment es dividirà en dos:

- Moment de compressió que correspon a tota la profunditat de l'eix neutre:

$$M_{c1} = N_{c1} \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda_{c1} \cdot x \right)$$

- Moment de compressió que correspon a la zona que està fora de la secció:

$$M_{c2} = N_{c2} \cdot \left(\frac{h}{2} + \lambda_{c2} \cdot (x - h) \right)$$

- Moment de compressió total:

$$M_c = \pm M_{c1} + M_{c2}$$

- Fórmula 9: correspon al valor adimensional de la força axial total:

$$\nu = \frac{N_T}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$

- Fórmula 10: correspon al valor adimensional del moment total:

$$\mu = \frac{M_T}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}$$

3.4.2 Equacions d'equilibri per secció rectangular amb armadura no simètrica repartida en dues cares

La secció a la qual resoldrem les equacions és la següent:

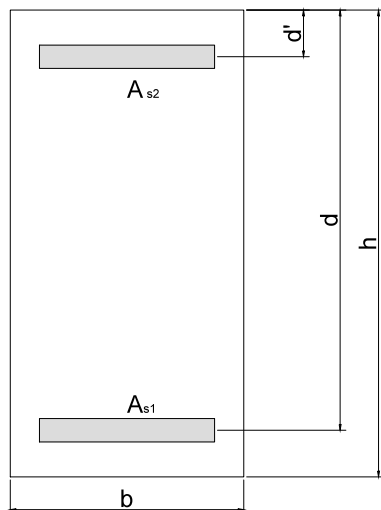


Figura 4. Secció estudiada.

Primerament per cada domini obtindrem les relacions adimensionals de deformació per l'acer i el formigó.

A continuació, exposarem una taula amb les deformacions pels dominis 1, 2, 3, 4 i 4a:

Domini	ϵ_{s1}	ϵ_{s2}	ϵ_c
1	0,01	$\epsilon_{s1} \cdot \left(\frac{\delta - \xi}{1 - \xi} \right)$	0
2	0,01	$\epsilon_{s1} \cdot \left(\frac{\delta - \xi}{1 - \xi} \right)$	$-\epsilon_{s1} \cdot \left(\frac{\xi}{1 - \xi} \right)$
3	$ \epsilon_c \cdot \left(\frac{1 - \xi}{\xi} \right)$	$\epsilon_c \cdot \left(\frac{\xi - \delta}{\xi} \right)$	-0,0035
4	$ \epsilon_c \cdot \left(\frac{1 - \xi}{\xi} \right)$	$\epsilon_c \cdot \left(\frac{\xi - \delta}{\xi} \right)$	-0,0035
4a	$\epsilon_c \cdot \left(\frac{\xi - 1}{\xi} \right)$	$\epsilon_c \cdot \left(\frac{\xi - \delta}{\xi} \right)$	-0,0035

Al domini 5, a causa de que la línia neutra surt fora de la secció de formigó, apareixeran dos valors de la deformació de compressió del formigó:

Domini	ϵ_{s1}	ϵ_{s2}	ϵ_{c1}	ϵ_{c2}
5	$\epsilon_{punt\ c} \cdot \left(\frac{\xi - 1}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$	$\epsilon_{punt\ c} \cdot \left(\frac{\xi - \delta}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$	$\epsilon_{punt\ c} \cdot \left(\frac{\xi}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$	$\epsilon_{punt\ c} \cdot \left(\frac{\xi - \frac{h}{d}}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$

Un cop obtenim els valors de deformació de l'acer, procedirem a obtenir els de tensions amb la fórmula 2 i seguidament els valors de la força amb la fórmula 3.

Pels dominis 2, 3, 4, 4a, un cop obtenim el valor de deformació del formigó, obtindrem els valors del coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó (λ) utilitzant les fórmules 4 i 5. Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força de compressió del formigó amb la fórmula 6.

Pel domini 5 un cop obtenim els dos valors de les deformacions del formigó, obtindrem amb les fórmules 4 i 5 els valors de ψ i λ respectivament. Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força total de compressió del formigó amb la fórmula 7. Amb els valors de λ i de x procedirem a obtenir el moment total de compressió del formigó amb la fórmula 8.

Un cop obtingudes totes les forces procedirem a realitzar un sumatori de forces i moment, respecte al centre de la peça, per obtenir els valors totals respectivament.

A continuació exposarem els valors per cada domini:

- Domini 1:

$$\begin{cases} N_{s1} + N_{s2} = -N_T \\ N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) - N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) = M_T \end{cases}$$

- Domini 2:

$$\begin{cases} N_{s1} \pm N_{s2} - N_c = -N_T \\ N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) \pm N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T \end{cases}$$

- Domini 3:

$$\begin{cases} N_{s1} - N_{s2} - N_c = -N_T \\ N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T \end{cases}$$

- Domini 4:

$$\begin{cases} N_{s1} - N_{s2} - N_c = -N_T \\ N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T \end{cases}$$

- Domini 4a:

$$\begin{cases} -N_{s1} - N_{s2} - N_c = -N_T \\ -N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T \end{cases}$$

- Domini 5:

$$\begin{cases} -N_{s1} - N_{s2} - N_c = -N_T \\ -N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \pm M_c = M_T \end{cases}$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

Per més informació sobre l'obtenció de les fórmules d'aquest diagrama consultar l'annex A.3.2. *Equacions d'equilibri per secció rectangular amb armadura no simètrica repartida en dues cares.*

3.4.3 Equacions d'equilibri per secció rectangular amb armadures, no simètriques respecte les dues cares oposades, de barres circulars a les quatre cares.

La secció a la qual resoldrem les equacions és la següent:

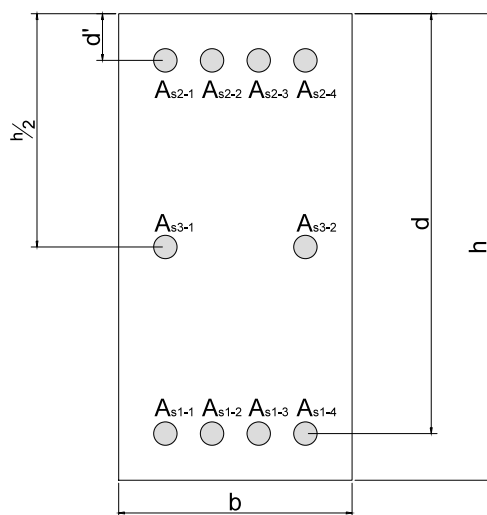


Figura 5. Secció estudiada.

En aquest cas la fórmula de la força tindrà una petita variació respecte a l'apartat de consideracions prèvies, el valor de l'armadura dependrà del diàmetre de les barres i del nombre de barres:

$$N_s = \sigma_s \cdot A_s \rightarrow \text{on: } A_s = \sum A_i = \sum \pi \cdot \frac{\phi^2}{4}$$

Com en el cas anterior, per cada domini obtindrem les relacions adimensionals de deformació per l'acer i el formigó.

A continuació, exposarem una taula amb les deformacions pels dominis 1, 2, 3, 4 i 4a:

Domini	ϵ_{s1}	ϵ_{s2}	ϵ_{s3}	ϵ_c
1	0,01	$\epsilon_{s1} \cdot \left(\frac{\delta - \xi}{1 - \xi} \right)$	$\epsilon_{s1} \cdot \left(\frac{\frac{h}{2 \cdot d} - \xi}{1 - \xi} \right)$	0
2	0,01	$\epsilon_{s1} \cdot \left(\frac{\delta - \xi}{1 - \xi} \right)$	$\epsilon_{s1} \cdot \left(\frac{\frac{h}{2 \cdot d} - \xi}{1 - \xi} \right)$	$-\epsilon_{s1} \cdot \left(\frac{\xi}{1 - \xi} \right)$
3	$ \epsilon_c \cdot \left(\frac{1 - \xi}{\xi} \right)$	$\epsilon_c \cdot \left(\frac{\xi - \delta}{\xi} \right)$	$ \epsilon_c \cdot \left(\frac{\frac{h}{2 \cdot d} - \xi}{\xi} \right)$	-0,0035
4	$ \epsilon_c \cdot \left(\frac{1 - \xi}{\xi} \right)$	$\epsilon_c \cdot \left(\frac{\xi - \delta}{\xi} \right)$	$\epsilon_c \cdot \left(\frac{\xi - \frac{h}{2 \cdot d}}{\xi} \right)$	-0,0035
4a	$\epsilon_c \cdot \left(\frac{\xi - 1}{\xi} \right)$	$\epsilon_c \cdot \left(\frac{\xi - \delta}{\xi} \right)$	$\epsilon_c \cdot \left(\frac{\xi - \frac{h}{2 \cdot d}}{\xi} \right)$	-0,0035

Al domini 5, a causa de que la línia neutra surt fora de la secció de formigó, apareixeran dos valors de la deformació de compressió del formigó:

Domini	ϵ_{s1}	ϵ_{s2}	ϵ_{s3}	ϵ_{c1}	ϵ_{c2}
5	$\epsilon_{punt C} \cdot \left(\frac{\xi - 1}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$	$\epsilon_{punt C} \cdot \left(\frac{\xi - \delta}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$	$\epsilon_{punt C} \cdot \left(\frac{\xi - \frac{h}{2 \cdot d}}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$	$\epsilon_{punt C} \cdot \left(\frac{\xi}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$	$\epsilon_{punt C} \cdot \left(\frac{\xi - \frac{h}{d}}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$

Un cop obtenim els valors de deformació de l'acer, procedirem a obtenir els de tensions amb la fórmula 2 i seguidament els valors de la força amb la fórmula 3.

Pels dominis 2, 3, 4, 4a, un cop obtenim el valor de deformació del formigó, obtindrem els valors del coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó (λ) utilitzant les fórmules 4 i 5. Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força de compressió del formigó amb la fórmula 6.

Per el domini 5 un cop obtenim els dos valors de les deformacions del formigó, obtindrem amb les fórmules 4 i 5 els valors de ψ i λ respectivament. Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força total de compressió del formigó amb la fórmula 7. Amb els valors de λ i de x procedirem a obtenir el moment total de compressió del formigó amb la fórmula 8.

Un cop obtingudes totes les forces procedirem a realitzar un sumatori de forces i moment, respecte al centre de la peça, per obtenir els valors totals respectivament. A continuació exposarem els valors per cada domini:

- Domini 1:

$$\begin{cases} N_{s1} + N_{s2} + N_{s3} = -N_T \\ N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) - N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) = M_T \end{cases}$$

- Domini 2:

$$\begin{cases} N_{s1} \pm N_{s2} + N_{s3} - N_c = -N_T \\ N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) \pm N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T \end{cases}$$

- Domini 3:

$$\begin{cases} N_{s1} - N_{s2} \pm N_{s3} - N_c = -N_T \\ N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T \end{cases}$$

- Domini 4:

$$\begin{cases} N_{s1} - N_{s2} - N_{s3} - N_c = -N_T \\ N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T \end{cases}$$

- Domini 4a:

$$\begin{cases} -N_{s1} - N_{s2} - N_{s3} - N_c = -N_T \\ -N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T \end{cases}$$

- Domini 5:

$$\begin{cases} -N_{s1} - N_{s2} - N_{s3} - N_c = -N_T \\ -N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \pm M_c = M_T \end{cases}$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

Per més informació sobre l'obtenció de les fórmules d'aquest diagrama consultar l'annex A.3.3. *Equacions d'equilibri per secció rectangular amb armadures, no simètriques respecte les dues cares oposades, de barres circulars a les quatre cares.*

3.4.4 Equacions d'equilibri per secció rectangular amb armadures, no simètriques en dues cares oposades, a les quatre cares.

La secció a la qual resoldrem les equacions d'equilibri és la següent:

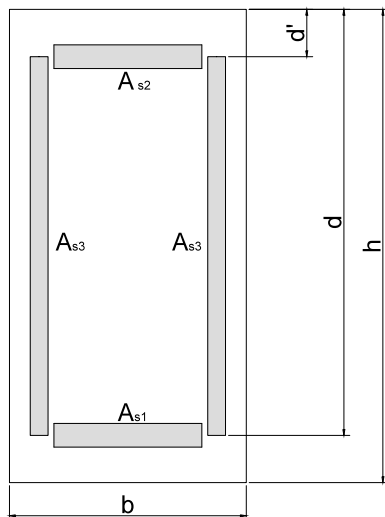


Figura 6. Secció estudiada.

La resolució d'aquest cas serà quasi idèntica al primer cas estudiat. Amb la diferència que tindrem una força distribuïda originada per l'armadura 3. Aquesta força podrà ser: de tracció pura, de compressió pura o una combinació de les dues. El valor total que exercirà la força de tracció l'anomenarem N_{s4} i el total per la força de compressió és el N_{s3} .

Per cada domini obtindrem les relacions adimensionals de deformació per l'acer i el formigó, a continuació exposarem un taula amb les deformacions pels dominis 1, 2, 3, 4 i 4a:

Domini	ϵ_{s1}	ϵ_{s2}	ϵ_c
1	0,01	$\epsilon_{s1} \cdot \left(\frac{\delta - \xi}{1 - \xi} \right)$	0
2	0,01	$\epsilon_{s1} \cdot \left(\frac{\delta - \xi}{1 - \xi} \right)$	$-\epsilon_{s1} \cdot \left(\frac{\xi}{1 - \xi} \right)$
3	$ \epsilon_c \cdot \left(\frac{1 - \xi}{\xi} \right)$	$\epsilon_c \cdot \left(\frac{\xi - \delta}{\xi} \right)$	-0,0035
4	$ \epsilon_c \cdot \left(\frac{1 - \xi}{\xi} \right)$	$\epsilon_c \cdot \left(\frac{\xi - \delta}{\xi} \right)$	-0,0035
4a	$\epsilon_c \cdot \left(\frac{\xi - 1}{\xi} \right)$	$\epsilon_c \cdot \left(\frac{\xi - \delta}{\xi} \right)$	-0,0035

Al domini 5, a causa de que la línia neutra surt fora de la secció de formigó, apareixeran dos valors de la deformació de compressió del formigó:

Domini	ϵ_{s1}	ϵ_{s2}	ϵ_{c1}	ϵ_{c2}
5	$\epsilon_{punt\ c} \cdot \left(\frac{\xi - 1}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$	$\epsilon_{punt\ c} \cdot \left(\frac{\xi - \delta}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$	$\epsilon_{punt\ c} \cdot \left(\frac{\xi}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$	$\epsilon_{punt\ c} \cdot \left(\frac{\xi - \frac{h}{d}}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$

Un cop obtenim els valors de deformació de l'acer, procedirem a obtenir els de tensions amb la fórmula 2 i seguidament els valors de la força amb la fórmula 3.

Pels dominis 2, 3, 4, 4a un cop obtenim el valor de deformació del formigó, obtindrem els valors del coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó (λ) utilitzant les fórmules 4 i 5. Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força de compressió del formigó amb la fórmula 6.

Pel domini 5 un cop obtenim els dos valors de les deformacions del formigó, obtindrem amb les fórmules 4 i 5 els valors de ψ i λ respectivament. Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força total de compressió del formigó amb la fórmula 7. Amb els valors de λ i de x procedirem a obtenir el moment total de compressió del formigó amb la fórmula 8.

Les forces distribuïdes N_{s3} i N_{s4} dependran de l'àrea de tensió que tindrem a cada domini, que aniran relacionats amb el valor de la profunditat de l'eix neutre (x) o de ξ . A causa de la complexitat de generar aquests valors i els seus respectius moments, en aquest apartat exposarem els valor genèrics de N_{s3} - N_{s4} i M_{s3} - M_{s4} . A l'annex de metodologia aquests valors els trobarem degudament explicats per cada domini.

Un cop obtingudes totes les forces procedirem a realitzar un sumatori de forces i moment, respecte al centre de la peça, per obtenir els valors totals respectivament. A continuació exposarem els valors per cada domini:

- Domini 1:

$$\begin{cases} N_{s1} + N_{s2} + N_{s4} = -N_T \\ N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right) - N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d' \right) \pm M_{s4} = M_T \end{cases}$$

- Domini 2:

$$\begin{cases} N_{s1} \pm N_{s2} - N_{s3} + N_{s4} + -N_c = -N_T \\ N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right) \pm N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d' \right) + M_{s3} + M_{s4} + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x \right) = M_T \end{cases}$$

- Domini 3:

$$\begin{cases} N_{s1} - N_{s2} - N_{s3} + N_{s4} - N_c = -N_T \\ N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d' \right) + M_{s3} + M_{s4} + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x \right) = M_T \end{cases}$$

- Domini 4:

$$\begin{cases} N_{s1} - N_{s2} - N_{s3} + N_{s4} - N_c = -N_T \\ N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + M_{s3} + M_{s4} + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T \end{cases}$$

- Domini 4a:

$$\begin{cases} N_{s1} - N_{s2} - N_{s3} - N_c = -N_T \\ N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + M_{s3} + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T \end{cases}$$

- Domini 5:

$$\begin{cases} N_{s1} - N_{s2} - N_{s3} - N_c = -N_T \\ N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + M_{s3} \pm M_c = M_T \end{cases}$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

Per més informació sobre l'obtenció de les fórmules d'aquest diagrama consultar l'annex A.3.4. *Equacions d'equilibri per secció rectangular amb armadures, no simètriques en dues cares oposades, a les quatre cares.*

3.5 Comprovació a resistència a tallant

3.5.1 Equacions d'equilibri de resistència de la secció al tallant

La secció resistirà el tallant si es compleix:

$$V_{rd} \leq V_{u1} \text{ i } V_{rd} \leq V_{u2}$$

on:

- V_{u1} : és el valor d'esgotament per compressió obliqua de l'ànima;
- V_{u2} : és el valor d'esgotament per tracció de l'ànima;
- V_{rd} : és el tallant mesurat.

El tallant mesurat s'obté del següent sumatori:

$$V_{rd} = V_d + V_{pd} + V_{cd}$$

- V_d : és el tallant de càlcul.
- V_{pd} : és el tallant de pretesat.
- V_{cd} : és el tallant de secció variable.

El valor d'esgotament per compressió obliqua de l'ànima (V_{u1}) l'obtenim de la següent fórmula:

$$V_{u1} = 0,6 \cdot f_{c,d} \cdot b_o \cdot d \cdot k \cdot \frac{\cotg(\beta) + \cotg(\alpha)}{1 + \cotg^2(\beta)}$$

on:

- $f_{c,d}$: és la resistència de càlcul del formigó;
- b_o : és l'amplada de la secció.
- k : és el coeficient de reducció d'esforç axial.
- β : és l'angle d'obertura de les esquerdes.
- α : és l'angle d'inclinació de les armadures.

El valor d'esgotament per tracció de l'ànima (V_{u2}) sense armadura de tallant, val:

$$V_{u2} = V_{cu} = (f_{cv} + 0,15 \cdot \sigma'_{cd}) \cdot b_o \cdot d$$

on:

- V_{cu} : és la contribució del formigó a la resistència a tallant;
- σ'_{cd} : és la tensió de compressió axial efectiva;
- f_{cv} : és la resistència virtual del formigó;
- b_o : és l'amplada de la secció;
- d : és el cantell útil de la secció.

La resistència virtual del formigó, val:

$$f_{cv} = \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

Tindrem un valor mínim de:

$$f_{cv} = \frac{0,075}{\gamma_c} \cdot \xi^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}}$$

En el cas que la nostra secció sense armadura de tallant no compleix la condició de:

$$V_{rd} \leq V_{u2} = V_{cu}$$

Necessitarem ampliar el cantell útil, l'amplada o l'armadura longitudinal fins que compleixi. Si això no és possible, necessitarem incorporar armadura de tallant.

El valor d'esgotament per tracció de l'ànima (V_{u2}) amb armadura de tallant, val:

$$V_{u2} = V_{cu} + V_{su}$$

on:

- V_{cu} : és la contribució del formigó a la resistència a tallant;
- V_{su} : és la contribució de l'armadura transversal a la resistència de tallant.

La contribució de l'armadura transversal a la resistència de tallant s'obté amb la següent fórmula:

$$V_{su} = z \cdot \sin(\alpha) \cdot (\cot g(\alpha) + \cot g(\beta)) \cdot \sum A_{\alpha} \cdot f_{y\alpha,d}$$

La contribució del formigó a la resistència a tallant utilitzarem la mateixa fórmula que en el cas anterior. La resistència virtual de tallant en aquest cas patirà una petita modificació i valdrà:

$$f_{cv} = \frac{0,15}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

En aquest també haurà de complir el valor mínim establert en el cas anterior.

Un cop la secció aguantí el tallant, s'ha de comprovar si la distància entre cercles és la correcta. Ha de complir els següents requeriments:

- Separació mínima:

$$V_{rd} \leq 0,2 \cdot V_{u1} \rightarrow s_t \leq 0,75 \cdot d \cdot (1 + \cot g(\alpha)) \leq 600 \text{ mm}$$

$$0,2 \cdot V_{u1} \leq V_{rd} \leq 0,67 \cdot V_{u1} \rightarrow s_t \leq 0,60 \cdot d \cdot (1 + \cot g(\alpha)) \leq 450 \text{ mm}$$

$$0,67 \cdot V_{u1} \leq V_{rd} \rightarrow s_t \leq 0,3 \cdot d \cdot (1 + \cot g(\alpha)) \leq 300 \text{ mm}$$

- Quantia mínima:

$$\sum \frac{A_{\alpha} \cdot f_{y\alpha,d}}{\sin(\alpha)} \geq \frac{f_{ct,m}}{7,5} \cdot b_o$$

Per més informació de les fórmules utilitzades en aquest apartat consultar l'annex A.4.1.
Equacions d'equilibri de resistència d'una secció al tallant.

3.5.2 Equacions d'equilibri d'obtenció de la distància entre cercles

Si tenim una secció de formigó sotmesa a un tallant, podem obtenir la distància òptima entre cercles perquè pugui suportar-lo. El tallant mesurat no haurà de superar el valor de V_{u1} . Considerarem que:

$$V_{u2} = V_{rd}$$

A continuació, obtindrem el valor de la contribució del formigó a la resistència a tallant amb armadura de tallant:

$$V_{cu} = (f_{cv} + 0,15 \cdot \sigma'_{cd}) \cdot b_o \cdot d$$

Tenint en compte que la resistència virtual val:

$$f_{cv} = \frac{0,15}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

I ha de ser igual o superior al valor mínim.

Amb el valor de la contribució del formigó a la resistència a tallant amb armadura de tallant obtingut, podem obtenir el valor de la contribució de l'armadura transversal a la resistència de tallant i posteriorment la distància entre cercles:

$$V_{su} = V_{u2} - V_{cu}$$
$$s_t = \frac{z \cdot \sin(\alpha) \cdot (\cot g(\alpha) + \cot g(\beta)) \cdot A_{\alpha,p} \cdot f_{y\alpha,d}}{V_{su}}$$

Un cop obtingut el primer valor de distància, procedirem a obtenir el segon i tercer valor mitjançant la separació mínima i per la quantia mínima:

- Separació mínima:

$$V_{rd} \leq 0,2 \cdot V_{u1} \rightarrow s_t \leq 0,75 \cdot d \cdot (1 + \cot g(\alpha)) \leq 600 \text{ mm}$$

$$0,2 \cdot V_{u1} \leq V_{rd} \leq 0,67 \cdot V_{u1} \rightarrow s_t \leq 0,60 \cdot d \cdot (1 + \cot g(\alpha)) \leq 450 \text{ mm}$$

$$0,67 \cdot V_{u1} \leq V_{rd} \rightarrow s_t \leq 0,3 \cdot d \cdot (1 + \cot g(\alpha)) \leq 300 \text{ mm}$$

- Quantia mínima:

$$s_t = \frac{7,5 \cdot A_{\alpha,p} \cdot f_{y\alpha,d}}{\sin(\alpha) \cdot f_{ct,m} \cdot b_o}$$

Un cop obtinguem els tres valors de separació entre cercles, escollirem el valor més petit de tots tres.

Per més informació de les fórmules utilitzades en aquest apartat consultar l'annex A.4.2.
Equacions d'equilibri d'obtenció de la distancia entre cercles.

4. MANUAL D'ÚS

Aquest manual d'ús serà una explicació de com utilitzar correctament el programa per cada mètode desenvolupat.

L'esquema general que presentarà el programa és:

- Partim d'una primera secció on haurem d'introduir les mides de la nostra secció estudiada i introduir o comprovar si són correctes els diferents coeficients utilitzats per generar els diferents mètodes.
- La segona secció correspon a les taules de càlcul, que un cop introduïdes totes les dades, generar tots els valors necessaris per generar les gràfiques o els resultats.
- La tercera secció correspondrà als gràfics generats o als resultats obtinguts.

Per més informació de les taules desenvolupades consultar l'annex *B Manual d'ús*.

5. VERIFICACIÓ DE RESULTATS

5.1 Exemples mitjançant el diagrama de flexió per una secció rectangular

5.1.1 Exemple 1:

A continuació buscarem les armadures per una secció rectangular mitjançant el diagrama de flexió adimensional proporcionat per el llibre basat en la normativa actuals de la Instrucció EHE (Instrucció de formigó estructural) i el diagrama de flexió adimensional proporcionat pel programa desenvolupat i les compararem. La secció rectangular és com el de la figura 4 i està sotmesa a un moment de càlcul de 350 KN·m. La secció te les següents mides:

- Base (b) = 300 mm;
- Alçada (h) = 500 mm;
- Recobriment de 30 mm per les dues armadures.

Els materials a utilitzar són:

- Formigó HA-25: $f_{ck} = 25$ MPa;
- Acer B500S: $f_{yd} = 500$ MPa
- Resolució segons el diagrama proporcionat per el llibre *Hormigón Armado – Jiménez Montoya*:

Sabent que el moment reduït val 0,317, l'entrarem a la gràfica i obtindrem les quanties mecàniques:

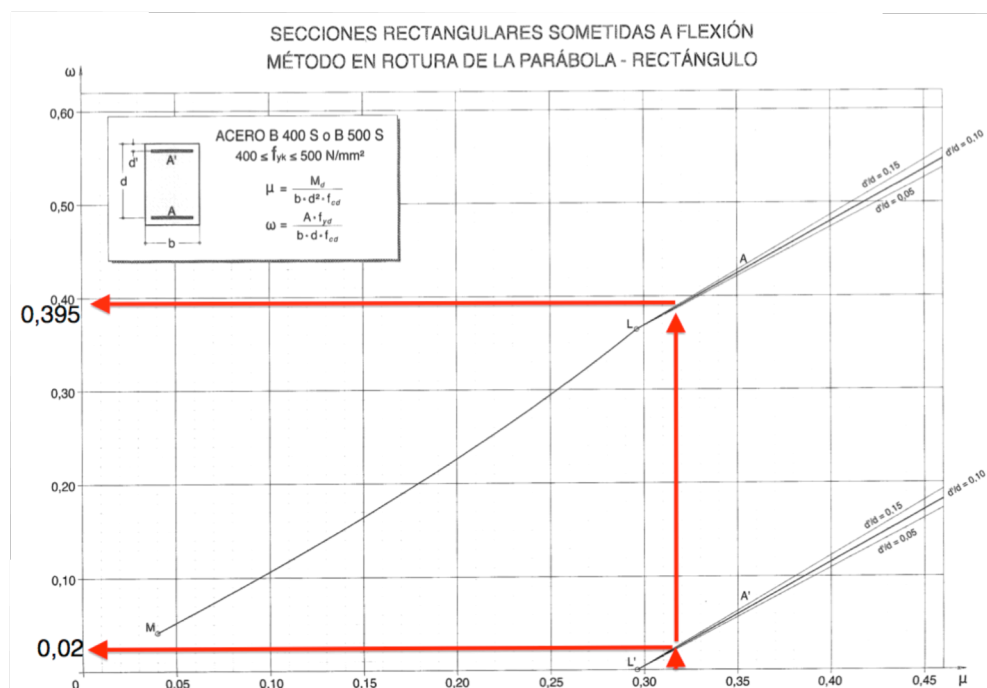


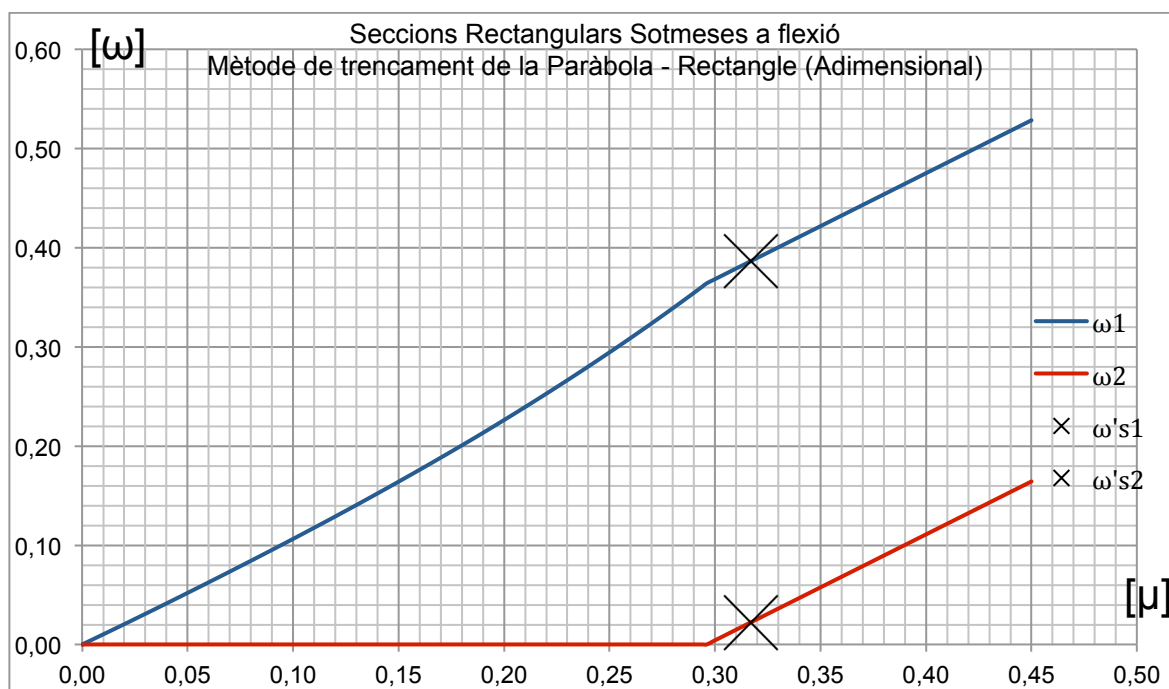
Figura 7. Valors resultants del diagrama de flexió segons el llibre *Hormigón Armado – Jiménez Montoya*.

Els valors de les quanties mecàniques i de les àrees, valen:

$$\begin{cases} \omega \approx 0,395 \rightarrow A = 2135,31 \text{ mm}^2 \\ \omega' \approx 0,02 \rightarrow A' = 108,11 \text{ mm}^2 \end{cases}$$

- Resolució segons la taula proporcionada per el programa:

En el programa imposarem un valor límit de 0,45 de ξ , per poder comparar els resultats:



Gràfic 1. Gràfica de flexió resultant per l'exemple 1.

Amb uns valors de:

- Quantia mecànica de tracció (ω) de 0,3865;
- Armadura de tracció de 2088,9873 mm²;
- Quantia mecànica de compressió (ω') de 0,0222;
- Armadura de compressió de 120,023 mm².

Els valors obtinguts mitjançant els dos casos són molt semblants. Les diferències obtingudes venen originades per la gràfica del llibre basat en la normativa ja que alhora de assignar un valor de moment reduït o quantia mecànica acabarem cometent errors.

5.1.2 Exemple 2:

A continuació compararem els diagrames de flexió dimensional mitjançant el mètode rectangular i el mètode paràbola-rectangle. La secció rectangular és com el de la figura 4 i està sotmesa a un moment de càlcul de 150 kN·m. La secció té les següents mides:

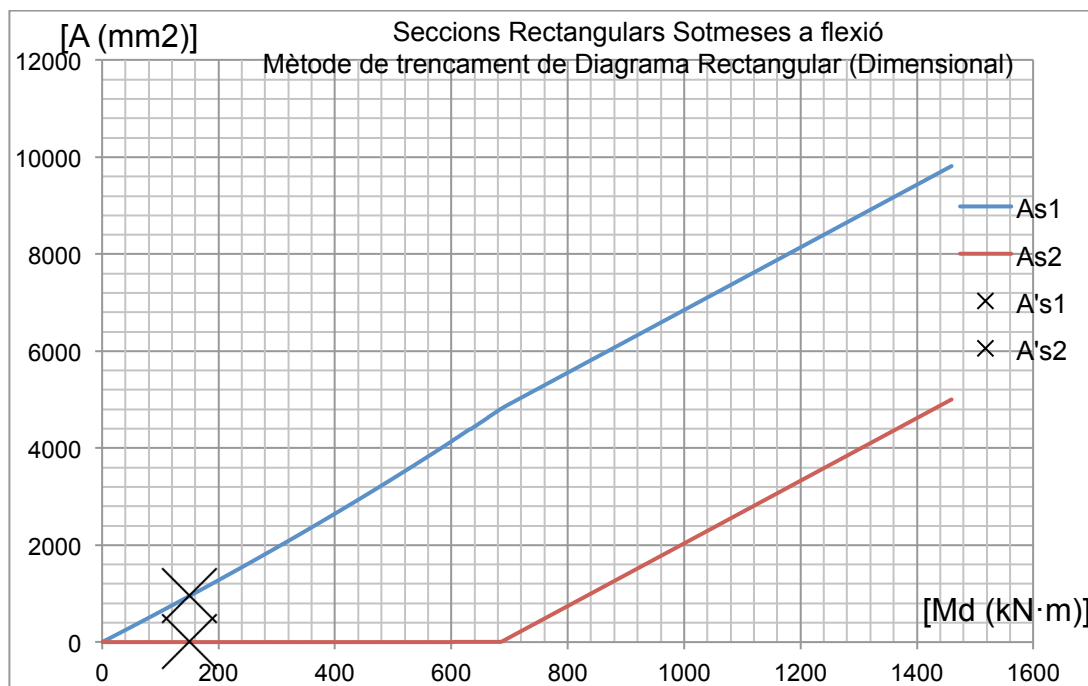
- Base (b) = 500 mm;
- Alçada (h) = 500 mm;
- Recobriment de 35 mm per l'armadura de tracció i 20 per la de compressió.

Els materials a utilitzar són:

- Formigó HA-25: $f_{ck} = 45$ MPa;
- Acer B500S: $f_{yd} = 400$ MPa.

En el programa imposarem un valor límit de 0,3 per la ξ .

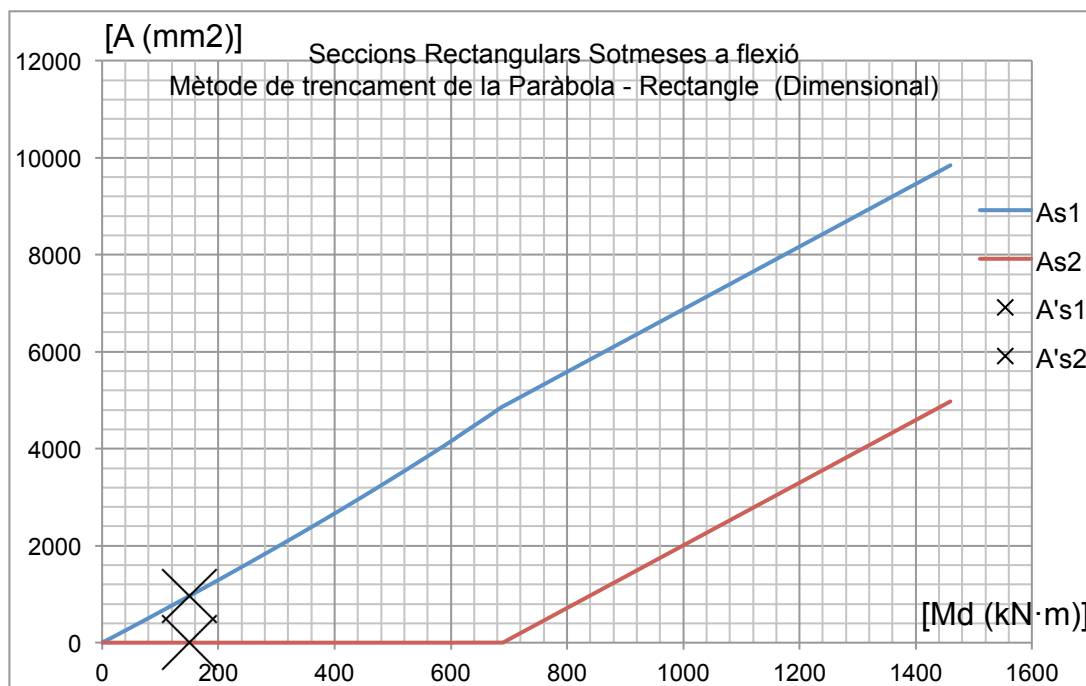
El gràfic resultant mitjançant el diagrama rectangular:



Gràfic 2. Gràfica de flexió resultant de l'exemple 2 per el mètode Rectangular.

Amb un valor per l'armadura de tracció de 949,9182 mm².

El gràfic resultant mitjançant el diagrama paràbola-rectangle:



Gràfic 3. Gràfic resultant de l'exemple 2 per el mètode paràbola-rectangle

Amb un valor per l'armadura de tracció de $962,3689 \text{ mm}^2$.

5.1.3 Exemple 3:

A continuació compararem els diagrames de flexió adimensional mitjançant el mètode rectangular i el mètode paràbola-rectangle. I compararem les diferències per veure si son inferiors a 1,5%. Determinarem les armadures per una secció rectangular com la figura 4 sotmesa a un moment de càlcul de $1250 \text{ kN}\cdot\text{m}$. La secció te les següents mides:

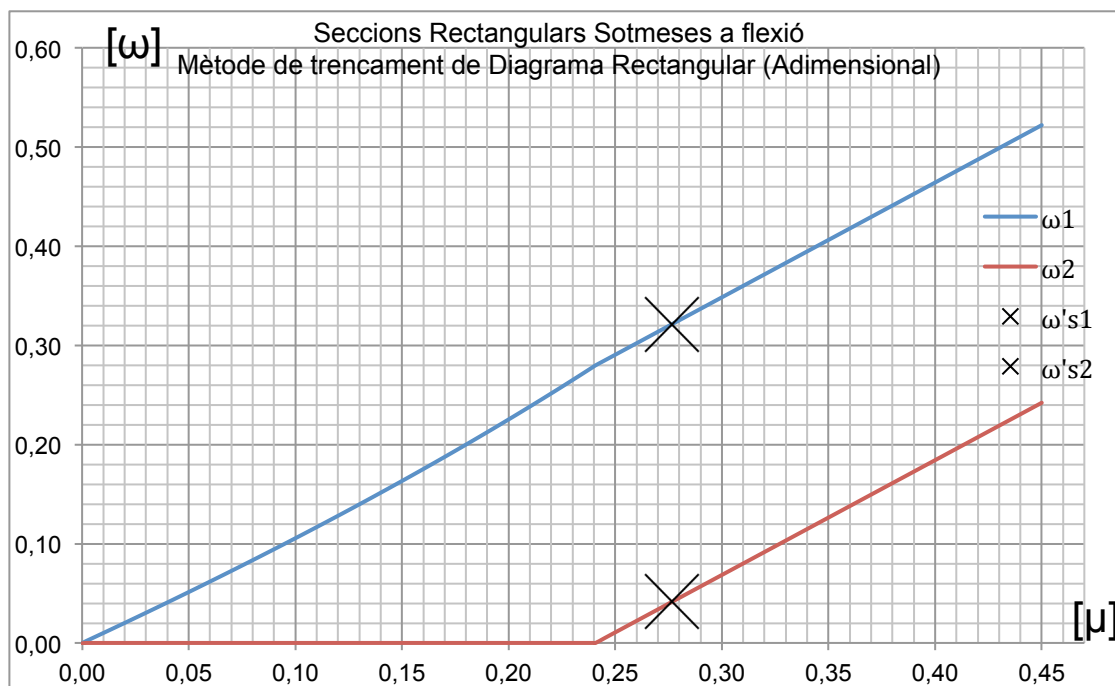
- $b = 1000 \text{ mm}$;
- $h = 500 \text{ mm}$;
- Recobriment de 60 mm per les dues armadures.

Els materials a utilitzar són:

- Formigó HA-35: $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$;
- Acer B400S: $f_{yd} = 400 \text{ MPa}$;

En el programa imposarem un valor límit de $0,35$ per ξ .

El gràfic resultant mitjançant el diagrama rectangular:

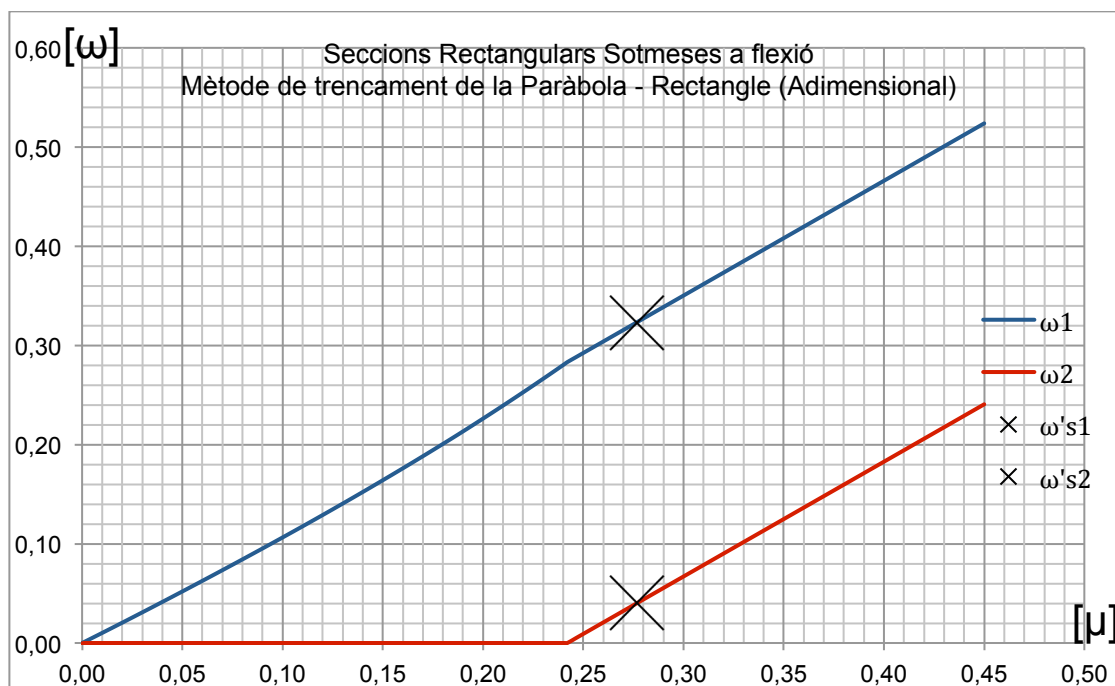


Gràfic 4. Gràfic resultant de l'exemple 3 per el mètode rectangular.

Amb uns valors de:

- Quantia mecànica de tracció (ω) de 0,3216;
- Armadura de tracció de 9492,0354 mm²;
- Quantia mecànica de compressió (ω') de 0,0416;
- Armadura de compressió de 1227,3688 mm²

El gràfic resultant mitjançant el diagrama paràbola-rectangle:

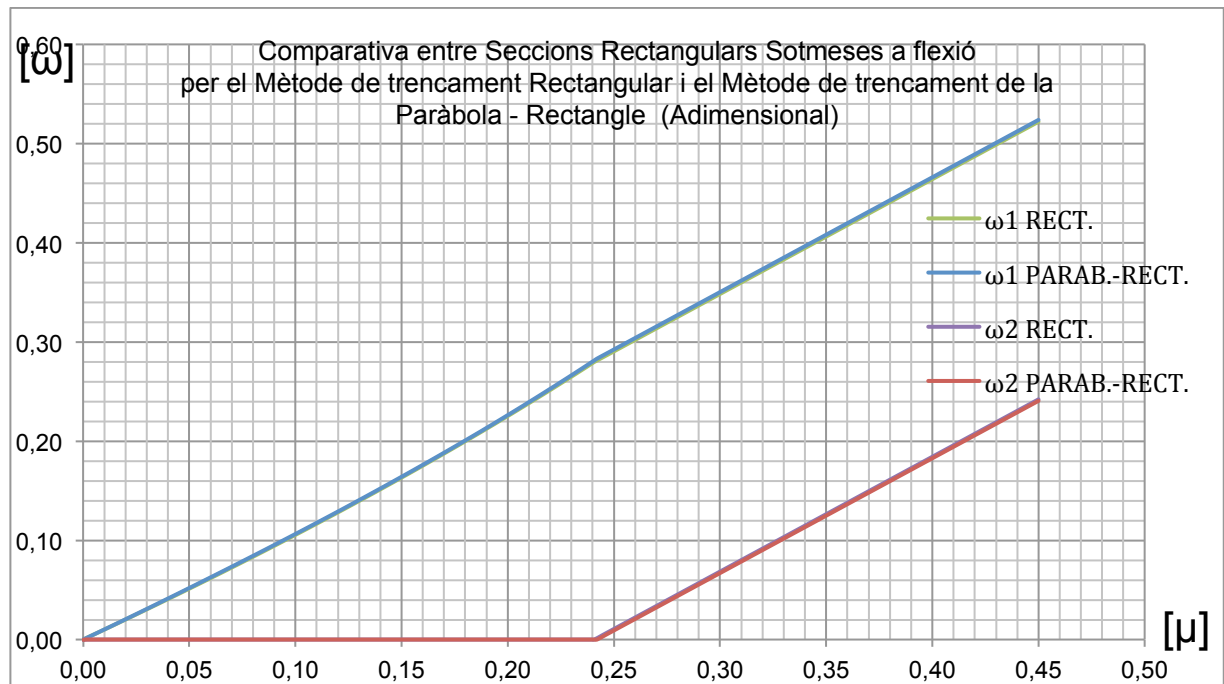


Gràfic 5. Gràfic resultant de l'exemple 3 per el mètode paràbola-rectangle.

Amb uns valors de:

- Quantia mecànica de tracció (ω) de 0,3234;
- Armadura de tracció de 9546,5636 mm²;
- Quantia mecànica de compressió (ω') de 0,0401;
- Armadura de tracció de 1183,5080 mm².

La gràfica comparativa entre els dos mètodes:



Gràfic 6. Gràfica comparatiu dels resultats de l'exemple 3.

Amb la gràfica comparativa és pot observar que entre un mètode i l'altre no hi ha una diferència molt significativa.

Efectivament els valors obtinguts entre un cas i l'altre no són superior al 1,5%.

5.2 Exemples mitjançant el diagrama d'interacció per diferents seccions.

5.2.1 Exemple 1:

A continuació comprovarem si una secció aguanta l'esforç normal i un moment mitjançant el diagrama d'interacció proporcionat per el llibre basat en la normativa actuals de la Instrucció EHE (Instrucció de formigó estructural) i el proporcionat pel programa desenvolupat i les compararem. Determinarem si una secció rectangular com el de la figura 5 sotmesa a un moment de càlcul de 365 KN·m i un axial de 900 KN les podrà aguantar. La secció té les següents mides:

- $b = 400 \text{ mm}^2$;
- $h = 550 \text{ mm}^2$;
- Totes les armadures circulars tenen un diàmetre de 20 mm.
- Recobriment de 20 per les dues armadures.

Els materials a utilitzar són:

- Formigó HA-25: $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$;
- Acer B400S: $f_{yd} = 400 \text{ MPa}$;

- Resolució segons el diagrama proporcionat per el llibre *Hormigón Armado – Jiménez Montoya*:

Sabent que tenim un moment reduït de 0,1809, un axial reduït de 0,246, una quantia mecànica de 0,24 i un recobriment relatiu de 0,036 podem saber si la nostra secció aguanta aquesta combinació. Ja que no tenim cap taula amb aquest valor, agafarem el diagrama amb un recobriment relatiu més pròxim, en aquest cas val 0,05:

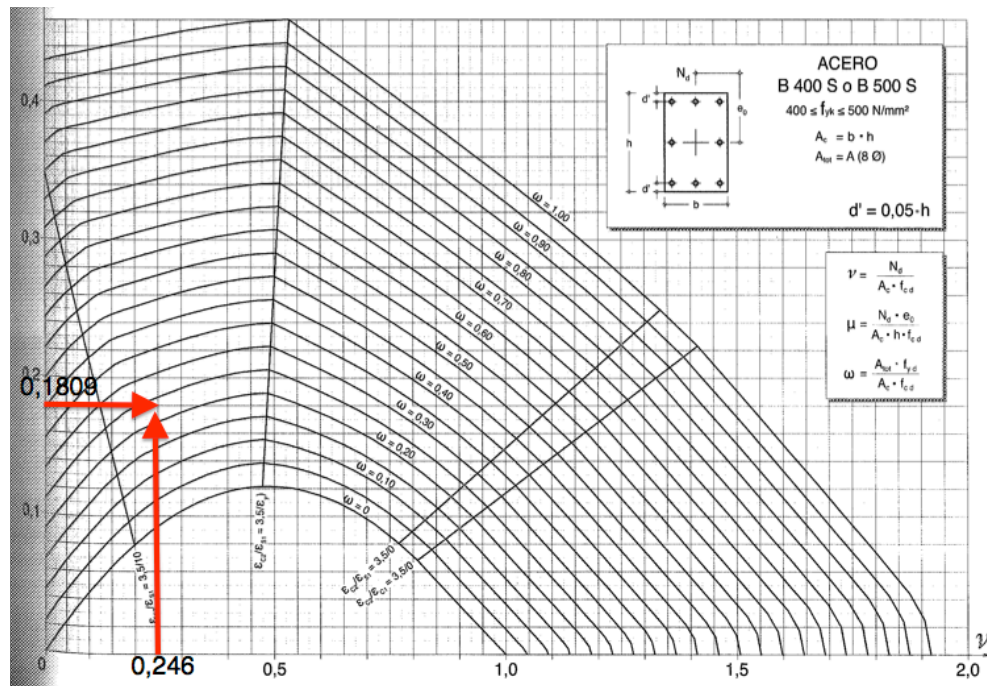


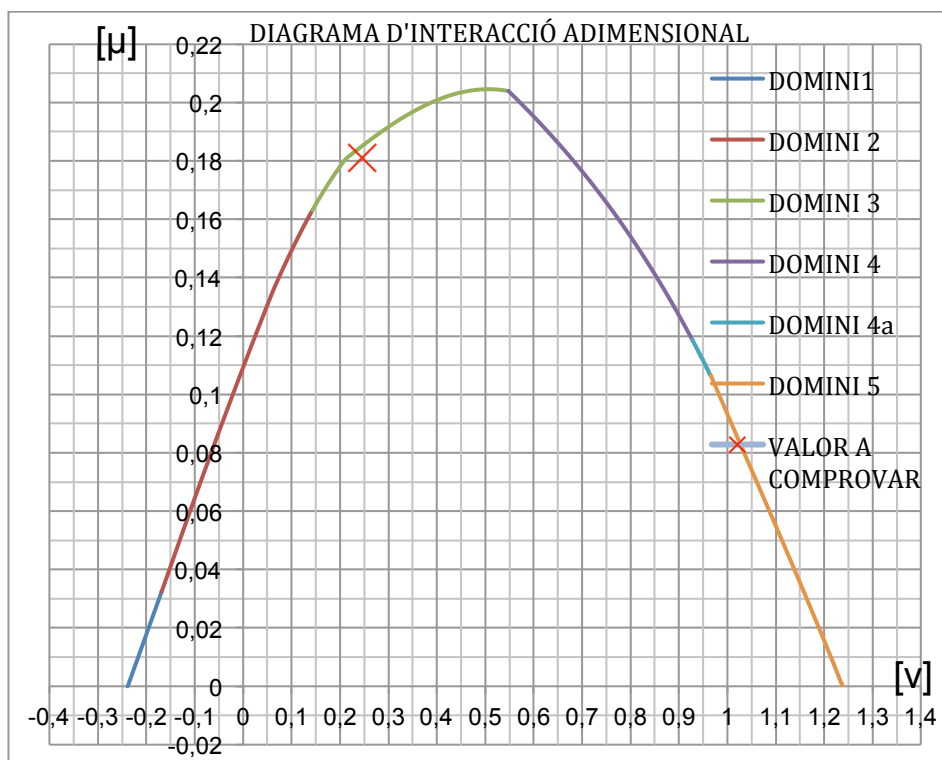
Figura 8. Valors resultants del diagrama de flexió segons el llibre *Hormigón Armado – Jiménez Montoya*.

A causa de que el gràfic no està exposat una quantia mecànica de 0,24 i tampoc compleix el recobriment relatiu de 0,05, es fa difícil saber si la nostra secció aguantaria aquesta combinació de moment i força axial.

- Resolució segons la taula proporcionada per el programa:

Per poder comparar els diagrames, utilitzarem només 8 barres circulars (3 a la part superior, 2 al centre i 3 a la part inferior).

La gràfica generada és:



Gràfic 7. Gràfic d'interacció resultant per l'exemple 1.

Amb el gràfic d'interacció generat per el programa s'observa que la nostra secció aguanta, per poc, el moment i la força axial aplicats.

5.2.2 Exemple 2:

A continuació comprovarem, mitjançant el programa, si el diagrama d'interacció varia entre tenir una força puntual al centre de la secció com a la figura 5 o una força distribuïda com a la figura 6. La secció ha de suportar un moment de 100 kN·m i una força axial de 2500 kN.

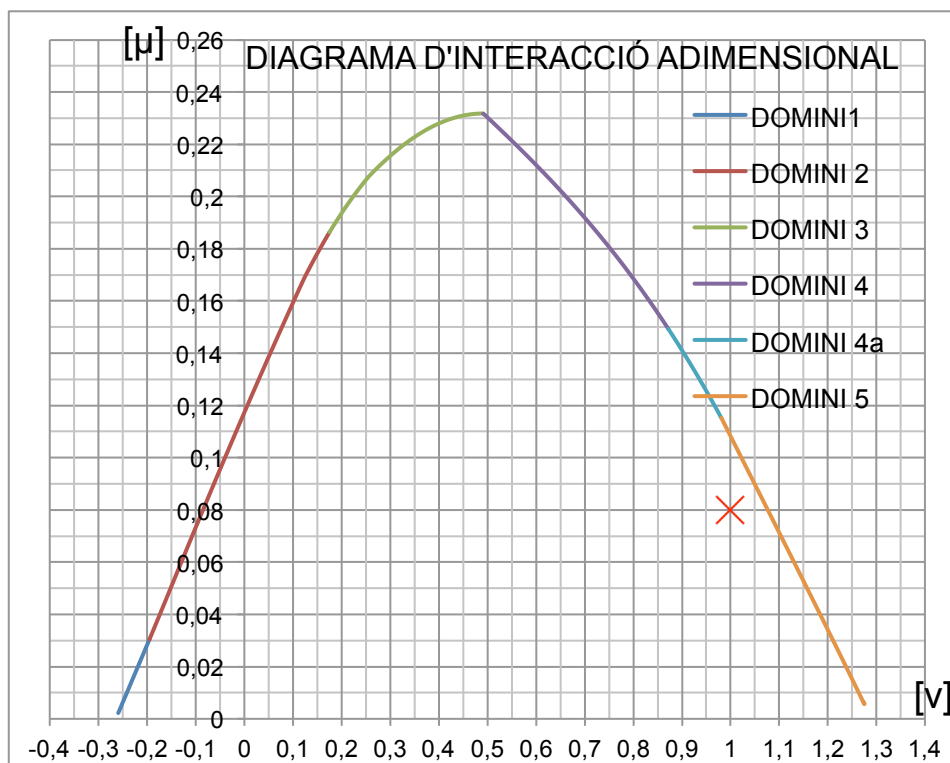
La secció té les següents mides:

- $b = 300 \text{ mm}^2$;
- $h = 500 \text{ mm}^2$;
- Per l'armadura A_{s1} tenim una àrea de 942 mm^2 o 3 barres de diàmetre 20 mm;
- Per l'armadura A_{s2} tenim una àrea de 942 mm^2 o 3 barres de diàmetre 20 mm;
- Per l'armadura A_{s3} tenim dues àrees de 50 mm^2 o 2 barres de diàmetre 8 mm;
- Recobriment de 50 per l'armadura A_{s1} i 30 per l'armadura A_{s2} .

Els materials a utilitzar són:

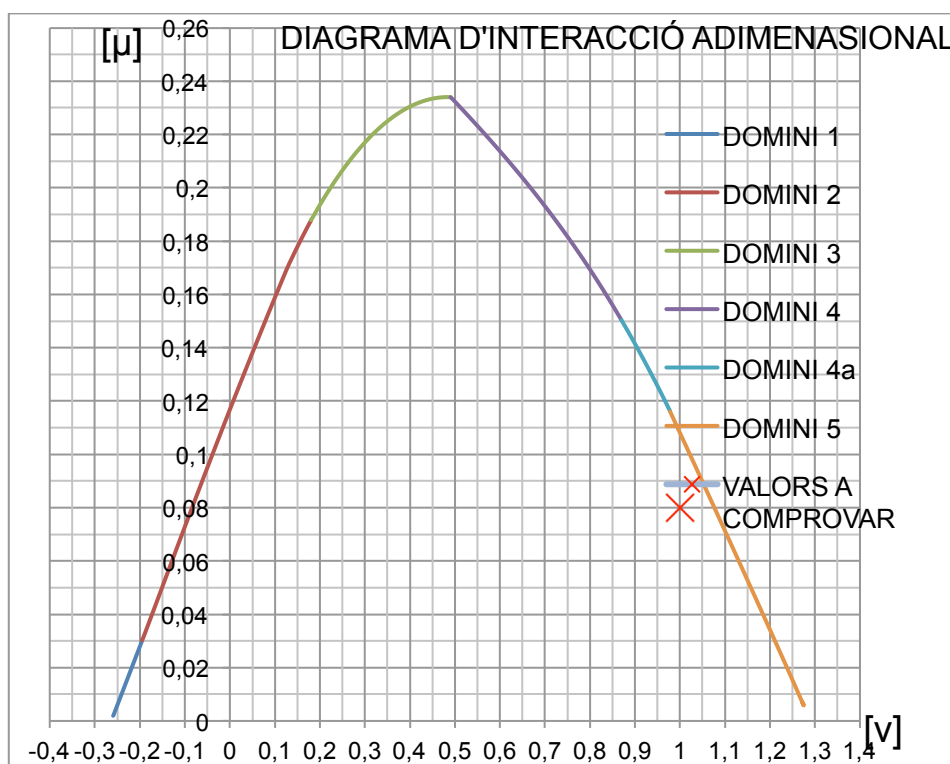
- Formigó HA-25: $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$;
- Acer B400S: $f_{yd} = 400 \text{ MPa}$;

El diagrama d'interacció quan tenim una força puntual al centre de la secció, figura 5:



Gràfic 8. Gràfic d'interacció resultant de l'exemple 2 per la figura 5.

El diagrama d'interacció quan tenim una força distribuïda al lateral de la secció, figura 6:



Gràfic 9. Gràfic d'interacció resultant de l'exemple 2 per la figura 6.

El resultat d'aplicar un mètode o l'altre és el mateix. L'única diferència resideix en la dificultat d'obtenir els resultats amb la força distribuïda.

5.3 Exemples de càlcul de tallant

A continuació comprovarem, mitjançant el programa, si una secció rectangular com a la figura 1 aguanta un tallant mesurat de 185,4 KN. Si la secció no compleix, la modificarem perquè pugui ho pugui aguantar.

Dades de la secció estudiada:

- Amplada mínima (b_0) = 300 mm;
- Cantell útil (d) = 550;

L'àrea de l'armadura longitudinal de tracció (A_s) = 1570 mm²;

Les propietats de l'acer i el formigó:

- Formigó HA-25: f_{ck} = 25 MPa;
- Acer B400S: f_{yd} = 400 MPa;

Els valors dels angles que desitgem per:

- Les armadures (α) = 90°;
- Les esquerdes (β) = 45°;

El valor del coeficient de reducció de l'esforç axial (k) = 1;

La tensió de compressió axial (σ'_{cd}) = 0;

Els coeficients per obtenir la resistència de tallant (V_{su}):

- El braç mecànic (z) = 0,495;
- El nombre de branques de l'armadura (n) = 2;
- El diàmetre de les branques de l'armadura (\emptyset) = 60 mm;
- La distància entre cercols (s_t) = 150.

El programa ens mostra que, tot i que la distància entre armadures es correcta, el valor d'esgotament per tracció de l'anima (V_{u2}) és inferior al tallant mesurat. I com a conseqüència la nostra secció no aguantarà el tallant.

Ara amb el programa buscarem la distància entre cercols que ens farà que la secció agunti el tallant. El programa ens dona com a resultat una distància de 9,5754 mm. Agafarem una distància de 9,5 mm i comprovarem si fa que la secció agunti el tallant.

Amb aquest valor de distància, la secció aguantarà el tallant. Però el valor d'esgotament per tracció de l'anima (V_{u2}) val 186,20 KN i el tallant mesurat 185,4 KN. A causa de que la distància entre cercols és molt petita, cosa que provocarà tenir molta armadura, i el valor de V_{u2} no és gaire gran envers el tallant mesurat, tampoc serà una combinació viable.

Modificarem la secció per obtenir un resultat més òptim. Ampliarem l'amplada mínima a 350 mm, canviar l'acer de B400S per un de B500S, augmentarem a 3 branques d'armadura, un diàmetre de les branques de 100 mm i una distància de 50 mm. Ara la secció si que aguanta el tallant amb uns valors no tant ajustats del valor d'esgotament per tracció de l'anima (V_{u2}) i el tallant mesurat.

6. CONCLUSIONS

En aquest projecte s'han complert els objectius marcats i s'ha desenvolupat seguint les prescripcions i directives dictades a la normativa actual. En la redacció s'ha intentat seguir una estructura lògica i intel·ligible, en la mesura possible, tot justificant sempre qualsevol decisió, càlcul o consideració presa. També s'ha intentat evitar la creació de dubtes o males interpretacions de la metodologia de càlcul generada.

S'ha descrit totalment la metodologia de càlcul pels diferents mètodes per poder aconseguir uns valors que siguin els més exactes possibles. I a conseqüència s'ha aconseguit augmentar la precisió dels resultats obtinguts per cada mètode exposat.

En el cas del diagrama de flexió, també s'ha aconseguit augmentar la rapidesa a l'hora d'obtenir-lo a causa de què no és necessari realitzar càlculs previs abans d'utilitzar la gràfica del promptuari. També s'ha augmentat la versatilitat del gràfic perquè no tindrem un valor límit fix alhora de generar-la

En el cas del diagrama d'interacció, passarà exactament el mateix que amb el cas anterior. S'ha augmentat la rapidesa, gràcies a què no necessitem càlculs previs, i la versatilitat del gràfic, a causa de què no depenem de les seccions preestablertes del promptuari. També s'ha millorat molt la precisió dels resultats en casos límits perquè generar una gràfica específica per cada cas i no un cas genèric.

Finalment en el cas del càlcul de tallant, també s'ha aconseguit augmentar la rapidesa, alhora d'obtenir els càlculs, i la versatilitat, perquè no s'ha considerat cap fórmula simplificada.

Per més informació de les taules desenvolupades consultar l'annex *C Verificació i Resultats*.

7. RELACIÓ DOCUMENTS

Els documents presentats en aquest projecte són els següents:

- Document 1, Memòria i annexos:
 - Memòria;
 - Annex A, Metodologia de Càlcul;
 - Annex B, Manual d'ús;
 - Annex C, Verificació de resultats.
- Document 2, Pressuposts.
- Document 3, Resum.
- Document 4, Programa.

ANNEX A : METODOLOGIA DE CÀLCUL

A.1 INTRODUCCIÓ

Aquest projecte es basarà en dos casos:

1. Estat Límit Últim (E.L.U.) de tensions normals: dintre d'aquest cas s'han estudiat dos casos:
 - Cas de Flexió: situació on només apareix un moment aplicat a la secció. És desenvoluparan les fórmules necessàries per poder generar els diagrames de flexió;
 - Cas de Flexió amb axial: situació on apareix un moment i una força axial a la secció. És desenvoluparan les fórmules necessàries per poder generar el diagrama d'interacció.
2. Estat Límit Últim (E.L.U.) de tensions tallants: s'estudiarà la viabilitat de la secció en vers esforços tallants últims.

A continuació exposarem els valors de resistència de càlcul o de minoració per l'acer i el formigó i els seus diagrames característics:

- Per a l'acer:

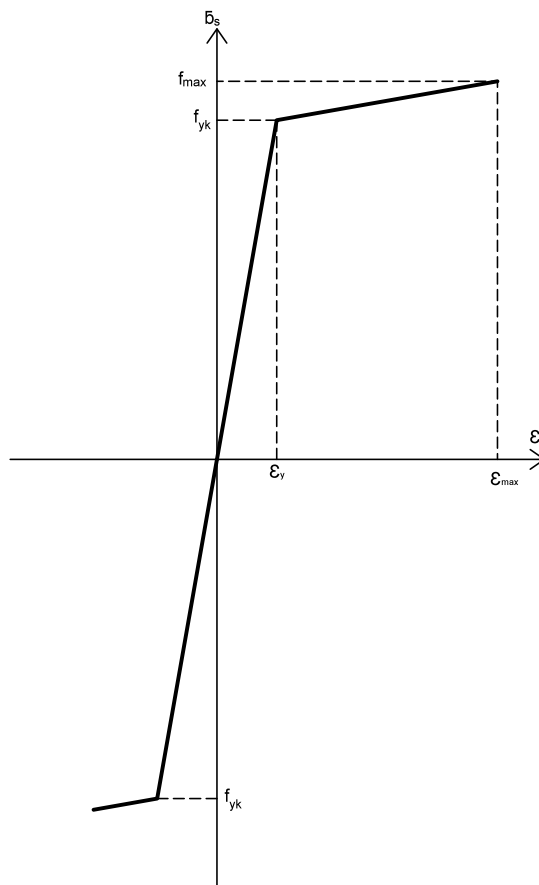


Figura 9. Diagrama característic de l'acer.

$$f_{y,d} = \frac{f_{y,k}}{\gamma_s} \text{ i } \varepsilon_{y,d} = \frac{f_{y,d}}{E}$$

on:

- $f_{y,k}$ = és el límit elàstic característic de l'acer;
- γ_s = és el coeficient de minoració de l'acer;
- $f_{y,d}$ = és la resistència de càlcul de l'acer;
- $\varepsilon_{y,d}$ = és la deformació de càlcul de l'acer;
- E = és el mòdul de deformació de l'acer.

Per materials dúctils, la resistència a compressió es considera idèntica a la resistència de tracció.

- Per al formigó:

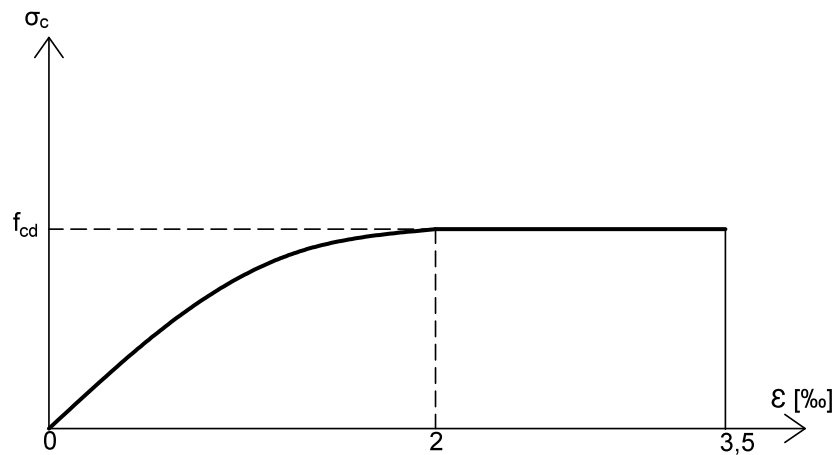


Figura 10. Possible diagrama paràbola-rectangle d'un formigó.

$$f_{c,d} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{c,k}}{\gamma_c}$$

on:

- $f_{c,k}$ = és la resistència característica del formigó.
- γ_c = és el coeficient de minoració del formigó.
- α_{cc} = és el factor que té en compte el cansament del formigó quan està sotmès a alts nivells de compressió amb cargues de llarga durada. En la present instrucció s'adopta un valor de 1.
- $f_{c,d}$ = és la resistència de càlcul del formigó.

Les metodologies que s'explicaran a continuació i les formules resultants correspondran a formigons amb una resistència no superior a 50 MPa. Per sobre d'aquesta resistència, disminuirà la deformació última i la longitud de la branca plàstica.

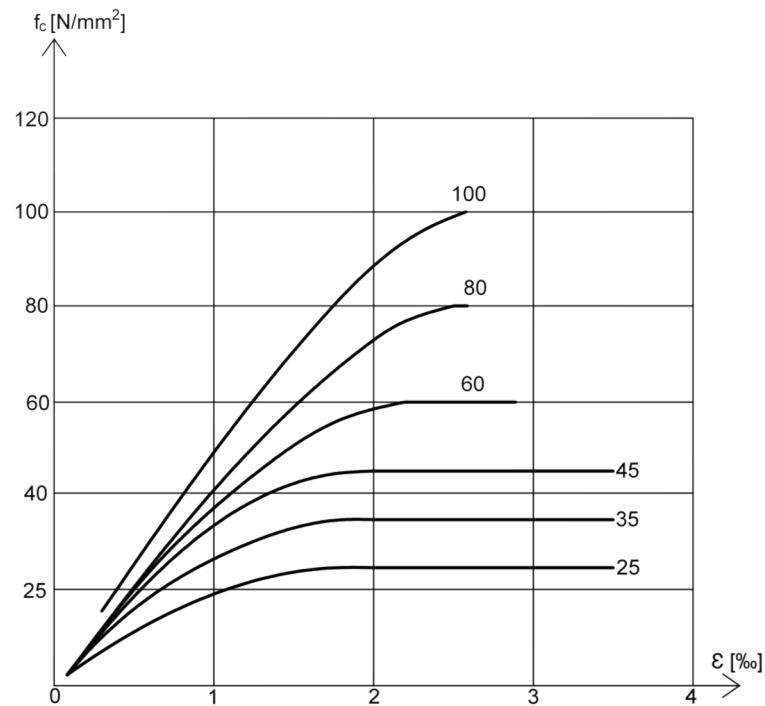


Figura 11. Equacions constitutives de formigons de diferents resistències.

Els dominis de deformació de les seccions en Estat Límit Últim els extraurem del diagrama de pivots que estableix la normativa EHE. En aquest diagrama ens marca els valors límits de les deformacions, de l'acer i del formigó, i els punts que pivoten els dominis per passar d'un a l'altre.

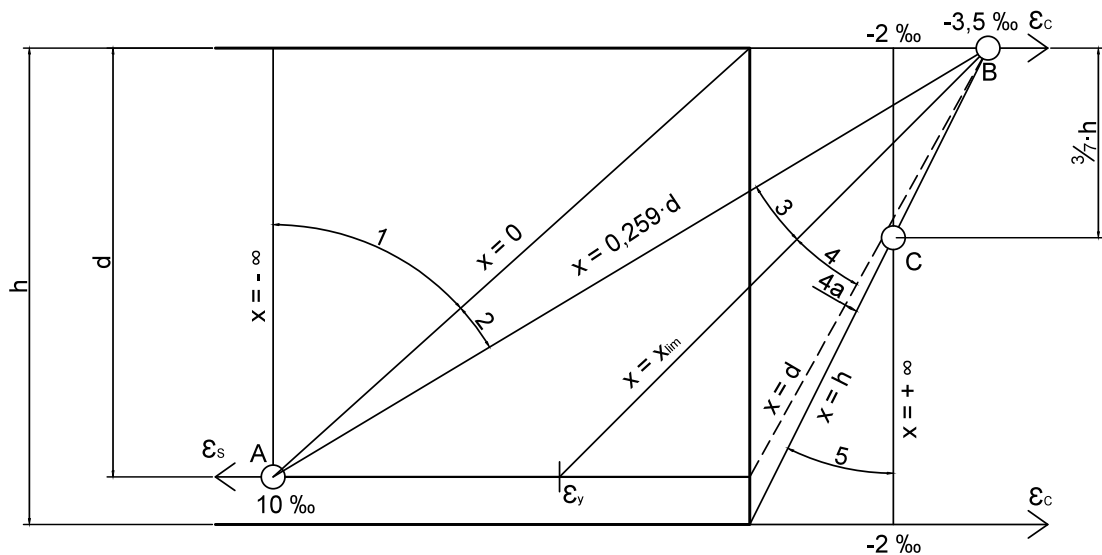


Figura 12. Dominis de deformació.

on:

- h = és l'alçada de la nostra secció de formigó;
- d = cantell útil de la secció;
- x = és la profunditat de l'eix neutre;
- ϵ_s = és la deformació de l'acer;
- ϵ_c = és la deformació del formigó;
- ϵ_y = és la deformació límit elàstic de l'acer.

A continuació procedirem a explicar els diferents dominis:

- Domini 1:

Domini de tracció simple o composta, on tota la secció està sotmesa a tracció. Les rectes de deformació pivoten al voltant del punt A, que correspon a un allargament de l'acer més traccionat ($\epsilon_s = 0,01$) i la deformació del formigó és zero ($\epsilon_c = 0$). La profunditat de l'eix neutre està compresa entre $x = -\infty$ i $x = 0$.

- Domini 2:

Domini de flexió simple o composta, on el formigó no arriba al trencament. Com en el domini anterior, les rectes de deformació pivoten al voltant del punt A. On la deformació de l'acer segueix sent la màxima ($\epsilon_s = 0,01$) i la deformació del formigó, considerant un valor de resistència inferior de 50MPa, passarà de ser zero a la màxima permesa ($0 \leq \epsilon_c \leq 0,0035$). La profunditat de l'eix neutre està compresa entre $x = 0$ i $x = 0,259 \cdot d$. El valor de 0,259 de la profunditat de l'eix sorgeix de la següent relació:

$$\frac{|\epsilon_{c \text{ màx}}|}{x} = \frac{\epsilon_{s \text{ màx}}}{d - x} \rightarrow (|\epsilon_{c \text{ màx}}| \cdot d) - (|\epsilon_{c \text{ màx}}| \cdot x) = \epsilon_{s \text{ màx}} \cdot x$$
$$|\epsilon_{c \text{ màx}}| \cdot d = (|\epsilon_{c \text{ màx}}| + \epsilon_{s \text{ màx}}) \cdot x \rightarrow \frac{x}{d} = \frac{0,0035}{0,0035 + 0,01} \rightarrow x = 0,259 \cdot d$$

- Domini 3:

Domini de flexió simple o composta, on les rectes de deformació pivoten al voltant del punt B. En aquest punt el formigó treballa a deformació màxima ($\epsilon_c = 0,0035$) i l'acer passarà de treballar des de la màxima deformació fins a la deformació límit elàstic de l'acer ($\epsilon_y \leq \epsilon_s \leq 0,01$). La profunditat de l'eix neutre està compresa entre $x = 0,259 \cdot d$ i $x = x_{\text{límit}}$. La profunditat de l'eix neutre vindrà originat a causa de l'acer utilitzat:

$$\frac{|\epsilon_c|}{x_{\text{límit}}} = \frac{\epsilon_y}{d - x_{\text{límit}}} \rightarrow |\epsilon_c| \cdot (d - x_{\text{límit}}) = \epsilon_y \cdot x_{\text{límit}} \rightarrow |\epsilon_c| \cdot d = \epsilon_y \cdot x_{\text{límit}} + |\epsilon_c| \cdot x_{\text{límit}}$$
$$\xi_{\text{límit}} = \frac{x_{\text{límit}}}{d} = \frac{|\epsilon_c|}{|\epsilon_c| + \epsilon_y} = \frac{0,0035}{0,0035 + \epsilon_y} \rightarrow x_{\text{límit}} = \frac{0,0035}{0,0035 + \epsilon_y} \cdot d$$

- Domini 4:

Domini de flexió composta, on les rectes segueixen pivotant al voltant del punt B. El formigó segueix treballant a la màxima deformació ($\epsilon_c = 0,0035$) i l'acer passarà de treballar des de la deformació corresponent al límit elàstic fins a zero ($0 \leq \epsilon_s \leq \epsilon_y$). La profunditat de l'eix neutre esta compresa entre $x = x_{\text{limit}}$ i $x = d$.

- Domini 4a:

Domini de flexió composta, on totes les armadures estan comprimides i existeix una petita zona de formigó que treballa a tracció. Les rectes de deformació segueixen pivotant al voltant del punt B. El formigó segueix treballant a deformació màxima ($\epsilon_c = 0,0035$) i l'armadura de tracció començarà a treballar amb una petita compressió. La profunditat de l'eix neutre esta compresa entre $x = d$ i $x = h$.

- Domini 5:

Domini de compressió simple o completa, on tota la secció treballa a compressió. Les rectes de deformació pivoten al voltant del punt C, situat a 3/7 parts de l'alçada de la secció. La deformació del formigó, considerant un valor de resistència inferior de 50MPa, passarà de ser un valor màxim a un valor del 2‰ ($0,002 \leq \epsilon_c \leq 0,0035$). I la deformació de l'acer també acabarà treballant amb un valor del 2‰. La profunditat de l'eix neutre esta compresa entre $x = h$ i $x = +\infty$.

El valor de l'alçada del punt C, de 3/7, sorgeix de la següent relació:

$$\frac{|\epsilon_{c \text{ màx}}|}{x} = \frac{|\epsilon_{c \text{ min}}|}{x - z_c \cdot h} \rightarrow |\epsilon_{c \text{ màx}}| \cdot x - |\epsilon_{c \text{ màx}}| \cdot z_c \cdot h = |\epsilon_{c \text{ min}}| \cdot x ; \text{ on } h = x$$

$$0,0035 \cdot x - 0,0035 \cdot z_c \cdot x = 0,002 \cdot x \rightarrow z_c = \frac{0,0035}{0,0035} - \frac{0,002}{0,0035} \rightarrow z_c = \frac{3}{7}$$

A.2 MÈTODE DEL DIAGRAMA DE FLEXIÓ

A.2.1 Consideracions generals

A continuació generarem les fórmules necessàries per poder crear el diagrama de flexió per una secció rectangular mitjançant el diagrama rectangular i el diagrama paràbola-rectangle. Les fórmules es generaran per formigons amb una resistència inferior a 50MPa.

El diagrama rectangular esta format per un segment rectilini on l'ordenada es la resistència minorada del formigó (f_{cd}) i comença a l'abscissa $0,2\epsilon_{m\grave{a}x}$ i acaba a $\epsilon_{m\grave{a}x}$, sent el valor $\epsilon_{m\grave{a}x}$ la deformació de compressió màxima del pla de trencament. La seva altura fictícia (y) respecte l'eix neutre (x) val:

$$Si \begin{cases} x < 1,25 \cdot h \rightarrow y = 0,8 \cdot x \\ x \geq 1,25 \cdot h \rightarrow y = h \end{cases}$$

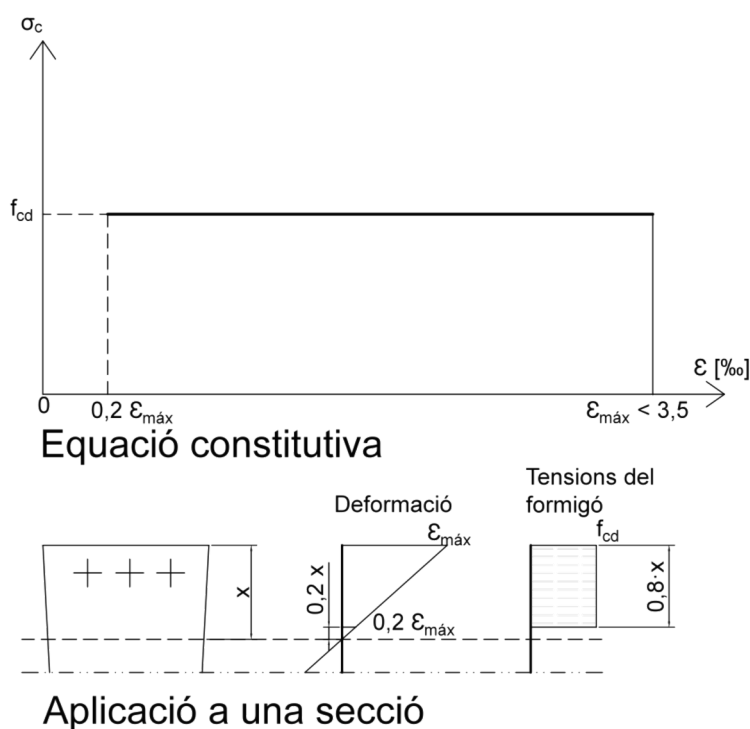
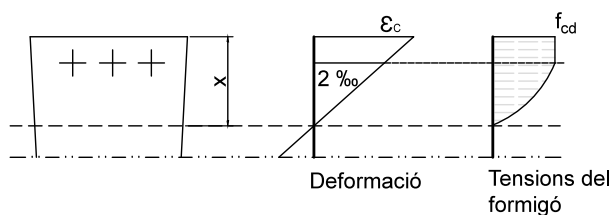
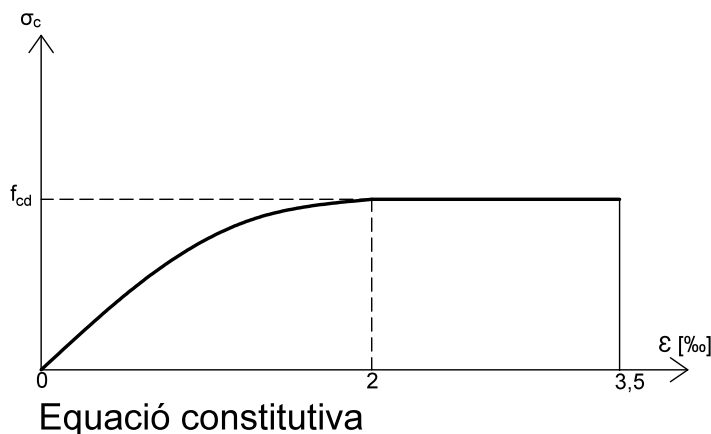


Figura 13. Esquema del diagrama rectangular.

El diagrama paràbola-rectangle està format per una paràbola de segon grau i un segment rectilini. El vèrtex de la paràbola es troba situat a l'abscissa 2 per mil (deformació de trencament per compressió simple del formigó) i el final del tram rectangular en l'abscissa 3,5 per mil. L'ordenada màxima d'aquest diagrama correspon a una compressió de la resistència minorada del formigó (f_{cd}).



Aplicació a una secció

Figura 14. Esquema del diagrama paràbola-rectangle.

El mètode del diagrama rectangular és molt útil en els casos on no disposem de tabulacions adequades, a causa de les simplificacions utilitzades respecte el mètode de paràbola-rectangle.

Les diferències de resultats obtingudes entre els dos mètodes, en general, són molt petites. Per les quanties normalment utilitzades a flexió simple, les diferències obtingudes són inferiors al 1,5%. Però en certs casos de flexió amb quanties molt grans podem obtenir diferències més importants i que vagin en contra de la seguretat. Aquests casos es poden considerar purament teòrics perquè no es presenten a la pràctica.

En els dos casos que a continuació exposarem, podrem establir un valor límit de profunditat de l'eix neutre a partir del qual s'haurà d'incorporar l'armadura de compressió. Hi han dos mètodes:

- Criteri de màxima eficàcia de l'armadura:

$$\frac{|\varepsilon_c|}{x_{\text{límit}}} = \frac{\varepsilon_y}{d - x_{\text{límit}}} \rightarrow |\varepsilon_c| \cdot (d - x_{\text{límit}}) = \varepsilon_y \cdot x_{\text{límit}} \rightarrow |\varepsilon_c| \cdot d = \varepsilon_y \cdot x_{\text{límit}} + |\varepsilon_c| \cdot x_{\text{límit}}$$

$$\xi_{\text{límit}} = \frac{x_{\text{límit}}}{d} = \frac{|\varepsilon_c|}{|\varepsilon_c| + \varepsilon_y}$$

Per poder trobar el valor de x_{limit} necessitarem imposar el valor de deformació elàstica o els valors de resistència de càlcul i el de deformació que li correspongui a l'acer:

$$x_{limit} = \frac{0,0035}{0,0035 + \varepsilon_y} \cdot d \rightarrow x_{limit} = \frac{0,0035}{0,0035 + \frac{f_{yd}}{E_s}} \cdot d$$

- Criteri de ductilitat seccional:

En aquest cas buscarem un valor de ξ per obtenir la major ductilitat, el valor a utilitzar és 0,45:

$$\xi_{limit} = \frac{x_{limit}}{d} \rightarrow x_{limit} = 0,45 \cdot d$$

A.2.2 Equacions d'equilibri pel mètode Diagrama Rectangular

La secció estudiada serà la següent:

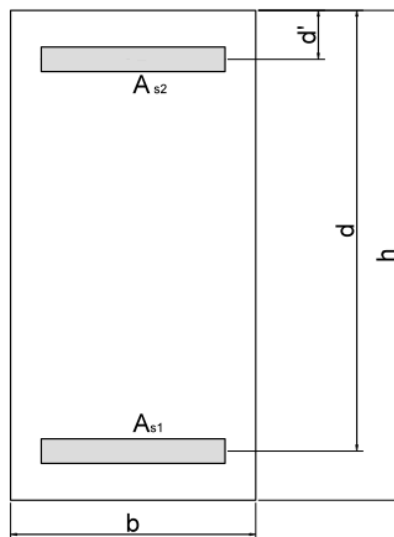


Figura 15. Secció estudiada.

on:

- b : és l'amplada de la secció;
- h : és l'alçada de la secció;
- d : és el cantell útil de la secció;
- d' : és el recobriment de l'armadura de compressió;
- A_{s1} : és l'àrea de l'armadura de tracció;
- A_{s2} : és l'àrea de l'armadura de compressió.

Considerant que al principi no necessitem armadura de compressió, els diagrames de deformació i tensió són els següents:

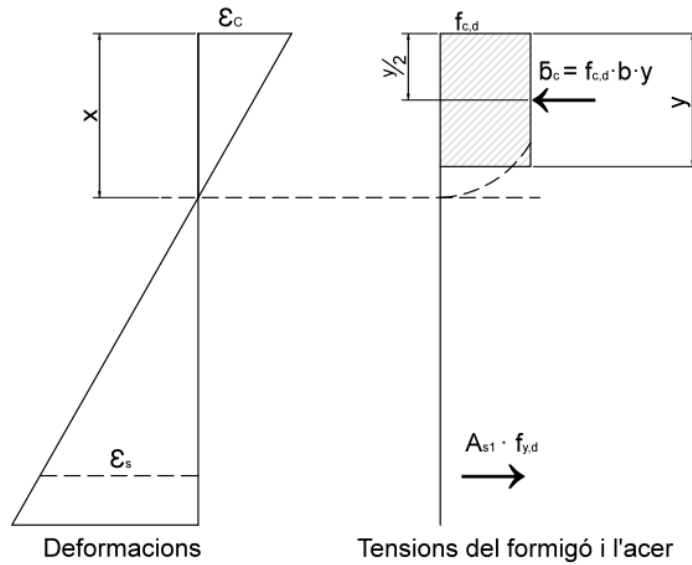


Figura 16. Diagrames de deformació i de tensions per la secció estudiada.

A partir del diagrama de tensió es fa un sumatori de forces igual a zero:

$$\sum F = 0 \rightarrow F_s - F_c = 0 \rightarrow A_{s1} \cdot f_{yd} - (f_{cd} \cdot y \cdot b) = 0$$

$$A_{s1} \cdot f_{yd} = f_{cd} \cdot y \cdot b$$

I també es fa un sumatori de moments, respecte l'armadura de compressió i considerant el sentit antihorari positiu:

$$\sum M = 0 \rightarrow M_c - M_d = 0$$

$$M_d = f_{cd} \cdot b \cdot y \cdot \left(d - \frac{1}{2} \cdot y\right)$$

Aquestes fórmules dimensionals les passarem a adimensional dividint-les, per cada banda de l'equació, per un coeficient. Aquest dependrà de si és per les forces o els moments:

- $f_{cd} \cdot b \cdot d$, per les forces;
- $f_{cd} \cdot b \cdot d^2$, per els moments.

Les noves fórmules adimensionals són:

- Obtenció de la quantia mecànica:

$$\frac{A_{s1} \cdot f_{yd}}{f_{cd} \cdot b \cdot d} = \frac{f_{cd} \cdot y \cdot b}{f_{cd} \cdot d \cdot b} \rightarrow \omega_{s1} = \frac{y}{d}$$

- Obtenció del moment reduït:

$$\frac{M_d}{f_{cd} \cdot b \cdot d^2} = \frac{f_{cd} \cdot b \cdot y \cdot (d - 0,5 \cdot y)}{f_{cd} \cdot b \cdot d^2} \rightarrow \mu = \frac{y \cdot (d - 0,5 \cdot y)}{d^2}$$

Considerant que la profunditat de l'eix neutre és inferior a 1,25 vegades l'alçada de la secció, la quantia mecànica quedarà com:

$$\omega_{s1} = \frac{0,8 \cdot x}{d} \rightarrow \omega_{s1} = 0,8 \cdot \xi$$

on:

$$\xi = \frac{x}{d}$$

I per el moment reduït tindrem:

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{0,8 \cdot x \cdot (d - 0,5 \cdot 0,8 \cdot x)}{d^2} \\ \mu &= \frac{0,8 \cdot x \cdot d}{d^2} - \frac{0,5 \cdot 0,8^2 \cdot x^2}{d^2} \rightarrow \mu = 0,8 \cdot \xi - 0,5 \cdot 0,8^2 \cdot \xi^2 \\ \mu &= 0,8 \cdot \xi \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi) \end{aligned}$$

Amb aquesta última fórmula podem observar els següents valors:

- ψ : és el coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó = 0,8;
- λ : és el coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó = 0,4.

Aquests valors seran constants al llarg de tots els dominis.

Si no tenim el valor de ξ , podem relacionar la quantia mecànica de tracció amb el moment reduït:

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} \omega_{s1} &= 0,8 \cdot \xi \\ \mu &= 0,8 \cdot \xi \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi) \end{aligned} \right\} \rightarrow \mu = \omega_{s1} \cdot (1 - 0,5 \cdot \omega_{s1}) \\ 0,5 \cdot \omega_{s1}^2 - \omega_{s1} + \mu &= 0 \end{aligned}$$

Resolent l'equació de segon grau, descartant el resultat positiu, obtenim:

$$\omega_{s1} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu}$$

Necessitarem incorporar armadura de compressió a partir del moment que superem el valor límit del moment reduït i la quantia mecànica. Aquest valor límit l'obtindrem a partir d'establir un valor de ξ límit a les següents formules:

$$\begin{aligned} \mu_{límit} &= 0,8 \cdot \xi_{límit} \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi_{límit}) \\ \omega_{límit} &= 0,8 \cdot \xi_{límit} \end{aligned}$$

El valor ξ límit l'obtindrem a partir dels criteris explicats a l'apartat de les consideracions generals. Un cop superem el valor límit incorporarem el l'armadura de compressió perquè no ens interessa que la nostra secció és deformi més.

El valor adimensional de l'armadura de compressió l'obtindrem a partir de fer el sumatori de moments adimensionals respecte l'armadura de tracció, considerant que tenim un valor límit de moment reduït constant:

$$\sum M = 0 \rightarrow -\mu + \mu_{límit} + \omega_{s2} \cdot \left(\frac{d - d'}{d} \right) = 0$$

$$\mu = \mu_{limit} + \omega_2 \cdot \left(1 - \frac{d'}{d}\right) \rightarrow \omega_2 = \frac{\mu - \mu_{limit}}{1 - \delta}$$

on:

$$\delta = \frac{d'}{d}$$

La distància entre l'armadura de compressió i de tracció ($d-d'$) la dividirem per el valor del cantell útil (d) per passar-ho a adimensional.

I el valor de l'armadura de tracció adimensional, un cop incorporem l'armadura de compressió adimensional, queda com el sumatori de:

$$\omega_{s1} = \omega_{limit} + \omega_{s2}$$

Un cop incorporem l'armadura de compressió, el valor ξ és mantindrà constant en el límit i el valor de μ anirà variant des de el valor límit fins a un valor màxim que nosaltres imposarem.

Si necessitem obtenir els valors dimensionals del moment i les armadures per un valors concrets de ξ o de μ , ho farem fent el procés invers:

$$M_d = \mu \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2$$

$$A_{s1} = \omega_{s1} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \quad i \quad A_{s2} = \omega_{s2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$$

A.2.3 Equacions d'equilibri pel mètode Diagrama Paràbola-Rectangle

La secció estudiada serà la següent:

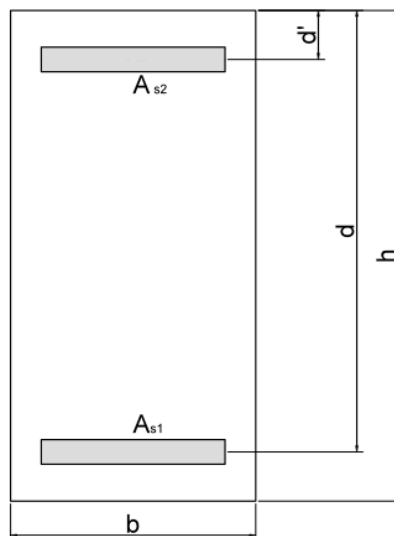


Figura 17. Secció estudiada.

on:

- b : és l'amplada de la secció;
- h : és l'alçada de la secció;
- d : és el cantell útil de la secció;
- d' : és el recobriment de l'armadura de compressió;
- A_{s1} : és l'àrea de l'armadura de tracció;
- A_{s2} : és l'àrea de l'armadura de compressió.

Considerant que al principi no necessitem armadura de compressió, els diagrames de deformació i tensió són els següents:

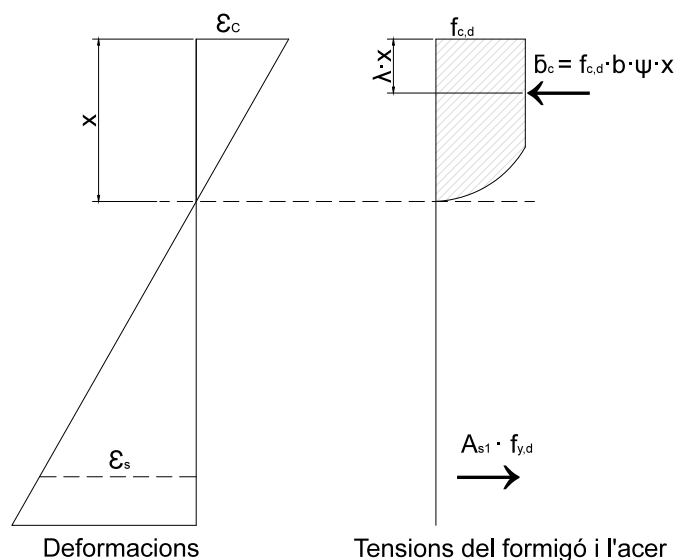


Figura 18. Diagrames de deformació i de tensió per la secció estudiada.

Les fórmules que s'utilitzen per aquest diagrama són idèntiques que en el cas del diagrama rectangular però amb la diferència que el formigó no té un valor constant.

Les fórmules del moment reduït i la quantia mecànica per una secció sense armadura de compressió, valen:

$$\omega_{s1} = \psi \cdot \xi$$

$$\mu = \psi \cdot \xi \cdot (1 - \lambda \cdot \xi)$$

En aquest cas no podem relacionar la quantia mecànica de tracció amb el moment reduït.

Els valors del coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó (λ) aniran variant en funció de la deformació a compressió del formigó. Durant el domini 2, el formigó passarà de tenir una deformació a compressió del 0‰ a la màxima permesa del 3,5‰ per formigons amb resistències inferiors a 50MPa, i durant els dominis 3 i 4 serà constant a la màxima permesa. El valor de deformació a compressió dependrà de la profunditat de l'eix neutre o de ξ i del domini al qual estem. La deformació a compressió pel domini 2, val:

$$\frac{\varepsilon_s}{d-x} = \frac{\varepsilon_c}{x}; \text{ on } \varepsilon_s = 0,01 \rightarrow \varepsilon_c = -0,01 \cdot \frac{x}{d-x}$$

Si volem la fórmula de la deformació de compressió amb valors adimensionals, dividirem a dalt i a baix per el cantell útil de la secció (d):

$$\varepsilon_c = -\varepsilon_s \cdot \frac{\frac{x}{d}}{\frac{d}{d} - \frac{x}{d}} \rightarrow \varepsilon_c = -0,01 \cdot \frac{\xi}{1-\xi}$$

Un cop tenim el valor de ξ o de la deformació, els coeficients ψ i λ els podrem obtenir de dues formes possibles:

- Utilització de les taules universals:

Als llibres basats en les diferents normatives trobarem unes taules universals dels valors ψ i λ en funció del valor de ξ , pel domini 2. Si necessitem un valor que no surt a les taules, interpolarem entre els dos valors pròxims per obtenir-lo.

- Utilització de les fórmules :

Si la deformació del formigó esta compresa entre 0‰ i el 2‰, utilitzarem les següents fórmules:

$$\psi = \frac{1000 \cdot \varepsilon_c}{12} \cdot (6 - 1000 \cdot \varepsilon_c) \text{ i } \lambda = \frac{8 - 1000 \cdot \varepsilon_c}{4 \cdot (6 - 1000 \cdot \varepsilon_c)} ; \text{ si } 0 \leq |\varepsilon_c| \leq 0,002$$

Si la deformació del formigó esta compresa entre 2‰ i el 3,5‰, utilitzarem les següents fórmules:

$$\psi = \frac{3000 \cdot \varepsilon_c - 2}{3000 \cdot \varepsilon_c} \text{ i } \lambda = \frac{1000 \cdot \varepsilon_c \cdot (3000 \cdot \varepsilon_c - 4) + 2}{2000 \cdot \varepsilon_c \cdot (3000 \cdot \varepsilon_c - 2)} ; \text{ si } 0,002 < |\varepsilon_c| \leq 0,0035$$

De les dues formes per obtenir els valors de ψ i λ , ens decantarem per la segona opció perquè és un mètode més precís que el primer.

En el domini 3 i 4, degut a la deformació del formigó es mantindrà constant, els valors també ho seran:

$$\psi = 0,80952 \text{ i } \lambda = 0,41587$$

Com en el cas anterior, un cop superem el valor ξ límit incorporarem el l'armadura de compressió perquè no ens interessa que la nostra secció és deformi més.

Com que el valor de ξ límit correspondrà al domini 3 o 4, els valors de ψ i λ seran constants, els valors de μ i ω límits valdran:

$$\omega_{límit} = 0,80952 \cdot \xi_{límit}$$

$$\mu_{límit} = 0,80952 \cdot \xi_{límit} \cdot (1 - 0,41587 \cdot \xi_{límit})$$

Tal com s'ha demostrat en el cas anterior, els valors de l'armadura de compressió i tracció un cop s'ha superat el límit, valen:

$$\omega_{s2} = \frac{\mu - \mu_{límit}}{1 - \delta}$$

$$\omega_{s1} = \omega_{límit} + \omega_{s2}$$

Un cop incorporem l'armadura de compressió, el valor ξ és mantindrà constant en el límit i el valor de μ anirà variant des de el valor límit fins a un valor màxim que nosaltres imposarem.

Si necessitem obtenir els valors dimensionals del moment i les armadures per un valors concrets de ξ o de μ , ho farem fent el procés invers:

$$M_d = \mu \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2$$

$$A_{s1} = \omega_{s1} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d \quad i \quad A_2 = \omega_{s2} \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d$$

A.3 MÈTODE DELS DIAGRAMES D'INTERACCIÓ

A.3.1 Consideracions prèvies

Abans de començar a exposar els diferents diagrames d'interacció que s'han resolt, exposarem uns criteris que seguirem per poder generar els diagrames i unes fórmules, que es mantindran constants en els diferents diagrames i al llarg dels diferents dominis.

- Les fórmules es generaran per formigons amb una resistència inferior a 50MPa;
- El criteri de signes a seguir és el següent:
 - Les forces de compressió seran negatives;
 - Les forces de tracció seran positives;
 - Els moments que aniran en sentit antihorari seran positius;
 - Els moments que aniran en sentit horari seran negatius.
- Les fórmules de deformació que obtindrem per els diferents dominis, les passarem a adimensional dividint el numerador i el denominador pel cantell útil de la secció (d).
- Per obtenir totes les fórmules partirem d'un rang de valors de ξ que vindran tabulats pel diagrama de pivots, anteriorment explicat. Els rangs són els següents:
 - Domini 1: $-\infty \leq \xi \leq 0$;
 - Domini 2: $0 \leq \xi \leq 0,259$;
 - Domini 3: $0,259 \leq \xi \leq \xi_{límit}$;
 - Domini 4: $\xi_{límit} \leq \xi \leq 1$;
 - Domini 4a: $1 \leq \xi \leq \frac{h}{d}$;
 - Domini 5: $\frac{h}{d} \leq \xi \leq +\infty$.
- La resistència a compressió es considera idèntica a la resistència de tracció.
- Les fórmules que es mantindran constants són:
 - Fórmula 1: és la de la obtenció de la línia neutre per cada valor de ξ :

$$\xi = \frac{x}{d} \rightarrow x = \xi \cdot d$$

- Fórmula 2: és la de la tensió de l'acer, tant si està comprimit o traccionat:

$$\sigma_s = \epsilon_s \cdot E ; \text{ si } |\epsilon_s| \leq |\epsilon_{y,d}|$$

$$\sigma_s = f_{y,d} ; \text{ si } |\epsilon_s| > |\epsilon_{y,d}|$$

- Fórmula 3: és la de la força, tant si està comprimida com traccionada:

$$N_s = \sigma_s \cdot A_s$$

on:

A_s : és l'àrea de l'armadura.

- Fórmula 4: és el coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ):

$$\begin{cases} Si \ 0 \leq |\varepsilon_c| \leq 0,002 \rightarrow \psi = \frac{1000 \cdot \varepsilon_c}{12} \cdot (6 - 1000 \cdot \varepsilon_c) \\ Si \ 0,002 < |\varepsilon_c| \leq 0,0035 \rightarrow \psi = \frac{3000 \cdot \varepsilon_c - 2}{3000 \cdot \varepsilon_c} \end{cases}$$

- Fórmula 5: és el coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó (λ):

$$\begin{cases} Si \ 0 \leq |\varepsilon_c| \leq 0,002 \rightarrow \lambda = \frac{8 - 1000 \cdot \varepsilon_c}{4 \cdot (6 - 1000 \cdot \varepsilon_c)} \\ Si \ 0,002 < |\varepsilon_c| \leq 0,0035 \rightarrow \lambda = \frac{1000 \cdot \varepsilon_c \cdot (3000 \cdot \varepsilon_c - 4) + 2}{2000 \cdot \varepsilon_c \cdot (3000 \cdot \varepsilon_c - 2)} \end{cases}$$

- Fórmula 6: és la de la força de compressió del formigó, que serà vàlida pels dominis 2, 3, 4 i 4a:

$$N_c = \psi \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}$$

- Fórmula 7: correspon a la força de compressió del formigó pel domini 5. En aquest cas la força de compressió es dividirà en dos:

- Força de compressió que correspon a tota la profunditat de l'eix neutre:

$$N_{c1} = \psi_{c1} \cdot b \cdot x \cdot f_{cd}$$

- Força de compressió que correspon a la zona que està fora de la secció:

$$N_{c2} = \psi_{c2} \cdot b \cdot (x - h) \cdot f_{cd}$$

- Força de compressió total:

$$N_c = -N_{c1} + N_{c2}$$

- Fórmula 8: correspon al moment total de compressió del formigó pel domini 5. En aquest cas el moment es dividirà en dos:

- Moment de compressió que correspon a tota la profunditat de l'eix neutre:

$$M_{c1} = N_{c1} \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda_{c1} \cdot x \right)$$

- Moment de compressió que correspon a la zona que està fora de la secció:

$$M_{c2} = N_{c2} \cdot \left(\frac{h}{2} + \lambda_{c2} \cdot (x - h) \right)$$

- Moment de compressió total:

$$M_c = \pm M_{c1} + M_{c2}$$

- Fórmula 9: correspon al valor adimensional de la força axial total:

$$\nu = \frac{N_T}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$

- Fórmula 10: correspon al valor adimensional del moment total:

$$\mu = \frac{M_T}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}$$

A.3.2 Equacions d'equilibri per secció rectangular amb armadura no simètrica repartida en dues cares

La secció a la qual resoldrem les equacions és la següent:

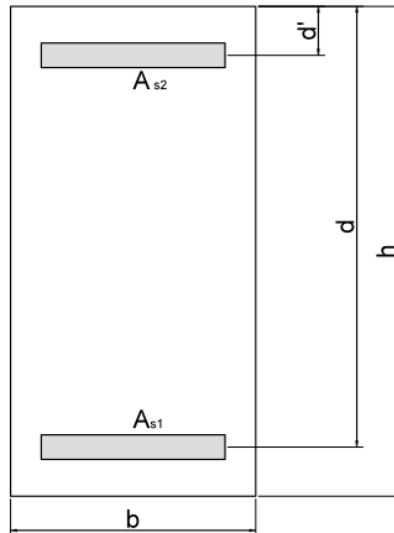


Figura 19. Secció estudiada.

on:

- b : és l'amplada de la secció;
- h : és l'alçada de la secció;
- d : és el cantell útil de la secció;
- d' : és el recobriment de l'armadura 2;
- A_{s1} : és l'àrea de l'armadura 1;
- A_{s2} : és l'àrea de l'armadura 2.

A continuació exposarem les fórmules per cada domini:

- Domini 1:

Els diagrames de deformació i tensió són:

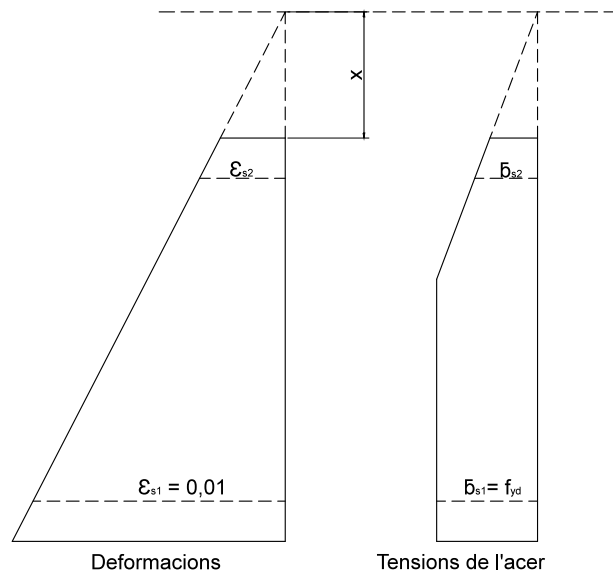


Figura 20. Diagrames de deformació i de tensió del domini 1 per la secció estudiada.

A partir del diagrama de deformació podrem obtenir les deformacions de les armadures, en aquest domini no tenim deformació de compressió perquè tota la secció està traccionada:

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{d-x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{d'-x}; \text{ on: } \varepsilon_{s1} = 0,01$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{s1} \cdot \frac{d'-x}{d-x} \rightarrow \varepsilon_{s2} = \varepsilon_{s1} \cdot \frac{\frac{d'}{d} - \frac{x}{d}}{\frac{d}{d} - \frac{x}{d}} \rightarrow \varepsilon_{s2} = \varepsilon_{s1} \cdot \frac{\delta - \xi}{1 - \xi}$$

Un cop obtinguts els valors de deformació procedirem a obtenir els valors de tensions amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3. Un cop obtingudes les forces procedirem a realitzar un sumatori de forces axials per obtenir l'axial total:

$$\sum N_i = -N_T \rightarrow N_{s1} + N_{s2} = -N_T$$

També és procedirà a obtenir el moment total, que el considerem respecte el centre de la secció:

$$\sum M_i = M_T \rightarrow N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) - N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) = M_T$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

- Domini 2:

Els diagrames de deformació i tensió són:

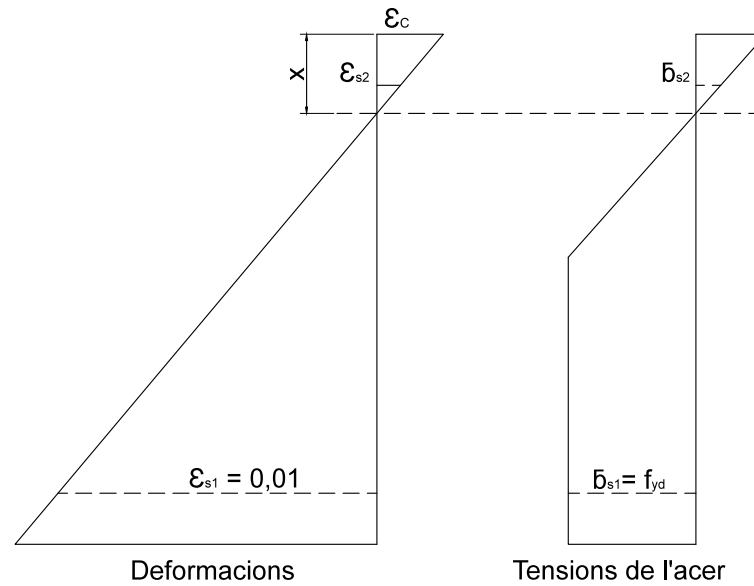


Figura 21. Diagrames de deformació i de tensió del domini 2 per la secció estudiada.

En aquest domini l'armadura 2 passarà de treballar de tracció a compressió. Amb el diagrama de deformació obtindrem les deformacions de les armadures, considerant que la distancia de recobriment de l'armadura de compressió és superior a la distancia de l'eix neutre, i la deformació de compressió del formigó:

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{d-x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{d'-x} = \frac{\varepsilon_c}{x}; \text{ on } \varepsilon_{s1} = 0,01$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{s1} \cdot \frac{d'-x}{d-x} \rightarrow \varepsilon_{s2} = \varepsilon_{s1} \cdot \frac{\delta-\xi}{1-\xi}$$

$$\varepsilon_c = -\varepsilon_{s1} \cdot \frac{x}{d-x} \rightarrow \varepsilon_c = -\varepsilon_{s1} \cdot \frac{\xi}{1-\xi}$$

Un cop el valor de la línia neutre sigui superior al valor de recobriment de l'armadura 2, la deformació serà negativa i a partir d'aquest punt l'armadura començarà a treballar a compressió. Amb els valors de deformació de l'acer procedirem a obtenir els valors de tensions amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3.

Obtingut el valor de la deformació del formigó per cada valor de ξ , que passarà del 0‰ i el 3,5‰, podrem obtenir els valors del coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir la posició del centre de gravetat del formigó (λ). Per obtenir-los utilitzarem les fórmules 4 i 5. Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força de compressió del formigó amb la fórmula 6.

Després d'obtenir totes les forces procedirem a realitzar un sumatori de forces axials per obtenir l'axial total i el moment total:

$$\sum N_i = -N_T \rightarrow N_{s1} \pm N_{s2} - N_c = -N_T$$

$$\sum M_i = M_T \rightarrow N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) \pm N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

- Domini 3:

Els diagrames de deformació i tensió son:

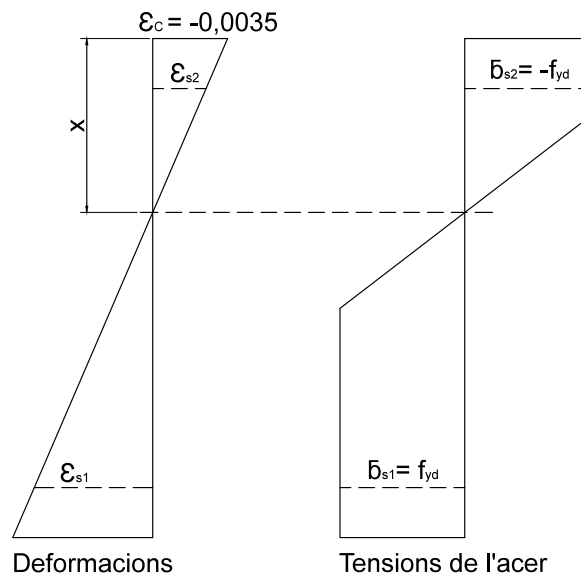


Figura 22. Diagrames de deformació i de tensió del domini 3 per la secció estudiada.

Amb els diagrames de deformació obtindrem les fórmules de deformació de les armadures:

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{d - x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x - d'} = \frac{\varepsilon_c}{x}; \text{ on } \varepsilon_c = -0,0035$$

$$\varepsilon_{s1} = |\varepsilon_c| \cdot \frac{d - x}{x} \rightarrow \varepsilon_{s1} = |\varepsilon_c| \cdot \frac{1 - \xi}{\xi}$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_c \cdot \frac{x - d'}{x} \rightarrow \varepsilon_{s2} = \varepsilon_c \cdot \frac{\xi - \delta}{\xi}$$

En aquest domini el valor de l'armadura 1 passarà de tenir un valor màxim de deformació del 10‰ a tenir el valor de la deformació elàstica de l'acer (ε_y). Amb els valors de deformació de l'acer procedirem a obtenir els valors de tensions amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3.

Degut a que la deformació de compressió del formigó es mantindrà constant al llarg del domini amb un valor del 3,5‰, els valors del coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir la posició del centre de gravetat del formigó (λ) també ho seran:

- $\psi = 0,80952$
- $\lambda = 0,41587$

Amb els valors de ψ i de x , l'obtidrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força de compressió del formigó amb la fórmula 6.

Un cop obtingudes totes les forces podrem obtenir la força axial total i el moment total:

$$\sum N_i = -N_T \rightarrow N_{s1} - N_{s2} - N_c = -N_T$$

$$\sum M_i = M_T \rightarrow N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

- Domini 4:

Els diagrames de deformació i tensió son:

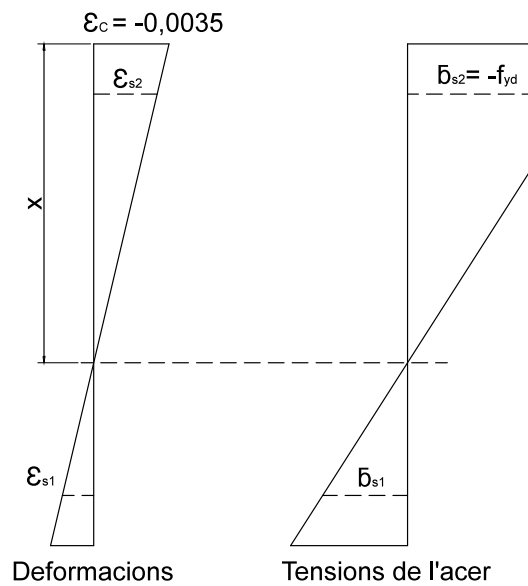


Figura 23. Diagrames de deformació i de tensió del domini 4 per la secció estudiada.

Els diagrames de deformació obtindrem les deformacions de les armadures:

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{d - x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x - d'} = \frac{\varepsilon_c}{x}; \text{ on } \varepsilon_c = -0,0035$$

$$\varepsilon_{s1} = |\varepsilon_c| \cdot \frac{d - x}{x} \rightarrow \varepsilon_{s1} = |\varepsilon_c| \cdot \frac{1 - \xi}{\xi}$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_c \cdot \frac{x - d'}{x} \rightarrow \varepsilon_{s2} = \varepsilon_c \cdot \frac{\xi - \delta}{\xi}$$

En aquest domini el valor de l'armadura 1 passarà de tenir el valor de la deformació elàstica de l'acer (ε_y) a zero. Amb els valors de deformació de l'acer procedirem a obtenir els valors de tensions amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3.

Com en el domini anterior, la deformació de compressió del formigó es mantindrà constant al llarg del domini amb un valor del 3,5‰.

Els valors del coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir la posició del centre de gravetat del formigó (λ) també ho seran:

- $\psi = 0,80952$
- $\lambda = 0,41587$

Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força de compressió del formigó amb la fórmula 6.

Amb totes les forces obtingudes, la força axial total i el moment total seguiran el mateix esquema que en el domini anterior:

$$\sum N_i = -N_T \rightarrow N_{s1} - N_{s2} - N_c = -N_T$$

$$\sum M_i = M_T \rightarrow N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

- Domini 4a:

Els diagrames de deformació i tensió són:

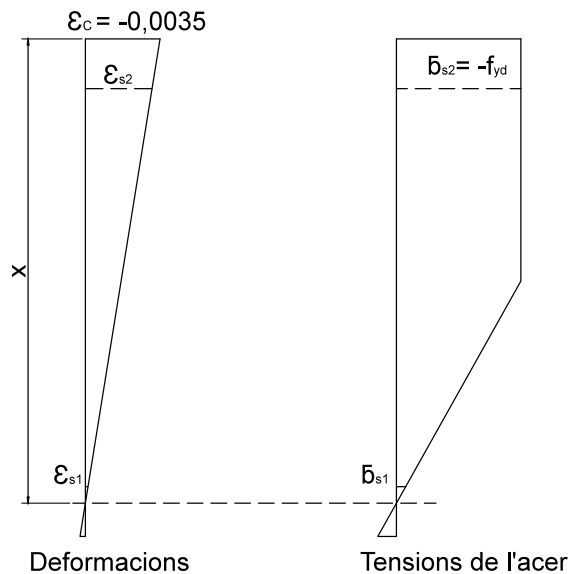


Figura 24. Diagrames de deformació i de tensió del domini 4a per la secció estudiada.

Amb el diagrama de deformació obtindrem les deformacions de les armadures:

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{x - d} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x - d'} = \frac{\varepsilon_c}{x}; \text{ on } \varepsilon_c = -0,0035$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_c \cdot \frac{x - d}{x} \rightarrow \varepsilon_{s1} = \varepsilon_c \cdot \frac{\xi - 1}{\xi}$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_c \cdot \frac{x - d'}{x} \rightarrow \varepsilon_{s2} = \varepsilon_c \cdot \frac{\xi - \delta}{\xi}$$

A partir d'aquest domini totes les armadures treballaran a compressió. Amb els valors de deformació de l'acer procedirem a obtenir els valors de tensions amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3.

Com en el domini anterior, la deformació de compressió del formigó es mantindrà constant al llarg del domini amb un valor del 3,5‰. Els valors del coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir la posició del centre de gravetat del formigó (λ) també ho seran:

- $\psi = 0,80952$
- $\lambda = 0,41587$

Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força de compressió del formigó amb la fórmula 6.

Amb totes les forces obtingudes, la força axial total i el moment total seguiran el mateix esquema que en els dominis anteriors:

$$\sum N_i = -N_T \rightarrow -N_{s1} - N_{s2} - N_c = -N_T$$

$$\sum M_i = M_T \rightarrow -N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

- Domini 5:

El diagrama de les deformacions i tensió son:

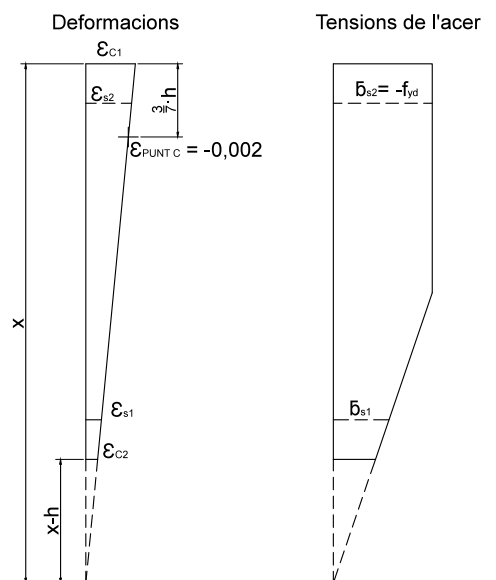


Figura 25. Diagrames de deformació i de tensió del domini 5 per la secció estudiada.

En aquest domini dividirem la deformació de compressió del formigó en dos parts:

1. La deformació que cobreix tota la profunditat de la línia neutre (x);
2. La deformació que cobreix la zona que surt fora de la secció, que està compresa entre l'alçada de la secció i la profunditat de la línia neutre (x-h).

Amb el diagrama de deformació obtindrem les deformacions de les armadures:

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{x-d} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d'} = \frac{\varepsilon_{c1}}{x} = \frac{\varepsilon_{c2}}{x-h} = \frac{\varepsilon_{punt\ C}}{x - \frac{3}{7} \cdot h}; \text{ on } \varepsilon_{punt\ C} = -0,002$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{punt\ C} \cdot \frac{x-d}{x - \frac{3}{7} \cdot h} \rightarrow \varepsilon_{s1} = \varepsilon_{punt\ C} \cdot \frac{\xi - 1}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}}$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{punt\ C} \cdot \frac{x-d'}{x - \frac{3}{7} \cdot h} \rightarrow \varepsilon_{s2} = \varepsilon_{punt\ C} \cdot \frac{\xi - \delta}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}}$$

$$\varepsilon_{c1} = \varepsilon_{punt\ C} \cdot \frac{x}{x - \frac{3}{7} \cdot h} \rightarrow \varepsilon_{c1} = \varepsilon_{punt\ C} \cdot \frac{\xi}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}}$$

$$\varepsilon_{c2} = \varepsilon_{punt\ C} \cdot \frac{x-h}{x - \frac{3}{7} \cdot h} \rightarrow \varepsilon_{c2} = \varepsilon_{punt\ C} \cdot \frac{\xi - \frac{h}{d}}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}}$$

Amb els valors de deformació de l'acer procedirem a obtenir els valors de tensions amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3.

La deformació de compressió del formigó passarà de ser màxima (3,5‰) a ser constant en tota la secció amb un valor del 2‰. Com a conseqüència els valors de ψ i λ variaran en funció del valor de deformació de compressió de formigó, com que tindrem dos valors de deformació de compressió també tindrem dos valors de cada. Per cada valor de deformació del formigó, utilitzant les fórmules 4 i 5 obtindrem els valors de ψ i λ . Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força total de compressió del formigó amb la fórmula 7. Amb els valors de λ i de x procedirem a obtenir el moment total de compressió del formigó amb la fórmula 8.

Amb totes les forces obtingudes i el moment total de la força de compressió del formigó, la força axial total i el moment total seguiran el següent esquema:

$$\sum N_i = -N_T \rightarrow -N_{s1} - N_{s2} - N_c = -N_T$$

$$\sum M_i = M_T \rightarrow -N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \pm M_c = M_T$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

A.3.3 Equacions d'equilibri per secció rectangular amb armadures, no simètriques respecte les dues cares oposades, de barres circulars a les quatre cares.

La secció a la qual resoldrem les equacions d'equilibri és la següent:

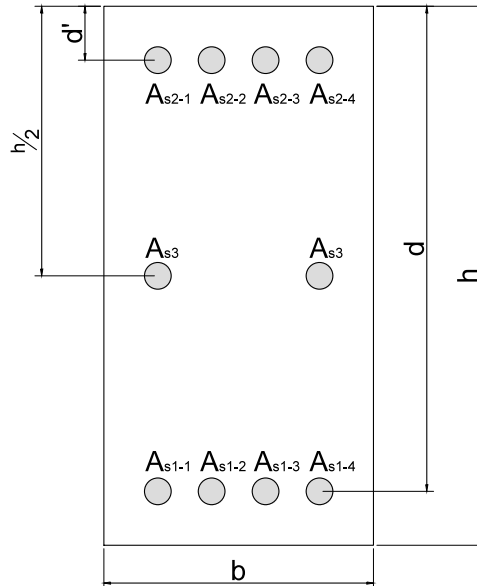


Figura 26. Secció estudiada.

on:

- b : és l'amplada de la secció;
- h : és l'alçada de la secció;
- d : és el cantell útil de la secció;
- d' : és el recobriment de l'armadura 2;
- A_{s1} : són les àrees de l'armadura 1;
- A_{s2} : són les àrees de l'armadura 2;
- A_{s3} : són les àrees de l'armadura 3.

L'única fórmula que varia respecte l'apartat de consideracions prèvies es la de la força, degut a que el valor de l'armadura dependrà del diàmetre de les barres i del nombre de barres:

$$N_s = \sigma_s \cdot A_s \rightarrow \text{on: } A_s = \sum A_i = \sum \pi \cdot \frac{\phi^2}{4}$$

Com veurem a continuació, els diagrames de deformacions i tensions seran molt semblants a la secció estudiada anteriorment. Per tant, no exposarem la demostració dels valors de les deformacions de les armadures de tracció i compressió que ja s'han demostrat, només el valor de l'armadura situada al centre de la secció.

- Domini 1:

El diagrama de deformacions i tensió son:

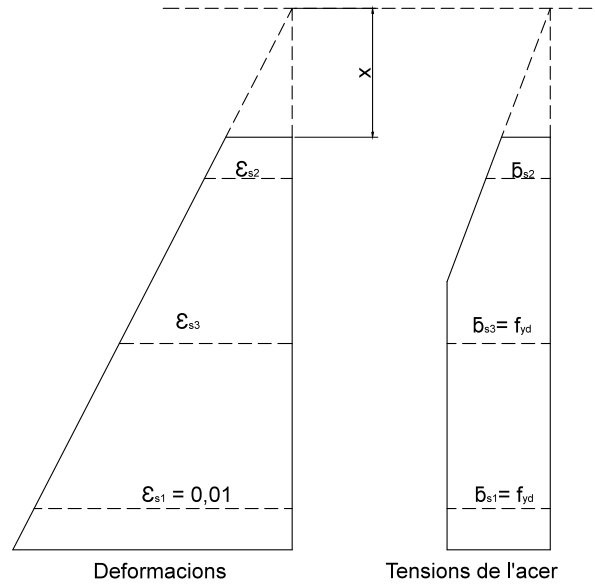


Figura 27. Diagrames de deformació i de tensió del domini 1 per la secció estudiada.

Com a la secció anterior, a partir del diagrama de deformació podrem obtenir les deformacions de les armadures, en aquest domini no tenim deformació de compressió perquè tota la secció està traccionada:

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{d - x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{d' - x} = \frac{\varepsilon_{s3}}{\frac{h}{2} - x}; \text{ on: } \varepsilon_{s1} = 0,01$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{s1} \cdot \frac{\delta - \xi}{1 - \xi}$$

$$\varepsilon_{s3} = \varepsilon_{s1} \cdot \frac{\frac{h}{2} - x}{d - x} \rightarrow \varepsilon_{s3} = \varepsilon_{s1} \cdot \frac{\frac{h}{2} \cdot d - \xi}{1 - \xi}$$

Un cop obtinguts els valors de deformació procedirem a obtenir els valors de tensions amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3, tenint en compte la variació que s'ha comentat anteriorment. Un cop obtingudes les forces procedirem a realitzar un sumatori de forces axials per obtenir l'axial total:

$$\sum N_i = -N_T \rightarrow N_{s1} + N_{s2} + N_{s3} = -N_T$$

També és procedirà a obtenir el moment total, que el considerem respecte el centre de la secció com en el cas anterior:

$$\sum M_i = M_T \rightarrow N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) - N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) = M_T$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

- Domini 2:

El diagrama de deformacions i tensions són:

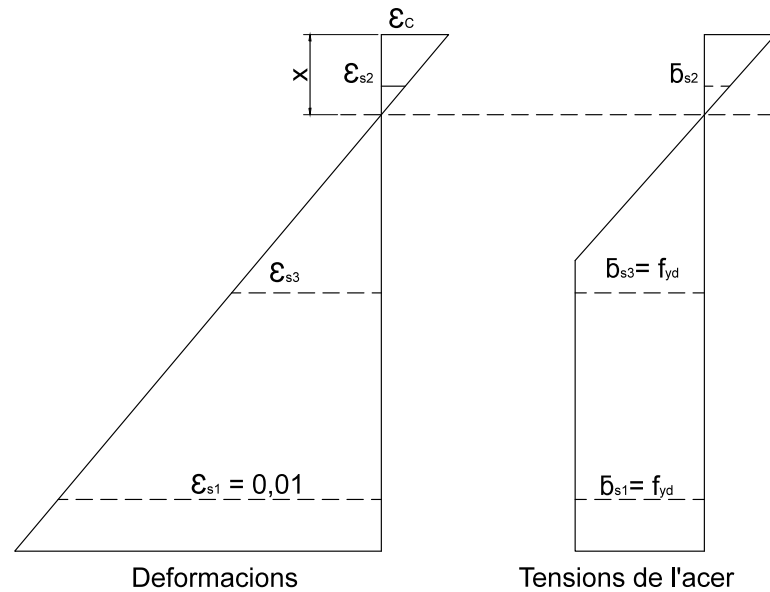


Figura 28. Diagrames de deformació i de tensió del domini 2 per la secció estudiada.

En aquest domini l'armadura 2 passarà de treballar de tracció a compressió. Amb el diagrama de deformació obtindrem les deformacions de les armadures, considerant que la distància de recobriment de l'armadura de compressió es superior a la distància de l'eix neutre, i la deformació de compressió del formigó:

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{d-x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{d'-x} = \frac{\varepsilon_{s3}}{\frac{h}{2}-x} = \frac{\varepsilon_c}{x}; \text{ on } \varepsilon_{s1} = 0,01$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{s1} \cdot \frac{\delta - \xi}{1 - \xi}$$

$$\varepsilon_{s3} = \varepsilon_{s1} \cdot \frac{\frac{h}{2} - x}{d - x} \rightarrow \varepsilon_{s3} = \varepsilon_{s1} \cdot \frac{\frac{h}{2} \cdot d - \xi}{1 - \xi}$$

$$\varepsilon_c = -\varepsilon_{s1} \cdot \frac{\xi}{1 - \xi}$$

Un cop el valor de la línia neutre sigui superior al valor de recobriment de l'armadura 2, la deformació serà negativa i a partir d'aquest punt l'armadura començarà a treballar a compressió. Amb els valors de deformació de l'acer procedirem a obtenir els valors de tensions amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3.

Obtingut el valor de la deformació del formigó, que passarà del 0‰ i el 3,5‰, podrem obtenir els valors del coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir la posició del centre de gravetat del formigó (λ). Per obtenir-los utilitzarem les fórmules 4 i 5. Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força de compressió del formigó amb la fórmula 6.

Després d'obtenir totes les forces procedirem a realitzar un sumatori de forces axials per obtenir l'axial total:

$$\sum N_i = -N_T \rightarrow N_{s1} \pm N_{s2} + N_{s3} - N_c = -N_T$$

I el moment resultant:

$$\sum M_i = M_T \rightarrow N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) \pm N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

- Domini 3:

El diagrama de deformacions i tensions són:

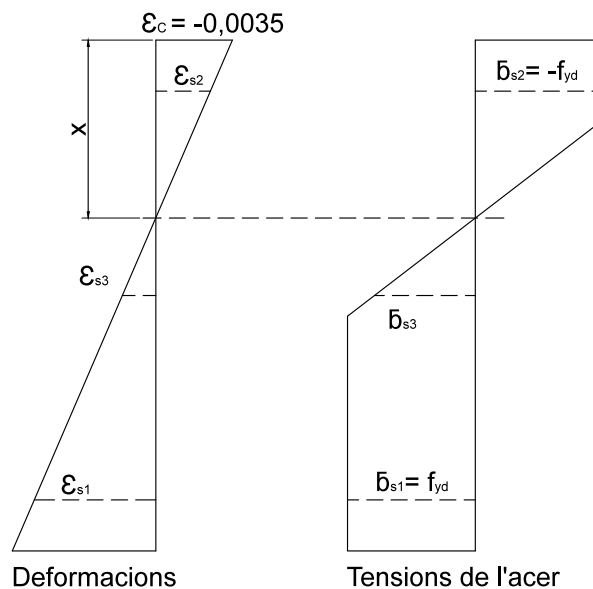


Figura 29. Diagrames de deformació i de tensió del domini 3 per la secció estudiada.

Les deformacions resultants són:

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{d-x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d'} = \frac{\varepsilon_{s3}}{\frac{h}{2}-x} = \frac{\varepsilon_c}{x}; \text{ on } \varepsilon_c = -0,0035$$

$$\varepsilon_{s1} = |\varepsilon_c| \cdot \frac{1-\xi}{\xi}$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_c \cdot \frac{\xi-\delta}{\xi}$$

$$\varepsilon_{s3} = |\varepsilon_c| \cdot \frac{\frac{h}{2}-x}{x} \rightarrow \varepsilon_{s3} = |\varepsilon_c| \cdot \frac{\frac{h}{2 \cdot d}-\xi}{\xi}$$

En aquest domini el valor de l'armadura 1 passarà de tenir un valor màxim de deformació del 10‰ a tenir el valor de la deformació elàstica de l'acer (ε_y). Com en el domini anterior, el valor de la deformació de l'armadura 3 passarà de treballar a tracció a compressió quant el

valor de la profunditat de la línia neutre sigui superior al valor de posició de l'armadura. Amb els valors de deformació de l'acer procedirem a obtenir els valors de tensions amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3.

Degut a que la deformació de compressió del formigó es mantindrà constant al llarg del domini amb un valor del 3,5‰, els valors del coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir la posició del centre de gravetat del formigó (λ) també ho seran:

- $\psi = 0,80952$
- $\lambda = 0,41587$

Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força de compressió del formigó amb la fórmula 6.

Un cop obtingudes totes les forces podrem obtenir la força axial total i el moment total:

$$\sum N_i = -N_T \rightarrow N_{s1} - N_{s2} \pm N_{s3} - N_c = -N_T$$

$$\sum M_i = M_T \rightarrow N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

- Domini 4:

El diagrama de deformacions i tensions són:

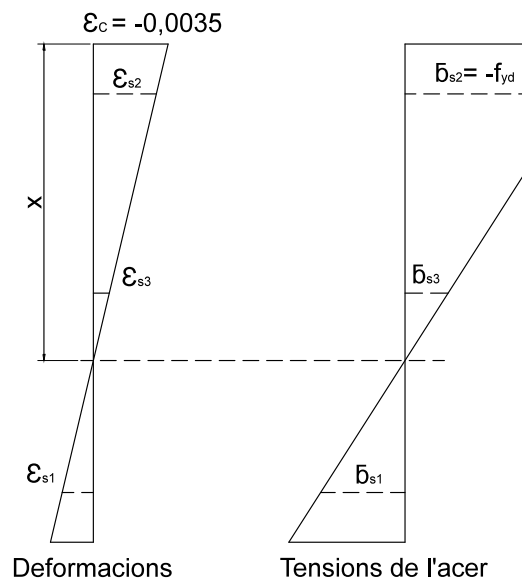


Figura 30. Diagrames de deformació i de tensió del domini 4 per la secció estudiada.

Les deformacions resultants son:

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{d-x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d'} = \frac{\varepsilon_{s3}}{x-\frac{h}{2}} = \frac{\varepsilon_c}{x}; \text{ on } \varepsilon_c = -0,0035$$

$$\varepsilon_{s1} = |\varepsilon_c| \cdot \frac{1-\xi}{\xi}$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_c \cdot \frac{\xi - \delta}{\xi}$$

$$\varepsilon_{s3} = \varepsilon_c \cdot \frac{x - \frac{h}{2}}{x} \rightarrow \varepsilon_{s3} = \varepsilon_c \cdot \frac{\xi - \frac{h}{2 \cdot d}}{\xi}$$

En aquest domini el valor de l'armadura 1 passarà de tenir el valor de la deformació elàstica de l'acer (ε_y) a zero. Amb els valors de deformació de l'acer procedirem a obtenir els valors de tensions amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3.

Com en el domini anterior, la deformació de compressió del formigó es mantindrà constant al llarg del domini amb un valor del 3,5‰. Els valors del coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir la posició del centre de gravetat del formigó (λ) també ho seran:

- $\psi = 0,80952$
- $\lambda = 0,41587$

Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força de compressió del formigó amb la fórmula 6.

Amb totes les forces obtingudes, la força axial total i el moment total seguiran el mateix esquema que en el domini anterior:

$$\sum N_i = -N_T \rightarrow N_{s1} - N_{s2} - N_{s3} - N_c = -N_T$$

$$\sum M_i = M_T \rightarrow N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

- Domini 4a:

El diagrama de deformacions i tensions són:

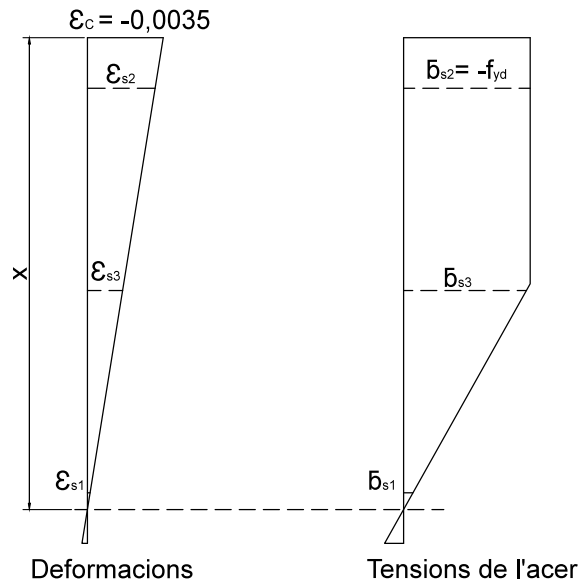


Figura 31. Diagrames de deformació i de tensió del domini 4a per la secció estudiada.

Les deformacions resultants son:

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{x-d} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d'} = \frac{\varepsilon_{s3}}{x-\frac{h}{2}} = \frac{\varepsilon_c}{x}; \text{ on } \varepsilon_c = -0,0035$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_c \cdot \frac{\xi - 1}{\xi}$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_c \cdot \frac{\xi - \delta}{\xi}$$

$$\varepsilon_{s3} = \varepsilon_c \cdot \frac{x - \frac{h}{2}}{x} \rightarrow \varepsilon_{s3} = \varepsilon_c \cdot \frac{\xi - \frac{h}{2 \cdot d}}{\xi}$$

A partir d'aquest domini totes les armadures treballaran a compressió. Amb els valors de deformació de l'acer procedirem a obtenir els valors de tensions amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3.

Com en el domini anterior, la deformació de compressió del formigó es mantindrà constant al llarg del domini amb un valor del 3,5‰. Els valors del coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir la posició del centre de gravetat del formigó (λ) també ho seran:

- $\psi = 0,80952$
- $\lambda = 0,41587$

Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força de compressió del formigó amb la fórmula 6.

Amb totes les forces obtingudes, la força axial total i el moment total seguiran el mateix esquema que en els dominis anteriors:

$$\sum N_i = -N_T \rightarrow -N_{s1} - N_{s2} - N_{s3} - N_c = -N_T$$

$$\sum M_i = M_T \rightarrow -N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

- Domini 5:

El diagrama de deformacions i tensions són:

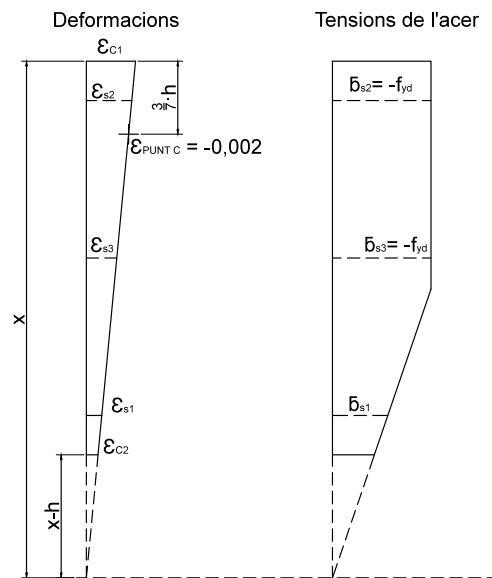


Figura 32. Diagrames de deformació i de tensió del domini 5 per la secció estudiada.

Com en el cas anterior, la deformació de compressió del formigó estarà dividida en dues parts:

1. La deformació que cobreix tota la profunditat de la línia neutre;
2. La deformació que cobreix la zona que surt fora de la secció, que està compresa entre l'alçada de la secció i la profunditat de la línia neutre.

Amb la gràfica de deformació obtindrem les deformacions de les armadures:

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{x - d} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x - d'} = \frac{\varepsilon_{s3}}{x - \frac{h}{2}} = \frac{\varepsilon_{c1}}{x} = \frac{\varepsilon_{c2}}{x - h} = \frac{\varepsilon_{punt C}}{x - \frac{3}{7} \cdot h}; \text{ on } \varepsilon_{punt C} = -0,002$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{punt C} \cdot \left(\frac{\xi - 1}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{punt C} \cdot \left(\frac{\xi - \delta}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$$

$$\varepsilon_{s3} = \varepsilon_{punt\ c} \cdot \left(\frac{x - \frac{h}{2}}{x - \frac{3}{7} \cdot h} \right) \rightarrow \varepsilon_{s3} = \varepsilon_{punt\ c} \cdot \left(\frac{\xi - \frac{h}{2} \cdot \frac{d}{d}}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$$

$$\varepsilon_{c1} = \varepsilon_{punt\ c} \cdot \left(\frac{\xi}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$$

$$\varepsilon_{c2} = \varepsilon_{punt\ c} \cdot \left(\frac{\xi - \frac{h}{d}}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$$

Amb els valors de deformació de l'acer procedirem a obtenir els valors de tensions amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3.

La deformació de compressió del formigó en aquest domini tendirà a ser constant a un valor de deformació del 2‰. Com a conseqüència els valors de ψ i λ variaran en funció del valor de deformació de compressió de formigó, com que tindrem dos valors de deformació de compressió també tindrem dos valors de cada. Per cada valor de deformació del formigó, utilitzant les fórmules 4 i 5 obtindrem els valors de ψ i λ . Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força total de compressió del formigó amb la fórmula 7. Amb els valors de λ i de x procedirem a obtenir el moment total de compressió del formigó amb la fórmula 8.

Amb totes les forces obtingudes i el moment total de la força de compressió del formigó, la força axial total i el moment total seguiran el següent esquema:

$$\sum N_i = -N_T \rightarrow -N_{s1} - N_{s2} - N_{s3} - N_c = -N_T$$

$$\sum M_i = M_T \rightarrow -N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d' \right) \pm M_c = M_T$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

A.3.4 Equacions d'equilibri per secció rectangular amb armadures, no simètriques en dues cares oposades, a les quatre cares.

La secció a la qual resoldrem les equacions d'equilibri és la següent:

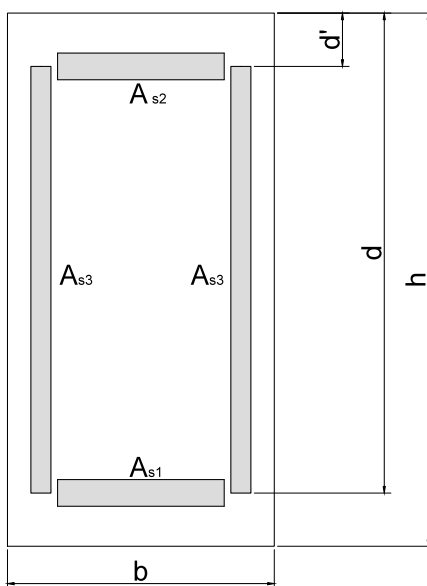


Figura 33. Secció estudiada.

Com en els casos anteriors, les fórmules es mantenen constants exceptuant que ara tindrem un força distribuïda que estarà entre en el cantell útil (d) i el recobriment de l'armadura 2 (d'). La força distribuïda vindrà originada per la contribució de l'armadura 3 i depenent del domini que estiguem podrà ser: de tracció pura, de compressió pura o una combinació de les dues. El valor total que exercirà la força de tracció l'anomenarem N_{s4} i el total per la força de compressió és el N_{s3} . Aquests valors de tracció o compressió, dependran de l'àrea de tensió que tindrem per cada valor de la profunditat de l'eix neutre (x) o de ξ .

Com veurem a continuació, els diagrames de deformacions i tensions, per l'armadura de 1 i 2, seran idèntics a les seccions estudiades anteriorment. Per tant, no exposarem la demostració dels valors de les deformacions de les armadures de tracció i compressió que ja s'han demostrat

- Domini 1:

El diagrama de les deformacions i tensió son:

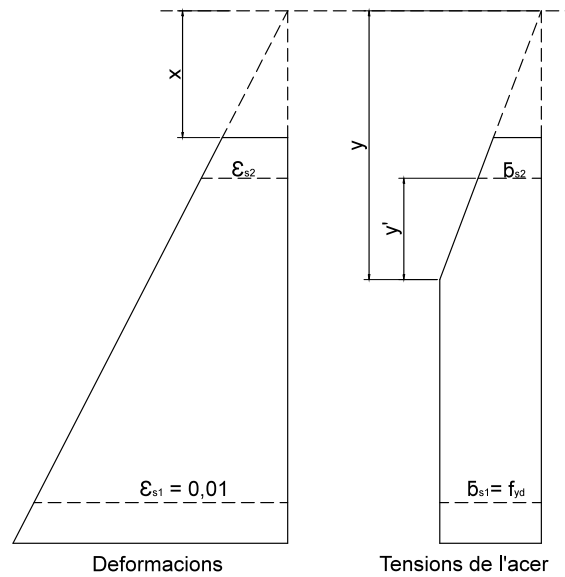


Figura 34. Diagrames de deformació i de tensió del domini 1 per la secció estudiada.

La variable “y” fa referència a quina profunditat, respecte la profunditat de l'eix neutre, la deformació a tracció supera el valor límit de l'acer ($\epsilon_{y,d}$).

Com en els casos anteriors, a partir del diagrama de deformació podrem obtenir les deformacions de les armadures i el valor de “y”, en aquest domini no tenim deformació de compressió perquè tota la secció està traccionada:

$$\frac{\epsilon_{s1}}{d - x} = \frac{\epsilon_{s2}}{d' - x} = \frac{\epsilon_{tracció}}{y}; \text{ on: } \epsilon_{s1} = 0,01$$

$$\epsilon_{s2} = \epsilon_{s1} \cdot \frac{d - x}{d' - x}$$

$$y = \frac{\epsilon_{tracció}}{\epsilon_{s1}} \cdot (d - x)$$

El valor de y', val:

$$y = -x + d' + y' \rightarrow y' = y + x - d'$$

Un cop obtinguts els valors de deformació per les armadures 1 i 2, procedirem a obtenir els valors de tensions amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3.

El valor de la força total de compressió (N_{s3}) val zero degut a que no tenim compressió.

El valor de la força total de tracció (N_{s4}) dependrà de l'àrea del gràfic de tensions que tindrem en cada punt.

En aquest domini tindrem dues situacions:

1. Quan $\epsilon_{s2} < \epsilon_{y,d}$, en aquest cas dividirem la força en tres parts:

$$N_{s4-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \text{Àrea}_{4-1} \rightarrow N_{s4-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\sigma_{s1} - \sigma_{s2}) \cdot y'$$

$$N_{s4-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \text{Àrea}_{4-2} \rightarrow N_{s4-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \sigma_{s2} \cdot y'$$

$$N_{s4-3} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \text{Àrea}_{4-3} \rightarrow N_{s4-3} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \sigma_{s1} \cdot (d - (d' + y'))$$

on:

- El valor de 2 correspon a que tenim dues barres d'armadura 3;
- El valor de $\frac{A_3}{d - d'}$ correspon a un coeficient d'àrea per unitat de longitud.

2. Quan $\epsilon_{s2} \geq \epsilon_{y,d}$, en aquest cas tindrem un rectangle com a àrea:

$$N_{s4-1} = 0$$

$$N_{s4-2} = 0$$

$$N_{s4-3} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \text{Àrea Rectangle} \rightarrow N_{s4-3} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot f_{y,d} \cdot (d - d')$$

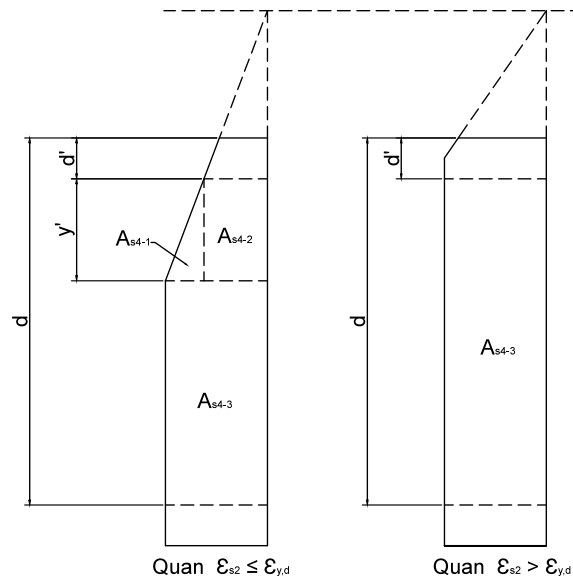


Figura 35. Els dos possibles diagrames de tensions pel domini 1.

Un cop obtingudes les forces procedirem a realitzar un sumatori de forces axials per obtenir l'axial total:

$$\sum N_i = -N_T \rightarrow N_{s1} + N_{s2} + N_{s4-1} + N_{s4-2} + N_{s4-3} = -N_T$$

També és procedirà a obtenir el moment total, que el considerem respecte el centre de la secció com en els casos anteriors, que dependrà de l'àrea de tensions:

1. Quan $\epsilon_{s2} < \epsilon_{y,d}$:

$$\sum M_i = M_T$$

$$N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) - N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \pm M_{s4} = M_T$$

on:

$$M_{s4} = -N_{s4-1} \cdot \left(\frac{h}{2} - e_{s4-1}\right) - N_{s4-2} \cdot \left(\frac{h}{2} - e_{s4-2}\right) + N_{s4-3} \cdot \left(e_{s4-3} - \frac{h}{2}\right)$$

- e_{s4-1} , e_{s4-2} , e_{s4-3} són els centres de gravetat de les figures anteriorment definides:

$$e_{s4-1} = d' + \frac{2}{3} \cdot y'$$

$$e_{s4-2} = d' + \frac{y'}{2}$$

$$e_{s4-3} = d' + y' + \left(\frac{d - d' - y'}{2}\right)$$

2. Quan $\epsilon_{s2} \geq \epsilon_{y,d}$:

$$\sum M_i = M_T \rightarrow N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) - N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) - N_{s4-3} \cdot \left(\frac{h}{2} - e_{s4-3}\right) = M_T$$

on:

$$e_{s4-3} = d' + \left(\frac{d - d'}{2}\right)$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

- Domini 2:

Els diagrames de deformacions i tensions són:

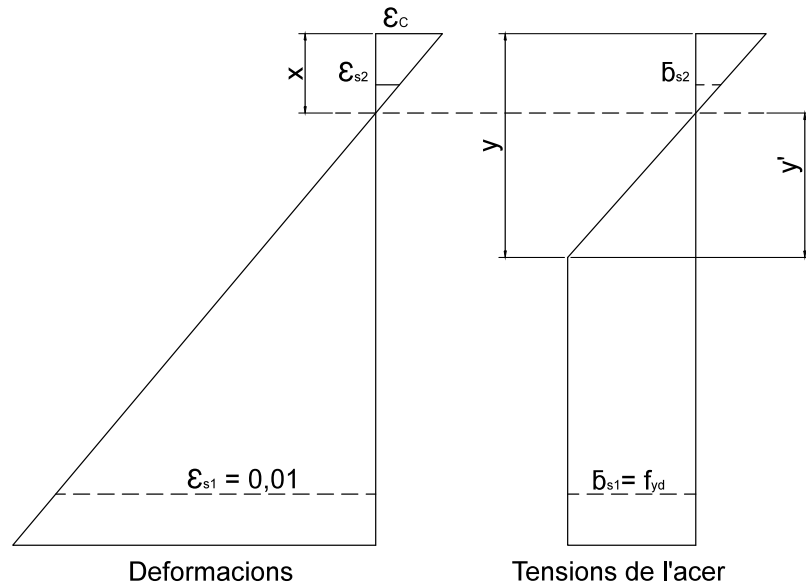


Figura 36. Diagrames de deformació i de tensió del domini 2 per la secció estudiada.

En aquest domini l'armadura 2 passarà de treballar de tracció a compressió. I l'armadura 3 passarà de treballar completament a tracció a treballar a compressió i a flexió a la vegada. Amb el diagrama de deformació obtindrem les deformacions de les armadures, considerant que la distancia de recobriment de l'armadura de compressió es superior a la distancia de l'eix neutre, la deformació de compressió del formigó, el valor de "y" i el valor de "z":

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{d-x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{d'-x} = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_{tracció}}{y-x} = \frac{\varepsilon_{compressió}}{x-z}; \text{ on } \varepsilon_{s1} = 0,01$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{s1} \cdot \frac{\delta - \xi}{1 - \xi}$$

$$\varepsilon_c = -\varepsilon_{s1} \cdot \frac{\xi}{1 - \xi}$$

$$y - x = \frac{\varepsilon_{tracció}}{\varepsilon_{s1}} \cdot (d - x) \rightarrow y = \frac{\varepsilon_{y,d}}{\varepsilon_{s1}} \cdot d + \left(1 - \frac{\varepsilon_{y,d}}{\varepsilon_{s1}}\right) \cdot x$$

$$x - z = \frac{\varepsilon_{compressió}}{\varepsilon_{s1}} \cdot (d - x) \rightarrow z = \left(1 + \frac{\varepsilon_{y,d}}{\varepsilon_{s1}}\right) \cdot x - \frac{\varepsilon_{y,d}}{\varepsilon_{s1}} \cdot d$$

A partir d'aquest domini, apareix el valor de "z". Té el mateix significat que la variable "y" però en cas de compressió. Ens donarà el valor a partir del qual la deformació compressió de l'acer a compressió supera el valor límit de deformació ($\varepsilon_{y,d}$).

Un cop el valor de la línia neutre sigui superior al valor de recobriment de l'armadura 2, la deformació serà negativa i a partir d'aquest punt l'armadura començarà a treballar a compressió. Amb els valors de deformació de l'acer, per les armadures 1 i 2, procedirem a obtenir els valors de tensions amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3.

Obtingut el valor de la deformació del formigó, que passarà del 0‰ i el 3,5‰, podrem obtenir els valors del coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir la posició del centre de gravetat del formigó (λ). Per obtenir-los utilitzarem les fórmules 4 i 5. Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força de compressió del formigó amb la fórmula 6.

En aquest domini, el diagrama de tensions per l'armadura 3 treballarà a tracció i a compressió a la vegada i dependrà de l'eix neutre:

1. Quan $x < d'$, seguirà el mateix esquema explicat al Domini 1 en el cas que $\epsilon_{s2} < \epsilon_{y,d}$:

$$N_{s4-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \text{Àrea}_{4-1} \rightarrow N_{s4-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\sigma_{s1} - \sigma_{s2}) \cdot y'$$

$$N_{s4-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \text{Àrea}_{4-2} \rightarrow N_{s4-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \sigma_{s2} \cdot y'$$

$$N_{s4-3} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \text{Àrea}_{4-3} \rightarrow N_{s4-3} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \sigma_{s1} \cdot (d - (d' + y'))$$

on:

$$y' = y - d'$$

2. Quan $x \geq d'$, a partir d'aquest punt l'armadura 3 començarà a treballar a compressió (N_{s3}) i a tracció (N_{s4}) a la vegada. A continuació exposarem les fórmules a utilitzar per a cada cas:

- Compressió:

- Quan $|\epsilon_{s2}| < \epsilon_{y,d}$:

$$N_{s3-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \text{Àrea}_{3-1} \rightarrow N_{s3-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sigma_{s2} \cdot (x - d')$$

$$N_{s3-2} = 0$$

$$N_{s3-3} = 0$$

- Quan $|\epsilon_{s2}| \geq \epsilon_{y,d}$:

$$N_{s3-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \text{Àrea}_{3-1} \rightarrow N_{s3-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sigma_{s2} \cdot z'$$

$$N_{s3-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \text{Àrea}_{3-2} \rightarrow N_{s3-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \sigma_{s2} \cdot (z - d')$$

$$N_{s3-3} = 0$$

on:

$$z' = x - z$$

- Tracció:

- Quan $|\epsilon_{s1}| < \epsilon_{y,d}$:

$$N_{s4-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{4-1} \rightarrow N_{s4-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sigma_{s1} \cdot (d-x)$$

$$N_{s4-2} = 0$$

$$N_{s4-3} = 0$$

- Quan $|\epsilon_{s1}| \geq \epsilon_{y,d}$:

$$N_{s4-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{4-1} \rightarrow N_{s4-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sigma_{s1} \cdot y'$$

$$N_{s4-2} = 0$$

$$N_{s4-3} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{4-3} \rightarrow N_{s4-3} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \sigma_{s1} \cdot (d-y)$$

on:

$$y' = y - x$$

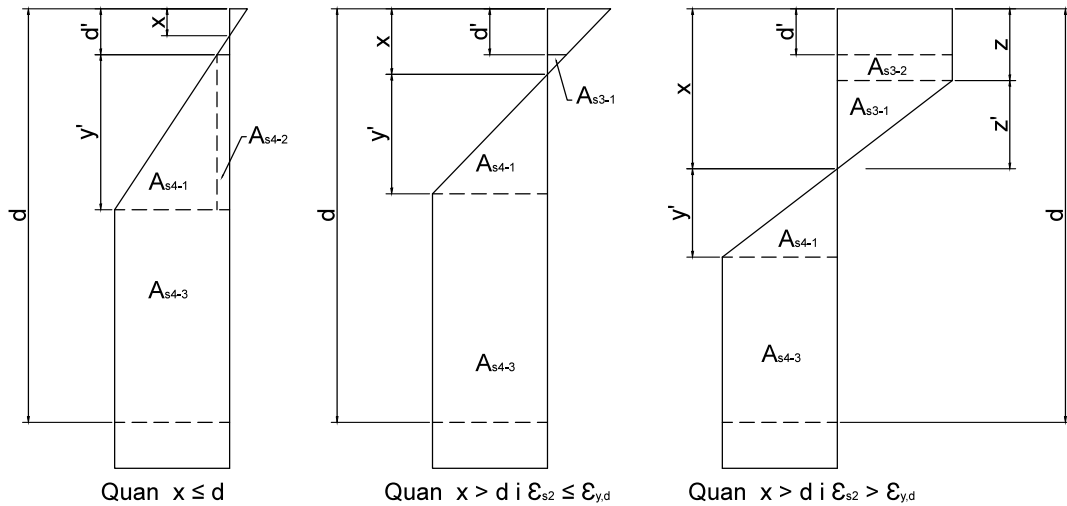


Figura 37. Els tres possibles de diagrames de tensió pel domini 2.

Després d'obtenir totes les forces procedirem a realitzar un sumatori de forces axials per obtenir l'axial total:

$$\sum N_i = -N_T \rightarrow N_{s1} \pm N_{s2} - N_{s3-1} - N_{s3-2} + N_{s4-1} + N_{s4-2} + N_{s4-3} - N_c = -N_T$$

El moment resultant el dividirem en dos casos:

1. Quan $x < d'$:

$$\sum M_i = M_T \rightarrow N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) \pm N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + M_{s4} + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T$$

on:

$$M_{s4} = -N_{s4-1} \cdot \left(\frac{h}{2} - e_{s4-1}\right) - N_{s4-2} \cdot \left(\frac{h}{2} - e_{s4-2}\right) + N_{s4-3} \cdot \left(e_{s4-3} - \frac{h}{2}\right)$$

- Les fórmules dels centres de gravetat són:

$$e_{s4-1} = d' + \frac{2}{3} \cdot y'$$

$$e_{s4-2} = d' + \frac{y'}{2}$$

$$e_{s4-3} = d' + y' + \left(\frac{d - d' - y'}{2} \right)$$

- 2. Quan $x \geq d'$:

$$\sum M_i = M_T \rightarrow N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right) \pm N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d' \right) + M_{s3} + M_{s4} + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x \right) = M_T$$

on:

$$M_{s3} = N_{s3-1} \cdot \left(\frac{h}{2} - e_{s3-1} \right) - N_{s3-2} \cdot \left(\frac{h}{2} - e_{s3-2} \right)$$

$$M_{s4} = -N_{s4-1} \cdot \left(\frac{h}{2} - e_{s4-1} \right) - N_{s4-3} \cdot \left(e_{s4-3} - \frac{h}{2} \right)$$

- Les fórmules dels centres de gravetat per compressió:

- Quan $|\epsilon_{s2}| < \epsilon_{y,d}$:

$$e_{s3-1} = d' + \left(\frac{x - d'}{3} \right)$$

- Quan $|\epsilon_{s2}| \geq \epsilon_{y,d}$:

$$e_{s3-1} = z + \frac{z'}{3}$$

$$e_{s3-2} = d' + \left(\frac{z - d'}{2} \right)$$

- Les fórmules dels centres de gravetat per tracció:

- Quan $|\epsilon_{s1}| < \epsilon_{y,d}$:

$$e_{s4-1} = d - \left(\frac{d - x}{3} \right)$$

- Quan $|\epsilon_{s1}| \geq \epsilon_{y,d}$:

$$e_{s4-1} = x + \frac{2}{3} \cdot y'$$

$$e_{s4-3} = y + \left(\frac{d - y}{2} \right)$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

- Domini 3:

El diagrama de deformacions i tensions són:

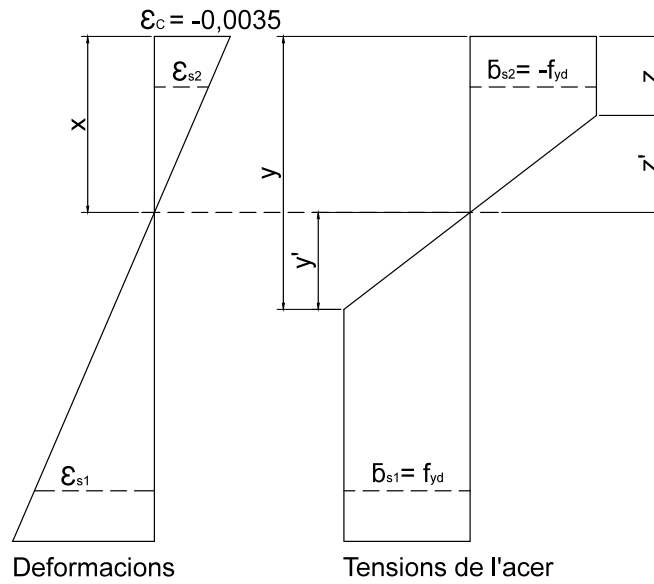


Figura 38. Diagrames de deformació i de tensió del domini 3 per la secció estudiada.

Les deformacions resultants són:

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{d-x} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d'} = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_{tracció}}{y-x} = \frac{\varepsilon_{compressió}}{x-z}; \text{ on } \varepsilon_c = -0,0035$$

$$\varepsilon_{s1} = |\varepsilon_c| \cdot \frac{1-\xi}{\xi}$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_c \cdot \frac{\xi-\delta}{\xi}$$

$$y-x = \frac{|\varepsilon_{tracció}|}{|\varepsilon_c|} \cdot x \rightarrow y = \left(1 + \frac{|\varepsilon_{tracció}|}{|\varepsilon_c|}\right) \cdot x$$

$$x-z = \frac{|\varepsilon_{compressió}|}{|\varepsilon_c|} \cdot x \rightarrow z = \left(1 - \frac{|\varepsilon_{compressió}|}{|\varepsilon_c|}\right) \cdot x$$

on:

$$y' = y - x$$

$$z' = x - z$$

En aquest domini el valor de l'armadura 1 passarà de tenir un valor màxim de deformació del 10‰ a tenir el valor de la deformació elàstica de l'acer (ε_y). Amb els valors de deformació de l'acer procedirem a obtenir els valors de tensions, per l'armadura 1 i 2, amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3.

Degut a que la deformació de compressió del formigó es mantindrà constant al llarg del domini amb un valor del 3,5‰, els valors del coeficient de forma del diagrama de tensions

del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir la posició del centre de gravetat del formigó (λ) també ho seran:

- $\psi = 0,80952$
- $\lambda = 0,41587$

Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força de compressió del formigó amb la fórmula 6.

Com en el domini anterior, l'armadura 3 estarà treballant a compressió i a flexió a la vegada:

- Compressió:

- Quan $|\epsilon_{s2}| < \epsilon_{y,d}$:

$$N_{s3-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{3-1} \rightarrow N_{s3-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sigma_{s2} \cdot (x-d')$$

$$N_{s3-2} = 0$$

$$N_{s3-3} = 0$$

- Quan $|\epsilon_{s2}| \geq \epsilon_{y,d}$:

$$N_{s3-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{3-1} \rightarrow N_{s3-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sigma_{s2} \cdot z'$$

$$N_{s3-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{3-2} \rightarrow N_{s3-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \sigma_{s2} \cdot (z-d')$$

$$N_{s3-3} = 0$$

- Tracció:

- Quan $|\epsilon_{s1}| < \epsilon_{y,d}$:

$$N_{s4-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{4-1} \rightarrow N_{s4-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sigma_{s1} \cdot (d-x)$$

$$N_{s4-2} = 0$$

$$N_{s4-3} = 0$$

- Quan $|\epsilon_{s1}| \geq \epsilon_{y,d}$:

$$N_{s4-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{4-1} \rightarrow N_{s4-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sigma_{s1} \cdot y'$$

$$N_{s4-2} = 0$$

$$N_{s4-3} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{4-3} \rightarrow N_{s4-3} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \sigma_{s1} \cdot (d-y)$$

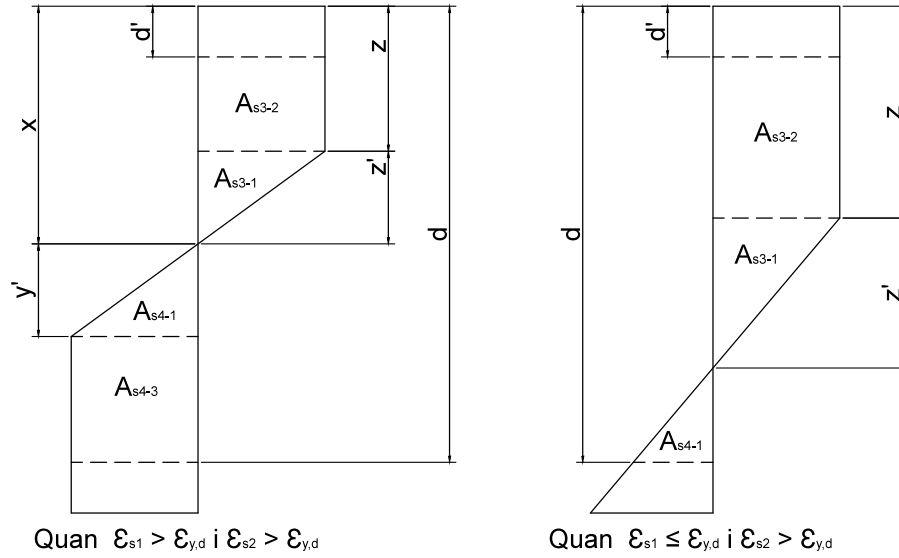


Figura 39. Els dos possibles diagrames de tensions pel domini 3.

Després d'obtenir totes les forces procedirem a realitzar un sumatori de forces axials per obtenir l'axial total:

$$\sum N_i = -N_T$$

$$N_{s1} - N_{s2} - N_{s3-1} - N_{s3-2} - N_{s3-3} + N_{s4-1} + N_{s4-2} + N_{s4-3} - N_c = -N_T$$

El moment total:

$$\sum M_i = M_T \rightarrow N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + M_{s3} + M_{s4} + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T$$

on:

$$M_{s3} = N_{s3-1} \cdot \left(\frac{h}{2} - e_{s3-1}\right) + N_{s3-2} \cdot \left(\frac{h}{2} - e_{s3-2}\right)$$

$$M_{s4} = N_{s4-1} \cdot \left(e_{s4-1} - \frac{h}{2}\right) + N_{s4-3} \cdot \left(e_{s4-3} - \frac{h}{2}\right)$$

- Les fórmules dels centres de gravetat per compressió:

- Quan $|\epsilon_{s2}| < \epsilon_{y,d}$:

$$e_{s3-1} = d' + \left(\frac{x - d'}{3}\right)$$

- Quan $|\epsilon_{s2}| \geq \epsilon_{y,d}$:

$$e_{s3-1} = z + \frac{z'}{3}$$

$$e_{s3-2} = d' + \left(\frac{z - d'}{2}\right)$$

- Les fórmules dels centres de gravetat per tracció:

- Quan $|\epsilon_{s1}| < \epsilon_{y,d}$:

$$e_{s4-1} = x + \frac{2}{3} \cdot (d - x)$$

- Quan $|\epsilon_{s1}| \geq \epsilon_{y,d}$:

$$e_{s4-1} = x + \frac{2}{3} \cdot y'$$

$$e_{s4-3} = y + \left(\frac{d - y}{2} \right)$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

- Domini 4:

Els diagrames de deformacions i tensions són:

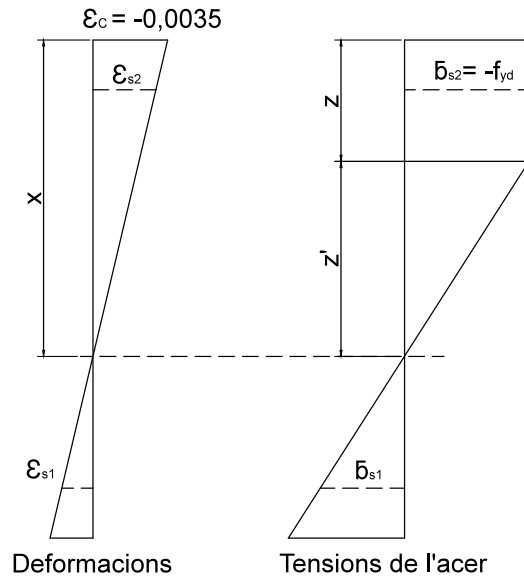


Figura 40. Diagrames de deformació i de tensió del domini 4 per la secció estudiada.

Les deformacions resultants son:

$$\frac{\epsilon_{s1}}{d - x} = \frac{\epsilon_{s2}}{x - d'} = \frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon_{tracció}}{y - x} = \frac{\epsilon_{compressió}}{x - z}; \text{ on } \epsilon_c = -0,0035$$

$$\epsilon_{s1} = |\epsilon_c| \cdot \left(\frac{1 - \xi}{\xi} \right)$$

$$\epsilon_{s2} = \epsilon_c \cdot \left(\frac{\xi - \delta}{\xi} \right)$$

$$y = \left(1 + \frac{|\epsilon_{tracció}|}{|\epsilon_c|} \right) \cdot x$$

$$z = \left(1 - \frac{|\epsilon_{compressió}|}{|\epsilon_c|} \right) \cdot x$$

on:

$$y' = y - x$$

$$z' = x - z$$

En aquest domini el valor de l'armadura 1 passarà de tenir el valor de la deformació elàstica de l'acer (ϵ_y) a zero. Amb els valors de deformació de l'acer, per l'armadura 1 i 2, procedirem a obtenir els valors de tensions amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3.

Com en el domini anterior, la deformació de compressió del formigó es mantindrà constant al llarg del domini amb un valor del 3,5‰. Els valors del coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir la posició del centre de gravetat del formigó (λ) també ho seran:

- $\psi = 0,80952$
- $\lambda = 0,41587$

Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força de compressió del formigó amb la fórmula 6.

Com en els dominis 2 i 3, l'armadura 3 estarà treballant a compressió i a flexió a la vegada:

- Compressió:

- Quan $|\epsilon_{s2}| < \epsilon_{y,d}$:

$$N_{s3-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \text{Àrea}_{3-1} \rightarrow N_{s3-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sigma_{s2} \cdot (x - d')$$

$$N_{s3-2} = 0$$

$$N_{s3-3} = 0$$

- Quan $|\epsilon_{s2}| \geq \epsilon_{y,d}$:

$$N_{s3-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \text{Àrea}_{3-1} \rightarrow N_{s3-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sigma_{s2} \cdot z'$$

$$N_{s3-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \text{Àrea}_{3-2} \rightarrow N_{s3-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \sigma_{s2} \cdot (z - d')$$

$$N_{s3-3} = 0$$

- Tracció:

- Quan $|\epsilon_{s1}| < \epsilon_{y,d}$:

$$N_{s4-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \text{Àrea}_{4-1} \rightarrow N_{s4-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sigma_{s1} \cdot (d - x)$$

$$N_{s4-2} = 0$$

$$N_{s4-3} = 0$$

- Quan $|\epsilon_{s1}| \geq \epsilon_{y,d}$:

$$N_{s4-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \text{Àrea}_{4-1} \rightarrow N_{s4-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d - d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sigma_{s1} \cdot y'$$

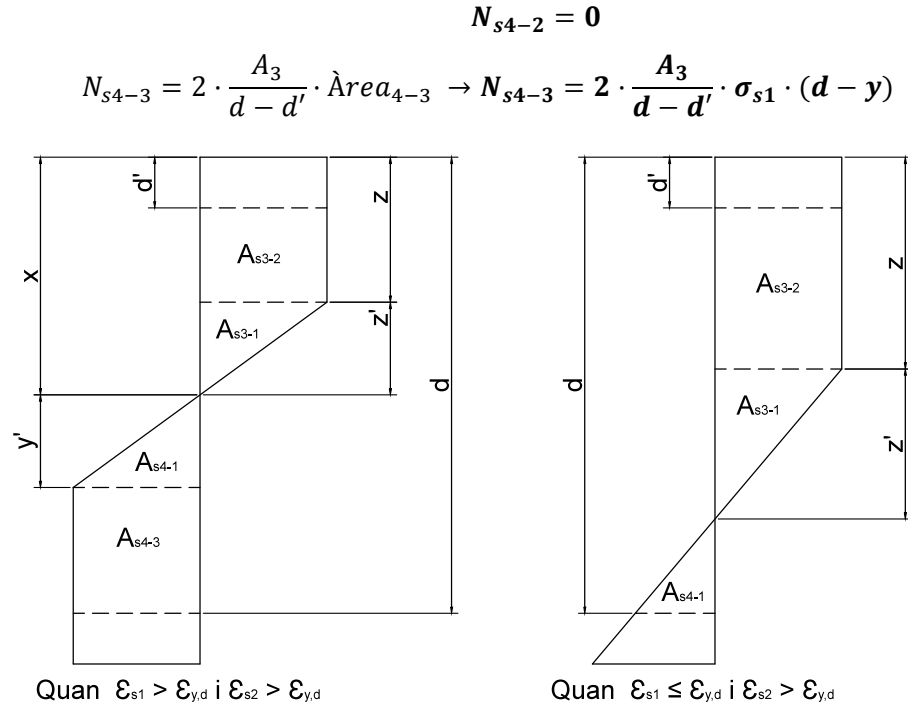


Figura 41. Els dos possibles diagrames de tensions pel domini 4.

Després d'obtenir totes les forces procedirem a realitzar un sumatori de forces axials per obtenir l'axial total:

$$\sum N_i = -N_T$$

$$N_{s1} - N_{s2} - N_{s3-1} - N_{s3-2} - N_{s3-3} + N_{s4-1} + N_{s4-2} + N_{s4-3} - N_c = -N_T$$

El moment total val:

$$\sum M_i = M_T \rightarrow N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + M_{s3} + M_{s4} + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T$$

on:

$$M_{s3} = N_{s3-1} \cdot \left(\frac{h}{2} - e_{s3-1}\right) + N_{s3-2} \cdot \left(\frac{h}{2} - e_{s3-2}\right)$$

$$M_{s4} = N_{s4-1} \cdot \left(e_{s4-1} - \frac{h}{2}\right) + N_{s4-3} \cdot \left(e_{s4-3} - \frac{h}{2}\right)$$

- Les fórmules dels centres de gravetat per compressió:

- Quan $|\varepsilon_{s2}| < \varepsilon_{y,d}$:

$$e_{s3-1} = d' + \left(\frac{x - d'}{3}\right)$$

- Quan $|\varepsilon_{s2}| \geq \varepsilon_{y,d}$:

$$e_{s3-1} = z + \frac{z'}{3}$$

$$e_{s3-2} = d' + \left(\frac{z - d'}{2}\right)$$

- Les fórmules dels centres de gravetat per tracció:

- Quan $|\epsilon_{s1}| < \epsilon_{y,d}$:

$$e_{s4-1} = x + \frac{2}{3} \cdot (d - x)$$

- Quan $|\epsilon_{s1}| \geq \epsilon_{y,d}$:

$$e_{s4-1} = x + \frac{2}{3} \cdot y'$$

$$e_{s4-3} = y + \left(\frac{d - y}{2} \right)$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

- Domini 4a:

Els diagrames de deformacions i tensions són:

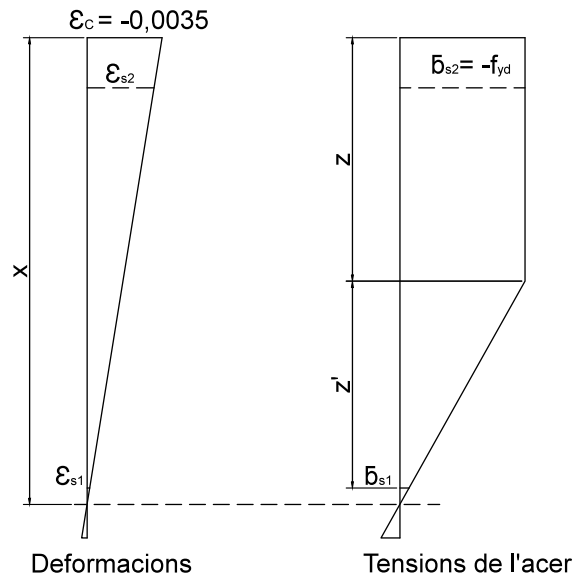


Figura 42. Diagrames de deformació i de tensió del domini 4a per la secció estudiada.

Les deformacions resultants son:

$$\frac{\epsilon_{s1}}{d - x} = \frac{\epsilon_{s2}}{x - d'} = \frac{\epsilon_c}{x} = \frac{\epsilon_{compressió}}{x - z}; \text{ on } \epsilon_c = -0,0035$$

$$\epsilon_{s1} = \epsilon_c \cdot \left(\frac{\xi - 1}{\xi} \right)$$

$$\epsilon_{s2} = \epsilon_c \cdot \left(\frac{\xi - \delta}{\xi} \right)$$

$$z = \left(1 - \frac{|\epsilon_{compressió}|}{|\epsilon_c|} \right) \cdot x$$

on:

$$z' = d - z$$

A partir d'aquest domini totes les armadures treballaran a compressió. Amb els valors de deformació de l'acer, per les armadures 1 i 2, procedirem a obtenir els valors de tensions amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3.

Com en el domini anterior, la deformació de compressió del formigó es mantindrà constant al llarg del domini amb un valor del 3,5‰. Els valors del coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir la posició del centre de gravetat del formigó (λ) també ho seran:

- $\psi = 0,80952$
- $\lambda = 0,41587$

Amb els valors de ψ i de λ , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força de compressió del formigó amb la fórmula 6.

A partir d'aquest domini tota l'armadura 3 estarà treballant a compressió:

- Quan $|\epsilon_{s1}| < \epsilon_{y,d}$:

$$N_{s3-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{3-1} \rightarrow N_{s3-1} = -2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot (|\sigma_{s2}| - (|\sigma_{s1}|)) \cdot z'$$

$$N_{s3-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{3-2} \rightarrow N_{s3-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \sigma_{s2} \cdot (z - d')$$

$$N_{s3-3} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{3-3} \rightarrow N_{s3-3} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sigma_{s1} \cdot z'$$

- Quan $|\epsilon_{s1}| \geq \epsilon_{y,d}$:

$$N_{s3-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{3-1} \rightarrow N_{s3-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \sigma_{s1} \cdot (d - d')$$

$$N_{s3-2} = 0$$

$$N_{s3-3} = 0$$

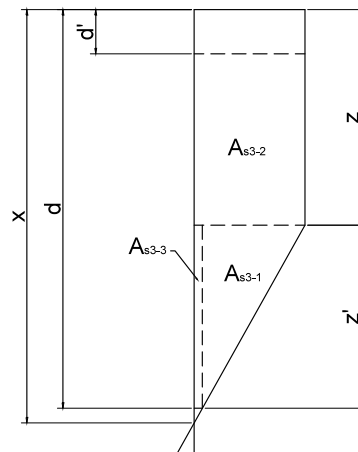


Figura 43. Els possible diagrama de tensions pel domini 4a.

Després d'obtenir totes les forces procedirem a realitzar un sumatori de forces axials per obtenir l'axial total:

$$\sum N_i = -N_T$$

$$N_{s1} - N_{s2} - N_{s3-1} - N_{s3-2} - N_{s3-3} - N_c = -N_T$$

El moment total val:

$$\sum M_i = M_T \rightarrow N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + M_{s3} + N_c \cdot \left(\frac{h}{2} - \lambda \cdot x\right) = M_T$$

on:

$$M_{s3} = N_{s3-1} \cdot \left(e_{s3-1} - \frac{h}{2}\right) + N_{s3-2} \cdot \left(\frac{h}{2} - e_{s3-2}\right) - N_{s3-3} \cdot \left(e_{s3-2} - \frac{h}{2}\right)$$

- Les fórmules dels centres de gravetat:

- Quan $|\epsilon_{s1}| < \epsilon_{y,d}$:

$$e_{s3-1} = z + \frac{z'}{3}$$

$$e_{s3-2} = d' + \left(\frac{z - d'}{2}\right)$$

$$e_{s3-3} = z + \frac{z'}{2}$$

- Quan $|\epsilon_{s1}| < \epsilon_{y,d}$:

$$e_{s3-1} = d' + \frac{d - d'}{2}$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

• Domini 5:

Els diagrames de deformacions i tensions són:

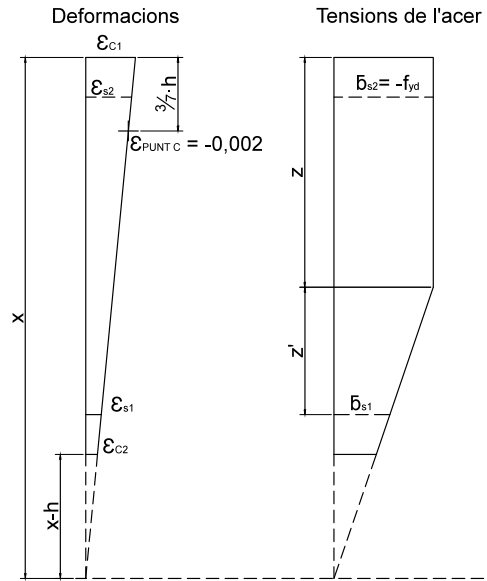


Figura 44. Diagrames de deformació i de tensió del domini 5 per la secció estudiada.

Com en els casos anteriors, la deformació de compressió del formigó estarà dividida en dues parts:

1. La deformació que cobreix tota la profunditat de la línia neutre (x);
2. La deformació que cobreix la zona que surt fora de la secció, que està compresa entre l'alçada de la secció i la profunditat de la línia neutre (x-h).

Amb la gràfica de deformació obtindrem les deformacions de les armadures:

$$\frac{\varepsilon_{s1}}{x-d} = \frac{\varepsilon_{s2}}{x-d'} = \frac{\varepsilon_{c1}}{x} = \frac{\varepsilon_{c2}}{x-h} = \frac{\varepsilon_{punt\ c}}{x-\frac{3}{7}\cdot h} = \frac{\varepsilon_{compressió}}{x-z}; \text{ on } \varepsilon_{punt\ c} = -0,002$$

$$\varepsilon_{s1} = \varepsilon_{punt\ c} \cdot \left(\frac{\xi - 1}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$$

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{punt\ c} \cdot \left(\frac{\xi - \delta}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$$

$$\varepsilon_{c1} = \varepsilon_{punt\ c} \cdot \left(\frac{\xi}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$$

$$\varepsilon_{c2} = \varepsilon_{punt\ c} \cdot \left(\frac{\xi - \frac{h}{d}}{\xi - \frac{3}{7} \cdot \frac{h}{d}} \right)$$

$$x - z = \frac{|\varepsilon_{compressió}|}{|\varepsilon_{punt\ c}|} \cdot \left(x - \frac{3}{7} \cdot h \right) \rightarrow z = \left(1 - \frac{|\varepsilon_{compressió}|}{|\varepsilon_{punt\ c}|} \right) \cdot x + \frac{3}{7} \cdot \frac{|\varepsilon_{compressió}|}{|\varepsilon_{punt\ c}|} \cdot h$$

Amb els valors de deformació de l'acer, per l'armadura 1 i 2, procedirem a obtenir els valors de tensions amb la fórmula 2 i posteriorment el valor de la força amb la fórmula 3.

La deformació de compressió del formigó en aquest domini tendirà a ser constant en tota la secció a un valor de deformació del 2‰. Com a conseqüència els valors de ψ i λ variaran en funció del valor de deformació de compressió de formigó, com que tindrem dos valors de deformació de compressió també tindrem dos valors de cada. Per cada valor de deformació del formigó, utilitzant les fórmules 4 i 5 obtindrem els valors de ψ i λ . Amb els valors de ψ i de x , l'obtindrem a partir de la fórmula 1, procedirem a obtenir la força total de compressió del formigó amb la fórmula 7. Amb els valors de λ i de x procedirem a obtenir el moment total de compressió del formigó amb la fórmula 8.

Com en el domini anterior, l'armadura 3 treballarà totalment a compressió. En aquest cas tindrem els següents casos:

- Cas 1, quan $|\epsilon_{s2}| > \epsilon_{y,d}$ i $|\epsilon_{s1}| < \epsilon_{y,d}$:

$$N_{s3-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{3-1} \rightarrow N_{s3-1} = -2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot (|\sigma_{s2}| - (|\sigma_{s1}|) \cdot z'$$

$$N_{s3-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{3-2} \rightarrow N_{s3-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \sigma_{s2} \cdot (z - d')$$

$$N_{s3-3} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{3-3} \rightarrow N_{s3-3} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sigma_{s1} \cdot z'$$

- Cas 2, quan $|\epsilon_{s2}| < \epsilon_{y,d}$, $|\epsilon_{s1}| < \epsilon_{y,d}$ i $|\epsilon_{s2}| \neq |\epsilon_{s1}|$:

$$N_{s3-1} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{3-1} \rightarrow N_{s3-1} = -2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \frac{1}{2} \cdot (|\sigma_{s2}| - (|\sigma_{s1}|) \cdot (d - d')$$

$$N_{s3-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{3-2} \rightarrow N_{s3-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \sigma_{s1} \cdot (d - d')$$

$$N_{s3-3} = 0$$

- Cas 3, quan $|\epsilon_{s2}| \geq \epsilon_{y,d}$ i $|\epsilon_{s1}| \geq \epsilon_{y,d}$ o $|\epsilon_{s2}| = |\epsilon_{s1}|$:

$$N_{s3-1} = 0$$

$$N_{s3-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \text{Àrea}_{3-2} \rightarrow N_{s3-2} = 2 \cdot \frac{A_3}{d-d'} \cdot \sigma_{s1} \cdot (d - d')$$

$$N_{s3-3} = 0$$

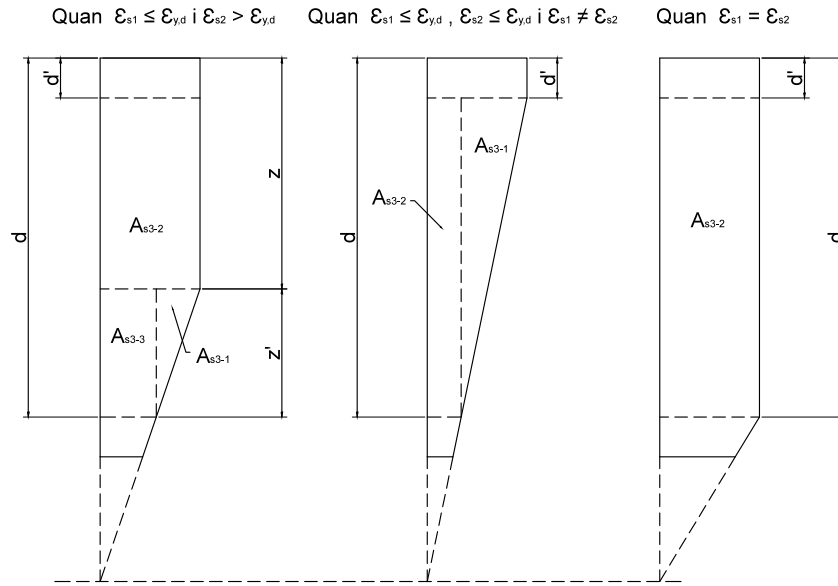


Figura 45. Els tres possibles diagrames de tensions pel domini 5.

Després d'obtenir totes les forces procedirem a realitzar un sumatori de forces axials per obtenir l'axial total:

$$\sum N_i = -N_T$$

$$N_{s1} - N_{s2} - N_{s3-1} - N_{s3-2} - N_{s3-3} - N_c = -N_T$$

El moment total val:

$$\sum M_i = M_T \rightarrow N_{s1} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) + N_{s2} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + M_{s3} \pm M_c = M_T$$

on:

$$M_{s3} = N_{s3-1} \cdot \left(e_{s3-1} - \frac{h}{2}\right) + N_{s3-2} \cdot \left(\frac{h}{2} - e_{s3-2}\right) - N_{s3-3} \cdot \left(e_{s3-2} - \frac{h}{2}\right)$$

- Les fórmules dels centres de gravetat:

• Cas 1:

$$e_{s3-1} = z + \frac{z'}{3}$$

$$e_{s3-2} = d' + \left(\frac{z - d'}{2}\right)$$

$$e_{s3-3} = z + \frac{z'}{2}$$

• Cas 2:

$$e_{s3-1} = d' + \frac{d - d'}{3}$$

$$e_{s3-2} = d' + \left(\frac{d - d'}{2}\right)$$

- Cas 3:

$$e_{s3-2} = d' + \left(\frac{d - d'}{2} \right)$$

Un cop obtinguts els valors totals de la força axial i del moment total, procedirem a obtenir els seus valors adimensionals amb les fórmules 9 i 10.

A.4 COMPROVACIÓ A RESISTENCIA A TALLANT

A.4.1 Equacions d'equilibri de resistència d'una secció al tallant

La secció resistirà el tallant si es compleix:

$$V_{rd} \leq V_{u1} \text{ i } V_{rd} \leq V_{u2}$$

on:

- V_{u1} : és el valor d'esgotament per compressió obliqua de l'ànima;
- V_{u2} : és el valor d'esgotament per tracció de l'ànima;
- V_{rd} : és el tallant mesurat.

El tallant mesurat s'obté del següent sumatori:

$$V_{rd} = V_d + V_{pd} + V_{cd}$$

- V_d : és el tallant de càlcul.
- V_{pd} : és el tallant de pretesat.
- V_{cd} : és el tallant de secció variable.

El valor d'esgotament per compressió obliqua de l'ànima (V_{u1}) es comprova a una secció situada sobre el costat del recolzament, no en el seu eix, i el valor d'esgotament per tracció de l'ànima (V_{u2}) es comprova a una secció situada a una distància igual al cantell útil (d) des de el costat del recolzament.

- Esgotament per compressió obliqua de l'ànima (V_{u1}):

Aquesta comprovació no serà necessària en peces sense armadura de tallant, com lloses, sabates, etcètera, perquè s'arriba abans l'esgotament per tracció de l'ànima.

L'obtindrem amb la fórmula:

$$V_{u1} = 0,6 \cdot f_{c,d} \cdot b_o \cdot d \cdot k \cdot \frac{\cotg(\beta) + \cotg(\alpha)}{1 + \cotg^2(\beta)}$$

on:

- $f_{c,d}$: és la resistència de càlcul del formigó;
- b_o : és l'amplada de la secció.
- k : és el coeficient de reducció d'esforç axial.
- β : és l'angle d'obertura de les esquerdes.
- α : és l'angle d'inclinació de les armadures.

Per seccions amb amplada (b_o) variable, agafarem el valor més petit present a la secció a una altura igual a $\frac{3}{4}$ del cantell útil (d).

El coeficient k que valora l'efecte de l'esforç axial sol valdre 1 en el casos més habituals de bigues i lloses de formigó armat sense esforços de exteriors de compressió.

En el cas de peces amb un esforç axial significatiu com pilars o bigues pretesades val:

$$k = 1 + \frac{\sigma'_{cd}}{f_{cd}} \rightarrow 0 < \sigma'_{cd} < 0,25 \cdot f_{cd}$$

$$k = 1,25 \rightarrow 0,25 \cdot f_{cd} < \sigma'_{cd} < 0,5 \cdot f_{cd}$$

$$k = 2,5 \cdot \left(1 - \frac{\sigma'_{cd}}{f_{cd}}\right) \rightarrow 0,5 \cdot f_{cd} < \sigma'_{cd} < f_{cd}$$

on:

- σ'_{cd} : és la tensió de compressió axial efectiva =

$$\sigma'_{cd} = \frac{N_d - A'_s \cdot f_{yd}}{A_c}$$

- N_d : esforç axial de càlcul, incloent el pretesat amb el seu valor de càlcul;
- A_c : àrea total de la secció de formigó;
- A'_s : àrea total de l'armadura comprimida.

El valor de l'angle de les esquerdes (β) és pot escollir lliurement per el projectista entre els límits:

$$0,5 \leq \cot g(\beta) \leq 2 \rightarrow 27^\circ \leq \beta \leq 63^\circ$$

El valor d'esgotament per tracció de l'ànima, dependrà de si tenim armadura de tallant o no:

- Esgotament per tracció de l'ànima sense armadura de tallant (V_{u2}):

Si no tenim en compte la presència de l'armadura de tallant, valdrà:

$$V_{u2} = V_{cu} = (f_{cv} + 0,15 \cdot \sigma'_{cd}) \cdot b_o \cdot d$$

on:

- V_{cu} : és la contribució del formigó a la resistència a tallant;
- σ'_{cd} : és la tensió de compressió axial efectiva;
- f_{cv} : és la resistència virtual del formigó, que s'obté amb la següent fórmula:

$$f_{cv} = \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

- γ_c : és el coeficient de minoració de la resistència del formigó;
- ξ : és el coeficient que té en compte la influencia del costat útil en l'efecte de l'engrunament dels àrids;
- ρ_l : és la quantia geomètrica de l'armadura longitudinal de tracció;
- f_{ck} : és la resistència característica del formigó, que no podrà ser més gran de 60 MPa o 15 MPa per control indirecta de la resistència de formigó.

La tensió de compressió axial efectiva, valdrà:

$$\sigma'_{cd} = \frac{N_d}{A_c} \leq 0,3 \cdot f_{cd} \leq 12 \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

on:

- N_d : és l'esforç de l'axial de càlcul;
- A_c : és l'àrea total de la secció de formigó.

El coeficient ξ l'obtindrem amb la següent fórmula:

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d [mm]}} \leq 2$$

El coeficient ρ_l l'obtindrem amb la següent fórmula:

$$\rho_L = \frac{A_{sl}}{b_o \cdot d} \leq 0,002$$

on A_{sl} és l'armadura longitudinal de tracció ancorada a una distància igual o major que d a partir de la secció estudiada.

La resistència virtual a tallant del formigó per petites quanties d'armadura de tracció dona valors molt petits i irreal. Per això establim un valor mínim:

$$f_{cv} = \frac{0,075}{\gamma_c} \cdot \xi^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}}$$

Si en el cas que la nostra secció sense armadura de tallant no compleix la condició de:

$$V_{rd} \leq V_{u2} = V_{cu}$$

Serà necessari ampliar el cantell útil, l'amplada o l'armadura longitudinal fins que compleixi.

Si això no es possible, necessitarem incorporar armadura de tallant.

- Esgotament per tracció de l'ànima amb armadura de tallant (V_{u2}):

Amb la presència de l'armadura de tallant, valdrà:

$$V_{u2} = V_{cu} + V_{su}$$

on:

- V_{cu} : és la contribució del formigó a la resistència a tallant;
- V_{su} : és la contribució de l'armadura transversal a la resistència de tallant.

La contribució de l'armadura transversal a la resistència de tallant s'obté amb la següent fórmula:

$$V_{su} = z \cdot \sin(\alpha) \cdot (\cotg(\alpha) + \cotg(\beta)) \cdot \sum A_{\alpha} \cdot f_{y\alpha,d}$$

on:

- z : és el braç mecànic, es pot agafar un valor aproximat de $z=0,9 \cdot d$;
- A_α : és l'àrea per unitat de longitud de biga, de cada grup d'armadures que formen un α amb la directriu =

$$A_\alpha = \frac{\text{Àrea total de les branques de l'armadura}}{\text{Distància entre cercles}} \rightarrow A_\alpha = \frac{A_{\alpha,p}}{s_t}$$

- $f_{y\alpha d}$: és la resistència de càlcul de l'armadura A_α , que no serà superior a 400 MPa perquè treballar amb valors superiors comportaria deformacions que podrien ocasionar fissuracions excessives;
- α i β : són els angles de les armadures i de les esquerdes, respectivament.

La contribució del formigó a la resistència a tallant utilitzarem la mateixa fórmula que en el cas anterior. La resistència virtual de tallant en aquest cas patirà una petita modificació i valdrà:

$$f_{cv} = \frac{0,15}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

La resistència característica del formigó (f_{ck}) en aquest cas no podrà ser més gran de 100 MPa o 15 MPa per control indirecta de la resistència de formigó. En aquest també haurà de complir el valor mínim establert en el cas anterior.

Un cop comprovat que la secció aguanti l'esforç tallant, haurem de comprovar que la distància entre cercles compleixi la normativa. Ho farem amb dos mètodes:

- Separació mínima:

Dependrà de la relació entre el tallant mesurat i el valor d'esgotament per compressió obliqua de l'ànima:

$$V_{rd} \leq 0,2 \cdot V_{u1} \rightarrow s_t \leq 0,75 \cdot d \cdot (1 + \cotg(\alpha)) \leq 600 \text{ mm}$$

$$0,2 \cdot V_{u1} \leq V_{rd} \leq 0,67 \cdot V_{u1} \rightarrow s_t \leq 0,60 \cdot d \cdot (1 + \cotg(\alpha)) \leq 450 \text{ mm}$$

$$0,67 \cdot V_{u1} \leq V_{rd} \rightarrow s_t \leq 0,3 \cdot d \cdot (1 + \cotg(\alpha)) \leq 300 \text{ mm}$$

- Quantia mínima:

$$\sum \frac{A_\alpha \cdot f_{y\alpha,d}}{\sin(\alpha)} \geq \frac{f_{ct,m}}{7,5} \cdot b_o$$

,on:

- $f_{ct,m}$: és la resistència mitjana a tracció del formigó, que s'obté amb la següent fórmula:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot (f_{ck})^{\frac{2}{3}} ; \text{ per } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$$

A.4.2 Equacions d'equilibri d'obtenció de la distància entre cercols

Si tenim una secció de formigó sotmesa a un tallant, podrem obtenir la distància òptima entre cercols perquè pugui suportar-lo. Utilitzarem les mateixes fórmules que l'apartat anterior, per tant, només exposarem la fórmula principal.

Primerament comprovarem que el tallant mesurat (V_{rd}) sigui inferior al valor d'esgotament per compressió obliqua de l'ànima (V_{u1}). Seguidament considerarem que el valor d'esgotament per tracció de l'ànima serà igual al tallant mesurat:

$$V_{u2} = V_{rd}$$

A continuació, obtindrem el valor de la contribució del formigó a la resistència a tallant amb armadura de tallant:

$$V_{cu} = (f_{cv} + 0,15 \cdot \sigma'_{cd}) \cdot b_o \cdot d$$

Tenint en compte que la resistència virtual val:

$$f_{cv} = \frac{0,15}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

I que ha de ser igual o superior al valor mínim de:

$$f_{cv} = \frac{0,075}{\gamma_c} \cdot \xi^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}}$$

Un cop obtingut els valors, podrem obtenir la contribució de l'armadura transversal a la resistència de tallant:

$$V_{u2} = V_{su} + V_{cu} \rightarrow V_{su} = V_{rd} - V_{cu}$$

Un cop obtingut el valor, aïllant la distància entre cercols podem obtenir el primer valor de la distància:

$$V_{su} = z \cdot \sin(\alpha) \cdot (\cot g(\alpha) + \cot g(\beta)) \cdot \sum A_{\alpha} \cdot f_{y\alpha,d} ; \text{on: } A_{\alpha} = \frac{A_{\alpha,p}}{s_t}$$

$$s_t = \frac{z \cdot \sin(\alpha) \cdot (\cot g(\alpha) + \cot g(\beta)) \cdot \sum A_{\alpha,p} \cdot f_{y\alpha,d}}{V_{su}}$$

El segon valor de la distància l'obtindrem de la separació mínima, que dependrà del tallant mesurat (V_{rd}) i el valor d'esgotament per compressió obliqua de l'ànima (V_{u1}):

$$V_{rd} \leq 0,2 \cdot V_{u1} \rightarrow s_t \leq 0,75 \cdot d \cdot (1 + \cot g(\alpha)) \leq 600 \text{ mm}$$

$$0,2 \cdot V_{u1} \leq V_{rd} \leq 0,67 \cdot V_{u1} \rightarrow s_t \leq 0,60 \cdot d \cdot (1 + \cot g(\alpha)) \leq 450 \text{ mm}$$

$$0,67 \cdot V_{u1} \leq V_{rd} \rightarrow s_t \leq 0,3 \cdot d \cdot (1 + \cot g(\alpha)) \leq 300 \text{ mm}$$

El tercer valor de la distància l'obtindrem a partir de la quantia mínima:

$$\frac{A_{\alpha,p} \cdot f_{y\alpha,d}}{s_t \cdot \sin(\alpha)} = \frac{f_{ct,m}}{7,5} \cdot b_o \rightarrow s_t = \frac{7,5 \cdot A_{\alpha,p} \cdot f_{y\alpha,d}}{\sin(\alpha) \cdot f_{ct,m} \cdot b_o}$$

Un cop obtinguem els tres valors de separació entre cercols, escollirem el valor més petit de tots tres.

ANNEX B : MANUAL D'US

B.1 INTRODUCCIÓ

En aquest annex exposarem un manual d'ús per cada programa desenvolupat que s'ha creat per poder generar correctament les gràfiques o els resultats. Per cada mètode utilitzat trobarem una explicació de com utilitzar correctament el programa generat.

L'esquema general que presentarà cada programa és:

- 1) Introducció de les dades demanades i comprovació dels coeficients;
- 2) Les taules de càlcul, necessàries per generar les gràfiques o els resultats;
- 3) Els gràfics resultants o els resultats.

Per poder interpretar correctament les dades que ens demanarà el programa a cada metodologia hi trobarem una llegenda de colors, per poder diferenciar quines caselles són els valors que hem d'entrar, els càlculs interns del programa i el resultat final, i també trobarem una llegenda de la secció estudiada per saber quines són les dades demanades.

LLEGENDA DE COLORS:	INTRODUÏR VALORS
	CÀLCULS INTERNS
	RESULTATS

Figura 46. La llegenda de colors que utilitza el programa.

Un cop diferenciades les dades que haurem d'entrar, al costat trobarem les unitats en què haurà d'estar dintre del Sistema Internacional d'Unitats perquè el programa pugui realitzar correctament els càlculs.

A part d'aquest manual, per cada programa desenvolupat trobarem el títol complet de la gràfica a realitzar o els càlculs que es faran i una breu explicació de com fer funcionar el programa.

B.2 MÈTODE DEL DIAGRAMA DE FLEXIÓ

El programa que realitzarà la gràfica de seccions rectangulars sotmeses a flexió pels dos mètodes té el nom abreviat de “RECTANG. I PARAB.-RECTANG.”. Per generar la gràfica, el programa utilitzarà els sistemes del diagrama rectangular i el diagrama paràbola-rectangle.

Primerament hem d'introduir els valors que conformaran la nostra secció de formigó:

- Dades de la secció estudiada:
 - Amplada (b);
 - Alçada (h);
 - Cantell útil (d);
 - Recobriment de l'armadura de compressió (d').
- Les propietats de l'acer i el formigó:
 - Límit elàstic de l'acer (f_{yk});
 - Coeficient de minoració de l'acer (γ_s);
 - El mòdul de deformació de l'acer (E);
 - La resistència característica del formigó (f_{ck});
 - El coeficient de minoració del formigó (γ_c);
 - El factor que té en compte el cansament del formigó (α_{cc}).

Seguidament haurem de repassar si els següents coeficients són els correctes o els desitjats:

- Les deformacions màximes per els punts A i B (ϵ_s i ϵ_c), establertes pel diagrama de pivots;
- El coeficient de forma del diagrama de tensions del formigó (ψ) i el coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó (λ) pel diagrama rectangular;
- El valor de ξ límit a utilitzar;
- El valor del moment reduït màxim (μ), que és l'últim valor a partir del qual es genera la gràfica.

DADES DE LA SECCIÓ FORMIGÓ			CRITERI DE MÀXIMA EFICÀCIA ARMADURA PER D. RECTANGULAR: PLA LÍMIT ENTRE D.3-D.4		
b	300	mm	ϵ_y	2,1739E-03	-
h	400	mm	ξ	0,6169	-
d	370	mm	x	228,2375479	mm
d'	20	mm	ω	0,4935	-
d'/d	0,054054054	-	μ	0,3717	-
PROPIETATS DELS MATERIALS:			CRITERI DE MÀXIMA EFICÀCIA ARMADURA PER D. PARAB.-RECT.: PLA LÍMIT ENTRE D.3-D.4		
FORMIGÓ			ϵ_y	2,1739E-03	-
f_{ck}	25	MPa	ξ	0,6169	-
γ_c	1,5	-	x	228,2375479	mm
α_{cc}	1	-	ω	0,4994	-
f_{cd}	16,6667	MPa	μ	0,3712	-
ACER			CRITERI DE ξ LÍMIT A UTILITZAR		
f_{yk}	500	MPa	$\xi_{LÍMIT}$	0,37	-
γ_s	1,15	-	$x_{LÍMIT}$	135,975	mm
f_{yd}	434,7826	MPa	DEFORMACIÓ DE L'ACER PER EL CRITERI UTILITZAT		
E_s	2E+05	MPa	$ \epsilon_s $	6,024E-03	mm
ϵ_{yd}	2,174E-03	-	CRITERI DE μ FINAL A UTILITZAR PER CONSTRUIR LA GRÀFICA		
DEFORMACIONS MÀXIMES EN VALOR ABSOLUT			μ_{FINAL}	0,45	-
PUNT A (DOMINIS 1 i 2)			VALORS LÍMITS PER DIAGRAMA RECTANGULAR		
$ \epsilon_s $	0,01	-	$\omega_{LÍMIT}$	0,2940	-
PUNT B (DOMINIS 3 i 4)			$\mu_{LÍMIT}$	0,2508	-
$ \epsilon_c $	0,0035	-	VALORS LÍMITS PER DIAGRAMA PARABOLA -RECTANGULAR		
VALOR LÍMIT ENTRE LA FRONTERA D.2 I D.3			$\omega_{LÍMIT}$	0,2975	-
ξ	0,259	-	$\mu_{LÍMIT}$	0,2520	-
COEFICIENTS PER DIAGRAMA RECTANGULAR					
α	0,8	-			
λ	0,4	-			
COEFICIENTS PER DIAGRAMA PARABOLA-RECTANGULAR					
α	0,80952	-			
λ	0,41597	-			

Figura 47. Exemple d'entrada de dades en el programa.

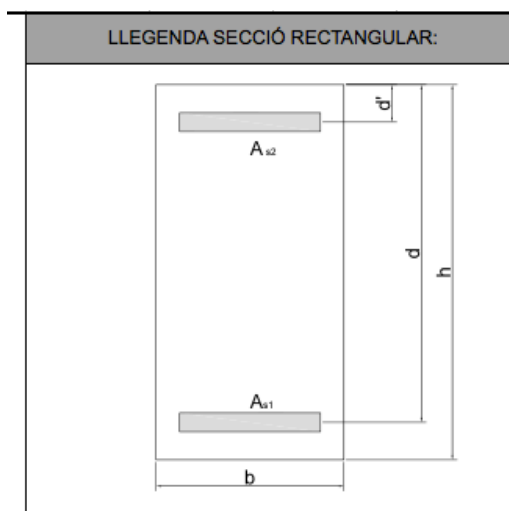


Figura 48. La llegenda de la secció en el programa.

La segona secció correspon a la taula de càlcul, que un cop introduïdes totes les dades, generar els valors del moment reduït i les quanties mecàniques per generar les gràfiques.

A les columnes de la taula tindrem els valors necessaris per generar el moment reduït i les quanties mecàniques. Les dividirem entre tres grups:

1. El valor de ξ ;
2. Adimensional:
 - Pel Diagrama Paràbola-Rectangle, necessitem les columnes de:
 - Deformació del formigó (ϵ_c);
 - Deformació de l'acer (ϵ_s);
 - El coeficient de forma del formigó (ψ);
 - El coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó (λ);
 - Moment reduït (μ);
 - Quantia Mecànica de tracció (ω_{s1});
 - Quantia Mecànica de compressió (ω_{s2}).
 - Pel Diagrama Rectangular, necessitem les columnes de:
 - Moment reduït (μ);
 - Quantia Mecànica de tracció (ω_{s1});
 - Quantia Mecànica de compressió (ω_{s2}).
3. Dimensional:
 - Pel Diagrama Paràbola-Rectangle, necessitem les columnes de:
 - El moment (M_d);
 - L'àrea de tracció (A_{s1});
 - L'àrea de compressió (A_{s2}).
 - Pel Diagrama Rectangular, necessitem les columnes de:
 - El moment (M_d);
 - L'àrea de tracció (A_{s1});
 - L'àrea de compressió (A_{s2}).

Les files de la taula tindrem els diferents valors de ξ , diferenciats en tres grups:

- $0 \leq \xi \leq 0,259$;
- $0,259 \leq \xi \leq \xi_{\text{límit}}$;
- $\xi = \xi_{\text{límit}} \rightarrow \mu_{\text{límit}} \leq \mu \leq \mu_{\text{màx}}$.

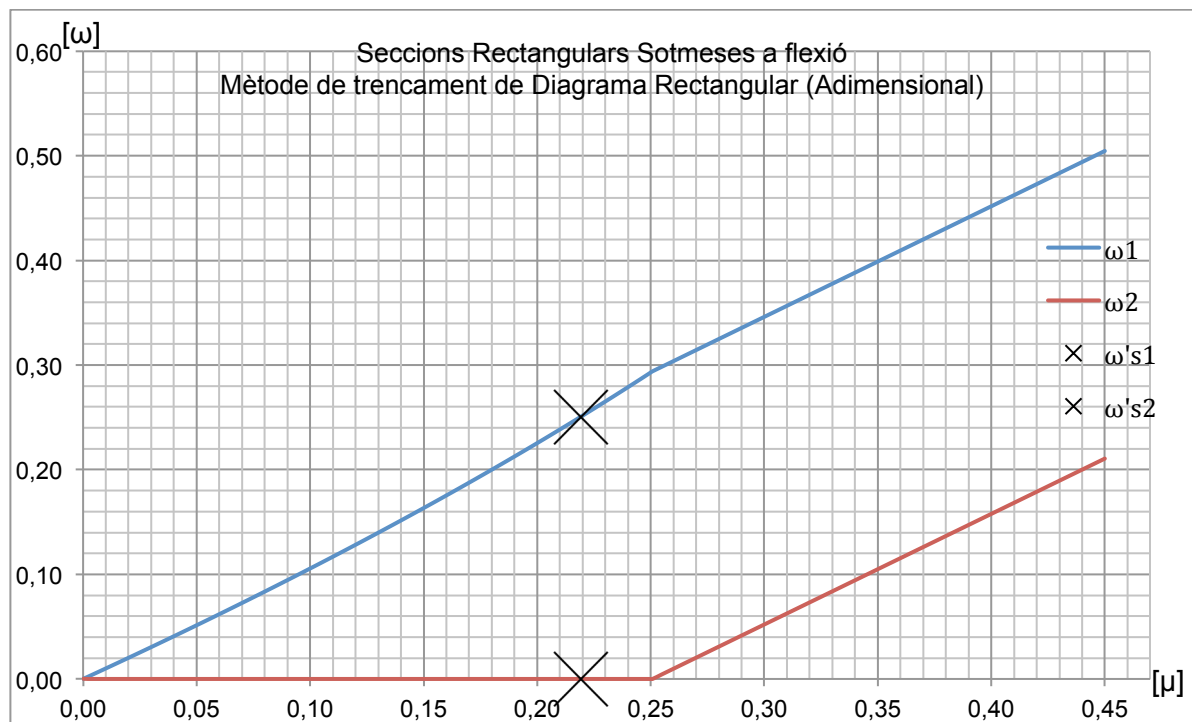
La tercera secció correspon a la introducció del moment de càlcul, els resultats obtinguts i els gràfics generats.

COMPROVACIÓ D'UN MOMENT DETERMINAT		
M_d	150	KN·m
M_d	150000000	N·mm
μ	0,219138057	-
DIAGRAMA PARABOLA - RECTANGLE		
ω_{s1}	0,2517	-
ω_{s2}	-	-
A_{s1}	1070,9350	mm ²
A_{s2}	-	mm ²
DIAGRAMA RECTANGULAR		
ω_{s1}	0,2505	-
ω_{s2}	-	-
A_{s1}	1065,9523	mm ²
A_{s2}	-	mm ²

Figura 49. Exemple d'un bloc d'entrada del moment de càlcul i el resultats obtinguts.

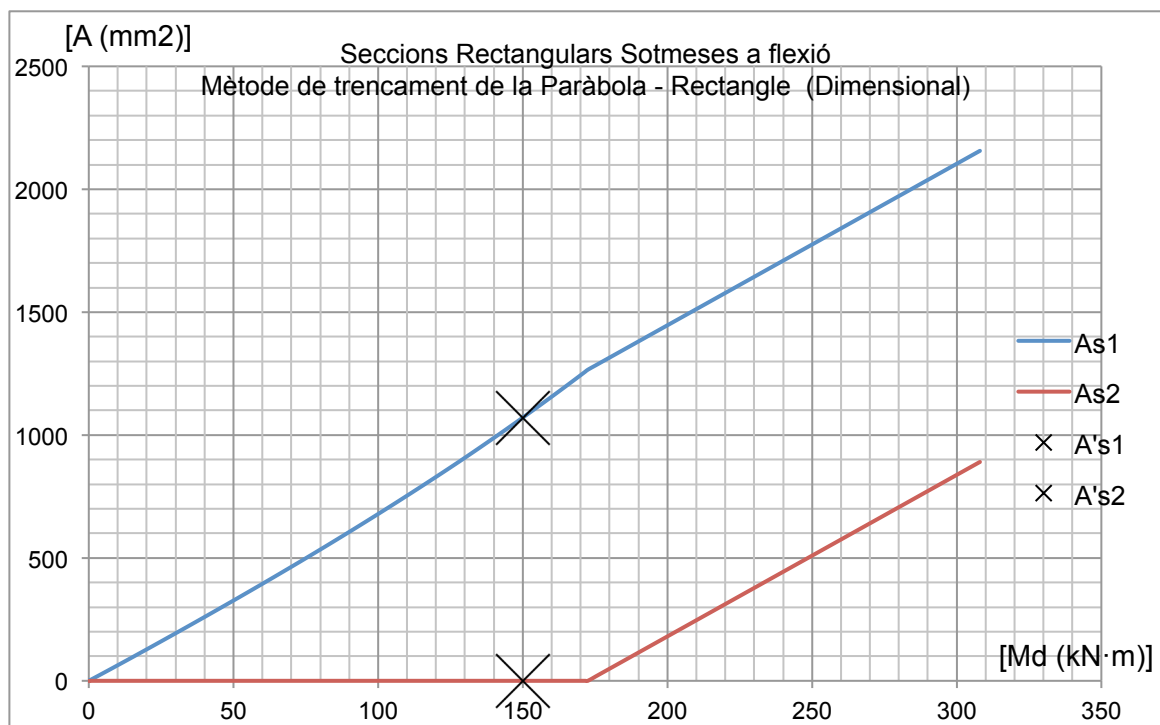
En total tindrem sis gràfiques:

- Les gràfiques adimensionals i dimensionals pel diagrama rectangular:



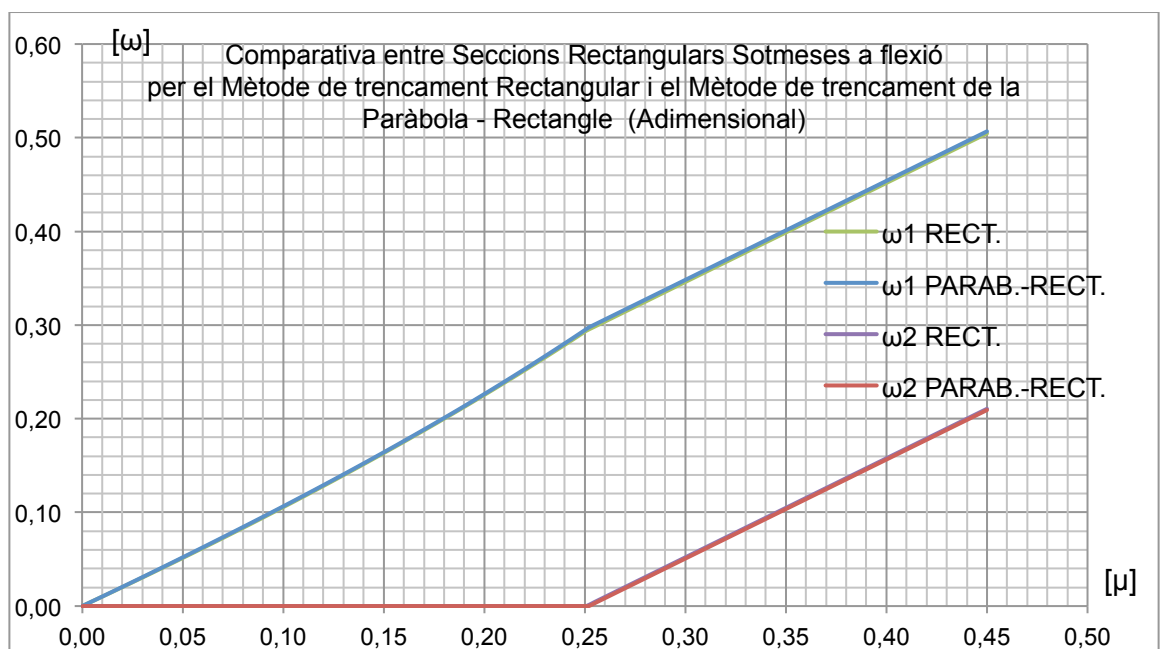
Gràfic 10. Exemple d'un gràfic de flexió adimensional.

- Les gràfiques adimensionals i dimensionals pel diagrama paràbola-rectangle:



Gràfic 11. Exemple d'un gràfic de flexió dimensional.

- Les gràfiques adimensionals i dimensionals comparant els dos mètodes:



Gràfic 12. Exemple d'un gràfic de flexió adimensional.

B.3 DIAGRAMA D'INTERACCIÓ PER SECCIÓ RECTANGULAR AMB DUES ARMADURES OPOSADES

El programa que realitzarà aquest diagrama d'interacció té el nom abreviat de “*D. INTERACCIÓ 1*”.

Primerament hem d'introduir els valors que conformaran la nostra secció de formigó:

- Dades de la secció estudiada:
 - Amplada (b);
 - Alçada (h);
 - Cantell útil (d);
 - Recobriment de l'armadura 2 (d');
 - L'àrea de l'armadura 1 (A_{s1});
 - L'àrea de l'armadura 2 (A_{s2}).
- Les propietats de l'acer i el formigó:
 - Límit elàstic de l'acer (f_{yk});
 - Coeficient de minoració de l'acer (γ_s);
 - El mòdul de deformació de l'acer (E);
 - La resistència característica del formigó (f_{ck});
 - El coeficient de minoració del formigó (γ_c);
 - El factor que té en compte el cansament del formigó (α_{cc}).

Seguidament haurem de repassar si els següents coeficients són els correctes o els desitjats:

- Les deformacions màximes per els punts A, B i C (ϵ_s i ϵ_c), establertes per el diagrama de pivots, són les correctes;
- El valor inicial del domini 1 i el valor final del domini 5, són els punts a partir dels quals iniciarem i finalitzarem la gràfica;

DADES DE LA SECCIÓ FORMIGÓ		
b	350	mm
h	450	mm
d	382,5	mm
d'	67,5	mm
A ₁	4754,53	mm ²
A ₂	4754,53	mm ²
δ (d'/d)	0,176470588	-
h/d	1,176470588	-
PROPIETATS DELS MATERIALS:		
FORMIGÓ		
f _{ck}	45	MPa
γ_c	1,5	-
α_{cc}	1	-
f _{cd}	30,0000	MPa
ACER		
f _{yk}	400	MPa
γ_s	1,15	-
f _{yd}	347,8261	MPa
E _s	2E+05	MPa
ϵ_{yd}	1,739E-03	-
OBTENCIÓ DEL VALOR LÍMIT DE ξ DEL D.3 I D.4		
$\xi_{LÍMIT}$	0,6680	-
x _{LÍMIT}	255,5290456	mm

DEFORMACIONS MÀXIMES		
PUNT A (DOMINIS 1 i 2)		
ϵ_s	0,01	-
PUNT B (DOMINIS 3 i 4)		
ϵ_c	0,0035	-
VALOR LÍMIT ENTRE LA FRONTERA D.2 I D.3		
ξ	0,259	-
PUNT C (DOMINI 5)		
ϵ_c	0,002	-
z _c	3/7	-
VALORS FINALS EN ELS DOMINIS 1 I 5		
$\xi_{a - \infty}$	-0,5	-
$\xi_{a + \infty}$	10	-

Figura 50. Exemple d'entrada de dades en el programa.

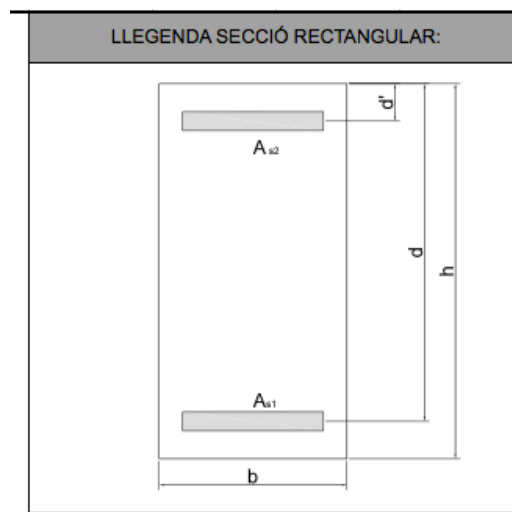


Figura 51. La llegenda de la secció en el programa.

La segona secció correspon a la taula de càlcul, que un cop introduïdes totes les dades, generar els valors del moment total reduït (μ) i de l'axial total reduït (v).

A les columnes de la taula tindrem els valors necessaris per generar els valors totals de μ i v . Per els dominis 1, 2, 3, 4 i 4a:

- El valor de ξ ;
- La profunditat de línia neutra (x);
- Deformació de l'acer de l'armadura 1 (ϵ_{s1});
- Deformació de l'acer de l'armadura 2 (ϵ_{s2});
- Deformació del formigó (ϵ_c);
- Tensió de l'acer per l'armadura 1 (σ_{s1});
- Tensió de l'acer per l'armadura 2 (σ_{s2});
- Força de l'armadura 1 (N_{s1});
- Força de l'armadura 2 (N_{s2});
- El coeficient de forma del formigó (ψ);
- El coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó (λ);
- El valor de la multiplicació de $\lambda \cdot x$;
- El valor de la força de compressió del formigó (N_c);
- El valor de l'axial total (N_T);
- El valor del moment de la força de l'armadura 1 (M_{s1});
- El valor del moment de la força de l'armadura 2 (M_{s2});
- El valor del moment de la força de compressió (N_c);
- El valor del moment total (M_T);
- El valor moment total reduït (μ);
- El valor de l'axial total reduït (v).

Per el domini 5, es substituiran les columnes que facin referència a la compressió del formigó per les següents:

- Deformació del formigó 1 (ϵ_{c1});
- Deformació del formigó 2 (ϵ_{c2});
- El coeficient de forma del formigó 1 (ψ_{c1});
- El coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó 1 (λ_{c2});
- El valor de la multiplicació de $\lambda_{c1} \cdot x$;
- El valor de la força de compressió del formigó 1 (N_{c1});
- El coeficient de forma del formigó (ψ_{c2});
- El coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó 2 (λ_{c2});
- El valor de la multiplicació de $\lambda_{c2} \cdot (x-h)$;
- El valor de la força de compressió del formigó 2 (N_c);
- El valor del moment de la força de compressió 1 (M_{c1});

- El valor del moment de la força de compressió 2 (M_{c2})

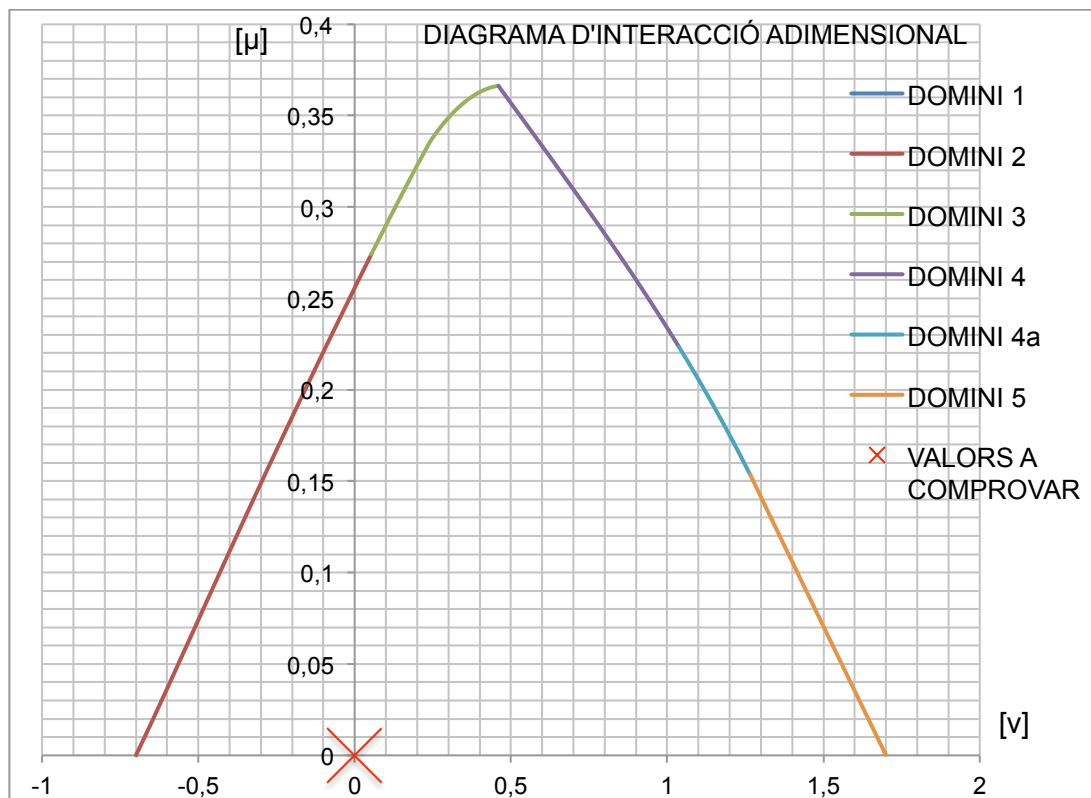
Les files de la taula tindrem els diferents valors de ξ :

- Domini 1: $-\infty \leq \xi \leq 0$;
- Domini 2: $0 \leq \xi \leq 0,259$;
- Domini 3: $0,259 \leq \xi \leq \xi_{límit}$;
- Domini 4: $\xi_{límit} \leq \xi \leq 1$;
- Domini 4a: $1 \leq \xi \leq \frac{h}{d}$;
- Domini 5: $\frac{h}{d} \leq \xi \leq +\infty$.

La tercera secció correspon a la introducció del moment i de la força axial de càlcul, els resultats obtinguts i el gràfic d'interacció de la secció estudiada.

VALORS A COMPROVAR		
MOMENT		
M	0,00	KN·m
M	0,00	N·mm
μ	0,0000	-
AXIAL		
N	0,00	KN
N	0,00	N
v	0,0000	-

Figura 52. Exemple d'un bloc d'entrada del moment i la força axial de càlcul i els resultats obtinguts.



Gràfic 13. Exemple d'un gràfic d'interacció.

B.4 DIAGRAMA D'INTERACCIÓ PER SECCIÓ RECTANGULAR AMB ARMADURES DE BARRES CIRCULARS

El programa que realitzarà aquest diagrama d'interacció té el nom abreviat de “D.
INTERACCIÓ 2”.

Primerament hem d'introduir els valors que conformaran la nostra secció de formigó:

- Dades de la secció estudiada:
 - Amplada (b);
 - Alçada (h);
 - Cantell útil (d);
 - Recobriment de l'armadura 2 (d');
 - Els valors dels diàmetres que formin part de l'armadura 1 (\varnothing_{s1});
 - Els valors dels diàmetres que formin part de l'armadura 2 (\varnothing_{s2});
 - Els valors dels diàmetres que formin part de l'armadura 3 (\varnothing_{s3}).
- Les propietats de l'acer i el formigó:
 - Límit elàstic de l'acer (f_{yk});
 - Coeficient de minoració de l'acer (γ_s);
 - El mòdul de deformació de l'acer (E);
 - La resistència característica del formigó (f_{ck});
 - El coeficient de minoració del formigó (γ_c);
 - El factor que té en compte el cansament del formigó (α_{cc});

Seguidament haurem de repassar si els següents coeficients són els correctes o els desitjats:

- Les deformacions màximes per els punts A, B i C (ϵ_s i ϵ_c), establertes per el diagrama de pivots, són les correctes;
- El valor inicial del domini 1 i el valor final del domini 5, són els punts a partir dels quals iniciarem i finalitzarem la gràfica;

DADES DE LA SECCIÓ FORMIGÓ			PROPIETATS DELS MATERIALS:		
b	400	mm	FORMIGÓ		
h	550	mm	f_{ck}	25	MPa
δ (d'/d)	0,038461538	-	γ_s	1,5	-
h/d	1,057692308	-	α_{cc}	1	-
ZONA SUPERIOR			f_{ctd}	16,6667	MPa
d'	20	mm	ACER		
\emptyset_{s2-1}	20	mm	f_{yk}	400	MPa
A_{s2-1}	314,1592654	mm ²	γ_c	1,15	-
\emptyset_{s2-2}	0	mm	f_{yd}	347,8261	MPa
A_{s2-2}	0	mm ²	E_s	2E+05	MPa
\emptyset_{s2-3}	0	mm	ϵ_{yd}	1,739E-03	-
A_{s2-3}	0	mm ²	OBTENCIÓ DEL VALOR DE ξ		
\emptyset_{s2-4}	20	mm	ξ_{LIMIT}	0,6680	-
A_{s2-4}	314,1592654	mm ²	x_{LIMIT}	347,3858921	mm
ZONA CENTRAL			DEFORMACIONS MÀXIMES EN VALOR ABSOLUT		
\emptyset_{s3}	0	mm	PUNT A (DOMINIS 1 i 2)		
A_{s3}	0	mm ²	$ \epsilon_s $	0,01	-
ZONA INFERIOR			PUNT B (DOMINIS 3 i 4)		
d	520	mm	$ \epsilon_c $	0,0035	-
\emptyset_{s1-1}	20	mm	VALOR LÍMIT ENTRE LA FRONTERA D.2 I D.3		
A_{s1-1}	314,1592654	mm ²	ξ	0,259	-
\emptyset_{s1-2}	0	mm	PUNT C (DOMINI 5)		
A_{s1-2}	0	mm ²	$ \epsilon_c $	0,002	-
\emptyset_{s1-3}	0	mm	z_c	3/7	-
A_{s1-3}	0	mm ²			
\emptyset_{s1-4}	20	mm			
A_{s1-4}	314,1592654	mm ²			

Figura 53. Exemple d'entrada de dades en el programa.

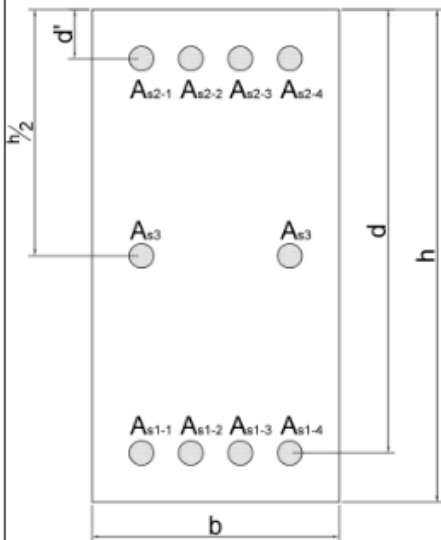
VALORS FINALS EN ELS DOMINIS 1 I 5			LLEGGENDA SECCIÓ RECTANGULAR:	
$\xi_{a-\infty}$	-0,5	-		
$\xi_{a+\infty}$	10	-		

Figura 54. Exemple d'entrada de dades i llegenda de la secció en el programa.

La segona secció correspon a la taula de càlcul, que un cop introduïdes totes les dades, generar els valors del moment total reduït (μ) i de l'axial total reduït (v).

A les columnes de la taula tindrem els valors necessaris per generar els valors totals de μ i v . Per els dominis 1, 2, 3, 4 i 4a:

- El valor de ξ ;
- La profunditat de línia neutra (x);
- Deformació de l'acer de l'armadura 1 (ϵ_{s1});
- Deformació de l'acer de l'armadura 2 (ϵ_{s2});
- Deformació de l'acer de l'armadura 3 (ϵ_{s3});
- Deformació del formigó (ϵ_c);
- Tensió de l'acer per l'armadura 1 (σ_{s1});
- Tensió de l'acer per l'armadura 2 (σ_{s2});
- Tensió de l'acer per l'armadura 3 (σ_{s3});
- Força de l'armadura 1 (N_{s1});
- Força de l'armadura 2 (N_{s2});
- Força de l'armadura 3 (N_{s3});
- El coeficient de forma del formigó (ψ);
- El coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó (λ);
- El valor de la multiplicació de $\lambda \cdot x$;
- El valor de la força de compressió del formigó (N_c);
- El valor de l'axial total (N_T);
- El valor del moment de la força de l'armadura 1 (M_{s1});
- El valor del moment de la força de l'armadura 2 (M_{s2});
- El valor del moment de la força de compressió (M_c);
- El valor del moment total (M_T);
- El valor moment total reduït (μ);
- El valor de l'axial total reduït (v).

Per el domini 5, es substituiran les columnes que facin referència a la compressió del formigó per les següents:

- Deformació del formigó 1 (ϵ_{c1});
- Deformació del formigó 2 (ϵ_{c2});
- El coeficient de forma del formigó 1 (ψ_{c1});
- El coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó 1 (λ_{c2});
- El valor de la multiplicació de $\lambda_{c1} \cdot x$;
- El valor de la força de compressió del formigó 1 (N_{c1});

- El coeficient de forma del formigó (ψ_{c2});
- El coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó 2 (λ_{c2});
- El valor de la multiplicació de $\lambda_{c2} \cdot (x-h)$;
- El valor de la força de compressió del formigó 2 (N_c);
- El valor del moment de la força de compressió 1 (M_{c1});
- El valor del moment de la força de compressió 2 (M_{c2});

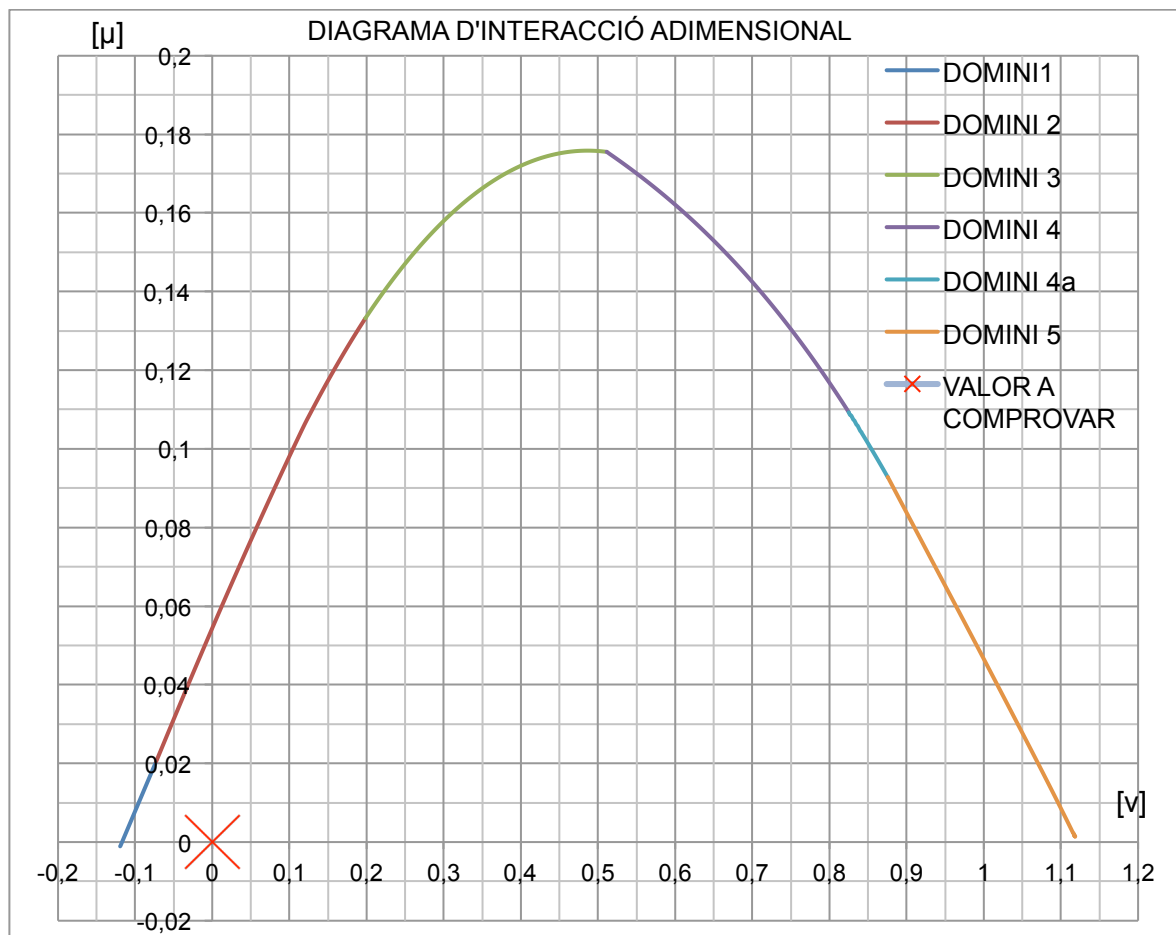
Les files de la taula tindrem els diferents valors de ξ :

- Domini 1: $-\infty \leq \xi \leq 0$;
- Domini 2: $0 \leq \xi \leq 0,259$;
- Domini 3: $0,259 \leq \xi \leq \xi_{límit}$;
- Domini 4: $\xi_{límit} \leq \xi \leq 1$;
- Domini 4a: $1 \leq \xi \leq \frac{h}{d}$;
- Domini 5: $\frac{h}{d} \leq \xi \leq +\infty$.

La tercera secció correspon a la introducció del moment i de la força axial de càlcul, els resultats obtinguts i el gràfic d'interacció de la secció estudiada.

VALORS A COMPROVAR		
MOMENT		
M	0,00	KN·m
M	0	N·mm
μ	0,0000	-
AXIAL		
N	0,00	KN
N	0	N
v	0,0000	-

Figura 55. Exemple d'un bloc d'entrada del moment i la força axial de càlcul i el resultats obtinguts.



Gràfic 14. Exemple d'un gràfic d'interacció.

B.5 DIAGRAMA D'INTERACCIÓ PER SECCIÓ RECTANGULAR AMB ARMADURES OPOSADES I BARRES LATERALS.

El programa que realitzarà aquest diagrama d'interacció té el nom abreviat de “D.
INTERACCIÓ 3”.

Primerament hem d'introduir els valors que conformaran la nostra secció de formigó:

- Dades de la secció estudiada:
 - Amplada (b);
 - Alçada (h);
 - Cantell útil (d);
 - Recobriment de l'armadura 2 (d');
 - L'àrea de l'armadura 1 (A_{s1});
 - L'àrea de l'armadura 2 (A_{s2});
 - L'àrea de l'armadura 3 (A_{s3}).
- Les propietats de l'acer i el formigó:
 - Límit elàstic de l'acer (f_{yk});
 - Coeficient de minoració de l'acer (γ_s);
 - El mòdul de deformació de l'acer (E);
 - La resistència característica del formigó (f_{ck});
 - El coeficient de minoració del formigó (γ_c);
 - El factor que té en compte el cansament del formigó (α_{cc});

Seguidament haurem de repassar si els següents coeficients són els correctes o els desitjats:

- Les deformacions màximes per els punts A, B i C (ϵ_s i ϵ_c), establertes per el diagrama de pivots, són les correctes;
- El valor inicial del domini 1 i el valor final del domini 5, són els punts a partir dels quals iniciarem i finalitzarem la gràfica;

DADES DE LA SECCIÓ FORMIGÓ		
b	300	mm
h	400	mm
d	370	mm
d'	30	mm
A ₁	0	mm ²
A ₂	0	mm ²
A ₃	3000	mm ²
δ (d'/d)	0,081081081	-
h/d	1,081081081	-
A ₃ / (d-d')	8,823529412	-
PROPIETATS DELS MATERIALS:		
FORMIGÓ		
f _{ck}	25	MPa
γ _c	1,5	-
α _{cc}	1	-
f _{cd}	16,6667	MPa
ACER		
f _{yk}	500	MPa
γ _s	1,15	-
f _{yd}	434,7826	MPa
E _s	2E+05	MPa
ε _{yd}	2,174E-03	-
OBTENCIÓ DEL VALOR DE ξ		
ξ _{LIMIT}	0,6169	-
x _{LIMIT}	228,2375479	mm

DEFORMACIONS MÀXIMES		
PUNT A (DOMINIS 1 i 2)		
ε _s	0,01	-
PUNT B (DOMINIS 3 i 4)		
ε _c	0,0035	-
VALOR LÍMIT ENTRE LA FRONTERA D.2 i D.3		
ξ	0,259	-
PUNT C (DOMINI 5)		
ε _c	0,002	-
z _c	3/7	-
VALORS FINALS EN ELS DOMINIS 1 i 5		
ξ a -∞	-0,5	-
ξ a +∞	10	-

Figura 56. Exemple d'entrada de dades en el programa.

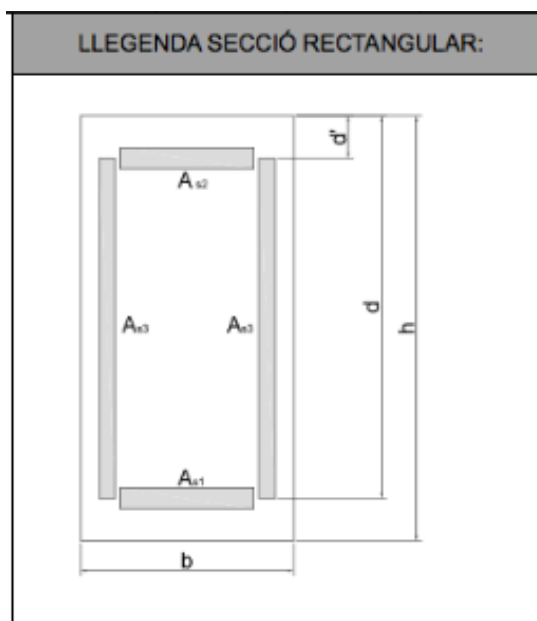


Figura 57. La llegenda de la secció en el programa.

La segona secció correspon a la taula de càlcul, que un cop introduïdes totes les dades, generar els valors del moment total reduït (μ) i de l'axial total reduït (v).

A les columnes de la taula tindrem els valors necessaris per generar els valors totals de μ i v . Per els dominis 1, 2, 3, 4 i 4a:

- ξ ;
- La profunditat de línia neutra (x);
- Deformació de l'acer de l'armadura 1 (ϵ_{s1});
- Deformació de l'acer de l'armadura 2 (ϵ_{s2});
- Deformació del formigó (ϵ_c);
- Tensió de l'acer per l'armadura 1 (σ_{s1});
- Tensió de l'acer per l'armadura 2 (σ_{s2});
- Força de l'armadura 1 (N_{s1});
- Força de l'armadura 2 (N_{s2});
- El valor de z ;
- El valor de z' ;
- Els valors de les forces de compressió de l'armadura 3 (N_{s3});
- El valor de y ;
- El valor de y' ;
- Els valors de la força de tracció de l'armadura 3 (N_{s4});
- El coeficient de forma del formigó (ψ);
- El coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó (λ);
- El valor de la multiplicació de $\lambda \cdot x$;
- El valor de la força de compressió del formigó (N_c);
- El valor de l'axial total (N_T);
- El valor del moment de la força de l'armadura 1 (M_{s1});
- El valor del moment de la força de l'armadura 2 (M_{s2});
- Els valors del centre de gravetat de les forces de compressió de l'armadura 3 (e_{s3});
- Els moments de les forces de compressió de l'armadura 3 (M_{s3});
- Els valors del centre de gravetat de les forces de tracció de l'armadura 3 (e_{s4});
- Els moments de les forces de tracció de l'armadura 3 (M_{s3});
- El valor del moment de la força de compressió (M_c);
- El valor del moment total (M_T);
- El valor moment total reduït (μ);
- El valor de l'axial total reduït (v).

Per el domini 5, es substituiran les columnes que facin referència a la compressió del formigó per les següents:

- Deformació del formigó 1 (ϵ_{c1});
- Deformació del formigó 2 (ϵ_{c2});
- El coeficient de forma del formigó 1 (ψ_{c1});
- El coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó 1 (λ_{c2});
- El valor de la multiplicació de $\lambda_{c1} \cdot x$;
- El valor de la força de compressió del formigó 1 (N_{c1});
- El coeficient de forma del formigó (ψ_{c2});
- El coeficient per obtenir el centre de gravetat de la secció de formigó 2 (λ_{c2});
- El valor de la multiplicació de $\lambda_{c2} \cdot (x-h)$;
- El valor de la força de compressió del formigó 2 (N_c);
- El valor del moment de la força de compressió 1 (M_{c1});
- El valor del moment de la força de compressió 2 (M_{c2});

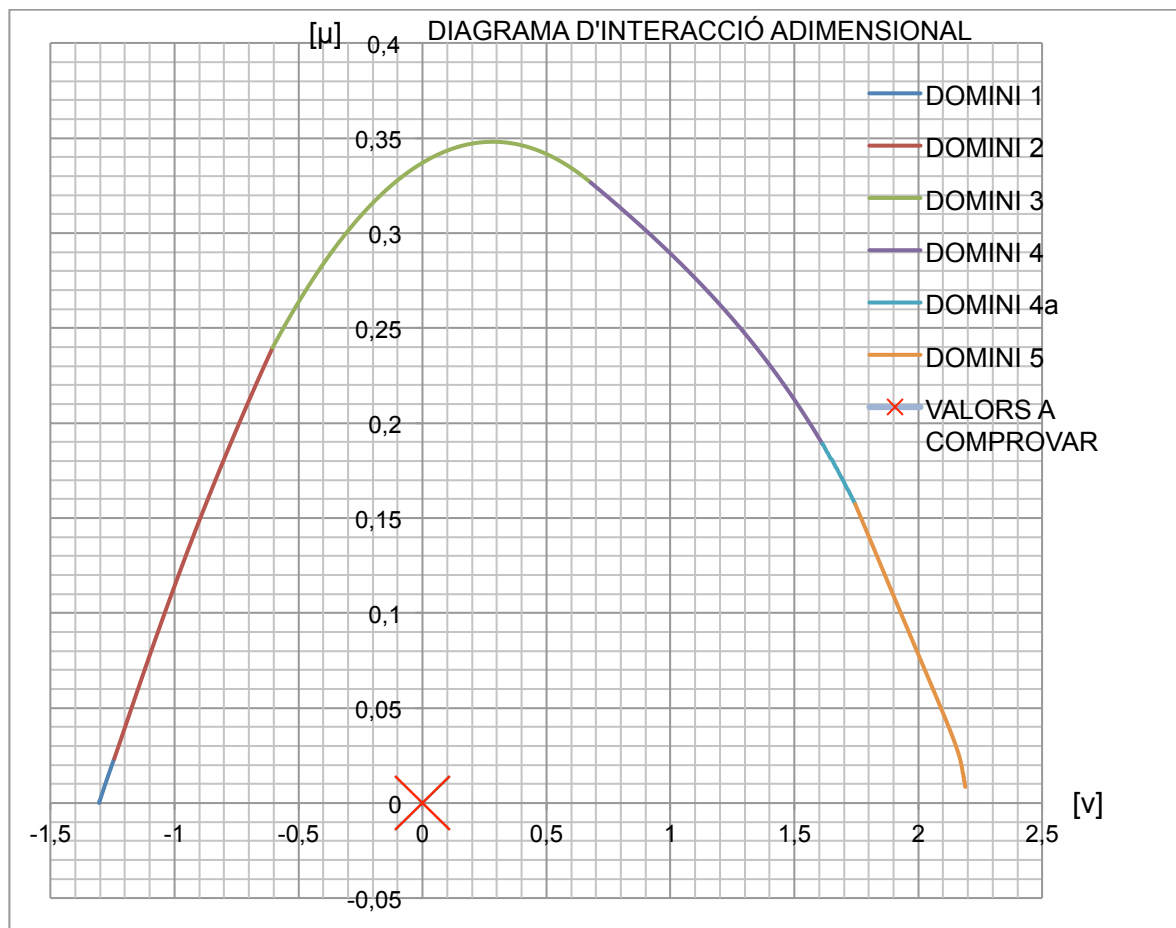
Les files de la taula tindrem els diferents valors de ξ :

- Domini 1: $-\infty \leq \xi \leq 0$;
- Domini 2: $0 \leq \xi \leq 0,259$;
- Domini 3: $0,259 \leq \xi \leq \xi_{límit}$;
- Domini 4: $\xi_{límit} \leq \xi \leq 1$;
- Domini 4a: $1 \leq \xi \leq \frac{h}{d}$;
- Domini 5: $\frac{h}{d} \leq \xi \leq +\infty$.

La tercera secció correspon a la introducció del moment i de la força axial de càlcul, els resultats obtinguts i el gràfic d'interacció de la secció estudiada.

VALORS A COMPROVAR		
MOMENT		
M	0,00	KN·m
M	0	N·mm
μ	0,0000	-
AXIAL		
N	0,00	KN
N	0	N
v	0,0000	-

Figura 58. Exemple d'un bloc d'entrada del moment i la força axial de càlcul i el resultats obtinguts.



Gràfic 15. Exemple d'un gràfic d'interacció.

B.6 CÀLCULS DE LA RESISTÈNCIA D'UNA SECCIÓ AL TALLANT

El programa que realitzarà aquest diagrama d'interacció té el nom abreviat de “**TALLANT – SECCIÓ AGUANTA**”.

Primerament hem d'introduir els valors que conformaran la nostra secció de formigó:

- Dades de la secció estudiada:
 - Amplada mínima (b_o);
 - Cantell útil (d);
- L'àrea de l'armadura longitudinal de tracció (A_s);
- Els valors dels tallants per generar el tallant mesurat (V_{rd}):
 - El tallant de càlcul (V_d);
 - El tallant de pretesat (V_{pd});
 - El tallant de secció variable (V_{cd});
- Les propietats de l'acer i el formigó:
 - Límit elàstic de l'acer (f_{yk});
 - Coeficient de minoració de l'acer (γ_s);
 - El mòdul de deformació de l'acer (E);
 - La resistència característica del formigó (f_{ck});
 - El coeficient de minoració del formigó (γ_c);
 - El factor que té en compte el cansament del formigó (α_{cc});
- Els valors dels angles que desitgem per les armadures (α) i per les esquerdes (β);
- El valor del coeficient de reducció de l'esforç axial (k);
- La tensió de compressió axial (σ'_{cd});
- Els coeficients per obtenir la resistència de tallant (V_{su}):
 - El braç mecànic (z);
 - El nombre de branques de l'armadura (n);
 - El diàmetre de les branques de l'armadura (\emptyset);
 - La distància entre cercols (s_t).

DADES DE LA SECCIÓ FORMIGÓ			ANGLES DE LES ARMADURES I LES ESQUERDES		
b_0	400	mm	ARMADURES		
d	200	mm	α	90	°
ARMADURA LONGITUDINAL DE TRACCIÓ			α	1,570796327	Radians
A_s	603	mm ²	ESQUERDES		
TALLANT MESURAT			β	45	°
V_{td}	122,112	KN	β	0,785398163	Radians
TALLANT CÀLCUL			COEFICIENT REDUCCIÓ ESFORÇ AXIAL PER AGOTAMENT PER COMPRESSIÓ OBLICUA DE L'ÀNIMA (V_{u1})		
V_d	122,112	KN	k	1	-
TALLANT PRETESAT			TENSIO COMPRESSIÓ AXIAL PER OBTENIR LA RESISTÈNCIA A TALLANT DEL FORMIGÓ (V_{cu})		
V_{pd}	0	KN	σ'_{cs}	0	Mpa
TALLANT SECCIÓ VARIABLE			COEFICIENTS PER OBTENIR LA RESISTÈNCIA A TALLANT DE L'ARMADURA (V_{su})		
V_{od}	0	KN	BRAÇ MECÀNIC		
PROPIETATS DELS MATERIALS:			z	180	-
FORMIGÓ			NOMBRE BRANQUES DE L'ARMADURA		
f_{ck}	45	MPa	n	3	-
γ_c	1	-	DIAMETRE		
α_{ce}	1	-	\emptyset	10	mm
f_{td}	45,0000	MPa	DISTÀNCIA ENTRE CERCOLS		
ACER			S_t	250	mm
f_{yk}	500	MPa			
γ_s	1,15	-			
f_{td}	434,7826	MPa			

Figura 59. Exemple d'entrada de dades en el programa.

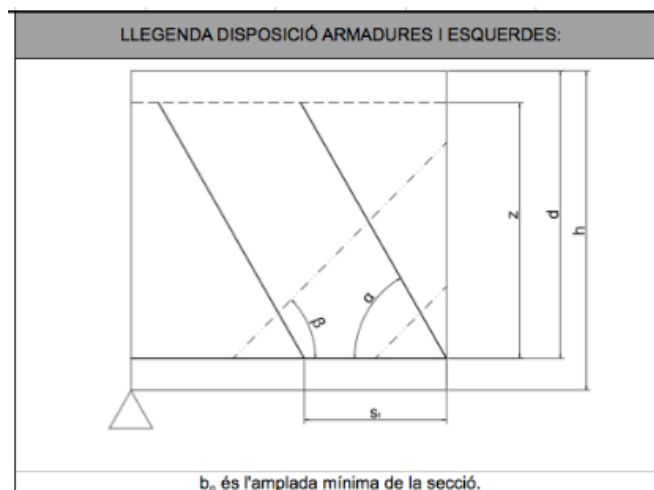


Figura 60. La llegenda de la secció en el programa.

La segona secció correspon a la taula de càlcul, que un cop introduïdes totes les dades, generar els diferents valors per determinar si la secció aguanta el tallant, amb armadura o sense. En aquest cas les fórmules es dividiran en blocs per poder obtenir tots els valors necessaris, que són els següents:

- El valor d'esgotament per compressió obliqua de l'ànima (V_{u1});
- La contribució de la resistència a tallant del formigó sense armadura de tallant (V_{cu});
- La comprovació de si és necessari l'armadura de tallant;
- La resistència a tallant del formigó amb armadura de tallant (V_{cu});
- La resistència a tallant de l'armadura (V_{su});
- El valor d'esgotament per tracció de l'ànima (V_{u2});
- La comprovació de si la distància compleix la quantia mínima;
- Les separacions mínimes que ha de complir la nostra secció.

La tercera secció correspon als resultats obtinguts per la secció estudiada. El programa ens generarà un quadre resum amb els valors obtinguts.

LA NOSTRA SECCIÓ AGUANTA EL TALLANT?		
$V_{rd} \leq V_{u1}$		
SI		
V_{rd}	122,112	KN
V_{u1}	1080	KN
QUAN NO TENIM ARMADURA DE TALLANT $V_{rd} \leq V_{u2} \rightarrow V_{rd} \leq V_{cu}$		
NO		
V_{rd}	122,112	KN
V_{u2}	113,8419958	KN
NECESSITEM ARMADURA DE TALLANT?		
SI		
AMB L'ARMADURA DE TALLANT COMPLEIX $V_{rd} \leq V_{u2}$?		
SI		
V_{rd}	122,112	KN
V_{u2}	181,7003971	KN
V_{cu}	113,8419958	KN
V_{u2}	67,85840132	KN
LA DISTANCIA ENTRE CERCOLS COMPLEIX?		
QUANTIA MINIMA		
SI		
SEPARACIÓ MINIMA		
NO		
S_t	250	mm
S_m	150	mm

Figura 61. Exemple d'un quadre resum generat per el programa.

B.7 CÀLCULS DE LA DISTÀNCIA ENTRE CÉRCOLS

El programa que realitzarà aquest diagrama d'interacció té el nom abreviat de “*TALLANT – DIST. ENTRE ARMADURES*”.

Primerament hem d'introduir els valors que conformaran la nostra secció de formigó:

- Dades de la secció estudiada:
 - Amplada mínima (b_o);
 - Cantell útil (d);
- L'àrea de l'armadura longitudinal de tracció (A_s);
- Els valors dels tallants per generar el tallant mesurat (V_{rd}):
 - El tallant de càlcul (V_d);
 - El tallant de pretesat (V_{pd});
 - El tallant de secció variable (V_{cd});
- Les propietats de l'acer i el formigó:
 - Límit elàstic de l'acer (f_{yk});
 - Coeficient de minoració de l'acer (γ_s);
 - El mòdul de deformació de l'acer (E);
 - La resistència característica del formigó (f_{ck});
 - El coeficient de minoració del formigó (γ_c);
 - El factor que té en compte el cansament del formigó (α_{cc});
- Els valors dels angles que desitgem per les armadures (α) i per les esquerdes (β);
- El valor del coeficient de reducció de l'esforç axial (k);
- La tensió de compressió axial (σ'_{cd});
- Els coeficients per obtenir la resistència de tallant (V_{su}):
 - El braç mecànic (z);
 - El nombre de branques de l'armadura (n);
 - El diàmetre de les branques de l'armadura (\emptyset).

DADES DE LA SECCIÓ FORMIGÓ		
b_0	400	mm
d	200	mm
ARMADURA LONGITUDINAL DE TRACCIÓ		
A_s	603	mm ²
TALLANT MESURAT		
V_{rd}	122,112	KN
TALLANT CÀLCUL		
V_d	122,112	KN
TALLANT PRETENSAT		
V_{pd}	0	KN
TALLANT SECCIÓ VARIABLE		
V_{od}	0	KN
PROPIETATS DELS MATERIALS:		
FORMIGÓ		
f_{ck}	45	MPa
γ_c	1,5	-
α_{cc}	1	-
f_{cd}	30,0000	MPa
ACER		
f_{yk}	500	MPa
γ_s	1,15	-
f_{yd}	434,7826	MPa

ANGLES DE LES ARMADURES I LES ESQUERDES		
ARMADURES		
α	90	°
α	1,570796327	Radians
ESQUERDES		
β	45	°
β	0,785398163	Radians
COEFICIENT REDUCCIÓ ESFORÇ AXIAL PER AGOTAMENT PER COMPRESSIÓ OBLICUA DE L'ÀNIMA (V_{s1})		
k	1	-
TENSIO COMPRESSIÓ AXIAL PER OBTENIR LA RESISTÈNCIA A TALLANT DEL FORMIGÓ (V_{cu})		
σ'_{cd}	0	Mpa
COEFICIENTS PER OBTENIR LA RESISTÈNCIA A TALLANT DE L'ARMADURA (V_{su})		
BRAÇ MECÀNIC		
z	180	-
NOMBRE BRANQUES DE L'ARMADURA		
n	3	-
DIAMETRE		
\varnothing	10	mm

Figura 62. Exemple d'entrada de dades en el programa.

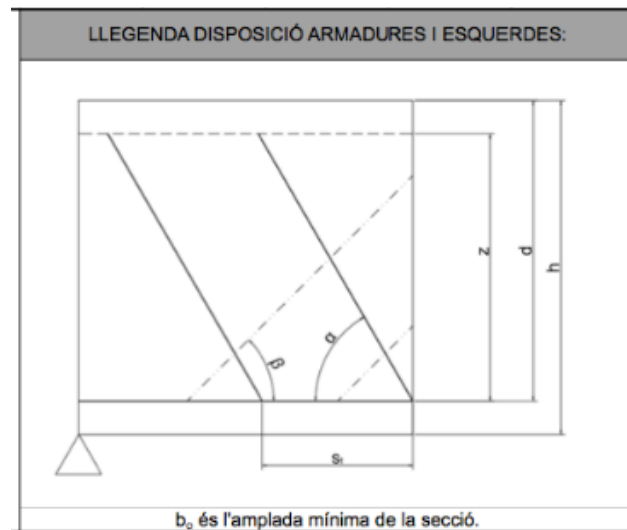


Figura 63. Llegendra de la secció en el programa.

La segona secció correspon a la taula de càlcul, que un cop introduïdes totes les dades, generar els diferents valors per determinar si la secció aguanta el tallant, amb armadura o sense. En aquest cas les fórmules es dividiran en blocs per poder obtenir tots els valors necessaris, que són els següents:

- El valor d'esgotament per compressió obliqua de l'ànima (V_{u1});
- La resistència a tallant del formigó sense armadura de tallant (V_{cu}) i la resistència a tallant de l'armadura (V_{su});
- La distància entre cercols mitjançant la resistència a tallant de l'armadura (V_{su});
- La distància entre cercols mitjançant la quantia mínima;
- La distància entre cercols mitjançant les separacions mínimes.

La tercera secció correspon als resultats obtinguts per la secció estudiada. El programa ens generarà un quadre resum amb el valor òptim de la mínima distància.

DISTANCIA ENTRE CERCOLS OBTINGUDA		
St	150	mm

Figura 64. Exemple d'un quadre resum generat per el programa.

ANNEX C : VERIFICACIÓ I RESULTATS

C.1 INTRODUCCIÓ

En aquest annex exposarem en més profunditat la resolució dels resultats exposats a la memòria.

Les seccions que utilitzarem són les següents:

- Secció 1

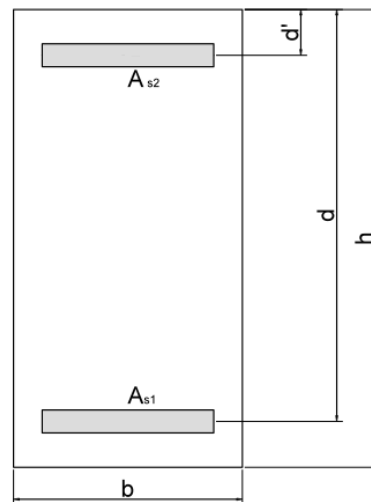


Figura 65. Secció rectangular amb armadura no simètrica repartida en dues cares.

- Secció 2

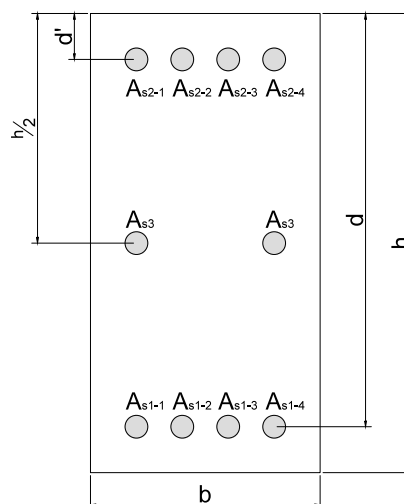


Figura 66. Secció rectangular amb armadures, no simètriques respecte les dues cares oposades, de barres circulars a les quatre cares.

- Secció 3

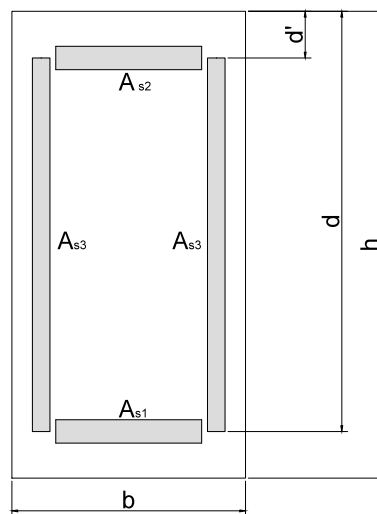


Figura 67. Secció rectangular amb armadures, no simètriques en dues cares oposades, a les quatre cares.

C.2 EXEMPLES MITJANÇANT EL DIAGRAMA DE FLEXIÓ PER UNA SECCIÓ RECTANGULAR

C.2.1 Exemple 1:

A continuació buscarem les armadures per una secció rectangular mitjançant el diagrama de flexió adimensional proporcionat per el llibre basat en la normativa actuals de la Instrucció EHE (Instrucció de formigó estructural) i el diagrama de flexió adimensional proporcionat pel programa desenvolupat i les compararem.

La secció rectangular és com el de la figura 65 i està sotmesa a un moment de càlcul de 350 KN·m. La secció té les següents mides:

- Base (b) = 300 mm;
- Alçada (h) = 500 mm;
- Recobriment de 30 mm per les dues armadures.

Els materials a utilitzar són:

- Formigó HA-25: $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$;
- Acer B500S: $f_{yd} = 500 \text{ MPa}$.

- Resolució segons el diagrama proporcionat per el llibre *Hormigón Armado – Jiménez Montoya*:

Les resistències minorades, considerant els coeficients de seguretat els habituals:

$$f_{c,d} = \frac{f_{c,k}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,5} \rightarrow f_{c,d} = 16,6 \text{ MPa}$$

$$f_{y,d} = \frac{f_{y,k}}{\gamma_s} = \frac{500}{1,15} \rightarrow f_{y,d} = 434,8 \text{ MPa}$$

El moment reduït val:

$$\mu = \frac{M_d}{f_{cd} \cdot b \cdot d^2} = \frac{350 \cdot 1000 \cdot 1000}{16,6 \cdot 300 \cdot (500 - 30)^2} \rightarrow \mu = 0,317$$

Entrant aquest valor, obtindrem les quanties mecàniques:

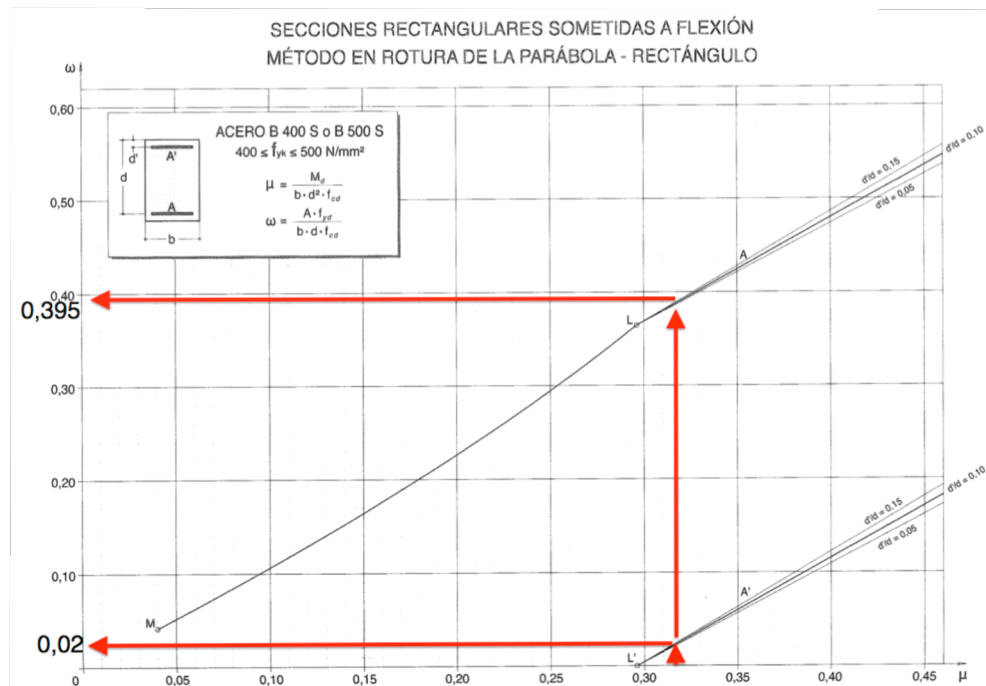


Figura 68. Valors resultants del diagrama de flexió segons el llibre *Hormigón Armado – Jiménez Montoya*.

$$\begin{cases} \omega \approx 0,395 \\ \omega' \approx 0,02 \end{cases}$$

Un cop obtingut el valor de quantia, procedirem a obtenir el valor de l'armadura:

$$\omega = \frac{A \cdot f_{yd}}{f_{cd} \cdot b \cdot d}$$

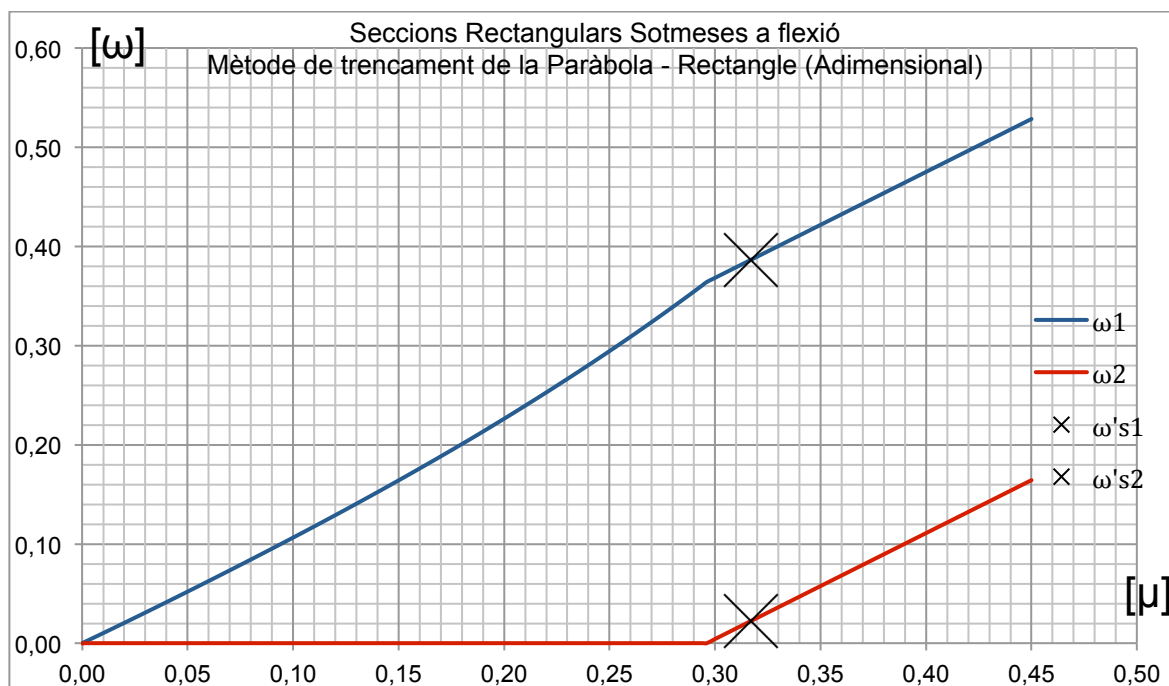
$$A = \frac{0,395 \cdot 16,6 \cdot 300 \cdot 470}{434,8} \rightarrow A = 2135,31 \text{ mm}^2$$

$$A' = \frac{0,02 \cdot 16,6 \cdot 300 \cdot 470}{434,8} \rightarrow A' = 108,11 \text{ mm}^2$$

- Resolució segons la taula proporcionada per el programa:

En el programa imposarem un valor límit de 0,45 de ξ , per poder comparar els resultats.

Els resultat del programa és el següent:



Gràfic 16. Gràfica de flexió resultant per l'exemple 1.

Amb uns valors de:

- Quantia mecànica de tracció (ω) de 0,3865;
- Armadura de tracció de 2088,9873 mm²;
- Quantia mecànica de compressió (ω') de 0,0222;
- Armadura de compressió de 120,023 mm².

Els valors obtinguts mitjançant els dos casos són molt semblants. Les diferències obtingudes venen originades per la gràfica del llibre basat en la normativa ja que alhora de assignar un valor de moment reduït o quantia mecànica acabarem cometent errors.

C.2.2 Exemple 2:

A continuació compararem els diagrames de flexió dimensional mitjançant el mètode rectangular i el mètode paràbola-rectangle.

La secció rectangular és com el de la figura 65 i està sotmesa a un moment de càlcul de 150 KN·m. La secció té les següents mides:

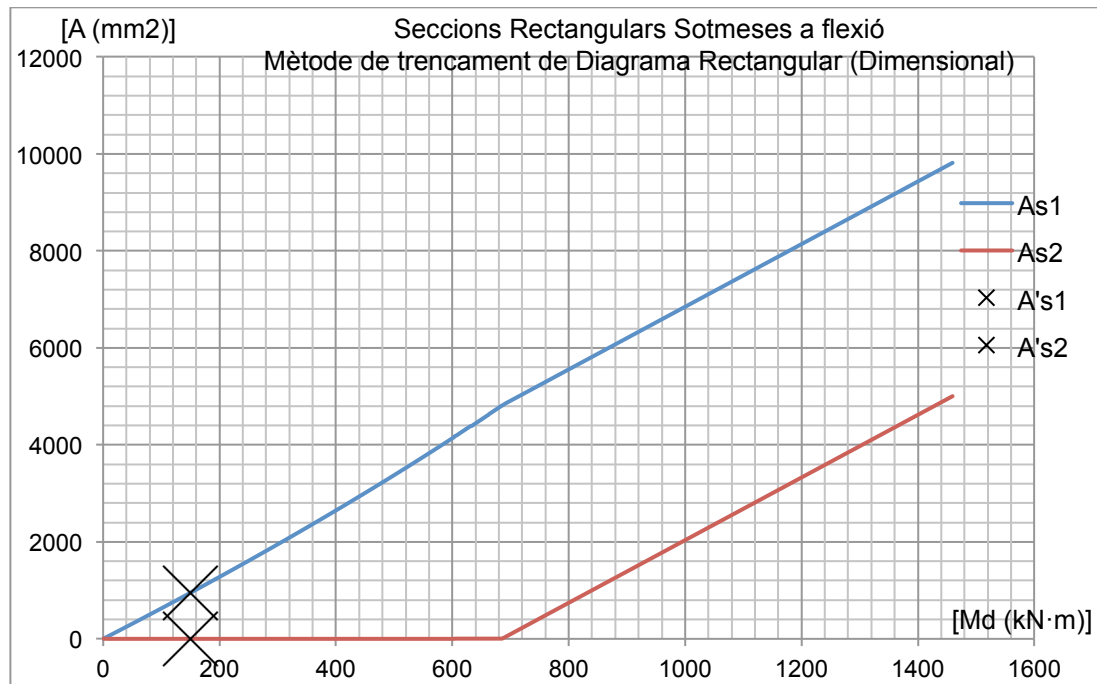
- Base (b) = 500 mm;
- Alçada (h) = 500 mm;
- Recobriment de 35 mm per l'armadura de tracció i 20 per la de compressió.

Els materials a utilitzar són:

- Formigó HA-25: $f_{ck} = 45 \text{ MPa}$;
- Acer B500S: $f_{yd} = 400 \text{ MPa}$.

En el programa imposarem un valor límit de 0,3 per la ξ .

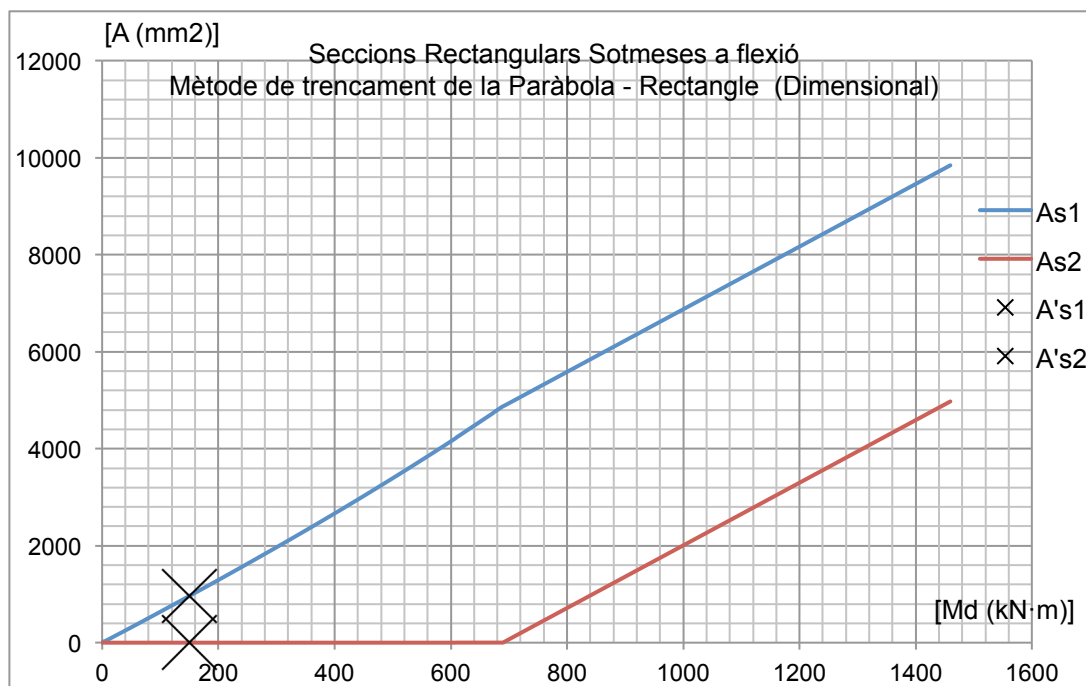
El gràfic resultant mitjançant el diagrama rectangular:



Gràfic 17. Gràfica de flexió resultant de l'exemple 2 per el mètode Rectangular.

Amb un valor per l'armadura de tracció de $949,9182 \text{ mm}^2$.

El gràfic resultant mitjançant el diagrama paràbola-rectangle:



Gràfic 18. Gràfic resultant de l'exemple 2 per el mètode paràbola-rectangle

Amb un valor per l'armadura de tracció de $962,3689 \text{ mm}^2$.

C.2.3 Exemple 3:

A continuació compararem els diagrames de flexió adimensional mitjançant el mètode rectangular i el mètode paràbola-rectangle. I compararem les diferències per veure si son inferiors a 1,5%.

Determinarem les armadures per una secció rectangular com la figura 65 sotmesa a un moment de càlcul de $1250 \text{ kN}\cdot\text{m}$. La secció te les següents mides:

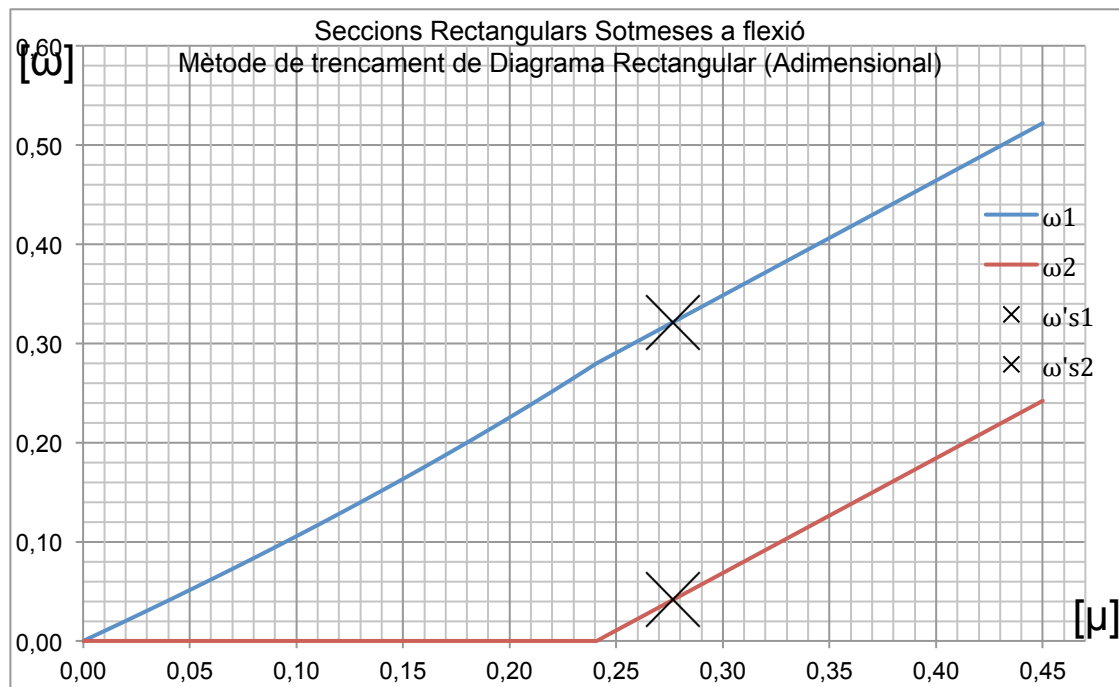
- $b = 1000 \text{ mm}$;
- $h = 500 \text{ mm}$;
- Recobriment de 60 mm per les dues armadures.

Els materials a utilitzar són:

- Formigó HA-35: $f_{ck} = 35 \text{ MPa}$;
- Acer B400S: $f_{yd} = 400 \text{ MPa}$;

En el programa imposarem un valor límit de 0,35 per ξ .

El gràfic resultant mitjançant el diagrama rectangular:

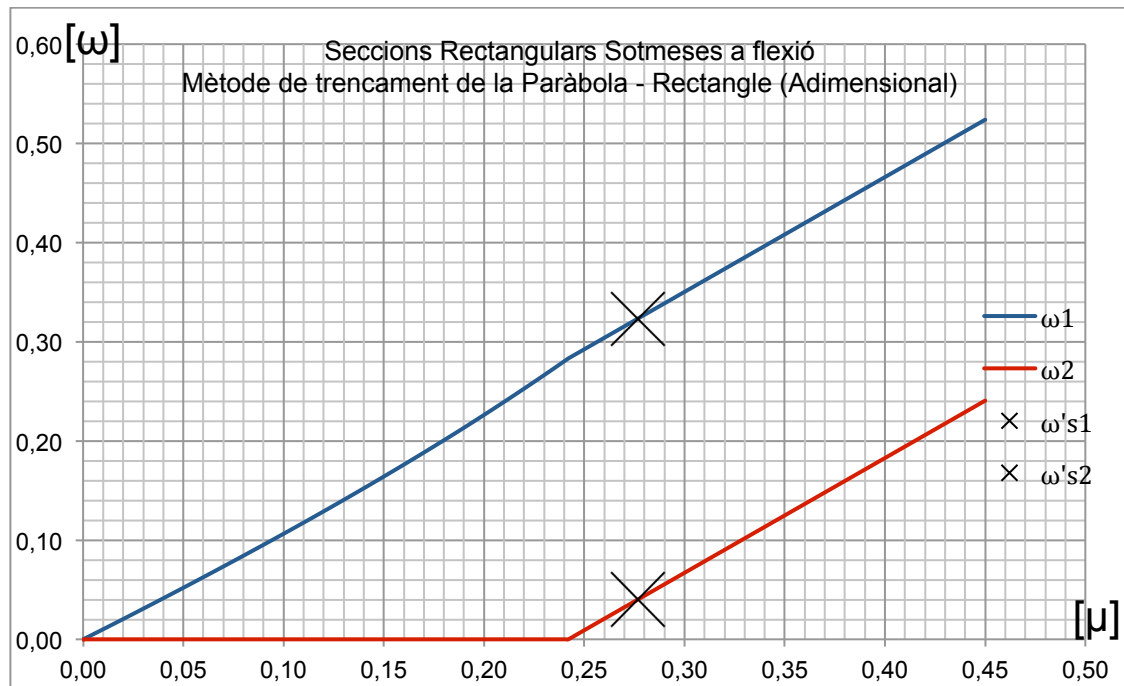


Gràfic 19. Gràfic resultant de l'exemple 3 per el mètode rectangular

Amb uns valors de:

- Quantia mecànica de tracció (ω) de 0,3216;
- Armadura de tracció de 9492,0354 mm²;
- Quantia mecànica de compressió (ω') de 0,0416;
- Armadura de compressió de 1227,3688 mm².

El gràfic resultant mitjançant el diagrama paràbola-rectangle:

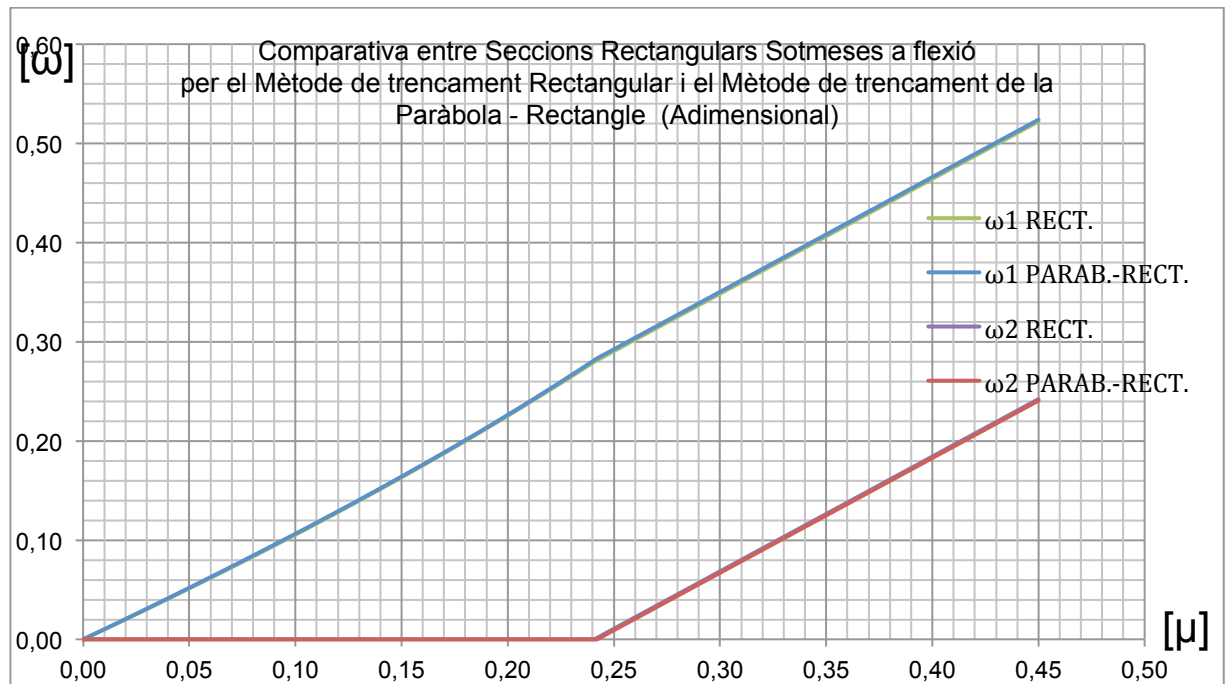


Gràfic 20. Gràfic resultant de l'exemple 3 per el mètode paràbola-rectangle.

Amb uns valors de:

- Quantia mecànica de tracció (ω) de 0,3234;
- Armadura de tracció de 9546,5636 mm²;
- Quantia mecànica de compressió (ω') de 0,0401;
- Armadura de tracció de 1183,5080 mm².

La gràfica comparativa entre els dos mètodes:



Gràfic 21 .Gràfica comparatiu dels resultats de l'exemple 3.

Amb la gràfica comparativa és pot observar que entre un mètode i l'altre no hi ha una diferència molt significativa.

Ara procedirem a comparar-ho numèricament:

- Quantia mecànica de tracció (ω) :

$$\frac{0,3234}{0,3216} = 1\%$$

- Armadura de tracció (A):

$$\frac{9546,5636}{9492,0354} = 1\%$$

- Quantia mecànica de compressió (ω'):

$$\frac{0,0401}{0,0416} = 0,96\%$$

- Armadura de compressió (A'):

$$\frac{1183,5080}{1227,3688} = 0,96\%$$

Efectivament els valors obtinguts entre un cas i l'altre no són superior al 1,5%.

C.3 EXEMPLES MITJANÇANT EL DIAGRAMA D'INTERACCIÓ PER DIFERENTES SECCIONS.

C.3.1 Exemple 1:

A continuació comprovarem si una secció aguanta l'esforç normal i un moment mitjançant el diagrama d'interacció proporcionat per el llibre basat en la normativa actuals de la Instrucció EHE (Instrucció de formigó estructural) i el proporcionat pel programa desenvolupat i les compararem.

Determinarem si una secció rectangular com el de la figura 66 sotmesa a un moment de càlcul de 365 KN·m i un axial de 900 KN les podrà aguantar. La secció té les següents mides:

- $b = 400 \text{ mm}^2$;
- $h = 550 \text{ mm}^2$;
- Totes les armadures circulars tenen un diàmetre de 20 mm.
- Recobriment de 20 per les dues armadures.

Els materials a utilitzar són:

- Formigó HA-25: $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$;
- Acer B400S: $f_{yd} = 400 \text{ MPa}$;

- Resolució segons el diagrama proporcionat per el llibre *Hormigón Armado* – *Jiménez Montoya*:

- Les resistències minorades, considerant els coeficients de seguretat habituals:

$$f_{c,d} = \frac{f_{c,k}}{\gamma_c} = \frac{25}{1,5} \rightarrow f_{c,d} = 16,6 \text{ MPa}$$

$$f_{y,d} = \frac{f_{y,k}}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} \rightarrow f_{y,d} = 347,82 \text{ MPa}$$

- Els valors reduïts del moment i de l'axial són:

$$\mu = \frac{M}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{365 \cdot 1000 \cdot 1000}{400 \cdot 550^2 \cdot 16,6} \rightarrow \mu = 0,1809$$

$$\nu = \frac{N}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{900 \cdot 1000}{400 \cdot 550 \cdot 16,6} \rightarrow \nu = 0,246$$

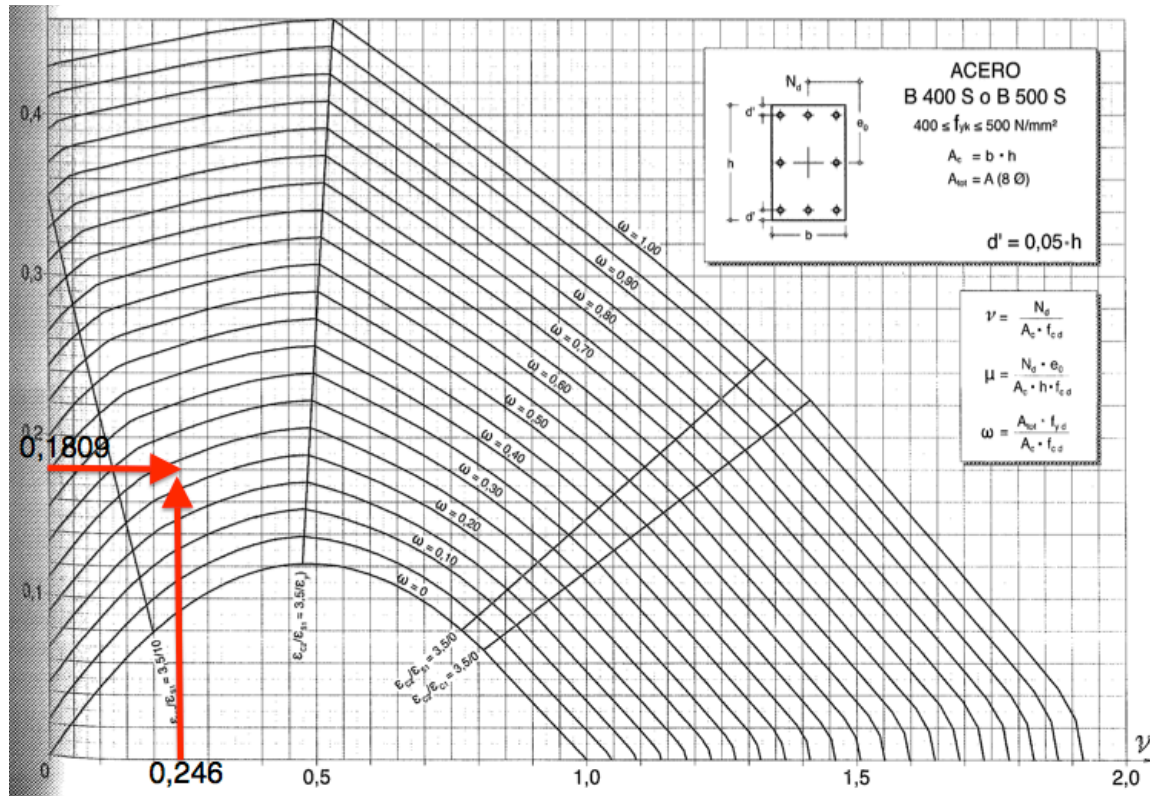
- La quantia mecànica de l'armadura val:

$$\omega = \frac{A_{total} \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{8 \cdot \pi \cdot \frac{20^2}{4} \cdot 347,82}{400 \cdot 550 \cdot 16,6} \rightarrow \omega = 0,24$$

- El recobriment relatiu val:

$$\frac{d'}{h} = \frac{20}{550} = 0,036$$

Ja que no tenim cap taula amb aquest valor, agafarem el diagrama amb un recobriment relatiu més pròxim, en aquest cas val 0,05. El resultat del diagrama d'interacció és:

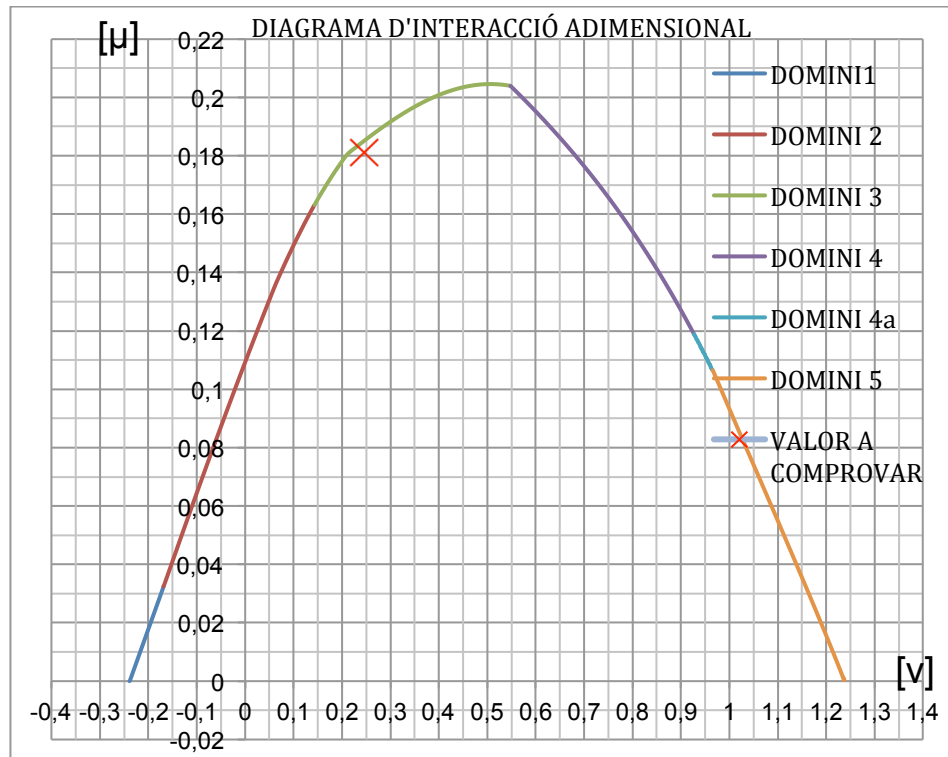


Gràfic 22. Valors resultants del diagrama de flexió segons el llibre *Hormigón Armado* – Jiménez Montoya.

A causa de que el gràfic no està exposat una quantia mecànica de 0,24 i tampoc compleix el recobriment relatiu de 0,05, es fa difícil saber si la nostra secció aguantaria aquesta combinació de moment i força axial.

- Resolució segons la taula proporcionada per el programa:

Per poder comparar els diagrames, utilitzarem només 8 barres circulars (3 a la part superior, 2 al centre i 3 a la part inferior). La gràfica generada és:



Gràfic 23. Gràfic d'interacció resultant per l'exemple 1.

Amb el gràfic d'interacció generat per el programa s'observa que la nostra secció aguanta, per poc, el moment i la força axial aplicats.

C.3.2 Exemple 2:

A continuació comprovarem, mitjançant el programa, si el diagrama d'interacció varia entre tenir una força puntual al centre de la secció com a la figura 66 o una força distribuïda com a la figura 67. La secció ha de suportar un moment de 100 kN·m i una força axial de 2500 kN.

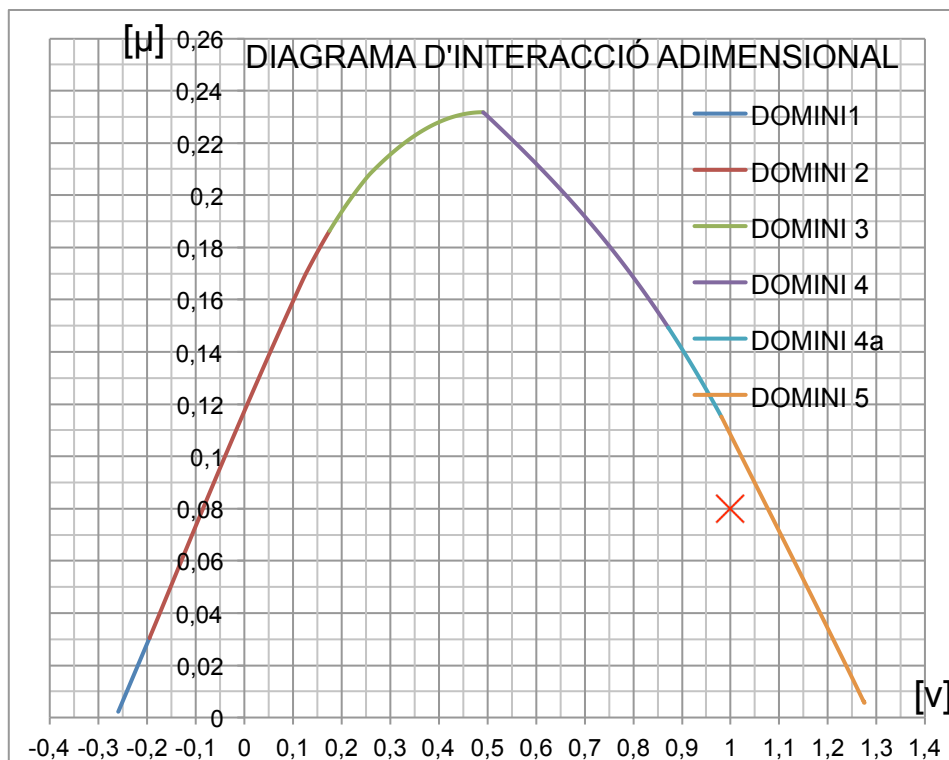
La secció té les següents mides:

- $b = 300 \text{ mm}^2$;
- $h = 500 \text{ mm}^2$;
- Per l'armadura A_{s1} tenim una àrea de 942 mm^2 o 3 barres de diàmetre 20 mm;
- Per l'armadura A_{s2} tenim una àrea de 942 mm^2 o 3 barres de diàmetre 20 mm;
- Per l'armadura A_{s3} tenim dues àrees de 50 mm^2 o 2 barres de diàmetre 8 mm;
- Recobriment de 50 per l'armadura A_{s1} i 30 per l'armadura A_{s2} .

Els materials a utilitzar són:

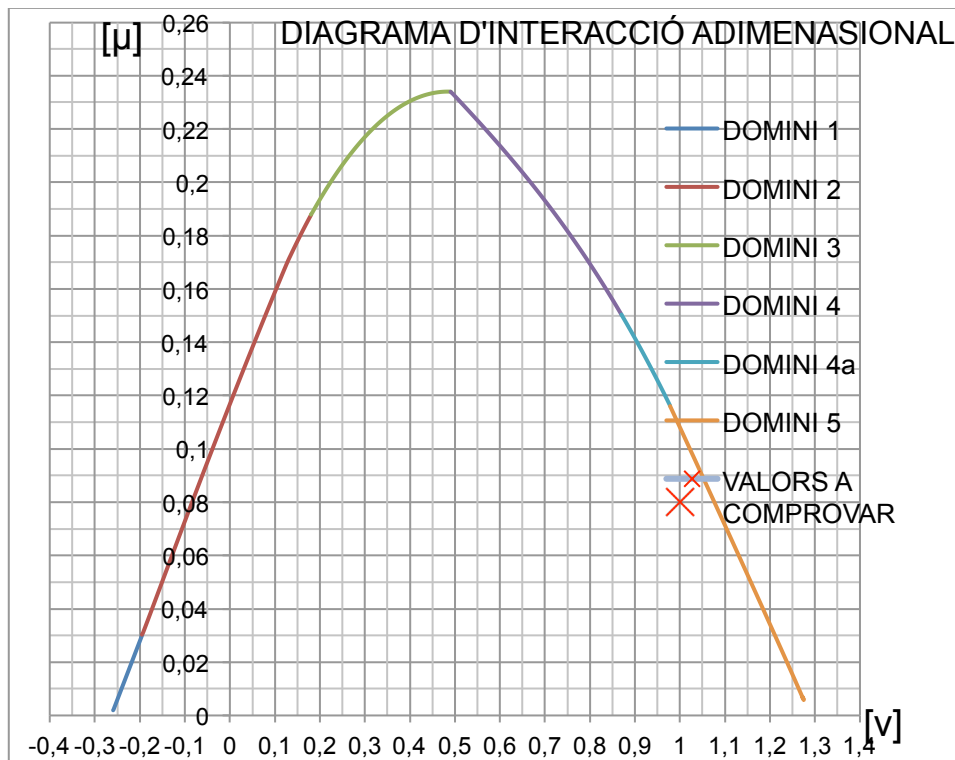
- Formigó HA-25: $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$;
- Acer B400S: $f_{yd} = 400 \text{ MPa}$;

El diagrama d'interacció quan tenim una força puntual al centre de la secció, figura 66:



Gràfic 24. Gràfic d'interacció resultant de l'exemple 2 per la figura 66.

El diagrama d'interacció quan tenim una força distribuïda al lateral de la secció, figura 67:



Gràfic 25. Gràfic d'interacció resultant de l'exemple 2 per la figura 67.

El resultat d'aplicar un mètode o l'altre és el mateix. L'única diferència resideix en la dificultat d'obtenir els resultats amb la força distribuïda.

C.4 EXEMPLES DE CàLCUL DE TALLANT

A continuació comprovarem, mitjançant el programa, si una secció rectangular com a la figura 1 aguanta un tallant mesurat de 185,4 KN. Si la secció no compleix, la modificarem perquè pugui ho pugui aguantar.

Dades de la secció estudiada:

- Amplada mínima (b_0) = 300 mm;
- Cantell útil (d) = 550;

L'àrea de l'armadura longitudinal de tracció (A_s) = 1570 mm²;

Les propietats de l'acer i el formigó:

- Formigó HA-25: f_{ck} = 25 MPa;
- Acer B400S: f_{yd} = 400 MPa;

Els valors dels angles que desitgem per:

- Les armadures (α) = 90°;
- Les esquerdes (β) = 45°;

El valor del coeficient de reducció de l'esforç axial (k) = 1;

La tensió de compressió axial (σ'_{cd}) = 0;

Els coeficients per obtenir la resistència de tallant (V_{su}):

- El braç mecànic (z) = 0,495;
- El nombre de branques de l'armadura (n) = 2;
- El diàmetre de les branques de l'armadura (\varnothing) = 60 mm;
- La distància entre cercols (s_t) = 150.

El programa ens mostra que, tot i que la distància entre armadures es correcta, el valor d'esgotament per tracció de l'anima (V_{u2}) és inferior al tallant mesurat. I com a conseqüència la nostra secció no aguantarà el tallant.

LA NOSTRA SECCIÓ AGUANTA EL TALLANT?		
$V_{rd} \leq V_{u1}$		
SI		
V_{rd}	185,4	KN
V_{u1}	825	KN
QUAN NO TENIM ARMADURA DE TALLANT $V_{rd} \leq V_{u2} \rightarrow V_{rd} \leq V_{cu}$?		
NO		
V_{rd}	185,4	KN
V_{u2}	91,28304077	KN
NECESSITEM ARMADURA DE TALLANT?		
SI		
AMB L'ARMADURA DE TALLANT COMPLEIX $V_{rd} \leq V_{u2}$?		
NO		
V_{rd}	185,4	KN
V_{u2}	90,21162044	KN
V_{cu}	83,72081684	KN
V_{su}	6,490803604	KN
LA DISTANCIA ENTRE CERCOLS COMPLEIX?		
QUANTIA MINIMA		
SI		
SEPARACIÓ MINIMA		
SI		
St	150	mm
Sm	330	mm

Figura 69. Resultats de la primera secció estudiada.

Ara amb el programa buscarem la distància entre cercols que ens farà que la secció aguanti el tallant. El programa ens dona com a resultat una distància de 9,5754 mm. Agafarem una distància de 9,5 mm i comprovarem si fa que la secció aguanti el tallant.

DISTANCIA ENTRE CERCOLS OBTINGUDA		
St	9,575416623	mm

Figura 70. Distància que ens faria aguantar el tallant de la primera secció estudiada.

LA NOSTRA SECCIÓ AGUANTA EL TALLANT?		
$V_{rd} \leq V_{u1}$		
SI		
V_{rd}	185,4	KN
V_{u1}	825	KN
QUAN NO TENIM ARMADURA DE TALLANT $V_{rd} \leq V_{u2} \rightarrow V_{rd} \leq V_{cu}$		
NO		
V_{rd}	185,4	KN
V_{u2}	91,28304077	KN
NECESSITEM ARMADURA DE TALLANT?		
SI		
AMB L'ARMADURA DE TALLANT COMPLEIX $V_{rd} \leq V_{u2}$?		
SI		
V_{rd}	185,4	KN
V_{u2}	186,2071895	KN
V_{cu}	83,72081684	KN
V_{su}	102,4863727	KN
LA DISTÀNCIA ENTRE CERCOLS COMPLEIX?		
QUANTIA MINIMA		
SI		
SEPARACIÓ MINIMA		
SI		
S_t	9,5	mm
S_m	330	mm

Figura 71. Resultats de la primera secció estudiada amb la distància òptima.

Amb aquest valor de distància, la secció aguantarà el tallant. Però el valor d'esgotament per tracció de l'anima (V_{u2}) val 186,20 KN i el tallant mesurat 185,4 KN. A causa de que la distància entre cercols és molt petita, cosa que provocarà tenir molta armadura, i el valor de V_{u2} no és gaire gran envers el tallant mesurat, tampoc serà una combinació viable.

Modificarem la secció per obtenir un resultat més òptim. Ampliarem l'amplada mínima a 350 mm, canviar l'acer de B400S per un de B500S, augmentarem a 3 branques d'armadura, un diàmetre de les branques de 100 mm i una distància de 50 mm. Ara la secció sí que aguantarà el tallant amb uns valors no tant ajustats del valor d'esgotament per tracció de l'anima (V_{u2}) i al tallant mesurat.

LA NOSTRA SECCIÓ AGUANTA EL TALLANT?		
$V_{rd} \leq V_{u1}$		
SI		
V_{ed}	185,4	KN
V_{u1}	962,5	KN
QUAN NO TENIM ARMADURA DE TALLANT $V_{rd} \leq V_{u2} \rightarrow V_{rd} \leq V_{cu}$		
NO		
V_{ed}	185,4	KN
V_{u2}	101,1629049	KN
NECESSITEM ARMADURA DE TALLANT?		
SI		
AMB L'ARMADURA DE TALLANT COMPLEIX $V_{rd} \leq V_{u2}$?		
SI		
V_{ed}	185,4	KN
V_{u2}	190,9795881	KN
V_{cu}	97,67428631	KN
V_{u1}	93,30530181	KN
LA DISTANCIA ENTRE CERCOLS COMPLEIX?		
QUANTIA MINIMA		
SI		
SEPARACIÓ MINIMA		
SI		
S_t	50	mm
S_m	412,5	mm

Figura 72. Resultats de la segona secció estudiada.