

Treball final de màster

Estudi: Màster en Enginyeria Industrial

Títol: Optimització del carenat mòbil d'un motor tipus *open-rotor*

Document: Memòria i annexos

Alumne: Marc Trafach Avellaneda

Tutor: Dr. Dani Trias Mansilla

Departament: Enginyeria Mecànica i De la Construcció Industrial

Àrea: Enginyeria Mecànica

Convocatòria (mes/any) Juny/2015

ÍNDEX

1.	GLOSSARI	3
1.1.	Definicions	3
1.2.	Simbologia	4
2.	PROPOSTA	5
2.1.	Origen del projecte.....	5
2.2.	Motivació.....	5
2.3.	Requeriments previs	5
3.	INTRODUCCIÓ.....	6
3.1.	Objectius del projecte	6
3.2.	Abast.....	6
4.	OPEN-ROTOR	7
5.	DESCRIPCIÓ CARENAT MÒBIL.....	8
6.	MIDES D'UNA PEÇA DEL CARENAT MÒBIL	9
7.	MATERIALS DE DISSENY.....	10
7.1.	Material compòsit de resina epoxy i fibres de carboni.....	10
7.2.	Aliatge de titani Ti6Al4V	12
7.3.	Aliatge d'alumini 6061-T6	12
8.	COMPROVACIONS A REALITZAR.....	13
9.	METODOLOGIA.....	14
10.	GENERACIÓ DEL MODEL DE LA PEÇA AMB L'ANSYS WORKBENCH	14
10.1.	Mallat de la peça	14
10.2.	Condicions de contorn	19
10.2.1.	Desplaçament.....	19
10.2.2.	Simetria.	19
10.2.3.	Càrrega	20
10.2.4.	Massa dels cargols.....	21
11.	OPTIMITZACIÓ DE LA MASSA	23
11.1.	Divisió de la peça en zones.....	23
11.2.	Parametrització del gruix	24
11.3.	Superfície de resposta.....	24
11.4.	Obtenció del punt òptim de disseny	26
11.5.	Problema d'optimització simplificat	28

12. RESULTATS.....	29
12.1. Resultats peça d'alumini.	29
12.2. Resultats peça de titani.....	36
12.3. Resultats peça de fibra de carboni i resina epoxy.....	43
13. TAULA RESUM RESULTATS	51
14. PRESSUPOST	51
14.1. Carenat mòbil de titani.....	51
14.2. Carenat mòbil d'alumini.....	51
14.3. Carenat mòbil de material compòsit.....	52
15. CONCLUSIONS	53
16. BIBLIOGRAFIA	54
ANNEX A: Propietats dels materials.....	55
A.1 Propietats aliatge d'alumini 6061-T6.....	56
A.2 Propietats aliatge de titani Ti6Al4V.	56
A.3 Propietats làmina Epoxy-carbon UD 230GPa.....	56
ANNEX B: Criteris de fallada.....	57
B.1 CRITERIS DE FALLADA MATERIAL COMPÒSIT	58
B.1.1 Hashin 2-D.....	59
B.1.2 Puck.....	60
B.1.3 LaRC (Langley Research Center).....	62
B.2 ÍNDEX DE FALLADA ALUMINI I TITANI.....	66
ANNEX C: Anàlisi junta cargolada	67
C.1 COMPROVACIÓ SECCIÓ NETA PEÇA.....	68
C.2 COMPROVACIÓ FALLADA PER BEARING	69
C.3 COMPROVACIÓ RESISTÈNCIA CARGOL	69
ANNEX D: Verificació mallat.....	70
D.1 CÀLCUL COEFICIENTS D'AVALUACIÓ DEL MALLAT	71
D.1.1 Qualitat de l'element de mallat.....	71
ANNEX E: Mides peça.....	72
E.1 P1: PEÇA CARENAT MÒBIL MOTOR TIPUS <i>OPEN-ROTOR</i>	73
E.2 P3: DISTRIBUCIÓ DE ZONES I GRUIXOS	74

1. GLOSSARI

1.1. Definicions

Open-rotor: Motor d'aviació on les hèlix estan muntades fora de la carcassa de la turbina.

Cruise speed: Velocitat de rotació del motor en condicions normals de funcionament.

Red line speed: Velocitat màxima de rotació del motor dins unes condicions normals de funcionament.

Overspeed: Velocitat de rotació del motor en condicions extremes de funcionament.

ANSYS Workbench: Programa informàtic utilitzat per el càlcul i disseny mitjançant el mètode d'elements finits.

Rati Jacobià: Mesura de la desviació de la forma d'un element de mallat d'elements finits respecta la seva forma ideal.

Tensió de *bearing*: Tensió produïda en el contorn d'un forat degut a les reaccions d'un pern o cargol sobre part d'aquest contorn.

Tensió de secció neta: Tensió que es genera en la secció que resisteix els esforços perpendiculars a aquesta generats en les zones de fixació.

Material compòsit: material format per a dos o més elements que formen un únic material a nivell macroscòpic però que continuen separats.

Material isòtrop: material el qual les seves propietats mecàniques són iguals en els tres eixos.

ACP (*Ansys Composite PrepPost*): Mòdul del programa informàtic ANSYS Workbench per a la simulació del comportament de materials compòsits.

NLPQL (*Nonlinear Programming by Quadratic Lagrangian*): Mètode seqüencial de programació quadràtica d'optimització matemàtica desenvolupat per Klaus Schittkowski que soluciona problemes no lineals amb restriccions.

Kriging: Mètode geoestadístic d'estimació de punts que utilitza un model de variograma per a l'obtenció de dades.

1.2. Simbologia

SÍMBOL	UNITATS	DESCRIPCIÓ
E_x	[MPa]	Mòdul de Young a l'eix X
E_y	[MPa]	Mòdul de Young a l'eix Y
E_z	[MPa]	Mòdul de Young a l'eix Z
ν_{xy}	[]	Coeficient de Poisson al pla XY
ν_{xz}	[]	Coeficient de Poisson al pla XZ
ν_{yz}	[]	Coeficient de Poisson al pla YZ
G_{xy}	[MPa]	Mòdul de rigidesa al pla XY
G_{xz}	[MPa]	Mòdul de rigidesa al pla XZ
G_{yz}	[MPa]	Mòdul de rigidesa al pla YZ
τ_{XY}	[MPa]	Resistència a tallant al pla XY
τ_{YZ}	[MPa]	Resistència a tallant al pla YZ
τ_{XZ}	[MPa]	Resistència a tallant al pla XZ
σ_X^{ut}	[MPa]	Resistència a tracció a l'eix X
σ_Y^{ut}	[MPa]	Resistència a tracció a l'eix Y
σ_Z^{ut}	[MPa]	Resistència a tracció a l'eix Z
σ_X^{uc}	[MPa]	Resistència a compressió a l'eix X
σ_Y^{uc}	[MPa]	Resistència a compressió a l'eix Y
σ_Z^{uc}	[MPa]	Resistència a compressió a l'eix Z
X_T	[MPa]	Tensió de fallada a tracció a la direcció 1
X_C	[MPa]	Tensió de fallada a compressió a la direcció 1
Y_T	[MPa]	Tensió de fallada a tracció a la direcció 2
Y_C	[MPa]	Tensió de fallada a compressió a la direcció 2
S^L	[MPa]	Tensió de fallada a tallant al pla 12
S^T	[MPa]	Tensió de fallada a tallant al pla 23
σ_{VM}	[MPa]	Tensió de Von Mises
σ_{SNn}	[MPa]	Tensió de comprovació de secció neta del cargol número n
σ_{Bn}	[MPa]	Tensió de comprovació de <i>bearing</i> del cargol número n
σ_{Cn}	[MPa]	Tensió de comprovació de la resistència del cargol número n
t_n	[mm]	Gruix de la zona n
σ_I	[MPa]	Tensió principal I
σ_{II}	[MPa]	Tensió principal II
σ_{III}	[MPa]	Tensió principal III
F_{Xn}	[N]	Component X de la força del forat n
F_{Yn}	[N]	Component Y de la força del forat n
F_{Zn}	[N]	Component Z de la força del forat n
m	[kg]	Massa de la peça
f	[Hz]	Freqüència del mode de vibració 1
δ_{max}	[mm]	Deformació radial màxima de la peça
δ_{min}	[mm]	Deformació radial mínima de la peça
f_s	[]	Índex de fallada
S_y	[MPa]	Tensió de límit elàstic
S_{ut}	[MPa]	Tensió última a tracció

Taula 1: Simbologia

2. PROPOSTA

2.1. Origen del projecte

En el grup de recerca AMADE s'està participant en un projecte del marc Cleansky. Cleansky és una iniciativa que engloba les principals empreses del sector aeronàutic europeu i té com a objectiu el disseny i construcció d'aeronaus netes ambientalment. AMADE participa dins el projecte SAGE2 que pretén dissenyar i construir un motor tipus *open-rotor* amb el que s'espera reduir considerablement el consum de combustible. AMADE participa amb el disseny de la coberta o carenat mòbil del motor. Amb motiu de la participació en aquest projecte es va trobar interessant fer un estudi en paral·lel del projecte d'AMADE per a observar si s'arriben a les mateixes conclusions en els dos projectes. Al mateix temps es volien explorar les possibilitats del mòdul Design Exploration d'ANSYS Workbench per al disseny paramètric i l'optimització.

2.2. Motivació

La motivació per a la realització del present projecte es fonamenta en dues raons;

La primera de les raons és l'interès en conèixer amb més profunditat un programa informàtic d'elements finits com és l'ANSYS Workbench, ja que tant en el Grau en Enginyeria Mecànica com en el Màster en Enginyeria Industrial per el càlcul d'estructures i peces amb elements finits s'utilitzava l'ANSYS APDL, on els menús d'interacció són molt diferents al programa utilitzat en el projecte.

La segona de les raons és la introducció en el càlcul de resistència de materials compòsits. Aquest tema s'ha treballat molt breument en el Màster d'Enginyeria Industrial i és un tipus de material amb molt de present i futur i la comprensió del comportament mecànic d'aquest pot ser útil en un futur laboral.

2.3. Requeriments previs

El carenat mòbil del motor tipus *open-rotor* ha de complir els requeriments que s'observen a la taula 2.

DESCRIPCIÓ	UNITATS	VALOR
Deformació radial màxima	[mm]	$\leq 2,5$
Deformació radial mínima	[mm]	≥ -1
Freqüència modal mínima	[Hz]	≥ 250

Taula 2: Requeriments.

La freqüència modal mínima ha estat determinada en d'altres estudis on s'ha tingut en compte la velocitat de rotació de les hèlix de la turbina i la presència d'una hèlix de contrarotació.

Aquesta freqüència modal mínima de 250Hz és un 15% superior a la freqüència més elevada de totes les possibles excitacions que reben les peces del carenat mòbil.

El motor tipus *open-rotor* és utilitzat amb tres velocitats de rotació diferents. Aquestes velocitats de rotació depenen del mode de funcionament de l'avió. A la taula 3 es poden observar quines són aquestes velocitats.

DESCRIPCIÓ	UNITATS	VALOR
<i>Cruise speed</i>	[RPM]	700
<i>Red line speed</i>	[RPM]	1050
<i>Overspeed</i>	[RPM]	1400

Taula 3: Velocitats de funcionament *open-rotor*.

3. INTRODUCCIÓ

3.1. Objectius del projecte

L'objectiu del present projecte és dissenyar la peça del carenat mòbil d'un motor tipus *open-rotor*. Aquesta peça ha de tenir la mínima massa possible al mateix temps que es compleixen els requeriments imposats.

3.2. Abast

A partir de les mides inicials de la peça i de les condicions de càrrega imposades arribar a trobar un disseny de la peça minimitzant la massa d'aquesta i que compleixi les especificacions inicials considerant diferents tipus de materials.

El projecte és un estudi d'optimització de la massa d'una peça. És possible que els resultats obtinguts no siguin factibles de fabricar. En cas de no ser factibles de fabricar aquests resultats obtinguts serien una orientació per a la determinació d'uns gruixos de material possibles de fabricar.

4. OPEN-ROTOR

Un *open-rotor*, a diferència dels motors convencionals d'avió *turbofan*, les pales de la turbina estan situades a l'exterior de la carcassa. La finalitat d'utilitzar motors tipus *open-rotor* respecte els motors *turbofan* és l'estalvi de combustible. Un *open-rotor* consumeix entre un 25% i un 30% menys de combustible. Aquest fet també suposa una important reducció de les emissions de CO₂.

Existeixen dos models de motors *open-rotor*: Puller i Pusher.

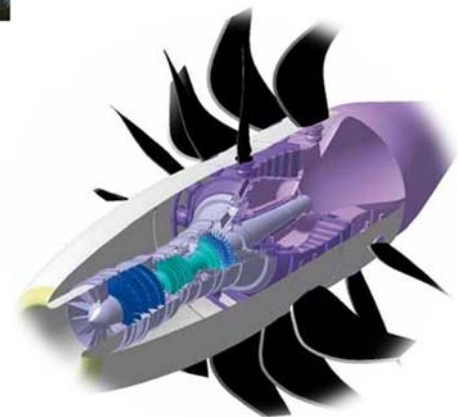
En la configuració Puller les pales estan muntades al davant de la turbina, en canvi, la configuració Pusher les pales estan muntades immediatament darrera la turbina.

Les dos configuracions d'*open-rotor* poden portar muntades una hèlix o dues hèlix de contrarotació. Tot i que històricament la configuració Puller només munta una hèlix i la configuració Pusher dues hèlix de contrarotació.



Carenat mòbil

Il·lustració 1: Carenat mòbil *open-rotor* [9].



Il·lustració 2: Imatge funcionament *open-rotor* [9].

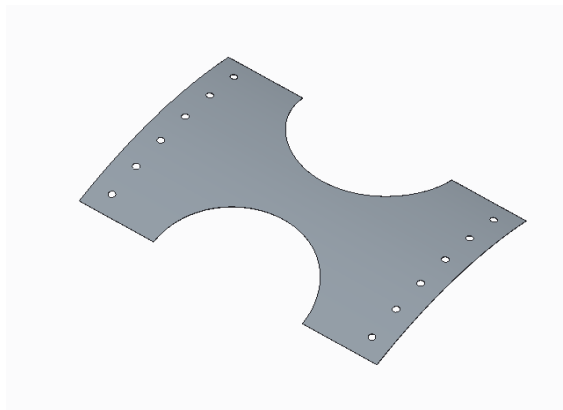
No obstant, tot i els avantatges esmentats anteriorment els motors *open-rotor* també tenen desavantatges. El principal desavantatge és la reducció de la velocitat de vol. La velocitat de vol està limitada per la velocitat de rotació de les hèlix, les quals experimenten una gran pèrdua de

rendiment a altes velocitats de rotació. Com a dada comparativa, els vols amb avions que munten motors *open-rotor* són uns deu minuts més lents, respecte vols de dues hores de durada, que les aeronaus que munten motors *turbofan*.

Tanmateix, com s'ha pogut observar fins aquí, el principal objectiu dels fabricants d'aeronaus és la reducció del consum de combustible i consegüentment la reducció d'emissions de CO₂. Per aquets fet, la peça del carenat mòbil del motor *open-rotor*, que s'observa a la il·lustració 1, ha de tenir la mínima massa possible al mateix temps que es compleixen les condicions necessàries pel correcte funcionament d'aquesta.

5. DESCRIPCIÓ CARENAT MÒBIL

En el present projecte es proposa el disseny preliminar del carenat mòbil d'un *open-rotor*. El carenat mòbil està format per deu peces tal i com s'observa a la il·lustració 3.2. Aquestes peces van fixades a uns anells laterals de titani mitjançant cargols. La unió entre les peces que formen el carenat mòbil es pot realitzar de varies formes diferents, com per exemple soldada o cargolada, però no entre dins l'abast d'aquest projecte. Cada peça del carenat mòbil té dos forats semicirculars per on passa l'hèlix i dotze forats laterals per on es fixa a l'anell lateral tal i com es reflecteix a la il·lustració 3.1.



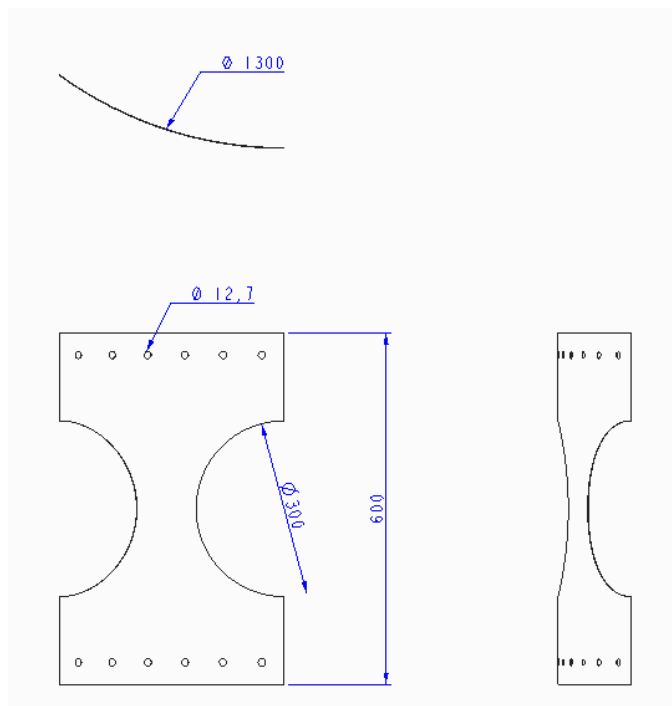
Il·lustració 3.1: Peça carenat mòbil *open-rotor*.



Il·lustració 3.2: Conjunt de peces que formen el carenat mòbil.

6. MIDES D'UNA PEÇA DEL CARENAT MÒBIL

A la il·lustració 4 es poden observar les mides, en mil·límetres, de les peces que formen el carenat mòbil del motor *open-rotor*. Les mides de la peça i el conjunt del carenat mòbil també es poden observar a l'ANNEX E.



Il·lustració 4: Mides d'una peça del carenat mòbil en mil·límetres

A la taula 4 es poden observar les distàncies entre cargols, així com la posició d'aquests a la peça.

DESCRIPCIÓ	UNITATS	VALOR
Diàmetre forat	[Inch]	1/2
Distància cargol - cargol	[mm]	66,4
Distància cargol - extrem exterior	[mm]	38,1
Distància cargol - extrem interior	[mm]	38,1

Taula 4: Posició dels cargols.

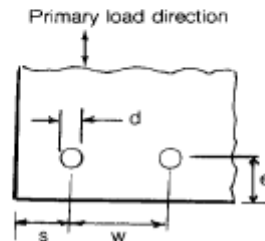
El nombre de cargols per a la fixació de la peça no és un requeriment d'un nombre de cargols determinat. Per aquest motiu, per a la determinació de les anteriors mesures s'han seguit els criteris que es poden observar a la il·lustració 5 que són criteris habituals de disseny de juntes cargolades.

$$e > 3D$$

$$s > 2.5D$$

$$w > 5D$$

$$0.2 > \frac{D}{w} > 0.5$$



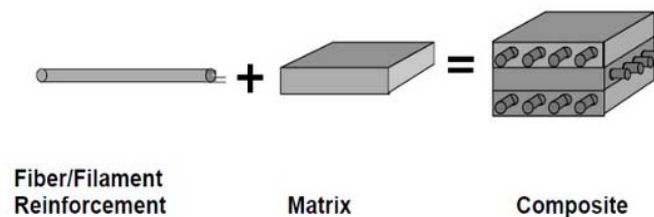
Il·lustració 5: Criteris de disseny junta cargolada [1] [2].

7. MATERIALS DE DISSENY

7.1. Material compòsit de resina epoxy i fibres de carboni.

Un material compòsit és el resultat de la combinació de dos o més materials amb la finalitat d'obtenir una combinació única de propietats.

La principal característica d'aquests materials consisteix en que un component conforma una matriu que embolcalla la resta de forma que els materials treballen com a un de sol tot i que ambdós seguiran mantenint les seves formes originals per separat. A la il·lustració 6 s'observa la unió dels dos materials que formen el material compòsit.



Il·lustració 6: Components que formen el material compòsit [10].

En el cas dels productes per a reforç estructural, que és el cas del present projecte, s'utilitzen fibres impregnades en una resina polimèrica, essent la més habitual la resina epoxy. La matriu proporciona rigidesa i protecció ambiental i química a les fibres. Les fibres són de carboni i aporten al compòsit elevada resistència a tracció i un elevat mòdul d'elasticitat.

Cal tenir present que la fibra és el component que resisteix els esforços de tracció en la direcció axial d'aquesta. En sentit perpendicular a la direcció de les fibres, les propietats resistents seran exclusivament les que aporta la matriu polimèrica, essent clarament inferiors.

A continuació s'exposen les funcions de cada part que formen el material compòsit.

Principals funcions de les fibres:

- Aportar la resistència a tracció requerida davant un esforç a tracció.
- Aportar rigidesa (elevat mòdul elàstic).
- Conductivitat o aïllament elèctric, depenent del tipus de fibra.

Principals funcions de la matriu:

- Obliga a la fibra a treballar de forma conjunta i transmetre els esforços a tracció.
- Aïllar les fibres entre si, d'aquesta forma treballen separadament i evita la propagació de fissures.

A diferència dels materials com l'acer o formigó, els materials compòsits laminats són heterogenis. Aquest fet és degut al estar format per la fibra i la matriu que treballen de forma diferent, la qual cosa ens porta als possibles defectes locals, les zones riques en resina, les discontinuïtats de les fibres, etc.

La ruptura en les peces de material compòsit pot ser deguda als següents motius:

- Ruptura de la matriu: Es produeix en aquells casos en que la làmina està sotmesa a esforços transversals i tallants.
- Interfase matriu-fibra: La diferència de rigidesa i coeficients de dilatació i d'humitats de ambdós materials provocarà tensions en la seva interfície que pot portar a una possible ruptura.
- Delaminació: La delaminació és una separació entre capes adjacents que pot ser provocada per càrregues aplicades al laminat.
- Vinclament de la fibra: el vinclament local de la fibra redueix la rigidesa a compressió i la resistència del laminat.

- Ruptura de la fibra: la ruptura de la fibra produeix un canvi en la distribució de les tensions a les que està sotmesa la fibra que ha trencat així com a les fibres del seu voltant. Aquest fet provoca una disminució considerable de la resistència del laminat. Aquest trencament pot ser degut a càrregues de tracció o compressió.

7.2. Aliatge de titani Ti6Al4V

El titani és el quart metall estructural més abundant a la superfície terrestre. Algunes de les seves característiques, com una gran resistència a condicions extremes de temperatura, resistència a la corrosió i compatibilitat amb el teixit humà l'han convertit en un dels recursos més utilitzats en el desenvolupament de la tecnologia aeroespacial, aeronàutica i mèdica.

Els aliatges de titani es caracteritzen per a ser lleugers, durs i resistents a la tracció, inclús a elevades temperatures. L'aliatge de titani Ti6Al4V està format principalment per titani, un 6% d'alumini i un 4% de vanadi.

7.3. Aliatge d'alumini 6061-T6

L'alumini 6061-T6 és un aliatge d'alumini endurit que conté com a principals elements alumini, magnesi i silici. L'aliatge 6061-T6 és utilitzat en tot el món per a la fabricació de motllos d'injecció, construcció d'estructures d'aeronaus, com les ales o el fusellatge d'avions comercials o militars, en la construcció de iots, en peces d'automòbils, etc.

Aquest aliatge d'alumini és dúctil i lleuger, amb gran resistència a la corrosió. L'aliatge també destaca per la seva bona mecanització.

8. COMPROVACIONS A REALITZAR

A la taula 5 es poden observar les comprovacions a realitzar a la peça del carenat mòbil del motor *open-rotor*, així com el seu valor màxim o mínim i a la velocitat de funcionament que s'han de realitzar les comprovacions.

COMPROVACIONS	VALOR	UNITATS	VELOCITAT
σ_{VM} alumini	<280	[MPa]	Overspeed
σ_{VM} titani	<870	[MPa]	Overspeed
f_s material compòsit	<1	[-]	Overspeed
σ_B alumini	<280	[MPa]	Overspeed
σ_B titani	<870	[MPa]	Overspeed
σ_B material compòsit	<500	[MPa]	Overspeed
σ_{SN} alumini	<280	[MPa]	Overspeed
σ_{SN} titani	<870	[MPa]	Overspeed
σ_{SN} material compòsit	<300	[MPa]	Overspeed
σ_C	<827	[MPa]	Overspeed
δ_{max}	$\leq 2,5$	[mm]	Red line
δ_{min}	≥ -1	[mm]	Red line
f	≥ 250	[Hz]	Red line

Taula 5: Comprovacions a realitzar.

El valor màxim de la tensió de *bearing* (500MPa) i la tensió de secció neta (300MPa) pel material compòsit s'ha adoptat un valor aproximat ja que per a determinar el valor real caldria fer un assaig amb una mostra de laminat amb les característiques del resultat obtingut en el projecte.

La metodologia de càlcul utilitzada per a trobar els índex de fallada dels diferents tipus de materials es pot trobar a l'ANNEX B.

La metodologia de càlcul per a la comprovació de les unions cargolades com són les comprovacions de secció neta, comprovació de la fallada del cargol i la comprovació de *bearing* es pot trobar en l'ANNEX C.

9. METODOLOGIA

Mitjançant el programa informàtic d'elements finits ANSYS Workbench es genera un model que representi les condicions de contorn, càrrega i geometria del carenat mòbil del motor *open-rotor*. Per tal d'intentar optimitzar més la massa de la peça es divideix l'àrea d'aquesta en diferents parts. Per a la simulació del comportament del material compòsit així com per a l'obtenció del coeficient de seguretat més desfavorable entre els criteris LaRC, Hashin i Puck s'utilitza el mòdul ACP del programa d'elements finits ANSYS Workbench. Aquest mòdul, a més a més de simular la direcció de les fibres, calcular el coeficient de seguretat o la deformació de la peça, també permet parametritzar diferents gruixos de diferents angles de laminat en les diferents zones de la peça.

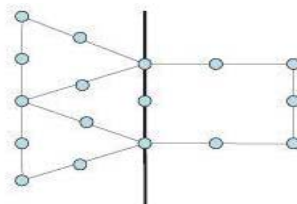
Un cop generat i verificat el model, es parametritzen les variables de gruix de les diferents zones de la peça així com els valors dels resultats obtinguts per a poder realitzar la minimització de la massa de la peça. També es programen els càlculs dels resultats a comprovar que el programa ANSYS Workbench no ens proporciona directament.

Per a la optimització de la massa s'utilitza el mòdul Design Exploration que genera una superfície de resposta a partir d'un determinat nombre de punts de disseny calculats. A partir d'aquesta superfície de resposta el programa extreu els punts amb un valor de les variables de gruix que compleixin els requeriments i les comprovacions necessàries.

10. GENERACIÓ DEL MODEL DE LA PEÇA AMB L'ANSYS WORKBENCH

10.1. Mallat de la peça

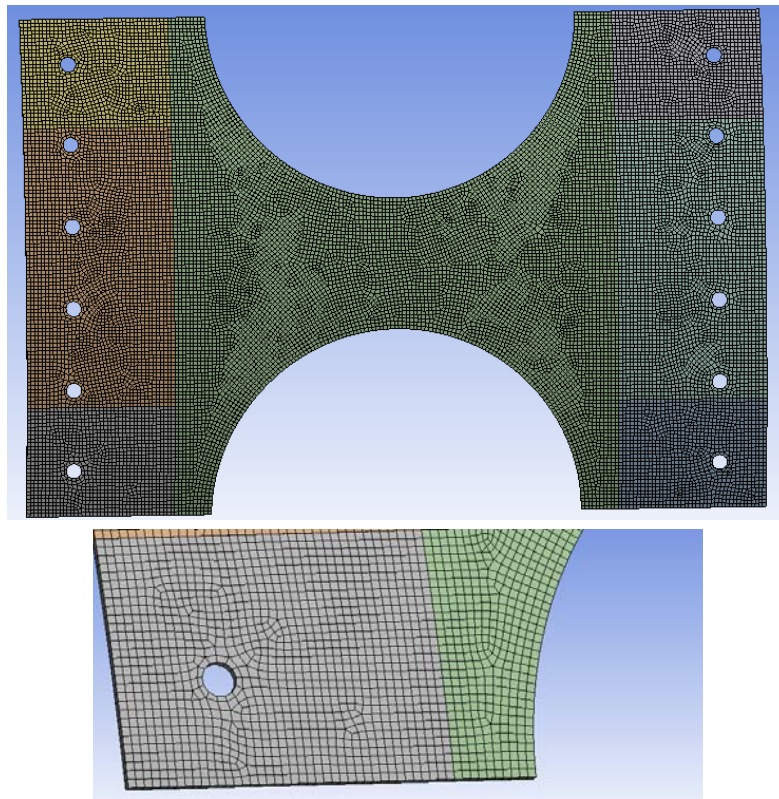
Per a mallar de la peça, formada per una superfície (element *Shell*), s'han escollit elements tipus *quads* amb una mida de 3 mil·límetres. Aquests elements disposen de vuit nodes cada un. Tot i escollir elements tipus *quads*, a causa de la geometria es generen alguns elements triangulars amb sis nodes cada un. Els diferents tipus d'elements de mallat amb forma quadrada i triangular es poden observar a la il·lustració 7.



Il·lustració 7: Elements quad/tri amb nodes intermitjos [14].

En el càlcul d'elements finits és important la perfecció de la forma dels elements del mallat ja que el programa calcula el desplaçament dels nodes i a partir del desplaçament troba les deformacions unitàries. Un cop coneguts els desplaçaments i les deformacions unitàries es troben les tensions mitjançant la llei constitutiva i les propietats de cada material. Les propietats mecàniques de l'alumini, titani i material compòsit es poden trobar a l'ANNEX A.

Per a obtenir una precisió correcta en aquest càlcul de les tensions, cal que els elements tinguin una forma proporcionada, propera a la de un quadrat. A la il·lustració 8 es pot observar la forma dels elements del mallat de la peça.



Il·lustració 8: Mallat de la peça.

El nombre total de nodes i elements generats en el mallat de la peça es pot observar a la taula 6.

Elements	19.557
Nodes	59.554

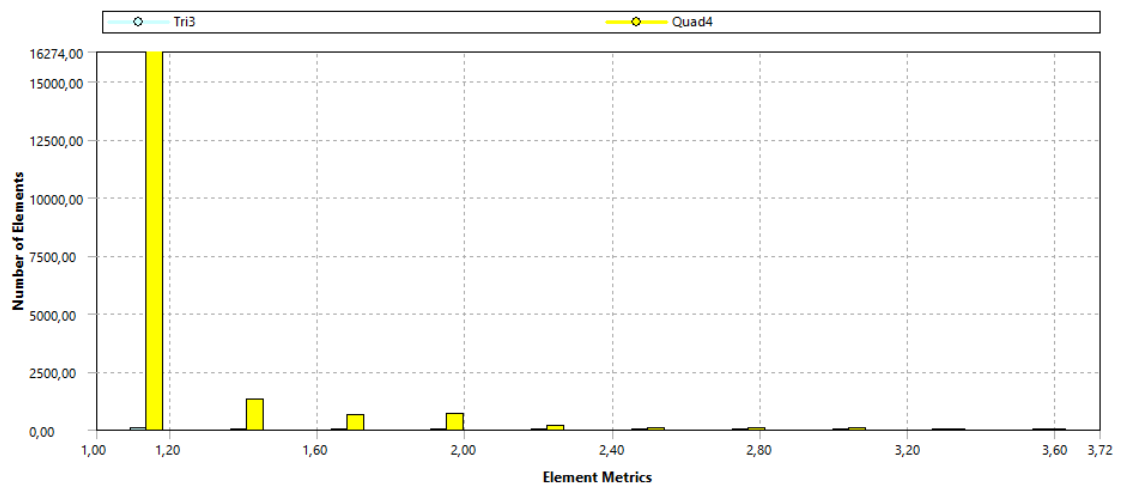
Taula 6: Nombre d'elements i nodes de mallat.

Per tal de determinar la qualitat del mallat s'utilitzen els següents indicadors que ens proporciona el programa ANSYS Workbench:

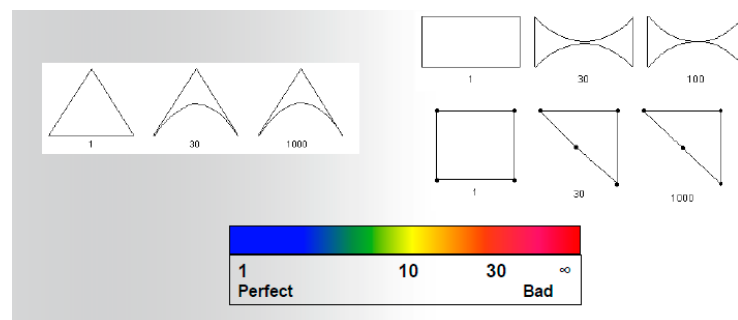
- Rati Jacobià

El rati Jacobià té en compte si les cares oposades de l'element de mallat són paral·leles, es a dir, té en compte la forma de l'element respecte la forma ideal d'aquest element. En el cas que les cares siguin paral·leles el valor del rati és 1. Com més proper a 1 estigui l'element millor, ja que l'element serà més semblant a la seva forma ideal i es tindrà menys error de càlcul.

A la il·lustració 9 es pot observar la qualitat dels elements de mallat segons el rati Jacobià i a la il·lustració 10 es mostra la llegenda per a realitzar una correcta interpretació dels resultats.



Il·lustració 9: Qualitat del mallat segons el rati Jacobià.

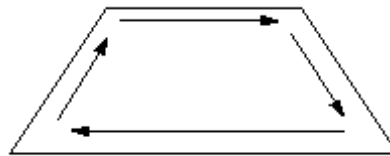


Il·lustració 10: Llegenda d'interpretació de resultats del rati Jacobià [14].

- Desviació paral·lela

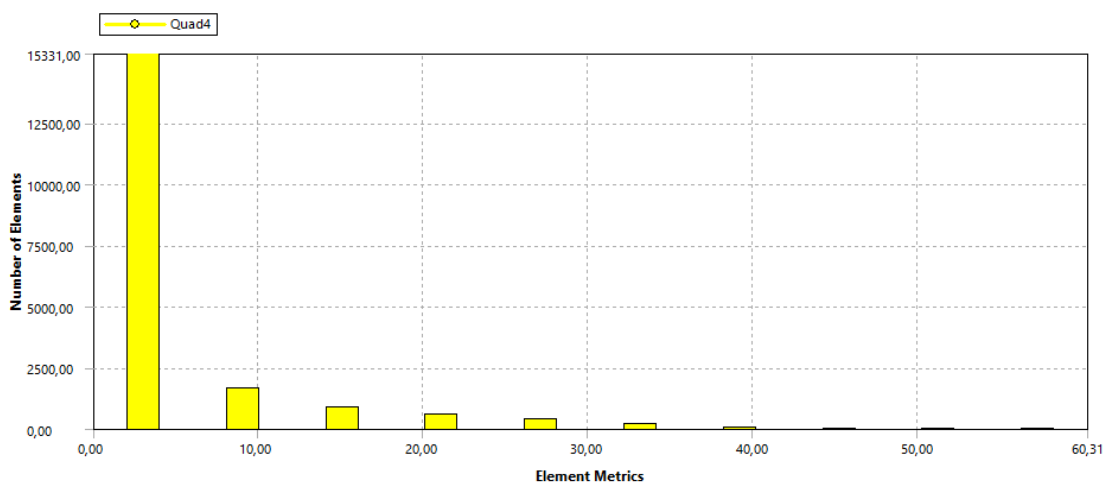
En aquesta comprovació es construeixen vectors unitaris a cada aresta de l'element. Per a cada parell d'arestes oposades es calcula el producte escalar dels seus vectors unitaris, a continuació es calcula l'angle, en graus, el cosinus del qual és el producte escalar trobat. La desviació paral·lela és la més gran dels dos angles dels parells d'arestes.

Com a exemple, el producte escalar dels dos vector unitaris horitzontals de la il·lustració 11 és 1, i $\text{acos}(1) = 0^\circ$. El producte escalar dels vectors unitaris verticals és 0,342 i el $\text{acos}(0,342) = 70^\circ$. Així doncs, tenint en compte que s'agafa la desviació paral·lela més gran de les dos calculades, aquest element de mallat té una desviació de 70° .

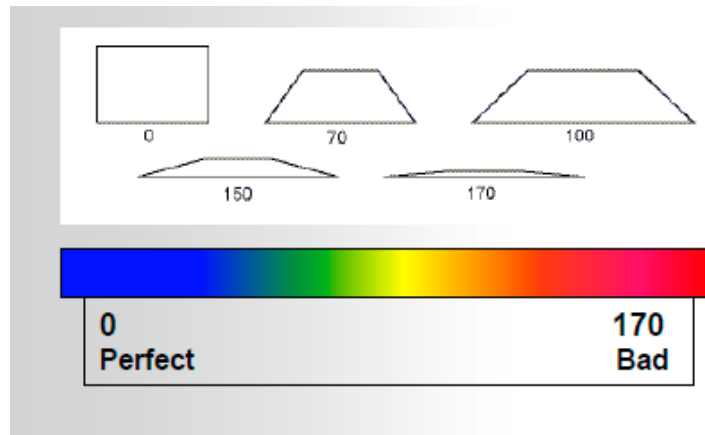


Il·lustració 11: Vectors unitaris dels costats d'un element de mallat [14].

A la il·lustració 12 es pot observar la qualitat dels elements segons la comprovació de desviació paral·lela i a la il·lustració 13 es mostra la llegenda per a realitzar una correcta interpretació dels resultats.



Il·lustració 12: Qualitat del mallat segons la comprovació de desviació paral·lela.

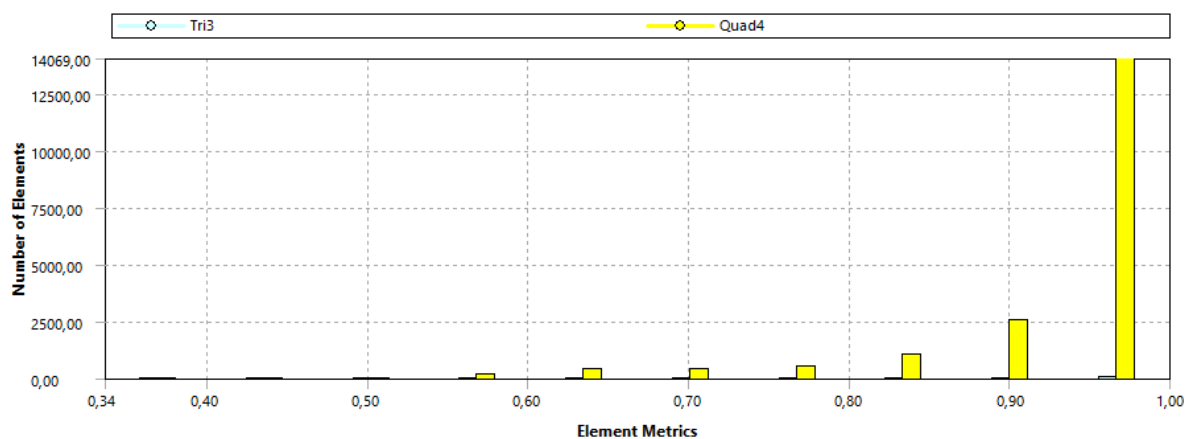


Il·lustració 13: Llegenda d'interpretació de resultats del rati desviació paral·lela [14].

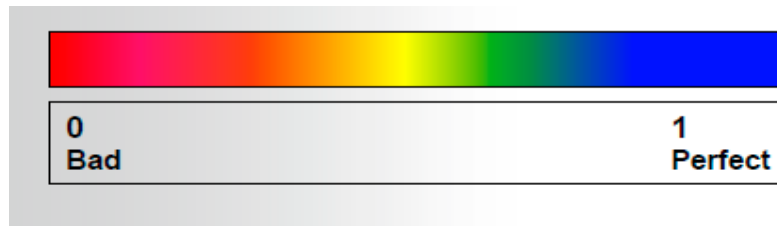
- Qualitat de l'element

Aquest indicador de qualitat del mallat proporciona un resultat entre 1 i 0. Aquest resultat es basa amb el rati del volum o àrea respecte la suma de la llargada dels costats de l'element al quadrat en el cas d'elements 2D. Un valor igual o proper a 1 indica un cub o quadrat perfecte. La metodologia de càlcul d'aquest indicador es troba a l'ANNEX D apartat D.1.1.

A la il·lustració 14 es pot observar la qualitat dels elements segons la comprovació de qualitat de l'element i a la il·lustració 15 es mostra la llegenda per a realitzar una correcta interpretació dels resultats



Il·lustració 14: Qualitat del mallat segons el rati Qualitat de l'element.

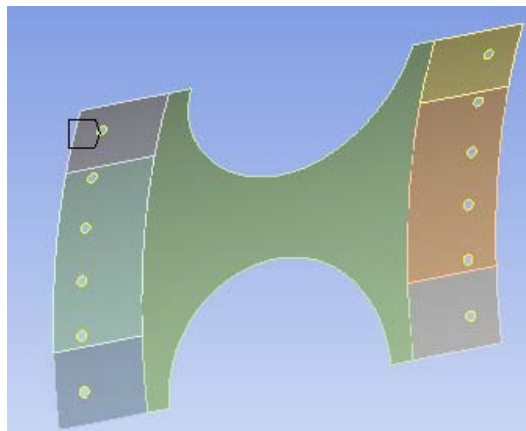


Il·lustració 15: Llegendes d'interpretació de resultats del rati Qualitat de l'element [14].

10.2. Condicions de contorn

10.2.1. Desplaçament.

Les condicions de contorn de desplaçament aplicades a la peça són restringir el desplaçament de la peça en els tres eixos en els forats on hi han els cargols que la subjecten a l'anell exterior. Els eixos formen part d'un sistema de coordenades cartesianes. A la il·lustració 16 es poden observar les arestes dels forats on s'ha restringit el moviment remarcades amb color groc.



Il·lustració 16: Condicions de desplaçament.

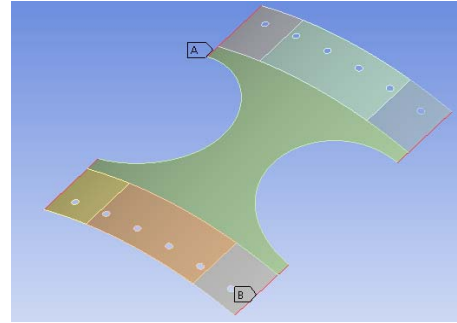
10.2.2. Simetria.

Tal i com s'observa a la il·lustració 17.1 tot l'anell del carenat mòbil del motor *open-rotor* està format per deu peces unides de tal forma que és com si fossin contínues. Per aquest fet s'han aplicat condicions de simetria cilíndriques a les quatre arestes remarcades de color vermell que s'observen a la il·lustració 17.2. Per a la realització d'aquest tipus de simetria s'utilitzen coordenades cilíndriques on l'origen d'aquest

sistema de coordenades és el centre de rotació de la peça i la coordenada cilíndrica segueix la direcció de la simetria cilíndrica.



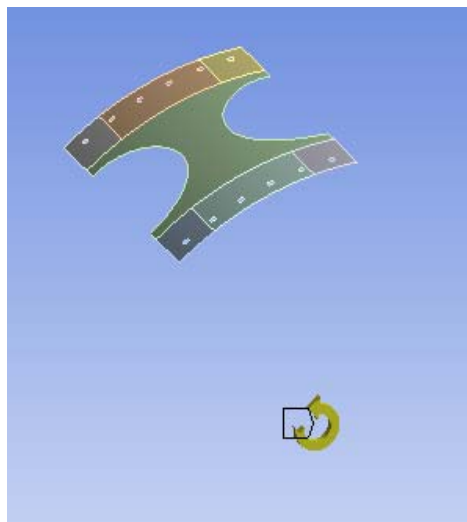
Il·lustració 17.1: Carenat mòbil open-rotor.



Il·lustració 17.2: Condicions de simetria.

10.2.3. Càrrega

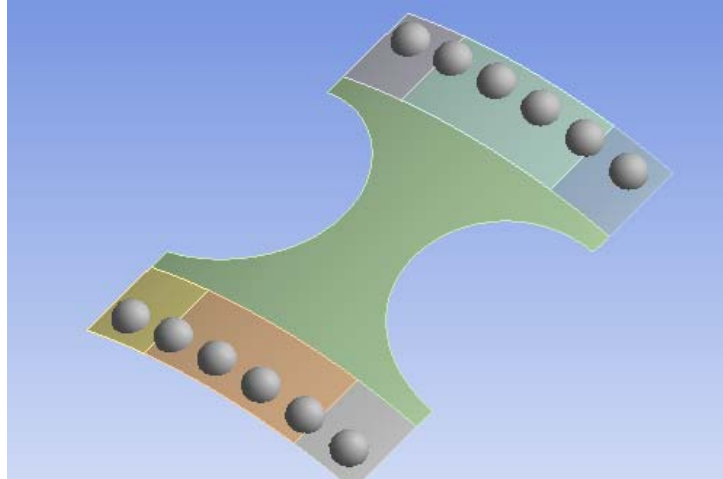
Per tal de simular el gir del carenat mòbil del motor *open-rotor* de l'avió s'aplica una velocitat de rotació a l'eix de la peça tal i com es mostra a la il·lustració 18. Aquesta velocitat de rotació és la que genera els esforços a que està sotmesa la peça. La velocitat de rotació varia depenent del mode de funcionament estudiat i la variable de sortida a estudiar.



Il·lustració 18: Condicions de càrrega.

10.2.4. Massa dels cargols.

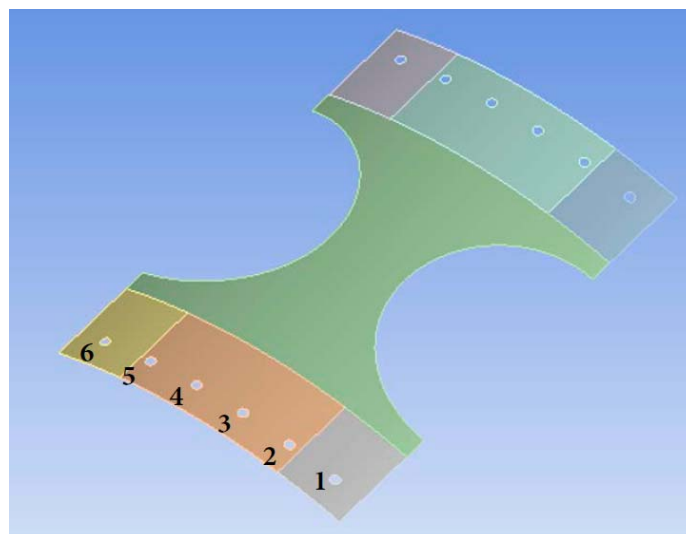
Per tal de simular les forces que exerceixen les masses dels cargols en el material a causa de la força generada per la velocitat de rotació es col·loquen masses puntuals de deu grams en els forats on es munten els cargols. A la il·lustració 19 s'observa amb una esfera grisa les masses puntuals aplicades.



Il·lustració 19: Condicions de càrrega de la massa dels cargols.

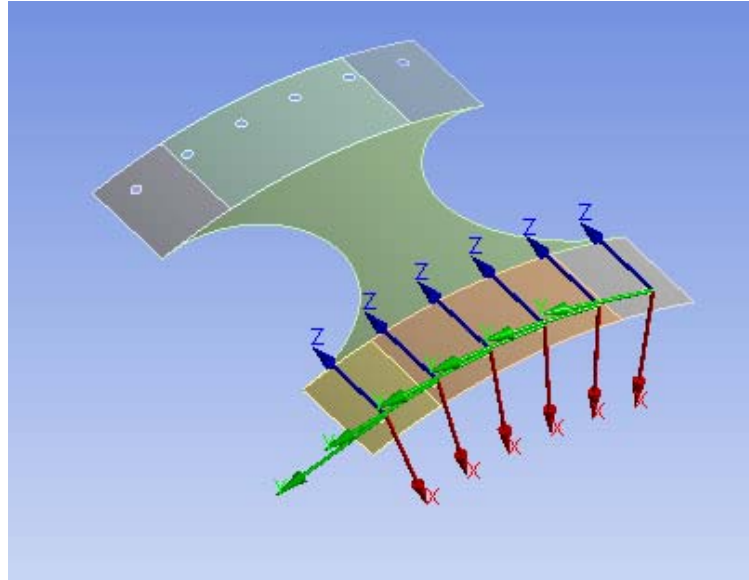
Dels dotze cargols que conté la peça només s'estudien els cargols d'un costat, ja que les forces generades a l'altre costat seran les mateixes degut a que la peça és simètrica.

A la il·lustració 20 es mostra quin número correspon a cada cargol per tal d'identificar cada forat a l'apartat de resultats.



Il·lustració 20: Numeració dels cargols.

Com s'observa a la il·lustració 21, la força X correspon a la força radial exercida sobre el cargol, la força Z és la utilitzada en la comprovació de la secció neta i les forces Z i Y formen la força que s'utilitza en la comprovació de *bearing*. Els eixos de coordenades estan col·locats de tal forma que la component X sempre està en direcció radial al centre de rotació.

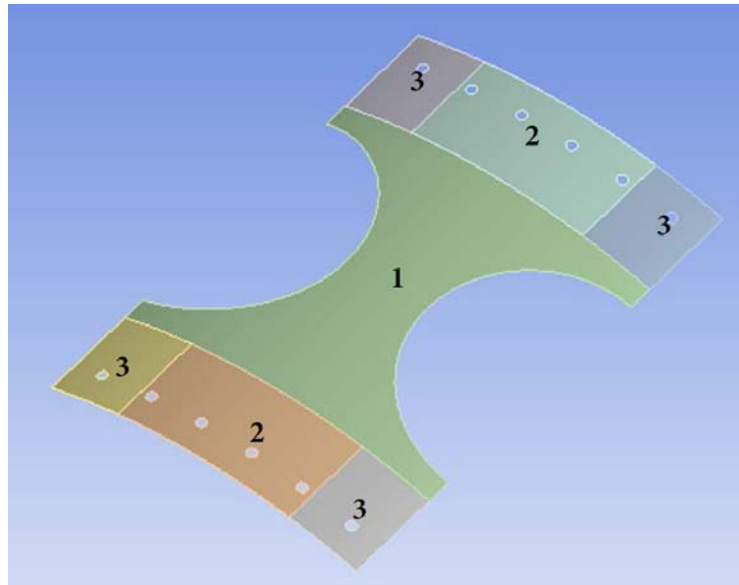


Il·lustració 21: Sistema de coordenades dels forats dels cargols.

11. OPTIMITZACIÓ DE LA MASSA

11.1. Divisió de la peça en zones

Per tal de poder reduir la massa de la peça es divideix la peça amb set parts i tres zones de diferent gruix ja que es vol mantenir la simetria de la peça. Les mides de cada zona en que es divideix la peça es poden observar a l'ANNEX E.



Il·lustració 22: Zones de diferent gruix a la peça.

Com s'observa a la il·lustració 22 la zona 1 correspon a la zona central de la peça, la zona 2 correspon a les dues parts centrals de l'extrem de la peça i finalment, la zona 3 correspon als quatre extrems de la peça.

Realitzant aquesta divisió de la peça per zones es pot reduir el gruix en les zones que influeixen menys en els resultats de deformació i tensió.

A la taula 7 es pot observar l'àrea corresponent a cada zona i l'àrea global de les zones que estan formades per a més d'una superfície.

DESCRIPCIÓ	UNITATS	ÀREA ZONA	ÀREA TOTAL ZONES
Zona 1	[mm ²]	75.952	75.952
Zona 2	[mm ²]	26.718	53.436
Zona 3	[mm ²]	10.765	43.060

Taula 7: Valor de les àrees a les diferents zones.

11.2. Parametrització del gruix

En l'estudi de la peça fabricada amb els materials isòtrops el gruix es defineix com un paràmetre on la solució al problema es troba directament. En el cas del material compòsit la metodologia utilitzada per a la obtenció del nombre de capes varia. A diferència del cas dels materials isòtrops on es tenen tres variables de gruix que corresponen a les tres zones, en el material compòsit es tenen dotze variables de gruix. D'aquestes dotze variables en corresponen quatre a cada una de les zones en que es divideix la peça. D'aquestes quatre variables els hi correspon un angle de la fibra diferent a cadascuna d'elles, en concret s'han considerat els angles més freqüents en la fabricació de peces amb materials compòsits; 0, 45, -45 i 90 graus.

A partir dels gruixos obtinguts de cada zona i angle, i tenint en compte que les làmines de material compòsit tenen un gruix de 0,1 mil·límetres es realitza la corresponent distribució de capes a cada zona.

L'interval de gruix de les diferents zones de les peces de titani i alumini imposat per a la generació de la superfície de resposta és de 0,1 mil·límetres a 10 mil·límetres. Això significa que el programa generarà punts de disseny d'un gruix de entre 0,1 i 10 mil·límetres. Pel material compòsit l'interval de gruix de cada angle de la fibra és de 0,1 mil·límetres a 5 mil·límetres.

11.3. Superfície de resposta

Per a l'optimització del gruix s'utilitza el mòdul del programa informàtic d'elements finits ANSYS Workbench anomenat Design Exploration. Aquest mòdul permet generar una superfície de resposta a través d'una mostra de X punts calculats on el nombre de punts totals i el valor de cada variable es determina mitjançant el mètode de disseny factorial *Central Composite Design*.

Els punts de disseny necessaris per a generar la superfície de resposta depene del nombre de variables. A la taula 8 es pot observar el nombre de punts de disseny en funció de les variables d'entrada.

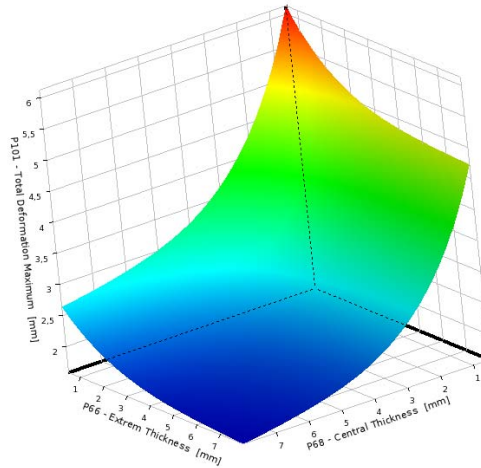
NÚMERO DE VARIABLES	PUNTS DE DISSENY GENERATS	NÚMERO DE VARIABLES	PUNTS DE DISSENY GENERATS	NÚMERO DE VARIABLES	PUNTS DE DISSENY GENERATS
1	5	6	45	11	151
2	9	7	79	12	281
3	15	8	81	13	283
4	25	9	147	14	285
5	27	10	149	15	287

Taula 8: Nombre de punts de disseny en funció del nombre de variables d'entrada.

Un cop calculats els punts de disseny s'utilitza el mètode de Kriging combinat amb un anàlisi de regressió per a generar la superfície de resposta. La generació i utilització d'una superfície de resposta ens permet arribar a un resultat òptim amb un temps reduït.

El mètode Kriging és un mètode geoestadístic d'estimació de punts que utilitza un model de variograma per a l'obtenció de dades. Per a la determinació del valor d'un punt aleatori calcula el pes de cada punt de referència utilitzats en la valoració suposant una variació espacial continua amb un mateix patró. La tècnica Kriging assumeix que les dades recollides d'una determinada població es troben correlacionades a l'espai. Per a més informació sobre el mètode Kriging consultar la font d'informació [12].

Un anàlisi de regressió és una metodologia estadística que utilitza la relació entre dues o més variables quantitatives ja que una variable dependent es pot estimar a partir de les altres. Un anàlisi de regressió suposa que hi ha un total de n punts de mostreig i per a cada punt de mostreig es coneixen els valors corresponents dels paràmetres de sortida. A continuació, l'anàlisi de regressió determina la relació entre els paràmetres d'entrada i els de sortida en base als punts de mostreig. Aquesta regressió també depèn del model de regressió. Pel model de regressió es prefereix un polinomi de segon ordre ja que és una aproximació real de la relació entre l'entrada i la sortida i només en casos especials no es dona una relació exacte. Una vegada determinada aquesta relació, l'aproximació resultant del paràmetre de sortida com una funció de les variables d'entrada s'anomena superfície de resposta. A la il·lustració 23 es pot observar un exemple de superfície de resposta on es mostra la variació de la deformació màxima en funció de la variació del valor del gruix de la zona central 1 i la zona extrem 3.



Il·lustració 23: Exemple de superfície de resposta.

11.4. Obtenició del punt òptim de disseny

Quan la superfície de resposta està creada s'introdueixen les restriccions de disseny imposades, en aquest projecte correspondrien a la màxima deformació permesa així com la freqüència modal de la peça i la tensió generada sobre aquesta. A més a més de les restriccions es posa una funció objectiu com és la massa de la peça, en concret es busca minimitzar la massa total.

Amb els paràmetres anteriors introduïts s'obtenen un nombre determinat de punts de disseny que compleixen les especificacions indicades. Un cop obtinguts els punts es verifiquen ja que la superfície de resposta no és un càlcul exacte i en condicions d'optimització on es busquen uns resultats exactes poden existir petits tants per cent d'error que poden conduir a deixar de complir un requeriment.

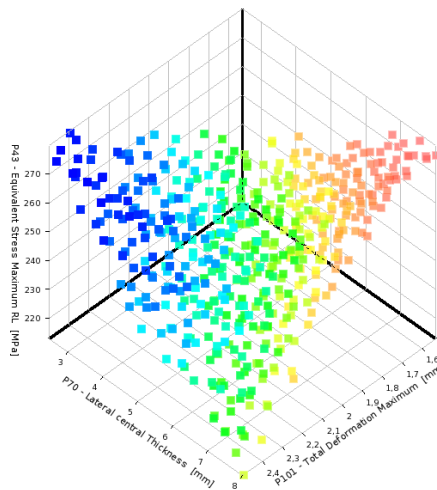
Degut a aquest fet, la recerca del punt on la massa es mínima es realitza de forma diferent entre els dos materials isòtrops i el material compòsit. En els materials titani i alumini es troba el resultat òptim mitjançant el mètode iteratiu d'optimització NLPQL.

NLPQL és un algoritme seqüencial de programació quadràtica d'optimització matemàtica desenvolupat per Klaus Schittkowski que soluciona problemes no lineals amb restriccions. Aquest mètode assumeix que la funció objectiu i les restriccions són contínuament diferenciables. La idea principal del mètode és generar una seqüència de subproblemes de programació quadràtica obtinguts mitjançant l'aproximació quadràtica de la funció de

Lagrangian i la linealització de les restriccions. La informació de segon ordre és actualitzada mitjançant el mètode quasi-Newton. Aquest mètode només permet una única funció objectiu. Per a més informació sobre el mètode d'optimització matemàtica NLPQL consultar la font d'informació [11].

En el material compòsit per a l'obtenció del punt de minimització de la massa s'utilitza el mètode Screening. Aquest mètode consisteix en agafar deu mil mostres de la superfície de resposta i es seleccionen els cent millors punts que compleixin els requeriments. Posteriorment es verifiquen els punts i s'escull el punt que realment compleix les especificacions. Per a la determinació del gruix del material compòsit es procedeix de la forma esmentada anteriorment degut a que l'error entre els resultats generats a la superfície de resposta i els resultats verificats presenten un tant per cent d'error més elevat que en l'alumini i el titani.

A la il·lustració 24 es pot observar un exemple de punts trobats mitjançant el mètode Screening que compleixen els requeriments especificats. El color dels punts indica quins punts són millors; els punts de color blau són els que tenen una millor funció objectiu, es a dir, els que minimitzen més la massa i els punts vermells els que tenen una pitjor funció objectiu.



Il·lustració 24: Exemple de gràfica de punts de disseny que compleixen els requeriments.

11.5. Problema d'optimització simplificat

De manera simplificada el problema d'optimització es pot representar de la següent forma;

Funció objectiu:

$$\min f(x)$$

On $f(x)$ és la massa de la peça.

Subjecte a les següents restriccions:

$$\delta_{max} \leq 2,5mm$$

$$\delta_{min} \geq -1mm$$

$$\text{Índex fallada} < 1 \text{ o bé } \sigma_{VM} < S_y \text{ en metalls}$$

$$f \geq 250Hz$$

12. RESULTATS

12.1. Resultats peça d'alumini.

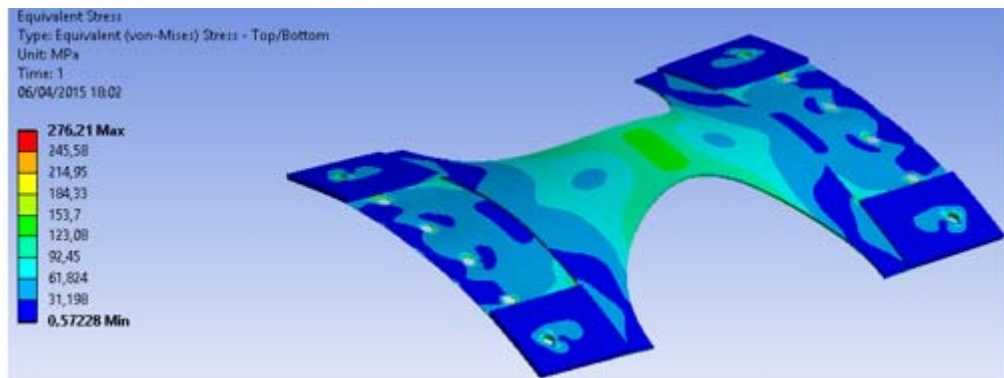
A la taula 9 es poden observar els resultats de gruixos, tensions, comprovacions realitzades i reaccions en els forats obtinguts mitjançant la simulació amb elements finits.

PARÀMETRE	VALOR	UNITAT
t_1	3,484	[mm]
t_2	0,584	[mm]
t_3	6,21	[mm]
σ_{VM}	276,21	[MPa]
F_{X1}	1302	[N]
F_{Y1}	-2194,8	[N]
F_{Z1}	-9537,4	[N]
F_{X2}	219,01	[N]
F_{Y2}	-380,74	[N]
F_{Z2}	-208,24	[N]
F_{X3}	164,86	[N]
F_{Y3}	-331,18	[N]
F_{Z3}	867	[N]
F_{X4}	171,98	[N]
F_{Y4}	331,24	[N]
F_{Z4}	864,04	[N]
F_{X5}	227,43	[N]
F_{Y5}	364,97	[N]
F_{Z5}	-210,19	[N]
F_{X6}	1437,6	[N]
F_{Y6}	2112,8	[N]
F_{Z6}	-9528,9	[N]
σ_{B1}	79,03	[MPa]
σ_{B2}	37,22	[MPa]
σ_{B3}	79,64	[MPa]
σ_{B4}	79,40	[MPa]
σ_{B5}	36,141	[MPa]
σ_{B6}	78,82	[MPa]
σ_{C1}	10,28	[MPa]
σ_{C2}	1,72	[MPa]
σ_{C3}	1,30	[MPa]
σ_{C4}	1,35	[MPa]
σ_{C5}	1,79	[MPa]
σ_{C6}	11,35	[MPa]
σ_{SN1}	26,20	[MPa]
σ_{SN2}	1,47	[MPa]
σ_{SN3}	27,62	[MPa]
σ_{SN4}	27,53	[MPa]
σ_{SN5}	1,49	[MPa]
σ_{SN6}	26,18	[MPa]
m	1,5603	[Kg]
f	344,41	[Hz]

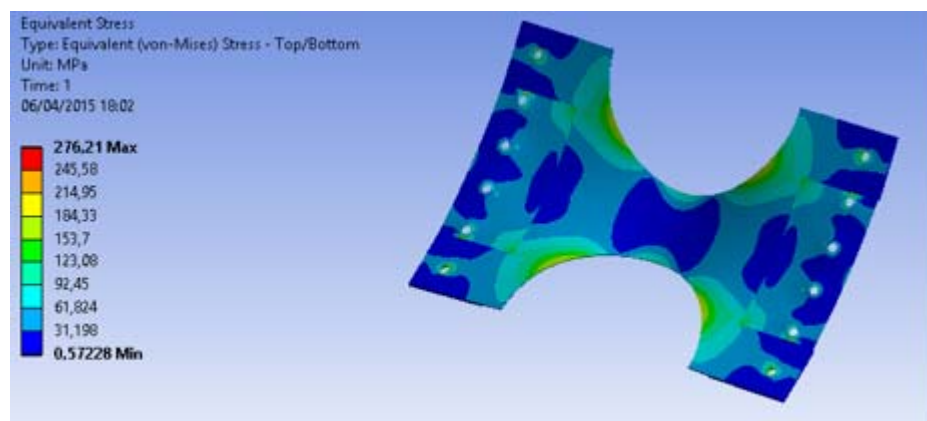
δ_{max}	2,4931	[mm]
δ_{min}	-0,428	[mm]

Taula 9: Resultats alumini.

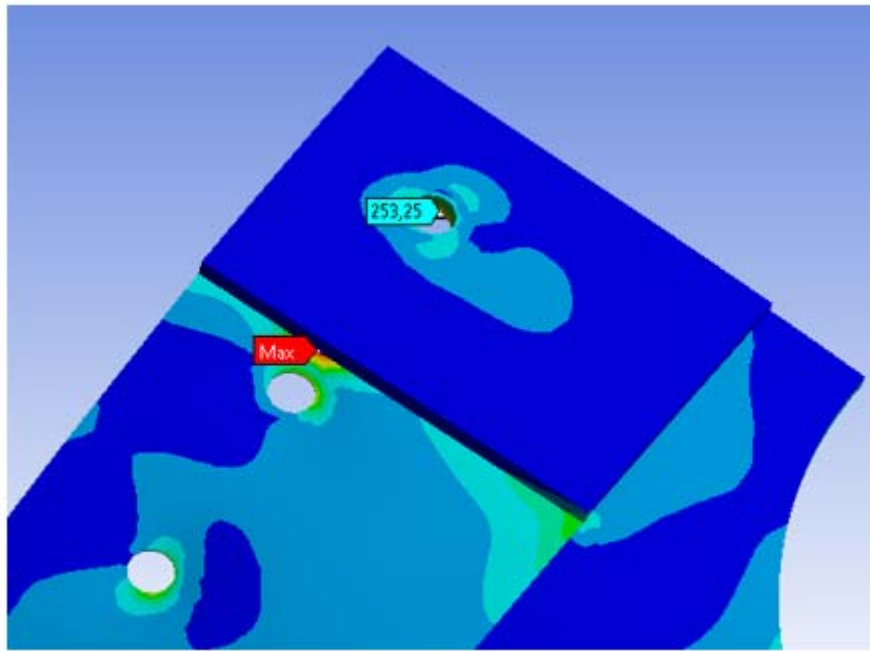
A les il·lustracions 25 i 26 es pot observar les tensions generades a la peça. La il·lustració 27 mostra el detall de la zona on la tensió és màxima, en concret es troba en el canvi de gruix entre les zones 2 i 3 amb un valor de 276,21MPa. Al forat de la zona 3 també es genera una elevada tensió amb un valor de 253,25MPa.



Il·lustració 25: Tensió part exterior de la peça en MPa.



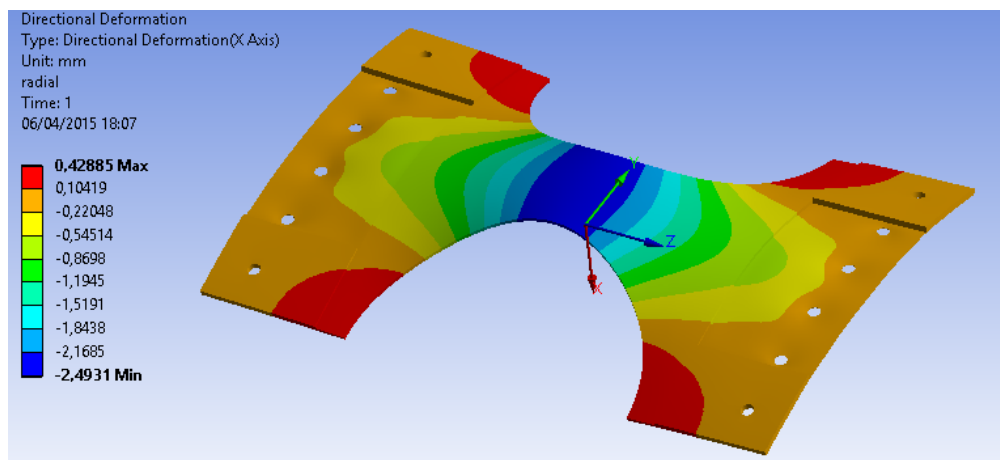
Il·lustració 26: Tensió part interior de la peça en MPa.



Il·lustració 27: Zona de tensió màxima en MPa.

A la il·lustració 28 s'observa com la deformació radial màxima és de 2,4931 mil·límetres, la qual no supera els 2,5 mil·límetres que s'imposava en els requeriments. Aquesta deformació màxima es produeix a la part central de la peça pintada de color blau. La deformació radial mínima és de -0,4288 mil·límetres amb la qual cosa no es supera el -1 mil·límetres dels requeriments. Aquesta deformació mínima es produeix a la zona extrema de la semicircumferència pintada de color vermell.

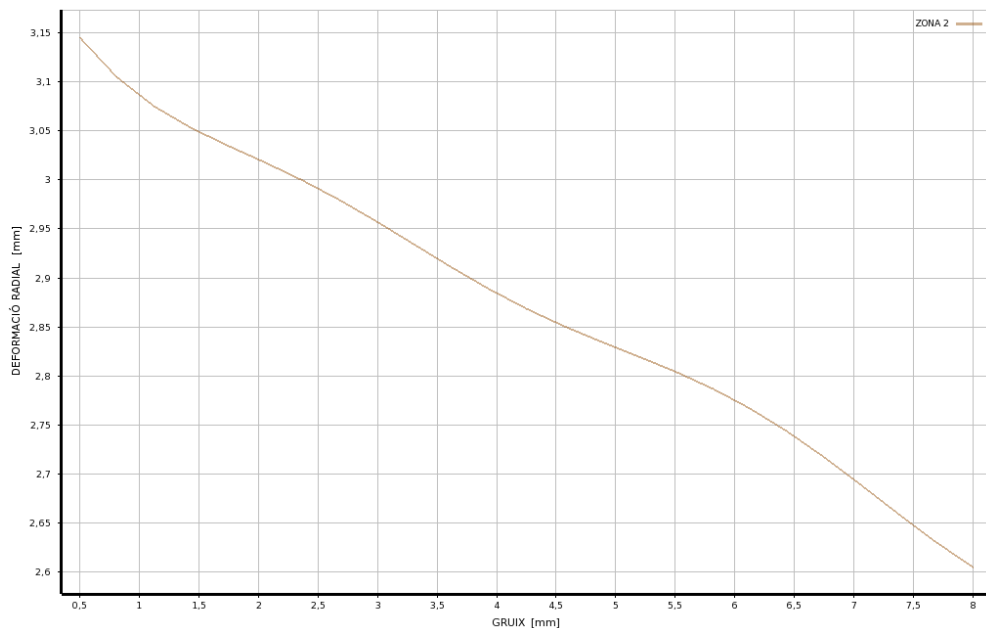
Cal tenir en compte que els signes de les deformacions de la il·lustració 28 estan canviats a causa del sentit de l'eix X del sistema de coordenades.



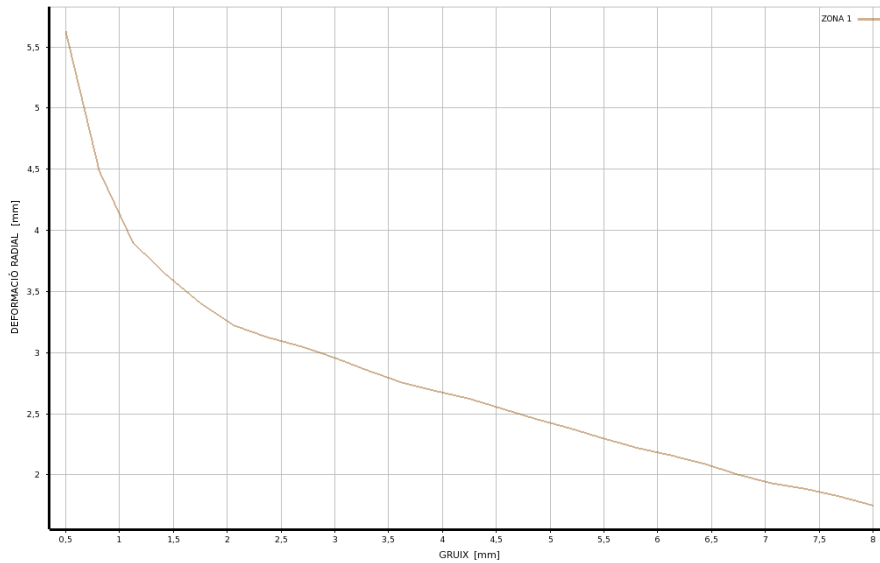
Il·lustració 28: Deformació radial de la peça en mil·límetres.

Com s'observa a la il·lustració 30 la zona on la variació de gruix és més influent en la deformació radial és la zona 1. Això és degut a que la deformació màxima es troba en aquesta zona i incrementant el gruix s'incrementa la rigidesa i, per tant, es redueix la seva deformació. Tot i que la zona 1 és on la variació de gruix és més sensible a la reducció de la deformació radial, el gruix més elevat el presenta la zona 3. Aquest fet és degut a que la zona 3 presenta un elevat esforç de tensió en el forat i en el canvi de gruix entre les zones 2 i 3 i incrementant el gruix d'aquesta zona es redueix la tensió. A la il·lustració 31 s'observa que l'augment del gruix de la zona 3 també influeix d'una manera important en la reducció de la deformació i això permet que al tenir que augmentar el gruix de la zona 3 a causa de la tensió es pugui reduir el gruix de la zona 1.

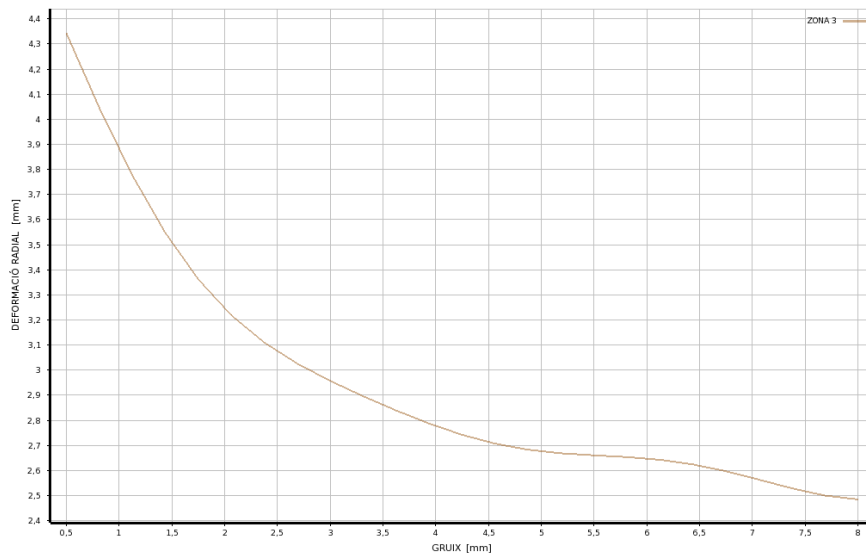
El gruix de la zona 2 s'intenta reduir tant com sigui possible ja que pràcticament no és influent en la deformació radial de la peça tal i com s'observa a la il·lustració 29. Aquest fet ens permet reduir considerablement la massa de la peça.



Il·lustració 29: Variació de la deformació en funció del gruix de la zona 2.

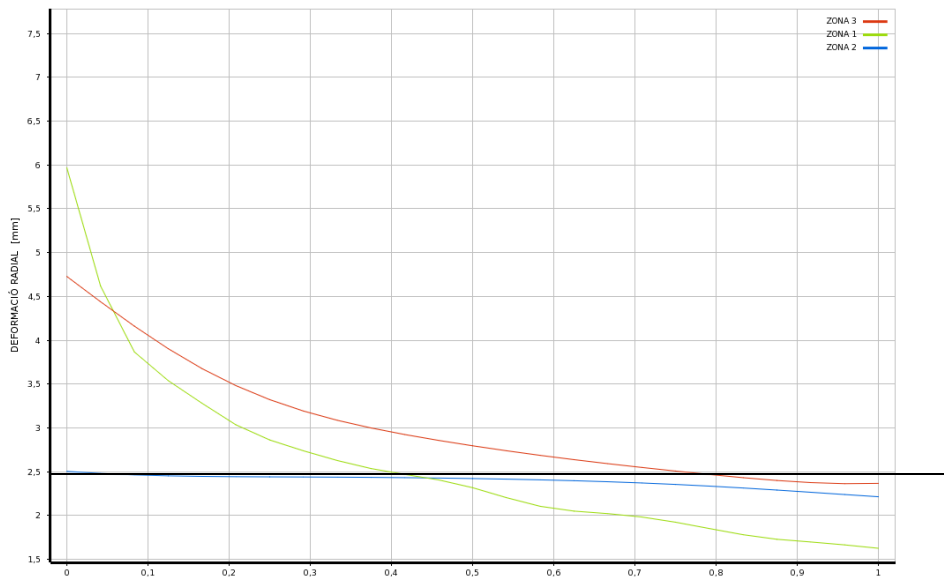


Il·lustració 30: Variació de la deformació en funció del gruix de la zona 1.



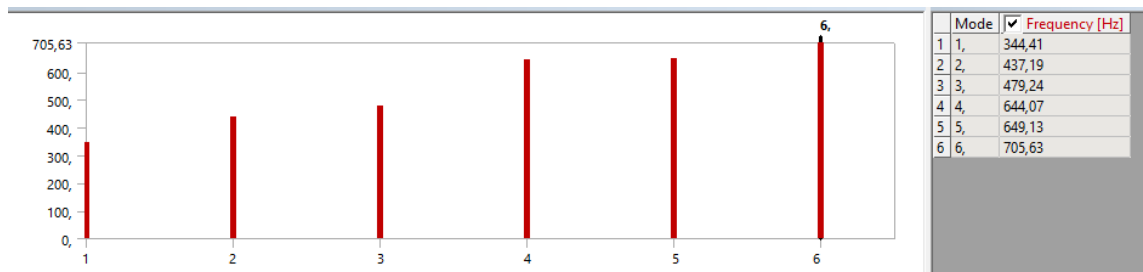
Il·lustració 31: Variació de la deformació en funció del gruix de la zona 3.

A la il·lustració 32 es pot observar la importància de cada gruix respecte la reducció de la deformació radial en el resultat obtingut. La forma d'interpretar la gràfica consisteix en col·locar una línia horitzontal en la deformació obtinguda, en aquest cas 2,4931 mil·límetres, i quan aquesta línia talla la corba de cada zona el valor de l'eix X en aquell punt és la importància del gruix de la zona en els resultats de deformació. Com més gran és el valor de l'eix X obtingut major és la importància d'aquella zona.



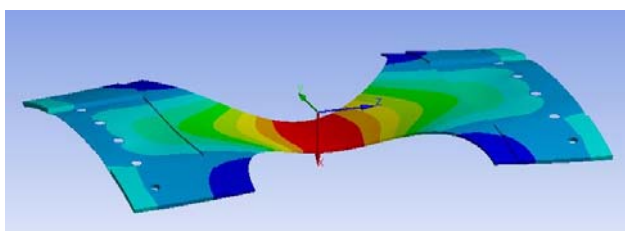
Il·lustració 32: Importància del gruix de les zones 1, 2 i 3 en la variació de la deformació radial.

A la il·lustració 33 es poden observar sis modes de vibració de la peça. El mode de vibració de freqüència més baixa és de 344,41Hz, el qual supera els 250Hz dels requeriments establerts.



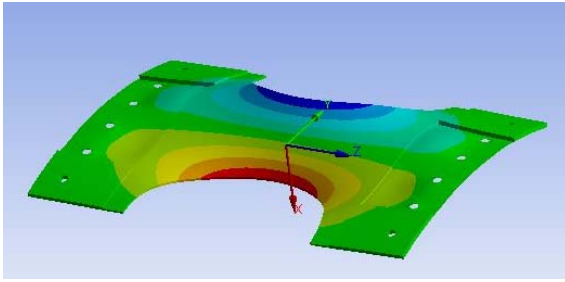
Il·lustració 33: Modes de vibració.

A continuació s’observa la forma de deformar-se la peça en cada mode de vibració.



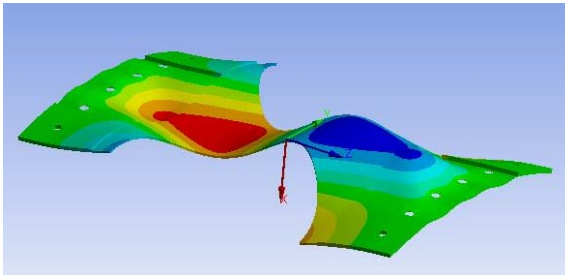
Il·lustració 34: Mode de vibració 1.

A la il·lustració 34 es por observar com el mode de vibració 1 la part central de la peça es deforma amunt i avall en la direcció de l’eix X.



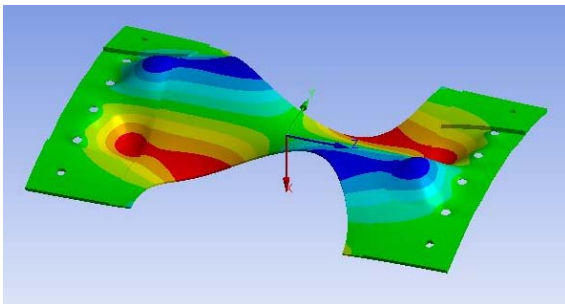
Il·lustració 35: Mode de vibració 2.

En el mode de vibració 2 és la part central més propera a les dues semicircumferències la que es deforma amunt i avall en l'eix X tal i com es mostra a la il·lustració 35.



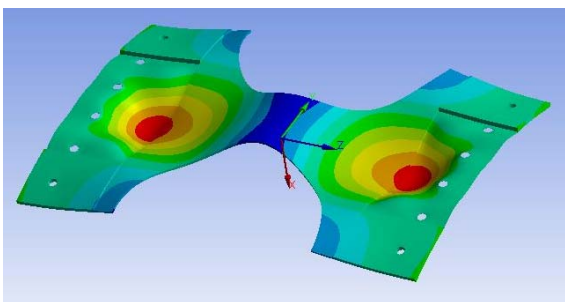
Il·lustració 36: Mode de vibració 3.

En el mode de vibració 3 es deforma la part lateral de la zona 1 de la peça en l'eix X. Es deforma de tal forma que el sentit de la deformació és de signe canviat a un costat i a l'altre tal i com es mostra a la il·lustració 36.



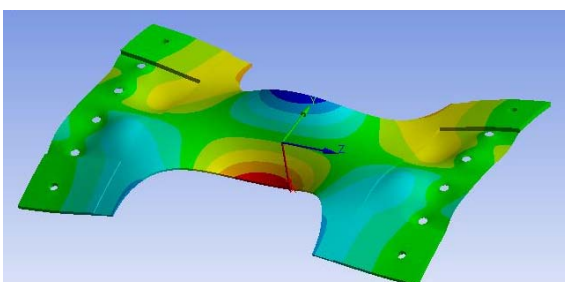
Il·lustració 37: Mode de vibració 4.

En el mode de vibració 4, a diferència dels tres modes de vibració anterior, tal i com s'observa a la il·lustració 37 la peça es deforma com si s'apliqués un moment torçor en l'eix Z al centre d'aquesta.



Il·lustració 38: Mode de vibració 5.

En el mode de vibració 5 la peça es deforma en l'eix radial X de forma semblant al modes 1, 2 i 3, tot i que tal i com s'observa a la il·lustració 38 en aquesta ocasió la deformació es localitza en una zona més extrema de la peça.



Il·lustració 39: Mode de vibració 6.

Per últim, a la il·lustració 39 del mode de vibració 6 es pot observar que en aquest cas la peça es deforma com si tingués aplicat un moment torçor en l'eix Z a la part central.

12.2. Resultats peça de titani

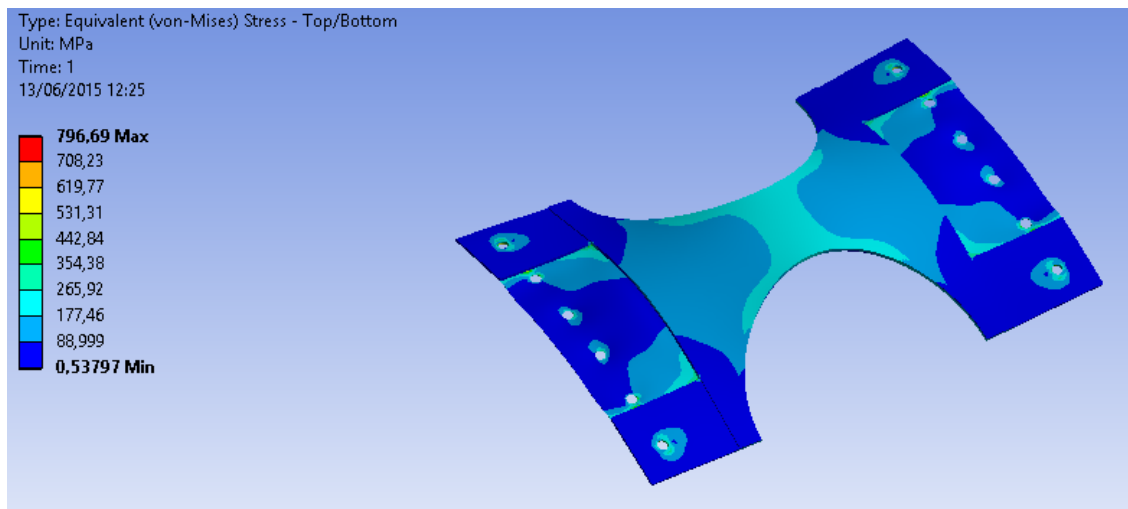
A la taula 10 es poden observar els resultats de gruixos, tensions, comprovacions realitzades i reaccions en els forats obtinguts mitjançant la simulació amb elements finits.

PARÀMETRE	VALOR	UNITATS
t_1	5,50	[mm]
t_2	0,513	[mm]
t_3	3,548	[mm]
σ_{VM}	796,69	[MPa]
F_{X1}	504,89	[N]
F_{Y1}	-2751,1	[N]
F_{Z1}	-20769	[N]
F_{X2}	238,24	[N]
F_{Y2}	-675,72	[N]
F_{Z2}	-455,6	[N]
F_{X3}	170,86	[N]
F_{Y3}	-888,56	[N]
F_{Z3}	1255,8	[N]
F_{X4}	189,93	[N]
F_{Y4}	892,29	[N]
F_{Z4}	1251,6	[N]
F_{X5}	252,59	[N]
F_{Y5}	659,19	[N]
F_{Z5}	-459,5	[N]
F_{X6}	677,42	[N]
F_{Y6}	2780	[N]
F_{Z6}	-20762	[N]
σ_{B1}	296,1	[MPa]
σ_{B2}	83,41	[MPa]
σ_{B3}	154,31	[MPa]
σ_{B4}	154,18	[MPa]
σ_{B5}	80,59	[MPa]
σ_{B6}	296,06	[MPa]
σ_{C1}	3,98	[MPa]
σ_{C2}	1,88	[MPa]
σ_{C3}	1,34	[MPa]
σ_{C4}	1,50	[MPa]
σ_{C5}	1,99	[MPa]
σ_{C6}	5,35	[MPa]
σ_{SN1}	99,87	[MPa]
σ_{SN2}	5,28	[MPa]
σ_{SN3}	46,77	[MPa]
σ_{SN4}	46,71	[MPa]
σ_{SN5}	5,33	[MPa]
σ_{SN6}	99,84	[MPa]
m	2,759	[Kg]
f	334,77	[Hz]

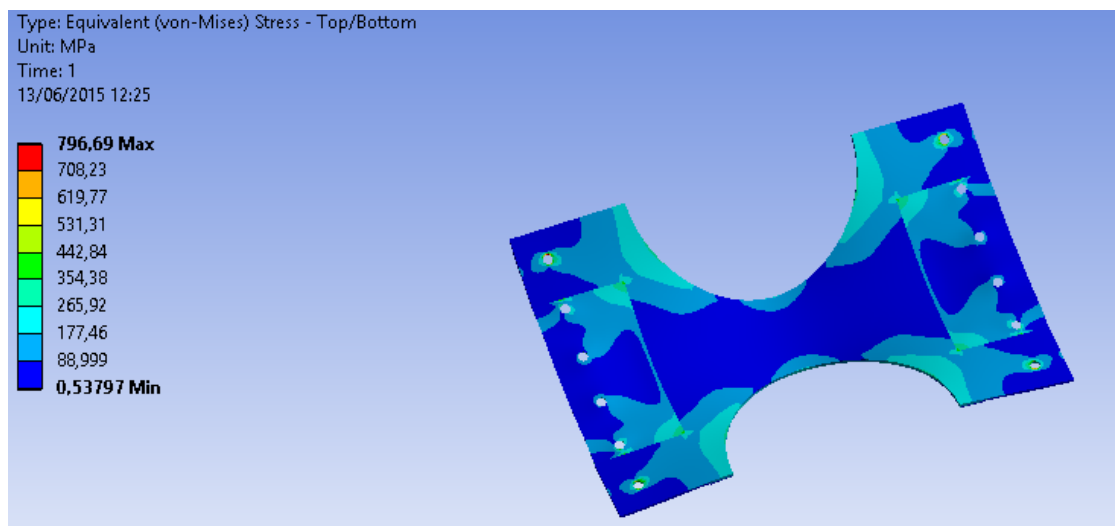
δ_{max}	2,4976	[mm]
δ_{min}	-0,7573	[mm]

Taula 10: Resultats titani.

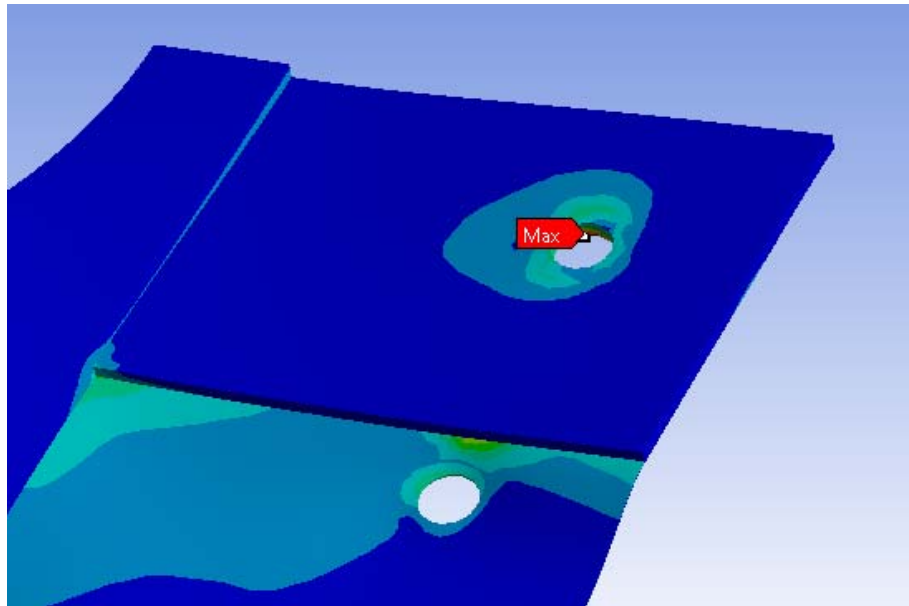
A les il·lustracions 40 i 41 es poden observar les tensions generades a la peça. La il·lustració 42 mostra el detall d'on es produeix la tensió màxima, en concret es troba al forat de la zona 3 amb un valor de 796,69MPa.



Il·lustració 40: Tensió part exterior de la peça en MPa.



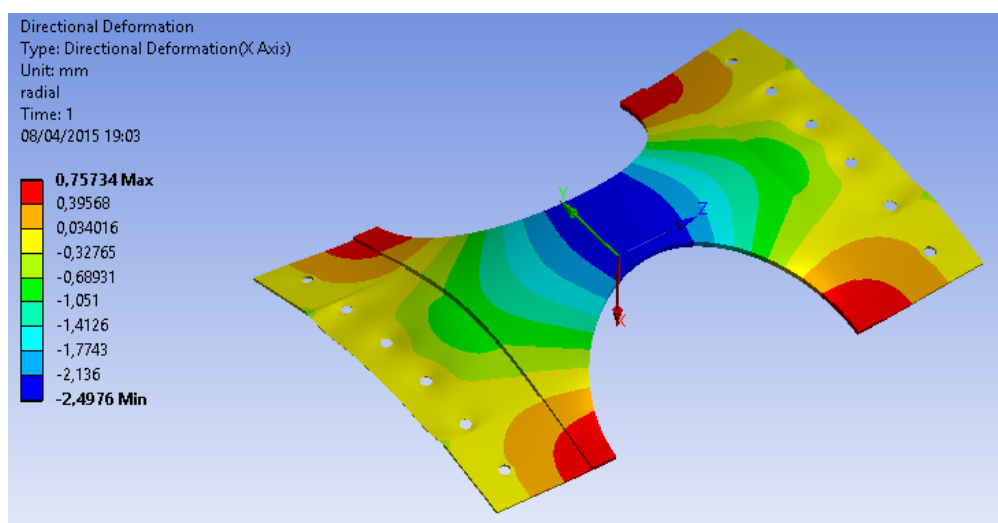
Il·lustració 41: Tensió part interior de la peça en MPa.



Il·lustració 42: Zona de màxima tensió en MPa.

A la il·lustració 43 s'observa com la deformació radial màxima és de 2,497 mil·límetres, la qual no supera els 2,5 mil·límetres que s'imposaven en els requeriments. Aquesta deformació màxima es produeix a la part central de la peça pintada de color blau. La deformació radial mínima és de -0,757 mil·límetres amb la qual cosa no es supera el -1 mil·límetres de requeriment. Aquesta deformació mínima es produeix a la zona extrema de la semicircumferència pintada de color vermell.

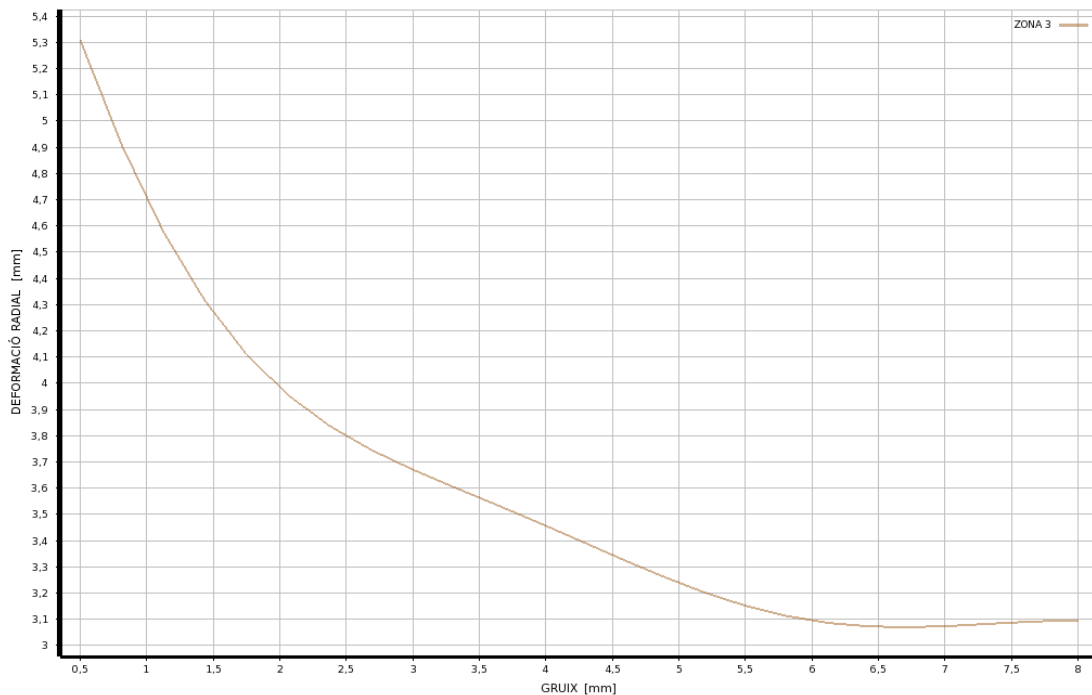
Cal tenir en compte que els signes de deformacions de la il·lustració 43 estan canviats a causa del sentit de l'eix X del sistema de coordenades.



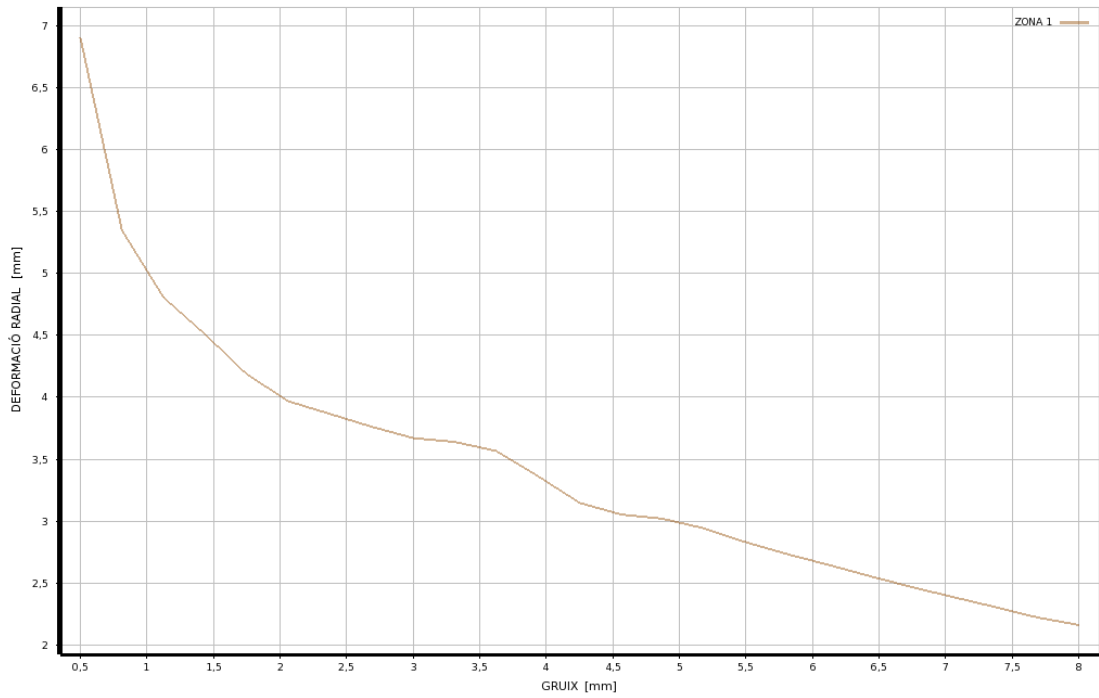
Il·lustració 43: Deformació radial de la peça en mil·límetres.

A la peça fabricada amb titani la sensibilitat entre l'augment de gruix de les diferents zones i la variació de la deformació radial és semblant que a la peça fabricada amb alumini, però en aquest cas els resultats mostren que la zona 1 té més gruix que la zona 3. Aquest fet és degut a que el titani té un límit elàstic molt més superior al de l'alumini i en aquest cas les tensions no influeixen en la distribució de gruixos.

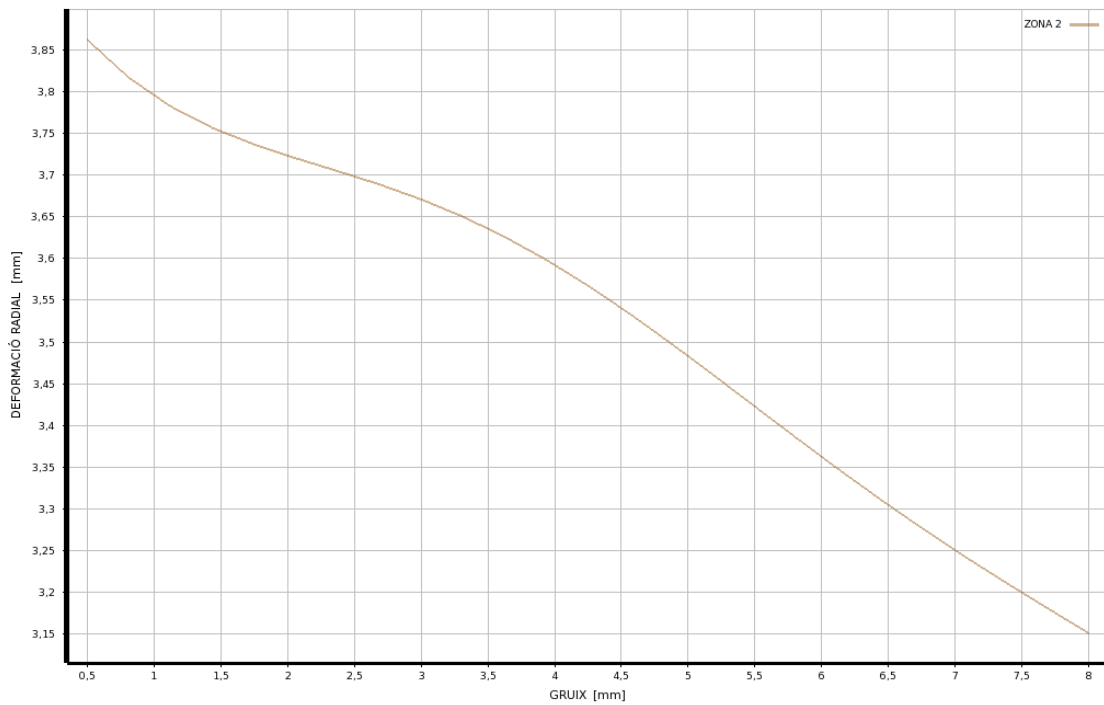
El gruix més elevat és el de la zona 1 perquè tal i com s'observa a la il·lustració 45 és la zona on l'augment de gruix afecta més a la deformació radial, seguida de la zona 3 com es pot observar a la il·lustració 44. El gruix de la zona 2 té el mateix objectiu que a la peça fabricada d'alumini, pràcticament no influeix en la reducció de la deformació radial de la peça tal i com s'observa a la il·lustració 46.



Il·lustració 44: Variació de la deformació en funció del gruix de la zona 3.

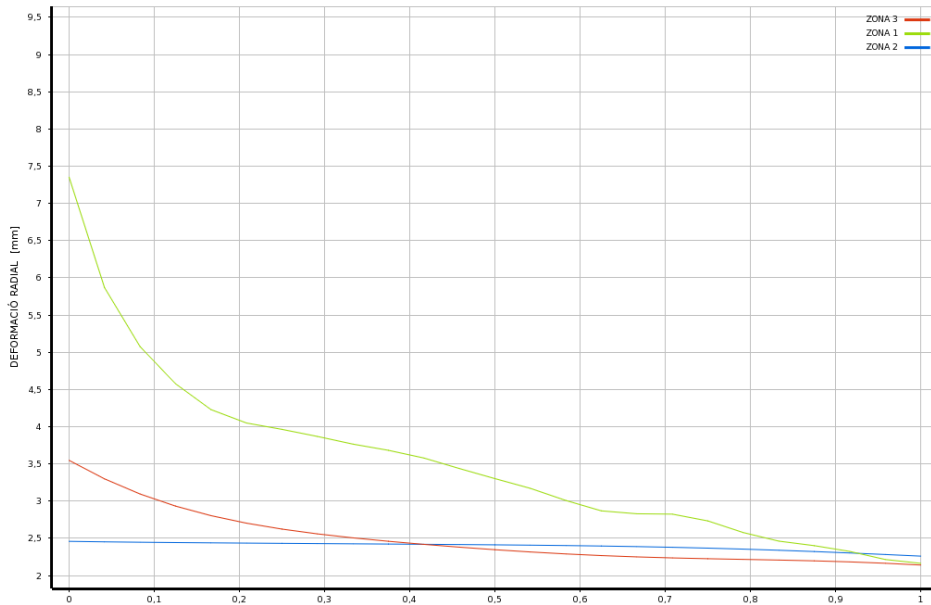


Il·lustració 45: Variació de la deformació en funció del gruix de la zona 1.



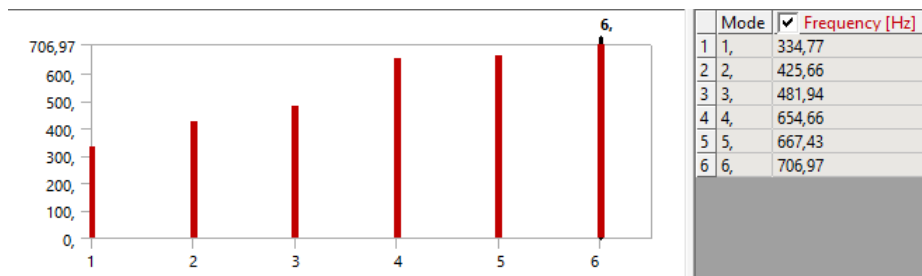
Il·lustració 46: Variació de la deformació en funció del gruix de la zona 2.

A la il·lustració 47 es pot observar la importància de cada gruix respecte la reducció de la deformació radial en el resultat obtingut.



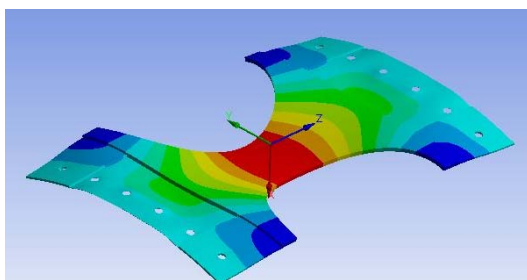
Il·lustració 47: Importància del gruix de les zones 1, 2 i 3 en la variació de la deformació radial.

A la il·lustració 48 es poden observar sis modes de vibració de la peça. El mode de vibració de freqüència més baixa és de 334,77Hz, el qual supera els 250Hz dels requeriments establerts.



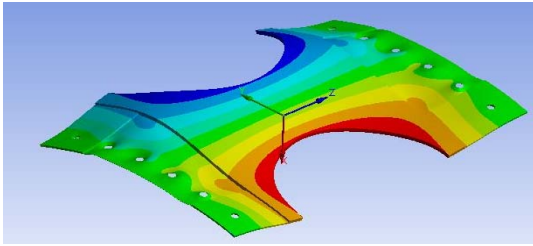
Il·lustració 48: Modes de vibració.

A continuació s'observa la forma de deformar-se la peça en cada mode de vibració.



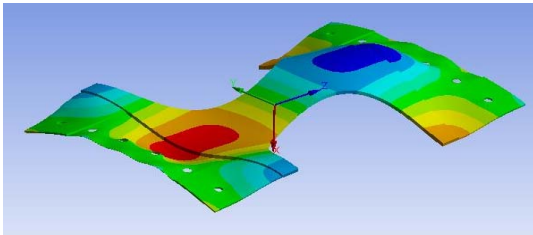
Il·lustració 49: Mode de vibració 1.

A la il·lustració 49 es pot observar com el mode de vibració 1 la part central de la peça es deforma amunt i avall en la direcció de l'eix X.



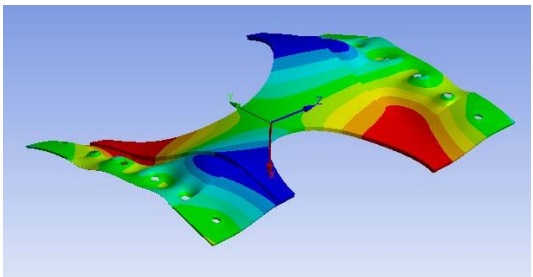
Il·lustració 50: Mode de vibració 2.

En el mode de vibració 2 és la part central més propera a les dues semicircumferències la que es deforma amunt i avall en l'eix X tal i com es mostra a la il·lustració 50.



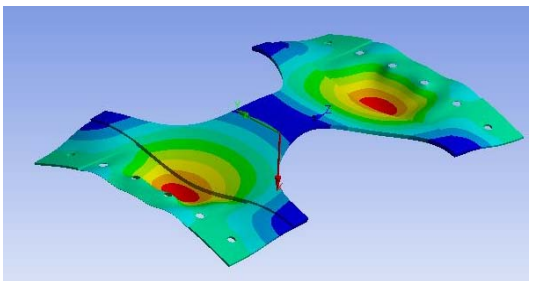
Il·lustració 51: Mode de vibració 3.

En el mode de vibració 3 es deforma la part lateral de la zona 1 de la peça en l'eix X. Es deforma de tal forma que el sentit del desplaçament és de signe canviat a un costat i a l'altre tal i com es mostra a la il·lustració 51.



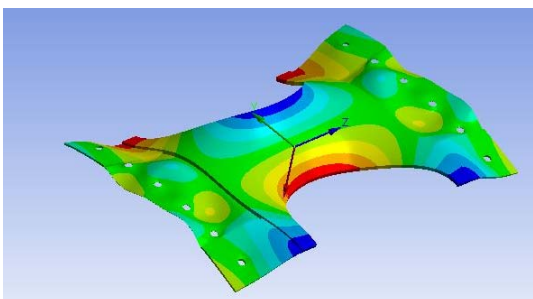
Il·lustració 52: Mode de vibració 4.

En el mode de vibració 4, a diferència dels tres modes de vibració anterior, tal i com s'observa a la il·lustració 52 la peça es deforma com si s'apliqués un moment torçor en l'eix Z al centre d'aquesta.



Il·lustració 53: Mode de vibració 5.

En el mode de vibració 5 la peça es deforma en l'eix radial de forma semblant al modes 1, 2 i 3, tot i que tal i com s'observa a la il·lustració 53 en aquesta ocasió la deformació es localitza en una zona més extrema de la peça.



Il·lustració 54: Mode de vibració 6.

Per últim, a la il·lustració 54 del mode de vibració 6 es pot observar que en aquest cas la peça es deforma com si tingués aplicat un moment torçor a la part central en l'eix Z.

12.3. Resultats peça de fibra de carboni i resina epoxy

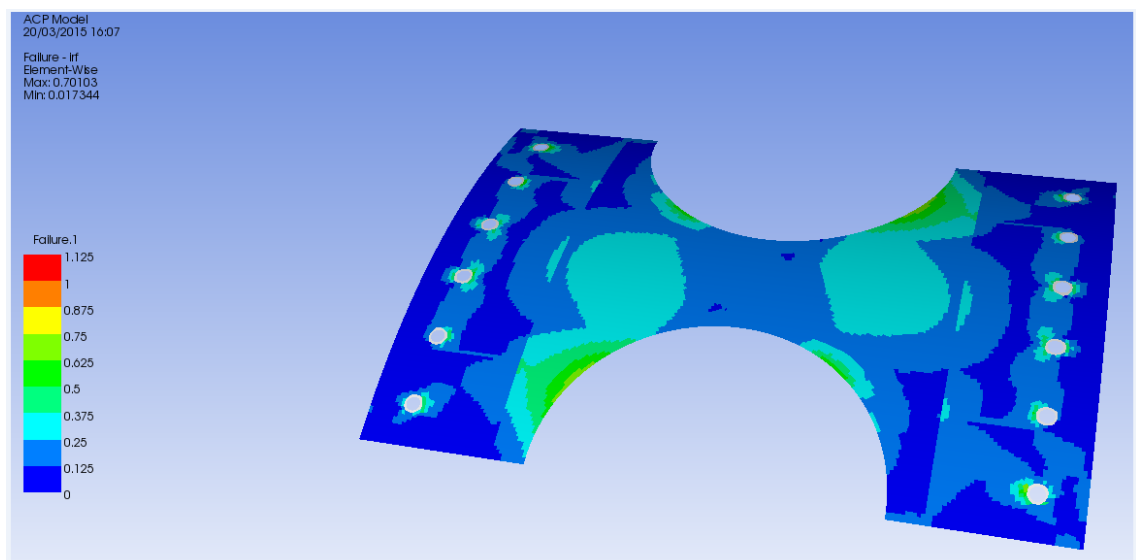
A la taula 11 es poden observar els resultats de gruixos, tensions, comprovacions realitzades i reaccions en els forats obtinguts mitjançant la simulació amb elements finits.

PARÀMETRE	VALOR	UNITATS
$t_1 (0^\circ)$	0,58	[mm]
$t_1 (45^\circ)$	2,46	[mm]
$t_1 (-45^\circ)$	0,47	[mm]
$t_1 (90^\circ)$	0,86	[mm]
$t_2 (0^\circ)$	2,39	[mm]
$t_2 (45^\circ)$	0,21	[mm]
$t_2 (-45^\circ)$	1,18	[mm]
$t_2 (90^\circ)$	1,37	[mm]
$t_3 (0^\circ)$	0,80	[mm]
$t_3 (45^\circ)$	0,49	[mm]
$t_3 (-45^\circ)$	0,80	[mm]
$t_3 (90^\circ)$	4,68	[mm]
f_s	0,70	[]
F_{X1}	749,27	[N]
F_{Y1}	-940,42	[N]
F_{Z1}	-5559,4	[N]
F_{X2}	665,02	[N]
F_{Y2}	-899,47	[N]
F_{Z2}	-508,59	[N]
F_{X3}	670,96	[N]
F_{Y3}	-308,99	[N]
F_{Z3}	1072,9	[N]
F_{X4}	661,81	[N]
F_{Y4}	758,26	[N]
F_{Z4}	871,15	[N]
F_{X5}	678,21	[N]
F_{Y5}	1215,5	[N]
F_{Z5}	-1009,8	[N]
F_{X6}	666,39	[N]
F_{Y6}	1034,3	[N]
F_{Z6}	-7521,1	[N]
σ_{B1}	41,60	[MPa]
σ_{B2}	10,04	[MPa]
σ_{B3}	10,85	[MPa]
σ_{B4}	11,22	[MPa]
σ_{B5}	15,36	[MPa]
σ_{B6}	56,02	[MPa]
σ_{C1}	5,91	[MPa]
σ_{C2}	5,25	[MPa]
σ_{C3}	5,29	[MPa]
σ_{C4}	5,22	[MPa]
σ_{C5}	5,35	[MPa]
σ_{C6}	5,26	[MPa]
σ_{SN1}	13,95	[MPa]

σ_{SN2}	1,50	[MPa]
σ_{SN3}	3,87	[MPa]
σ_{SN4}	3,14	[MPa]
σ_{SN5}	0,07	[MPa]
σ_{SN6}	18,88	[MPa]
m	1,36	[Kg]
f	353,84	[Hz]
δ_{max}	2,24	[mm]
δ_{min}	-0,64	[mm]

Taula 11: Resultats material compòsit.

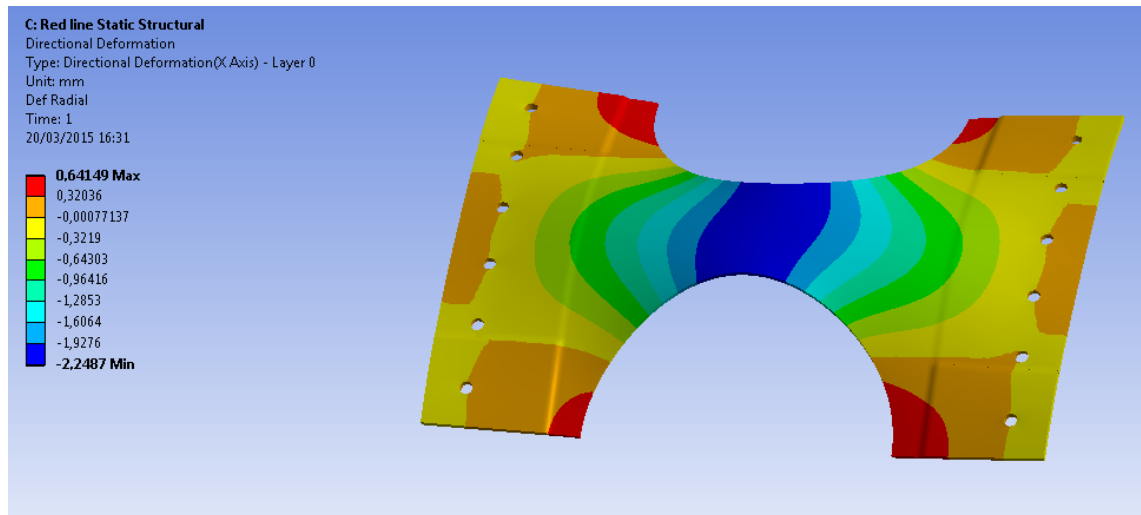
D'igual forma que amb l'alumini i el titani, l'índex de fallada màxim es troba en la zona 3 tal i com s'observa en la il·lustració 55. Aquest índex de fallada màxim correspon al resultat de la matriu a tracció del mètode Puck i pren un valor de 0,70. És precisament l'índex de fallada el que limita el gruix de les diferents zones, i per tant, la massa de la peça.



Il·lustració 55: Índex de fallada.

A la il·lustració 56 s'observa com la deformació radial màxima és de 2,248 mil·límetres, la qual no suera els 2,5 mil·límetres que s'imposaven en els requeriments. Aquesta deformació radial màxima es produeix a la part central de la peça pintada de color blau. La deformació radial mínima és de -0,641 mil·límetres amb la qual cosa no es supera el -1 mil·límetres de requeriment. Aquesta deformació mínima es produeix a la zona extrema de la semicircumferència pintada de color vermell.

Cal tenir en compte que els signes de deformacions de la il·lustració 56 estan canviats a causa del sentit de l'eix X del sistema de coordenades.



Il·lustració 56: Deformació radial de la peça en mil·límetres.

Per a la distribució de les capes necessàries trobades en els resultats anteriors s’han seguit els següents criteris de disseny:

- No superar 1,8 mil·límetres de gruix continu de capes del mateix angle.
- Sempre que sigui possible posar l’angle oposat de la capa anterior.
- Realitzar una distribució simètrica.

Tenint en compte els criteris anteriors, els gruixos necessaris de cada angle i arrodonint els gruixos al nombre parell més proper per tal de poder realitzar la distribució simètrica es realitza la següent proposta de distribució de capes:

Zona 1:

$$[45_5, -45, 0, 90_2, 45_5, -45, 0, 90_2, 0, 45_2]s$$

Zona 2:

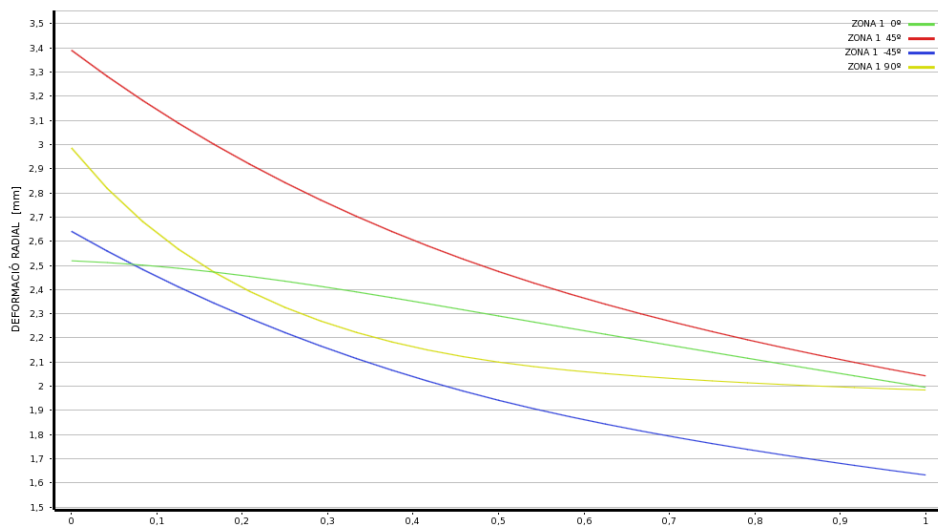
$$[45, -45_2, 0_4, 90_3, -45_2, 0_4, 90_2, -45_2, 0_4, 90_2]s$$

Zona 3:

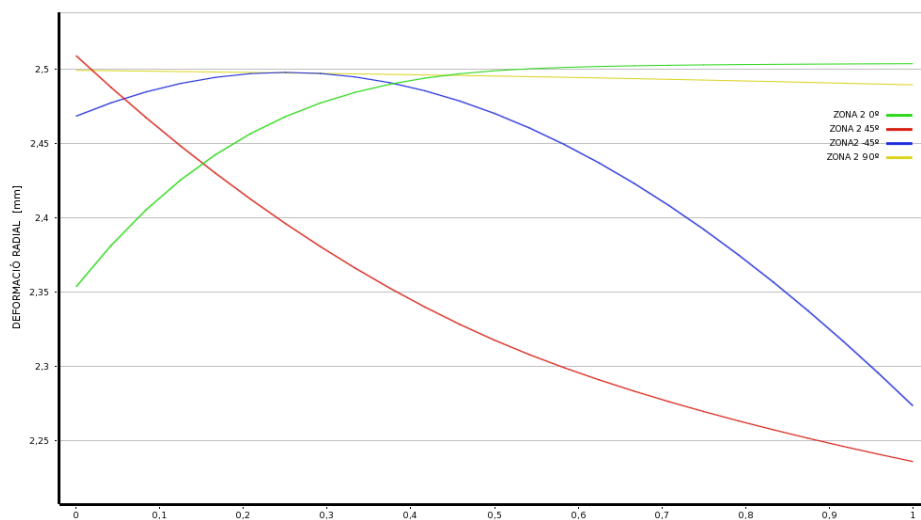
$$[45, -45, 0, 90_6, 45, -45, 0, 90_6, -45, 0, 90_6, -45, 0, 90_5]s$$

Tal i com passa a les peces fabricades amb alumini i titani, a la peça fabricada de material compòsit l'increment de gruix en determinades zones fa disminuir o augmentar més o menys la deformació radial, però en aquest cas que la deformació radial augmenti més o menys també depèn de l'angle en que estiguin col·locades les fibres en les diferents capes de material compòsit.

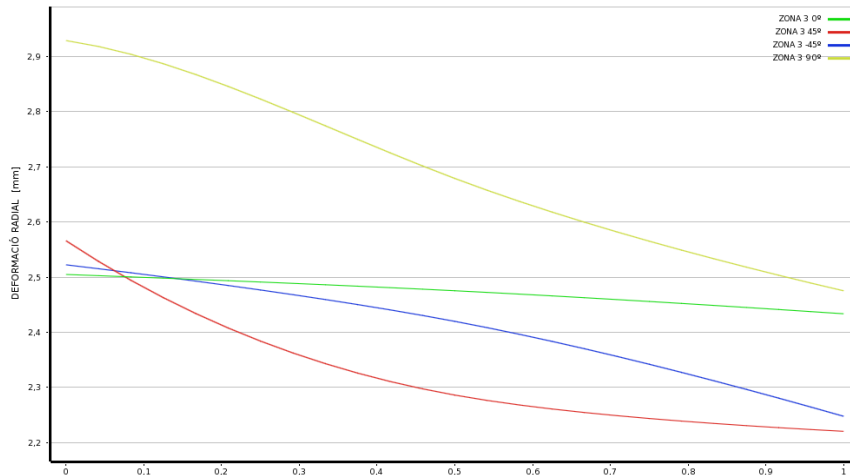
A les il·lustracions 57, 58 i 59 es pot observar la importància dels diferents angles de la fibra de les diferents zones en la deformació radial obtinguda.



Il·lustració 57: Importància del gruix dels diferents angles de la fibra de la zona 1 en la variació de la deformació radial.



Il·lustració 58: Importància del gruix dels diferents angles de la fibra de la zona 2 en la variació de la deformació radial.



Il·lustració 59: Importància del gruix dels diferents angles de la fibra de la zona 3 en la variació de la deformació radial.

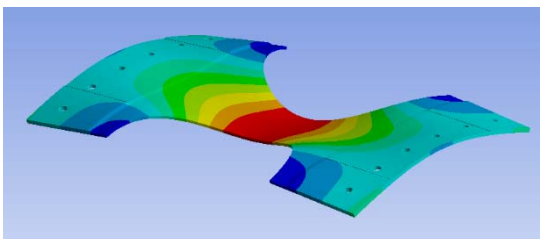
En

A la il·lustració 60 es poden observar sis modes de vibració de la peça. El mode de vibració de freqüència més baixa és de 353,84Hz, el qual supera els 250Hz dels requeriments establerts.



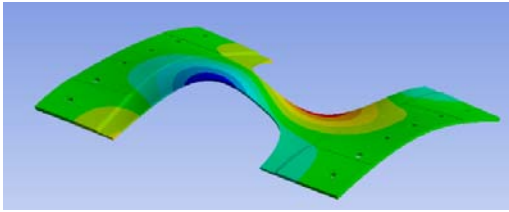
Il·lustració 60: Modes de vibració.

A continuació s'observa la forma de deformar-se la peça en cada mode de vibració.



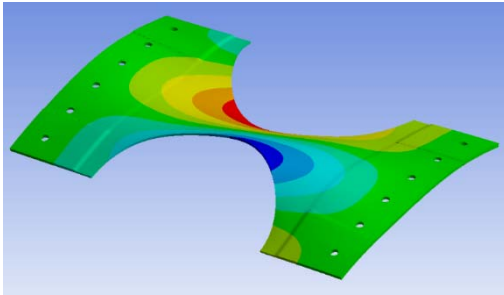
Il·lustració 61: Mode de vibració 1.

A la il·lustració 61 es pot observar com en el mode de vibració 1 la part central de la peça es deforma amunt i avall en la direcció de l'eix X.



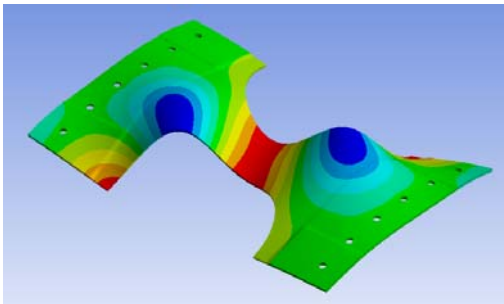
Il·lustració 62: Mode de vibració 2.

El segon mode de vibració és similar a l'alumini i al titani, però tal com s'observa a la il·lustració 62 la deformació està més descentrada respecte el centre de les semicircumferències.



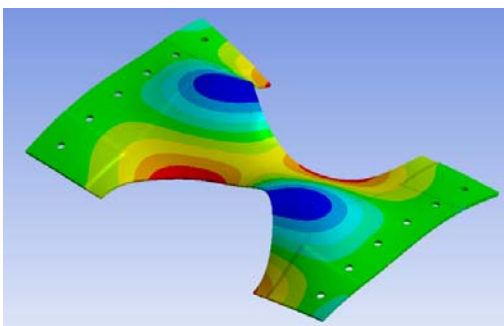
Il·lustració 63: Mode de vibració 3.

En el mode de vibració 3 es deforma la part lateral de la zona 1 de la peça en l'eix X, es deforma de tal forma que el sentit de la deformació és de signe canviat a un costat i a l'altre tal i com es mostra a la il·lustració 63.



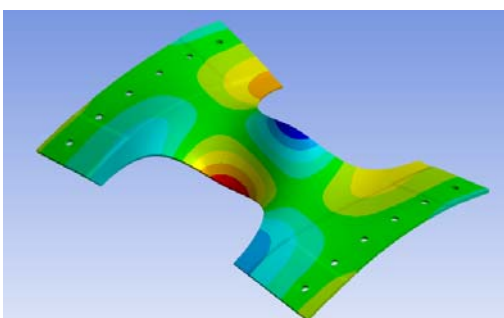
Il·lustració 64: Mode de vibració 4.

En el mode de vibració 4 la peça es deforma com una ona sinusoidal en la diagonal d'aquesta i anant canviant el signe de la deformació tal i com s'observa a la il·lustració 64.



Il·lustració 65: Mode de vibració 5.

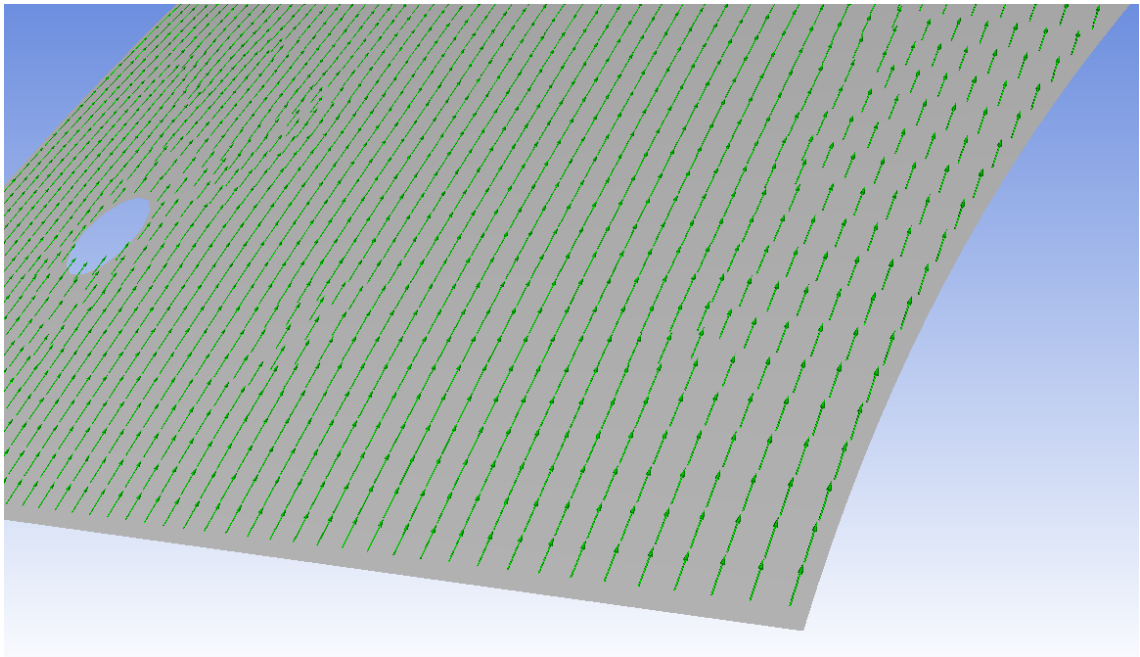
En el mode de vibració 5 la peça es deforma semblant al mode 4 però en aquest cas la ona sinusoidal es forma en les dues diagonals tal i com s'observa a la il·lustració 65.



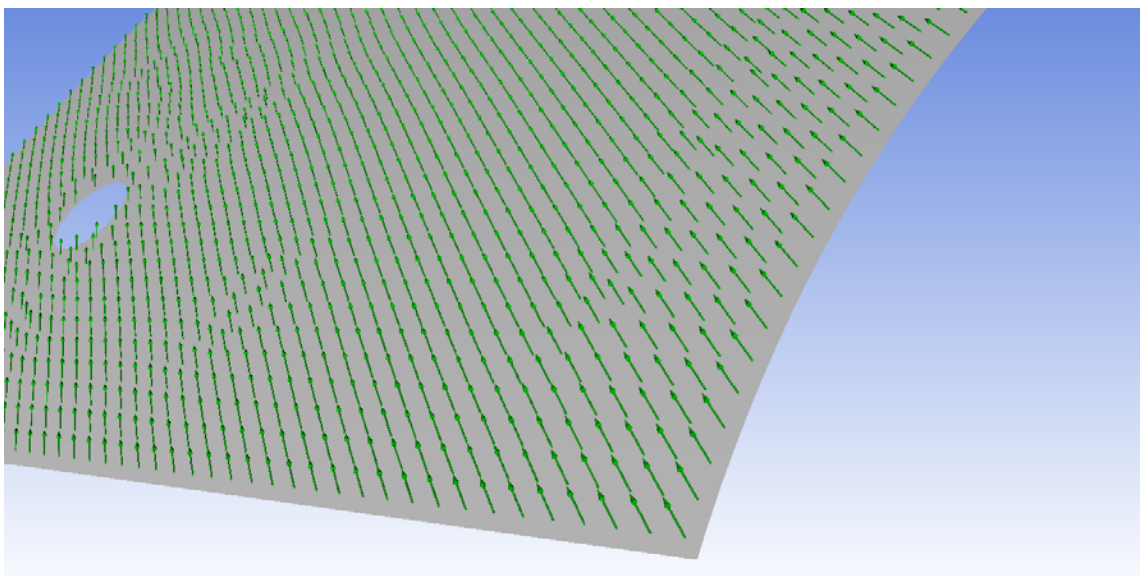
Il·lustració 66: Mode de vibració 6.

En el mode de vibració 6, tal i com s'observa a la il·lustració 66, la peça es deforma com si se li apliqués un moment torçor a la part central en l'eix Z.

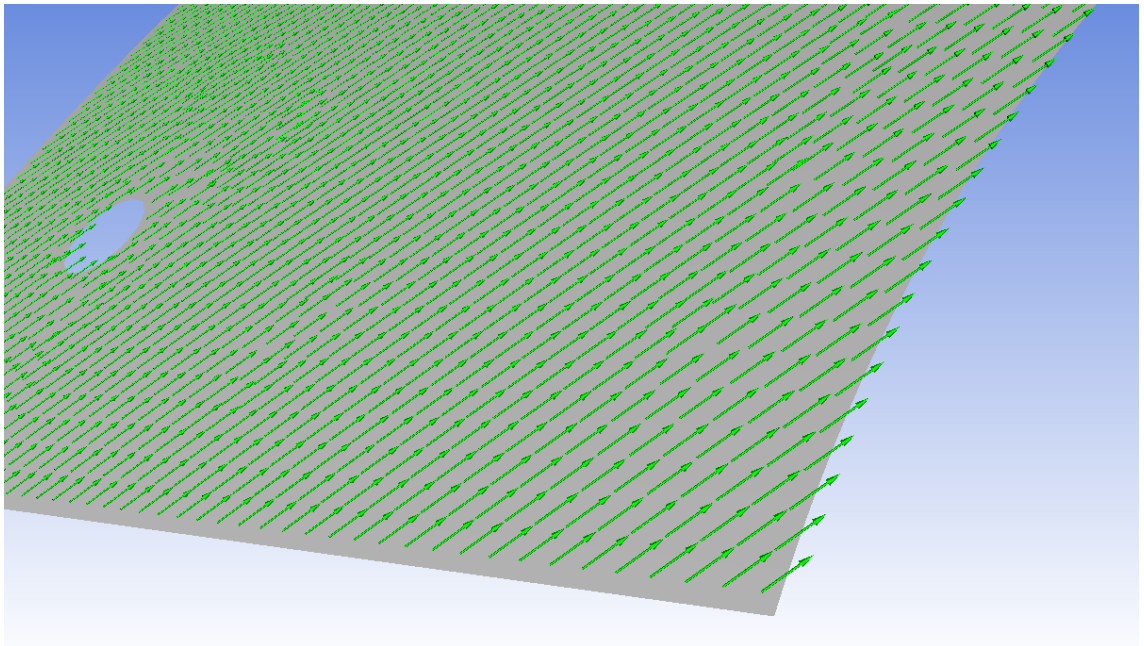
A les il·lustracions 67, 68, 69 i 70 es pot observar quina és la orientació de les fibres respecte la peça en els diferents angles de laminat.



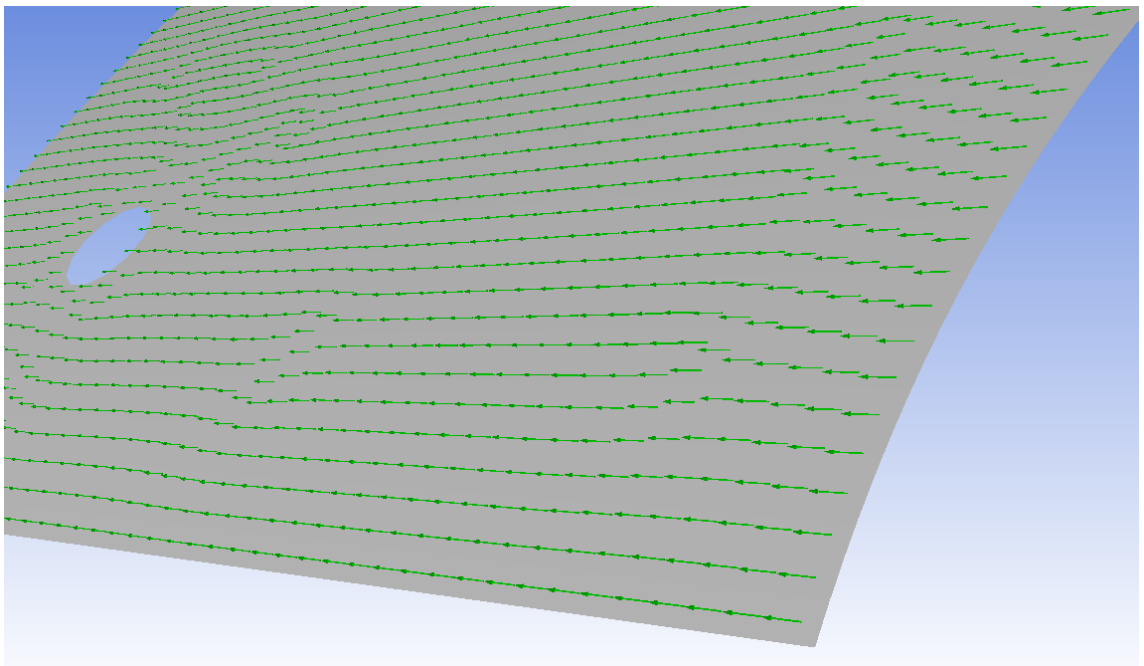
Il·lustració 67: Orientació 0 graus.



Il·lustració 68: Orientació 45 graus.



Il·lustració 69: Orientació -45 graus.



Il·lustració 70: Orientació 90 graus.

13. TAULA RESUM RESULTATS

MATERIAL	m [kg]	f [Hz]	δ_{min} [mm]	δ_{max} [mm]	f_s
Alumini	1,560	344,41	-0,428	2,4931	0,98
Titani	2,759	334,77	-0,7573	2,4976	0,91
Carboni + epoxy	1,360	353,84	-0,64	2,240	0,70

Taula 12: Resum resultats obtinguts.

14. PRESSUPOST**14.1. Carenat mòbil de titani**

DESCRIPCIÓ	QUANTITAT	PREU UNITARI	PREU TOTAL
Generar el model	20 hores	10€/h	200€
Programació de l'optimització	15 hores	10€/h	150€
Simulacions de resultats	12 hores	6€/h	72€
Redacció dels resultats	15 hores	10€/h	150€
Titani	28 kg	25€/kg	700€
Fabricació del motlle	1 unitat	2.500 €/unitat	2.500€
Procés de fabricació	25 hores	30€/h	750€
	TOTAL		4.522€

Taula 13: Pressupost peça de titani.

14.2. Carenat mòbil d'alumini

DESCRIPCIÓ	QUANTITAT	PREU UNITARI	PREU TOTAL
Generar el model	20 hores	10€/h	200€
Programació de l'optimització	15 hores	10€/h	150€
Simulacions de resultats	12 hores	6€/h	72€
Redacció dels resultats	15 hores	10€/h	150€
Alumini	16 kg	5€/kg	80€
Fabricació del motlle	1 unitat	2.500 €/unitat	2.500€
Procés de fabricació	25 hores	30€/h	750€
	TOTAL		3.902€

Taula 14: Pressupost peça d'alumini.

14.3. Carenat mòbil de material compòsit

DESCRIPCIÓ	QUANTITAT	PREU UNITARI	PREU TOTAL
Generar el model	22 hores	10€/h	220€
Programació de l'optimització	16 hores	10€/h	160€
Simulacions de resultats	50 hores	6€/h	300€
Redacció dels resultats	15 hores	10€/h	150€
Fibra de carboni + resina epoxy	13,6 kg	95€/kg	1.292€
Fabricació del motlle	1 unitat	2.500 €/unitat	2.500€
Procés de fabricació	50 hores	30€/h	1.500€
		TOTAL	6.122€

Taula 15: Pressupost peça de material compòsit.

15. CONCLUSIONS

Després d'observar els resultats obtinguts i tenint present que l'objectiu del projecte és trobar una peça amb la menor massa possible, el millor material per a la fabricació de la peça és el material compòsit format de fibres de carboni i resina epoxy. La massa total del carenat mòbil del motor *open-rotor*, sense tenir en compte el pes dels cargols, és de 13,6 quilograms. El cost aproximat de la fabricació de les 10 peces que formen el carenat mòbil és de 6.122€.

En els tres casos de materials s'ha observat que en dos, com són la peça d'alumini i la peça de material compòsit, la restricció més desfavorable i que per tant marca el gruix mínim que ha de tenir la peça és la tensió màxima. En el cas de la peça fabricada de titani la restricció que afecta més a la distribució de gruixos de la peça és la deformació radial màxima.

A les peces fabricades d'alumini i de titani les zones 1 i 3 són les que més influeixen en la deformació de la peça. Augmentant el gruix d'aquestes zones es redueix la deformació de la peça. En canvi, el gruix de la zona 2 afecta molt menys en la deformació de la peça. Per aquest fet i per tal de minimitzar la massa, el gruix de la zona 2 és molt més inferior al gruix de les zones 1 i 3.

Cal remarcar que els gruixos de les peces obtinguts és possible que la seva fabricació no sigui factible, però en aquest treball es busca un gruix optimitzat per a una posterior orientació de gruixos en l'etapa de fabricació.

Per a futurs projectes seria interessant intentar minimitzar més la massa de la peça parametrizant l'àrea de les diferents zones de la peça i tenir en compte restriccions de fabricabilitat, ja que com s'ha observat en aquest projecte la variació de gruix a les diferents zones afecta de manera diferent a la deformació de la peça.

16. BIBLIOGRAFIA

- [1] E.F.Bruhn. *Analysis and Design of Flight Vehicle Structures*. Tri-State Offset Company. Cincinnati. 1973.
- [2] M.C.Y. Niu. *Airframe Stress Analysis and Sizing*. Hong Kong Conmilit Press LTD, ISBN 962-7128-08-2. 1999.
- [3] M.C.Y. Niu. *Composite Airframe Structures*. Hong Kong Conmilit Press LTD, ISBN-10: 9627128066. 2010.
- [4] Richard G. Budynas and J. Keith Nisbelt. *Shigley's Mechanical Engineering Design*. Editorial McGraw Hill. Nova York. 2011.
- [5] A. Puck & H. Schürmann. *Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models* (1996). Editorial Elsevier. Gran Bretanya. (1998).
- [6] Silvestre T. Pinho, Carlos G. Dávila, Pedro P. Camanho, Lorenzo Iannucci, Paul Robinson. *Failure Models and Criteria for FRP Under In-Plane or Three-Dimensional Stress States Including Shear Non-Linearity*. NASA/TM-2005-213530. USA. 2005.
- [7] Department of defence, United States of America. *Metallic materials and elements for aerospace vehicles structures*. MIL-HDBK-5H. 1998.
- [8] Carlos G. Davila, Pedro P. Camanho and Cheryl A. Rose. *Failure Criteria for FRP Laminates*. Journal of composite materials Vol 39. No 4/2005. 2005.
- [9] Les blog: L'Open rotor ressortit des tiroirs (2009) <blog.24heures.ch/archive/2009/05/11/l-open-rotor-ressortit-des-tiroirs.html> [Consulta: 25 d'abril de 2015].
- [10] Y.Yagit. *Composite Materials* (2012) <www.slideshare.net/JokiYagit/composite-materials-11728091> [Consulta: 3 de maig de 2015].
- [11] K. Schittkowski. *NLPQL: A FORTAN subroutine solving constrained nonlinear programming problems*. Annals of Operation Research Vol. 5 Issue 1-4, p485. 1986.
- [12] Geoff Bohling, *Kriging* (2005). <<http://people.ku.edu/~gbohling/cpe940>> [Consulta: 28 d'abril de 2015].
- [13] Daniel Trías, Raquel Rojo, Iñaki Nuin, Mikel Lasa. *Fracture mechanics and new techniques and criteria for the design of structural components for wind turbines*. National Renewable Energy Centre (CENER). Sarriguren. 2007.
- [14] Ansys, Inc. Meshing help. Canonsburg, U.S.A. 2009.

ANNEX A: Propietats dels materials

A.1 Propietats aliatge d'alumini 6061-T6.

PARÀMETRE	VALOR	UNITATS
ρ	2.770	[Kg/m ³]
E	69.000	[MPa]
ν	0,33	[-]
S_y	280	[MPa]
S_{ut}	310	[MPa]
G	26.000	[MPa]

Taula 16: Propietats alumini.

A.2 Propietats aliatge de titani Ti6Al4V.

PARÀMETRE	VALOR	UNITATS
ρ	4.430	[Kg/m ³]
E	110.000	[MPa]
ν	0,31	[-]
S_y	870	[MPa]
S_{ut}	917,2	[MPa]
G	42.800	[MPa]

Taula 17: Propietats titani.

A.3 Propietats làmina Epoxy-carbon UD 230GPa.

PARÀMETRE	VALOR	UNITATS
ρ	1.518	[Kg/m ³]
E_x	123.340	[MPa]
E_y	7.780	[MPa]
E_z	7.780	[MPa]
ν_{xy}	0,27	[-]
ν_{yz}	0,42	[-]
ν_{xz}	0,27	[-]
G_{xy}	5.000	[MPa]
G_{yz}	3.080	[MPa]
G_{xz}	5.000	[MPa]
σ_x^{ut}	1.632	[MPa]
σ_y^{ut}	34	[MPa]
σ_z^{ut}	34	[MPa]
σ_x^{uc}	-704	[MPa]
σ_y^{uc}	-68	[MPa]
σ_z^{uc}	-68	[MPa]
τ_{xy}	80	[MPa]
τ_{yz}	55	[MPa]
τ_{xz}	80	[MPa]

Taula 18: Propietats làmina Epoxy-Carbon UD 230GPa.

ANNEX B: Criteris de fallada

B.1 CRITERIS DE FALLADA MATERIAL COMPÒSIT

A diferència del que acostuma a passar en un material isòtrop, la fallada d'un material compòsit de matriu polimèrica reforçada amb fibres pot presentar les següents formes de fallada entre d'altres:

- Trencament de la fibra per tracció.
- Vinclament i trencament de la fibra per compressió.
- Trencament de la matriu per tracció.
- Trencament de la matriu per tallant.
- Pèrdua d'adhesió entre fibra i matriu (*debonding*).
- Pèrdua d'adhesió entre làmines (delaminació).

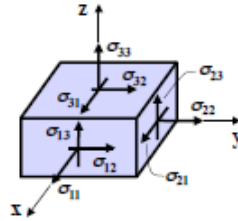
Els criteris de fallada dels materials compòsits es poden separar en dos tipus:

- Criteris polinomials:
Són criteris que prediuen la fallada de la làmina però no proporcionen la informació del tipus de fallada. No tenen en compte fenòmens en la interfície fibra-matriu.
- Criteris associats als mecanismes de dany:
Aquests criteris sí que tenen en compte el tipus de fallada. Tracten de manera independent la fallada de la fibra i la matriu i el mode amb que això passa.

Per a la determinació de la fallada del material compòsit s'utilitzaran mètodes d'aquest últim grup de criteris associats als mecanismes de dany. En concret aquets mètodes són:

- Hashin
- Puck
- LaRC

Pel desenvolupament dels càlculs es segueix la nomenclatura de la il·lustració 71, on la direcció X és la direcció de les fibres, la direcció Y és la direcció perpendicular a les fibres i la direcció Z és la direcció del gruix. Els sistema de coordenades X, Y, Z es fixa en funció de la direcció de la fibra.



Il·lustració 71: Tensions.

B.1.1 Hashin 2-D

El criteri de Hashin es basa en la determinació de la resistència de la làmina unidireccional segons els diferents modes de fallada observats experimentalment.

Els modes de fallada considerats corresponen a la fallada de la fibra, a tracció i a compressió, i a la fallada de la matriu i interfície fibra-matriu, també considerant esforços a tracció o compressió.

Els índex de fallada es determinen com;

- Índex de fallada de la fibra a tracció:

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S^L}\right)^2 \leq 1$$

- Índex de fallada de la fibra compressió:

$$\sigma_{11} \leq X_C$$

- Índex de fallada de la matriu a tracció:

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S^L}\right)^2 \leq 1$$

- Índex de fallada de la matriu a compressió:

$$\left[\left(\frac{Y_C}{2 \cdot S^T}\right)^2 - 1\right] \frac{\sigma_{22}}{Y_C} + \left(\frac{\sigma_{22}}{2 \cdot S^T}\right)^2 + \frac{\sigma_{12}^2}{(S^L)^2} \leq 1$$

B.1.2 Puck

Aquest criteri distingeix, basant-se en la mecànica de la fractura i observacions experimentals, tres tipus de modes de fallada per a la matriu. Aquests modes corresponen a la fallada de la matriu a tracció i dos modes en funció de la relació entre l'esforç a compressió i l'esforç tallant. A més dels modes de fallada de la matriu, es considera un mode de fractura per a la fibra.

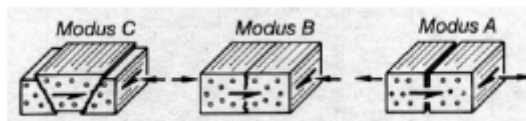
- Índex de fallada de la fibra a tracció o compressió

$$\frac{\sigma_{11}}{X_{T/C}} \leq 1$$

O considerant interacció entre esforç i deformació unitària

$$\frac{1}{2} \left(\left| \frac{\sigma_{11}}{X_{T/C}} \right| + \left| \frac{\varepsilon_{11}}{\varepsilon_{11T/C}^u} \right| \right) \leq 1$$

- Índex de fallada de la matriu



Il·lustració 72: Modes de trencament de la matriu.

- Mode A

$$(\sigma_{22} > 0)$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_{12}}{S^L}\right)^2 + \left(1 - \rho_{12}^+ \cdot \frac{Y_T}{S^L}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_T}\right)^2} + \rho_{12}^+ \cdot \frac{\sigma_{22}}{S^L} \leq 1$$

$$\rho_{12}^+ \approx 0,3$$

- Mode B

$$(\sigma_{22} < 0) \quad 0 \leq \left| \frac{\sigma_{22}}{\sigma_{12}} \right| \leq \frac{\sigma_{23}^A}{\sigma_{12}^C}$$

$$\frac{1}{S^L} \left(\sqrt{\sigma_{12}^2 + (\rho_{12}^{(-)} \cdot \sigma_{22})^2} + \rho_{12}^{(-)} \cdot \sigma_{22} \right) \leq 1$$

On;

$$\text{on } \rho_{12}^{(-)} \approx 0,2$$

$$\sigma_{23}^A = \frac{S^L}{2 \cdot \rho_{12}^{(-)}} \left(\sqrt{1 + 2 \cdot \rho_{12}^{(-)} \cdot \frac{Y_c}{S^L}} - 1 \right)$$

$$\sigma_{12}^c = S^L \cdot \sqrt{1 + 2 \cdot \rho_{23}^{(-)}}$$

$$\rho_{23}^{(-)} = \rho_{12}^{(-)} \cdot \frac{\sigma_{23}^A}{S^L}$$

o Mode C

$$(\sigma_{22} < 0) \quad 0 \leq \left| \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{22}} \right| \leq \frac{|\sigma_{12}^c|}{\sigma_{23}^A}$$

$$\left[\left(\frac{\sigma_{12}}{2 \cdot (1 + \rho_{23}^{(-)}) \cdot S^L} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_c} \right)^2 \right] \cdot \frac{Y_c}{(-\sigma_{22})} \leq 1$$

Angle de fractura

$$\cos(\theta_{fp}) = \sqrt{\frac{\sigma_{23}^A}{-\sigma_{22}}}$$

B.1.3 LaRC (Langley Research Center)

Un altre criteri utilitzat és el LaRC. Aquest criteri es basa en models físics per a cada mode de fallada i distingeix entre fallada de la fibra i de la matriu. Els criteris LaRC tenen en compte que la resistència *in situ* d'una capa col·locada entre capes amb orientacions de fibres diferents és diferent en comparació a la mateixa capa col·locada en un laminat unidireccional.

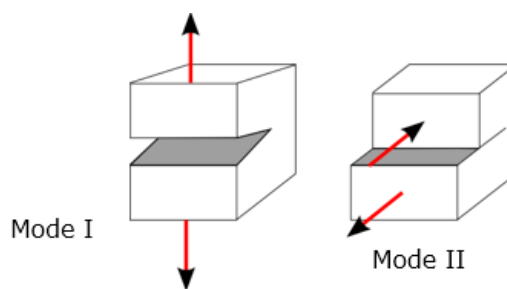
La avaluació de la resistència *in situ* també distingeix entre capes primes i gruixudes. El límit entre capes gruixudes i primes són 0,7 mil·límetres d'espessor.

A la taula 19 es pot observar la simbologia específica per al criteri LaRC.

SÍMBOL	UNITATS	DESCRIPCIÓ
G_{IC}	[KJ/m ²]	Resistència a la fractura pel mode I
G_{IIC}	[KJ/m ²]	Resistència a la fractura pel mode II
η^T	[]	Coefficient de fricció transversal
η^L	[]	Coefficient de fricció longitudinal
α	[Graus]	Angle de fractura amb compressió no pura
α_0	[Graus]	Angle de fractura amb compressió pura
Y_{is}^T	[MPa]	Tensió de fallada a tracció <i>in situ</i> a la direcció 2
S_{is}^L	[MPa]	Tensió de fallada a tallant <i>in situ</i> al pla 12

Taula 19: Simbologia LaRC.

A la il·lustració 73 es poden observar els modes de fractura I i II.



Il·lustració 73: Modes de fractura [13].

Un valor aproximat dels paràmetres per a un laminat de carboni i resina epoxy és,

PARAMETRE	UNITATS	VALOR
G_{IC}	[KJ/m ²]	0,28
G_{IIC}	[KJ/m ²]	0,79
α_0	[Graus]	53

Taula 20: Valors paràmetres LaRC.

Els laminats no tendeixen massa a fallar en el pla de màxima tensió tallant. Això es degut a la fricció interna i considerada en el criteri LaRC amb dos coeficients de fricció:

Coeficient de fricció transversal

$$\eta^T = \frac{-1}{\tan(2\alpha_0)}$$

Coeficient de fricció longitudinal

$$\eta^L = \frac{S^L \cdot \cos(2\alpha_0)}{Y_C \cdot \cos^2(\alpha_0)}$$

Com s'ha comentat anteriorment el criteri de fallada LaRC té en compte la resistència d'una capa col·locada entre capes d'orientacions de fibres diferents. Per a la determinació de la resistència *insitu* de capes primes s'utilitzen les següents expressions:

$$Y_{is}^T = \sqrt{\frac{8 \cdot G_{IC}}{\pi \cdot t \cdot \Lambda_{22}}}$$

$$S_{is}^L = \sqrt{\frac{8 \cdot G_{IIC}}{\pi \cdot t \cdot \Lambda_{44}}}$$

On t es el gruix de la capa i ,

$$\Lambda_{22} = 2 \cdot \left(\frac{1}{E_2} - \frac{\nu_{21}^2}{E_1} \right)$$

$$\Lambda_{44} = \frac{1}{G_{12}}$$

Per a capes gruixudes la resistència *in situ* és,

$$Y_{is}^T = \sqrt{\frac{2 \cdot G_{IC}}{\pi \cdot t \cdot \Lambda_{22}}}$$

$$S_{is}^L = \sqrt{\frac{2 \cdot G_{IIC}}{\pi \cdot t \cdot \Lambda_{44}}}$$

En el criteri de fallada LaRC, la imperfecció de les alineacions de les fibres es representa transformant la tensió original en dues tensions de desalineament. A la il·lustració 74 es pot observar la descomposició de les tensions en la zona on les fibres estan desalineades.



Il·lustració 74: Imperfecció de la alineació de les fibres [8].

Les tensions desalineades es calculen com,

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^m &= \sigma_{11} \cdot \cos^2 \varphi + \sigma_{22} \cdot \sin^2 \varphi + 2 \cdot \tau_{12} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \\ \sigma_{22}^m &= \sigma_{11} \cdot \sin^2 \varphi + \sigma_{22} \cdot \cos^2 \varphi - 2 \cdot \tau_{12} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi \\ \tau_{12}^m &= -\sigma_{11} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi + \sigma_{22} \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi + \tau_{12} \cdot (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi)\end{aligned}$$

L'angle de desalineament per la compressió pura φ^C es calcula com,

$$\varphi^C = \tan^{-1} \left[\frac{1 - \sqrt{1 - 4 \cdot \left(\frac{S_{is}^L}{X_C} + \eta^L \right) \cdot \left(\frac{S_{is}^L}{X_C} \right)}}{2 \cdot \frac{S_{is}^L}{X_C} + \eta^L} \right]$$

L'angle total de desalineament es calcula com,

$$\varphi = \frac{|\tau_{12}| + (G_{12} - X_C) \cdot \varphi^C}{G_{12} + \sigma_{11} - \sigma_{22}}$$

- Índex de fallada de la fibra per tracció longitudinal

$$f_f = \frac{\sigma_1}{X_T} \leq 1 \text{ per } \sigma_{11} \geq 0$$

- Índex de fallada de la fibra a compressió amb compressió transversal

$$f_f = \frac{|\tau_{12}^m| + \eta^L \cdot \sigma_{22}^m}{S_{is}^L} \leq 1 \text{ per } \sigma_{11} < 0 \text{ i } \sigma_{22}^m < 0$$

- Índex de fallada de la fibra a compressió amb tracció transversal

$$f_f = g \cdot \left(\frac{\sigma_{22}^m}{Y_{is}^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}^m}{S_{is}^L} \right)^2 + (1 - g) \cdot \left(\frac{\sigma_{22}^m}{Y_{is}^T} \right) \leq 1 \text{ per } \sigma_{11} < 0 \text{ i } \sigma_{22}^m \geq 0$$

- Índex de fallada de la matriu a tracció

$$f_m = g \cdot \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_{is}^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{is}^L} \right)^2 + (1 - g) \cdot \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_{is}^T} \right) \leq 1 \text{ per } \sigma_{22} \geq 0$$

- Índex de fallada de la matriu a compressió amb una carrega longitudinal superior a la tensió transversal límit

$$f_m = \left(\frac{\tau_{eff}^T}{S^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{eff}^L}{S_{is}^L} \right)^2 \leq 1 \text{ per } \sigma_{11} \geq Y_C \text{ i } \sigma_{22} < 0$$

On,

$$\begin{aligned} \tau_{eff}^T &= -\sigma_{22} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\sin(\alpha) - \eta^T \cdot \cos(\alpha)) \\ \tau_{eff}^L &= \cos(\alpha) \cdot |\tau_{12}| + \eta^L \cdot \sigma_{22} \cdot \cos(\alpha) \end{aligned}$$

$$S^T = Y_C \cdot \cos(\alpha_o) \cdot \left(\sin(\alpha_o) + \frac{\cos(\alpha_o)}{\tan(2\alpha_o)} \right)$$

- Índex de fallada de la matriu a compressió amb una carrega longitudinal inferior a la tensió transversal límit.

$$f_m = \left(\frac{\tau_{eff}^{mT}}{S^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{eff}^{mL}}{S_{is}^L} \right)^2 \leq 1 \text{ per } \sigma_{11} < Y_c \text{ i } \sigma_{22} < 0$$

On,

$$\begin{aligned} \tau_{eff}^{mT} &= -\sigma_{22} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\sin(\alpha) - \eta^T \cdot \cos(\alpha)) \\ \tau_{eff}^{mL} &= \cos(\alpha) \cdot |\tau_{12}| + \eta^L \cdot \sigma_{22} \cdot \cos(\alpha) \end{aligned}$$

B.2 ÍNDEX DE FALLADA ALUMINI I TITANI

Tensió de Von Mises

$$\sigma_{VM} = \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

L'índex de fallada estàtic és

$$f_s = \frac{\sigma_{VM}}{S_y} \leq 1$$

ANNEX C: Anàlisi junta cargolada

C.1 COMPROVACIÓ SECCIÓ NETA PEÇA

Per a la comprovació de que la secció de la peça resisteix els esforços de les reaccions que es generen en els forats dels cargols es calcula la tensió que genera la força Z , que s'observa a la il·lustració 76, corresponent de cada forat sobre les seccions corresponents. A la il·lustració 75 es pot observar que per aquest càlcul la secció es divideix en sis trams, i cadascun d'aquests trams resisteix els esforços del forat de fixació corresponent.

El valor de tensió neta a cada secció es calcula com,

$$\sigma_{SNn} = \frac{F_{Zn}}{(L_{SNn} - D) \cdot t_n}$$

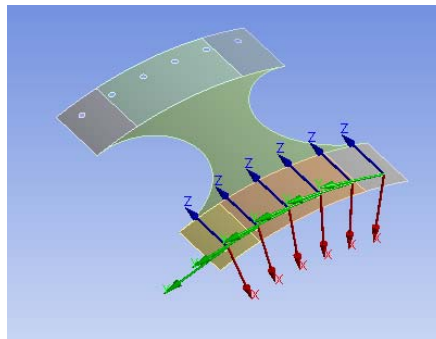
On,

L_{SNn} : Longitud del tram corresponent al cargol n .

D: Diàmetre del forat



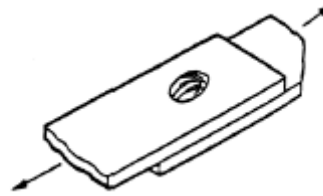
Il·lustració 75: Àrees contributives per el càlcul de la secció neta.



Il·lustració 76: Sistema d'eixos dels forats.

C.2 COMPROVACIÓ FALLADA PER BEARING

A la il·lustració 77 s'observa la fallada del material per bearing. Aquesta es produeix quan la resultant de les components Z i Y, observades a la il·lustració 76, provoquen un esforç superior a la resistència del material. En el cas dels materials alumini i titani la tensió màxima de bearing és superior al límit elàstic del material, però per a la realització de les comprovacions per a la tensió màxima de bearing s'ha agafat el valor del límit elàstic essent així més conservador.



Il·lustració 77: Bearing

Per a determinar la tensió de *bearing* s'utilitza la següent expressió;

$$\sigma_{Bn} = \frac{\sqrt{F_{Yn}^2 + F_{Zn}^2}}{\frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{D}{2}}{2} \cdot t_n}$$

C.3 COMPROVACIÓ RESISTÈNCIA CARGOL

Per a la comprovació que el cargol resisteixi la força axial s'utilitza la component X de la força observada a la il·lustració 76.

$$\sigma_{cn} = \frac{F_{Xn}}{\pi \cdot \left(\frac{D_c}{2}\right)^2}$$

On,

D_c : Diàmetre del cargol.

Els cargols utilitzats són cargols de titani de ½ polzada. Aquests cargols es poden assimilar als cargols d'acer de 10.9 de resistència.

Els cargols de titani presenten una resistència última a tracció de 900MPa i un límit elàstic de 827MPa.

La seva densitat és de $4,43 \frac{gr}{cm^3}$

ANNEX D: Verificació mallat

D.1 CÀLCUL COEFICIENTS D'AVALUACIÓ DEL MALLAT**D.1.1 Qualitat de l'element de mallat**

- Per a elements quad/tri en 2D

$$Qualitat = C \cdot \left(\frac{\text{Àrea}}{\sum(\text{Llargada costats})^2} \right)$$

- Per a elements quad/tri en 3D

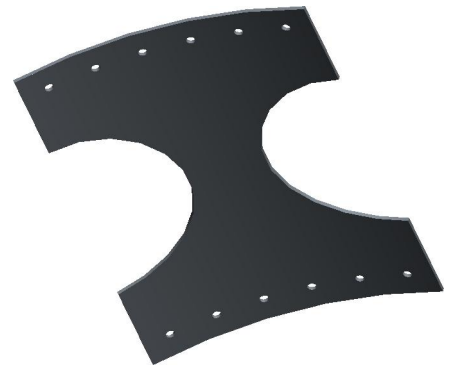
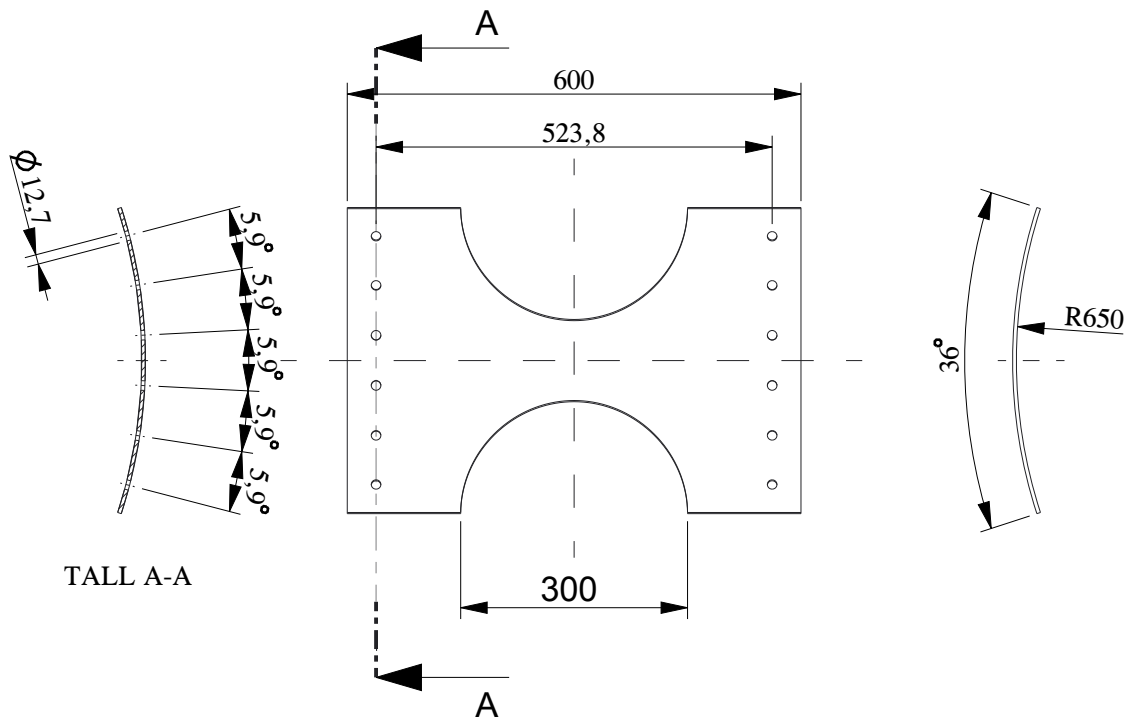
$$Qualitat = C \cdot \left(\frac{\text{Volum}}{\sqrt{\sum(\text{Llargada costats}^2)^3}} \right)$$


On el coeficient C li correspon un valor de,

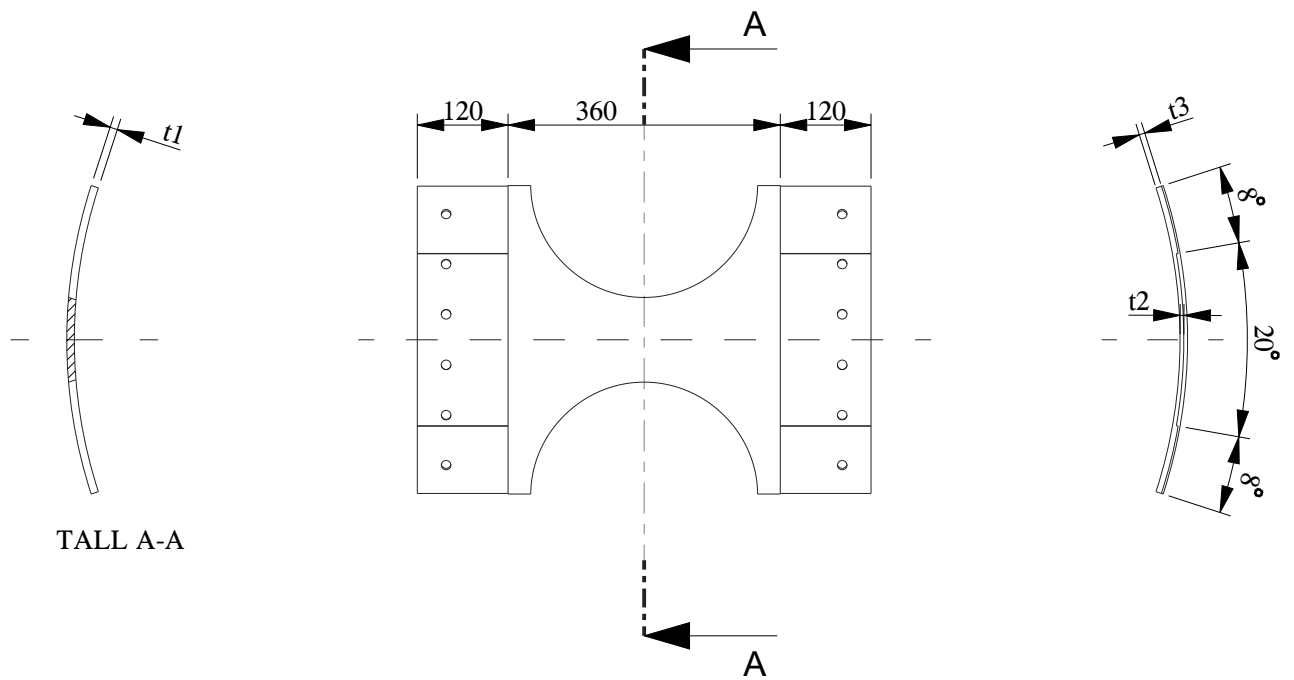
ELEMENT	VALOR DE C
Triangle	6,92
Quadrangle	4
Tetraedre	124,70
Hexàgon	41,56
Falca	62,35
Piràmide	96

Taula 21: Valors de C per el càlcul de la qualitat dels elements del mallat.

ANNEX E: Mides peça



	Data	Nom		 EPS UdG Escola Politècnica Superior
Dibuixat	18/04/15	Marc	Trafach	
Comprovat				
Escala	Peça carenat mòbil motor tipus open-rotor			Nº Plànol P1
1:10				Substitueix a:
				Especialitat MEI



TALL A-A

	Data	Nom		
Dibuixat	18/04/15	Marc	Trafach	
Comprovat				
Escala	Distribució de zones i gruixos			Nº Plànol
1:10				P2
				Substitueix a:
		Especialitat	MEI	