

## Treball final de grau

**Estudi:** Grau en Tecnologies Industrials

**Títol:** Transport natural interplanetari a partir d'un model restringit de tres cossos

**Document:** Resum

**Alumne:** Joan Esteba Masjuan

**Tutor:** Esther Barrabés Vera

**Departament:** Informàtica, Matemàtica Aplicada i Estadística

**Àrea:** Matemàtica aplicada

**Convocatòria (mes/any):** 06/2016

## Resum Treball Final de Grau

De manera natural, a la Terra han arribat fragments de materials provinents de la part més externa del Sistema Solar. Per tal d'explicar aquest fenomen, l'estudi de la dinàmica de tot el Sistema Solar, tot i considerar exclusivament les atraccions gravitatòries dels cossos principals, és molt complexa. La idea és veure si utilitzant models més simples es pot explicar quin són els mecanismes naturals que expliquen el transport interplanetari.

El meu treball es centra en el camp de la Mecànica Celeste, i voldré estudiar si hi ha mecanismes naturals degut exclusivament a forces gravitatòries que expliquin el transport de matèria de l'exterior del Sistema Solar a l'interior.

Estudiarem el transport natural entre Mart i la Terra. Per transport natural entenem el fet que un cos pugui desplaçar-se d'un punt del sistema a un altre sense exercir cap força diferent de la gravitacional; és a dir que de forma natural, el cos es mou d'un lloc a un altre del sistema (en aquest cas el sistema Solar) gràcies a les forces gravitacionals i els moviments dels planetes que l'envolten.

Cal remarcar el fet que en aquest projecte d'investigació el limitem a buscar indicis de l'existència del transport natural, de manera que si el resultat fos positiu es podria realitzar un estudi més detallat de l'existència d'aquest.

Per tal de realitzar l'estudi farem diferents simplificacions: considerarem només el Sol, la Terra i Mart, excloent els asteroides i la radiació solar; tindrem en compte les lleis de Newton i no considerarem les lleis relativistes.

Utilitzarem el model matemàtic *restricted three body problem* (RTBP) per tal de simplificar el sistema, que correspon a un model on només considerarem el Sol, un planeta i un cos petit. Els dos cossos principals, també anomenats primaris, degut a les forces mútues d'atracció gravitatòria es mouen en òrbites circulars o el·líptiques respecte el centre de masses del conjunt. El tercer cos, de massa menyspreable respecte els primaris (un asteroide o un satèl·lit) no afecta al moviment dels dos primers, però el seu moviment ve determinat per les forces d'atracció que els primaris exerceixen sobre ell. El RTBP es centra en l'estudi del moviment d'aquest tercer cos.

El RTBP té cinc punts d'equilibri (anomenats també punts de Lagrange), tres dels quals són col·lineals amb els dos primaris (estan sobre la mateixa recta), i que es denoten per  $L_i$ ,  $i=1,2,3$ . La dinàmica global és molt complexa, però podem estudiar la dinàmica al voltant dels punts d'equilibri que són els que ens interessin.

Considerarem dos models per separat, que faran referència a el Sol, el planeta (Mart o la Terra) i una partícula; en el qual la partícula es mou sota l'atracció gravitatòria dels dos cossos celestes. L'objectiu és estudiar el transport natural dins cada model des del planeta a una secció fixada comuna als dos models, i després connectar els dos models. En primer lloc fixarem una secció intermèdia entre la Terra i Mart i buscarem si hi ha condicions inicials respecte el model Sol-Mart que ens permetin arribar a aquesta secció intermèdia. En segon lloc, respecte el model Sol-Terra, repetirem la simulació anterior però en sentit invers: sortint des del voltant d'un dels punts de Lagrange (coneguts) i considerarem el temps enrere, explorarem si hi ha condicions inicials que arriben a la mateixa secció intermèdia, per tal d'enllaçar amb les trajectòries provinents de Mart. Finalment, respecte el model Sol-Terra, estudiarem si hi ha connexions des del punt de Lagrange provinent de Mart amb el punt de Lagrange de la Terra.

Desenvoluparem un seguit de programes que ens permetran simular aquestes característiques i poder determinar l'existència d'indícis de transport natural entre el punt d'equilibri  $L_1$  de Mart i el punt d'equilibri  $L_3$  de la Terra. Per a cada sistema, en un inici elaborarem un programa per a analitzar la trajectòria d'un punt i acabarem produint un programa que estudia les trajectòries d'una gran quantitat de punts inicials analitzant quant aquestes tallaran sobre una secció. Com hem comentat, tot i que l'origen dels punts serà diferent pels dos sistemes, la secció serà comuna, de manera que el nostre objectiu serà trobar una trajectòria que surti d'un punt inicial proper a  $L_1$  de Mart, passi per a la secció i acabi en un punt proper a  $L_3$  de la Terra. D'aquesta manera el programa que simula la trajectòria en el sistema Sol-Terra integrarà en temps negatiu, de manera que conceptualment l'origen real de la trajectòria correspon a la secció i el final un punt proper a  $L_3$  de la Terra.

Un cop desenvolupats i executats els programes que simulen les trajectòries a partir dels punts inicials, desenvolupem i executem un programa que ens compara els punts de la secció dels dos sistemes. D'aquesta manera trobem els punts on les seves posicions són iguals (amb una certa precisió) i en comparem les velocitats d'aquestes coincidències.

Analitzant els resultats obtinguts veiem que tot i tenir moltes coincidències de posicions, tenim un diferència de velocitats considerables. Hem de tenir en compte que hem executat unes simulacions per un temps de cinc-cents unitats de temps en el sistema Sol-Terra, vindrien a ser uns vuitanta anys, que en termes de transport natural és un temps menyspreable.

Per tant podem determinar que a curt termini no tenim indicis de transport natural entre el punt  $L_1$  de Mart i el punt  $L_3$  de la Terra, tot i que per a temps més grans és molt probable que si en trobem (ja que tenim una gran quantitat de punts coincidents en posició). Les diferències de velocitat més petites, tot i ser molt grans per a considerar transport natural es troben de l'ordre de  $10^{-1}$  unitats; que equival a aproximadament a velocitats de tres quilòmetres per segon, velocitats que es donen en maniobres de satèl·lits. És a dir que es pot afirmar que existeixen indicis de transport artificial, ja que podem assolir aquestes diferències de velocitat.