

---

# Seminaris de Ciència de Materials per als graus d'Enginyeria Electrònica Industrial i Automàtica, i Enginyeria Elèctrica.

## I. Propietats magnètiques i elèctriques.

Jordi Farjas Silva

Departament de Física

Universitat de Girona. 2017. 2 ed. català.  
Edició electrònica

---

### **Ressenya**

Aquest text pretén ser una guia útil per als estudiants d'Enginyeria Electrònica. El document s'estructura en vuit temes organitzats en tres blocs. El primer bloc és una introducció a les propietats magnètiques dels materials i les seves aplicacions. El segon bloc versa sobre les propietats elèctriques dels materials i, finalment, el tercer bloc és una breu descripció de la superconductivitat. Per a cada tema s'estableixen les **competències específiques** que s'han d'assolir, es desenvolupen de forma esquemàtica els **continguts** i s'adjunten **exemples resolts** de problemes. Al final de cada tema s'inclou un resum dels continguts i al final de cada bloc una col·lecció de qüestions i problemes. Aquests apunts pretenen ser una breu recopilació dels continguts bàsics de l'assignatura. Al final dels apunts, trobareu una bibliografia recomanada per tal de desenvolupar exhaustivament la matèria.

---

<b><i>I. Propietats magnètiques dels materials</i></b>	<b><i>1</i></b>
<b>1. Conceptes bàsics del camp magnètic</b>	<b>2</b>
Força exercida pel camp magnètic	2
Generació del camp magnètic	3
Resum de conceptes	4
<b>2. Origen del magnetisme dels materials</b>	<b>5</b>
Moment magnètic atòmic	5
Imantació i intensitat magnètica	6
Caracterització de la resposta del material: susceptibilitat magnètica	7
Classificació dels materials magnètics	8
Paramagnetisme	10
Diamagnetisme	10
Resum de conceptes	11
<b>3. Ferrromagnetisme</b>	<b>14</b>
Antiferromagnetisme	14
Ferrimagnetisme	15
Efecte de la temperatura en el comportament magnètic	16
Histèresi magnètica	16
Materials magnètics tous	19
Materials magnètics durs	20
Emmagatzematge magnètic	22
Resum de conceptes	23
<b>Qüestions del bloc I</b>	<b>25</b>
<b><i>II Propietats elèctriques dels materials</i></b>	<b><i>29</i></b>
<b>4. Propietats elèctriques dels materials conductors: teoria de bandes</b>	<b>30</b>
Estructura electrònica de la matèria	30
Bandes d'energia en els sòlids	31
Teoria de bandes electròniques	32
Resum de conceptes	34
<b>5. Materials conductors</b>	<b>35</b>
La llei d'Ohm	35
Conducció elèctrica en els metalls	36
Control de la conductivitat en els metalls	38
Aliatges comercials per conductors elèctrics	41
Aplicacions dels conductors	41
Resum de conceptes	43
<b>6. Materials semiconductors</b>	<b>45</b>
Semiconductors intrínsecs	45
Semiconductors extrínsecs	46
Dependència de la conductivitat amb la temperatura	49
Dependència de la conductivitat amb els defectes de l'estructura cristal·lina	51
Díode de junció	51
Resum de conceptes	54
<b>7. Propietats elèctriques de les ceràmiques i els polímers</b>	<b>55</b>
Materials dielèctrics	55
Polarització	56
Tipus de polarització	57
Ruptura dielèctrica	58
Materials dielèctrics	59
Piezoelèctricitat	59
Ferroelectricitat	60
Conductivitat dels polímers	61
Conducció iònica	61
Resum de conceptes	62

<b>Qüestions del bloc II</b>	<b>63</b>
<b><i>III Superconductivitat</i></b>	<b>68</b>
<b>8. Materials superconductors</b>	<b>69</b>
Resistència elèctrica nul·la; temperatura crítica	69
Efecte Meissner-Ochsenfeld	71
Origen de la superconductivitat	71
Superconductors tipus I	72
Superconductors tipus II	73
Aplicacions	74
Resum de conceptes	74
<b>Qüestions del bloc III</b>	<b>75</b>
<b>9. Bibliografia</b>	<b>76</b>

## ***I. Propietats magnètiques dels materials***

# 1. Conceptes bàsics del camp magnètic

## Objectius:

- Concepte de *pol magnètic*
- Concepte de *camp magnètic*
- Força exercida pel camp magnètic
- Concepte de *moment dipolar magnètic*
- Generació del camp magnètic

Ja a l'època de la Grècia clàssica, fa més de 2000 anys, es tenia coneixement del magnetisme de la matèria: s'havia observat que la magnetita (mineral de ferro) atreu petits objectes de ferro. Per altra banda, també es va observar que tots els imants tenen dos tipus de pols (*pol magnètics*) on la intensitat de la força és màxima. Aquests pols es designen pol sud i pol nord. La força entre pols iguals és repulsiva mentre que entre pols diferents és atractiva. Mai no s'ha observat un pol magnètic aïllat: les fonts de camp magnètic són dipols magnètics. La terra és un imant natural, el pol nord magnètic coincideix amb el pol sud geogràfic. El magnetisme és un fenomen present en alguns materials com, per exemple, el ferro i alguns acers.

Una bona part de la tecnologia actual es basa en el magnetisme i els materials magnètics, com per exemple generadors d'energia elèctrica, transformadors, motors elèctrics, ràdio, televisió, telèfons, ordinadors, aparells de diagnòsi mèdica, etc.

## Força exercida pel camp magnètic

Camp magnètic: força a distància (no de contacte). La força en un punt de l'espai de coordenades  $\vec{r}$  depèn del valor del camp magnètic en aquest punt:  $\vec{B}(\vec{r})$ . El camp magnètic només actua sobre càrregues elèctriques en moviment.

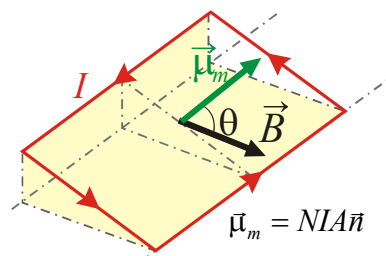
Unitats del camp magnètic tesla,  $1 \text{ T} = 1 \text{ N}/(\text{A} \cdot \text{m})$ . La tesla és una unitat enorme:

	$B (\mu\text{T})$
Camp magnètic de la Terra a la seva superfície	50
Camp magnètics dels electrodomèstics	de 0,02 a 7
Camps magnètics artificials més intensos	20.000.000

Sobre una espira de corrent de forma arbitrària la força magnètica resultant és nul·la. L'espira experimenta un parell de forces que provoquen un moviment de rotació. El moment o parell de forces resultant és:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu}_m \times \vec{B},$$

on  $\vec{\mu}_m$  és el *moment dipolar magnètic* i és proporcional al corrent que circula  $I$ , al nombre de voltes  $N$  i a la superfície de l'espira  $A$ :  $\vec{\mu}_m = NIA\vec{n}$ . El vector  $\vec{n}$  és un vector unitari perpendicular a la



**Figura 1.** Moment dipolar magnètic d'una espira.

superfície i dona la direcció de  $\vec{\mu}_m$ . El resultat final és que l'espira s'orienta en paral·lel amb el camp magnètic (quan  $\vec{\mu}_m \parallel \vec{B}$  el parell de forces és nul).

De la mateixa forma, una agulla de ferro, una llimadura de ferro o un imant s'alinearàn amb la direcció del camp magnètic, d'aquesta forma és possible visualitzar les línies de camp magnètic (Figura 2). Observeu que les línies de camp van del pol nord al pol sud.

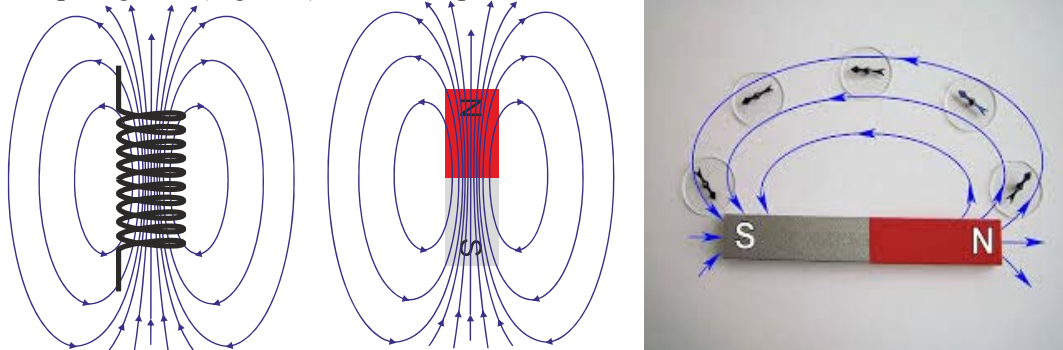


Figura 2. Línies de camp magnètic en una bobina i un imant.

*Exemple.* Un imant de 6,8 cm de llargada es col·loca formant un angle de  $60^\circ$  respecte d'un camp magnètic uniforme de 0,04 T. Si sobre l'imant actuen un parell de forces de  $0,10 \text{ N}\cdot\text{m}$ , quin és el moment magnètic de l'imant?

$$\vec{\tau} = \vec{\mu}_m \times \vec{B} \Rightarrow \tau = \mu_m B \sin \theta \Rightarrow$$

$$\mu_m = \frac{\tau}{B \sin \theta} = \frac{0,10 \text{ N}\cdot\text{m}}{0,04 \text{ T} \sin(60^\circ)} = 2,89 \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{N}/(\text{A}\cdot\text{m})} = 2,89 \text{ A}\cdot\text{m}^2$$

A partir d'ara representem els dipòls magnètics amb una fletxa que va del pol sud al nord. per exemple, un imant està representat a la Figura 3.

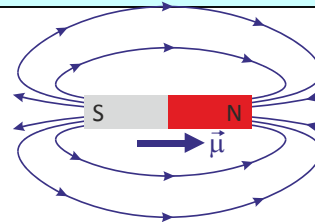


Figura 3. Línies de camp magnètic en un imant.

## Generació del camp magnètic

El camp magnètic el generen les càrregues elèctriques en moviment. En efecte, si acostem un imant a un cable per on circula un corrent, veurem com l'imant s'orienta per l'efecte del camp magnètic generat pel corrent elèctric.

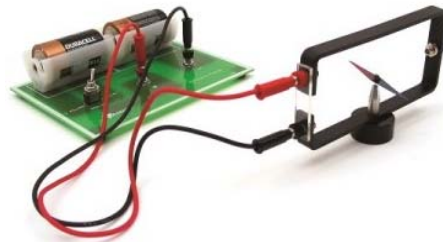
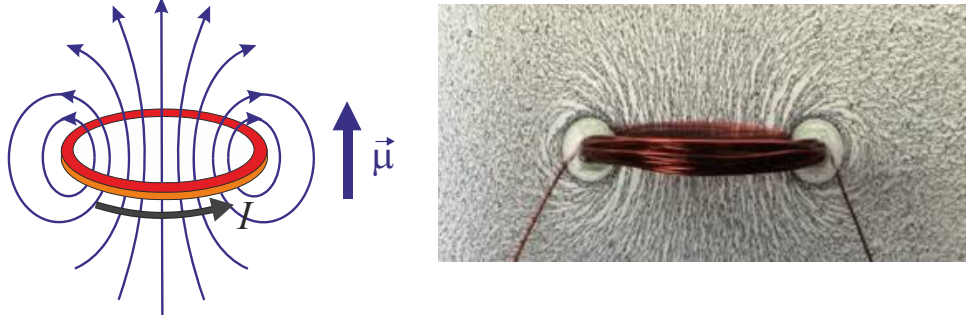


Figura 4. Experiment d'Oersted: orientació d'un imant per efecte del camp magnètic creat per un corrent elèctric.

Per exemple, el camp magnètic creat per una espira és proporcional al corrent que circula per l'espira. Si tenim en compte que el moment dipolar magnètic d'una espira és  $\mu_m = IA$ , llavors el camp magnètic creat per una espira és proporcional al seu moment

dipolar magnètic,  $\mu_m$ . A la Figura 5 es representen les línies de camp magnètic al voltant de l'espira i el moment magnètic dipolar associat:



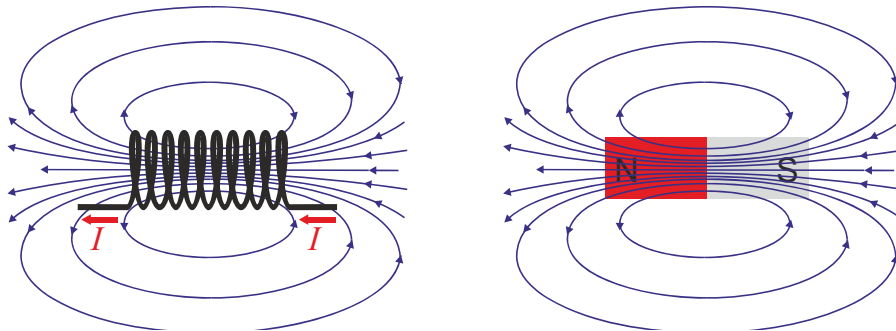
**Figura 5.** Línies de camp magnètic generades per un corrent  $I$  en una espira.

Mitjançant bobines es poden generar camps magnètics relativament intensos per l'efecte additiu de les diferents espires. A més, aquest camp magnètic és relativament constant en el seu interior i val

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 NI}{L} \vec{n}$$

On  $N$  és el nombre de voltes de la bobina,  $L$  la longitud de la bobina i  $\mu_0$  és una constant anomenada permeabilitat de l'espai lliure:  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ .

El camp magnètic que generen una bobina (solenoid) i un imant és molt similar (Figura 6).



**Figura 6.** Línies de camp magnètic: (a) generades per una bobina i (b) generades per un imant.

## Resum de conceptes

Les forces magnètiques actuen a distància (no són forces de contacte).

Unitat del camp magnètic en SI. Tesla, T.

Una espira dins un camp magnètic experimenta un parell de forces  $\vec{\tau} = \vec{\mu}_m \times \vec{B}$ .  $\vec{\mu}_m$ ; és el moment dipolar magnètic, per a una espira:  $\vec{\mu}_m = NIA\vec{n}$ .

Camp magnètic creat per una bobina de  $N$  espires i longitud  $L$ :  $\vec{B} = \frac{\mu_0 NI}{L} \vec{n}$

$\mu_0$  permeabilitat de l'espai lliure:  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ .

El camp magnètic actua sobre càrregues elèctriques en moviment, i el moviment de càrregues elèctriques genera camps magnètics.

## 2. Origen del magnetisme dels materials

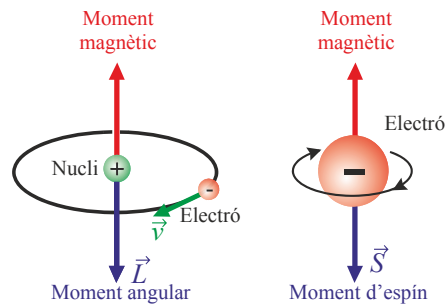
### Objectius:

Concepte de *moment magnètic atòmic*  
Conceptes d'*imantació*, *susceptibilitat magnètica* i *intensitat magnètica*  
Concepte d'*imantació de saturació*  
Classificació: *paramagnètics*, *diamagnètics* i *ferromagnètics*

Hi ha minerals que de forma natural generen camps magnètics; també sabem que alguns objectes metàl·lics es poden imantar, és a dir, que quan s'exposen a un camp magnètic responen i generen un camp magnètic que es manté encara que el camp magnètic exterior desaparegui. Quin és l'origen d'aquests camps magnètics?

### Moment magnètic atòmic

Sabem que les càrregues en moviment generen camps magnètics. En els materials, el moviment dels electrons dona lloc a la generació de camps magnètics. Així doncs, el camp magnètic macroscòpic dels materials té origen en els camps magnètics generats pel moviment dels electrons. Cada electró té dues contribucions diferents; per una banda, l'associada al moviment orbital (moment angular,  $L$ ) i, per altra banda, l'associada al moviment de rotació sobre si mateix (moment d'espín,  $S$ ).



**Figura 7.** Moments magnètics atòmics angular i d'espín.

Així, cada àtom es comporta com una espira. El moment dipolar magnètic dels àtoms,  $\mu_a$ , és la suma dels moments dipolars magnètics dels electrons. En els àtoms, la tendència dels electrons és a aparellar-se, és a dir, els electrons s'organitzen per parelles amb moments dipolars magnètics iguals i oposats. El moment generat per dos electrons aparellats és nul, és cancel·len mútuament. Per tant, els materials que tenen els nivells electrònics complets (tots els electrons estan aparellats) no es poden magnetitzar de forma permanent. Aquest és el cas dels gasos nobles (He, Ne, Ar, etc.) i d'alguns materials iònics. El moment dipolar magnètic atòmic és proporcional a una constant universal anomenada magnetó de Bohr:

$$\mu_a = C \cdot \mu_B,$$

on  $\mu_B$  és el magnetó de Bohr,

$$\mu_B = 9,27 \times 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

i  $C$  és una constant depèn de la configuració electrònica de l'àtom; per exemple, en el cas de ferro, cobalt i níquel aquesta constant és  $C = 2,22$ ,  $1,72$  i  $0,6$  respectivament.

El moment magnètic dels materials és la suma de les contribucions dels moments magnètics atòmics. Quan apliquem un camp magnètic a un material, els moments dipolars magnètics atòmics tendeixen a orientar-se paral·lels als camp exterior. Per altre banda, el camp magnètic generat pels materials és el resultat de la contribució dels moments magnètics dipolars atòmics.



## Imantació i intensitat magnètica

Quan un material se situa en una zona on existeix un camp magnètic,  $\vec{B}_{ex}$ , els moments dipolars magnètics dels electrons tendeixen a alinear-se amb aquest camp magnètic. El resultat és que apareix un camp magnètic macroscòpic creat pels electrons del material. Aquest procés es coneix amb el nom d'*imantació*,  $\vec{M}$ . És a dir, la imantació és el resultat de la contribució neta dels moments magnètics atòmics. Les unitats de la imantació són A/m. El camp magnètic generat pels moments magnètics atòmics és proporcional a la imantació:

$$\vec{B}_{Mat} = \mu_0 \vec{M}$$

El camp magnètic total a l'interior del material és la suma de la contribució dels camps magnètics exterior,  $\vec{B}_{ex}$ , i del material,  $\vec{B}_{Mat}$ ,

$$\vec{B} = \vec{B}_{ex} + \mu_0 \vec{M}.$$

Per tal de simplificar la notació, s'utilitza el concepte d'*intensitat magnètica*,  $\vec{H}$ , per quantificar la contribució del camp magnètic exterior,

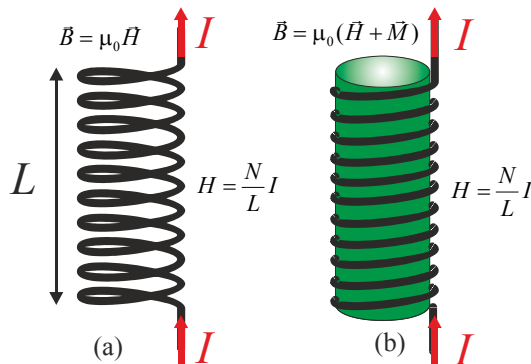
$$\vec{H} \equiv \vec{B}_{ex} / \mu_0.$$

Les unitats de la intensitat magnètica són les mateixes que les de la imantació, A/m. D'aquesta manera, el camp magnètic total s'expressa com:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

on el primer terme representa la contribució del camp exterior i el segon terme és la contribució del material.

Per exemple, a la Figura 9 ho trobem il·lustrat:



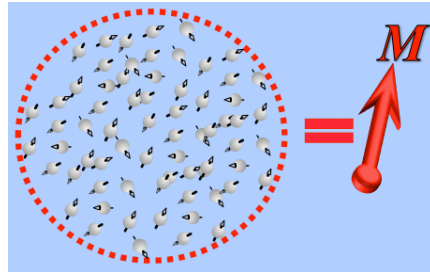
**Figura 9.** Camp magnètic creat per un solenoide buit (a) i un solenoide amb un nucli (b).

(a) solenoide buit; en aquest l'única contribució al camp magnètic és deguda al corrent elèctric que circula pel solenoide,

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad H = \frac{N}{L} I$$

(b) solenoide + nucli; en aquest tenim dues contribucions al camp magnètic: la deguda al corrent elèctric que circula pel solenoide i la imantació del nucli,

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}), \quad H = \frac{N}{L} I$$



**Figura 8.** La imantació d'un material és el resultat de la contribució dels moments magnètics atòmics.

Noteu que la intensitat magnètica  $\vec{H}$  és la mateixa independentment que hi hagi o no un medi material.

Si tots els àtoms o molècules d'un material estan completament alineats, la imantació es pot calcular com el nombre de molècules per unitat de volum,  $n$ , multiplicat pel moment magnètic atòmic,

$$M_S = n \cdot \mu_a$$

$M_S$  és la màxima imantació que pot assolir el material i es coneix amb el nom d'*imantació de saturació*. Associat a aquesta imantació de saturació, tenim el camp magnètic màxim que pot generar el material, el *camp magnètic de saturació*  $B_S$ .

$$\vec{B}_S = \mu_0 \vec{M}_S$$

*Exemple.* Quina és a) la magnetització de saturació i b) el camp magnètic màxim que pot generar el ferro. Dades:  $\rho = 7,9 \text{ g/cm}^3$  i  $M = 55,8 \text{ g/mol}$ .

$$a) M_S = n \cdot \mu_a$$

El nombre de molècules per unitat de volum es pot determinar a partir de la densitat, el nombre d'Avogadro i la massa molecular,

$$n = 7,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{1 \text{ mol}}{55,8 \text{ g}} \cdot \frac{6,02 \times 10^{23} \text{ àtoms}}{1 \text{ mol}} = 8,52 \times 10^{22} \text{ àtoms/cm}^3 =$$

$$= 8,52 \times 10^{28} \text{ àtoms/m}^3$$

I el moment magnètic atòmic és (vegeu a dalt),

$$\mu_a = 2,22 \cdot \mu_B = 2,22 \cdot 9,27 \times 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2 = 2,06 \times 10^{-23} \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

Llavors,

$$M_S = n \cdot \mu_a = 1,75 \times 10^6 \text{ A/m}$$

$$b) \vec{B}_S = \mu_0 \vec{M}_S = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2 \cdot 1,75 \times 10^6 \text{ A/m} = 2,2 \text{ N/(A} \cdot \text{m)} = 2,2 \text{ T}$$

Observació: el coeficient de 2,22 del moment magnètic atòmic del ferro està bàsicament associat als espins de dos electrons no aparellats de l'àtom de ferro.

## Caracterització de la resposta del material: susceptibilitat magnètica

Com hem vist, en presència d'un camp magnètic exterior els moments dipolars magnètics dels electrons d'un medi material tendeixen a orientar-se. El resultat és que el material adquireix una imantació  $\vec{M}$ . Aquesta imantació és la responsable de l'aparició d'un camp magnètic creat pel material. En general, aquesta imantació és proporcional al camp magnètic exterior, o el que és el mateix, és proporcional a la intensitat magnètica,

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}.$$

Aquesta constant de proporcionalitat,  $\chi_m$ , es coneix amb el nom de *susceptibilitat magnètica* i és adimensional. Així doncs, la resposta d'un material ve caracteritzada per la susceptibilitat magnètica. Si combinem la relació anterior amb l'expressió del camp magnètic total obtenim:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu \vec{H}$$

És a dir, que el camp magnètic total és proporcional a la intensitat magnètica; la constant de proporcionalitat s'anomena *permeabilitat*,  $\mu$ , i es defineix com,

$$\mu \equiv \mu_0 (1 + \chi_m)$$

Les unitats de la permeabilitat són  $N/A^2$ . Un altre paràmetre que es fa servir per caracteritzar la resposta del material és la *permeabilitat relativa*,  $\mu_r$ :

$$\mu_r \equiv \mu / \mu_0 = (1 + \chi_m)$$

$\mu_r$  és un paràmetre adimensional. A la Taula 1 es resumeixen els paràmetres principals i se'n donen les unitats.

**Taula 1.** Resum dels paràmetres més importants.

Paràmetre	Símbol	Unitats	Comentari
Camp magnètic	$\vec{B}$	$T = N/(A \cdot m)$ .	$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu\vec{H}$
Intensitat de corrent	$I$	A	
Permeabilitat de l'espai lliure	$\mu_0$	$N/A^2 = T \cdot m/A$	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$
Intensitat magnètica	$\vec{H}$	A/m	Camp magnètic exterior / $\mu_0$
Imantació	$\vec{M}$	A/m	Contribució neta dels moments dipolars magnètics dels electrons
Susceptibilitat magnètica	$\chi_m$	adimensional	$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$
Permeabilitat	$\mu$	$N/A^2 = T \cdot m/A$	$\mu \equiv \mu_0(1 + \chi_m)$
Permeabilitat relativa	$\mu_r$	adimensional	$\mu_r \equiv \mu / \mu_0 = (1 + \chi_m)$

## Classificació dels materials magnètics

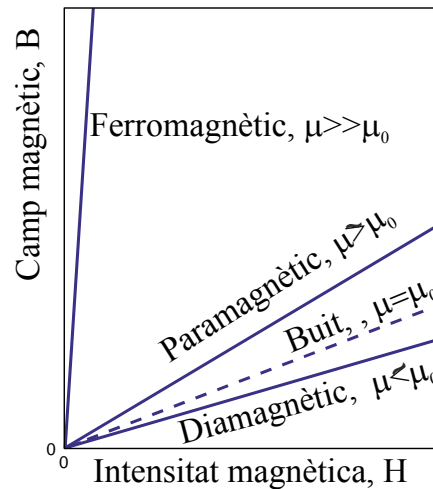
Podem classificar els materials en tres categories, *paramagnètics*, *diamagnètics* i *ferromagnètics*, segons la resposta d'aquest material quan se li aplica un camp magnètic exterior.

Quan un material paramagnètic es col·loca dins d'un camp magnètic exterior, el material genera un camp magnètic molt feble que reforça el camp magnètic exterior, de manera que el camp magnètic total augmenta lleugerament. Per als materials paramagnètics  $\chi_m$  és positiva i molt més

petita que 1.

El ferromagnetisme és més complicat, el camp magnètic del material pot arribar a ser molt més intens que el camp magnètic exterior i fins i tot pot existir un camp magnètic generat pel material en absència d'un camp magnètic exterior; aquest és el cas dels imants permanents. Per als materials ferromagnètics  $\chi_m$  és positiva i molt més gran que 1.

En el cas de diamagnetisme, davant la presència d'un camp exterior el material genera un camp magnètic molt feble oposat al camp magnètic exterior; el resultat és un afebliment molt petit del camp exterior. En els materials diamagnètics  $\chi_m$  és negativa i de magnitud molt més petita que 1. A la Figura 10 es representa de forma esquemàtica com varia el camp magnètic total en funció de la intensitat magnètica pels diferents



**Figura 10.** Representació esquemàtica de la dependència del camp magnètic amb la intensitat magnètica pels materials diamagnètics, paramagnètics i ferromagnètics.

tipus de materials. La línia discontinua correspon al cas en què no hi ha medi material ( $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ ).

**Taula 2.** Susceptibilitat magnètica de diversos materials.

Material	Susceptibilitat, $\chi_m$	
Alumini	$2,07 \cdot 10^{-5}$	
Crom	$3,13 \cdot 10^{-4}$	
Clorur de crom	$1,51 \cdot 10^{-3}$	
Sodi	$8,48 \cdot 10^{-6}$	
Calci	$1,9 \cdot 10^{-5}$	
Magnesi	$1,2 \cdot 10^{-5}$	<i>paramagnètics</i>
Titani	$1,81 \cdot 10^{-4}$	
Tungstè	$6,8 \cdot 10^{-5}$	
Zirconi	$1,09 \cdot 10^{-4}$	
Plati	$2,9 \cdot 10^{-4}$	
Molibdè	$1,19 \cdot 10^{-4}$	
Oxigen (1 atm)	$2,09 \cdot 10^{-6}$	
Bismut	$-1,66 \cdot 10^{-5}$	
Coure	$-9,6 \cdot 10^{-6}$	
Or	$-3,44 \cdot 10^{-5}$	
Mercuri	$-2,85 \cdot 10^{-5}$	
Sodi	$-0,24 \cdot 10^{-5}$	
Zinc	$-1,56 \cdot 10^{-5}$	<i>diamagnètics</i>
Plata	$-2,38 \cdot 10^{-5}$	
Silici	$-4,1 \cdot 10^{-6}$	
Diamant	$-2,2 \cdot 10^{-5}$	
Alúmina	$-1,81 \cdot 10^{-5}$	
Nitrogen (1 atm)	$-5,0 \cdot 10^{-9}$	
Hidrogen (1 atm)	$-9,9 \cdot 10^{-9}$	
CO <sub>2</sub> (1 atm)	$-2,3 \cdot 10^{-9}$	
Ferro	5500	<i>ferromagnètics</i>
Fe-Si (96 % Fe, 4 % Si)	7000	

*Exemple.* La imantació d'un material és  $3,2 \cdot 10^5$  A/m quan la intensitat magnètica és 50 A/m. Quin és el valor de la susceptibilitat magnètica? Quant val la permeabilitat magnètica? Quin és el valor del camp magnètic a l'interior del material? De quin tipus de material magnètic es tracta?

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \Rightarrow \chi_m = \frac{M}{H} = \frac{3,2 \cdot 10^5 \text{ A/m}}{50 \text{ A/m}} = 6.400$$

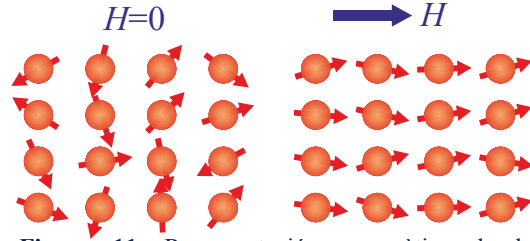
$$\mu = \mu_0 (1 + \chi_m) = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot 6.400 = 8,04 \cdot 10^{-3} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$$

$$B = \mu H = 8,04 \cdot 10^{-3} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}} \cdot 50 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 0,402 \text{ T}$$

Ferromagnètic, atès que  $\chi_m \gg 1$

## Paramagnetisme

El paramagnetisme es presenta en materials on els àtoms o les molècules que tenen moments magnètics permanents, és a dir, els àtoms o molècules tenen electrons desaparellats.



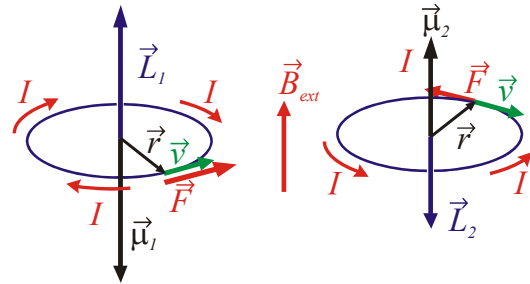
**Figura 11.** Representació esquemàtica de la resposta d'un material a un camp magnètic extern.

En absència d'un camp magnètic exterior, l'orientació d'aquests moments dipolars magnètics és aleatòria, de manera que la imantació macroscòpica resultant és nul·la. Quan s'aplica un camp exterior, aquests moments dipolars tendeixen a orientar-se paral·lelament al camp magnètic, i això provoca que aparegui una imantació no nul·la. De tota manera, les interaccions entre aquests moments magnètics són molt febles. Per aquesta raó, els moments dipolars magnètics tendeixen a desorientar-se per efecte de l'agitació tèrmica, i el resultat és una imantació molt feble. Així doncs, els materials paramagnètics es caracteritzen per una susceptibilitat magnètica positiva i molt més petita que 1. Típicament el valor de la susceptibilitat varia entre  $10^{-5}$  a  $10^{-2}$  (vegeu la Taula 2).

## Diamagnetisme

El diamagnetisme és la manifestació més feble del magnetisme en els materials. El diamagnetisme es caracteritza per una susceptibilitat magnètica negativa i molt més petita que 1 (la permeabilitat relativa és lleugerament inferior a 1). És a dir, la magnitud de la imantació produïda per un camp magnètic exterior és extremament feble i oposada al camp magnètic exterior.

El diamagnetisme es dona en materials que tenen tots els electrons aparellats, és a dir, el moment magnètic atòmic és nul (no hi ha moments magnètics atòmics permanents). El principi de funcionament és el següent: amb dos electrons aparellats, els moments angulars són oposats i, per tant, també ho són els moments magnètics.



**Figura 12.** Representació esquemàtica del fenomen del diamagnetisme en electrons aparellats.

El resultat és que els dos moments magnètics es contraresten i el moment magnètic total és nul. En presència d'un camp magnètic exterior, les càrregues elèctriques experimenten una força magnètica que augmenta la velocitat de la càrrega, que té un moment dipolar magnètic oposat, mentre que disminueix la velocitat de l'altra càrrega.

El resultat és que el moment magnètic antiparal·lel es fa més gran, mentre que el moment magnètic paral·lel disminueix. Així doncs, apareix un moment magnètic no nul i oposat al camp magnètic exterior.

El diamagnetisme és present en tots els materials, ara bé, com que és un fenomen molt dèbil, en els materials paramagnètics i ferromagnètics el diamagnetisme queda emmascarat per la imantació provocada pels moments magnètics permanents. Per tant,

només és perceptible en aquells materials que tenen tots els electrons aparellats. En els materials paramagnètics la susceptibilitat és de l'ordre de  $-10^{-5}$ .

Tant els materials paramagnètics com els materials diamagnètics es consideren no magnètics perquè no poden tenir imantació permanent, és a dir, la imantació en absència d'un camp magnètic exterior sempre és nul·la. A més, com que la susceptibilitat és molt més petita que 1, el camp magnètic total és pràcticament el mateix que el camp magnètic exterior,

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} \approx \mu_0\vec{H} = \vec{B}_{ext}$$

## Resum de conceptes

L'origen del camp magnètic dels materials és el moviment orbital (moment angular) i de gir sobre el propi eix (moment d'espín) dels electrons. La constant que relaciona el moment magnètic atòmic amb el moment angular o d'espín és el magnetó de Bohr,

$$\mu_a = C \cdot \mu_B$$

Per als electrons aparellats, la contribució neta és nul·la.

La *imantació* d'un material és el resultat de la contribució neta dels moments magnètics atòmics. El camp magnètic total a l'interior del material és la suma de les contribucions dels camps magnètics exterior,  $\vec{B}_{ex}$ , i del material,  $\vec{B}_{Mat}$ ,

$$\vec{B} = \vec{B}_{ex} + \mu_0\vec{M} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$$

$\vec{H}$  és la *intensitat magnètica*,  $\vec{H} \equiv \vec{B}_{ex} / \mu_0$ .

*Imantació de saturació*,  $M_S$ , és la imantació màxima que pot assolir el material. Tots els àtoms o molècules d'un material estan completament alineats.

En general, la imantació és proporcional a la intensitat magnètica:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H},$$

$\chi_m$  és la *susceptibilitat magnètica*.

*Permeabilitat*,  $\mu \equiv \mu_0(1 + \chi_m)$ .

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu\vec{H}$$

*Permeabilitat relativa*:  $\mu_r \equiv \mu / \mu_0 = (1 + \chi_m)$ .

Podem classificar els materials segons la seva resposta davant d'un camp magnètic exterior: *paramagnètics* ( $0 < \chi_m \ll 1$ ), *diamagnètics* ( $\chi_m < 0$  i  $|\chi_m| \ll 1$ ) i *ferromagnètics* ( $\chi_m \gg 1$ ).

El paramagnetisme es presenta en materials on els àtoms o molècules tenen moments magnètics permanents (electrons desaparellats). La imantació és el resultat de l'orientació dels dipols magnètics per efecte d'un camp magnètic exterior.

El diamagnetisme es dona en tots els materials però només s'observa en els materials que tenen tots els electrons aparellats.

En els materials paramagnètics i diamagnètics  $\vec{B} \approx \mu_0 \vec{H} = \vec{B}_{ext}$ .

## Una mica més enllà

Alguns dels conceptes relacionats amb la naturalesa del magnetisme en els materials són relativament complexos i d'origen mecanico quàntic. Malgrat això, farem un desenvolupament semiclàssic més simple i que ens permetrà entendre'n l'origen.

Segons l'àtom de Bohr, els electrons descriuen òrbites circulars al voltant dels nuclis, per tant, tenen associat un moment angular  $L$ ,

$$L = m v r$$

on  $m$  és la massa de l'electró,  $v$  la seva velocitat i  $r$  el radi de la trajectòria circular. Per altra banda, el moviment d'un electró al voltant de l'àtom genera un corrent elèctric  $I$ ,

$$I = \frac{e}{T}$$

on  $e$  és la càrrega de l'electró ( $e = -1,602 \times 10^{-19}$  C) i  $T$  és el període, és a dir, el temps que triga un electró a donar una volta. La velocitat de l'electró és igual al recorregut d'una volta dividit pel temps que triga a fer la volta,

$$v = 2\pi r / T \Rightarrow T = 2\pi r / v$$

Llavors el corrent generat per l'electró és

$$I = \frac{ev}{2\pi r}$$

És a dir, l'efecte provocat pel moviment de l'electró és equivalent al d'una espira de radi  $r$  i corrent  $I$ . Com hem vist, l'espira de corrent es caracteritza per un moment dipolar magnètic,

$$\vec{\mu}_m = IA\vec{n}$$

Per tant, el moment dipolar magnètic associat al moviment orbital de l'àtom és

$$\vec{\mu}_{m,L} = IA\vec{n} = \frac{ev}{2\pi r} \pi r^2 \vec{n} = \frac{1}{2} evr\vec{n}$$

El subíndex  $L$  indica que està associat al moment angular. Finalment, si tenim en compte que el moment angular és  $L = m v r$ ,

$$\vec{\mu}_{m,L} = \frac{e}{2m_e} \vec{L} = -\mu_B \frac{\vec{L}}{\hbar}$$

És a dir, que el moment dipolar magnètic és proporcional al moment angular, on  $\hbar$  és la constant de Planck ( $\hbar = 1,054 \times 10^{-34}$  J·s) i  $\mu_B$  és el moment magnètic fonamental i s'anomena magnetó de Bohr,

$$\mu_B = \frac{-e\hbar}{2m_e} = 9,27 \times 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

El fet que el moviment de l'electró al voltant de l'àtom tingui associat un moment dipolar magnètic té dues conseqüències:

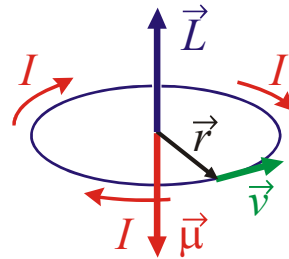


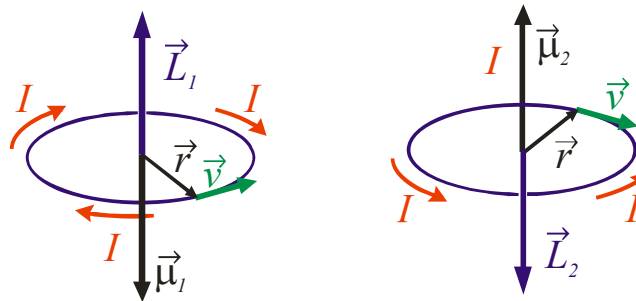
Figura 13. Moments angular i magnètic atòmics.

- En presència d'un camp magnètic exterior, apareixen un parell de forces que tendeixen a orientar el moment dipolar magnètic en la direcció paral·lela i el mateix sentit que el camp magnètic exterior.
- El moviment de l'electró al voltant de l'àtom genera un camp magnètic que és proporcional al moment dipolar magnètic de l'electró.

Cada electró té dues contribucions diferents; per una banda, l'associada al moviment orbital (moment angular  $L$ ) que acabem de descriure i, per altra banda, l'associada al moviment de rotació sobre si mateix (moment d'espín,  $S$ ). Els moments magnètics d'espín només poden tenir dues configuracions, amunt i avall, segons el sentit de la rotació. Aquestes dues configuracions són antiparal·leles. En aquest cas també es compleix una relació de proporcionalitat entre el moment dipolar magnètic i el moment d'espín,

$$\vec{\mu}_{m,S} = -2\mu_B \frac{\vec{S}}{\hbar}$$

Per als electrons aparellats, la contribució neta és nul·la. La raó és que els electrons aparellats tenen moments angulars i d'espín d'igual magnitud i direcció però de sentits oposats. El resultat és que la suma dels corresponents moments dipolars magnètics és nul·la.



**Figura 14.** Moments magnètics angulars d'electrons aparellats.



### 3. Ferromagnetisme

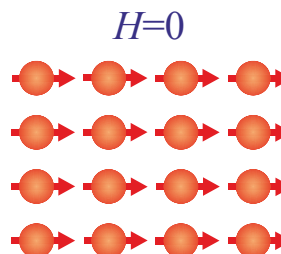
#### Objectius:

- Concepte de *domini magnètic*
- Concepte de *temperatura de Curie*
- Concepte i origen de la *histèresi magnètica*
- Conceptes de materials *magnètics tous i durs*

El ferromagnetisme es dona en metalls de transició com el ferro (ferrita fase CC), el cobalt i el níquel, i en alguns elements del grup de les terres rares com el gadolini. Aquests metalls poden tenir imantació encara que el camp exterior sigui nul (imantació permanent). La susceptibilitat magnètica pot arribar a ser tan alta com  $10^6$ . Per tant, en els materials ferromagnètics es pot donar el cas que la imantació sigui molt més gran que la intensitat magnètica,

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \approx \mu_0\vec{M}$$

Els moments magnètics atòmics dels materials ferromagnètics tenen l'origen a l'espín d'electrons desaparellats; també hi ha una contribució dels moments angulars, però és relativament petita. A més, la força que exerceix el moment magnètic d'un espín als espins dels àtoms propers (acoblament) és prou intensa per provocar-ne l'alineament, fins i tot en l'absència d'un camp magnètic exterior. Avui en dia, encara no es coneix completament quin és l'origen d'aquests intensos acoblaments. El que se sap és que aquest origen està relacionat amb l'estructura electrònica dels àtoms.

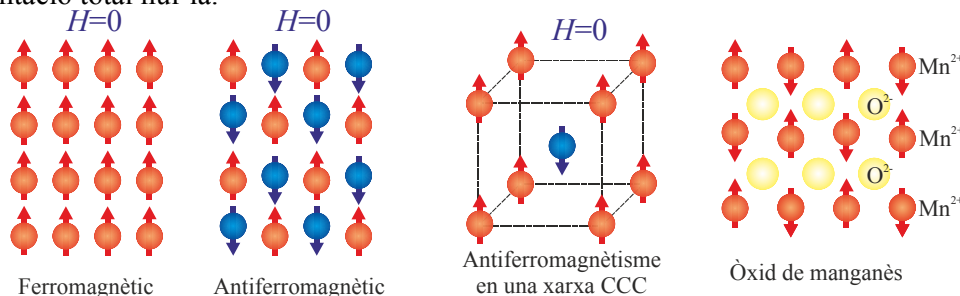


**Figura 15.** Imantació permanent.

Aquest alineament mutu entre moments magnètics atòmics es pot estendre sobre regions relativament grans del cristall anomenats dominis magnètics. La grandària d'un domini és típicament microscòpica i la direcció d'alineament varia d'un domini a un altre. Aquests dominis s'analitzen més detalladament més endavant.

#### Antiferromagnetisme

L'antiferromagnetisme consisteix en un acoblament intens entre moments magnètics atòmics que provoca un alineament antiparal·lel, és a dir, els moments dipolars magnètics veïns s'orienten antiparal·lelament. El resultat és un material que té una imantació total nul·la.

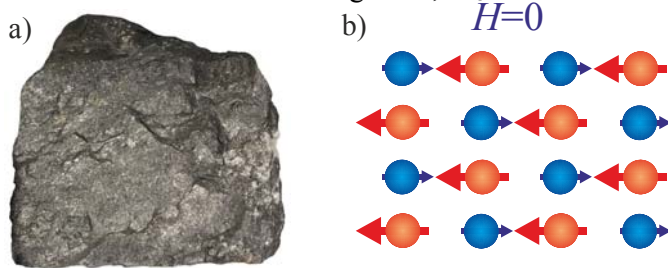


**Figura 16.** Representació esquemàtica del antiferromagnetisme

L'antiferromagnetisme és menys freqüent entre els materials que el ferromagnetisme. Per exemple, l'òxid de manganès (MnO) és un dels materials que presenta aquest comportament. L'òxid de manganès és una ceràmica iònica, els ions són  $Mn^{2+}$  i  $O^{2-}$ . Pel que fa als ions d' $O^{2-}$ , la seva aportació d'imantació és nul·la, atès que tots els electrons d'aquest ió estan aparellats. En canvi, els ions de manganès tenen electrons desaparellats i, per tant, tenen moments magnètics atòmics permanents; a més, l'acoblament entre ells és intens. Ara bé, tal com s'indica a la Figura 16 els moments dipolars s'orienten de forma antiparal·lela de manera que la imantació total és nul·la.

## Ferrimagnetisme

Alguns materials ceràmics presenten una imantació permanent anomenada *ferrimagnetisme*. El comportament macroscòpic dels materials ferromagnètics i ferrimagnètics és similar, la principal diferència rau en l'origen del moment magnètic net. El ferrimagnetisme és un fenomen que es dona en les ferrites cúbiques (cal distingir entre les ferrites que són ceràmiques que presenten ferrimagnetisme i la fase  $\alpha$  ferrita del ferro). Aquestes ceràmiques iòniques es representen amb la fórmula química  $MFe_2O_4$ , en la qual M representa un element metàl·lic. El més conegut d'aquesta família de materials és la magnetita,  $Fe_3O_4$ .



**Figura 17.** a) Magnetita i b) representació esquemàtica del ferrimagnetisme

En aquest material el Fe es presenta en dues configuracions electròniques diferents que corresponen a dos estats d'oxidació diferents ( $Fe^{2+}$  i  $Fe^{3+}$ ). Per a aquests dos estats existeix un espín magnètic diferent de zero, que correspon a 4 i 5 magnetons de Bohr, mentre que l'oxigen ( $O^{2-}$ ) té un moment magnètic atòmic nul. Com en el cas de l'antiferromagnetisme, es produeixen uns acoblaments intensos que tendeixen a orientar els espins de forma antiparal·lela. No obstant això, en el cas del ferrimagnetisme no es produeix la cancel·lació completa dels moments magnètics i, per tant, s'obté una imantació neta no nul·la.

El ferrimagnetisme es pot obtenir per un material ceràmic de la forma  $MFe_2O_4$ , per això cal que l'ió del metall M tingui un moment magnètic atòmic diferent de 4 magnetons de Bohr, com en el cas dels ions  $Ni^{2+}$ ,  $Mn^{2+}$ ,  $Co^{2+}$ ,  $Cu^{2+}$ .... Altres materials que presenten ferrimagnetisme són les ferrites hexagonals i els granats ( $M_3Fe_5O_{12}$  on M és una terra rara com, per exemple, Y, Eu, Sm i Gd).

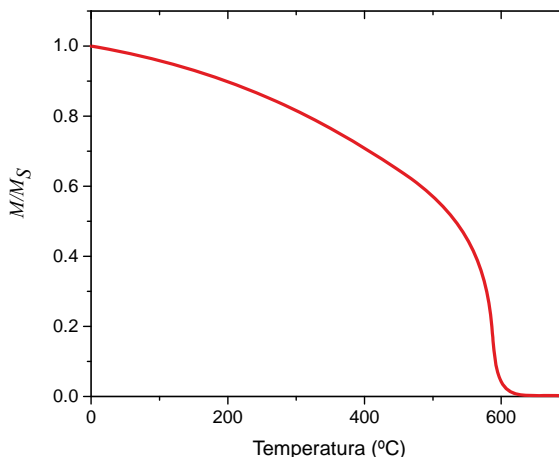
La magnetització de saturació dels materials ferrimagnètics no és tan elevada com la dels ferromagnètics. Per altra banda, les ferrites són bons aïllants elèctrics (les ferrites són ceràmiques iòniques). Això fa que aquests materials estiguin especialment indicats per a aplicacions on és necessària una baixa conductivitat elèctrica, com ara els transformadors d'alta freqüència.

## Efecte de la temperatura en el comportament magnètic

Quan augmentem la temperatura, augmenta la magnitud de les vibracions dels àtoms i, d'aquesta manera, tendeix a desorientar els moments magnètics atòmics. És a dir, quan augmenta la temperatura la imantació disminueix.

Per als materials ferromagnètics, ferrimagnètics i antiferromagnètics l'agitació tèrmica actua en contra de l'alineament dels dipòls veïns, provoca el desalineament d'alguns dipòls, independentment de si hi ha un camp magnètic exterior o no. Això resulta en una disminució de la magnetització de saturació tant per als materials ferromagnètics com per als ferrimagnètics.

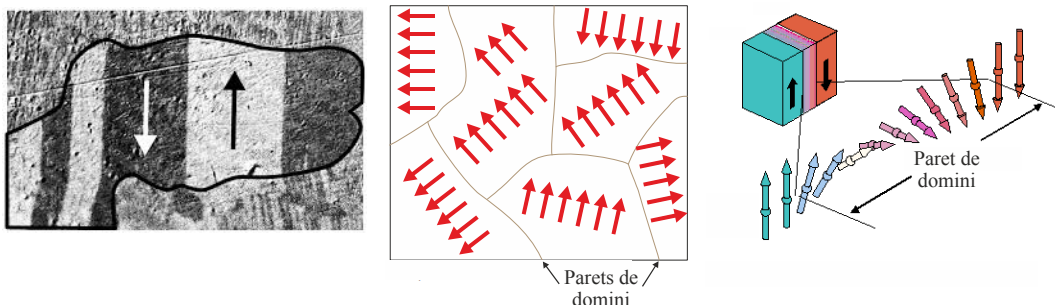
La màxima magnetització de saturació s'obté a una temperatura de 0 K. A mesura que la temperatura augmenta la imantació de saturació disminueix gradualment. Quan la temperatura s'acosta a la temperatura de Curie, la imantació disminueix sobtadament fins a un valor nul. Per temperatures superiors a la temperatura de Curie, l'agitació tèrmica és prou gran com per destruir totalment l'alineament dels dipòls, i els materials ferromagnètics i ferrimagnètics es transformen en materials paramagnètics. Per al ferro, el cobalt, el níquel i la magnetita, la temperatura de Curie és de 768 °C, 1120 °C, 335 °C i 585 °C respectivament. Els materials antiferromagnètics també es veuen afectats per la temperatura, el comportament antiferromagnètic desapareix quan la temperatura supera un valor crític que s'anomena temperatura de Néel.



**Figura 18.** Evolució de la imantació de saturació amb la temperatura per un material ferromagnètic.

## Histèresi magnètica

En els materials ferromagnètics i ferrimagnètics, existeixen regions a l'espai on els dipòls magnètics atòmics estan alineats els uns amb els altres. Aquestes regions s'anomenen dominis magnètics. L'orientació dels dipòls magnètics varia d'un domini a un altre. Dins d'un domini, la imantació és màxima, és a dir, és igual a la imantació de saturació.



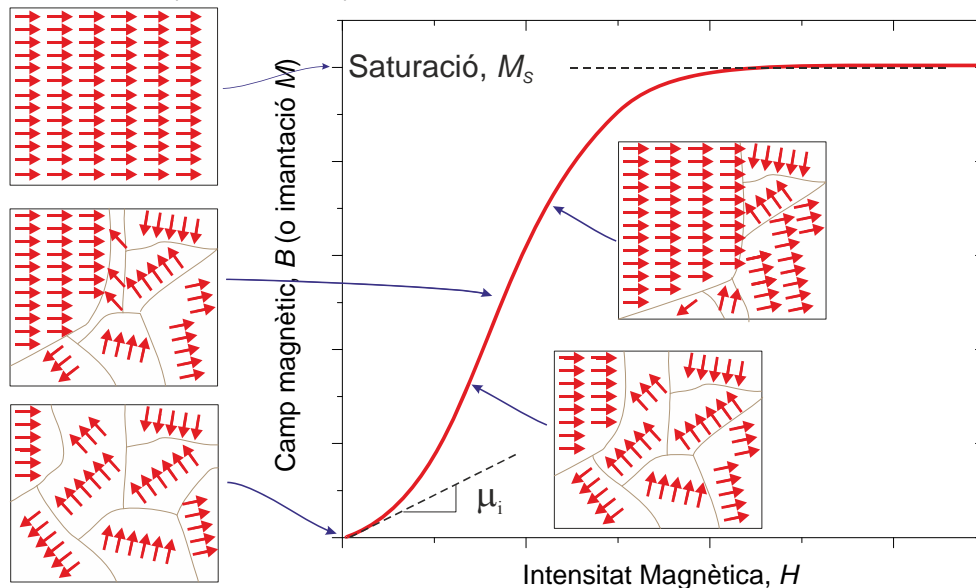
**Figura 19.** Imatge i representació esquemàtica de les parets de domini.

Els dominis adjacents estan separats per les anomenades parets de domini. A través de les parets dels dominis l'orientació dels dipols magnètics canvia de forma gradual.

Normalment les dimensions dels dominis magnètics són micromètriques, i per a un material policristal·lí cada gra té generalment més d'un domini magnètic. Per tant, en un objecte macroscòpic hi ha un gran nombre de dominis magnètics, cadascun amb la seva orientació particular. La magnitud de la imantació,  $\vec{M}$ , és la suma de la contribució de cadascun dels dominis, on el volum de cada domini estableix la seva importància relativa pel que fa la imantació. Per a un material no imantat, els dominis estan orientats aleatòriament i la suma de les contribucions dels dominis és nul·la.

La relació entre la intensitat magnètica (cal recordar que la intensitat magnètica és  $B_{ext} / \mu_0$ ) i el camp magnètic total no és lineal. Si el material no està inicialment imantat, l'evolució del camp magnètic és la que indica la Figura 20. La corba comença a l'origen, quan la intensitat magnètica és 0 el camp magnètic total és 0 (imantació inicial nul·la). Quan la intensitat magnètica augmenta, el camp magnètic augmenta suaument, després més ràpid i finalment tendeix cap al seu valor màxim. Aquest valor màxim correspon a la imantació de saturació i al camp magnètic de saturació. Recordeu que en els materials ferromagnètics i ferrimagnètics en general el camp magnètic exterior és molt més petit que el camp magnètic creat per material, de manera que el camp magnètic total és proporcional a la imantació,

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \approx \mu_0\vec{M}$$



**Figura 20.** Evolució del camp magnètic amb la imantació per un material ferromagnètic

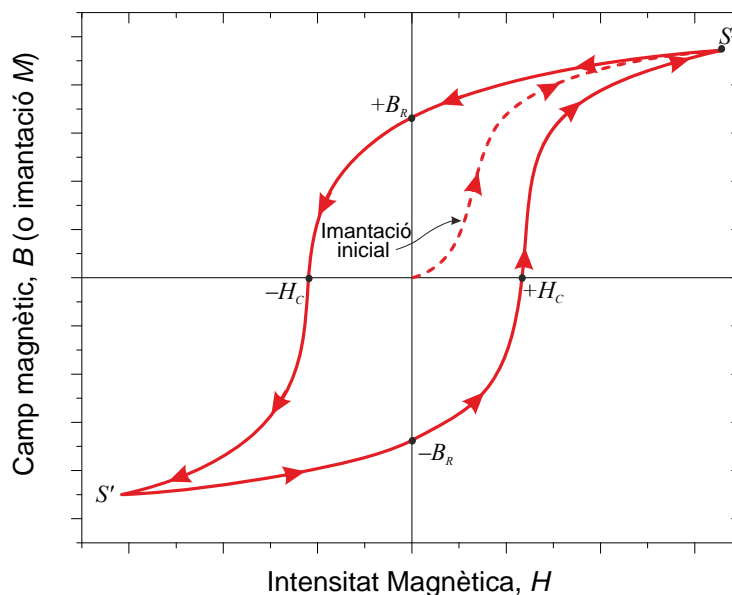
Per altra banda, el pendent de la corba és la permeabilitat magnètica  $\mu$ , per tant, ni la permeabilitat ni la susceptibilitat magnètiques són constants, el seu valor depèn de la intensitat magnètica  $H$ . Un paràmetre que s'utilitza per caracteritzar el material és el pendent a l'origen,  $\mu_i$ , i s'anomena permeabilitat inicial.

Quan apliquem un camp magnètic extern, les parets dels dominis es desplacen i l'orientació dels dominis varia de forma que els dominis ja no estan orientats aleatòriament i la imantació ja no és nul·la. Els dominis que estan orientats (o pràcticament orientats) en la mateixa direcció que el camp extern creixen a expenses

dels que tenen orientacions desfavorables. Aquest procés continua fins que només queda un domini que està pràcticament alineat amb el camp extern.

Si ara disminuïm el camp magnètic extern a partir del punt de saturació  $S$  de la Figura 21, el camp magnètic total també disminueix, ara bé, l'evolució no és reversible; el retorn no es fa seguint el mateix camí. Apareix el fenomen conegut com *histèresi magnètica*, és a dir, el valor del camp magnètic total no només depèn de la intensitat magnètica, sinó que també depèn de la història prèvia, del camí que s'ha seguit. La corba resultant s'anomena corba d'histèresi.

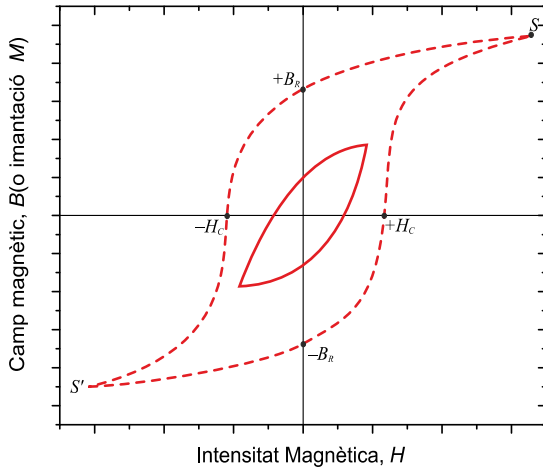
Quan el camp magnètic extern és nul (punt  $+B_R$ ), el camp magnètic total no és nul, el camp magnètic que subsisteix s'anomena *camp magnètic romanent*,  $B_R$ . El material roman imantat malgrat que ha desaparegut el camp magnètic extern. La histèresi magnètica i la imantació permanent s'expliquen per l'oposició dels dominis que s'han de moure.



**Figura 21.** Representació esquemàtica del cicle d'histèresi d'un material ferromagnètic.

Perquè el camp magnètic total sigui nul (punt  $-H_C$ ) cal aplicar una intensitat magnètica de magnitud  $H_C$  i oposada al camp magnètic aplicat inicialment;  $H_C$  es coneix amb el nom de *coercitivitat*; si augmentant la intensitat magnètica arribem a la saturació,  $S'$ , amb la imantació de sentit oposat a la que teníem al punt  $S$ . Si ara invertim els canvis, i disminuïm la intensitat magnètica fins que el camp magnètic extern és nul, obtenim un camp magnètic romanent de magnitud igual a la que teníem en el punt  $R$  però de sentit oposat. Si ara augmentem el camp magnètic extern tot mantenint el sentit que teníem inicialment arribem de nou al punt de saturació  $S$  i el cicle d'histèresi queda tancat.

En el cicle d'histèresi simètric que acabem de descriure s'ha aplicat una intensitat magnètica suficientment elevada per assolir la saturació en els dos sentits. No obstant això, no cal assolir la saturació abans d'invertir el camp magnètic exterior; a la Figura 22, el cicle dibuixat amb línia sòlida és un cicle d'histèresi on no s'ha assolit la saturació. De fet, una manera de desimantar un material que ha estat imantat consisteix a aplicar de forma cíclica camps magnètics externs amb direccions alternades i de magnitud decreixent.



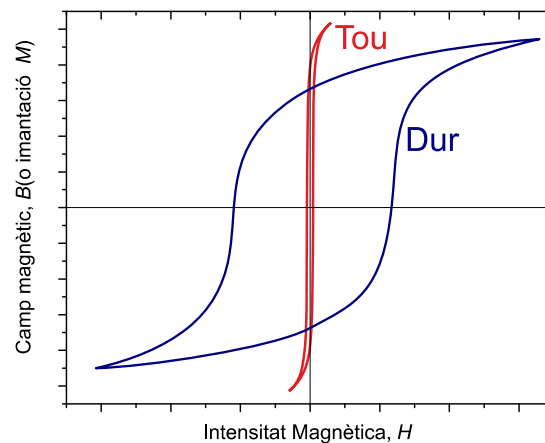
**Figura 22.** Representació esquemàtica d'un cicles d'histeresi que no assoleix la saturació.

La mida i forma del cicle d'histeresi d'un material ferromagnètic o ferrimagnètic és molt rellevant per aspectes pràctics. L'àrea a l'interior del cicle és proporcional a l'energia dissipada per unitat de volum per cada cicle d'imantació i desimantació. Aquesta energia es dissipa en forma de calor i, per tant, pot produir un augment de la temperatura de l'objecte. Els materials ferromagnètic i ferrimagnètic es classifiquen com a materials magnètics tous o durs en funció de les característiques del seu cicle d'histeresi.

## Materials magnètics tous

En els *materials magnètics tous* l'efecte de la histeresi és petit i l'àrea del cicle és petita, per tant, la dissipació d'energia també ho és. Els materials magnètics tous s'utilitzen en dispositiu sotmesos a camps magnètics alterns i on es vol minimitzar les pèrdues d'energia. Un exemple són els nuclis dels transformadors.

Típicament, els cicles d'histeresi dels materials magnètics tous són prims i estrets, tenen una permeabilitat elevada i una coercitivitat baixa. Un material d'aquestes característiques assoleix la seva imantació de saturació amb un camp exterior relativament petit, es pot imantar i desimantar fàcilment.



**Figura 23.** Representació esquemàtica del cicle d'histeresi de materials magnètics tous i durs.

La imantació de saturació depèn exclusivament de la composició del material, en concret del nombre de magnetons de Bohr dels àtoms, ions o molècules del material. En canvi, la susceptibilitat i la coercitivitat (i, per tant, la forma del cicle d'histeresi) són més sensibles a l'estructura. Per exemple, una baixa coercitivitat està associada a la facilitat de moviment de les parets del domini. Defectes estructurals, com ara precipitats no magnètics, dificulten el moviment de les parets del domini i augmenten la coercitivitat.

Una altra propietat important en els materials magnètics tous és la conductivitat elèctrica. En els materials sotmesos a camps magnètics alterns, s'indueixen corrents elèctrics (corrents de Foucault o d'Eddy). Aquests corrents poden dissipar energia en forma de calor per efecte Joule. Una resistivitat elevada limita el corrent elèctric i permet reduir les pèrdues associades a aquests corrents induïts. Una manera

d'aconseguir-ho és a partir de solucions sòlides (aliatges Fe-Si o Fe-Ni). Per altra banda, les ferrites són materials ceràmics ferrimagnètics i aïllants elèctrics, per tant, són molt indicats per aplicacions de materials magnètics tous. El principal inconvenient és la relativament baixa susceptibilitat. A la Taula 3 s'indiquen les propietats de sis materials magnètics tous.

**Taula 3.** Paràmetres de diversos materials magnètics tous.

Material	Composició %	Permeabilitat relativa inicial $\mu_r/\mu_0$	Camp magnètic de saturació (T)	Pèrdues per histèresi ( $J/m^3$ )	Resistivitat ( $\Omega\cdot m$ )
Lingot de Fe	99,95 Fe	150	2,14	270	$1,0 \times 10^{-7}$
Silici-Fe	97 Fe 3 Si	1400	2,01	40	$4,7 \times 10^{-7}$
45 permalloy	55 Fe,45 Ni	25000	1,6	120	$4,5 \times 10^{-7}$
supermalloy	79 Ni,15 Fe, 5 Mo, 0,5 Mn	750000	0,8	-	$6,0 \times 10^{-7}$
Ferrocube A	48 MnFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub> 52 ZnFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	1400	0,33	~40	2.000
Ferrocube B	36 NiFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub> 64 ZnFe <sub>2</sub> O <sub>4</sub>	650	0,36	~35	$10^7$

Els materials magnètics tous s'utilitzen en generadors, motors, dinamos i commutadors de circuits.

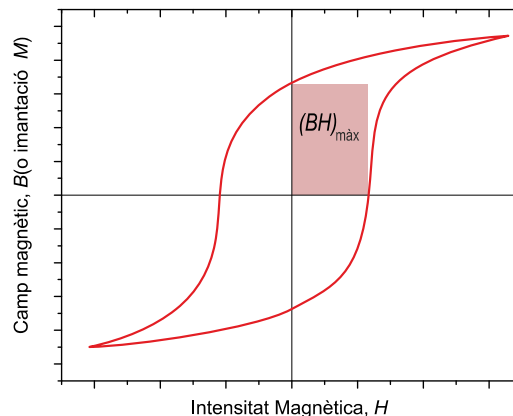
*Exemple.* Quina és la imantació de saturació d'un nucli fet de lingot de ferro comercial (99,95 % Fe).

$$B_S = 2,14 \text{ T}$$

$$B_S \approx \mu_0 M_S \Rightarrow M_S = B_S / \mu_0 = 2,14 \text{ T} / 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{T}\cdot\text{m}}{\text{A}} = 1,703 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

## Materials magnètics durs

Els *materials magnètics durs* s'utilitzen com a imants permanents atès que presenten una elevada resistència a la desimantació. Un material magnètic dur té una elevada coercitivitat, un elevat camp magnètic romanent, una elevada imantació de saturació, una permeabilitat inicial baixa i l'àrea del cicle d'histèresi és gran (les pèrdues d'energia degudes a la histèresi magnètica són elevades). Els paràmetres rellevants per caracteritzar els materials magnètics durs són la coercitivitat  $H_C$  i el *producte d'energia*  $(BH)_{\text{màx}}$ . A la Figura 24 es descriu com es pot determinar el paràmetre  $(BH)_{\text{màx}}$  a partir del cicle d'histèresi: es dibuixa un rectangle on un dels vèrtexs coincideix amb l'origen i l'altre pertany al cicle d'histèresi; el valor de  $(BH)_{\text{màx}}$  correspon al rectangle d'àrea màxima, és a dir, és el rectangle més gran que es pot



**Figura 24.** Representació esquemàtica del càlcul del producte d'energia.

dibuixar dins del cicle (amb un vèrtex a l'origen). El producte d'energia és un paràmetre que permet quantificar l'energia de desmagnetització, com més gran és  $(BH)_{\max}$ , més dur és el material magnètic.

Els materials magnètics durs es classifiquen com a convencionals i d'alta energia. Els materials magnètics durs convencionals tenen valors de  $(BH)_{\max}$  d'entre 2 i 80 kJ/m<sup>3</sup>. Per exemple, tenim com a materials ferromagnètics els acers magnètics, els aliatges cunife (Cu-Ni-Fe), els aliatges alnico (Al-Ni-Co) i com a materials ferrimagnètics les ferrites hexagonals.

**Taula 4.** Paràmetres de diversos materials magnètics durs.

<i>Material</i>	<i>Composició</i> %	<i>B<sub>r</sub> (T)</i>	<i>Coercitivitat (BH)<sub>màx</sub></i> <i>H<sub>C</sub> (A/m)    kJ/m<sup>3</sup></i>		<i>Temp. Curie (°C)</i>	<i>Resistivitat</i> <i>(Ω·m)</i>
Acer al tungstè	92,8 Fe, 6 W, 0,5 Cr i 0,7 C	0,95	5900	2,6	760	3,0 × 10 <sup>-7</sup>
Cunife	20 Fe, 20 Ni i 60 Cu	0,54	44.000	12	410	1,8 × 10 <sup>-7</sup>
Alnico 8 sinteritzat	34 Fe, 7 Al, 15 Ni, 35 Co, 4 Cu i 5 Ti	0,76	125.000	36	860	-
Ferrita 3 sinteritzada	BaO-6Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,32	240.000	20	450	~10 <sup>-4</sup>
Cobalt-samari	SmCo <sub>5</sub>	0,92	720.000	170	725	5,0 × 10 <sup>-7</sup>
Nd-Fe-B sinteritzat	Nd <sub>2</sub> Fe <sub>14</sub> B	1,16	848.000	255	310	1,6 × 10 <sup>-6</sup>

Els acers magnètics es fan d'aliatges de Fe, W o Cr amb C. Sotmesos als tractaments tèrmics adients, es formen precipitats de carbur de W o de Cr. Aquests precipitats disminueixen molt eficientment la mobilitat de les parts dels dominis (per tant, augmenta la coercitivitat i  $(BH)_{\max}$ ).

Els materials magnètics d'alta energia presenten valors de  $(BH)_{\max}$  superiors als 80 kJ/m<sup>3</sup>. Són materials relativament nous. Cal destacar pel seu impacte comercial els aliatges de samari-cobalt i els de neodini-ferro-bor (Nd-Fe-B). El principal avantatge dels aliatges de Nd-Fe-B és el cost, atès que tant el Sm com el Co són elements molt poc abundants i d'un cost elevat.

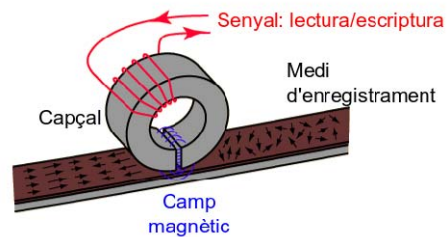
La tècnica de conformació més emprada per aquests aliatges és la metal·lúrgia de pólvores (sinterització): els materials es molturen fins que s'obté una barreja homogènia de pólvores fines; posteriorment, i amb l'ajut d'un camp magnètic, les pólvores s'orienten i després la peça es compacta aplicant pressió en un motlle. Un cop compactada s'escalfa a una temperatura elevada per tal de sinteritzar la peça i finalment s'aplica un darrer tractament tèrmic per millorar les propietats magnètiques. Els aliatges de Nd-Fe-B també es poden conformar per la tècnica de solidificació ràpida; l'aliatge en estat líquid es trempa a gran velocitat (un flux petit de líquid s'aboca sobre una roda refrigerada que dona voltes), de manera que el metall està en estat amorf o amb una estructura de cristalls molt petits (nanomètrics). Posteriorment, el metall es tritura en forma de pólvores fines, es compacta a pressió i posteriorment es fa un tractament tèrmic.



Una de les aplicacions principals dels materials magnètics d'alta energia són els motors. Es fan servir com a imants permanents atès que són molt més eficients que els electroimants, no consumeixen energia i, per tant, tampoc no generen calor. Els motors fets amb imants permanents són més petits que els fets amb electroimants. Exemples d'aquests imants són els motors elèctrics del cotxe (motor d'engegada, ventiladors, alçavidres elèctric, escombretes de pluja, etc.), disc durs, lectors de DVD, rellotges, trepants, tornavisos elèctrics, etc. A banda de motors, també es fan servir per a altaveus i auriculars.

## Emmagatzematge magnètic

Una de les aplicacions més rellevants dels materials magnètics és l'emmagatzematge d'informació. Per exemple, cintes magnètiques i discs durs. La informació, inicialment un senyal elèctric, s'emmagatzema en espais molt petits del medi d'enregistrament. La transferència i la lectura de les dades es fa a partir d'un capçal inductiu que consisteix en un cilindre buit d'un material magnètic al voltant del qual s'ha bobinat un fil conductor. En aquest capçal es fa un forat a la part superior. Quan es fa passar un corrent elèctric pel bobinat, el capçal genera un camp magnètic a través del forat. Aquest camp magnètic imanta el medi d'enregistrament i d'aquesta manera s'enregistra la informació. Per altra banda, quan es desplaça el capçal prop del medi d'enregistrament, hi ha un canvi del valor del camp magnètic en el capçal i es genera un corrent en el bobinat del capçal. D'aquesta manera es pot llegir la informació emmagatzemada.



**Figura 25.** Esquema del sistema d'escriptura i lectura d'informació en suports magnètics.



**Figura 26.** (a) sistema de discs i capçals d'un disc dur. (b) Imatge (30x30  $\mu\text{m}$ ) de microscòpia electrònica dels dominis magnètics a la superfície d'un disc dur.

A la Figura 26 podem observar un disc dur, el capçal d'escriptura-lectura i una imatge de microscòpia electrònica del medi d'enregistrament on els canvis de fosc a clar corresponen a canvis en el sentit de la magnetització.

Recentment s'han fet capçals híbrids que estan formats per una part inductiva que s'encarrega de l'escriptura i una part magnetoresistiva que s'encarrega de la lectura. Els materials *magnetoresistius* són aquells materials en què la resistència elèctrica depèn del camp magnètic extern. Els capçals de lectura magnetoresistiva són molt atractius per la seva elevada capacitat de transferència i sensibilitat.

Hi ha bàsicament dos tipus de medis d'enregistrament, partícules i capes primes. El medi fet amb partícules està format de partícules molt petites en forma d'agulla o acicular. Aquestes partícules s'adhereixen a un film polimèric (cintes) o a un disc metàl·lic (disc dur). Durant el procés de fabricació les partícules s'orienten de manera que el seu moment magnètic és paral·lel a la direcció per la qual es desplaça el capçal. Cada partícula té només un domini que solament pot ser imantat en aquesta direcció, per tant, hi ha dos possibles estats d'imantació que corresponen a la imantació de saturació paral·lela i antiparal·lela. Aquests dos estats magnètiques permeten l'enregistrament d'informació digital en forma d'1 i 0.

La tecnologia de capes primes és més recent i permet capacitats superiors a un cost inferior. S'utilitza bàsicament en discs durs, i consisteix en un sistema de multicapes. La informació s'enregistra en una capa d'un gruix d'entre 10 i 50 nm feta d'un aliatge de Co-Pt-Cr o de Co-Cr-Ta. Aquesta capa està dipositada sobre un substrat de crom (de vegades aliatges de crom). La capa és policristal·lina i la mida dels grans és de 10 a 300 nm. Cada gra cristal·lí és un domini magnètic, i durant el procés de fabricació s'intenta que la mida i forma dels grans sigui al més uniforme possible. A més, els grans s'orienten de manera que la direcció cristal·logràfica preferencial per a la imantació coincideixi amb la direcció de desplaçament del capçal. Igual que abans, els grans es poden trobar en dos estats d'imantació que corresponen a la mateixa direcció i sentits oposats.

La capacitat d'enregistrament és superior atès que és possible assolir un empaquetament més eficient amb les capes que amb les partícules. En el cas de capes s'han assolit densitats de fins a  $130 \text{ Gb/cm}^2$  (en un disc dur de 3 Tb la densitat és típicament de  $40 \text{ Gb/cm}^2$ ), en canvi, les cintes tenen densitats màximes de l'ordre de  $80 \text{ Gb/cm}^2$ .

D'altra banda, calen materials magnètics durs (cicles d'histeresi amples) per assegurar l'estabilitat de l'enregistrament durant llargs períodes de temps. Típicament el camp magnètic de saturació és de 0,4 a 0,6 T per a partícules i de 0,6 a 1,2 T per a capes. La coercitivitat típicament varia entre  $1,5 \cdot 10^5$  i  $2,5 \cdot 10^5 \text{ A/m}$ .

## Resum de conceptes

Els materials ferromagnètics tenen imantació permanent i la imantació sol ser molt més gran que la intensitat magnètica:  $\vec{B} \approx \mu_0 \vec{M}$ . L'origen de la imantació permanent és l'acoblament (alineament mutu) dels moments magnètics atòmics.

Antiferromagnetisme i ferrimagnetisme: acoblament antiparal·lel. En els materials antiferromagnètics els moments atòmics es compensen i el resultat és una imantació nul·la mentre que en els materials ferrimagnètics no hi ha compensació i el resultat és una imantació no nul·la però inferior als materials ferromagnètics.

La temperatura disminueix la imantació. Per sobre de la temperatura de Curie, ja no és possible l'alineament mutu, comportament paramagnètic.

Dominis magnètics: regions a l'espai on els dipòls magnètics atòmics estan alineats. Dins d'un domini, la imantació és màxima (imantació de saturació).

En un material no imantat, els dominis estan orientats aleatòriament i la suma de les contribucions dels dominis és nul·la. Quan apliquem un camp magnètic exterior, l'orientació dels dominis varia, no estan orientats aleatòriament i la imantació no és nul·la. Imantació de saturació: un únic domini que està pràcticament alineat amb el camp exterior.

*Histèresi magnètica*, el valor de la imantació depèn de la intensitat magnètica i de la història prèvia.

*Camp magnètic romanent*: camp magnètic del material quan no hi ha camp magnètic exterior.

*Coercitivitat*: intensitat magnètica que cal aplicar perquè el camp total sigui nul.

L'àrea a l'interior del cicle d'histèresi és proporcional a l'energia dissipada per unitat de volum per cada cicle d'imantació i desimantació.

*Materials magnètics tous*: l'àrea del cicle d'histèresi i la dissipació d'energia són petites.

*Materials magnètics durs*: tenen una elevada resistència a la desimantació, una elevada coercitivitat, un elevat camp magnètic romanent, una elevada imantació i l'àrea del cicle d'histèresi és gran.

En funció del producte d'energia  $(BH)_{\text{màx}}$ , els materials magnètics durs es classifiquen com a convencionals (de 2 a 80 kJ/m<sup>3</sup>) i d'alta energia (>80 kJ/m<sup>3</sup>).

## **Qüestions del bloc I**

1. Una espira circular de 20 voltes es troba en una zona on hi ha un camp magnètic uniforme de 0,5 T. Aquest camp magnètic forma un angle de  $60^\circ$  respecte de la direcció normal al pla de l'espira. El radi de l'espira és de 4 cm i hi circula un corrent de 3 A. Quin camp genera la bobina en el centre? Quin és el valor del moment magnètic de la bobina? Quin és el parell de forces que exerceix el camp exterior sobre l'espira?

*Solució.*  $4,7 \cdot 10^{-5}$  T,  $0,301 \text{ A}\cdot\text{m}^2$ ,  $0,131 \text{ N}\cdot\text{m}$ .

2. Un imant de 6,8 cm de llargada es col·loca formant un angle de  $60^\circ$  respecte d'un camp magnètic uniforme de 0,04 T. Si sobre l'imant actuen un parell de forces de 0,10 N·m, quin és el moment magnètic de l'imant?

*Solució.*  $2,89 \text{ A}\cdot\text{m}^2$ .

3. Calculeu la imantació de saturació i el camp magnètic màxim que pot generar el níquel. Dades:  $\rho = 8,9 \text{ g/cm}^3$  i  $M = 58,69 \text{ g/mol}$ .

*Solució.*  $5,1 \cdot 10^5 \text{ A/m}$ , 0,64 T.

4. Al voltant d'un nucli ferromagnètic hi ha un bobinat pel que circula un corrent altern de freqüència 50 Hz. A cada cicle del corrent altern el material ferromagnètic descriu un cicle d'histeresi complert. Si la potència calorífica dissipada pel material ferromagnètic és 500 W, determina l'àrea del cicles d'histeresi. Tenint en compte que els materials magnètics durs tenen un producte d'energia superior a  $2 \text{ kJ/m}^3$ , de quin tipus de material ferromagnètic es tracta?

Dada: el volum del nucli ferromagnètic és  $0,1 \text{ m}^3$ .

*Solució.*  $100 \text{ J/m}^2$ , tou.

5. Calculeu la imantació de saturació i el camp magnètic de saturació del cobalt si el moment magnètic atòmic és d'1,72 magnetons, la densitat  $8,90 \text{ g/cm}^3$  i la massa atòmica és 58,93 UMA.

*Solució.*  $1,45 \cdot 10^6 \text{ A/m}$ , 1,82 T.

6. Supermalloy és un material magnètic tou. Al seu voltant es bobina un fil conductor. En total es fa un bobinat de 20 cm de llarg i 30 voltes. Si es fa passar un corrent de 2 A, quin és el valor del camp magnètic a l'interior del material? Quant val la imantació del material? Quin és el valor de la intensitat magnètica a l'interior del material? La permeabilitat relativa del Supermalloy és 750000.

*Solució.* 0,8 T,  $6,37 \cdot 10^5 \text{ A/m}$ , 300 A/m.

7. Calculeu la imantació de saturació i el camp magnètic de saturació teòrics de la magnetita ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) sabent que la estructura cristal·lina és cúbica, que la longitud de la cel·la elemental és  $4,185 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$ , que a la cel·la elemental conté un  $\text{Fe}^{2+}$  (4 magnetons

de Bohr) i  $2 \text{ Fe}^{3+}$  (5 magnetons de Bohr cadascun). En aquest cas els moments dipolars magnètics dels dos  $\text{Fe}^{3+}$  són antiparal·lels.

*Solució.*  $5,06 \cdot 10^5 \text{ A/m}$ ,  $0,636 \text{ T}$ .

8. El camp magnètic dins d'un material és de  $0,435 \text{ T}$  quan la intensitat magnètica és  $3,44 \cdot 10^5 \text{ A/m}$ . Quant val la permeabilitat magnètica? Quin és el valor de la susceptibilitat magnètica? De quin tipus de material magnètic es tracta?

*Solució.*  $1,26 \cdot 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ ,  $6,3 \cdot 10^{-3}$ .

9. Es fa passar un corrent de  $0,5 \text{ A}$  per un solenoide de  $10 \text{ cm}$  de llarg i  $120$  voltes. Quin és el camp magnètic creat pel solenoide? Quan s'introdueix un nucli de ferro a l'interior del solenoide el camp magnètic total és d' $1,36 \text{ T}$ . Quin és el valor de la intensitat magnètica? I de la permeabilitat? I de la permeabilitat relativa? I de la susceptibilitat magnètica? I de la imantació?

*Solució.*  $7,54 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ ,  $600 \text{ A/m}$ ,  $2,27 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot \text{m/A}$ ,  $1800$ ,  $1800$ ,  $1,08 \cdot 10^6 \text{ A/m}$ .

10. Es fa passar un corrent de  $10 \text{ A}$  per una bobina de  $20 \text{ cm}$  de llarg i  $200$  voltes. Quin és el valor de la intensitat magnètica? Quina és la magnitud del camp magnètic creat? Si ara introduïm un nucli de titani a l'interior de la bobina, quina és la magnitud del camp magnètic a l'interior de la bobina? Calculeu la magnitud de la magnetització.

*Solució.*  $10.000 \text{ A/m}$ ,  $1,257 \cdot 10^{-2} \text{ T}$ ,  $1,257 \cdot 10^{-2} \text{ T}$ ,  $1,81 \text{ A/m}$ .

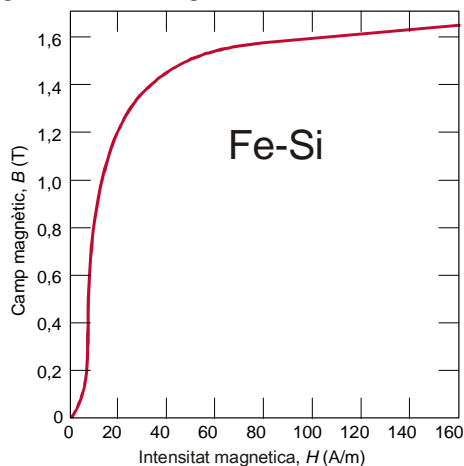
11. Un solenoide de  $10 \text{ cm}$  de longitud i  $15$  voltes suporta un corrent d' $1 \text{ A}$ . Quin camp magnètic genera aquest solenoide? Si a l'interior es col·loca un nucli de Fe-Si, quin és el valor del camp magnètic a l'interior? Si ara substituïm el nucli de Fe-Si per un de molibdè, quin corrent cal fer passar per obtenir el mateix camp magnètic?

*Solució.*  $1,885 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ ,  $1,64 \text{ T}$ ,  $8.700 \text{ A}$ .

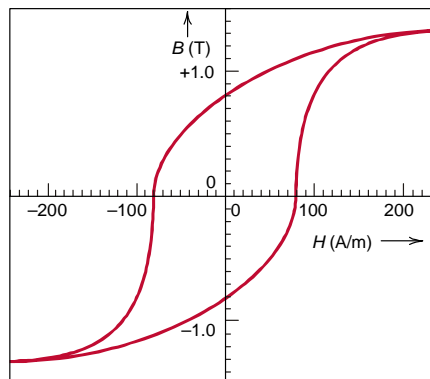
12. Quina és la imantació de saturació d'un nucli fet de lingot de ferro comercial (99,95 % Fe).

*Solució.*  $1,70 \cdot 10^6 \text{ A/m}$ .

13. A partir del cicle d'histeresi de l'acer de la Figura 28 determineu: a) el camp magnètic de saturació; b) la magnetització de saturació; c) el camp magnètic romanent i d) la coercitivitat. Basant-vos en les dades de les taules dels apunts, com classificaríeu el material, com a magnètic dur o tou?



**Figura 27.** Evolució del camp magnètic en funció de la intensitat magnètica per l'aliatge Fe-Si.



**Figura 28.** Cicle d'histeresi.

*Solució.* a) 1,3 T; b)  $1,03 \cdot 10^6$  A/m; c) 0,8 T; d) 80 A/m.

14. Un material ferromagnètic té un camp magnètic romanent d'1,25 T i una coercitivitat de 50.000 A/m. La saturació ( $B_S = 1,5$  T) s'assoleix per una intensitat magnètica de 100.000 A/m. A partir d'aquestes dades feu una representació esquemàtica del cicle d'histeresi de saturació. Basant-vos en les dades de les taules dels apunts, com classificaríeu el material, com a magnètic dur o tou?

15. Un nucli d'aliatge Fe-Si (Figura 27) s'insereix a l'interior d'una bobina de 0,2 m de longitud, 60 voltes i per la qual es fa passar un corrent de 0,1 A. Quin és el camp magnètic a l'interior del nucli? Quina és la permeabilitat magnètica? Quina és la permeabilitat relativa? Quant val la susceptibilitat? Quina és la imantació?

*Solució.* 1,34 T, 0,0447 T·m/A, 35.500, 35.500,  $1,06 \cdot 10^6$  A/m.

16. 1) (a) Dibuixa de forma aproximada el cicle d'histeresi d'un material ferromagnètic que té una coercitivitat de 60 A/m, un camp magnètic de saturació de 1,1 T i un camp magnètic romanent de 0,7 T.

(b) Quina és la imantació de saturació?

(c) Tenint en compte que els materials magnètics durs tenen un producte d'energia superior a 2 kJ/m<sup>3</sup>, de quin tipus de material ferromagnètic es tracta?

*Solució.*  $8,75 \cdot 10^5$  A/m, tou.

\*\*\*

17. Representeu de forma esquemàtica l'evolució del camp magnètic en funció de la intensitat magnètica per a un material magnètic inicialment desimantat per una temperatura inferior i per una temperatura superior a la temperatura de Curie.

18. Les dinamos de les bicicletes i dels alternadors consisteixen a fer girar una espira dins un camp magnètic. Quin tipus de material triaríeu per crear aquest camp magnètic? Raoneu la resposta.

19. Si volem desimantar un imant permanent de SmCo<sub>5</sub>, fins a quina temperatura s'ha d'escalfar?

20. Cert o fals: Els materials magnètics durs són els que tenen una imantació de saturació elevada.

21. Cert o fals: Els materials magnètics durs són els que tenen una elevada coercitivitat.

22. Quines són les principals diferències entre un material diamagnètic, un de paramagnètic i un de ferromagnètic?

23. Quines són les dues fonts del moment magnètic atòmic? Tots els àtoms tenen un moment magnètic net no nul?

24. Per quina raó els materials ferromagnètics poden presentar imantació permanent mentre que els paramagnètics no.
25. Quins materials tenen un moment atòmic net no nul però tenen un comportament paramagnètic per qualsevol temperatura.
26. El fenomen de la histèresi magnètica es dona en els materials diamagnètics? I en els materials ferromagnètics? I en els materials ferrimagnètics?
27. Les ferrites són materials ceràmics ferrimagnètics, per tant, la seva magnetització de saturació no és tan elevada com la dels materials ferromagnètics. No obstant això, les ferrites s'utilitzen sovint per fabricar nuclis magnètics tous. Quina altra propietat fa les ferrites interessants per aquestes aplicacions?
28. Cert o fals: els materials magnètics durs es caracteritzen per un camp magnètic de saturació significativament superior als dels materials magnètics tous.
29. Cert o fals: els materials magnètics tous presenten una baixa permeabilitat magnètica inicial.
30. Cert o fals: a diferència dels metalls, els materials ceràmics es caracteritzen per una baixa susceptibilitat magnètica.
31. Les ferrites són materials ceràmics ferrimagnètics, per tant, la seva magnetització de saturació no és tan elevada com la dels materials ferromagnètics. No obstant això, les ferrites s'utilitzen sovint per fabricar nuclis magnètics tous. Quina altra propietat fa les ferrites interessants per aquestes aplicacions?

## ***II Propietats elèctriques dels materials***



## 4. Propietats elèctriques dels materials conductors: teoria de bandes

---

### Objectius:

Descripció de l'estructura electrònica de la matèria  
Descripció de la teoria de *bandes electròniques*  
Conceptes de *resistivitat* i *conductivitat*

---

En aquest bloc pretenem descriure les propietats elèctriques dels materials i això vol dir descriure'n el comportament quan s'aplica un camp elèctric. Hi haurà materials en els quals en aplicar el camp elèctric hi haurà transport de càrrega més o menys important depenen de factors com ara la temperatura (conductors i semiconductors) i d'altres materials on no hi haurà transport de càrrega (aïllants). En aquest tema descriurem quin és l'origen d'aquest comportament diferenciat dels materials. En els temes següents descriurem les propietats elèctriques dels materials conductors, semiconductors i aïllants

Es defineix com a *portadors de càrrega* les partícules que participen en el transport de la càrrega. Generalment, en els materials conductors i semiconductors els portadors de càrrega són els electrons (conducció electrònica), encara que en alguns casos més particulars podem tenir corrent associat al transport d'ions (conducció iònica). En aquest tema ens dediquem bàsicament a la conducció electrònica.

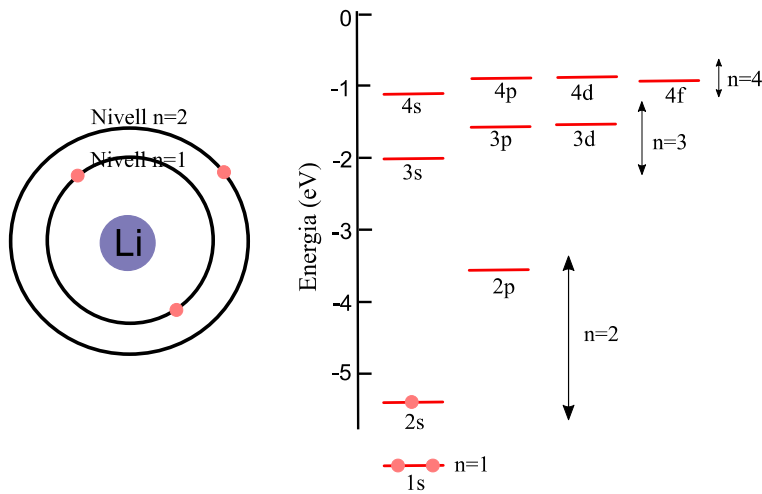
### Estructura electrònica de la matèria

Les propietats elèctriques, òptiques i químiques dels materials depenen bàsicament de l'estructura electrònica dels materials, per aquesta raó els metalls (enllaç metàl·lic) són, en general, bons conductors elèctrics i, en canvi, els polímers (enllaç covalent i secundari) i les ceràmiques (enllaços covalent o iònic) en general són aïllants elèctrics. Així doncs, per entendre les propietats dels sòlids n'analitzem l'estructura electrònica.

L'energia dels electrons està quantificada, és a dir, els electrons només poden adquirir uns valors específics d'energia. En un àtom aïllat, cada electró ocupa un estat que es caracteritza per quatre nombres quàntics. Aquests estats no varien de forma contínua amb l'energia; entre els diferents estats hi ha "salts" que tenen diferències finites d'energia. Els *nivells energètics* són els diferents valors discrets de l'energia que poden adquirir els electrons.

Els diferents estats s'agrupen en les anomenades *capes electròniques* que es caracteritzen pel nombre quàntic principal  $n$ . La capa d'energia més baixa correspon a  $n = 1$  (nivell d'energia fonamental). L'energia dels estats de cada capa augmenta amb el nombre  $n$ . Dins de cada capa, apareixen subcapes associades al segon nombre quàntic  $l$  (els possibles valors d' $l$  van de 0 fins a  $n - 1$ ). El nombre d'estats a cada subcapa ve determinat pel tercer nombre quàntic  $m_l$ . Finalment, el nombre quàntic  $m_s$  caracteritza l'espín i pot tenir dos valors  $m_s = +1/2$  i  $-1/2$ . El nombre d'estats diferents dins d'un nivell augmenta amb el valor de  $n$ , per exemple, per  $n = 1$  només hi ha dos estats

(corresponents a  $m_s = +1/2$  i  $-1/2$ ), per  $n = 2$  existeixen 8 estats possibles (dos per  $l = 0$ , sis per  $l = 1$ ), per  $n = 3$  existeixen 18 estats possibles, per  $n = 4$  existeixen 32 estats possibles, etc.



**Figura 29.** Nivells d'energia del àtom de liti.

El principi d'exclusió de Pauli estableix que no hi ha dos electrons amb els mateixos nombres quàntics, és a dir, que cadascun dels estats possibles només pot estar ocupat per un electró. Per aquesta raó, com a màxim dos electrons poden ocupar el nivell fonamental, el nivell corresponent a  $n = 2$  com a màxim pot encabir 8 electrons, 18 electrons poden ocupar el nivell corresponent a  $n = 3$ , etc. Els electrons tendeixen a omplir els estats de més baixa energia de manera que l'energia total sigui al més petita possible. De tota manera, quan els electrons d'un àtom absorbeixen energia salten a un estat d'energia superior, es diu que l'electró està *excitat*. Però al cap d'un temps relativament curt, l'electró "cau" fins a l'estat d'energia més baixa possible, es diu que l'electró està *relaxat*. Perquè un electró es relaxi, cal emetre cap a l'exterior l'energia sobrera.

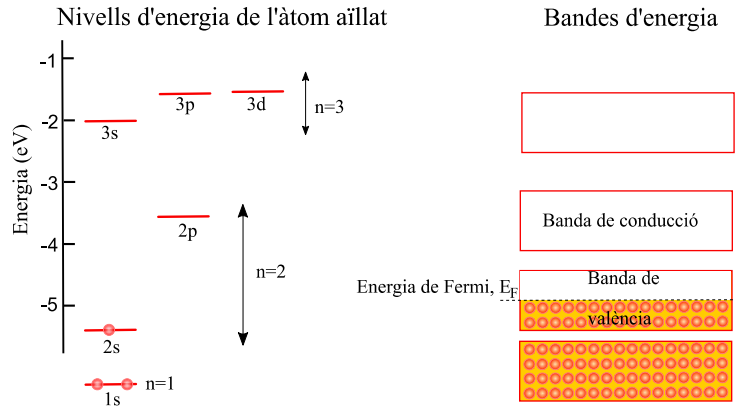
Els *electrons de valència* són els que ocupen la darrera capa electrònica, i són els que determinen les propietats elèctriques, òptiques i químiques. Els àtoms tendeixen a assolir les anomenades configuracions electròniques estables que consisteixen a tenir la darrera capa completament ocupada per electrons. Així, tenim els metalls que tenen pocs electrons de valència de manera que quan s'enllacen químicament tendeixen a donar electrons per tal d'assolir una configuració electrònica estable. Els no metalls, en canvi, tenen la darrera capa pràcticament plena, de manera que quan s'enllacen químicament tendeixen a rebre electrons. Finalment, tenim els gasos nobles que tenen la darrera capa completament plena, per tant, ja es troben en una configuració estable en la seva forma atòmica i no s'enllacen químicament.

## Bandes d'energia en els sòlids

Com es distribueixen els electrons en els sòlids? Un sòlid està format per un nombre molt gran d'àtoms units entre ells mitjançant l'enllaç químic. Quan dos àtoms idèntics

s'acosten mútuament, els nivells energètics de cada àtom canvien per la influència que s'exerceixen mútuament. De fet, els nivells energètics es desdoblen. Si en lloc de 2 àtoms en tenim  $N$ , llavors cada nivell es desdobla en  $N$  nivells.

Posem l'exemple del liti. El liti té 3 electrons, dos es troben al nivell fonamental anomenat 1 ( $n=1$ ) i el tercer electró es troba al nivell  $n=2$ . Quan tenim  $N$  àtoms de liti, tenim  $N$  nivells fonamentals totalment ocupats i  $N$  nivells semioocupats. De fet, el nombre d'àtoms en un sòlid és enorme (de l'ordre del nombre d'Avogadro), de manera que cada nivell energètic es divideix en un gran nombre de nivells anomenat *banda electrònica*. La separació entre nivells d'una banda és molt petita, de manera que es pot considerar que dins d'una banda l'energia varia de forma contínua.



**Figura 30.** Representació esquemàtica de les bandes d'energia en el liti.

Les bandes de més baixa energia, que corresponen als nivells inferiors de l'àtom aïllat, estaran completament plenes d'electrons lligats als àtoms. En canvi, la *banda de valència* pot estar parcialment ocupada o completament ocupada segons el tipus d'àtom i enllaç químic.

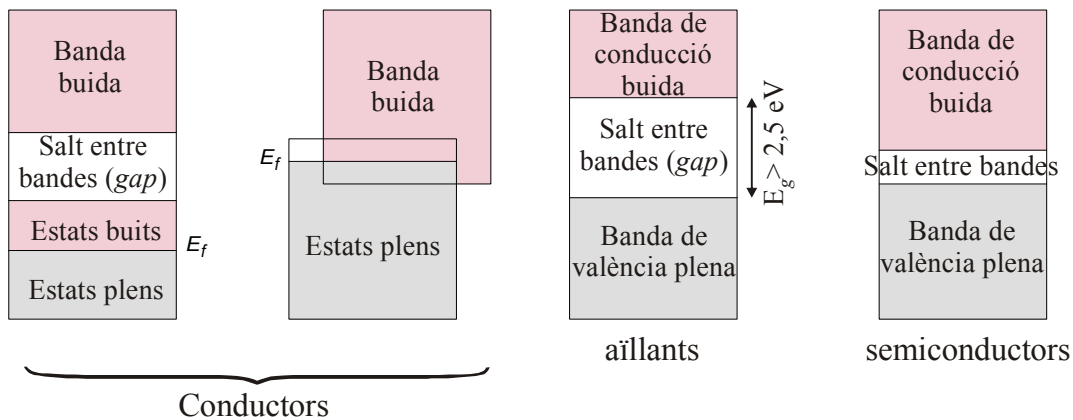
A 0 K tots els electrons estaran al seu estat de mínima energia (a  $T > 0$  K alguns electrons tindran prou energia per saltar a nivells superiors). A 0 K la banda de valència és la banda d'energia més elevada que conté nivells d'energia ocupats. En el cas del liti és la 2 s. Per altra part, la banda que es troba just per sobre de la banda de valència s'anomena *banda de conducció*.

L'energia corresponent a l'estat de més alta energia ocupat s'anomena *energia de Fermi*  $E_F$ . D'aquesta manera, a 0 K tots els nivells d'energia inferior a  $E_F$  estan plens i, en canvi, els de nivell superior estan buits.

## Teoria de bandes electròniques

Les propietats elèctriques d'un sòlid depenen de la seva estructura de bandes electròniques. De vegades hi ha un interval d'energies prohibit entre la banda de valència i la banda de conducció; aquest salt entre la banda de valència i la de conducció és el que en anglès es coneix amb el nom de *gap* (forat). Perquè es produeixi transport de càrrega en conductors electrònics quan s'aplica un camp elèctric, és necessari que hi hagi electrons que tinguin la possibilitat de moure's, és a dir, que hi

hagi electrons lliures. Per tant, cal que els electrons puguin saltar d'un nivell energètic a un altre, és a dir, cal que els electrons tinguin accés a nivells d'energia buits. Podem distingir 4 casos diferents:



**Figura 31.** Estructura de bandes dels materials conductors, aïllants i semiconductors.

### Banda de valència no plena

Per exemple, ens podem trobar que la banda de valència no està completament ocupada, com en el cas del liti i del coure. Cada àtom de coure té només un electró al nivell 4 *s*, per tant, el coure sòlid té la banda associada al nivell 4 *s* mig plena (té capacitat per 2 *N* electrons i només està ocupada per *N* electrons).

### Banda de valència plena encavallada amb la de conducció

Es tracta dels materials on no existeix salt de bandes o *gap*. Aquests materials seran bons conductors atès que els electrons de la banda de valència tenen la possibilitat de saltar a la banda de conducció. Aquest és el cas del magnesi. El magnesi té dos electrons al nivell 3 *s* i en canvi el nivell 3 *p* està buit. Quan es forma el magnesi sòlid, les bandes associades als nivells 3 *s* i 3 *p* s'encavallen, de manera que els electrons que es troben a la banda de valència (associada al nivell 3 *s*) poden saltar fàcilment a la banda de conducció.

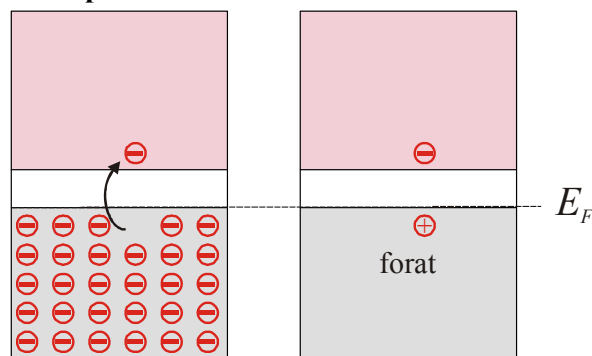
### Banda de valència plena i salt entre bandes elevat

En aquest cas la banda de valència i la banda de conducció estan separades per un salt d'energia superior als 2,5 eV. Aquest salt es coneix amb el nom de l'energia del gap  $E_g$ . Quan  $E_g > 2,5 \text{ eV}$  els electrons no tenen prou energia per saltar el gap i arribar a la banda de conducció, el material és aïllant.

### Banda de valència plena i salt entre bandes petit

La estructura és la mateixa que en el cas anterior, però aquí l'energia del gap és inferior als 2,5 eV ( $E_g < 2,5 \text{ eV}$ ). En aquest cas, a temperatura ambient, hi haurà una petita fracció d'electrons capaços de saltar a la banda de conducció. Aquest material és un semiconductor.

Així doncs, només els electrons que tinguin energies superiors a l'energia



**Figura 32.** Formació d'un parell electró-forat.

de Fermi es mouran sota l'acció d'un camp elèctric. Aquests electrons lliures són els portadors de càrrega en els materials conductors. Un altre portador de càrrega present en els aïllants i els semiconductors són els *forats*. Un forat correspon a la vacant que deixa un electró quan salta de la banda de valència a la banda de conducció. Els forats són portadors de càrrega (participen del transport de càrrega), que tenen la mateixa càrrega que un electró però de signe oposat. Al proper tema s'analitzen els forats amb més detall. L'energia d'un forat és inferior a l'energia de Fermi. La distinció entre conductors, semiconductors i aïllants es troba en la quantitat de portadors de càrrega disponibles per a la conducció: electrons lliures i portadors de càrrega.

## **Resum de conceptes**

Portador de càrrega: partícules que participen en el transport de la càrrega (en els materials conductors i semiconductors són els electrons).

Les propietats elèctriques, òptiques i químiques dels materials depenen bàsicament de l'estructura electrònica dels materials.

Electrons de valència: ocupen la darrera capa electrònica amb estats ocupats i determinen les propietats elèctriques, òptiques i químiques.

En els sòlids els electrons es distribueixen per bandes d'energia. En una banda d'energia, l'energia varia de forma contínua. La banda de valència és la banda d'energia més alta que a 0 K conté electrons i pot estar totalment o parcialment ocupada. La banda que es troba just per sobre de la banda de valència s'anomena banda de conducció i a 0 K està completament buida.

Salt entre bandes (gap): de vegades existeix un interval d'energies prohibit entre la banda de valència i la banda de conducció.

Conductors: banda de valència parcialment ocupada o encavallament entre les bandes de valència i conducció (no hi ha gap).

Aïllants: banda de valència plena i energia del gap superior a 2,5 eV.

Semiconductors: banda de valència plena i energia del gap inferior a 2,5 eV.

## 5. Materials conductors

### Objectius:

Conceptes de *resistivitat* i *conductivitat*  
Relació entre l'estructura i la conductivitat en els metalls  
Aplicacions dels materials conductors

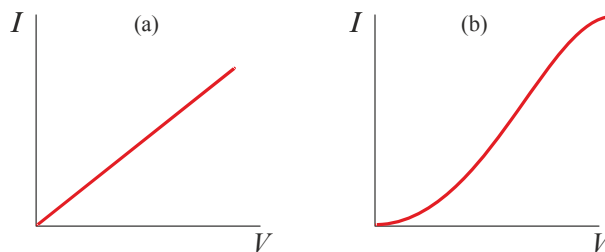
En un metall, els portadors de càrrega són els electrons lliures. En el cas dels metalls com que no hi ha cap salt d'energia per accedir als nivells lliures, cal molt poca energia perquè un electró passi als estats buits. En general, l'energia aportada per un camp elèctric exterior és suficient per excitar una gran quantitat d'electrons.

### La llei d'Ohm

Una de les característiques més importants d'un material és l'oposició que presenta al transport de càrrega quan se li aplica un camp elèctric. La llei d'Ohm<sup>1</sup> ens relaciona el corrent que passa pel material i la diferència de potencial aplicada. La llei d'Ohm és experimental, i el que s'observa per la majoria de materials és que la relació entre la diferència de potencial i el corrent que circula és lineal;

$$I = \frac{V}{R} \quad \text{o} \quad V = IR$$

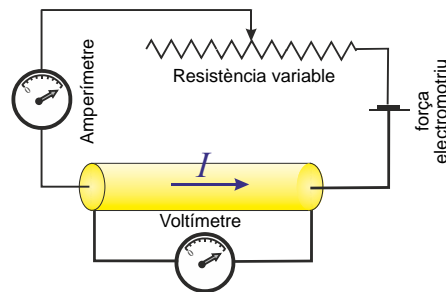
on  $R$  és la *resistència elèctrica* (unitats del sistema internacional ohm,  $\Omega$ ),  $I$  és la intensitat (unitats del sistema internacional amper  $A = C/s$ ) i  $V$  la diferència de potencial (unitats del sistema internacional volt,  $V = J/C$ ).



**Figura 34.** Corba intensitat-diferència de potencial per un material (a) òhmic i (b) no òhmic.

A la Figura 34 es representa l'evolució de la intensitat en funció de la diferència de potencial per dos materials diferents: el primer cas (a) correspon a un material òhmic caracteritzat per una resposta lineal ( $R$  és constant); el segon cas (b) correspon a un material no òhmic caracteritzat per una resposta no lineal, la resistència depèn de la intensitat.

<sup>1</sup>La llei d'Ohm porta el nom de Georg Simon Ohm (1789-1854), un físic alemany i professor de secundària que el 1827 va publicar aquesta llei en un llibre de text dedicat a les propietats elèctriques. De fet, la llei d'Ohm va ser descoberta per primera vegada el 1781 per l'excèntric i eremita físic anglès Henry Cavendish (1731-1810).



**Figura 33.** Muntatge per mesurar la resistència elèctrica.

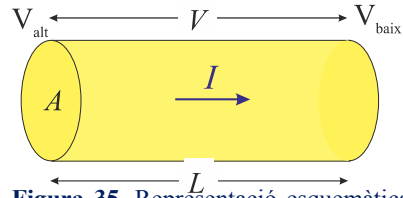
La resistència en un material és proporcional a la seva longitud,  $L$ , i inversament proporcional a la seva secció,  $A$ ,

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

La constant  $\rho$  és la *resistivitat* (unitats del sistema internacional  $\Omega \cdot m$ ). La resistivitat és una propietat característica del material. De vegades, s'utilitza la *conductivitat elèctrica* per caracteritzar la resposta del material, la conductivitat es defineix com l'invers de la resistivitat,

$$\sigma \equiv \frac{1}{\rho}.$$

Com més gran és la conductivitat, més adient és el material per a la conducció de la càrrega, és a dir, millor conductor elèctric és. La conductivitat en els conductors és superior a  $10^4 (\Omega \cdot m)^{-1}$ , pels semiconductors  $10^{-10} < \sigma < 10^4 (\Omega \cdot m)^{-1}$  i pels aïllants  $\sigma < 10^{-10} (\Omega \cdot m)^{-1}$ .



**Figura 35.** Representació esquemàtica d'un fil conductor.

**Taula 5.** Conductivitats elèctriques de diversos materials.

Material	$\sigma (\Omega \cdot m)^{-1}$	
Plata	$0,7 \cdot 10^8$	Conductors
Coure	$0,6 \cdot 10^8$	
Alumini	$0,4 \cdot 10^8$	
Germani	$1,7$	Semiconductors
Silici	$4 \cdot 10^{-4}$	
Quars ( $SiO_2$ )	$10^{-10}$ a $10^{-14}$	aïllants

## Conducció elèctrica en els metalls

Si tenim en compte que el camp elèctric en un material conductor és constant,  $V = E \cdot L$ , i substituïm la relació entre la resistència elèctrica i la resistivitat a la llei d'Ohm obtenim,

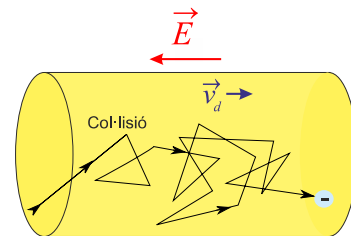
$$I = \frac{V}{R} = \frac{EL}{\rho L} A = \frac{1}{\rho} EA = \sigma EA$$

Si dividim els dos costats de la relació anterior per la secció del conductor obtenim:

$$J \equiv \frac{I}{A} = \sigma E,$$

en  $J$  és la densitat de corrent, és a dir, la intensitat de corrent per unitat d'àrea. La relació anterior es coneix com la llei d'Ohm diferencial.

El moviment dels electrons a l'interior d'un conductor és molt complex. En absència d'un camp elèctric els electrons ens mouen a gran velocitat (de l'ordre de  $10^6$  m/s). Els electrons xoquen contínuament amb els ions de la xarxa cristal·lina. El moviment dels electrons és aleatori, de manera que la velocitat mitjana és nul·la i, per tant, no hi ha transport net de càrrega. Aquest moviment el provoca l'agitació tèrmica.



**Figura 36.** Moviment d'un electró en un conductor.

Quan s'aplica un camp elèctric, l'electró experimenta una força neta igual a  $-e\vec{E}$ , és a dir, els electrons adquireixen una acceleració en sentit oposat al camp elèctric. Per tant, el resultat seria una intensitat de corrent que augmentaria de forma contínua amb el temps. No obstant això, l'experiència ens indica que el corrent elèctric assoleix un valor constant pràcticament de forma immediata. Per tant, existeixen unes forces de fricció que són les responsables que l'acceleració neta sobre els electrons sigui nul·la i de la dissipació d'energia en forma de calor (efecte Joule). Aquesta fricció està provocada pels xocs dels electrons amb els ions de la xarxa. És a dir, les vibracions tèrmiques dispersen els electrons.

El resultat és que els electrons es mouen amb una velocitat neta constant, diferent de zero i de sentit oposat al camp elèctric anomenada *velocitat de desplaçament*,  $v_d$ .

Per altra banda, la densitat de corrent és igual a la quantitat de càrrega per unitat de temps i superfície,

$$J = \frac{\Delta Q}{\Delta A \cdot \Delta t} = \frac{n \cdot e \cdot \Delta A \cdot \Delta x}{\Delta A \cdot \Delta t} = n e v_d$$

on  $e$  és la càrrega dels electrons,  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  C (en els metalls els portadors són els electrons) i  $n$  és la densitat de portadors, és a dir, la quantitat de càrregues lliures per unitat de volum, un paràmetre que depèn del material. Finalment, si combinem la relació anterior amb la llei d'Ohm diferencial obtenim,

$$v_d = \frac{\sigma E}{n e} = \mu_e E$$

Per tant, la velocitat de desplaçament és proporcional al camp elèctric. La constant de proporcionalitat és la *mobilitat electrònica*,

$$\mu_e = \frac{\sigma}{n e} \Leftrightarrow \sigma = n e \mu_e$$

Així doncs, la conductivitat d'un material serà més gran com més gran sigui la densitat de portadors,  $n$ , i la mobilitat d'aquests,  $\mu_e$ .

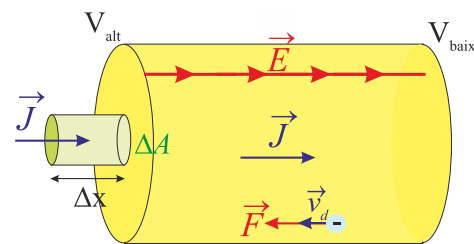


Figura 37. Càlcul de la densitat de corrent.

*Exemple.* Quina és la velocitat de desplaçament dels electrons en un fil de coure de radi 0,815 mm que transporta un corrent d'1 A. El nombre d'electrons de valència del coure és 1 i la densitat 8,93 g/cm<sup>3</sup>.

$$J = n e v_d$$

Primer determinem la densitat de corrent,

$$J = I/A = I/\pi r^2 = 1/2,087 \cdot 10^{-6} \text{ A/m}^2 = 4,79 \cdot 10^5 \text{ A/m}^2$$

$$n = 8,93 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{1 \text{ mol}}{63,5 \text{ g}} \cdot \frac{6,02 \times 10^{23} \text{ àtoms}}{1 \text{ mol}} \cdot \frac{1 \text{ portador}}{1 \text{ àtom}} =$$

$$= 8,47 \times 10^{22} \text{ portadors/cm}^3 = 8,47 \times 10^{28} \text{ portadors/m}^3$$

$$v_d = \frac{J}{n e} = \frac{4,79105 \text{ A/m}}{8,47 \times 10^{28} \text{ port./m}^3 \times 1,602 \times 10^{-19} \text{ C/port.}} = 3,54 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$$

$$= 3,54 \cdot 10^{-2} \text{ mm/s}$$

Observació: per aquesta velocitat de desplaçament els electrons triguen aproximadament mitja hora a recórrer 1 mm.



## Control de la conductivitat en els metalls

Com hem vist abans, la conductivitat és proporcional a la densitat de portadors lliures i a la mobilitat dels portadors. Els metalls són molt bons conductors gràcies a la seva elevada densitat de portadors. Per tant, el control de la conductivitat en els metalls es fa a través de la mobilitat.

**Taula 6.** Resistivitat per alguns conductors a 20°C

Material	$\sigma$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ ) <sup>-1</sup>	$\rho$ ( $\Omega \cdot \text{m}$ )
Plata	$6,8 \cdot 10^7$	$1,5 \cdot 10^{-8}$
Coure	$6,0 \cdot 10^7$	$1,7 \cdot 10^{-8}$
Or	$4,3 \cdot 10^7$	$2,3 \cdot 10^{-8}$
Alumini	$3,8 \cdot 10^7$	$2,6 \cdot 10^{-8}$
Llautó (70 Cu-30 Zn)	$1,6 \cdot 10^7$	$6,2 \cdot 10^{-8}$
Ferro	$1,0 \cdot 10^7$	$10 \cdot 10^{-8}$
Platí	$0,94 \cdot 10^7$	$10,6 \cdot 10^{-8}$
Acer al carboni	$0,6 \cdot 10^7$	$17 \cdot 10^{-8}$
Acer inoxidable	$0,2 \cdot 10^7$	$50 \cdot 10^{-8}$

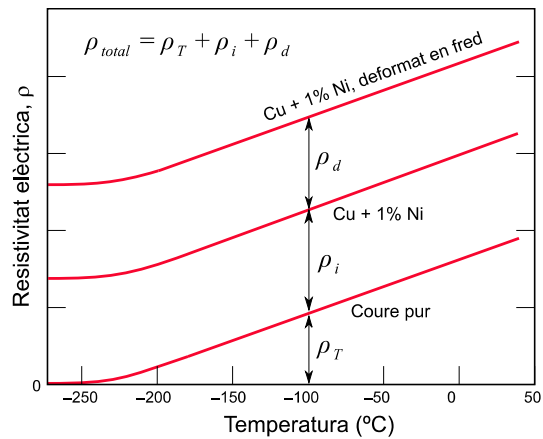
L'origen de la resistència en els metalls es troba en els xocs dels electrons amb els ions de la xarxa cristal·lina. Augmentar els defectes de la xarxa cristal·lina provoca un augment de la resistivitat. La concentració de defectes depèn de la temperatura, de la composició i de la deformació per treball en fred. De fet, s'ha observat que la resistivitat total en un metall és la suma de les contribucions de les vibracions tèrmiques, les impureses i la deformació plàstica, és a dir, que els tres mecanismes actuen de forma independent. Això es pot expressar com

$$\rho_{total} = \rho_T + \rho_i + \rho_d$$

En aquesta expressió  $\rho_T$ ,  $\rho_i$  i  $\rho_D$  corresponen a les contribucions de la temperatura, de les impureses i de la deformació en fred respectivament. L'anterior relació es coneix com la *regla de Thiessen*. Per exemplificar la importància relativa de cada contribució, a la Figura 38 adjunta s'ha representat la resistivitat del coure en funció de la temperatura per coure pur, diferents cuproníquels en diferents estats de deformació plàstica i després de la recuita.

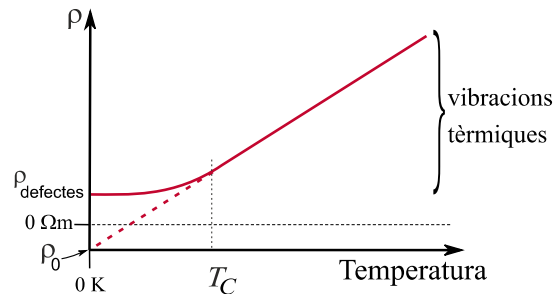
### Influència de la temperatura

Si tenim un cristall perfecte (sense impureses i sense defectes) i tots els àtoms estan totalment quietes ( $T = 0$  K), el temps de mitjana entre dues col·lisions consecutives serà molt elevat; llavors la mobilitat electrònica serà gran i també ho serà la conductivitat, en canvi la resistivitat serà molt petita.



**Figura 38.** Evolució de la resistivitat amb la temperatura pel coure i diferents cuproníquels.

Si augmentem la temperatura, l'agitació tèrmica dels àtoms i dels electrons augmenta, per la qual cosa augmenten les possibilitats de col·lisió. Llavors, quan augmenta la temperatura, es redueix la mobilitat, disminueix la conductivitat i augmenta la resistivitat. S'ha observat experimentalment que per a la majoria de metalls la variació de la resistivitat amb la temperatura és lineal per sobre d'una certa temperatura  $T_C$  ( $T_C \sim 200$  a  $-100$  °C)



**Figura 39.** Dependència típica de la resistivitat amb la temperatura en un conductor.

$$\rho_T = \rho_0 + \alpha T$$

*Exemple.* La resistivitat del tungstè varia de forma lineal de  $\rho(293 \text{ K}) = 56 \times 10^{-9} \Omega \cdot \text{m}$  a  $\rho(3.500 \text{ K}) = 1,1 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ . Calculeu: a) la resistència, i b) el diàmetre del filament de tungstè emprat en la fabricació d'una bombeta de 40 W i 230 V.

La temperatura de funcionament de la bombeta és de 2.500 K, i la longitud del filament és d'1,15 cm.

a)

$$\left. \begin{array}{l} P = I^2 R \\ I = V / R \end{array} \right\} \Rightarrow P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{P} = \frac{(230 \text{ V})^2}{40 \text{ W}} = 1322,5 \Omega$$

b)

$$\rho_T = \rho_0 + \alpha T \begin{cases} 1,1 \times 10^{-6} = \rho_0 + \alpha \cdot 3500 \text{ K} \\ 56 \times 10^{-9} = \rho_0 + \alpha \cdot 293 \text{ K} \end{cases} \Rightarrow 1,044 \times 10^{-6} = \alpha \cdot (3500 - 293) \text{ K}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1,044 \times 10^{-6} \Omega \text{ m}}{3207 \text{ K}} = 3,255 \times 10^{-10} \frac{\Omega \text{ m}}{\text{K}}$$

$$1,1 \times 10^{-6} = \rho_0 + \alpha \cdot 3500 \text{ K} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_0 = 1,1 \times 10^{-6} \Omega \text{ m} - 3,255 \times 10^{-10} \frac{\Omega \text{ m}}{\text{K}} 3500 \text{ K} = -3,938 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \rho(2500 \text{ K}) &= \rho_0 + \alpha T = -3,938 \times 10^{-8} \Omega \text{ m} + 3,255 \times 10^{-10} \frac{\Omega \text{ m}}{\text{K}} 2500 \text{ K} = \\ &= 7,745 \times 10^{-7} \Omega \text{ m} \end{aligned}$$

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow A = \rho \frac{L}{R} = 7,745 \times 10^{-7} \Omega \text{ m} \frac{1,15 \times 10^{-2} \text{ m}}{1322,5 \Omega} = 6,73 \times 10^{-12} \text{ m}^2$$

$$A = \pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{A / \pi} = 1,46 \times 10^{-6} \text{ m} = 1,46 \mu \text{ m}$$

Diàmetre: 2,93  $\mu \text{ m}$

## Influència de les impureses

### (i) Solució sòlida

Com hem vist, els àtoms de solut en una solució sòlida deformen l'estructura de la xarxa cristal·lina i, per tant, augmenten la resistivitat. Aquest efecte serà més important com més gran sigui la quantitat de solut (més àtoms que distorsionen la xarxa) i com més diferents siguin els àtoms de solut dels àtoms de solvent (més important és la deformació de l'estructura).

La dependència de la resistivitat amb la concentració de solut en tant per u atòmic,  $c_i$ , es pot aproximar a la relació següent,

$$\rho_i = A c_i (1 - c_i)$$

### (ii) Precipitats

En el cas d'un aliatge en què coexisteixin dues fases,  $\alpha$  i  $\beta$ , la resistivitat resultant és la combinació lineal de les resistivitats de cadascuna de les fases,

$$\rho_i = \rho_\alpha V_\alpha + \rho_\beta V_\beta$$

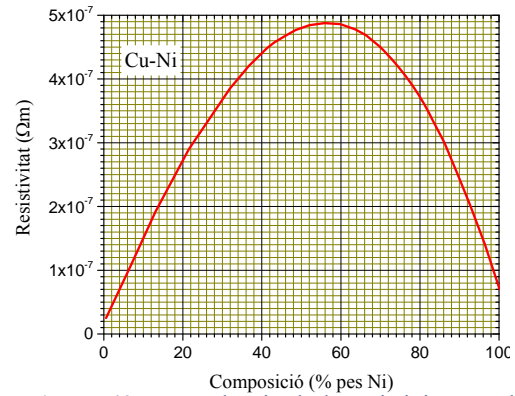
on  $V_\alpha$  i  $V_\beta$  són les fraccions volumètriques en tant per u de les fases  $\alpha$  i  $\beta$  respectivament.

Si combinem els apartats (i) i (ii) podem entendre com varia la resistivitat en funció de la concentració de solut per un aliatge com ara el Pb-Sn.

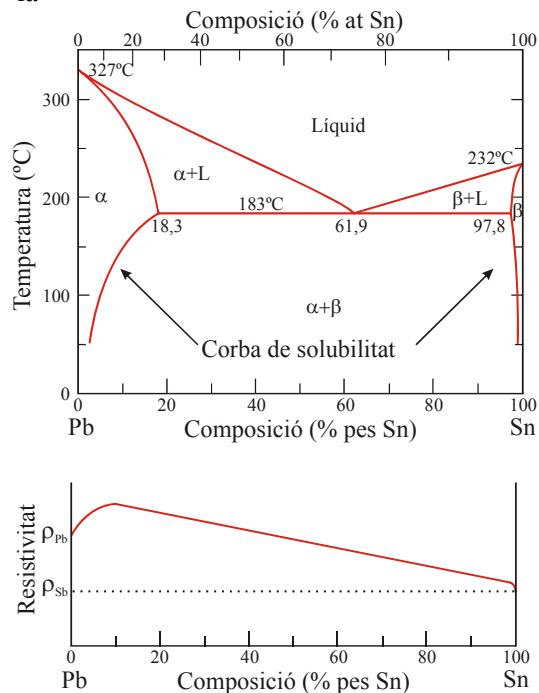
## Influència de la deformació plàstica

La deformació en fred també augmenta la resistivitat principalment per l'efecte de les dislocacions que augmenten el nombre de xocs entre els electrons i els ions. Les dislocacions i els defectes de la xarxa cristal·lina en general disminueixen la regularitat de la xarxa i per aquesta raó augmenta la probabilitat dels xocs.

Els cables de coure s'obtenen per trefilat, és a dir, els cables es formen per deformació en fred. Un cop trefilat el material presenta una resistivitat relativament alta a causa del treball en fred. Per recuperar les propietats elèctriques del material, després del trefilat, es fa una *recuita de recuperació*. El material s'escalfa per tal de donar mobilitat a la xarxa per reorganitzar-la. La recuita de recuperació pràcticament no redueix la quantitat de defectes, el seu principal efecte és reorganitzar-los de manera que l'estructura cristal·lina és més regular. D'aquesta manera s'aconsegueixen unes bones propietats elèctriques mantenint l'enduriment provocat pel treball en fred.



**Figura 40.** Dependència de la resistivitat en el contingut de Cu per a un aliatge Cu-Ni (J. Appl. Phys., 93, (2003), 6154).



**Figura 41.** Dependència de la resistivitat en el contingut de Sn per a un aliatge Pb-Sn.

## **Aliatges comercials per conductors elèctrics**

La primera característica dels materials conductors és el control de la presència d'oxigen i d'altres impureses. Per obtenir una elevada conductivitat cal reduir al màxim la presència d'impureses. Els materials més emprats són el coure i l'alumini. El coure té una conductivitat superior (aproximadament el doble que l'alumini) però és més car i, a més, té una densitat elevada. Per exemple, l'alumini es fa servir per a les connexions d'alta tensió (això redueix significativament l'estructura de torres necessària per estendre la xarxa). La plata també es fa servir atès que té una conductivitat superior a la del coure, de totes maneres el seu elevat cost fa que s'apliqui menys.

De vegades cal un material conductor que tingui unes bones propietats mecàniques. Com hem vist, les tècniques que permeten endurir un metall, treball en fred, solució sòlida i impureses, comporten una reducció de la conductivitat. Per tant, en aquests casos cal cercar un compromís entre les propietats mecàniques i les elèctriques. Generalment, el que es fa és introduir una segona fase que endureixi el material però que tingui un efecte petit sobre la conductivitat. Per exemple, els aliatges coure-beril·li es fan servir per aplicacions que requereixen bones propietats elèctriques i mecàniques. Malgrat que aquest aliatge presenta un bon compromís entre propietats, la pèrdua de conductivitat respecte al coure pur pot ser fàcilment d'un factor 5.

## **Aplicacions dels conductors**

### **Resistències òhmiques**

En l'electrònica la major part dels elements resistius utilitzats tenen una resistència de  $10^3$  a  $10^8 \Omega$  i una longitud d'uns pocs mil·límetres. Si utilitzem un metall (amb una resistivitat de l'ordre de  $10^{-6} \Omega \cdot m$ ) caldria fer un fil d'una secció de  $10^{-12} m^2$ , és a dir, d' $1 \mu m \times 1 \mu m$ . Els semiconductors no es fan servir perquè tenen una forta dependència amb la temperatura i es vol que la resistència variï poc amb la temperatura. Tecnològicament s'apliquen dues solucions:

- Capes primes de metalls.
- Dispersió de l'element conductor en un mitjà aïllant.

Pel que fa les pel·lícules fines n'hi ha de transparents (SnO, i òxid d'indi i zinc ITO) que es fan servir en aplicacions per a l'optoelectrònica. Pel que fa la dispersió, aquestes resistències es formen com les ceràmiques: es barreja amb l'ajut d'un aglomerant i amb un tractament tèrmic posterior s'elimina l'aglomerant.

### **Resistències per elements calefactors**

L'energia perduda en la conducció generalment es dissipa en forma de calor (efecte Joule). Aquests materials no només han de tenir una elevada resistivitat, sinó que també han de tenir una elevada resistència a l'oxidació i baixa termofluència (materials de punt de fusió elevat). Normalment es fa servir un aliatge de crom i níquel anomenat nicrom. Per exemple, l'aliatge 80Ni-20Cr té una resistivitat de  $110 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ . A més, el crom i el níquel són metalls resistents a l'oxidació. Altres aliatges són el kanthal (72 % Fe, 5 % Al, 22 % Cr i 0,5 % Co), platí-rodí, kanthal super 33 (molibdè + MoSi<sub>2</sub>), grafit i tungstè (aquests dos últims han de treballar en condicions no oxidants).

### Sensors de temperatura, termistors

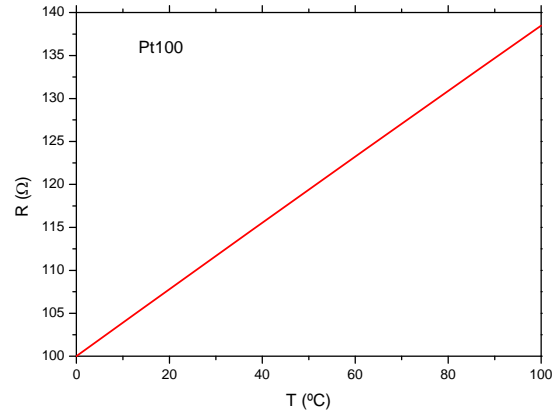
Un *termistor* és una resistència elèctrica que es fa servir per mesurar la temperatura. Concretament s'aprofita la relació lineal que existeix entre la temperatura i la resistivitat elèctrica,

$$\alpha = \frac{\Delta\rho}{\Delta T}$$

La sensibilitat ve donada per la relació

$$\frac{1}{\Delta T} \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\alpha}{\rho}$$

Per tant, per fabricar termistors calen materials amb valors del coeficient  $\alpha$  gran i resistivitat petita; per aquesta raó es fan servir metalls purs, atès que són els que tenen menys resistivitat. Un dels termistors més utilitzats és el Pt100. Són termistors fets de platí i que tenen una resistència nominal de 100  $\Omega$ .



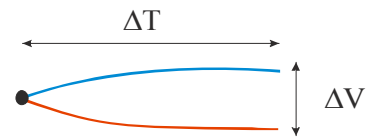
**Figura 42.** Dependència de la resistència d'una Pt100 amb la temperatura .

### Sensors de temperatura, termoparells

Un *termoparell* consisteix en dos metalls soldats als extrems. Una diferència de temperatura entre els extrems es tradueix en una diferència de potencial. La relació entre la diferència de temperatura i la diferència de potencial es pot aproximar a un polinomi d'ordre 2,

$$\Delta T = a + b\Delta V + c\Delta V^2$$

Els termoparells són molt sensibles per determinar diferències de temperatura. En canvi, per determinar una temperatura absoluta cal una referència. En general, s'utilitza una referència electrònica.



**Figura 43.** Representació esquemàtica d'un termoparell.

Segons els aliatges, els termoparells es classifiquen de la manera següent:<sup>2</sup>

- Tipus K (cromel<sup>3</sup> i alumel<sup>4</sup>). Són els més utilitzats. Sensibilitat 41  $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ . Cobren un rang de temperatures de  $-200^\circ\text{C}$  a  $1.350^\circ\text{C}$
- Tipus E (cromel i constantan<sup>5</sup>). Elevada sensibilitat (68  $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ ), que els fa molt adients per a aplicacions criogèniques.
- Tipus J (Fe i constantan). Rang de temperatures petit (de  $-40$  a  $750^\circ\text{C}$ ), però sensibilitat superior (55  $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ ).
- Tipus B, R i S (Pt i Pt-Rh, rodi). Són emprats per a aplicacions d'alta temperatura. Tenen una baixa sensibilitat (10  $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ ) però són molt estables (poden treballar fins a temperatures de  $1.800^\circ\text{C}$ ).
- Tipus T (Cu i constantan). Rang de temperatures de  $-200$  a  $350^\circ\text{C}$  i sensibilitat de 43  $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ .
- Tipus C (95W-5Re – 74W-26Re). Alta temperatura en condicions no oxidants (de  $0^\circ\text{C}$  a  $2.320^\circ\text{C}$ ).

<sup>2</sup> Les sensibilitats són a temperatura ambient.

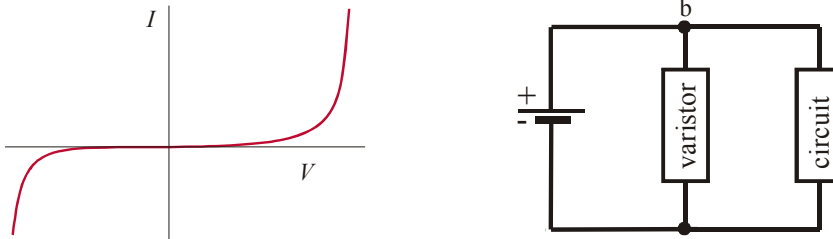
<sup>3</sup> Cromel, aliatge de níquel que conté un 10 % Cr i 25 % de Fe.

<sup>4</sup> Alumel: 94 % níquel, 3 % manganès, 2 % alumini i 1 % silici.

<sup>5</sup> Constantan: 60 % Cu i 40 % Ni.

## Varistors

Els varistors són elements resistius que tenen una elevada resistència a baixos voltatges i molt baixa resistència a tensions elevades. Aquests elements s'utilitzen per protegir un circuit de pujades sobtades de tensió. Un cas típic és, per exemple, com a protecció en circuits altament inductius quan, mitjançant un interruptor, el circuit s'obre o es tanca. En aquests casos, els corrents induïts poden ser molt intensos i provocar avaries o accidents.



**Figura 44.** Corba típica intensitat-diferència de potencial d'un varistor i esquema de connexió d'un varistor.

Els varistors es fan normalment de materials ceràmics semiconductors (SiC o ZnO). En aquests materials la resistència està controlada per les fronteres de gra. En aplicar una tensió prou gran s'estableix un corrent en la regió intergranular. Per exemple, el SiC és un semiconductor, com veurem en el tema dedicat als semiconductors; els àtoms que es troben a les vores de gra poden afectar molt la conductivitat del material.

## Galgues extensiomètriques

Es fan servir per mesurar deformacions en peces. Quan hi ha una deformació elàstica es produeix una petita variació de la resistència elèctrica. La relació entre la variació de resistència i la deformació unitària és lineal,

$$\frac{\Delta R}{R} = \gamma \frac{\Delta L}{L} = \gamma \varepsilon$$

Per fer galgues extensiomètriques es fan servir constantans i manganins.<sup>6</sup> Per aquests aliatges  $\gamma \sim 2$ .

## Resum de conceptes

Llei d'Ohm: la relació entre la diferència de potencial i el corrent que circula és lineal,

$$I = \frac{V}{R} \quad \text{o} \quad V = IR$$

L'origen de la resistència elèctrica és una força de fricció que dissipa energia associada als xocs dels electrons amb la xarxa d'ions del material.

Resistència: proporcional a la longitud,  $L$ , i inversament proporcional a la secció  $A$ ,

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

$\rho$  és la *resistivitat*, és una propietat característica del material.

*conductivitat elèctrica*, invers de la resistivitat,  $\sigma \equiv \frac{1}{\rho}$ .

<sup>6</sup> Manganin:  $\text{Cu}_{86}\text{Mn}_{12}\text{Ni}_2$ .

El resultat de la força de fricció és que els electrons es mouen amb una velocitat neta constant i de sentit oposat al camp elèctric anomenada *velocitat de desplaçament*,  $v_d$ .

$$v_d = \mu_e E$$

$\mu_e$  és la *mobilitat electrònica*.

La conductivitat d'un material serà més gran com més gran sigui la densitat de portadors,  $n$ , i la mobilitat d'aquests,  $\sigma = n e \mu_e$ .

El control de la conductivitat en els metalls es fa a través de la mobilitat, és a dir, a través de  $\rho$ .

$\rho \uparrow$  quan hi ha defectes de la xarxa cristal·lina  $\uparrow$ . La concentració de defectes depèn de la temperatura, de la composició i de la deformació per treball en fred:  $\rho_{total} = \rho_T + \rho_i + \rho_d$ .

La resistivitat augmenta amb la temperatura:  $\rho_T = \rho_0 + \alpha T$

La deformació en fred i la presència d'impureses augmenta la resistivitat.

## 6. Materials semiconductors

### Objectius:

Concepte de *forats*

Conceptes de *semiconductor intrínsec* i *semiconductor extrínsec*

Semiconductors tipus *n* i *p*

L'estructura de bandes a 0 K d'un semiconductor consisteix en una banda de valència completament ocupada. La banda de valència està separada de la banda de conducció per una diferència d'energia (*gap*) relativament petita ( $E_g < 2,5$  eV), de forma que a temperatura ambient hi haurà una fracció d'electrons amb l'energia suficient per saltar de la banda de valència a la banda de conducció.

Els dos semiconductors formats per un sol element són el silici i el germani (grup IV de la taula periòdica) i les seves energies de gap són 1,1 i 0,7 eV respectivament. L'enllaç d'ambdós materials és covalent. A més, hi ha un conjunt de compostos que també presenten un comportament semiconductor, per exemple la combinació d'elements del grup IIIA amb els del grup VA. Aquest grup de materials rep el nom de semiconductors III-V. D'aquesta família els més importants són el GaAs i el InSb. Els compostos que s'obtenen de combinar elements dels grups IIB i VIA són els semiconductors II-VI. Atès que la diferència d'electronegativitat per aquest darrer grup és més important, l'enllaç químic té una naturalesa més iònica i els materials tenen una resistivitat significativament més gran (són clarament els semiconductors més propers als materials aïllants). A la [Taula 7](#) es detallen les principals propietats elèctriques d'aquests materials.

**Taula 7.** Propietats elèctriques de diversos semiconductors

Material	Energia gap (eV)	Conductivitat ( $\Omega \cdot m$ ) <sup>-1</sup>	Mobilitat electrònica ( $m^2/(V \cdot s)$ )	Mobilitat dels forats ( $m^2/(V \cdot s)$ )	Grup
Si	1,11	$4 \cdot 10^{-4}$	0,14	0,05	Elemental
Ge	0,67	2,2	0,38	0,18	
GaP	2,25		0,05	0,002	
GaAs	1,42	$10^{-6}$	0,85	0,45	III-V
InSb	0,17	$4 \cdot 10^4$	7,7	0,07	
CdS	2,40		0,03		II-VI
ZnTe	2,26		0,03	0,01	

La conductivitat elèctrica dels semiconductors és força inferior a la dels conductors. Per altra banda, la seva conductivitat és molt sensible a la presència d'impureses. Quan les propietats del semiconductor estan associades a l'estructura del material pur, es diu que el *semiconductor és intrínsec*. Pel contrari, en un *semiconductor extrínsec* les propietats elèctriques estan determinades pels àtoms de les impureses.

### Semiconductors intrínsecs

En els semiconductors tenim dos tipus de portadors:

- Electrons a la banda de conducció.
- Forats a la banda de valència.



El forats són les vacants deixades pels electrons que han saltat a la banda de conducció. És a dir, els forats corresponen als estats energètics buits de la banda de valència que poden ser ocupats per altres electrons en la banda de valència. Quan apliquem un camp elèctric, els forats es mouen com si hi tinguessin càrrega positiva; el moviment de la vacant deixada a la banda de valència segueix la direcció marcada pel camp elèctric com si es tractés d'una càrrega positiva.

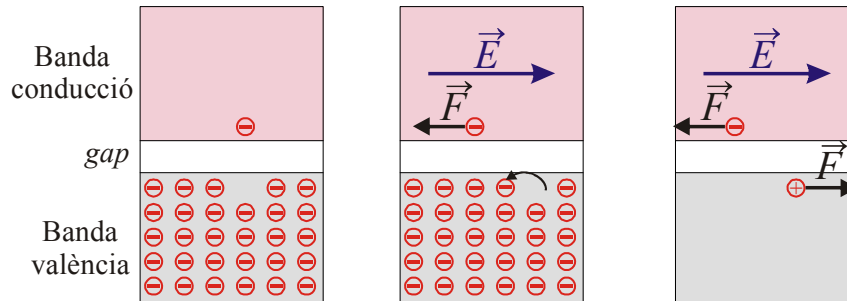


Figura 45. Conducció d'electrons i forats en semiconductors.

Per tant, com que existeixen dos tipus de portadors, la conductivitat serà el resultat de la suma de les contribucions dels dos portadors,

$$\sigma = ne\mu_e + pe\mu_p$$

On  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  C (la magnitud de la càrrega és la mateixa pels electrons que pels forats),  $n$  és la densitat d'electrons lliure,  $p$  és la densitat de forats,  $\mu_e$  és la mobilitat dels electrons i  $\mu_p$  és la mobilitat dels forats. En un semiconductor intrínsec hi ha tants electrons lliures com forats, per tant  $n = p$ . En el cas del silici, el germani i l'arseniür de gal·li  $n = p = 1,33 \cdot 10^{16}$ ,  $2,4 \cdot 10^{19}$  i  $1,7 \cdot 10^{12}$  portadors/cm<sup>3</sup> respectivament.

*Exemple.* Pel silici intrínsec, la conductivitat a temperatura ambient és de  $4 \cdot 10^{-4}$  ( $\Omega \cdot m$ )<sup>-1</sup>. Les mobilitats dels electrons i dels forats són 0,14 i 0,048 m<sup>2</sup>/(V·s). Calculeu quina és la densitat d'electrons i forats a temperatura ambient.

$$n = p = \frac{\sigma}{e(\mu_e + \mu_p)} = \frac{4 \times 10^{-4} (\Omega \cdot m)^{-1}}{1,602 \times 10^{-19} C (0,188) m^2 / (V \cdot s)} = 1,33 \times 10^{16} m^{-3}$$

## Semiconductors extrínsecs

Així com que en els conductors la conductivitat es controla a través de la mobilitat dels portadors, en els semiconductors el paràmetre més important per modificar la conductivitat és la densitat de portadors. Amb aquesta finalitat, s'afegeixen als semiconductors quantitats controlades d'impureses, anomenades dopants. El resultat és un semiconductor extrínsec.

Les quantitats d'impureses que calen per alterar les propietats elèctriques d'un semiconductor són ínfimes, n'hi ha prou a introduir 1 àtom d'impuresa per cada 10<sup>12</sup> àtoms de silici per transformar el silici en un semiconductor extrínsec. Per tant, és pràcticament impossible obtenir un semiconductor intrínsec.

## Semiconductors extrínsecs tipus *n*

El silici té 4 electrons de valència. Suposem ara que afegim una impuresa de valència 5 (dopant donador). Per exemple, podem triar els elements del grup VA de la taula periòdica, fòsfor, arseni o antimoni (P, As, Sb). D'aquest dopant, només 4 electrons de valència poden participar en l'enllaç amb els silicis del seu voltant. El cinquè electró queda molt feblement lligat al voltant de l'ió de la impuresa. Aquesta situació s'il·lustra a la Figura 46 per al cas del fòsfor.

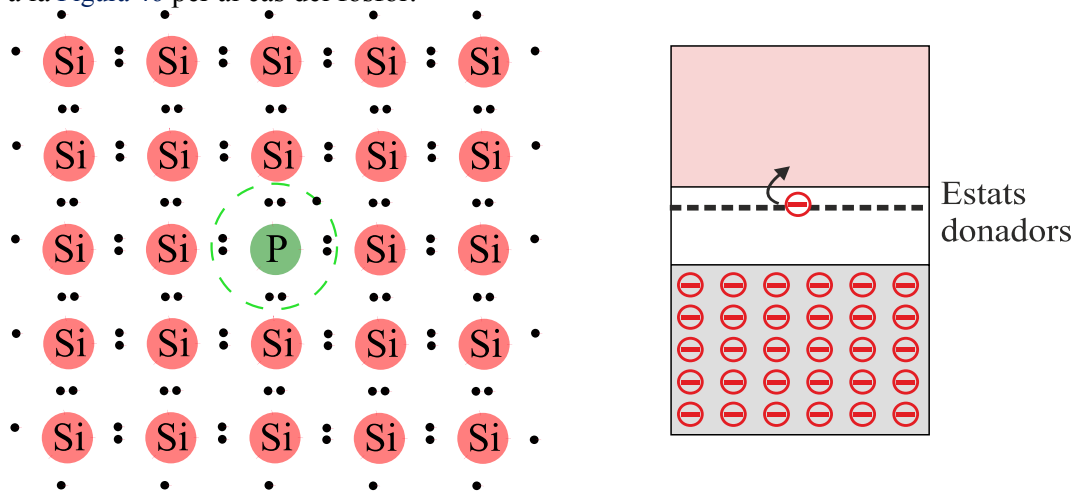


Figura 46. Formació d'un electró lliure a partir d'una impuresa donadora.

Com que l'energia d'enllaç d'aquest electró és molt petita ( $\sim 0,1$  eV), aquest electró pot ser fàcilment alliberat, de manera que esdevé un electró lliure. Des de la teoria de bandes, el que fa el fòsfor és introduir un nivell d'energia, *estats donadors*, dins el gap i molt proper a la banda de conducció. L'energia necessària per excitar l'electró des de l'estat donador fins a la banda de conducció és l'energia d'enllaç.

Atès que els electrons que arriben a la banda de conducció provenen dels estats donadors i no de la banda de valència, en aquest cas no es genera un forat. A temperatura ambient l'energia tèrmica és suficient per excitar un gran nombre d'electrons des dels estats donadors fins a la banda de conducció. Com que el nombre d'electrons provinents dels estats donadors és molt més gran que el nombre d'electrons provinents de la banda de valència,  $n \gg p$ , podem considerar que en un semiconductor tipus *n* els portadors de càrrega són bàsicament els electrons (portadors majoritaris),

$$\sigma = n e \mu_e$$

*Exemple.* Si introduïm 1 àtom de fòsfor per cada  $10^7$  àtoms de silici, quina és la densitat d'electrons i de forats a temperatura ambient? Suposeu que a temperatura ambient pràcticament tots els electrons dels estats donadors estan excitats.

Densitat del silici  $2,33 \text{ g/cm}^3$  i massa atòmica  $28,08 \text{ UMA}$ .

De l'exemple anterior tenim l'aportació dels electrons que han saltat des de la banda de valència a la banda de conducció,

$$n_i = p_i = 1,33 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$$

D'altra banda, la densitat d'àtoms del silici és

$$N_{at} = 2,33 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{1 \text{ mol}}{28,08 \text{ g}} \cdot \frac{6,02 \times 10^{23} \text{ àtoms}}{1 \text{ mol}} = 4,995 \times 10^{22} \text{ àtoms/cm}^3 \approx \\ \approx 5,0 \times 10^{28} \text{ àtoms/m}^3$$

Com que aproximadament tenim un electró per cada àtom de P, hi ha un àtom de fòsfor per cada  $10^7$  àtoms de silici

$$n_{ex} = N_{at} \times 10^{-7} = 5,0 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$$

Observeu que el nombre de portadors aportat pel fòsfor és molt més gran (factor  $10^5$ ) que el nombre d'electrons i forats del silici; llavors:

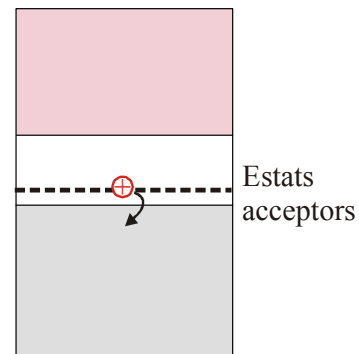
$$n = n_i + n_{ex} \approx n_{ex} = 5,0 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$$

$$p = p_i = 1,33 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$$

Observació: l'aportació d'una quantitat molt petita d'impureses canvia de forma radical el nombre de portadors i, per tant, les propietats elèctriques del material.

### Semiconductors extrínsecs tipus *p*

L'efecte contrari s'obté quan afegim elements del grup IIIA al silici, per exemple, alumini, bor o gal·li. Aquests elements tenen 3 electrons de valència, per la qual cosa quan s'enllacen amb el silici tenen una deficiència d'un electró. És a dir, la imatge segons la teoria de bandes seria la d'un forat feblement lligat, és a dir, un forat que està associat a un estat d'energia dins del gap i de valor lleugerament superior al de la banda de valència. Aquests estats d'energia s'anomenen *estats acceptors* atès que tendeixen a capturar electrons.



**Figura 47.** Nivells energètics associats a les impureses acceptores.

A temperatura ambient, l'energia tèrmica és suficient perquè els electrons de la banda de valència saltin fins als estats acceptors. Cada salt deixa un forat a la banda de valència, per tant, el fenomen és equivalent a suposar que els forats dels estats acceptors salten a la banda de valència quan són excitats. Igual que en el cas anterior, el nombre de forats provinents dels estats acceptors és molt més gran que el nombre de portadors del semiconductor intrínsec,  $p \gg n$ , de manera que podem considerar que en un semiconductor tipus *p* els portadors de càrrega majoritaris són els forats,

$$\sigma = p e \mu_p$$

Els semiconductors extrínsecs (de tipus *p* i *n*) s'obtenen a partir de materials d'extrema puresa (sales blanques). El contingut d'impureses és de l'ordre de  $10^{-7}$  en tant per cent atòmic (és a dir, hi ha una impuresa per cada  $10^9$  àtoms de silici). Posteriorment, s'introdueixen de forma controlada impureses donadores i acceptadores. Aquest procés d'aliatge en materials semiconductors s'anomena *dopatge*.

Per altra banda, en els semiconductors extrínsecs s'aconsegueixen quantitats importants de portadors a temperatura ambient; com a conseqüència, en aquests materials s'aconsegueixen conductivitats moderadament altes, cosa que els fa adients per a aplicacions.

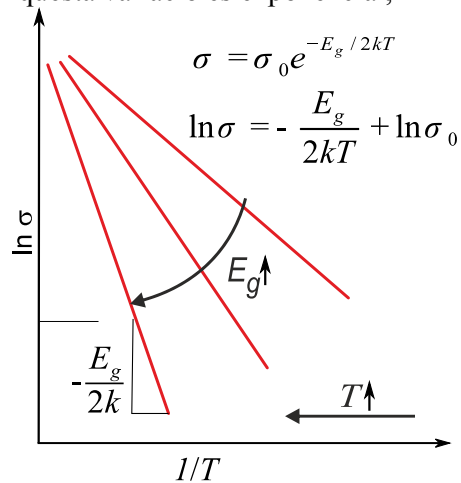
## Dependència de la conductivitat amb la temperatura

### Semiconductor intrínsec

En un semiconductor intrínsec, en augmentar la temperatura augmenta el nombre d'electrons que poden saltar de la banda de valència a la banda de conducció, per tant, s'observa un augment de la densitat de portadors. Aquesta variació és exponencial,

$$n = p = A e^{-E_g/2kT}$$

on  $A$  és una constant que depèn del material (unitats  $m^{-3}$ ),  $E_g$  és l'energia del gap i  $k$  és la constant de Boltzmann ( $k = 1,38 \cdot 10^{-23} J/(atom \cdot K) = 8,62 \cdot 10^{-5} eV/(atom \cdot K)$ ) i  $T$  és la temperatura en K. El terme  $E_g$  correspon a l'energia que han de saltar els electrons, per tant, com més gran és l'energia del gap, menor és la densitat de portadors. Per altra banda,  $kT$  és l'energia associada a la temperatura, com més elevada és la temperatura més electrons salten de la banda de valència a la banda de conducció.



**Figura 48.** Dependència de la conductivitat amb la temperatura en un semiconductor intrínsec.

Pel que fa la variació de la conductivitat, tenim dues contribucions,

$$\sigma = ne\mu_e + pe\mu_p$$

Per una banda, la densitat de portadors,  $n$  i  $p$ , augmenta amb la temperatura. Per altra banda, tal com hem vist al tema anterior, la mobilitat dels portadors,  $\mu_e$  i  $\mu_p$ , disminueix com a conseqüència dels augments dels xocs dels electrons amb els ions de la xarxa. De tota manera, la variació de la mobilitat és pràcticament lineal, és a dir, molt més suau que la variació exponencial de la densitat dels portadors. Per tant, i al contrari que els conductors, el que s'observa en els semiconductors és un augment exponencial de la conductivitat amb la temperatura (vegeu el gràfic):

$$\sigma = \sigma_0 e^{-E_g/2kT}$$

On  $\sigma_0$  és una constant característica del material (unitats  $(\Omega \cdot m)^{-1}$ ).

**Exemple.** A temperatura ambient (25 °C) la conductivitat del germani intrínsec és  $2,2 (\Omega \cdot m)^{-1}$ . Quina serà la conductivitat a 150 °C?

$$\sigma = \sigma_0 e^{-E_g/2kT}$$

Primer, obtindrem  $\sigma_0$  de la relació anterior, tenint en compte que

$$E_g = 0,67 \text{ eV}$$

$$\sigma_0 = \frac{\sigma}{e^{-E_g/2kT}} = \frac{2,2 (\Omega \cdot m)^{-1}}{\exp\left(-\frac{0,67 \text{ eV}}{2,8,62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K} \cdot 298 \text{ K}}\right)} = 1,014 \times 10^6 (\Omega \cdot m)^{-1}$$

I ara a 150 °C (423 K)

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_0 e^{-E_g/2kT} = 1,014 \times 10^6 \exp\left[-\frac{0,67 \text{ eV}}{2,8,62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K} \cdot 423 \text{ K}}\right] (\Omega \cdot m)^{-1} = \\ &= 103,8 (\Omega \cdot m)^{-1} \end{aligned}$$

## Semiconductor extrínsec

A la Figura 49 es representa de forma esquemàtica l'evolució de la densitat de forats per un semiconductor extrínsec de tipus  $n$ . A temperatures baixes, la major part dels electrons són aportats per la impuresa donadora de forma que el semiconductor té un comportament extrínsec. A mesura que augmenta la temperatura, el nombre d'electrons dels estats donadors que són excitats augmenta, de manera que hi ha un augment exponencial del nombre d'electrons a la banda de conducció. Quan s'arriba a temperatura ambient, pràcticament tots els electrons de la impuresa donadora han passat a la banda de conducció. El semiconductor extrínsec ha assolit la saturació; encara que s'augmenti la temperatura, el nombre de càrregues lliures roman aproximadament constant. Si seguim augmentant la temperatura, cada cop hi ha més electrons de la banda de valència que són excitats fins a la banda de conducció, per tant, a partir d'una certa temperatura, el nombre d'electrons aportats pel semiconductor intrínsec supera els de la impuresa donadora; a partir d'aquest punt el semiconductor passa d'un comportament extrínsec a un comportament intrínsec i segueix la mateixa evolució que hem descrit a l'apartat anterior.

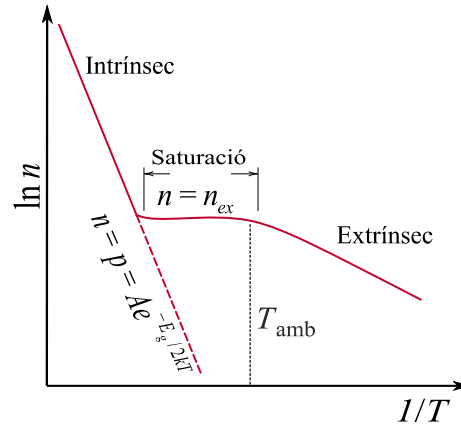


Figura 49. Dependència de la conductivitat amb la temperatura en un semiconductor extrínsec.

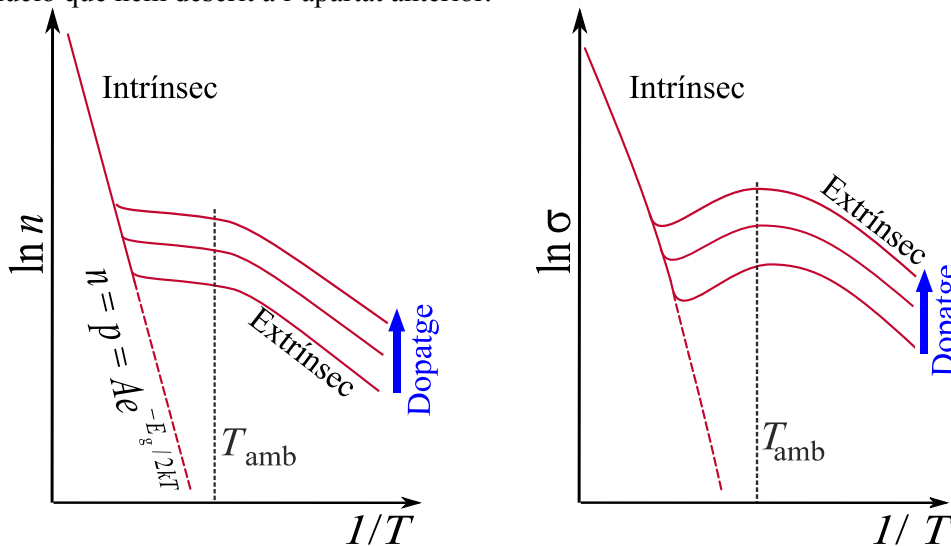


Figura 50. Dependència de la conductivitat amb la temperatura amb diferents dopatges.

A la Figura 50 es representa la variació de la densitat de portadors i de la conductivitat (escala log- $1/T$ ) respecte de la temperatura pel silici intrínsec i per dos silicis extrínsecs. Podem observar que la densitat de portadors segueix l'esquema anterior. La transició d'extrínsec a intrínsec té lloc a temperatura superior per al material dopat amb un major nombre d'impureses. Pel que fa la conductivitat, s'observa que aquesta augmenta amb la temperatura, excepte per una petita regió al voltant de la transició d'extrínsec a intrínsec, on es veu una lleugera disminució. Aquesta disminució és deguda a la saturació del conductor extrínsec, quan s'assoleix la saturació en augmentar la temperatura no s'aconsegueix augmentar la densitat de portadors, de manera que la conductivitat ve controlada per la suau disminució de la mobilitat amb la temperatura.

*Exemple.* A temperatura ambient (25 °C) la conductivitat del silici intrínsec és  $4 \cdot 10^{-4} (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$ . Es vol un semiconductor tipus *n* que tingui una conductivitat de  $150 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$ . Quina impuresa cal utilitzar? Quina ha de ser la concentració d'aquesta impuresa? Suposeu que la mobilitat dels electrons en el semiconductor extrínsec és la mateixa que en el conductor intrínsec.

La impuresa ha de ser donadora, grup VA: N, P, Ar, Sb.

A temperatura ambient,

$$\sigma = n e \mu_e \Rightarrow n = \frac{\sigma}{e \mu_e} = \frac{150 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}}{1,602 \times 10^{-19} \cdot 0,14 \text{ m}^2/(\text{V} \cdot \text{s})} = 6,7 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$$

Per altra banda, el nombre d'electrons lliures serà aproximadament igual al nombre d'electrons aportats per les impureses donadores. A més, a temperatura ambient cada àtom donador aporta un electró,

$$N_{at,d} \approx n = 6,7 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$$

La densitat d'àtoms del silici és

$$N_{at,Si} = 2,33 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{1 \text{ mol}}{28,08 \text{ g}} \cdot \frac{6,02 \times 10^{23} \text{ àtoms}}{1 \text{ mol}} = 4,995 \times 10^{22} \text{ àtoms/cm}^3 \approx 5,0 \times 10^{28} \text{ àtoms/m}^3$$

Així doncs, la concentració de donadors en tant per cent at és

$$c = \frac{N_{at,d}}{N_{at,Si} + N_{at,d}} \times 100 = 1,34 \times 10^{-5} \% \text{ at}$$

## Dependència de la conductivitat amb els defectes de l'estructura cristal·lina

Un defecte a l'estructura cristal·lina implica que els electrons dels àtoms que formen els defectes no participen per formar les bandes d'energia com ho fan els àtoms que formen part de l'estructura regular del cristall. Aquests àtoms que no estan en posicions de la xarxa ordenada poden ser deguts a defectes puntuals (intersticials, vacants), lineals (dislocacions) i, el que és molt important, àtoms en superfícies. En els semiconductors policristal·lins apareixen més nivells dintre del gap pels àtoms que es troben a les vores de gra.

Tots aquests estats introduïts pels defectes comporten estats energètics que no estan controlats. Per aquesta raó les oblees de silici creixen en unes condicions tan particulars. Es pretén tenir silici monocristal·lí (sense fronteres de gra), sense impureses i sense defectes cristal·lins.

## Díode de junció

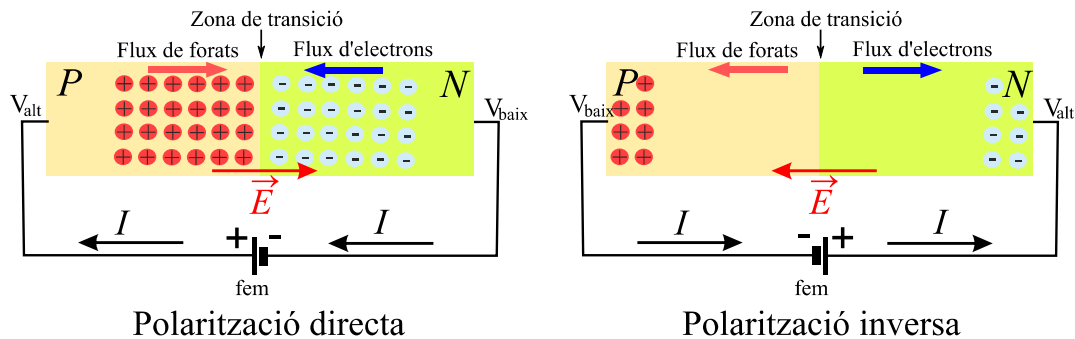
Les propietats particulars dels semiconductors els fan idonis per fabricar dispositius electrònics. Els seus principals avantatges són la possibilitat de construir dispositius microscòpics, baix consum i elevada velocitat de resposta.

El dispositiu més senzill és el *díode de junció*. Aquest dispositiu només permet la circulació del corrent en una direcció, per aquesta raó es fa servir per a la construcció de circuits rectificadors. El díode es construeix amb un monocristall de silici, en el qual una meitat ha estat dopada tipus *n* i l'altra tipus *p*. El dispositiu es construeix d'una peça i no unint un semiconductor tipus *n* a un tipus *p* perquè la presència d'una superfície en el punt d'unió degradaria notablement les prestacions del dispositiu. A més, es fa servir un monocristall per evitar la presència de vores de gra que també disminuirien notablement el rendiment (aquestes condicions són les emprades en la construcció de tots els circuits integrats).

En un semiconductor en equilibri es compleix que

$$n \times p = n_{eq}^2 = n_{\infty}^2 \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right)$$

Quan per alguna raó hi ha un excés de portadors,  $n \times p > n_{eq}^2$ , la resposta del material és tornar a l'equilibri mitjançant la recombinació de portadors, és a dir, un electró i un forat recombinen alliberant energia (la recombinació és el pas d'un electró de la banda de conducció a la de valència). Per altra banda, si hi ha una mancança de portadors,  $n \times p < n_{eq}^2$ , el sistema reacciona generant portadors. La diferència més important entre els processos de recombinació i generació és que mentre que el primer allibera energia, el segon necessita que s'aporti energia (generalment tèrmica) perquè es pugui produir. Per aquesta raó el procés de recombinació és molt més ràpid que el de generació.



**Figura 51.** Representació esquemàtica del funcionament del díode de junció per polarització directa i inversa.

Quan connectem una força electromotriu (fem), de manera que s'aplica un potencial alt al semiconductor *p* i un potencial baix al semiconductor *n* (*polarització directa*), apareix un camp elèctric dirigit del semiconductor *p* al semiconductor *n*. El resultat és que els forats es mouen cap al semiconductor *n* mentre que els electrons es mouen cap al semiconductor *p*. Això provoca que els electrons i els forats es trobin a la zona al voltant de la junció, que s'anomena *zona de transició*. Aquest moviment de càrregues només és compatible si els portadors que arriben desapareixen. Com que la recombinació és molt eficient, els portadors que arriben són eliminats i això permet que es puguin continuar injectant electrons al semiconductor *n* i que es puguin seguir extraient electrons del semiconductor *p* (és a dir, injectant forats), per tant, el que s'aconsegueix és mantenir un corrent amb una baixa resistivitat.

En canvi, si invertim la polaritat (*polarització inversa*), el moviment de forats i electrons és l'oposat i la zona de transició es buida de portadors. El corrent està limitat per la generació de portadors. Com que la generació és molt més lenta, obtindrem un corrent elèctric molt feble.

### Estructura de la zona de transició

Quan no s'aplica cap tensió a la junció (junció no polaritzada), a la zona de transició els forats que per difusió arriben a la zona *N* i els electrons que arriben a la zona *P* es recombinen i s'aniquilen. Com a resultat, en aquesta zona  $n, p \rightarrow 0$ . Això fa que les impureses donadores (zona *N*) i acceptadores (zona *P*) quedin ionitzades i, per tant, es produirà una redistribució de càrrega que crearà un camp elèctric que anirà dirigit de la zona *N* a la *P*. La diferència de potencial associada a aquest potencial és  $V_{bi}$ .

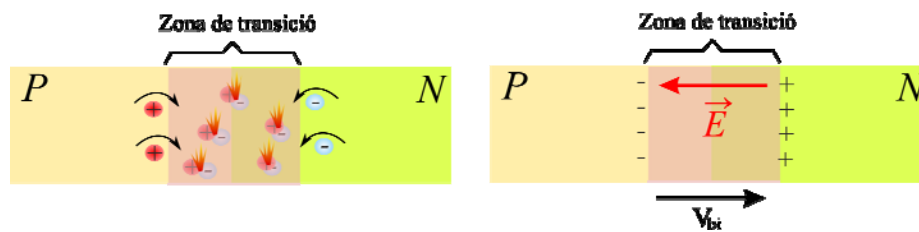


Figura 52. Diferència de potencial a la zona de transició.

Aquest camp elèctric evita que els electrons i forats de les zones veïnes entrin per difusió dins de la zona de transició. Com a resultat el corrent elèctric és nul, s'assoleix l'equilibri i la recombinació i generació neta de portadors és nul·la.

Quan la junció es polaritza en directe, el potencial exterior té un sentit oposat a  $V_{bi}$  de manera que s'aconsegueix injectar portadors a la zona de transició. Una fracció dels portadors recombinen a la zona de transició i la resta en zones veïnes. Quan  $V \geq V_{bi}$ , la zona on la densitat de portadors és nul·la desapareix i la tensió addicional cau al llarg del material on es compleix la llei d'Ohm,

$$I = \frac{V - V_{bi}}{R}$$

On  $R$  és la resistència òhmica de la junció.

Quan la junció es polaritza en inversa, la tensió aplicada se superposa a  $V_{bi}$  de manera que la zona on la densitat de portadors és nul·la creix. El corrent,  $I_R$ , serà igual al ritme en què es generen portadors en aquesta zona.

### Díodes PN emissors de llum (LED)

Les recombinacions entre electrons i forats a la zona de transició van acompanyades de l'alliberament d'energia. Quan aquesta energia s'emet en forma de fotó (llum), el díode

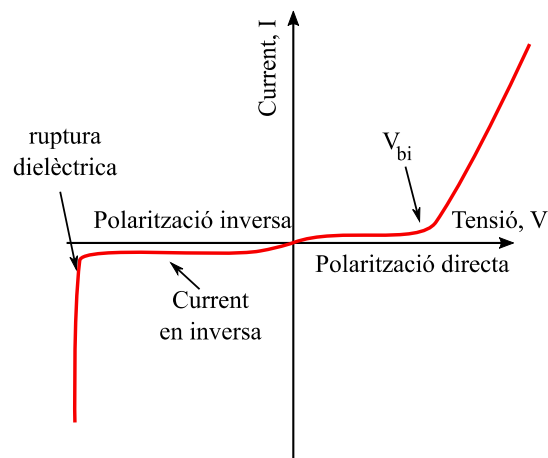


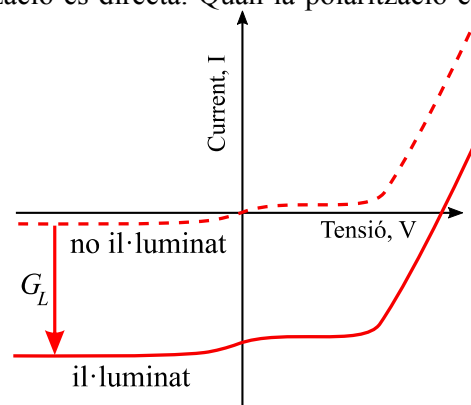
Figura 53. Resposta intensitat-diferència de potencial per a un díode de junció.



es pot utilitzar com a emissor de llum. L'energia del fotó serà semblant a la del gap. La intensitat serà proporcional al nombre de recombinacions, per tant, és proporcional al corrent que circula en la junció quan la polarització és directa. Quan la polarització és en inversa, a la zona de transició no hi ha recombinació sinó generació de portadors i, per tant, no hi haurà emissió de llum.

### Díodes fotodetectors i cèl·lules fotovoltaïques

Quan il·luminem una junció  $PN$  amb fotons d'energia superior al gap,  $E_g$ , introduïm un mecanisme de generació de portadors. Si a la zona de transició generem  $G_L$  portadors per unitat de temps, llavors els corrents en directe i en inversa es veuen afectats, tal com s'il·lustra a la corba  $I(V)$  de la Figura 54. D'aquesta manera s'aconsegueix convertir llum en energia elèctrica.



**Figura 54.** Corba  $I(V)$  d'un díode de junció il·luminat i no il·luminat.

Observeu que quan està il·luminat i el corrent és zero existeix una diferència de potencial que és la força electromotriu (fem) de la cèl·lula fotovoltaïca.

Un fotodetector treballa en polarització inversa per tal d'aconseguir una elevada sensibilitat. En canvi, les cèl·lules fotovoltaïques treballen amb polaritzacions properes a  $V_{bi}$ .

### Resum de conceptes

$E_g < 2,5 \text{ eV} \rightarrow$  existeixen càrregues lliures a temperatura ambient.

*Semiconductor intrínsec:* propietats associades a l'estructura del material pur.

*Semiconductor extrínsec* propietats elèctriques determinades per les impureses.

Forats: vacants deixades pels electrons que han saltat a la banda de conducció.

Conductivitat: suma de les contribucions dels electrons lliures i forats,

$$\sigma = ne\mu_e + pe\mu_p$$

En un semiconductor intrínsec hi ha tants electrons lliures com forats,  $n = p$ .

La conductivitat es controla a través de la densitat de portadors mitjançant l'addició de quantitats controlades d'impureses, anomenades dopants (semiconductor extrínsec).

En un semiconductor tipus  $n$  els portadors de càrrega són els electrons,  $\sigma = ne\mu_e$

En un semiconductor tipus  $p$  els portadors de càrrega són els forats  $\sigma = pe\mu_p$

En els semiconductors la conductivitat augmenta amb la temperatura.

## 7. Propietats elèctriques de les ceràmiques i els polímers

### Objectius:

Concepte de *materials dielèctrics*  
Concepte de *polarització* i tipus de polarització  
Concepte de *ruptura dielèctrica*  
Aplicacions dels materials dielèctrics  
Polímers conductors  
Conducció iònica

### Materials dielèctrics

Els materials no conductors s'anomenen *dielèctrics*. Els dielèctrics es caracteritzen per tenir la banda de valència plena, la de conducció buida i entremig hi ha un gap l'energia del qual és significativament més gran que l'energia tèrmica dels electrons, de manera que la densitat de portadors és pràcticament nul·la. En general, materials d'enllaç covalent i iònic són dielèctrics.

Quan un material dielèctric s'ubica en una zona on existeix un camp elèctric,  $E_{ext}$ , s'observa que el camp a l'interior del material s'afebleix,

$$E = \frac{E_{ext}}{\epsilon_r}, \quad E < E_{ext} \Rightarrow \epsilon_r > 1$$

$\epsilon_r$  és la permitivitat relativa del medi, és una constant que depèn del material i és un paràmetre adimensional. La permitivitat relativa del medi també es coneix com la constant dielèctrica i se simbolitza amb la lletra  $\kappa$  ( $\kappa \equiv \epsilon_r$ ).

**Taula 8.** Propietats elèctriques de diversos dielèctrics.

Material	Constant dielèctrica, $\kappa$	Ruptura dielèctrica (V/m)
Oli de transformador	2,24	$12 \cdot 10^6$
Aire	1,00059	$3 \cdot 10^6$
Baquelita	4,9	$24 \cdot 10^6$
Esteatita	5,5-7,5	$(8-14) \cdot 10^6$
Mica	5,4	$(40-100) \cdot 10^6$
Neoprè	6,9	$12 \cdot 10^6$
Paper	3,7	$16 \cdot 10^6$
Parafina	2,1-2,5	$10 \cdot 10^6$
Plexiglàs	3,4	$40 \cdot 10^6$
Poliestirè	2,6	$(20-30) \cdot 10^6$
Porcellana	6	$(2-16) \cdot 10^6$
Vidre (Pyrex)	5,6	$14 \cdot 10^6$
Vidre (sodicocàlcic)	6,9	$10 \cdot 10^6$
Sílice fosa	4,0	$10 \cdot 10^6$
Polietilè	2,3	$(18-20) \cdot 10^6$
Niló	4	$16 \cdot 10^6$
Fenol-formaldehid	5,3	$(12-16) \cdot 10^6$

La resposta del material també es pot caracteritzar amb la permitivitat del medi,  $\epsilon$ , que té unitats de  $C^2/(N \cdot m^2)$ . La relació entre els dos paràmetres és

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

on  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} C^2/(N \cdot m^2)$  és la permitivitat del buit. La permitivitat del buit està directament relacionada amb la constant de Coulomb,  $k$ :

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

## Polarització

La disminució del camp elèctric a l'interior del material és deguda a la presència d'un camp elèctric creat pel material. Aquest camp elèctric el crea una distribució de càrrega induïda per la presència del camp exterior anomenada *polarització*. Atès que no hi ha càrregues lliures en els dielèctrics, l'origen de la polarització no està en el desplaçament de càrrega sinó en l'orientació de *dipols elèctrics*.

Un dipol elèctric consisteix en dues càrregues d'igual magnitud,  $q$ , signe oposat i separades una distància  $r$ . El *moment dipolar* associat al dipol elèctric es defineix com

$$\vec{p} \equiv q\vec{r}$$

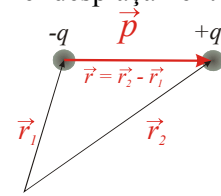


Figura 55. Esquema d'un dipol elèctric.

En presència d'un camp elèctric, els dipols elèctrics experimenten un parell de forces que tenen com a resultat l'orientació del dipol paral·lel al camp elèctric.

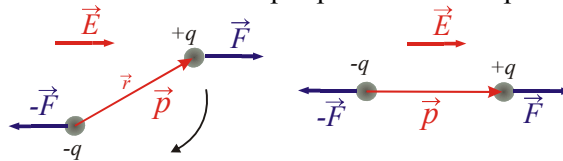


Figura 56. Orientació dels dipols elèctrics en presència d'un camp elèctric.

En el cas d'un material dielèctric, la presència d'un camp elèctric exterior,  $E_{ext}$ , produeix l'orientació dels dipols del material. Aquest alineament dels dipols del material té com a resultat l'aparició d'una distribució de càrrega a la superfície. A l'interior del material les càrregues de dipols adjacents es cancel·len mútuament de manera que la contribució al camp elèctric total és nul·la. La polarització del material,  $\vec{P}$ , és el moment dipolar per unitat de volum i és igual a la densitat de càrrega (càrrega/superfície) associada a l'orientació dels dipols.

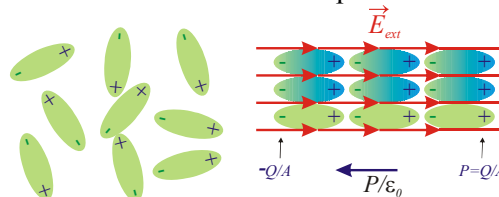


Figura 57. Distribució de càrrega superficial deguda a la orientació dels dipols elèctrics.

Per altra banda, sabem de l'electrostàtica que el camp elèctric creat per aquesta distribució de càrrega és  $\vec{P}/\epsilon_0$ , i que la seva direcció apunta de les càrregues positives a les negatives. És a dir, el resultat és l'aparició d'un camp elèctric creat pel material i que s'oposa al camp exterior, de manera que el camp total dins del material s'afebleix,

$$\vec{E} = \vec{E}_{ext} + \vec{P} / \epsilon_0 \Rightarrow E = E_{ext} - P / \epsilon_0$$

Si tenim en compte que

$$E = \frac{E_{ext}}{\epsilon_r}$$

podem calcular la polarització induïda pel camp exterior,

$$P = \epsilon_0 \left( 1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right) E_{ext} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) E$$

Per tant, la polarització és proporcional al camp exterior; a més, com més gran sigui la permeabilitat relativa,  $\epsilon_r$ , més gran serà la polarització i més afeblit quedarà el camp dins del dielèctric.

## Tipus de polarització

La polarització és deguda a l'orientació dels dipols permanents o induïts per la presència d'un camp elèctric exterior. Hi ha tres possibles fonts per a l'aparició de la polarització: electrònica, iònica i orientació.

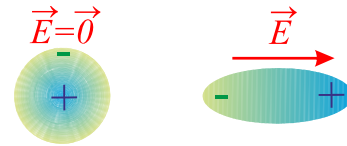


Figura 58. Polarització electrònica.

### Polarització electrònica

Aquesta polarització està, en major o menor grau, sempre present en els àtoms. És el resultat del desplaçament, del núvol d'electrons (càrrega negativa)

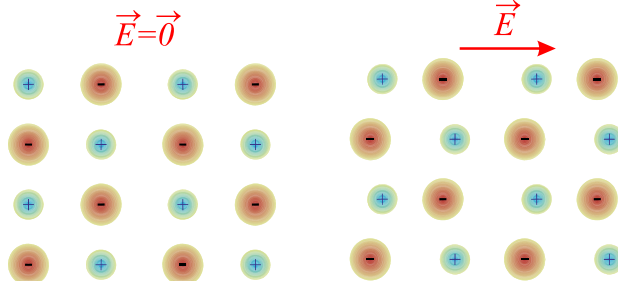


Figura 59. Polarització iònica.

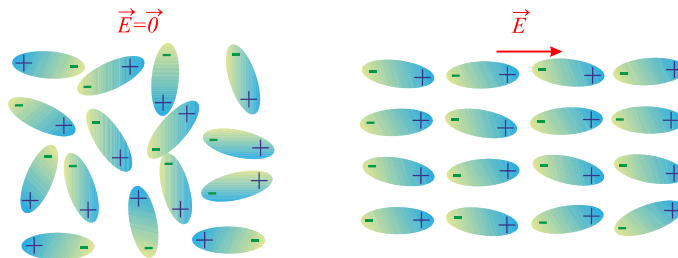
respecte del nucli (càrrega positiva) de l'àtom provocat pel camp elèctric extern. Aquest tipus de polarització només existeix quan hi ha un camp elèctric extern.

### Polarització iònica

Aquesta polarització només es dona en materials iònics. Quan s'aplica un camp elèctric extern, els cations (carregats positivament) es desplacen en la direcció del camp elèctric, mentre que els anions ho fan en la direcció oposada

### Orientació de la polarització

Aquest tercer tipus es dona en aquelles substàncies que tenen moments dipolars permanents. La polarització és el resultat de l'orientació dels dipols en la direcció del



camp elèctric exterior. Les **Figura 60. Orientació dels dipols permanents.**

vibracions tèrmiques tendeixen a contrarestar aquesta tendència a l'alineament, de manera que en absència d'un camp elèctric exterior l'orientació és aleatòria i la polarització nul·la.

És possible que més d'un tipus de polarització contribueixi a la polarització total del material, de manera que la polarització total és la suma de les contribucions dels diferents tipus de polarització.

## Ruptura dielèctrica

Els materials dielèctrics es tornen sobtadament bons conductors quan s'aplica un camp elèctric molt intens. Aquest fenomen s'anomena *ruptura dielèctrica*. En el cas dels gasos, l'aplicació d'un camp elèctric accelera els ions i aquests xoquen contra altres molècules. Si el camp és prou intens, els ions accelerats pel camp elèctric aconseguen prou energia cinètica per ionitzar la molècula i com a resultat del xoc es forma un ió nou. El resultat és un efecte d'allau que provoca l'aparició sobtada de molts portadors de càrrega (ions) de manera que el material passa d'aïllant a conductor de forma sobtada quan se supera un valor llindar del camp elèctric. Per exemple, per l'aire aquest camp límit és aproximadament de  $3 \cdot 10^6$  V/m, en les tempestes els llamps es produeixen quan té lloc la ruptura dielèctrica de l'atmosfera. L'efecte sobtat del canvi de conductivitat de l'aire quan es produeix la ruptura dielèctrica és la causa de la violència dels llamps.

En el cas dels materials sòlids, quan el camp elèctric és prou intens com per superar el gap, una elevada quantitat d'electrons passa de la banda de valència a la banda de conducció. Com a conseqüència, la conductivitat dels materials aïllants augmenta molt de forma sobtada. Aquest augment sobtat de la conductivitat té com a conseqüència la generació d'un corrent elèctric molt intens, i això pot comportar fusions o descomposicions locals del material.

*Exemple.* La capacitat d'un condensador ve donada per l'expressió  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ , on

$C$  és la capacitat (en unitats del S.I., faradays, F),  $A$  és l'àrea de les plaques i  $d$  la separació de les plaques. Per altra banda, el camp elèctric creat per les càrregues acumulades a les plaques conductores és  $E = V/d$ , on  $V$  és la diferència de potencial entre les plaques.

Un condensador té una àrea  $A = 6,45 \cdot 10^{-4}$  m<sup>2</sup> i una separació  $d = 2 \cdot 10^{-3}$  m. Si el condensador es connecta a una fem de 10 V:

- Calculeu-ne la capacitat si entre les plaques hi ha aire.
- Calculeu-ne la capacitat si entre les plaques hi ha una làmina de porcellana.
- Quina és la polarització induïda a l'interior de la porcellana?

Es pot aconseguir augmentar la capacitat d'un condensador reduint la distància entre plaques?

- Quina és la capacitat màxima que es pot assolir reduint aquesta separació?

$$a) C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = 1,8,85 \times 10^{-12} \frac{6,45 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-3}} = 2,85 \times 10^{-12} \text{ F} = 2,85 \text{ pF}$$

$$b) C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} = 6,8,85 \times 10^{-12} \frac{6,45 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-3}} = 1,71 \times 10^{-11} \text{ F} = 17,1 \text{ pF}$$

c) El camp exterior és el creat per les càrregues que es troben a la superfície del conductor:

$$E_{ext} = \frac{V}{d} = \frac{10\text{ V}}{2 \times 10^{-3}\text{ m}} = 5 \times 10^3 \text{ V/m}$$

Lavors la polarització és

$$P = \epsilon_0 \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right) E_{ext} = 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \left(1 - \frac{1}{6.0}\right) 5 \times 10^3 \frac{\text{J}}{\text{C} \cdot \text{m}} =$$

$$= 3,69 \times 10^{-8} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$$

e) Quan  $d \downarrow$   $E \uparrow$ , llavors el límit el determina la ruptura dielèctrica, que per seguretat triarem,  $E_{m\grave{a}x} = 2 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ .

$$d_{\min} = \frac{V}{E_{m\grave{a}x}} = \frac{10\text{ V}}{2 \times 10^6 \text{ V/m}} = 5 \times 10^{-6} \text{ m}$$

$$C_{m\grave{a}x} = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d_{\min}} = 6,8,85 \times 10^{-12} \frac{6,45 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-6}} = 6,85 \times 10^{-9} \text{ F} = 6,85 \text{ nF}$$

## Materials dielèctrics

Diversos polímers i ceràmiques s'utilitzen com a materials aïllants o en condensadors, per exemple els vidres, la porcellana, la mica o l'esteatita<sup>7</sup> tenen constants dielèctriques altes (entre 6 i 10). A més, aquests materials tenen una baixa dilatació i una bona resistència mecànica. Les aplicacions típiques són aïllants de línies de corrent i suports per endolls, interruptors i portalàmpades. L'òxid de titani (TiO<sub>2</sub>) o les ceràmiques de titani, com per exemple el titanat de bari (BaTiO<sub>3</sub>), es poden dissenyar de manera que poden assolir elevades constants dielèctriques; aquests materials es fan servir en la fabricació de condensadors.

El valor de la constant dielèctrica per la majoria dels polímers és inferior en general a la de les ceràmiques (típicament els valors estan entre 2 i 5). Els polímers s'utilitzen per als aïllaments de cables conductors, motors, generadors i, de vegades, per a condensadors.

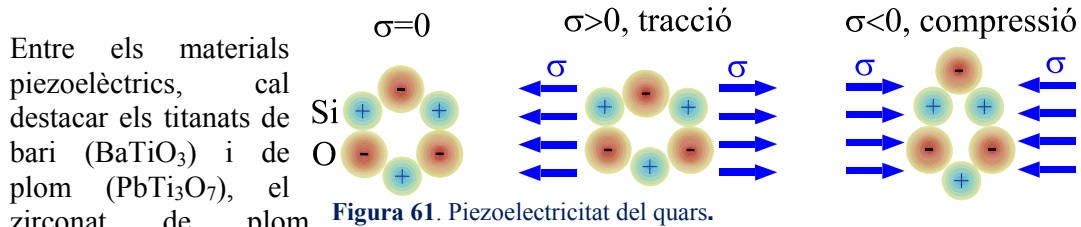
## Piezoelèctricitat

Una propietat excepcional que presenten unes poques ceràmiques és la *piezoelèctricitat*; quan s'aplica una pressió sobre el material s'indueix una polarització i apareix un camp elèctric creat pel material. A més, quan s'inverteix el sentit de la tensió aplicada (de tracció a compressió o viceversa) la polarització canvia de sentit. Per altra banda, quan s'aplica un camp elèctric, aquest genera una tensió mecànica. Els canvis dimensionals associats a la polarització provoquen la deformació mecànica en el material.

Els piezoelèctrics s'utilitzen en la fabricació de transductors (dispositius que transformen senyal elèctric en tensions mecàniques i viceversa) i com a detectors de

<sup>7</sup> Mineral de talc; H<sub>2</sub>Mg<sub>3</sub>(SiO<sub>3</sub>)<sub>4</sub> o Mg<sub>3</sub>Si<sub>4</sub>O<sub>10</sub>(OH)<sub>2</sub>.

deformacions. Algunes aplicacions comunes són micròfons, altaveus d'aguts i auriculars, generadors d'ultrasons, mesuradors de tensions i detectors de sonars. Una altra aplicació és com a estabilitzador de freqüència en oscil·ladors elèctrics (sintonitzadors de ràdio, rellotges). Per a aquestes aplicacions generalment es fa servir un cristall de quars. Quan s'aplica una tensió alterna a un cristall de quars es genera una ona de pressió que viatja a través del cristall. Si la freqüència de l'oscil·lació elèctrica coincideix amb la freqüència de ressonància mecànica del cristall, llavors es produirà un fenomen de ressonància. Com que el factor de qualitat de ressonància mecànica és molt més elevada que l'elèctrica del circuit, el resultat és que el circuit se sincronitzarà a la freqüència de ressonància mecànica del cristall. El principal inconvenient d'aquest dispositiu és que els canvis de temperatura alteren les dimensions del material per dilatació, fet que varia la freqüència de ressonància mecànica.



( $\text{PbZrO}_3$ ), el fosfat dihidrogen d'amoni ( $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$ ) i el quars. Aquesta propietat està associada a l'estructura cristal·lina d'aquests materials, que és complexa i es caracteritza per una baixa simetria.

## Ferroelectricitat

Els materials ferroelèctrics es caracteritzen per tenir polarització espontània, és a dir, estan polaritzats en absència d'un camp elèctric exterior. Un dels materials ferroelèctrics més coneguts és el titanat de bari. Aquest material té polarització permanent associada als desplaçaments dels ions de  $\text{O}^{2-}$  i  $\text{Ti}^{4+}$  respecte de la seva posició de simetria.

A la Figura 62 s'observa com els ions de  $\text{Ti}^{4+}$  estan lleugerament desplaçats cap amunt mentre que els de  $\text{O}^{2-}$  estan lleugerament desplaçats cap avall. En conseqüència existeix un moment dipolar permanent associat a cada cel·la cristal·lina.

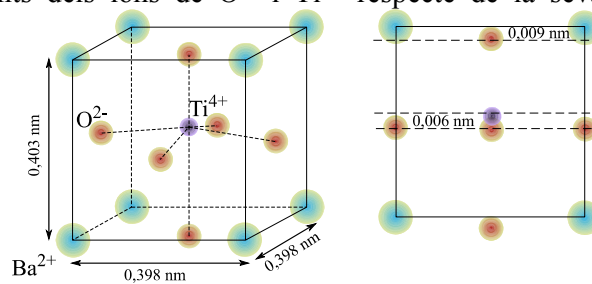


Figura 62. Ferroelectricitat del  $\text{BaTiO}_3$ .

Quan el material s'escalfa per sobre de la seva temperatura de Curie ferroelèctrica ( $120^\circ\text{C}$ ), l'estructura cristal·lina canvia i el comportament ferroelèctric desapareix.

La polarització espontània sorgeix de les interaccions entre els moments dipolars veïns. Per exemple, en el titanat de bari, els moments dipolars de les cel·les són paral·lels. Altres materials que presenten ferroelectricitat són el tartrat de potassi i sodi ( $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ ), el fosfat dihidrogen de potassi ( $\text{KH}_2\text{PO}_4$ ), el niobat de potassi ( $\text{KNbO}_3$ ) i el titanat-zirconat de plom ( $\text{Pb}[\text{ZrO}_3, \text{TiO}_3]$ ). Els materials ferroelèctrics tenen constants dielèctriques extremament grans per camps elèctrics petits (per exemple, la constant dielèctrica del  $\text{BaTiO}_3$  pot arribar a ser 5.000). Per aquesta raó es fan servir aquests materials per a la fabricació de condensadors petits.

## Conductivitat dels polímers

La majoria dels polímers són aïllants ja que els enllaços són covalents; l'estructura de bandes d'energia és la d'una banda de conducció separada per un ampli gap de la banda de valència i, per tant, la densitat d'electrons lliures és molt baixa. No obstant això, hi ha un grup de polímers que tenen elevades conductivitats. El mecanisme de la conducció elèctrica en aquests materials no és del tot clar, encara que l'origen de la conducció és electrònica.

S'entén que la conducció té lloc per la superposició d'orbitals al llarg de les cadenes polimèriques. Perquè els polímers siguin conductors cal dopar-los. A diferència dels semiconductors, en els polímers els dopants no substitueixen els àtoms del polímer. Aquests dopants aporten nous nivells d'energia que se superposen amb les bandes de valència o conducció. Així apareixen bandes d'energia parcialment ocupades de manera que a temperatura ambient tenim elevades quantitats de portadors lliures. A més, si durant el procés de fabricació s'orienten les cadenes polimèriques s'assoleix una màxima conductivitat en la direcció de les cadenes.

Durant els darrers anys s'han desenvolupat polímers que tenen conductivitats similars a les dels conductors. De fet, s'han assolit conductivitats de l'ordre d' $1,5 \cdot 10^7 (\Omega \cdot m)^{-1}$ ; pel mateix pes de material, la resistència d'un polímer conductor pot ser dues vegades inferior a la resistència del coure. Els principals polímers conductors són: poliacetilè, poliparafenilè, polipirrol i polianilina.

Aquests polímers s'utilitzen en aplicacions on es necessiten conductors lleugers i flexibles. Per exemple, es fan servir en la fabricació dels elèctrodes de les piles recarregables, cablejat de components aeroespacials, capes antiestàtiques per a teixits, blindatges electromagnètics i dispositius electrònics.

## Conducció iònica

Els materials iònics són aïllants a temperatura ambient, però a temperatures elevades alguns materials ceràmics poden tenir conductivitats tan elevades com les dels semiconductors.

La conducció iònica depèn de la presència de vacants en l'estructura. En absència de camp elèctric i a causa de l'agitació tèrmica, els ions ocupen una vacant i en deixen una altra a la posició antiga. Quan s'aplica un camp elèctric els ions tenen tendència a moure's segons el camp i ocupen les vacants que troben. Aquest moviment es pot descriure com si les vacants es desplaçessin en sentit oposat.

La conducció iònica es veu afavorida per:

- Augment de la temperatura, atès que augmenta la mobilitat dels ions.
- Ions amb poca càrrega elèctrica (la interacció electrostàtica que cal vèncer per tal de poder-se desplaçar serà més petita).
- Mida petita.



- Perfecció de la xarxa cristal·lina. Si no hi ha defectes el moviment dels ions trobarà menys obstacles; fins i tot algunes estructures presenten canals per on es mouen fàcilment els ions.
- Elevada densitat de vacants.

Perquè l'ió es mogui d'una posició a una altra cal que superi una barrera d'energia,  $E_j$ . Llavors la densitat de corrent iònic s'expressa com

$$J = C \frac{n_V}{N} \exp\left(-\frac{E_j}{kT}\right) \bar{E}$$

on  $C$  és una constant que depèn del material,  $n_V$  és el nombre de vacants,  $N$  el nombre total d'àtoms,  $k$  és la constant de Boltzmann ( $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/(atom·K) =  $8,62 \cdot 10^{-5}$  eV/(atom·K)) i  $T$  és la temperatura en K. D'aquesta relació, es pot veure que la conductivitat augmenta exponencialment amb la temperatura.

## Resum de conceptes

El camp elèctric a l'interior d'un dielèctric s'afebleix,  $E = \frac{E_{ext}}{\epsilon_r}$ ,  $E < E_{ext} \Rightarrow \epsilon_r > 1$

$\epsilon_r$  és la permitivitat relativa del medi.

Permitivitat del medi,  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ .

*Dipol elèctric*: dues càrregues d'igual magnitud, signe oposat i separades una certa distància.

*Polarització*: distribució de càrrega induïda per la presència del camp exterior. L'origen de la polarització és l'orientació de dipols elèctrics:

$$P = \epsilon_0 \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right) E_{ext}$$

Fonts per a l'aparició de la polarització: electrònica, iònica i orientació.

*Ruptura dielèctrica*: els materials dielèctrics es tornen sobtadament bons conductors quan s'aplica un camp elèctric intens.

*Piezoelèctricitat*: quan s'aplica una pressió sobre el material s'indueix una polarització i apareix un camp elèctric creat pel material. D'altra banda, quan s'aplica un camp elèctric, aquest genera una tensió mecànica.

Materials ferroelèctrics: polarització espontània, constants dielèctriques molt grans.

La majoria dels polímers són aïllants. No obstant això, hi ha polímers amb conductivitats similars a les dels metalls.

Els materials iònics són aïllants a temperatura ambient, però alguns materials ceràmics poden tenir conductivitats tan elevades com les dels semiconductors a temperatures elevades.

## Qüestions del bloc II

1. Per un conductor de 10 m de longitud i resistència  $0,2 \Omega$  circula un corrent de 5 A: a) quina és la diferència de potencial als extrems del fil conductor?; b) Quin és el camp elèctric a l'interior del conductor?

*Solució.* a) 1V; b) 0,1 V/m.

2. El tercer carril (portador de corrent) d'una via de metro està fet d'un acer amb baix contingut de carboni (ferro) de  $55 \text{ cm}^2$  de secció. Quina és la resistència elèctrica de 10 km de via?

*Solució.*  $0,182 \Omega$ .

3. Quin temps triga un electró a desplaçar-se de la bateria del cotxe fins al motor d'engegada? Dades: la longitud del cable conductor que uneix el motor amb la bateria és d'1 m de longitud i la velocitat de desplaçament dels electrons és  $3,5 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$ .

*Solució.* 7,9 h.

4. Calculeu la velocitat de desplaçament dels electrons en el germani a temperatura ambient quan s'aplica un camp elèctric de 1000 V/m. En aquestes condicions, quan temps trigaran els electrons a recórrer una distància de 25 mm.

*Solució.* 380 m/s;  $6,6 \cdot 10^{-5} \text{ s}$ .

5. Un semiconductor tipus *n* té una concentració de portadors de  $3 \cdot 10^{18} \text{ m}^{-3}$ . La velocitat de desplaçament dels electrons és 100 m/s quan el camp elèctric és de 500 V/m. Calculeu la conductivitat d'aquest material.

*Solució.*  $0,096 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$ .

6. A temperatura ambient la conductivitat elèctrica i la mobilitat del coure són  $6,0 \cdot 10^7 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$  i  $0,0030 \text{ m}^2/\text{V} \cdot \text{s}$  respectivament. a) Calculeu el nombre d'electrons lliures per metre cúbic del coure a temperatura ambient; b) Quin és el nombre d'electrons lliures per àtom de coure? Dades: la densitat del coure és  $8,93 \text{ g/cm}^3$  i la massa atòmica 63,5 g.

*Solució.* a)  $1,25 \cdot 10^{29} \text{ m}^{-3}$ ; b) 1,47.

7. Per un cable conductor de coure de calibre 10 (secció  $5,261 \text{ mm}^2$ ) circula un corrent de 20 A. Si cada àtom té un electró lliure, quina és la velocitat de desplaçament dels electrons? Dades: la densitat del coure és  $8,93 \text{ g/cm}^3$  i la massa atòmica 63,5 g.

*Solució.* 2,80 mm/s.

8. Un cable de nicrom ( $\rho = 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$ ) té un radi de 0,65 mm. Quina és la longitud de cable necessari per obtenir una resistència de  $2 \Omega$ ?

*Solució.* 2,65 m.

9. A una barra de secció quadrada de carbó ( $\rho = 3,5 \cdot 10^{-5} \Omega \cdot m$ ) de 3,0 cm de longitud i 0,5 cm de costat se li aplica una diferència de potencial de 8,4 V. a) Quina és la resistència del bloc?; b) Quin és el corrent en aquesta resistència?

*Solució.* a) 0,042  $\Omega$ ; b) 200 A.

10. Quina és la densitat de portadors de la plata ( $\rho = 10,5 \text{ g/cm}^3$ ) i de l'or ( $\rho = 19,3 \text{ g/cm}^3$ ), suposant que hi ha un electró lliure per cada àtom. Dades: massa molecular de la plata 107,87 UMA i massa molecular de l'or 196,97 UMA.

*Solució.*  $5,86 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ ;  $5,90 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ .

11. Un cable de coure de 100 m de longitud té una caiguda de potencial d'1,5 V quan hi circula un corrent de 2,5 A. Quin és el diàmetre del fil? Pel mateix corrent, quina seria la caiguda de tensió si el cable se substituís per un cable de coure amb el doble de diàmetre?

*Solució.* 1,9 mm.

12. Calculeu la resistència d'un cable de coure de 3 mm de diàmetre i 2 m de longitud. Quina és la intensitat de corrent si als extrems del fil hi ha una caiguda de tensió de 0,05 V? Quina és la densitat de corrent? Quina és la magnitud del camp elèctric?

*Solució.*  $4,8 \times 10^{-3} \Omega$ ; 10,4 A;  $1,5 \times 10^6 \text{ A/m}^2$ ; 0,025 V/m.

13. A quina temperatura serà la resistència d'un cable de coure un 10 % superior respecte a la seva resistència a 20 °C? Dades: el coeficient lineal de variació de la resistència del coure és  $\alpha = 6,63 \times 10^{-11} (\Omega \cdot m/K)$ .

*Solució.* 45,6 °C.

14 Una torradora té una resistència calefactora feta de nicrom;  $\rho(20 \text{ °C}) = 10^{-6} \Omega \cdot m$  i  $\alpha = 4,0 \times 10^{-10} (\Omega \cdot m/K)$ . La seva resistència és de 80  $\Omega$  a 20 °C. La connectem a una diferència de potencial 230 V. Si quan assoleix una temperatura estacionària el corrent que circula és de 2,5 A, quina és aquesta temperatura?

*Solució.* 400 °C.

15 La resistivitat del tungstè varia de forma lineal de  $\rho(293 \text{ K}) = 56 \times 10^{-9} \Omega \cdot m$  a  $\rho(3.500 \text{ K}) = 1,1 \times 10^{-6} \Omega \cdot m$ . Calculeu: a) la resistència; b) el diàmetre del filament de tungstè emprat en la fabricació d'una bombeta de 40 W i 230 V. Dades: la temperatura de funcionament de la bombeta és de 2.500 K, i la longitud del filament és d'1,15 cm.

*Solució.* a) 1320  $\Omega$ ; b) 1,5  $\mu\text{m}$ .

16. Un aliatge 95Pt-5Ni té una resistivitat de  $2,35 \times 10^{-7} \Omega \cdot m$  a temperatura ambient (25 °C). Calculeu la composició d'un aliatge Pt-Ni que té una resistivitat d' $1,75 \times 10^{-7} \Omega \cdot m$  a temperatura ambient. Dades: ambdós aliatges formen una solució sòlida.

*Solució.* 2,3 % de pes de Ni.

17. Un bronze d'estany té una composició d'un 92 % de coure i un 8 % d'estany i conté dues fases a temperatura ambient, una fase  $\alpha$  que pràcticament és coure pur, i una fase  $\epsilon$  que conté un 37 % d'estany. Calculeu la conductivitat a temperatura ambient d'aquest aliatge. Dades: fase  $\alpha$ , resistivitat  $1,88 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$  i densitat  $8,94 \text{ g/cm}^3$ ; fase  $\epsilon$ , resistivitat  $5,32 \times 10^{-7} \Omega \cdot m$  i densitat  $8,25 \text{ g/cm}^3$ .

*Solució.*  $7,3 \times 10^6 (\Omega \cdot m)^{-1}$ .

18. S'afegeix fòsfor a silici pur de manera que s'assoleix una densitat de portadors de  $10^{23} \text{ m}^{-3}$ . Quin tipus de semiconductor és? Calculeu a temperatura ambient la conductivitat del material. Nota: suposeu que la mobilitat dels portadors és la mateixa que la del semiconductor intrínsec.

*Solució.*  $2240 (\Omega \cdot m)^{-1}$ .

19 La conductivitat a temperatura ambient d'una peça de silici és de  $10^3 (\Omega \cdot m)^{-1}$ . La concentració de forats és d' $1,0 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$ . A partir de les dades tabulades de les mobilitats dels forats i els electrons en el silici, determineu la concentració d'electrons. De quin tipus de semiconductor es tracta, tipus  $n$ ,  $p$  o intrínsec?

*Solució.*  $8,9 \times 10^{21} \text{ m}^{-3}$ .

20. Es dopa germani pur amb Sb amb una concentració de  $5,0 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ . Si a temperatura ambient existeix un portador de càrrega per cada àtom de Sb, és un semiconductor tipus  $p$  o  $n$ ? Calculeu la conductivitat elèctrica. Dades: la mobilitat dels electrons i dels forats és 0,1 i  $0,05 \text{ m}^2/\text{V} \cdot \text{s}$  respectivament.

*Solució.*  $800 (\Omega \cdot m)^{-1}$ .

21. Volem obtenir silici extrínsec tipus  $p$  amb una conductivitat a temperatura ambient de  $220 (\Omega \cdot m)^{-1}$ . Quin tipus d'impuresa em d'utilitzar? Indica la concentració d'aquesta impuresa en % at.

*Solució.* Acceptora, grup IIIA,  $5,5 \cdot 10^{-5} \%$  at.

22. Les conductivitats elèctriques d'un semiconductor intrínsec a  $20^\circ \text{C}$  i  $100^\circ \text{C}$  són  $1,0 (\Omega \cdot m)^{-1}$  i  $500 (\Omega \cdot m)^{-1}$  respectivament. Determineu l'energia del gap d'aquest material.

*Solució.*  $1,46 \text{ eV/at}$ .

23. Les conductivitats elèctriques d'un semiconductor intrínsec a  $450 \text{ K}$  i  $550 \text{ K}$  són  $0,12 (\Omega \cdot m)^{-1}$  i  $2,25 (\Omega \cdot m)^{-1}$ . a) Determineu l'energia del gap d'aquest material en eV. b) Quina és la conductivitat elèctrica a  $27^\circ \text{C}$ ?

*Solució.* a)  $1,25 \text{ eV/at}$ ; b)  $3,79 \times 10^{-5} (\Omega \cdot m)^{-1}$ .

24. La polarització  $P$  d'un material dielèctric situat a l'interior d'un condensador és d' $1,0 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$  quan s'aplica una diferència de potencial de  $50 \text{ V}$ . Determineu a) el camp a l'interior del condensador, i b) la constant dielèctrica. Dades: separació entre plaques,  $1 \text{ mm}$ .

*Solució.* a)  $5,0 \times 10^4$  V/m; b) 3,26.

25. Un condensador de plaques paral·leles està format per unes plaques conductores d'àrea  $100 \text{ cm}^2$  separades una distància d'1 mm. a) Quina és la seva capacitat? b) Si en l'espai entre els conductors es col·loca una làmina de plexiglàs, quina és la seva capacitat?

*Solució.* a) 88,5 pF; b) 301 pF.

26. Un condensador es construeix col·locant una làmina de polietilè ( $\kappa = 2,3$ ) entre dues fulles d'alumini. L'àrea de les fulles és  $400 \text{ cm}^2$  i la separació és de 0,3 mm. Quina és la capacitat?

*Solució.* 2,71 nF.

27. Es vol construir un condensador de capacitat  $0,1 \mu\text{F}$  amb un dielèctric de constant dielèctrica  $\kappa = 24$  i ruptura dielèctrica  $4 \times 10^7$  V/m. Si es vol que aquest condensador sigui capaç de resistir 2.000 V, a) quina ha de ser la separació entre plaques? b) Quina ha de ser l'àrea de les plaques?

*Solució.* a)  $50 \mu\text{m}$ ; b)  $2,35 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ .

\*\*\*

28. Quines són les diferències pel que fa l'estructura dels nivells d'energia entre un àtom aïllat i un sòlid?

29. A partir de la teoria de bandes, expliqueu les diferències pel que fa a la conductivitat elèctrica entre aïllants, semiconductors i conductors.

30. Un metall és un bon conductor perquè la seva banda de valència està: a) completament plena; b) plena, però hi ha un petit salt entre ella i la banda de conducció; c) parcialment plena; d) buida; e) cap de les afirmacions anteriors és correcta.

31. Indica com varia la conductivitat (+, - o =):

- Si intrínsec quan augmentem T:

- Cu pur quan augmentem T:

- Cu quan li afegim Ni:

- Si quan li afegim P:

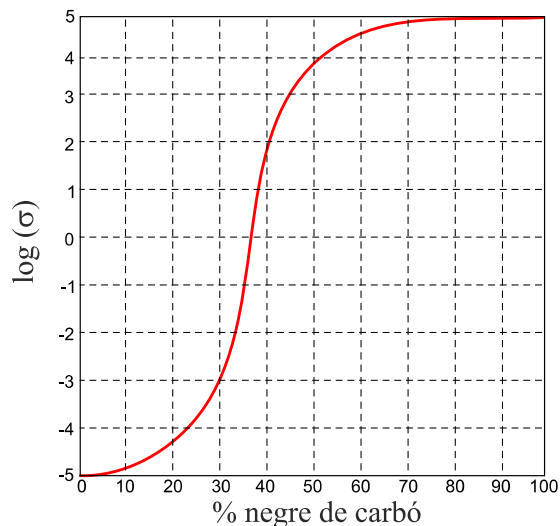
32. Dos cables del mateix material i de la mateixa longitud tenen diàmetres  $d$  i  $2d$  respectivament. Si el primer té una resistència  $R$ , quant val la resistència del segon?

33. En un metall, a quins valors de la temperatura esperaríeu una màxima conductivitat? I en una ceràmica?

34. Quan es refreda el coure de 300 K a 4 K, per quina raó la seva disminució relativa de la resistència és molt superior a la disminució relativa de la resistència del llautó en les mateixes condicions?

35. Per què la conductivitat de l'acer és inferior a la del ferro pur?

36. Cert o fals: en els aliatges la conductivitat disminueix quan augmenta la concentració de solut.
37. En el silici intrínsec la conductivitat està associada als electrons i als forats, mentre que en el silici extrínsec tipus  $n$  la principal aportació a la conductivitat prové només dels electrons. A temperatura ambient, quin dels dos materials presenta una conductivitat més gran?
38. Quin és el valor que esperaries de la conductivitat d'un semiconductor intrínsec a 0 K? I la conductivitat d'un semiconductor extrínsec?
39. Un semiconductor dopat pot presentar un comportament intrínsec? Raoneu la resposta.
40. Cert o fals, la conductivitat més elevada dels materials conductors és deguda a que la seva mobilitat electrònica és superior. Justifica la resposta.
41. Dopem dos semiconductor de Ge amb àtoms de P. En el primer s'implanten  $10^{15}$  àtoms/m<sup>3</sup> i en el segon  $10^{16}$  àtoms/m<sup>3</sup>. Què en podeu dir de les conductivitats relatives a: a) temperatura ambient, b) temperatura elevada.
42. Per quina raó millora la conductivitat d'una junció  $pn$  quan s'absorbeix un fotó?
43. Per què la junció  $pn$  té una resposta tan diferent quan es polaritza en directe i en inversa?
44. Si comparem un díode de Si amb un de Ge, quin dels dos donarà un corrent amb polarització inversa més gran? Justifica la resposta.
45. Per què els dispositius electrònics deixen de funcionar a temperatures elevades?
46. Cert o fals: si introduïm un dielèctric entre les plaques d'un condensador la seva capacitat augmenta.
47. Descriu breument els tres tipus de polarització dels materials dielèctrics.
48. Expliqueu la evolució, il·lustrada a la Figura 63, de la conductivitat elèctrica d'un plàstic en funció de la concentració de negre de carbó (material produït per la combustió incompleta dels productes derivats del petroli; és una forma de carboni amorf amb una alta relació superfície/volum).



**Figura 63.** Conductivitat d'un plàstic en funció del negre de carbó

### ***III Superconductivitat***

## 8. Materials superconductors

### Objectius:

Concepte de *resistència nul·la* i *diamagnetisme perfecte*

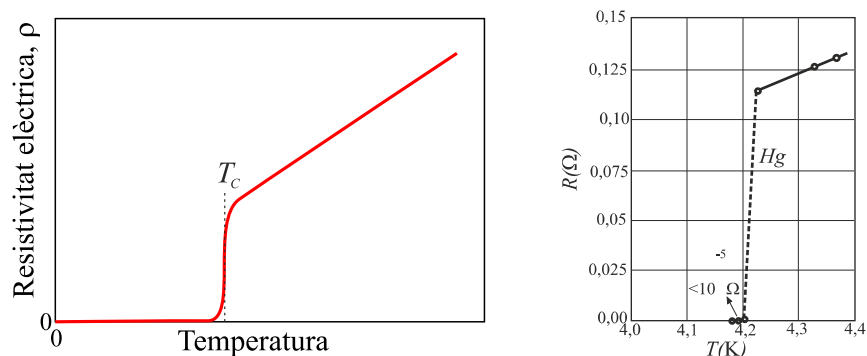
Efecte Meissner-Ochsenfeld

Conceptes de *camp magnètic crític*, *densitat de corrent crítica* i *temperatura crítica*

La superconductivitat és un fenomen totalment quàntic a escala macroscòpica. De fet, és una manifestació de la naturalesa d'ona de la matèria. Per aquesta raó és molt difícil d'entendre l'origen de la superconductivitat. No obstant això, ens podem familiaritzar amb la superconductivitat a través de les propietats especials dels materials superconductors.

### Resistència elèctrica nul·la; temperatura crítica

El fenomen de la superconductivitat comporta la total desaparició de la resistència elèctrica del material per sota d'una temperatura anomenada *temperatura crítica*,  $T_C$ . Aquesta temperatura crítica pot ser molt baixa, normalment és molt propera al zero absolut.



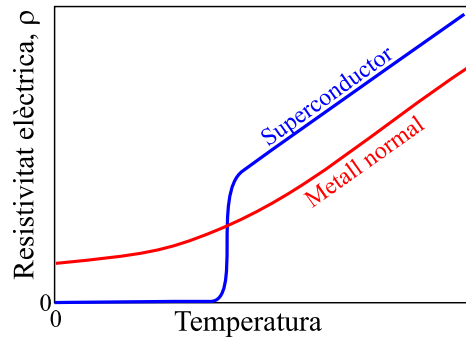
**Figura 64.** Evolució de la resistivitat amb la temperatura per un superconductor (a la dreta el cas particular del mercuri).

Així doncs, un superconductor és un conductor perfecte. Per aquesta raó, un cop s'ha establert un corrent elèctric en un superconductor, aquest és manté indefinidament, o més ben dit, és manté un temps que a la pràctica és infinit; mesures precises del decaïment del corrent en una bobina superconductora han donat un temps de decaïment de prop de centenars de milers d'anys. Per aquesta raó, actualment es fan servir bobines superconductores per generar camps magnètics.

El fenomen de la superconductivitat el va descobrir el físic holandès Heike Kamerlingh Onnes el 1911. Kamerlingh va ser el primer a liquidar l'heli (punt d'ebullició 4,2 K); això li va permetre estudiar la conductivitat dels metalls a molt baixa temperatura. Kamerlingh va observar que en el cas del mercuri es produïa una caiguda sobtada de la resistivitat fins a zero. De fet, Kamerlingh no només va constatar la caiguda sobtada de la resistivitat sinó que aquesta era realment nul·la; va observar la presència d'un corrent elèctric en absència d'una força electromotriu.



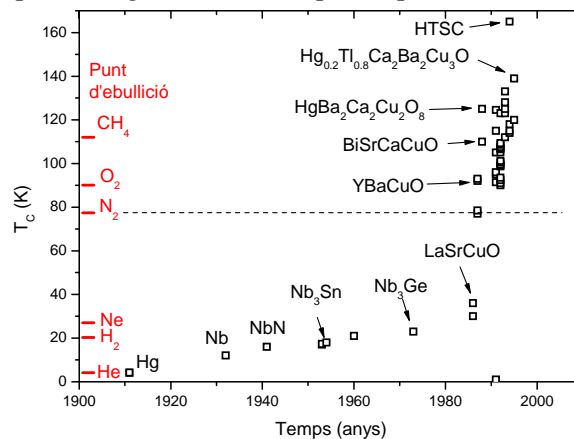
La superconductivitat no es pot explicar simplement com un efecte de la disminució de les vibracions tèrmiques que dispersen els electrons i que són les responsables de la resistència en els metalls. Per exemple, en el cas del coure la resistivitat pot arribar a disminuir en un factor 1.000 des de la temperatura ambient fins a la temperatura d'ebullició de l'heli (4,2 K). Però aquesta disminució és suau. En teoria, la resistivitat seria nul·la a 0 K. La realitat, però, és una altra; la resistivitat nul·la a 0 K només és possible per un cristall perfecte, sense defectes ni impureses. Els materials reals tenen imperfeccions de manera que a 0 K la resistència no és nul·la. De fet, s'ha mesurat la resistivitat del coure a temperatures de l'ordre de  $10^{-9}$  K i no és nul·la ( $\sim 0,02 \cdot 10^{-9} \Omega \cdot m$ ).



**Figura 65.** Evolució de la resistivitat amb la temperatura per un superconductor i un conductor normal.

Per tant, el fenomen observat per Kamerlingh no es pot explicar “simplement” com la desaparició de la dispersió provocada pel refredament del material. De fet, a 4,2 K existeix agitació tèrmica i, per tant, en un material normal hi haurà una certa resistència al pas del corrent. Per altra banda, no hi ha cap canvi en l'estructura del material al voltant de la temperatura crítica.

La superconductivitat no és un fenomen excepcional: dels 92 elements de la taula periòdica, 68 són metalls dels quals 26 són superconductors. Altres materials esdevenen superconductors quan s'aplica una pressió suficientment gran, com és el silici. D'altra banda, els metalls ferromagnètics no són superconductors (Fe, Ni, Co). Tampoc no ho són els alcalins (Na, K...); i el que és més sorprenent, tampoc no ho són els metalls nobles (Cu, Ag i Au), que són els millors conductors a temperatura ambient. És a dir, que els pitjors conductors són els millors superconductors. A banda dels metalls, s'ha trobat aliatges, compostos orgànics i ceràmiques superconductores.



**Figura 66.** Evolució de la temperatura crítica.

A la Figura 66 es mostra l'evolució de la temperatura crítica pels nous materials superconductors. Des d'un punt de vista tecnològic la superació del punt d'ebullició del nitrogen (77,36 K) marca la separació entre els superconductors de baixa i alta temperatura. El relativament baix cost de refrigeració amb  $N_2$  líquid fa viable l'ús dels materials superconductors. És a dir, la superconductivitat no és un fenomen excepcional, el que sí és particular és la temperatura crítica, que sol ser extremament baixa.

## Efecte Meissner-Ochsenfeld

Un superconductor és un material diamagnètic perfecte. Quan un material superconductor, per exemple el Sn, es col·loca en una zona on hi ha un camp magnètic estàtic (que no varia amb el temps) i el material es troba a una temperatura superior a  $T_C$  (comportament resistiu normal), el camp magnètic a l'interior és pràcticament el mateix que el camp magnètic a l'exterior. Quan refredem la mostra per sota  $T_C$ , el material esdevé superconductor i s'observa que el camp magnètic a l'interior és nul, és a dir, el flux magnètic és expulsat a l'exterior. Aquest fenomen és reversible (si tornem a escalfar el material desapareix l'efecte) i es coneix com l'*efecte Meissner-Ochsenfeld* en honor als seus descobridors. Aquest efecte provoca que el superconductor sigui repel·lit per un camp magnètic intens, de manera que un imant permanent pot levitar al damunt d'un superconductor. Aquesta levitació magnètica s'aplica als trens bala com un sistema de lliscament sense fricció.

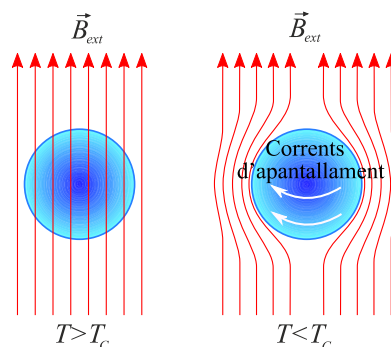


Figura 67. Fenomen del diamagnetisme.



Figura 68. Levitació d'un imant damunt d'un superconductor. Aplicació de la levitació magnètica en el tren bala.

El camp magnètic a l'interior del superconductor és nul atès que apareixen uns corrents a la seva superfície que creen un camp magnètic igual però de signe oposat, de manera que el camp total a l'interior és nul. Perquè passi això, la resistivitat ha de ser nul·la. En un material amb resistivitat no nul·la, aquests corrents generarien calor per efecte Joule, per tant, cal un subministrament d'energia. La llei de Faraday estableix que el camp magnètic genera energia quan el flux del camp magnètic és variable. Ara bé, tal com hem dit al principi, el camp magnètic és estàtic, per tant, no hi ha cap aportació d'energia i no se'n pot dissipar (per conservació de l'energia); així doncs, la resistència ha de ser nul·la. Un material diamagnètic perfecte és un superconductor, l'invers no és cert sempre.

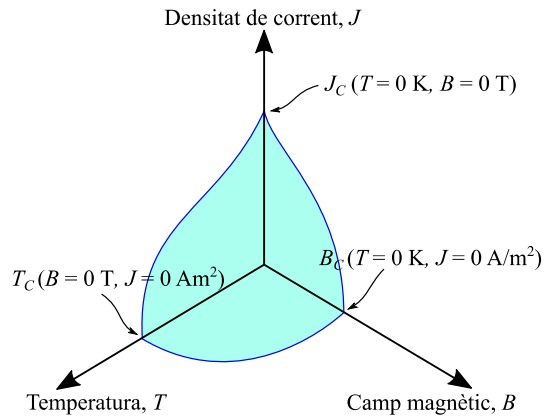
## Origen de la superconductivitat

Aquest comportament es pot explicar a través d'un "estat superconductor" resultat de les interaccions atractives entre parells d'electrons lliures. Des del seu descobriment van anar sorgint models per explicar la superconductivitat. No va ser fins l'any 1957 que es va desenvolupar una teoria satisfactòria: BCS (Bardeen, Cooper i Schiefler). La superconductivitat s'explica a partir de la interacció entre parells d'electrons i la xarxa cristal·lina. A baixa temperatura, l'agitació tèrmica dels ions de la xarxa és molt petita. Quan un electró es mou fa que la xarxa cristal·lina tingui una certa vibració associada a l'atracció dels cations de càrrega positiva envers els electrons. Aquest moviment dels

ions afecta un altre electró, de manera que queden aparellats. El moviment d'aquests parells d'electrons es coordina de manera que la dispersió provocada per les vibracions tèrmiques dels ions i de les impureses desapareix. Així, la resistència elèctrica és nul·la. Aquest acoblament entre parells d'electrons és el resultat de la naturalesa ondulatoria de la matèria i, per tant, es tracta d'un fenomen totalment quàntic.

## Superconductors tipus I

Encara que elèctricament tots els semiconductors es caracteritzen per una resistència elèctrica nul·la, el seu comportament magnètic és molt diferent. D'aquesta manera podem classificar els superconductors en dos grups: tipus I i II. Els superconductors tipus I són materials diamagnètics perfectes (experimenten l'efecte Meissner-Ochsenfeld que acabem de descriure). Quan el camp magnètic exterior creix, l'energia de l'estat superconductor també creix. Si l'energia de l'estat superconductor supera l'energia de l'estat normal del material, l'estat superconductor deixa de ser estable i el material passa a l'estat conductiu normal. El camp magnètic pel qual el material deixa de ser superconductor es coneix amb el nom de *camp magnètic crític*,  $B_C$ . El camp magnètic crític depèn de la temperatura: com més baixa és la temperatura, més estable és l'estat superconductor respecte de l'estat normal (és més gran la diferència d'energia entre els dos estats) i, per tant, serà més gran la magnitud del *camp magnètic crític*,  $B_C$ . La presència d'un corrent elèctric també augmenta l'energia de l'estat superconductor, de manera que per una temperatura donada i un camp magnètic exterior existeix una *densitat de corrent crítica*,  $J_C$ , que és la màxima densitat de corrent que pot circular en l'estat superconductor. A la Figura 69 es representa esquemàticament la zona dels paràmetres on existeix l'estat superconductor en funció del camp magnètic exterior,  $B$ , la densitat de corrent,  $J$ , i la temperatura,  $T$ . A la taula s'indiquen les temperatures i els camps magnètics crítics d'alguns materials.



**Figura 69.** Zona d'existència de l'estat superconductor.

**Taula 9.** Temperatura i camp magnètic crític de diversos superconductors.

Material	$T_C$ (K)	$B_C$ a 0 K (T)
	<b>Elements</b>	
Tungstè	0,02	0,0001
Titani	0,40	0,0056
Alumini	1,18	0,0105
Estany	3,72	0,0305
Mercuri	4,15	0,0411
Plom	7,19	0,0803
	<b>Compostos i aliatges</b>	
Nb-Ti	10,2	12 ( $B_{C2}$ )
Nb-Zr	10,8	11 ( $B_{C2}$ )
PbMo <sub>6</sub> S <sub>8</sub>	14,0	45 ( $B_{C2}$ )
V <sub>3</sub> Ga	16,5	22 ( $B_{C2}$ )
Nb <sub>3</sub> Sn	18,3	22 ( $B_{C2}$ )
Nb <sub>3</sub> Al	18,9	32 ( $B_{C2}$ )
Nb <sub>3</sub> Ge	23,0	30 ( $B_{C2}$ )
	<b>Compostos ceràmics</b>	
YBa <sub>2</sub> Cu <sub>3</sub> O <sub>7</sub>	92	> 100 ( $B_{C2}$ )

$\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$	110	> 100 ( $B_{C2}$ )
$\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$	125	> 100 ( $B_{C2}$ )
$\text{Hg}_2\text{Ba}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_2\text{O}_8$	153	> 100 ( $B_{C2}$ )

La principal aplicació dels superconductors tipus I és el transport de corrent elèctric. Actualment, s'utilitzen cables superconductors HTSC ( $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$  o  $\text{Pb}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ ) per línies d'alta tensió (20 kV i 100 A). Aquests cables són capaços de suportar una densitat de corrent de l'ordre de  $10^4$  a  $10^5$  A/cm<sup>2</sup>, a la temperatura d'ebullició del N<sub>2</sub> (en aquestes condicions  $B_C = 0,1$  T). L'avantatge principal d'aquests cables és la reducció d'emissions de CO<sub>2</sub> (eliminació de les pèrdues d'energia durant el transport) i el transport d'alta tensió en contínua (imprescindible per a línies soterrades).

## Superconductors tipus II

Els superconductors tipus II també són perfectament diamagnètics quan el camp magnètic exterior és feble. De tota manera, la transició de l'estat superconductor a l'estat normal no és sobtat, comença a partir d'un *valor crític inferior*  $B_{C1}$  i s'acaba per un *valor crític superior*  $B_{C2}$ . Quan el camp magnètic exterior és inferior a  $B_{C1}$  els superconductors tipus II experimenten l'efecte Meissner-Ochsenfeld. Quan el camp magnètic exterior supera el valor crític  $B_{C1}$  les línies de camp magnètic entren dins del material, ara bé en lloc d'omplir tot el material, el camp magnètic entra en forma de filaments o tubs. Com més gran és el camp exterior, més tubs es formen. Dins dels tubs el material es troba en el seu estat normal (resistència no nul·la); en canvi fora dels tubs el material es troba en l'estat superconductor. Quan el camp exterior assoleix el valor crític  $B_{C2}$  els tubs acaben per omplir tot l'espai, i per sobre del valor crític  $B_{C2}$  l'estat superconductor desapareix completament.  $B_{C2}$  és d'1 T a 100 T. La diferència entre els superconductors tipus I i II és el balanç energètic associat a la interfície entre l'estat normal i el superconductor. Conceptualment és similar al balanç energètic a la interfície líquid-sòlid que fa que alguns líquids mullin i altres no.

El camp magnètic crític limita la màxima capacitat de transport de corrent en un superconductor, és a dir, com més gran sigui el camp magnètic més gran serà la densitat de corrent crítica,  $J_C$ . La raó és que el corrent que transporta un superconductor genera el seu propi camp magnètic (Llei d'Ampere). Per tant, per a aplicacions de potència que requereixen grans corrents elèctrics, els superconductors tipus II ( $B_{C2} \approx 100$ T) són molt superiors als superconductors tipus I ( $B_C \approx 0,1$ T). No obstant això, hi ha un problema tècnic per als superconductors de tipus II; si circula un corrent a l'interior del superconductor apareixerà una força sobre el tub de camp magnètic que en provocarà el moviment. Per tant, tenim un flux de camp magnètic variable i segons la llei de Faraday apareixerà una diferència de potencial als extrems del tub, per tant, apareixerà un corrent que circularà a l'interior del tub. Com que a l'interior del tub el material està en el seu estat normal, llavors tenim dissipació d'energia. En els superconductors tipus II, es defineix el camp magnètic irreversible  $B^*$ , ( $B_{C1} < B^* < B_{C2}$ ) de manera que quan  $B < B^*$  no hi ha pèrdues d'energia associades al corrent dins dels tubs. A la pràctica, el corrent màxim dins d'un superconductor tipus II està limitat per  $B^*$ . El valor de  $B^*$  augmenta quan la temperatura disminueix, però a diferència del camp magnètic crític  $B^*$  depèn de l'estructura del material. En concret, introduint de forma controlada precipitats es pot dificultar la mobilitat dels tubs i, d'aquesta manera, que augmenti  $B^*$ . Concretament en superconductors de YBCO ( $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$ ) s'han assolit valors de  $B^* \approx 7$  T a 77 K.

## Aplicacions

Les principals aplicacions dels superconductors estan relacionades amb la generació, el transport i l'emmagatzematge d'energia elèctrica. La resistència nul·la i, per tant, l'absència de dissipació d'energia té un doble interès. D'una banda, els sistemes són més eficients i podem generar camps magnètics intensos a un cost baix, i de l'altra, permet uns dissenys més compactes atès que no necessiten grans superfícies per refrigerar el sistema.

Es fan servir electroimants compactes i molt intensos fets amb superconductors per confinar les partícules en els grans acceleradors de partícules i en els reactors de fusió (TOKAMAK). Actualment es fan servir superconductors per a la levitació dels trens bala. També es fan servir per al transport de grans quantitats d'energia elèctrica en forma de corrent continu de tensió relativament baix, que permet soterrar les línies (aproximadament un 5 % de l'energia produïda es perd durant el transport). També es fan servir per generar camps magnètics intensos dels equips de ressonància magnètica (que, entre altres coses, es fan servir per observar els teixits humans).

També es poden fer servir bobines superconductores per emmagatzemar energia elèctrica de manera neta (sense generar pol·lució). Per exemple, l'energia magnètica que es pot emmagatzemar en un espai d' $1 \text{ m}^3$  amb un camp magnètic de 50 T pot subministrar 1 kW de potència durant un mes. Una aplicació possible dels superconductors és la fabricació de commutadors per ordinadors; en teoria es poden aconseguir temps de commutació de l'ordre d' $1 \text{ ps}$  ( $10^{-12} \text{ s}$ ), que és mil vegades més ràpid que els temps assolits amb transistors. També s'estudia l'ús de superconductors per a les interconnexions en un xip de silici; l'absència de dissipació permet fer el disseny més compacte (es calcula que el nivell d'empaquetament que es pot assolir es pot comparar al del cervell humà).

Encara caldrà esperar uns quants anys perquè els dispositius basats en superconductors esdevinguin d'ús quotidià, i segurament encara queden per descobrir moltes noves aplicacions dels superconductors. Però és clar que la revolució tecnològica que aportaran els superconductors es pot comparar a la que va provocar la invenció del transistor.

## Resum de conceptes

*Superconductivitat*: total desaparició de la resistència elèctrica del material per sota de la *temperatura crítica*.

La frontera entre els superconductors de baixa i alta temperatura és el punt d'ebullició del nitrogen ( $77,36 \text{ K}$ ).

Un material diamagnètic perfecte és un superconductor, l'invers no sempre és cert.

*Efecte Meissner-Ochsenfeld*: quan un material superconductor es col·loca en una zona on hi ha un camp magnètic estàtic, el camp magnètic a l'interior és nul, és a dir, el flux magnètic és expulsat a l'exterior. Aquest fenomen és reversible.

Superconductors tipus I: canvi sobtat de superconductor a l'estat normal quan el camp magnètic supera al *camp magnètic crític*.

Superconductors tipus II: la transició de l'estat superconductor a l'estat normal comença a partir d'un *valor crític inferior*  $B_{C1}$  i s'acaba per un *valor crític superior*  $B_{C2}$ .

### **Qüestions del bloc III**

1. Per a un material superconductor a una temperatura  $T$  per sota de la temperatura crítica  $T_C$ , el camp magnètic crític  $B_C$  té la següent dependència amb la temperatura:

$$B_C(T) = B_C(0) \left( 1 - \frac{T^2}{T_C^2} \right),$$

on  $B_C(0)$  és el camp magnètic crític a 0 K. *a)* A partir de les dades de la taula, calculeu els camps magnètics crítics per a l'estany a 1,5 K i 2,5 K. *b)* Fins a quina temperatura l'estany és superconductor en presència d'un camp magnètic la intensitat del qual és de 20.000 A/m.

*Solució.* *a)* 0,0255 T, 0,0167 T; *b)* 1,56 K.

\*\*\*

2. Esmenteu les principals diferències entre els superconductors tipus I i II.
3. Descriuiu breument l'efecte Meissner-Ochsenfeld.
4. Cert o fals: l'efecte Meissner-Ochsenfeld només es dona en els superconductors tipus I.
5. Quin és l'origen de les limitacions dels superconductors tipus II? Com es poden millorar les prestacions d'aquests materials?
6. Per quina raó és important trobar superconductors que tinguin temperatures crítiques superiors als 77 K?

## 9. Bibliografía

- D. R. Askeland, *La ciencia e ingeniería de los materiales*, Iberoamericana.
- W. D. Callister, *Ciencia e ingeniería de los materiales*, Reverté. vol. 2.
- P.A Tipler, *Física para la ciencia y la tecnología*, Reverté. vol. 2.
- J. F. Shackelford, *Ciencia de materiales para ingenieros*, Prentice Hall.
- W. F. Smith, *Fundamentos de la ciencia e ingeniería de los materiales*, McGraw Hill.
- S. Blundell, *Superconductivity: A Very Short Introduction*, Oxford University Press (2009) ISBN 978-0-19-954090-7.

**A**  
antiferromagnetisme, 14

**B**  
banda de conducció, 32  
banda de valència, 32  
banda electrònica, 32  
bobina, 4

**C**  
Camp magnètic, 2  
camp magnètic crític, 72  
camp magnètic de saturació, 7  
camp magnètic romanent, 18  
capes electròniques, 30  
cèl·lules fotovoltaïques, 54  
cicle de histèresi, 18  
coercitivitat, 18  
conductivitat elèctrica, 36  
corba d'histèresi, 18  
corrents d'Eddy, 19  
corrents de Foucault, 19

**D**  
densitat de corrent crítica, 72, 73  
diamagnètic, 8  
**diamagnetisme**, 10  
dielèctrics, 55  
díode de junció, 52  
díodes fotodetectors, 54  
díodes PN emissors de llum, 53  
dípols elèctrics, 56  
dípols magnètics, 2  
dominis magnètics, 14, 16  
dopant donador, 47  
dopatge, 48

**E**  
efecte Meissner-Ochsenfeld, 71  
electrons de valència, 31  
electrons lliures, 32  
energia de Fermi, 32  
energia del gap, 33  
estats acceptors, 48  
estats donadors, 47

**F**  
ferrimagnetisme, 15  
ferroelectricitat, 60  
ferromagnètic, 8  
ferromagnetisme, 14  
forats, 33

**G**  
Galgues extensiomètriques, 43  
gap, 32

**H**  
histèresi magnètica, 18

**I**  
imantació, 6  
imantació de saturació, 7  
imantació permanent, 18  
intensitat magnètica, 6

**L**  
LEDs, 53

**M**  
magnetó de Bohr, 5, 12  
magneto-resistivitat, 22  
materials magnètics d'alta energia, 21  
materials magnètics durs, 20  
materials magnètics durs convencionals, 21  
materials magnètics tous, 19  
mobilitat electrònica, 37  
moment dipolar, 56  
*moment dipolar magnètic*, 2  
moment dipolar magnètic atòmic, 5  
**Moment magnètic atòmic**, 5

**N**  
nivells energètics, 30

**O**  
Orientació de la polarització, 57

**P**  
paramagnètic, 8  
paramagnetisme, 10  
parets de dominis, 17  
permeabilitat, 7  
permeabilitat del espai lliure, 4  
permeabilitat inicial, 17  
permeabilitat relativa, 8  
piezoelectricitat, 59  
polarització, 56  
polarització directa, 52  
Polarització electrònica, 57  
polarització inversa, 53  
Polarització iònica, 57  
pols magnètics, 2  
portadors de càrrega, 30  
principi d'exclusió de Pauli, 31  
producte d'energia, 21

**R**  
recuita de recuperació, 40  
regla de Thiessen, 38  
resistència elèctrica, 35  
resistivitat, 36  
ruptura dielèctrica, 58



## S

salt entre bandes, 32  
semiconductor extrínsec, 45, 46  
semiconductor intrínsec, 45  
semiconductor tipus *n*, 47  
semiconductor tipus *p*, 48  
susceptibilitat magnètica, 7

## T

temperatura crítica, 69

temperatura de Curie, 16  
temperatura de Néel, 16  
termistor, 42  
termoparell, 42

## V

varistor, 43  
velocitat de desplaçament, 37