



**EPS**

Escola Politècnica

**UdG** Superior

## Treball final de grau

**Estudi:** Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials

**Títol:** Estudi numèric de la compatibilitat tèrmica entre formigó i  
barres de FRP

**Document:** Memòria i Annexos

**Alumne:** David Sala Pinsach

**Director/Tutor:** Marta Baena Muñoz / Lluís Torres Llinàs

**Departament:** Enginyeria Mecànica i de la Construcció Industrial

**Àrea:** Enginyeria de la Construcció

**Convocatòria** (mes/any): Setembre/2014

**ÍNDIX DE CONTINGUTS**

1	INTRODUCCIÓ .....	4
1.1	Antecedents.....	5
1.2	Objecte .....	5
1.3	Especificacions i abast .....	5
2	MODEL ANALÍTIC.....	6
3	MODEL NUMÈRIC .....	15
3.1	Modelització amb Mètode dels Elements Finitis .....	15
3.2	Definició del model a simular .....	15
3.3	Modelització amb elements Shell.....	15
3.3.1	Estudi teòric dels elements utilitzats .....	15
3.3.2	Definició dels materials.....	16
3.3.2.1	Formigó .....	16
3.3.2.2	Barres de reforç.....	17
3.3.3	Creació dels models a simular .....	20
3.3.3.1	Comprovació implícit / explícit .....	21
3.3.3.2	Comprovació analític / explícit .....	24
4	VARIABLES D'ESTUDI .....	29
5	RESULTATS I CONCLUSIONS.....	31
5.1	Resultats acer.....	33
5.1.1	Conclusions acer .....	38
5.2	Resultats acer inoxidable.....	38
5.2.1	Conclusions acer inoxidable .....	44
5.3	Resultats GFRP.....	44
5.3.1	Conclusions GFRP .....	51
5.4	Resultats CFRP .....	51
5.4.1	Conclusions CFRP .....	57
5.5	Conclusions generals .....	58

---

6	RESUM DEL PRESSUPOST.....	60
7	BIBLIOGRAFIA.....	61
	ANNEX A: MANUAL DEL PROGRAMA ABAQUS .....	62
	ANNEX B: CÀLCULS I RESULTATS COMPLETS .....	69
	B.1 Càlculs i resultats acer.....	69
	B.2 Càlculs i resultats acer inoxidable .....	75
	B.3 Càlculs i resultats GFRP .....	81
	B.4 Càlculs i resultats CFRP .....	88

## 1 INTRODUCCIÓ

Actualment, una de les tecnologies més importants en el món de la construcció és la del formigó armat. Aquest està format pel formigó i per les barres de reforç, components que treballen conjuntament per resistir els esforços.

El formigó és un material que s'obté de la mescla d'un conglomerant, generalment ciment, amb grava i amb aigua. Al fer aquesta mescla, es converteix en una pasta molt moldeable que amb poques hores s'endureix, convertint-se en un material amb bona consistència.

El formigó es caracteritza per ser un material fràgil, que aguanta molt bé els esforços de compressió però no tant bé els de tracció ni els de flexió i es per això que es necessiten les barres de reforç.

Les barres de reforç més utilitzades tradicionalment són les d'acer degut en part a les seves bones propietats mecàniques i a que comparteixen característiques d'expansió tèrmica molt similars a les del formigó. Aquesta última característica fa que no es produeixin tensions gaire grans quan es troben sotmesos a increments de temperatura.

El problema d'utilitzar les barres d'acer és que amb el temps pateixen corrosió i es van degradant, sobretot en ambients humits i amb clorurs, com podrien ser estructures marines o ponts, i això suposa grans costos de manteniment i reparació. És per aquest motiu que es va començar a utilitzar barres de materials compòsits de matriu polimèrica (FRP, de l'anglès Fiber Reinforced Polymers) per el formigó armat.

Aquestes barres estan formades per unes fibres d'alta resistència envoltades per una matriu de resina. El principal avantatge que tenen respecte a les barres d'acer és que no pateixen corrosió i això provoca estalvi en costos de manteniment i també ajuda molt a la durabilitat. També s'ha de comentar que aquest tipus de barres són bastant més cares que les de l'acer.

El problema que poden tenir aquestes barres, i és el motiu pel qual es fa aquest estudi, és la diferència de coeficient d'expansió tèrmica que tenen respecte al formigó, i això pot provocar tensions a la interfície barra-formigó, fet que pot originar que es produeixin fissures en el formigó i s'acabi trencant.

## 1.1 Antecedents

Fins ara s'han utilitzat armadures convencionals d'acer com a reforç en estructures de formigó, però aquestes presenten un problema de durabilitat per efecte de la corrosió que pateixen, així doncs es contempla la possibilitat d'utilitzar barres de materials compòsits de matriu polimèrica (FRP, de l'anglès Fiber Reinforced Polymers ) com a substitut de les armadures d'acer. Actualment, les fibres més utilitzades i estudiades són les de GFRP (Glass Fiber Reinforced Polymers) i les de CFRP (Carbon Fiber Reinforced Polymers).

El coeficient de dilatació tèrmica transversal de la majoria de les barres de GRFP que s'utilitzen és entre 3 i 5 vegades més gran que el del formigó [1] i les de CFRP entre 8 i 9 vegades més gran [2]. Aquesta diferència entre coeficients genera unes pressions radials a la interfície barra de FRP-formigó que provoquen tensions de tracció en el formigó quan aquest està sotmès a increments de temperatura. Aquestes tensions poden originar l'aparició de fissures al formigó, provocant fins i tot la pèrdua del recobriment de la barra si el formigó no es troba suficientment confinat.

## 1.2 Objecte

L'objectiu del següent projecte és l'anàlisi de l'efecte tèrmic en el comportament de les barres de FRP i el recobriment de formigó mitjançant eines numèriques.

## 1.3 Especificacions i abast

Els models numèrics que es faran servir contemplaran les diferències entre les propietats elàstiques (mòdul d'elasticitat) i tèrmiques (coeficient de dilatació tèrmica) dels diferents materials. Amb aquests models es realitzaran estudis per analitzar la possible influència de paràmetres com increment de temperatura ( $\Delta T$ ), diàmetre de la barra ( $d_b$ ) o relació entre recobriment i diàmetre de la barra ( $c/d_b$ ). Igualment, es farà una comparativa entre resultats numèrics i models analítics existents en la bibliografia de referència.

## 2 MODEL ANALÍTIC

L'objectiu que es marca a continuació és el d'analitzar analíticament el problema de l'aplicació d'un salt tèrmic en un element cilíndric i concèntric de formigó armat, amb l'objectiu de trobar a quin increment de temperatura ( $\Delta T$ ) les tensions que es generen a la interfície dels dos materials superen la resistència del formigó, o altrament dit, en quin moment es produirà la primera fissura en el formigó.

Posteriorment s'utilitzarà aquest estudi per comparar-lo amb el model numèric i veure si els resultats concorden.

Primer de tot es comença amb el concepte de la llei de Hooke, que defineix una relació de linealitat entre tensió i deformació segons l'expressió:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1)$$

on  $\sigma$  és la tensió normal,  $E$  és el mòdul d'elasticitat (o mòdul de Young) del material i  $\varepsilon$  és l'allargament unitari.

També es coneix que l'aplicació d'una força axial sobre un element genera una tensió normal segons la llei:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2)$$

on  $F$  és la força axial aplicada i  $A$  és la secció transversal sobre la que s'aplica aquesta força. La combinació de les Equacions 1 i 2 permet obtenir l'expressió que relaciona la força axial aplicada amb la deformació unitària que aquesta provoca:

$$\varepsilon = \frac{F}{AE} \quad (3)$$

Un cop vist això, s'introdueix el concepte del coeficient de Poisson ( $\mu$ ). Aquest coeficient és un paràmetre característic de cada material que indica la relació entre deformacions longitudinals que pateix un material en sentit perpendicular a la força aplicada i les deformacions longitudinals en la direcció de la força aplicada.

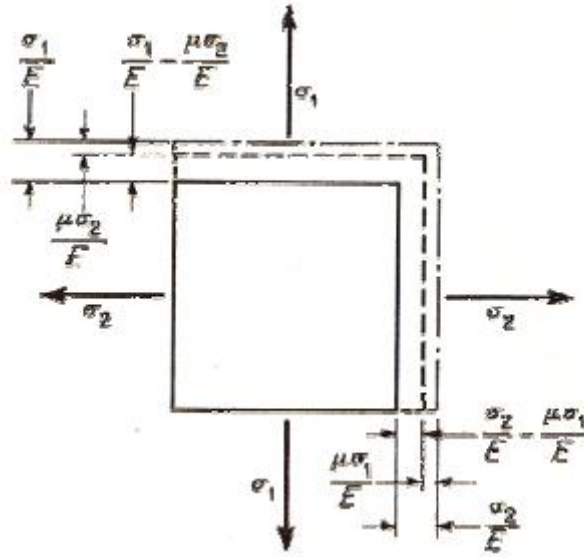


Figura 1. Deformació d'un element amb dos tensions principals [3]

La Figura 1 mostra el canvi de dimensions d'un rectangle que es troba sotmès a esforços de tracció en les seves dues direccions. Tal i com es veu a la Figura 1, la deformació en cada eix ve originada per la tensió aplicada en aquest mateix eix i l'efecte Poisson de la tensió aplicada en l'eix perpendicular. En altres paraules, cada lateral s'allarga degut a la tensió que se li ha aplicat, però també es contrau degut a la tensió aplicada en l'altre lateral.

Així doncs, tal i com es pot apreciar a la Figura 1, els allargaments en cada eix es poden expressar com:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\mu \cdot \sigma_2}{E} \quad (4)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \frac{\mu \cdot \sigma_1}{E} \quad (5)$$

on  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  són les tensions aplicades a cada a cada eix i  $\varepsilon_1$  i  $\varepsilon_2$  són les deformacions unitàries en cada eix.

Seria convenient, com més endavant es veurà, tenir les tensions en funció dels allargaments unitaris. Així doncs es resol el sistema de les equacions 4 i 5 i s'obtenen les següents expressions:

$$\sigma_1 = \frac{(\varepsilon_1 + \mu \cdot \varepsilon_2) \cdot E}{1 - \mu^2} \quad (6)$$

$$\sigma_2 = \frac{(\varepsilon_2 + \mu \cdot \varepsilon_1) \cdot E}{1 - \mu^2} \quad (7)$$

Partint d'aquesta base teòrica de la llei de Hooke generalitzada, es procedeix al nostre element d'estudi: un cilindre concèntric de formigó armat sotmès a un increment de temperatura. Per analitzar les tensions que es generen en el material formigó, es suposa un anell circular de paret gruixuda, amb radi interior ( $a$ ) i radi exterior ( $b$ ) sotmès a una pressió interior ( $p_i$ ) i a una exterior ( $p_o$ ).

Per facilitar l'anàlisi de les tensions que es generen, s'aïlla un element i s'hi dibuixaran les diferents tensions que s'hi produeixen.

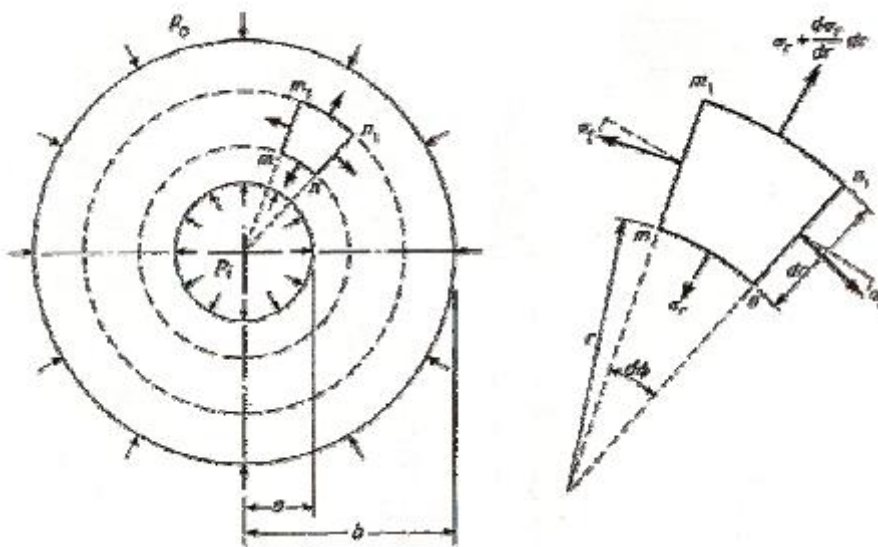


Figura 2. Tensions en un cilindre[3]

Com es pot veure, s'ha agafat una corona circular amb un angle  $d\phi$  i un radi interior  $r$  i s'han dibuixat les diferents tensions. Cal indicar que caldrà diferenciar entre les tensions radials ( $\sigma_r$ ) i les tangencials ( $\sigma_t$ ).

Degut a les pressions aplicades, el valor de la tensió radial,  $\sigma_r$ , variarà en funció del radi, de manera que la tensió radial de la cara m1n1 és:

$$\sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} dr \quad (8)$$

A continuació s'aplica equilibri de forces en la direcció de la bisectriu de l'angle  $d\phi$ , tenint en compte que per angles petits, el sinus i l'angle en radians són pràcticament iguals. Així doncs s'obté la següent equació:



$$\sigma_r r d\Phi + \sigma_t dr d\Phi - \left( \sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} dr \right) (r + dr) d\Phi = 0 \quad (9)$$

Simplificant l'equació i menyspreant els infinitedsims de segon ordre, s'obté la següent equació d'equilibri:

$$\sigma_t - \sigma_r - r \frac{d\sigma_r}{dr} = 0 \quad (10)$$

Ara s'introduirà el concepte del desplaçament radial ( $u$ ). Aquest desplaçament és constant en la direcció tangencial però en la radial varia en funció del radi. Així doncs:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \quad (11)$$

$$\varepsilon_t = \frac{u}{r} \quad (12)$$

Substituint les Equacions 11 i 12 a les Equacions 6 i 7, s'obtenen les tensions en funció dels desplaçaments:

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \mu^2} \left( \frac{du}{dr} + \mu \cdot \frac{u}{r} \right) \quad (13)$$

$$\sigma_t = \frac{E}{1 - \mu^2} \left( \frac{u}{r} + \mu \cdot \frac{du}{dr} \right) \quad (14)$$

Un cop trobades les tensions en funció dels desplaçaments, es substitueixen les Equacions 13 i 14 a l'equació d'equilibri (Equació 10) i s'obté la següent equació diferencial:

$$\frac{du^2}{dr^2} + \frac{du}{r dr} - \frac{u}{r^2} = 0 \quad (15)$$

La solució de l'Equació 15 és:

$$u = C_1 r + \frac{C_2}{r} \quad (16)$$

i la seva derivada:

$$\frac{du}{dr} = C_1 - \frac{C_2}{r^2} \quad (17)$$

on  $C_1$  i  $C_2$  són constants d'integració

Si es substitueix aquesta solució a les equacions 13 i 14 es troben les expressions que defineixen com varien la tensió radial i tangencial en funció del radi:

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot \left( C_1 \cdot (1+\mu) - C_2 \cdot \frac{1-\mu}{r^2} \right) \quad (18)$$

$$\sigma_t = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot \left( C_1 \cdot (1+\mu) + C_2 \cdot \frac{1-\mu}{r^2} \right) \quad (19)$$

El següent pas és trobar el valor de les constants d'integració, i per això es faran servir les condicions de contorn en les superfícies interior i exterior del cilindre, ja que es pot deduir que la tensió radial a una distància  $r = a$  és igual a la pressió interior ( $p_i$ ) i la tensió radial a una distància  $r = b$  és igual a la pressió exterior ( $p_o$ ). Així doncs si s'agafa l'equació 18 i s'hi apliquen les condicions de contorn que s'acaben de dir, s'obté el següent sistema:

$$-p_i = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot \left( C_1 \cdot (1+\mu) - C_2 \cdot \frac{1-\mu}{a^2} \right) \quad (20)$$

$$-p_o = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot \left( C_1 \cdot (1+\mu) - C_2 \cdot \frac{1-\mu}{b^2} \right) \quad (21)$$

*Nota: El signe negatiu indica que s'està comprimint*

Resolent el sistema d'equacions format per les Equacions 20 i 21 es troben els següents valors per les constants d'integració:

$$C_1 = \frac{1-\mu}{E} \left( \frac{a^2 \cdot p_i - b^2 \cdot p_o}{b^2 - a^2} \right) \quad (22)$$

$$C_2 = \frac{1+\mu}{E} \left( \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot (p_i - p_o)}{b^2 - a^2} \right) \quad (23)$$

Un cop trobades les constants, es substitueixen les Equacions 22 i 23 a les Equacions 18 i 19 i s'obté la variació de la tensió radial i la tensió tangencial d'un anell circular sotmès a una pressió interior ( $p_i$ ) i una pressió exterior ( $p_o$ ). Aquestes expressions es coneixen com expressions de Lamé:

$$\sigma_r = \frac{a^2 \cdot p_i - b^2 \cdot p_o}{b^2 - a^2} - \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot (p_i - p_o)}{r^2 \cdot (b^2 - a^2)} \quad (24)$$

$$\sigma_t = \frac{a^2 \cdot p_i - b^2 \cdot p_o}{b^2 - a^2} + \frac{a^2 \cdot b^2 \cdot (p_i - p_o)}{r^2 \cdot (b^2 - a^2)} \quad (25)$$

En aquest estudi, al ser formigó armat, es considera que només hi ha pressió interior  $p_i$  degut la pressió que exerceix el reforç quan s'intenta expandir degut al salt tèrmic aplicat. Així que si s'agafen les equacions 24 i 25 i se li treu la pressió exterior, s'obtenen les següents expressions:

$$\sigma_r = \frac{a^2 \cdot p_i}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right) \quad (26)$$

$$\sigma_t = \frac{a^2 \cdot p_i}{b^2 - a^2} \cdot \left(1 + \frac{b^2}{r^2}\right) \quad (27)$$

Per expressar aquestes solucions d'una altre manera, es defineix el paràmetre  $d$  com la relació entre els radis exterior i interior ( $d=b/a$ ), obtenint les següents expressions:

$$\sigma_r = \frac{p_i}{d^2 - 1} \cdot \left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right) \quad (28)$$

$$\sigma_t = \frac{p_i}{d^2 - 1} \cdot \left(1 + \frac{b^2}{r^2}\right) \quad (29)$$

Si s'analitzen les equacions que s'acaben de trobar, es pot deduir que les tensions més importants es produiran en la component tangencial, fet pel qual serà la que es treballarà en aquest estudi.

També es pot veure com la tensió tangencial,  $\sigma_t$ , serà màxima quan  $r = a$ , i per tant serà màxima a la interfície reforç-formigó. Aquesta tensió màxima és la que haurà de suportar el formigó, per tant és la que s'igualarà a la resistència del formigó ( $f_{ct}$ ), tal i com es pot veure a continuació:

$$\sigma_{tmax} = \frac{d^2 + 1}{d^2 - 1} \cdot p_i = f_{ct} \quad (30)$$

on  $\sigma_{tmax}$  és la màxima tensió tangencial que es genera degut a la pressió interior i  $f_{ct}$  és la resistència a tracció del formigó.

Si aquesta tensió supera el límit de resistència del formigó, es quan apareixerà la primera fissura en el formigó.

Ara el que s'ha de buscar és la pressió interna ( $p_i$ ) que es genera degut al salt tèrmic aplicat. Aquesta pressió és originada per la diferent expansió tèrmica que tenen els materials (reforç i formigó). El coeficient d'expansió tèrmica és una propietat que tenen tots el materials i indica l'expansió o contracció que sofriran els materials quan se'ls hi apliqui un increment de temperatura. La diferència que hi pugui haver entre els

materials, en aquest cas entre el formigó i la barra de reforç, farà que es produeixin tensions en la interfície i són les que originen aquesta pressió interna.

Per trobar-la el que s'haurà de fer és trobar les deformacions de la barra i del formigó en la interfície barra-formigó. Es solucionarà el problema imposant compatibilitat de deformacions, és a dir, que a la interfície les dues deformacions han de ser iguals.

Així doncs es comença buscant la deformació unitària de la barra de FRP ( $\varepsilon_b$ ). Tal i com s'ha vist anteriorment, un element que estigui sotmès a tensions en diferents direccions segueix la següent equació:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\mu \cdot \sigma_2}{E} \quad (31)$$

En la cara externa de la barra de FRP, la que estarà en contacte amb el formigó, es pot deduir que les dues tensions principals (radial i tangencial) seran iguals ( $\sigma_1 = \sigma_2$ ), així doncs:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} \cdot (1 - \mu) \quad (32)$$

A part, es coneix que la deformació unitària provocada per l'efecte de la temperatura ve donada per l'expressió:

$$\varepsilon = \alpha \Delta T \quad (33)$$

on  $\alpha$  és el coeficient d'expansió tèrmica del material i  $\Delta T$  és la variació de temperatura aplicada.

Així doncs l'efecte conjunt de l'aplicació d'un increment de temperatura i la pressió produïda pel contacte amb el formigó comporta una deformació a la barra segons la següent expressió:

$$\varepsilon_b = \alpha_b \Delta T - \frac{(1 - \mu_b)}{E_b} \cdot p_i \quad (34)$$

on  $\alpha_b$  és el coeficient d'expansió tèrmica de la barra de FRP,  $\mu_b$  el mòdul de Poisson de la barra  $E_b$  el mòdul de Young de la barra.

Un cop trobades les deformacions a la barra, es procedirà a trobar les deformacions al formigó. Com s'ha vist anteriorment:

$$\varepsilon_t = \frac{\sigma_t}{E} - \frac{\mu \cdot \sigma_r}{E} \quad (35)$$

Substituint les Equacions 28 i 29 a l'Equació 35, s'obté la variació de la deformació tangencial a través del gruix de material formigó:

$$\varepsilon_t = \frac{p_i}{E_c \cdot (d^2 - 1)} \cdot \left( \left( 1 + \frac{b^2}{r^2} \right) - \mu_c \cdot \left( 1 - \frac{b^2}{r^2} \right) \right) \quad (36)$$

on  $E_c$  és el mòdul de Young del formigó i  $\mu_c$  és el coeficient de Poisson del formigó.

Com que s'està buscant la deformació a la interfície, cal imposar que  $r=a$ , de manera que s'obté el valor de la deformació tangencial en el material formigó, a la interfície:

$$\varepsilon_c = \frac{p_i}{E_c} \left( \frac{d^2 + 1}{d^2 - 1} + \mu_c \right) \quad (37)$$

Procedint igual que en l'anàlisi de la barra, cal afegir el terme de l'increment de temperatura per finalment trobar la equació desitjada:

$$\varepsilon_c = \frac{p_i}{E_c} \left( \frac{d^2 + 1}{d^2 - 1} + \mu_c \right) + \alpha_c \Delta T \quad (38)$$

on  $\alpha_c$  el coeficient d'expansió tèrmica del formigó.

Tal i com s'ha indicat anteriorment, un cop trobades les deformacions dels dos materials (reforç i formigó) s'aplicarà la condició de compatibilitat de deformacions. Això permetrà trobar quin és el valor de la pressió interior ( $p_i$ ) que es genera a la interfície degut a l'aplicació d'un increment de temperatura amb les restriccions del nostre problema. Aquesta pressió és:

$$p_i = \frac{(\alpha_b - \alpha_c) \cdot \Delta T}{\left( \frac{1}{E_c} \right) \cdot \left( \frac{d^2 + 1}{d^2 - 1} + \mu_c \right) + \frac{(1 - \mu_b)}{E_b}} \quad (39)$$

Si es substitueix la pressió interna a l'Equació 30 es troba que:

$$f_{ct} = \frac{d^2 + 1}{d^2 - 1} \cdot \frac{(\alpha_b - \alpha_c) \cdot \Delta T}{\left( \frac{1}{E_c} \right) \cdot \left( \frac{d^2 + 1}{d^2 - 1} + \mu_c \right) + \frac{(1 - \mu_b)}{E_b}} \quad (40)$$

Si finalment d'aquí s'aïlla  $\Delta T$ , ja es troba a quin increment de temperatura es produeix la primera fissura en el formigó:

$$\Delta T = \frac{f_{ct}}{\alpha_b - \alpha_c} \cdot \left( \frac{1}{E_c} + \frac{d^2 - 1}{d^2 + 1} \cdot \left( \frac{\mu_c}{E_c} + \frac{(1 - \mu_b)}{E_b} \right) \right) \quad (41)$$

### 3 MODEL NUMÈRIC

#### 3.1 Modelització amb Mètode dels Elements Finites

El Mètode d'Elements Finites (MEF) consisteix en transformar un sistema físic real en un model amb un nombre finit d'incògnites relacionades entre sí per elements de mida finita.

El diferents models creats estan formats per elements *shell* amb quatre nodes i treballant en el pla, ja que en el cas d'estudi no interessen les tensions que es puguin generar en el sentit longitudinal.

El programa escollit per la modelització numèrica és l'ABAQUS/CAE disponible al Departament AMADE de la Universitat de Girona.

#### 3.2 Definició del model a simular

Es tracta d'un cilindre treballant en el pla en el sentit transversal, format per dues seccions circulars concèntriques corresponent als dos materials diferents que componen el formigó armat: el formigó i la barra de reforç.

En aquest model se li aplicarà un salt tèrmic de  $\Delta T=80^{\circ}\text{C}$ , fet que provocarà un canvi en les dimensions de les peces i una possible aparició de tensions.

Es faran diferents models canviant el material de les barres de reforç per tal de veure quin és el més adient, que correspondrà al que danyi menys al formigó fent que aquest aguanti més temps.

#### 3.3 Modelització amb elements Shell

En aquest apartat es definiran els diferents models utilitzats en la realització d'aquest estudi, així com també els diferents materials utilitzats i les seves corresponents propietats.

##### 3.3.1 Estudi teòric dels elements utilitzats

L'element estudiat per tal de crear el model és el tipus SHELL, concretament el CPS4R en ABAQUS.

L'element CPS4R és adequat per analitzar les tensions o esforços en el pla, és a dir, treballant amb dues dimensions. És un element quadrilàter format per quatre nodes i que utilitza punts d'integració per aproximar una solució. En la Figura 3 es pot observar la seva geometria.

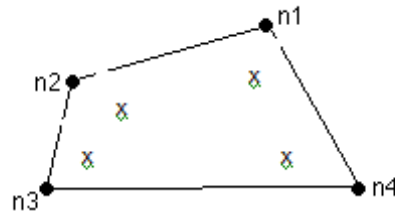


Figura 3. Geometria element CPS4R

Les “x” corresponen als punts d'integració, que és el punt on troba la solució i després l'aproxima al seu corresponen node.

### 3.3.2 Definició dels materials

En aquest apartat es definiran els diferents materials utilitzats i les seves corresponents propietats.

#### 3.3.2.1 Formigó

El formigó és un material compost, format per la barreja d'un aglomerant (generalment ciment), aigua i grava.

El formigó es caracteritza per ser un material fràgil, que suporta molt bé els esforços de compressió però no pas els de tracció, tal i com es pot veure en la Figura 4.

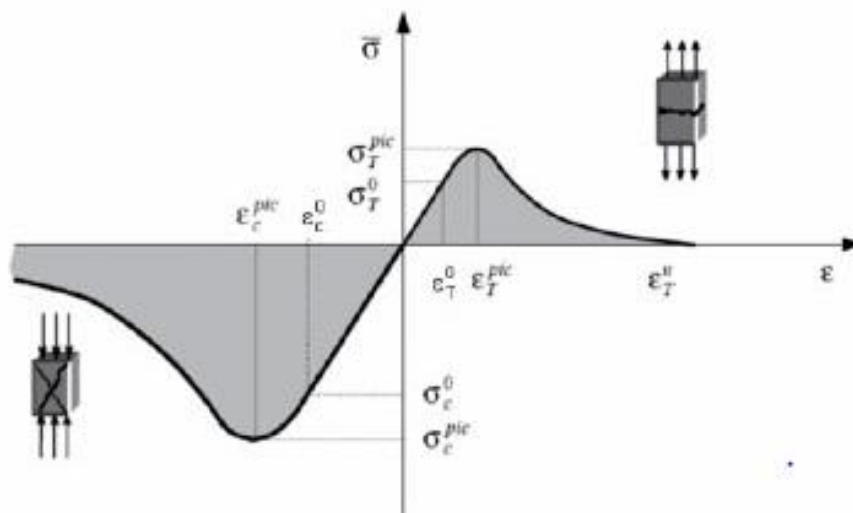


Figura 4. Comportament del formigó a tracció i compressió[4]

Com es pot veure en la Figura 4, el formigó té un cert rang de tensions (tant a tracció com a compressió) on el seu comportament és lineal, en el qual el formigó es deforma elàsticament. Però com tots els materials, aquest té un límit de tracció i un de compressió que si hi arriben indicarà que el formigó deixar de tenir un comportament



lineal i passarà a ser no lineal i és en aquest punt on començaran a sortir les primeres fissures que posteriorment provocaran la seva fallida.

Els límits de resistència que s'han fet servir en el present estudi, el de compressió és quasi bé deu vegades més gran que el de tracció. Els límits que s'han utilitzat són de:

- $f_{ct}$ (tracció) = 4,1 MPa
- $f_{cm}$ (compressió) = 40 MPa

És per aquest motiu que l'estudi es centra en el límit de tracció, i es per això que s'ha treballat amb un salt tèrmic de  $\Delta T=80$  °C, ja que es considera molt improbable que s'arribi al límit de compressió.

A la Taula 1 es mostren les propietats del formigó:

Material	Mòdul elàstic, $E_b$ (GPa)	Coefficient de Poisson, $\mu_b$	Coefficient d'expansió tèrmica, $\alpha_b$ (°C <sup>-1</sup> )	Límit de ruptura a tracció, $f_{ct}$ (MPa)	Límit de ruptura a compressió, $f_{cm}$ (MPa)
Formigó [3]	28000	0,2	$1,2 \cdot 10^{-5}$	4,1	40

Taula 1 Propietats formigó

### 3.3.2.2 Barres de reforç

El present estudi s'ha realitzat tenint en compte quatre tipus de barres de reforç diferents:

- Acer
- Acer inoxidable
- GFRP ( de l'anglès, Glass Fiber Reinforced Polymers)
- CFRP ( de l'anglès, Carbon Fiber Reinforced Polymers)

#### **Barres d'acer i d'acer inoxidable**

Actualment, les barres d'acer són les més utilitzades en el món de la construcció a l'hora de treballar amb formigó armat.

Això és degut, en part, a que les propietats tèrmiques de les barres d'acer són les més semblants a les del formigó, i això fa que no es produeixin tensions gaire grans a la interfície entre els dos materials.



Figura 5. Barres de reforç d'acer

Un dels problemes que es troba en l'ús d'aquestes barres és la durabilitat del confinament degut a problemes de corrosió.

Aquest fet s'accentua si l'estructura està a un ambient amb molta humitat, com podria ser una estructura marina o un pont.

És per això que es va decidir incorporar les barres d'acer inoxidable en aquest estudi, ja que es contempen com una possible solució per aquest problema. La seva gran resistència a la corrosió provoca un gran augment en la durabilitat del confinament i també s'eviten els possibles costos de manteniment que es produeixen degut a la corrosió de les barres d'acer.

El problema que poden tenir aquestes barres és la diferència de coeficient d'expansió tèrmica que té amb el formigó.

Els dos tipus de barres es consideren que tenen un comportament isotròpic, és a dir, que les propietats els afecten de la mateixa manera tant sigui longitudinal com transversal. Tot i així, en aquest estudi, al treballar només amb dues dimensions només afecta la component transversal.

A la Taula 2 es mostren les propietats de les barres que s'han fet servir a l'estudi:

Material	Mòdul elàstic, $E_b$ (GPa)	Coefficient de Poison, $\mu_b$	Coefficient d'expansió tèrmica, $\alpha_b$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )
Acer [5]	210	0,3	$1,3 \cdot 10^{-5}$
Acer inoxidable [5]	210	0,3	$1,73 \cdot 10^{-5}$

Taula 2 Propietats barres acer i acer inoxidable

### Barres de GFRP i CFRP

Dintre de les diferents barres de FRP, s'han decidit utilitzar les de fibra de vidre i les de carboni, ja que actualment són les que més s'han utilitzat i estudiat. S'ha de dir que fins el moment, en temes d'estructures, s'han utilitzat bastant més les de fibra de vidre, ja que per la relació propietats-preu sembla la més adequada.

Aquest tipus de barres, igual que les d'acer inoxidable, es contempen com una solució als problemes de corrosió que poden patir les barres d'acer en ambients clorurs.

Un altre fet a favor envers de les barres d'acer és que la majoria de les barres de FRP són no conductores, de manera que la seva utilització evita la interferència de camps electromagnètics que podrien donar-se en el cas de l'acer.

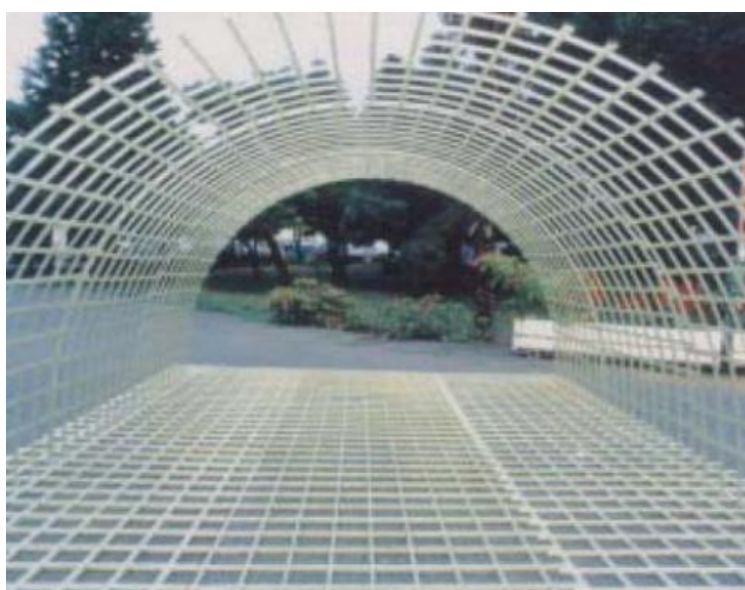


Figura 6. Reixa de fibra de vidre per armar un túnel [1]

Les barres de FRP, a diferència de les barres d'acer, són materials ortotròpics, és a dir, que les propietats longitudinals i transversals són diferents. Però nosaltres, al

treballar només amb la component transversal, es comporta com un material isotròpic dins del nostre pla de treball, i per tant a l'Abaqus se li hauran de posar les propietats transversals amb un comportament isotròpic.

Pel que fa a les propietats utilitzades en aquest estudi, s'han utilitzat les fabricades per l'empresa *Hughes Brothers* i més concretament, per la barra de GFRP s'han utilitzat les propietats de les *ASLAN 100 GFRP REBAR*, i per la barra de CFRP s'han utilitzat les *ASLAN 200 CFRP REBAR*. Les propietats són les següents:

Material	Mòdul elàstic, $E_b$ (GPa)	Coefficient de Poison, $\mu_b$	Coefficient d'expansió tèrmica, $\alpha_b$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )
GFRP [1]	42	0,3	$3,3 \cdot 10^{-5}$
CFRP [2]	124	0,3	$9 \cdot 10^{-5}$

Taula 3. Propietats de les barres de GFRP i CFRP

### 3.3.3 Creació dels models a simular

El programa ABAQUS et permet treballar utilitzant dos algoritmes diferents: l'implícit o standard i l'explícit.

Són dos algoritmes diferents que permeten solucionar problemes d'elements finits. La principal diferència es que en implícit es necessiten pocs increments per trobar la solució, però en cada un d'aquests increments s'han de fer una sèrie d'iteracions per trobar la solució, en canvi amb explícit es necessiten molts més increments per acabar trobant la resposta, però a cada increment el càlcul és molt més ràpid ja que fa una aproximació lineal utilitzant l'increment anterior.

Per treballar en problemes on hi ha una degradació de material i posterior ruptura, com és el cas, sempre es recomana treballar amb explícit, ja que amb l'implícit es poden tenir problemes de convergència. És per això doncs que alhora de veure els resultats de les diferents simulacions es treballarà amb explícit.

Per tal de poder treure correctament els resultats, es necessari la creació de tres models:

- Model implícit amb formigó lineal

- Model explícit amb formigó lineal
- Model explícit amb formigó no lineal

Els models amb les propietats del formigó lineal només s'utilitzaran per tal de validar que utilitzant l'algorisme explícit s'obtenen bons resultats.

Per validar-ho es faran dues comprovacions:

- Comprovació implícit-explícit
- Comprovació explícit-analític

Abans de veure les comprovacions, comentar que en l'Annex A es pot trobar pas a pas el procediment que s'ha seguit per crear els models en el programa ABAQUS.

### 3.3.3.1 Comprovació implícit / explícit

Aquesta comprovació servirà per veure si utilitzant els dos algorismes (implícit i explícit) s'obtenen els mateixos resultats quan el comportament del material en qüestió es deforma de manera lineal.

Es crea exactament el mateix model amb els dos algorismes, amb les següents característiques:

Material	Mòdul elàstic, $E_b$ (GPa)	Coefficient de Poison, $\mu_b$	Coefficient d'expansió tèrmica, $\alpha_b$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )
Formigó lineal	33	0,2	$1,2 \cdot 10^{-5}$
Acer	210	0,3	$1,73 \cdot 10^{-6}$

Taula 4. Propietats dels materials utilitzats en les comprovacions

També s'ha utilitzat:

- $\Delta T = 40^{\circ}\text{C}$
- Radi interior formigó (a) = 6 mm
- Radi exterior formigó (b) = 35 mm

Un cop creats els models amb les característiques descrites, s'agafarà un node del formigó (el mateix en els dos models) i es mirarà el comportament, en un gràfic, de la tensió tangencial i la deformació tangencial.

### **Model Implícit**

A la Figura 7 es mostra el node triat per realitzar la present comprovació:



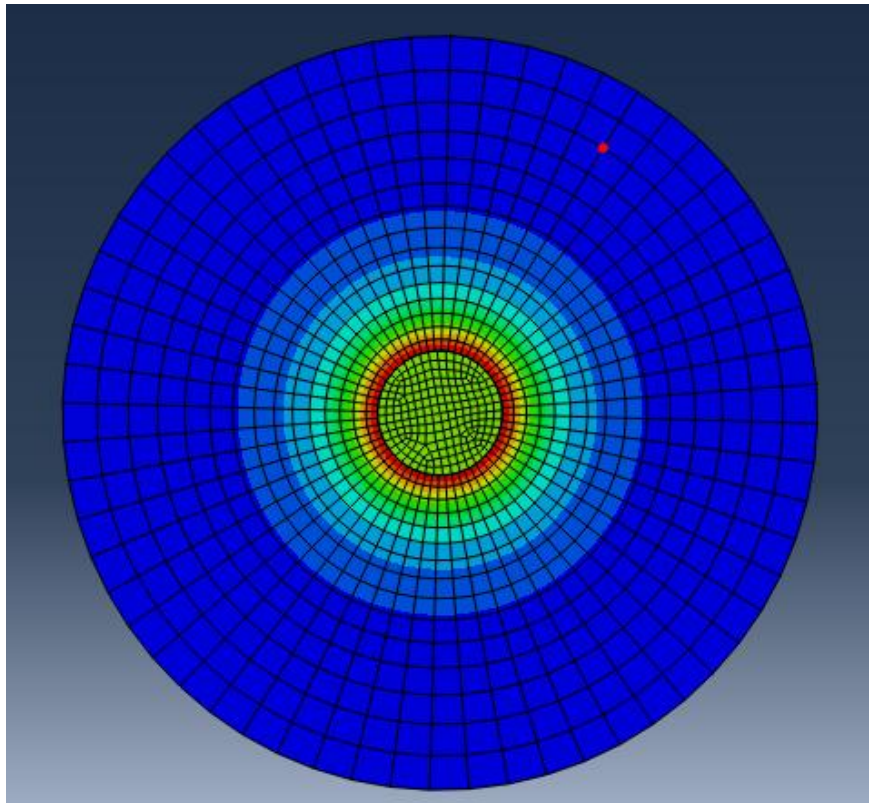


Figura 7. Node d'estudi utilitzat en la comprovació implícit-explicit

En el node mostrat a la Figura 7, es mira el comportament tensió tangencial – deformació tangencial, el resultat es el que es pot veure en la Figura 8.

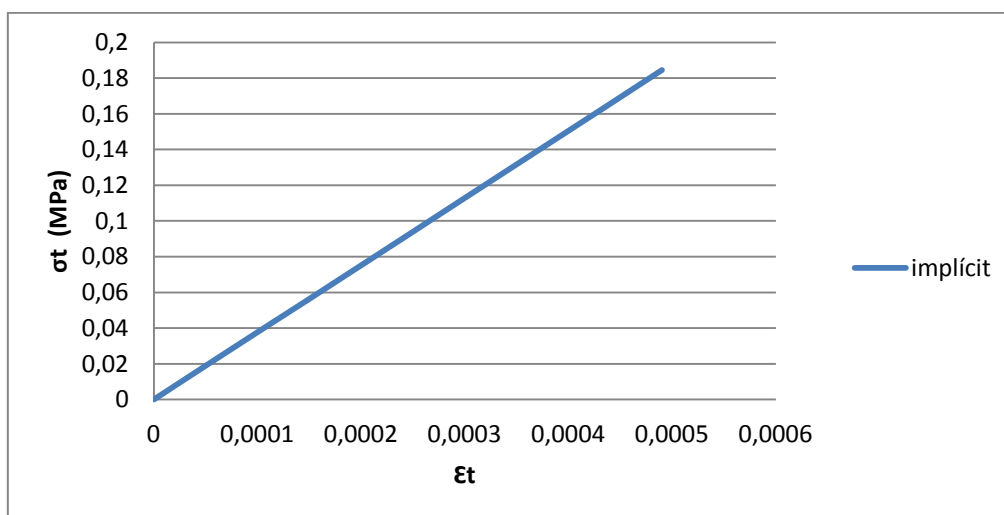


Figura 8. Comportament tensió - deformació model implícit

Tal i com era d'esperar, el comportament és perfectament lineal, ja que de moment s'està treballant amb condicions lineals.

### Model Explícit

Utilitzant el mateix node que amb el model implícit (Figura 7), es crea el gràfic tensió-deformació com s'ha fet en l'altre model.

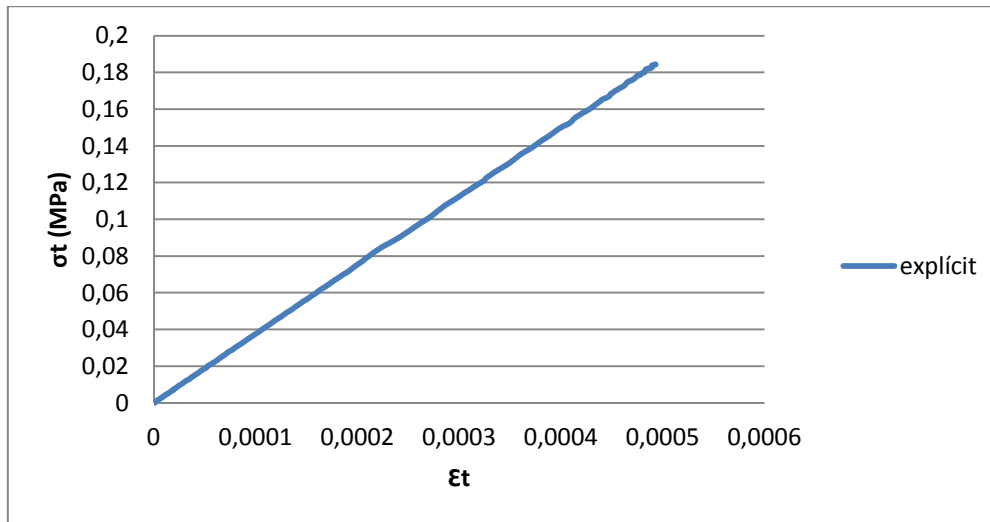


Figura 9. Comportament tensió - deformació model explícit

Igual que en el model implícit, en la Figura 9 es pot veure com el comportament és perfectament lineal.

### Comparativa Implícit/Explícit

Combinant la Figura 8 i la 9, es comparen els resultats obtinguts per confirmar que utilitzant els dos algoritmes s'obté el mateix resultat quan el comportament és lineal.

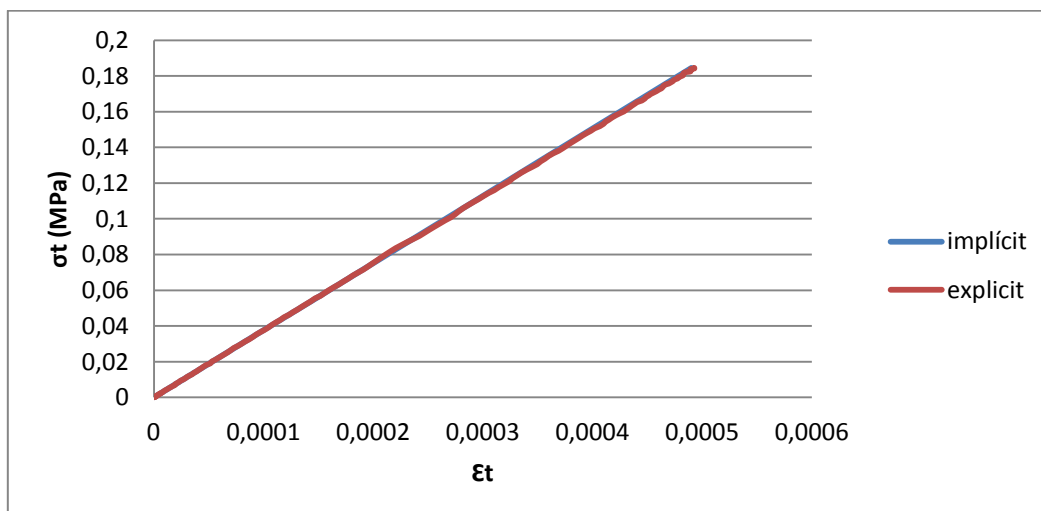


Figura 10. Comparativa tensió - deformació entre implícit i explícit

En la Figura 10 es confirma que els resultats obtinguts són exactament iguals, com a conseqüència es dona per vàlida aquesta comprovació.

### 3.3.3.2 Comprovació analític / explícit

Aquesta comparativa servirà per confirmar si utilitzant el model analític exposat anteriorment i el model explícit (amb formigó lineal) s'obtenen els mateixos resultats.

El model explícit amb el que es treballarà és el mateix que s'ha utilitzat en la comparativa anterior, consultar les característiques del model en la Taula 4.

El que s'analitzarà en els dos models és l'evolució de les tensions radials i tangencials al llarg del radi del formigó.

#### **Model analític**

Utilitzant les mateixes característiques que el model explícit (consultar Taula 4), el primer pas es calcular la pressió interior produïda pel salt tèrmic utilitzant l'Equació 39:

$$p_i = \frac{(1,73 \times 10^{-6} - 1,2 \times 10^{-5}) \cdot 40}{\left(\frac{1}{33000}\right) \cdot \left(\frac{5,833^2 + 1}{5,833^2 - 1} + 0,2\right) + \frac{1 - 0,3}{210000}} = -9,891 \text{ MPa}$$

*Nota: El resultat negatiu simplement significa que s'està comprimint.*

Un cop trobada la pressió interior, s'utilitzen les Equacions 28 i 29 per trobar les tensions radials i tangencials al llarg del radi:

$$\sigma_r = \frac{-9,891}{5,833^2 - 1} \cdot \left(1 - \frac{35^2}{r^2}\right)$$

$$\sigma_t = \frac{-9,891}{5,833^2 - 1} \cdot \left(1 + \frac{35^2}{r^2}\right)$$

A continuació, substituint els valors del radi de 6 a 35mm, en les Figures 11 i 12 es mostren els resultats obtinguts:



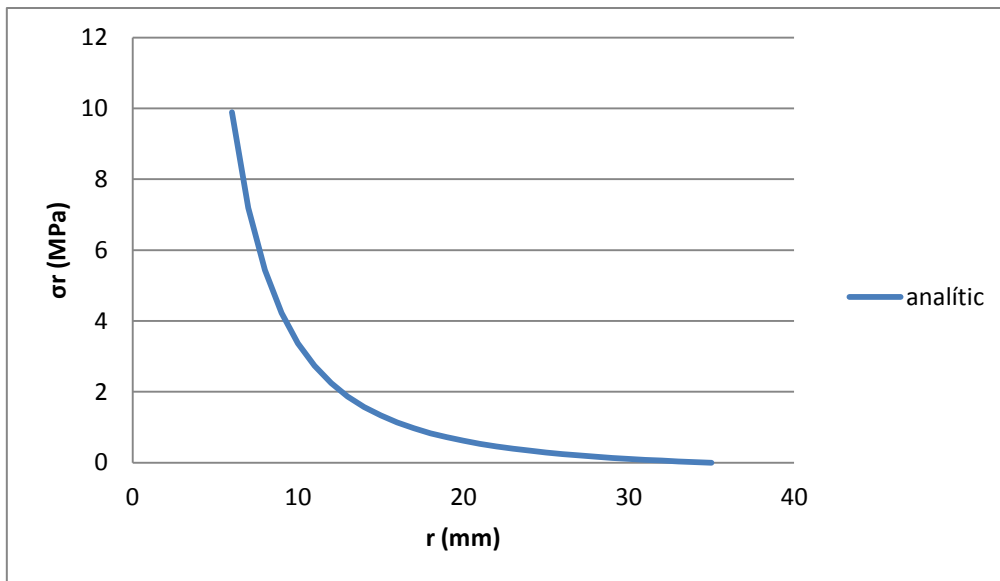


Figura 11. Evolució de la tensió radial al llarg del radi del formigó en el model analític

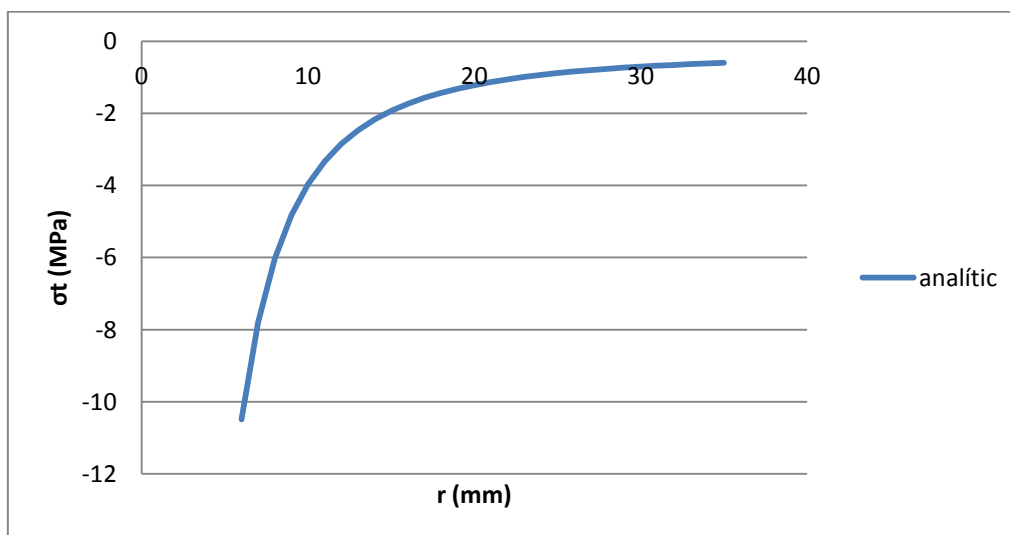


Figura 12. Evolució de la tensió tangencial al llarg del radi del formigó en el model analític

Com es pot veure en els dos gràfics, la tensió disminueix a mesura que augmenta el radi, fet que és lògic ja que la tensió més alta es produeix en la interfície entre la barra i el formigó.

### **Model explícit**

Per tal de poder obtenir els mateixos gràfics que els mostrats amb el model analític, el programa ABAQUS té la funció “*path*” que et permet visualitzar una variable al llarg d’una certa distància, que és justament el que es necessita en aquest cas.

En la Figura 13 es mostra el *path* utilitzat:

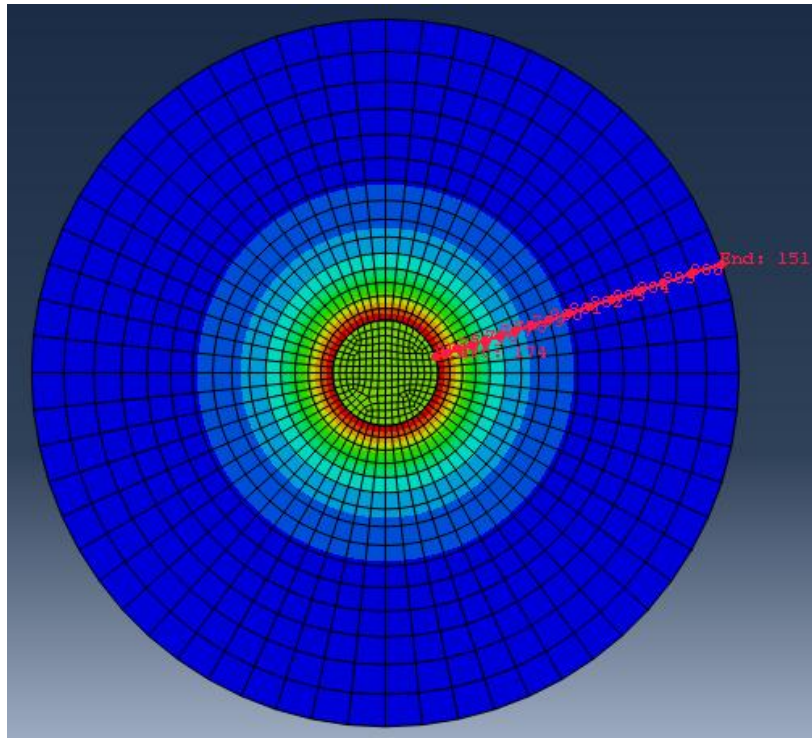


Figura 13. Path utilitzat en el model explícit

Els gràfics que s'obtenen a partir del *path* són els mostrats en les Figures 14 i 15

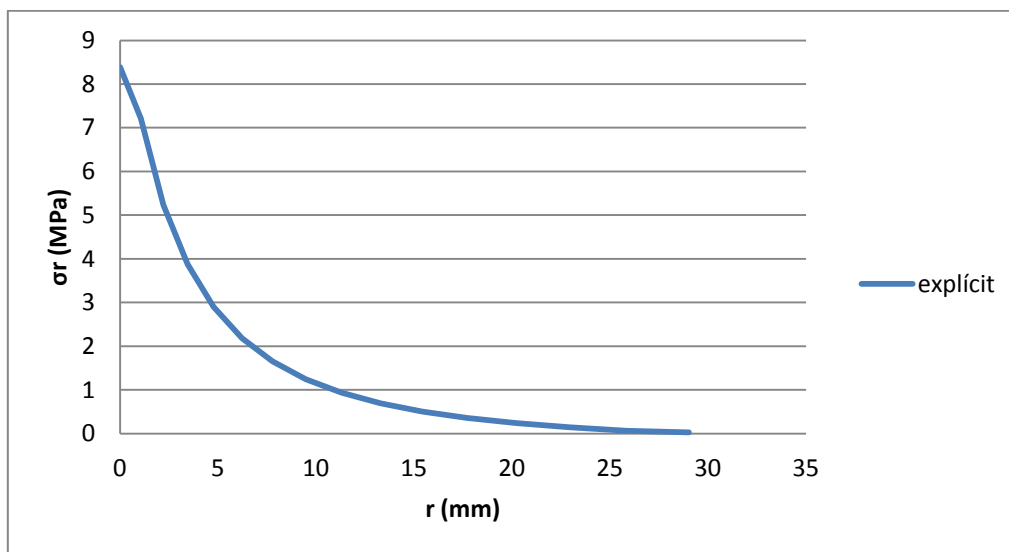


Figura 14. Evolució de la tensió radial al llarg del radi del formigó en el model explícit

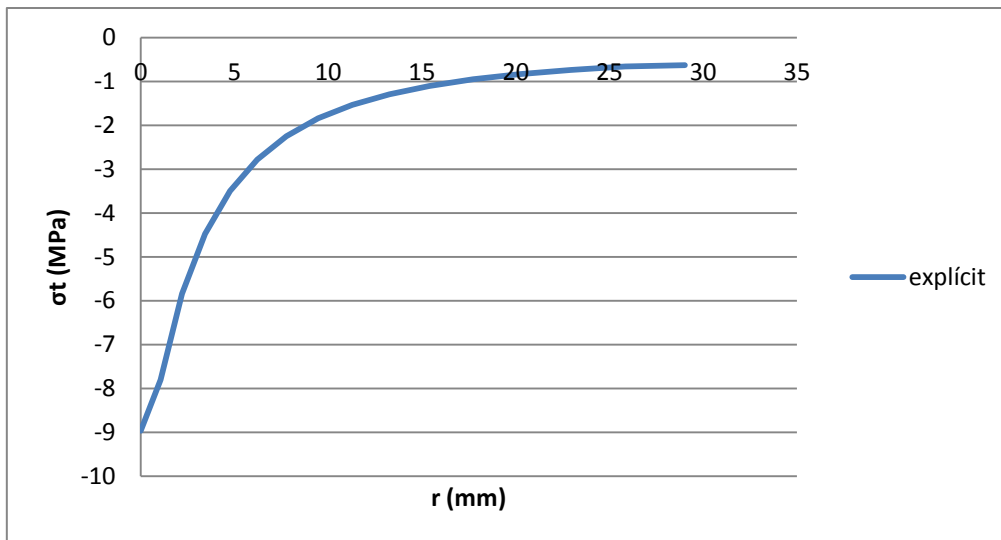


Figura 15. Gràfic tensió tangencial - radi model explícit

Igual que en el cas analític, es pot veure com les tensions disminueixen al llarg del radi.

### Comparació gràfics analític – explícit

El que queda per fer és comparar els gràfics dels diferents models i confirmar que s'obtenen els mateixos resultats. Els resultats es mostren en les Figures 16 i 17.

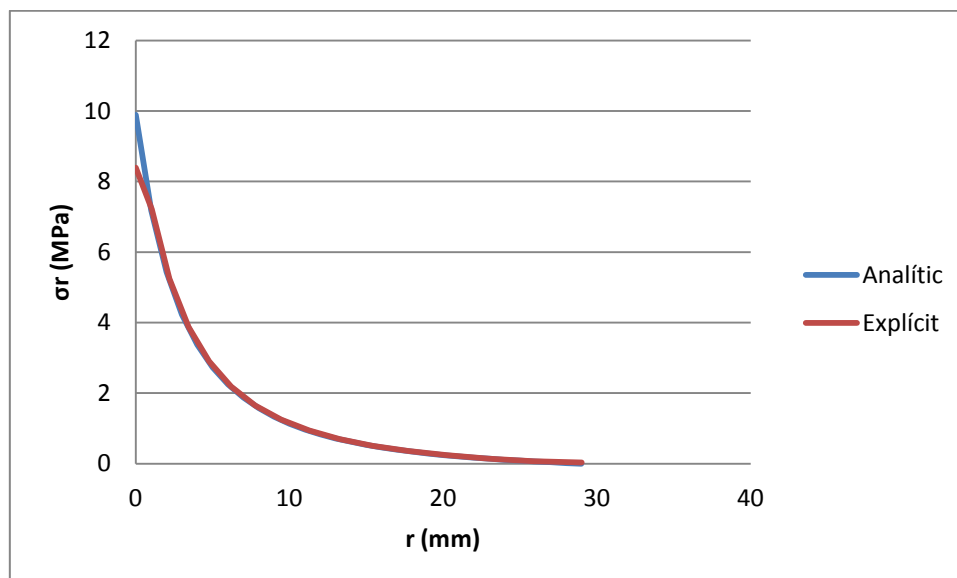


Figura 16. Comparativa entre models analític i numèric de l'evolució de la tensió radial al llarg del radi del formigó

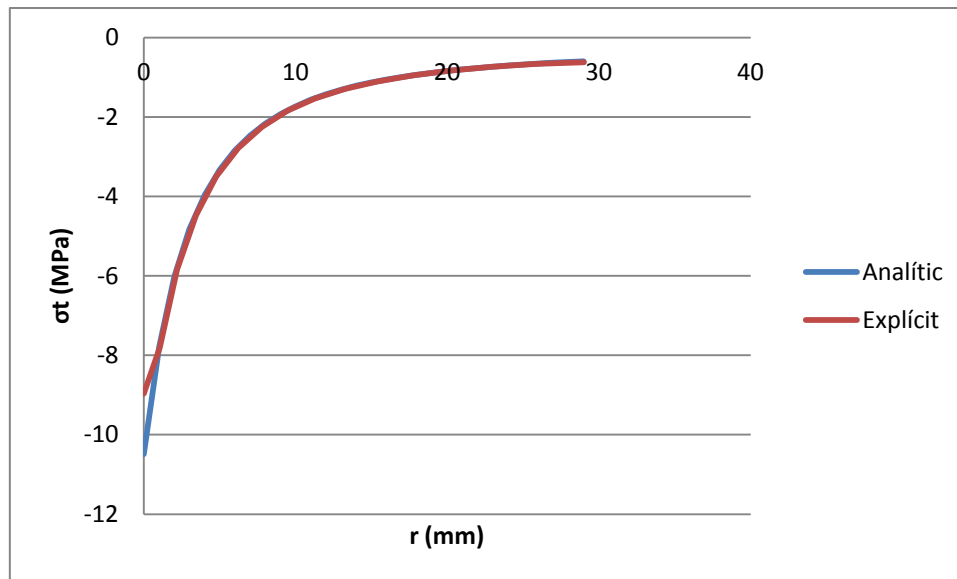


Figura 17. Comparativa entre models analític i numèric de l'evolució de la tensió tangencial al llarg del radi del formigó

Com es pot apreciar en les Figures 16 i 17, es confirma que utilitzant els dos models s'arriba pràcticament a la mateixa solució, només en els primers valors hi ha una petita variació, però tot i això es dona com a vàlida aquesta comprovació

Un cop validats els models, es passa ja al que seria l'estudi utilitzant l'algorisme explícit i el formigó amb un comportament no lineal.

En els capítols 4 i 5 s'expliquen les variables que s'analitzaran d'aquest model i es mostren els resultats obtinguts de les diferents simulacions que es duren a terme.

#### 4 VARIABLES D'ESTUDI

Un cop definits els materials que es tindran en compte com a reforç del formigó, falta definir quines variables geomètriques es tindran en compte en aquest estudi.

Un dels paràmetres geomètrics més importants en el disseny d'estructures de formigó armat és el del recobriment de les armadures (o reforç), denominat amb la variable  $c$ , de l'anglès "cover". Aquest es defineix com la distància entre la superfície exterior de l'armadura i la superfície de formigó més propera, i per tant és el gruix de formigó que protegeix l'armadura de l'exterior. A nivell internacional, existeixen diferents propostes o recomanacions per determinar el recobriment mínim necessari. A la Taula 5 es mostren algunes d'aquestes propostes, que com es pot veure la majoria de vegades estan relacionades amb el diàmetre de la barra de reforç ( $d_b$ ).

Normativa o codi de disseny	Recobriment mínim, $c_{min}$ (mm)
CSA [6]	$\max \{2d_b, 30\}$
ISIS [7]	$\max \{2.5d_b, 40\}$
CNR-DT [8]	25 (llosa simple), 30 (llosa doble) o 35 (columna)
Catàleg fabricant Schöck	$d_b+10$

Taula 5. Recobriments mínims recomanats

La combinació d'aquests recobriments mínims amb els diàmetres més utilitzats, ens defineixen sis relacions (teòriques) entre recobriment i diàmetre de barra a analitzar, que són  $c/d_b$  igual a 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5.

D'aquesta manera es defineixen sis casos d'estudi per cada material, presentats a la Taula 6. La nomenclatura dels casos segueix el següent criteri:  $A.B$ , on  $A$  es la mida del diàmetre de la barra i  $B$  és el recobriment. Cal indicar que, l'elecció de les dimensions analitzades en aquest estudi s'ha realitzat en base a resultats experimentals publicats en la bibliografia de referència [6].

<b>Nom</b>	<b>Diàmetre de la barra, <math>d_b</math> (mm)</b>	<b>Recobrimet de formigó, <math>c</math> (mm)</b>	<b><math>c/d_b</math></b>
<b>10.20</b>	9,5	20	2,1
<b>10.34</b>	9,5	34	3,6
<b>13.32</b>	12,7	32	2,5
<b>16.23</b>	15,9	23	1,5
<b>25.25</b>	25,4	25	1
<b>11.32</b>	11,3	32	2,9

Taula 6. Dimensions dels sis casos d'estudi

## 5 RESULTATS I CONCLUSIONS

En aquest apartat es presenten els resultats de les simulacions amb els quatre materials diferents, i per cada material, les sis relacions  $c/d_b$  proposades. També es compararan els resultats de les simulacions amb els resultats del model analític.

Tal i com s'ha indicat amb anterioritat, aquest estudi es circumscriu en l'anàlisi de les tensions transversals, ja que són aquestes tensions les que acabarien generant una possible fissura amb capacitat de propagació cap a l'exterior.

Per l'anàlisi dels resultats numèrics s'escullen dos punts diferents del model: un node de la interfície barra-formigó i un node de la cara externa del formigó. Això ens permetrà veure si apareix o no alguna fissura a la interfície i per altre banda també es podrà veure si aquesta fissura propaga o no fins a la cara exterior del formigó. La Figura 18 mostra la situació dels nodes escollits per l'anàlisi de resultats numèrics.

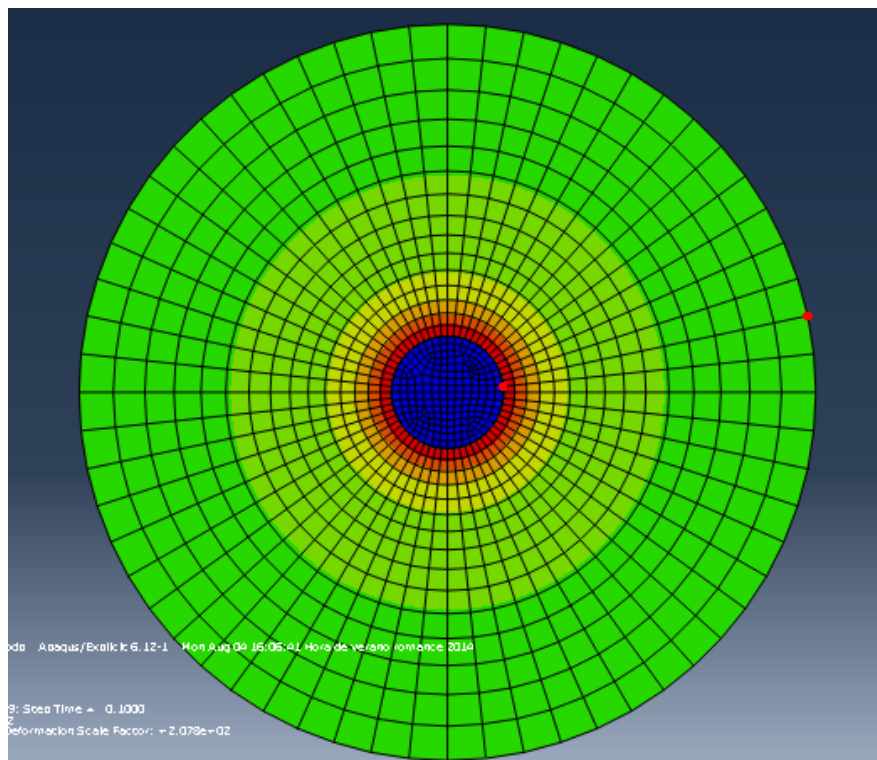


Figura 18. Nodes utilitzats per fer l'estudi

Un cop determinats els nodes a analitzar, el que es farà és el gràfic tensió tangencial-temperatura per cada node. Aquest gràfic haurà de ser lineal mentre no es creï cap fissura, i passarà a ser no-lineal un cop el formigó es fissuri.

En l'anàlisi de resultats numèrics, es farà ús de la Equació 41 per determinar quin increment de temperatura cal aplicar per trobar la primera fissura a la interfície barra-formigó.

En el model analític presentats a l'apartat 2, no s'ha analitzat cap punt de la cara exterior del formigó. A continuació es dedueix l'equació que permet determinar quin increment de temperatura cal aplicar per tal que la tensió tangencial d'un punt de l'exterior iguali o superi la resistència a tracció del formigó, i per tant es creï la fissura. Per fer això es recupera la Equació 29, que defineix la variació de les tensions tangencials en funció de la distància  $r$ , i es substitueix  $r=b$ , de manera que s'obté el valor de la tensió tangencial  $\sigma_t$  a la cara exterior del formigó degut a una pressió interior  $p_i$ :

$$\sigma_t = \frac{2 \cdot p_i}{d^2 - 1} \quad (42)$$

Quan aquesta tensió arribi al valor de  $f_{ct}$  (resistència a tracció del formigó) es produirà la fissura a la cara exterior. Per determinar quin salt tèrmic donarà lloc a aquesta fissura, s'iguali la Equació 42 a  $f_{ct}$  i es substitueix l'Equació 39. Finalment, es manipula la igualtat obtinguda i s'obté l'expressió que determina quin increment de temperatura farà que s'arribi a la resistència a tracció a la cara exterior del formigó:

$$\Delta T = \frac{f_{ct}}{\alpha_b - \alpha_c} \cdot \left( \frac{d^2 + 1}{2 \cdot E_c} + \frac{d^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{\mu_c}{E_c} + \frac{(1 - \mu_b)}{E_b} \right) \right) \quad (43)$$

Cal indicar que aquesta equació ha sigut obtinguda sota la hipòtesis de materials amb comportament elàstic lineal, i que per tant no contempla les no-linealitats que es generen quan té lloc la fissuració d'un punt dins del model. És a dir, l'Equació 43 no contempla el comportament no-lineal del formigó fissurat en els punts intermitjos de model. A la realitat, el que nosaltres tenim és una fissura que es comença a crear a la interfície barra-formigó i propaga cap a la cara exterior del formigó. Això farà que els resultats obtinguts amb aquesta equació tinguin un cert error. És justament aquest incertesa la que justifica la creació d'un model numèric que tingui en compte el comportament real de tots els punts del nostre model, i per tant és això el que justifica aquest treball.

Cal recordar que les propietats del formigó que es faran servir en totes les simulacions són les esmentades en la Taula 1.



Cal indicar també que en aquest apartat només es presentaran els gràfics més significatius i que és l'Annex B el que recull tots els càlculs analítics, així com la representació del mapa de tensions tangencials per cada cas d'estudi.

### 5.1 Resultats acer

Primer de tot, es recorda quines són les propietats de l'acer:

Material	Mòdul elàstic, $E_b$ (GPa)	Coefficient de Poison, $\mu_b$	Coefficient d'expansió tèrmica, $\alpha_b$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )
Acer	210	0,3	$1,3 \cdot 10^{-5}$

Taula 7. Propietats acer

Comentar les propietats de l'acer poden tenir certa variació, sobretot en el coeficient d'expansió tèrmica, però les utilitzades són les mostrades a la Taula 7.

Així doncs es comencen a mirar els diferents resultats. Es comença analitzant el cas que té un recobriment més petit, ja que és el que es creu que estarà menys confinat.

#### **Cas 10.20** ( $c/d_b=2.1$ )

A continuació es recorden les dimensions d'aquest cas i es procedeix al càlcul analític dels dos salts tèrmics que ens interessin:

- $d_b = 9,5$  mm
- $c = 20$  mm
- $c/d_b = 2,1$

Utilitzant l'Equació 41 es calcula quin salt tèrmic caldria aplicar per tal de crear-se la primera fissura a la interfície:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{5,21^2 - 1}{5,21^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 186,33 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

I utilitzant l'Equació 43, es calcula el salt tèrmic que provocaria la fissuració de la cara exterior del formigó:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{5,21^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{5,21^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 2622,55 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

La gran semblança en les propietats tèrmiques del dos materials (formigó i acer) fa que les tensions que l'expansió de l'acer pugui generar sobre el formigó siguin molt petites. Això fa que el salt tèrmic que caldria aplicar per tal que aquestes tensions provoquin la fissuració del formigó a la interfície sigui bastant elevat (de l'ordre dels 180°C). Cal comentar també, que el valor de salt tèrmic que caldria aplicar per provocar la fissuració a la cara exterior és extremadament elevat (de l'orde dels 2600°C). Aquest salt tèrmic només podria tenir lloc en situacions extremes, com per exemple un incendi, situacions en les que la integritat de l'element estructural estaria amenaçada per altres mecanismes de fallida.

A continuació es mostraran els resultats de les simulacions numèriques d'aquest cas. Més concretament, la Figura 19 mostra l'evolució de la tensió tangencial respecte el salt tèrmic aplicat, per un node situat a la interfície i un node situat a la cara exterior. Val a dir que l'aplicació d'un salt tèrmic com el trobat per les expressions analítiques (186°C i 2600°C), suposaria un gran cost computacional. És per això, que es decideix aplicar un salt tèrmic de  $\Delta T=80^\circ\text{C}$ , amb la finalitat de confirmar que efectivament l'evolució de les tensions tangencials abans de produir-se la fissuració és lineal.

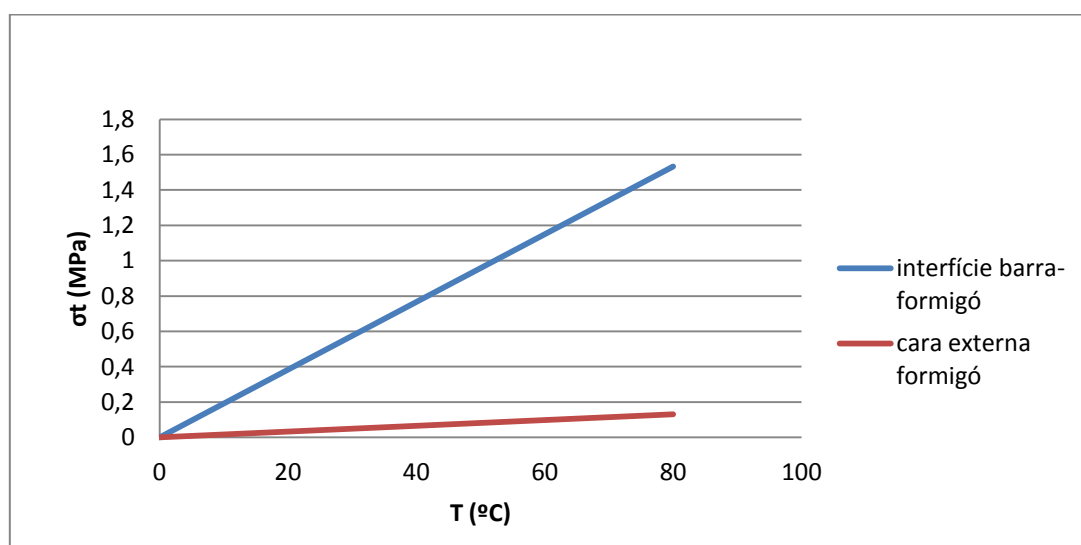


Figura 19. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç d'acer i mides del cas 10.20

Els resultats d'aquest primer cas confirmen la bona elecció del material acer com a reforç pel formigó armat. Si bé en aquest cas la ratio  $c/d_b$  era de 2.1, a continuació es mostraran els resultats pels dos casos extrems, amb  $c/d_b=1$  i 3.6.

### **Cas 25.25** ( $c/d_b=1$ )

A continuació es recorden les dimensions d'aquest cas i es procedeix al càlcul analític dels dos salts tèrmics que ens interessin:

- $d_b = 25,4 \text{ mm}$
- $c = 25 \text{ mm}$
- $c/d_b = 1$

Utilitzant l'Equació 41 es calcula quin salt tèrmic caldria aplicar per tal de crear-se la primera fissura a la interfície:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{2,97^2 - 1}{2,97^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 180,63 \text{ } ^\circ\text{C}$$

I utilitzant l'Equació 43, es calcula el salt tèrmic que provocaria la fissuració de la cara exterior del formigó:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{2,97^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{2,97^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 886,15 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Semblant al cas anterior, els salts tèrmics que caldria aplicar per tal de provocar la fissuració del formigó tant a la interfície com a la cara exterior són elevats. Novament, això confirma la bona elecció de l'acer per aquesta aplicació. Cal remarcar que degut a la menor ratio de recobriment, el salt tèrmic requerit en aquest cas per provocar la fissuració a la cara exterior és més petit que pel cas anterior.

La Figura 20 mostra l'evolució de la tensió tangencial respecte el salt tèrmic aplicat, per un node situat a la interfície i un node situat a la cara exterior. Igual que en el cas anterior, i amb ànims de demostrar la bondat del model numèric sense consumir un gran temps computacional, el salt tèrmic que s'aplica al model numèric és de  $\Delta T = 80^\circ\text{C}$ . Novament, l'evolució de les tensions tangencials és lineal, sense cap mostra de fissuració.

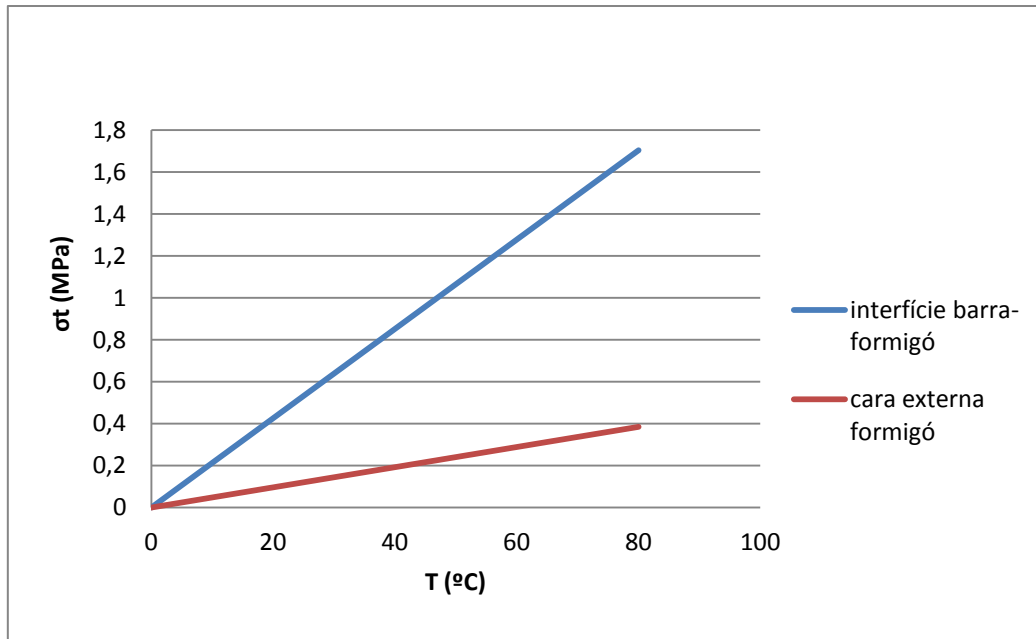


Figura 20. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç acer i mides del cas 25.25

### Cas 10.34 ( $c/d_b=3.6$ )

Aquest cas és el que té una ratio  $c/d_b$  més elevada. Les mides del model són:

- $d_b = 9,5$  mm
- $c = 34$  mm
- $c/d_b = 3,6$

Utilitzant l'Equació 41 es calcula quin salt tèrmic caldria aplicar per tal de crear-se la primera fissura a la interfície:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{8,16^2 - 1}{8,16^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 188,11 \text{ } ^\circ\text{C}$$

I utilitzant l'Equació 43, es calcula el salt tèrmic que provocaria la fissuració de la cara exterior del formigó:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{8,16^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{8,16^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 6353,51 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Les expressions analítiques confirmen novament la necessitat d'un gran salt tèrmic. Tal i com era d'esperar, en ser aquest cas el que té un recobriments més elevat

( $c=34\text{mm}$ ), el salt tèrmic que provocaria la fissuració de la superfície exterior és el més elevat de tots.

La Figura 21 mostra l'evolució de la tensió tangencial respecte el salt tèrmic aplicat, per un node situat a la interfície i un node situat a la cara exterior. Igual que en el cas anterior, i amb ànims de demostrar la bondat del model numèric sense consumir un gran temps computacional, el salt tèrmic que s'aplica al model numèric és de  $\Delta T=80^\circ\text{C}$ . Novament, l'evolució de les tensions tangencials és lineal, sense cap mostra de fissuració.

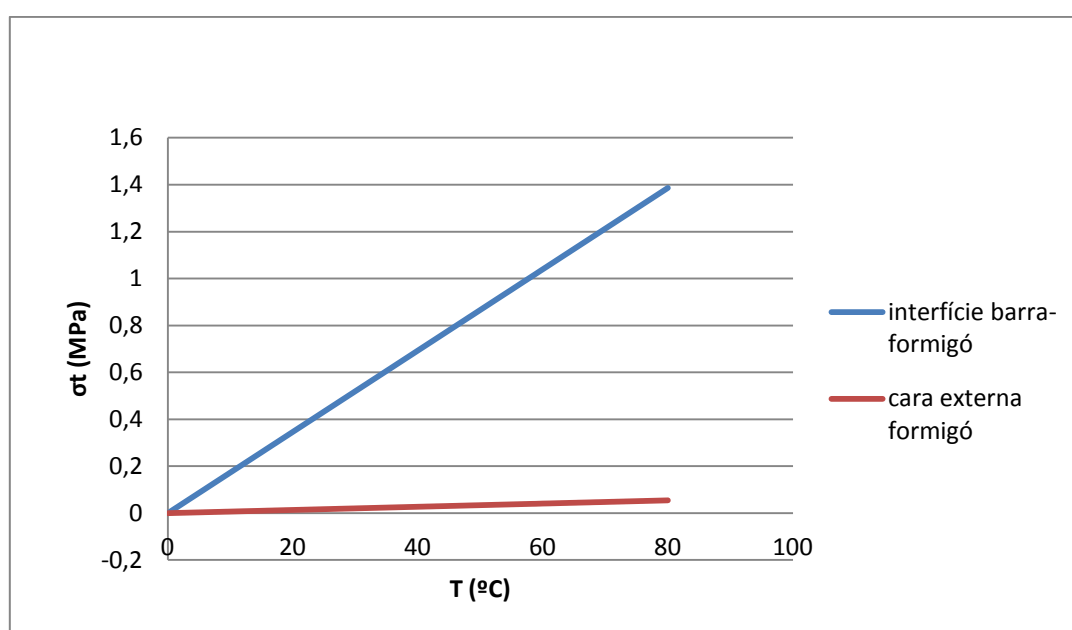


Figura 21. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç acer i mides del cas 10.34

Un cop vista la tendència pel cas de reforç d'acer, i amb ànims de no allargar el document, la Taula 8 mostra el valor dels salts tèrmics que caldria aplicar, segons model analític i segons model numèric, per tal de provocar la fissuració a la interfície i/o a la cara exterior. Cal recordar que els resultats analítics referents a la fissuració de la cara exterior tenen error, ja que els supòsits que s'han fet en la seva deducció no són 100% fidedignes a la realitat. Cal comentar també, que pel cas dels models numèrics, el salt tèrmic aplicat ( $\Delta T=80^\circ\text{C}$ ) era insuficient com per provocar a fissuració. És per això que es mostra el text "No es veu", fent referència a que en cap moment es detecta un canvi en la tendència lineal de la tensió tangencial, i per tant no es pot definir cap valor pel salt tèrmic que es buscava.

Nom	Diàmetre, $d_b$ (mm)	Recobriments, $c$ (mm)	$c/d$	Analític		Numèric	
				T interfície, $T_{a,i}$	T exterior, $T_{a,e}$	T interfície, $T_{n,i}$	T exterior, $T_{n,e}$
				(°C)	(°C)	(°C)	(°C)
<b>10.20</b>	9,5	20	2,1	186,3	2622,5	No es veu	No es veu
<b>10.34</b>	9,5	34	3,6	188,1	6353,5	No es veu	No es veu
<b>13.32</b>	12,7	32	2,5	187,09	3505,47	No es veu	No es veu
<b>16.23</b>	15,9	23	1,5	184,06	1486,87	No es veu	No es veu
<b>25.25</b>	25,4	25	1	180,53	886,15	No es veu	No es veu
<b>11.32</b>	11,3	32	2,9	187,49	4256,48	No es veu	No es veu

Taula 8. Taula resum de salts tèrmics analítics i numèrics per reforç d'acer

### 5.1.1 Conclusions acer

A continuació es mostren les conclusions que es poden treure de l'estudi de l'element cilíndric i concèntric de formigó armat amb barra d'acer:

- Tal i com es podia imaginar, el formigó armat amb les barres d'acer no es fissa i per tant tampoc acaba trencant quan se li aplica un increment de temperatura de 80 °C, ja que tots dos materials tenen un coeficient d'expansió tèrmica molt semblant.
- S'ha pogut veure com la ratio  $c/d_b$  no té cap tipus d'efecte sobre la fissuració d'un element de formigó armat amb barres d'acer, dins del rang de temperatures en que s'ha treballat ( $\Delta T=80^\circ\text{C}$ ).
- El salt tèrmic estimat per la formulació analítica és molt elevat. Tot i que el model numèric podria mostrar aquesta fissuració, no s'ha cregut necessària la modelització de salts tèrmics tan elevats, ja que en aquests valors de temperatura la integritat de l'element estructural es veuria amenaçada per altres mecanismes de fallida.

### 5.2 Resultats acer inoxidable

Igual que en l'acer, es comença recordant les propietats de les barres d'acer inoxidable:

Material	Mòdul elàstic, $E_b$ (GPa)	Coefficient de Poison, $\mu_b$	Coefficient d'expansió tèrmica, $\alpha_b$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )
Acer inoxidable	210	0,3	$1,73 \cdot 10^{-5}$

Taula 9. Propietats acer inoxidable

Igual que en el cas de l'acer, el coeficient d'expansió tèrmica pot tenir certa variació però el que s'ha utilitzat és el mostrat en la Taula 9.

La presentació de resultats es comença també amb el cas que té un recobriment més petit, ja que és el que es creu que estarà menys confinat.

**Cas 10.20** ( $c/d_b=2.1$ )

A continuació es recorden les dimensions d'aquest cas i es procedeix al càlcul analític dels dos salts tèrmics que ens interessin:

- $d_b = 9,5$  mm
- $c = 20$  mm
- $c/d_b = 2,1$

Utilitzant l'Equació 41 es calcula quin salt tèrmic caldria aplicar per tal de crear-se la primera fissura a la interfície:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{5,21^2 - 1}{5,21^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 35,16 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

I utilitzant l'Equació 43, es calcula el salt tèrmic que provocaria la fissuració de la cara exterior del formigó:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{5,21^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{5,21^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 494,82 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

La diferència en les propietats tèrmiques dels dos materials (formigó i acer inoxidable) fa que les tensions que l'expansió tèrmica de l'acer inoxidable genera sobre el formigó comencin a ser força importants, això fa que a una temperatura relativament baixa ( $35^{\circ}\text{C}$ ) aquestes tensions ja provoquin la fissuració del formigó a la interfície. Tot i així cal comentar que el salt tèrmic que caldria aplicar per provocar la fissuració a la cara exterior segueix sent d'un valor bastant elevat (de l'ordre dels  $500^{\circ}\text{C}$ ).

A continuació es mostraran els resultats de les simulacions numèriques d'aquest cas. La Figura 22 mostra l'evolució de la tensió tangencial respecte el salt tèrmic aplicat, per un node situat a la interfície i un node situat a la cara exterior. Igual que en els casos de l'acer, per tal d'evitar un gran cost computacional, es seguirà treballant amb un salt tèrmic de  $\Delta T=80^{\circ}\text{C}$  que ens permetrà veure la no-linealitat en el node de l'interfície i la linealitat en el node exterior.

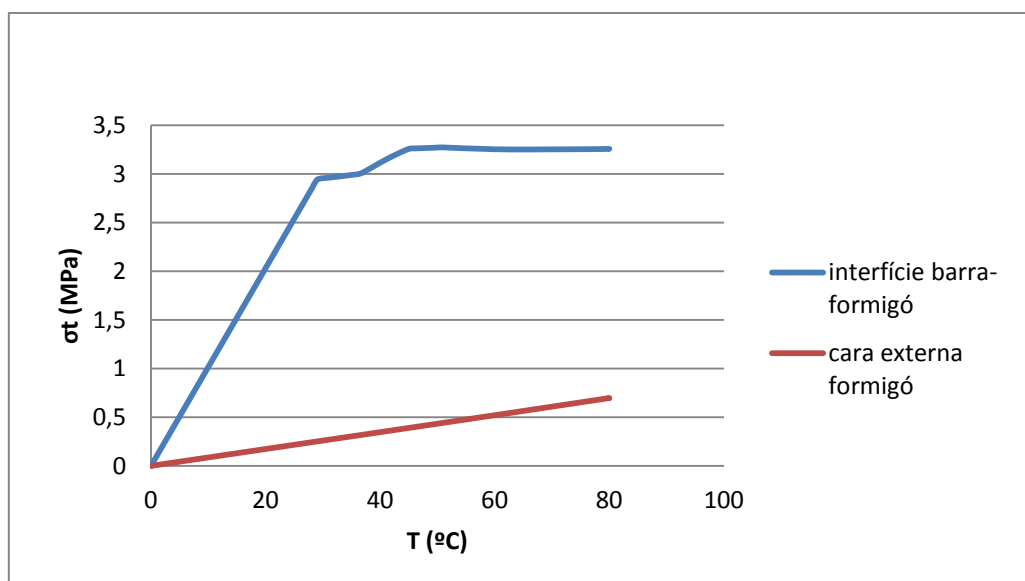


Figura 22. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç d'acer inoxidable i mides del cas 10.20

Es pot apreciar com aproximadament a una temperatura de  $30^{\circ}\text{C}$ , el comportament de les tensions tangencials deixa de ser lineal, indicant que s'ha començat a fissurar el formigó, coincidint així amb el model analític.

Els resultats d'aquest primer cas ens diuen que, tot i la fissuració a la interfície, al no arribar a la cara exterior, aquest material pot ser una bona opció com a reforç pel formigó armat. Si bé en aquest cas la ratio  $c/d_b$  era de 2.1, a continuació es mostraran els resultats pels dos casos extrems, amb  $c/d_b=1$  i 3.6.

### **Cas 25.25** ( $c/d_b=1$ )

A continuació es recorden les dimensions d'aquest cas i es procedeix al càlcul analític dels dos salts tèrmics que ens interessin:

- $d_b = 25,4 \text{ mm}$



- $c = 25 \text{ mm}$
- $c/d_b = 1$

Utilitzant l'Equació 41 es calcula quin salt tèrmic caldria aplicar per tal de crear-se la primera fissura a la interfície:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{2,97^2 - 1}{2,97^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 34,1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

I utilitzant l'Equació 43, es calcula el salt tèrmic que provocaria la fissuració de la cara exterior del formigó:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{2,97^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{2,97^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 167,2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Semblant al cas anterior, veiem com l'expansió tèrmica que l'acer inoxidable genera sobre el formigó provoca la fissuració a la interfície a un salt tèrmic molt semblant al del cas anterior (34°C). Per altra banda, cal remarcar que degut al menor ratio de recobriment, el salt tèrmic requerit en aquest cas per provocar la fissuració a la cara exterior és més petit que pel cas anterior.

La Figura 23 mostra l'evolució de la tensió tangencial respecte el salt tèrmic aplicat, per un node situat a la interfície i un node situat a la cara exterior. Igual que en el cas anterior, el salt tèrmic que s'aplica al model numèric és de  $\Delta T = 80^\circ\text{C}$ . Novament, l'evolució de les tensions tangencials a la interfície és no-lineal i a la cara exterior és lineal.

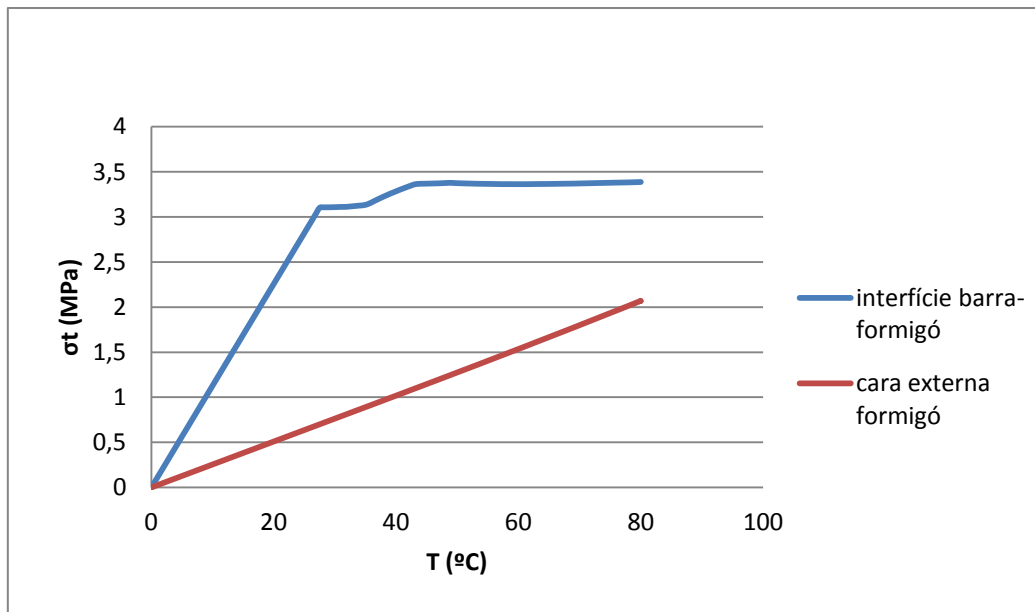


Figura 23. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç d'acer inoxidable i mides del cas 25.25

### **Cas 10.34** ( $c/d_b=3,6$ )

A continuació es recorden les dimensions d'aquest cas i es procedeix al càlcul analític dels dos salts tèrmics que ens interessin:

- $d_b = 9,5$  mm
- $c = 34$  mm
- $c/d_b = 3,6$

Utilitzant l'Equació 41 es calcula quin salt tèrmic caldria aplicar per tal de crear-se la primera fissura a la interfície:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{8,16^2 - 1}{8,16^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 35,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

I utilitzant l'Equació 43, es calcula el salt tèrmic que provocaria la fissuració de la cara exterior del formigó:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{8,16^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{8,16^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 1198,77 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Les expressions analítiques tornen a confirmar la tendència que s'ha vist en els dos casos anteriors, a la interfície es veu com aproximadament a uns 35°C les tensions tangencials generades són suficientment grans per començar a fissurar el formigó. En

aquest cas, al tenir el recobriment més elevat, el salt tèrmic que provocaria la fissuració a la superfície exterior també té un valor molt elevat.

La Figura 24 mostra l'evolució de la tensió tangencial respecte el salt tèrmic aplicat, per un node situat a la interfície i un node situat a la cara exterior. Igual que en el casos anteriors, i amb ànims de demostrar la bondat del model numèric sense consumir un gran temps computacional, el salt tèrmic que s'aplica al model numèric és de  $\Delta T=80^{\circ}\text{C}$ . Novament, l'evolució de les tensions tangencials a la interfície es no-lineal, i a la cara exterior és lineal.

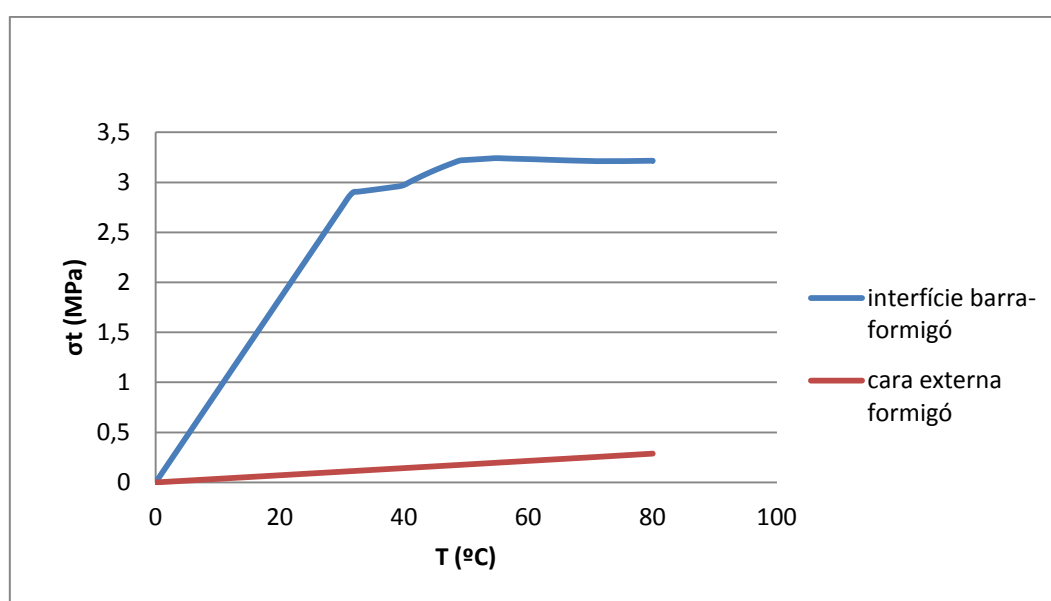


Figura 24. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç d'acer inoxidable i mides del cas 10.34

Un cop vista la tendència pel cas de reforç d'acer inoxidable, la Taula 10 mostra el valor dels salts tèrmics que caldria aplicar, segons model analític i segons model numèric, per tal de provocar la fissuració a la interfície i/o a la cara exterior. Cal recordar que els resultats analítics referents a la fissuració de la cara exterior tenen error, ja que els supòsits que s'han fet en la seva deducció no són 100% fidedignes a la realitat. També cal comentar que pel cas dels models numèrics, en la cara exterior el salt tèrmic aplicat ( $\Delta T=80^{\circ}\text{C}$ ) era insuficient com per provocar a fissuració i és per això es mostra el text "No es veu".

### 5.2.1 Conclusions acer inoxidable

Nom	Diàmetre, $d$ (mm)	Recobriments, $c$ (mm)	$c/d$	Analític		Numèric	
				T interfície, $T_{a,i}$ (°C)	T exterior, $T_{a,e}$ (°C)	T interfície, $T_{n,i}$ (°C)	T exterior, $T_{n,e}$ (°C)
				<b>10.20</b>	9,5	20	2,1
<b>10.34</b>	9,5	34	3,6	35,49	1198,77	31,81	No es veu
<b>13.32</b>	12,7	32	2,5	35,3	661,41	29,63	No es veu
<b>16.23</b>	15,9	23	1,5	34,73	280,54	27,49	No es veu
<b>25.25</b>	25,4	25	1	34,08	167,2	27,49	No es veu
<b>11.32</b>	11,3	32	2,9	35,37	803,1	29,63	No es veu

Taula 10. Taula resum de salts tèrmics analítics i numèrics per reforç d'acer inoxidable

- A diferència del formigó amb les barres d'acer, aquí ja s'ha pogut veure que aproximadament als 35 °C ja s'ha començat a fissurar el formigó en totes les simulacions realitzades.
- També s'ha vist com la ratio  $c/d_b$  no ha tingut efecte, ja que en totes les simulacions ha aparegut la fissura aproximadament en la mateixa temperatura, i en cap dels casos ha acabat fissurant la cara exterior. El que sí que s'ha vist és que en els que tenen menys ratio de recobriments, la tensió a la cara exterior és bastant més alta que en els casos on hi ha més ratio de recobriments de formigó.
- Igual que en el cas de l'acer, el salt tèrmic estimat per la formulació analítica és força elevat i per aquest motiu no s'ha cregut necessària la modelització de salts tèrmics tan elevats, ja que en aquests valors de temperatura la integritat de l'element estructural es veuria amenaçada per altres mecanismes de fallida.

### 5.3 Resultats GFRP

Com sempre, es comença recordant les propietats de les barres de GFRP:

Material	Mòdul elàstic, $E_b$ (GPa)	Coefficient de Poison, $\mu_b$	Coefficient d'expansió tèrmica, $\alpha_b$ ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ )
GFRP	42	0,3	$3,3 \cdot 10^{-5}$

Taula 11. Propietats GFRP

Comentar que les propietats de les barres de GFRP poden variar considerablement depenent del fabricant, en aquest cas s'han utilitzat les mostrades en la Taula 11.

La presentació de resultats es comença també amb el cas que té un recobriment més petit, ja que és el que es creu que estarà menys confinat.

#### **Cas 10.20** ( $c/d_b=2,1$ )

A continuació es recorden les dimensions d'aquest cas i es procedeix al càlcul analític dels dos salts tèrmics que ens interessin:

- $d_b = 9,5$  mm
- $c = 20$  mm
- $c/d_b = 2,1$

Utilitzant l'Equació 41 es calcula quin salt tèrmic caldria aplicar per tal de crear-se la primera fissura a la interfície:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \cdot 10^{-5} - 1,2 \cdot 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{5,21^2 - 1}{5,21^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 11,29 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

I utilitzant l'Equació 43, es calcula el salt tèrmic que provocaria la fissuració de la cara exterior del formigó:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \cdot 10^{-5} - 1,2 \cdot 10^{-5})} \cdot \left( \frac{5,21^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{5,21^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 158,92 \text{ } ^{\circ}\text{C}$$

La important diferència en les propietats tèrmiques dels dos materials (formigó i GFRP) fa que les tensions que l'expansió tèrmica de les barres de fibra de vidre genera sobre el formigó siguin força considerables, fet que provoca que a una temperatura molt baixa ( $11^{\circ}\text{C}$ ) aquestes tensions ja provoquin la fissuració del formigó en la interfície. Aquest cas ja es pot veure com el salt tèrmic necessari per fissurar la cara externa ja no és tan gran com els casos anteriors (de l'ordre de  $150^{\circ}\text{C}$ ).

A continuació es mostraran els resultats de les simulacions numèriques d'aquest cas. La Figura 25 mostra l'evolució de la tensió tangencial respecte el salt tèrmic aplicat, per un node situat a la interfície i un node situat a la cara exterior. A diferència de les simulacions anteriors, en veure que el salt tèrmic per fissurar la cara exterior és raonable, es decideix que en aquest cas es treballarà amb un salt tèrmic de  $\Delta T=200^{\circ}\text{C}$  que permetrà veure la no-linealitat tant en la interfície com en la cara exterior.

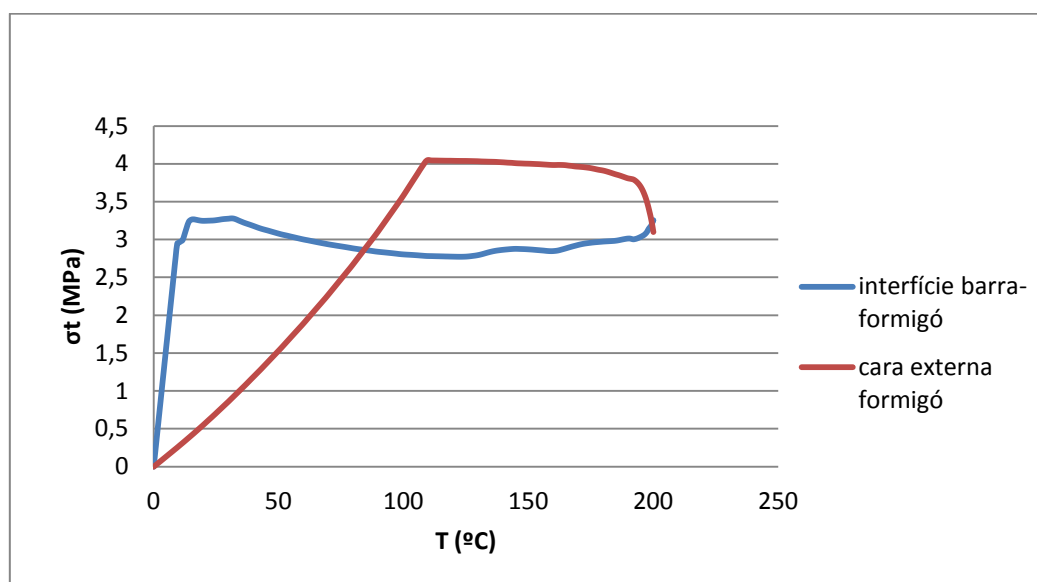


Figura 25. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de GFRP i mides del cas 10.20

Es pot apreciar com a la interfície, aproximadament a uns  $10^{\circ}\text{C}$ , el comportament de les tensions tangencials deixa de ser lineal, indicant que s'ha començat a fissurar el formigó i coincidint així amb el model analític. En canvi, en la cara exterior es pot veure com la fissuració té lloc a un salt tèrmic de  $110^{\circ}\text{C}$ , valor bastant allunyat del que s'havia trobat amb el model numèric, i per tant aquí s'està confirmant la necessitat del model numèric ja que amb l'analític es té un error bastant considerable.

Els resultats d'aquest primer cas ja ens indiquen que la fissuració a la interfície té lloc a una temperatura molt baixa, i tot i que en aquest cas la fissuració exterior passa a un salt tèrmic una mica alt, pot indicar que en altres casos aquest salt tèrmic sigui bastant inferior i per tant pot ser que aquest material no sigui massa bona opció per el formigó armat. En aquest cas la ratio  $c/d_b$  era de 2.1, a continuació es mostraran els resultats pels dos casos extrems, amb  $c/d_b=1$  i 3.6.

### **Cas 25.25** ( $c/d_b=1$ )

A continuació es recorden les dimensions d'aquest cas i es procedeix al càlcul analític dels dos salts tèrmics que ens interessin:

- $d_b = 25,4 \text{ mm}$
- $c = 25 \text{ mm}$
- $c/d_b = 1$

Utilitzant l'Equació 41 es calcula quin salt tèrmic caldria aplicar per tal de crear-se la primera fissura a la interfície:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{2,97^2 - 1}{2,97^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 10,67 \text{ } ^\circ\text{C}$$

I utilitzant l'Equació 43, es calcula el salt tèrmic que provocaria la fissuració de la cara exterior del formigó:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{2,97^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{2,97^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 52,36 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Semblant al cas anterior, es veu com l'expansió tèrmica que les barres de GFRP genera sobre el formigó provoca la fissuració a la interfície a un salt tèrmic molt semblant al del cas anterior ( $10^\circ\text{C}$ ). Per altra banda, cal remarcar que degut al menor ratio de recobriment, el salt tèrmic requerit en aquest cas per provocar la fissuració a la cara exterior és més petit que pel cas anterior.

La Figura 26 mostra l'evolució de la tensió tangencial respecte el salt tèrmic aplicat, per un node situat a la interfície i un node situat a la cara exterior. En aquest cas, a diferència del cas anterior, el salt tèrmic que s'aplica al model numèric és de  $\Delta T=80^\circ\text{C}$ , ja que amb aquest salt tèrmic ja es podran observar les no-linealitats en ambdós punts.

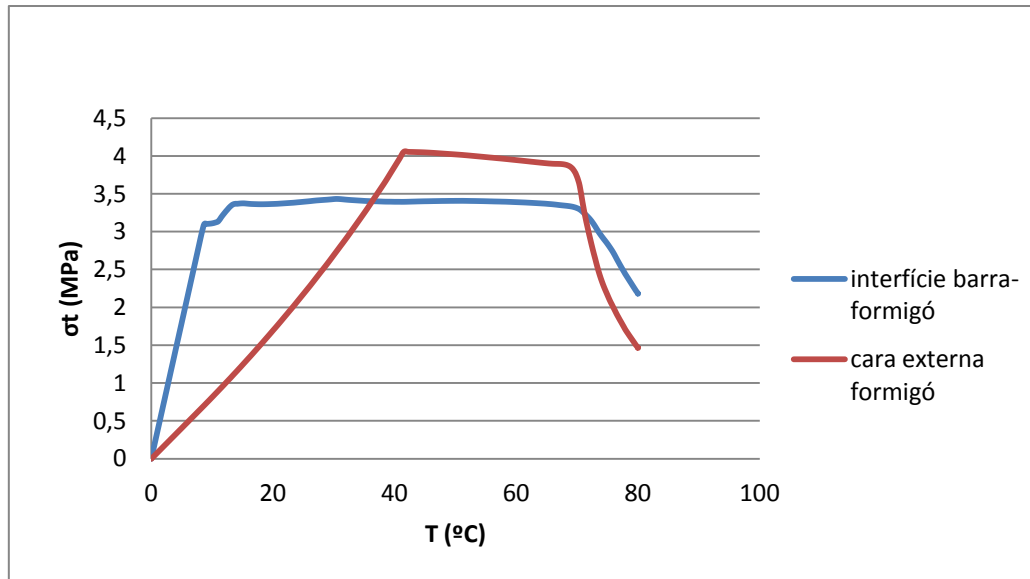


Figura 26. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de GFRP i mides del cas 25.25

Igual que en el cas anterior, es veu com a la interfície els valors del model analític i numèric si que coincideixen, en canvi en la cara exterior es torna a veure una diferència prou significativa, ja que en el model numèric s'observa la no-linealitat a un salt tèrmic de 42°C.

#### **Cas 10.34** ( $c/d_b=3,6$ )

A continuació es recorden les dimensions d'aquest cas i es procedeix al càlcul analític dels dos salts tèrmics que ens interessin:

- $d_b = 9,5$  mm
- $c = 34$  mm
- $c/d_b = 3,6$

Utilitzant l'Equació 41 es calcula quin salt tèrmic caldria aplicar per tal de crear-se la primera fissura a la interfície:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{8,16^2 - 1}{8,16^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 11,48 \text{ } ^\circ\text{C}$$

I utilitzant l'Equació 43, es calcula el salt tèrmic que provocaria la fissuració de la cara exterior del formigó:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{8,16^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{8,16^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 387,87 \text{ } ^\circ\text{C}$$



Es segueix veient la tendència que s'ha vist en els dos casos anteriors, veient que a la interfície segueix fissurant-se a un salt tèrmic d'aproximadament 11°C. En aquest cas, al ser el que té més recobriment de formigó, el salt tèrmic que provocaria la fissuració a la superfície exterior també té un valor molt més elevat que els casos anteriors.

La Figura 27 mostra l'evolució de la tensió tangencial respecte el salt tèrmic aplicat, per un node situat a la interfície i un node situat a la cara exterior. En aquest cas, ens interessaria poder tornar a veure les diferències que poden haver-hi entre el model analític i el numèric per tal de posteriorment poder fer un estudi de l'error, així doncs s'aplica un salt tèrmic de  $\Delta T=400^{\circ}\text{C}$  que permeti veure la no-linealitat tant a la interfície com en la cara exterior.

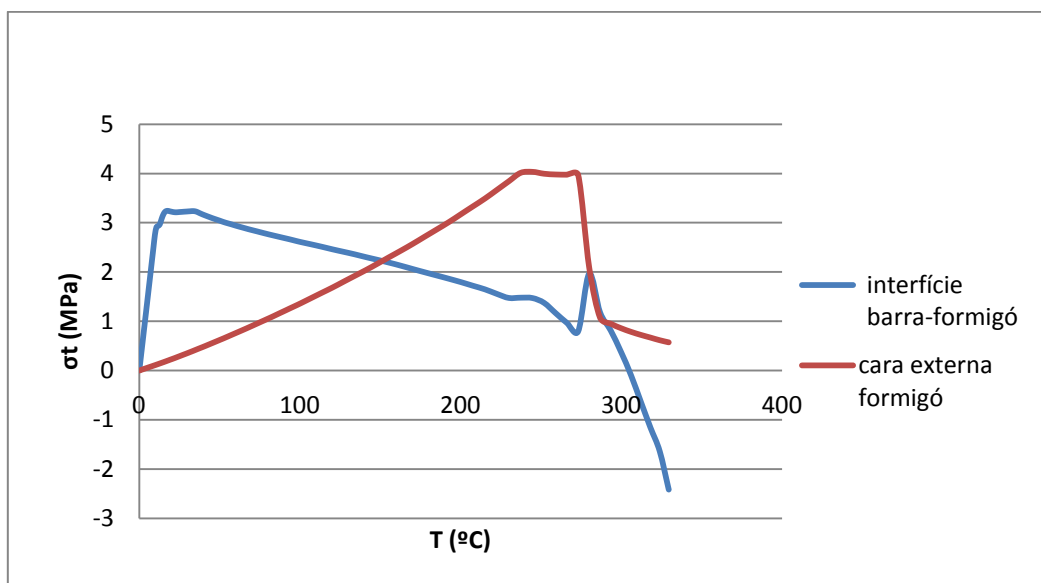


Figura 27. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de GFRP i mides del cas 10.34

De la mateixa manera que els casos anteriors, en la interfície els dos models coincideixen, en canvi a la cara exterior en aquest cas es veu una gran diferència, ja que amb el model numèric es fissura a 237°C, valor molt allunyat del trobat erròniament amb el model analític, tornant a confirmar així la necessitat del model numèric.

Un cop vista la tendència pel cas de reforç amb barres de GFRP, la Taula 12 mostra el valor dels salts tèrmics que caldria aplicar, segons model analític i segons model numèric, per tal de provocar la fissuració a la interfície i/o a la cara exterior. Cal recordar que els resultats analítics referents a la fissuració de la cara exterior tenen error, ja que els supòsits que s'han fet en la seva deducció no són 100% fidedignes a

la realitat. També cal comentar que pel cas dels models numèrics, s'ha aplicat el salt tèrmic adient per tal de poder veure la fissuració en totes les simulacions.

Nom	Diàmetre, $d$ (mm)	Recobriment, $c$ (mm)	$c/d$	Analític		Numèric	
				T interfície, $T_{a,i}$	T exterior, $T_{a,e}$	T interfície, $T_{n,i}$	T exterior, $T_{n,e}$
				(°C)	(°C)	(°C)	(°C)
10.20	9,5	20	2,1	11,29	158,41	9,59	109,36
10.34	9,5	34	3,6	11,48	387,86	10,53	237,25
13.32	12,7	32	2,5	11,37	213,1	10,05	143,67
16.23	15,9	23	1,5	11,04	89,22	9,15	65,87
25.25	25,4	25	1	10,67	52,36	8,28	41,5
11.32	11,3	32	2,9	11,41	259,18	10,05	169,62

Taula 12. Taula resum de salts tèrmics analítics i numèrics per reforç de GFRP

En el Figura 28, es pot veure l'error que comet el model analític respecte al numèric tant a la interfície com a l'exterior.

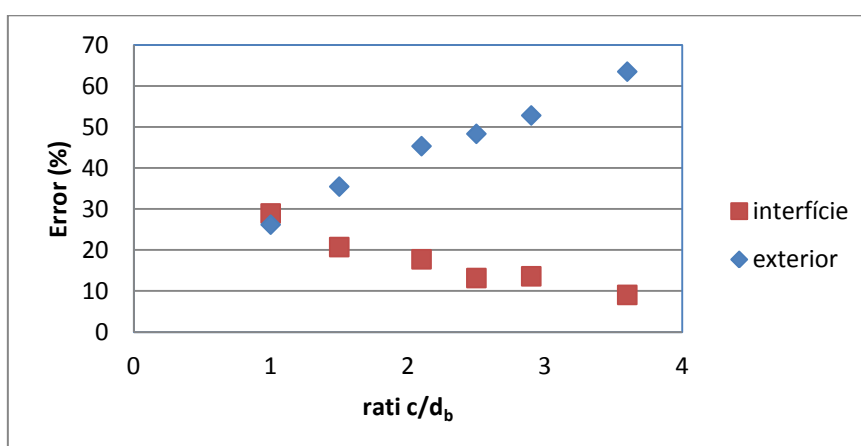


Figura 28. Error entre els model analític i numèric per reforç de GFRP

Es pot veure com l'error que comet a la interfície és relativament petit, variant entre 10 i 25%, i es pot apreciar com a mesura que la ratio augmenta, l'error va disminuint.

En canvi, en la cara externa, com era d'esperar, els errors són molt més grans, variant de 25 a 65%, i a diferència de la interfície, aquí l'error augmenta a mesura que la ratio de recobriment creix, ja que hi ha més gruix de material amb deformació no lineal.

### 5.3.1 Conclusions GFRP

- S'ha vist com les primeres fissures apareixen a temperatures bastant baixes, aproximadament 11 °C, temperatures molt inferiors a les barres d'acer inoxidable.
- S'ha pogut veure com la ratio de recobriment té un paper molt important, ja que si aquest es igual o inferior a 1,5 el formigó acaba fissurant-se a la cara exterior a temperatures inferiors a 100 °C, fet molt important a tenir en compte ja que aquestes temperatures són probables que es produeixin.
- A diferència dels casos d'acer i d'acer inoxidable, el salt tèrmic s'ha ajustat a cada simulació per tal de poder veure les diferències que es produeixen entre el model analític i el numèric, i s'ha confirmat la necessitat del model numèric, ja que s'han vist diferències prou significatives.

### 5.4 Resultats CFRP

Igual que en els casos anteriors, es comença recordant les propietats de les barres de CFRP:

Material	Mòdul elàstic, $E_b$ (GPa)	Coefficient de Poison, $\mu_b$	Coefficient d'expansió tèrmica, $\alpha_b$ (°C <sup>-1</sup> )
CFRP	124	0,3	$9 \cdot 10^{-5}$

Taula 13. Propietats CFRP

Igual que els casos anteriors, les propietats varien segons el fabricant, en aquest cas el coeficient d'expansió tèrmica sol variar entre  $7,4 \cdot 10^{-5}$  i  $10,4 \cdot 10^{-5}$ .

La presentació de resultats es comença també amb el cas que té un recobriment més petit, ja que és el que es creu que estarà menys confinat.

#### **Cas 10.20** ( $c/d_b=2,1$ )

A continuació es recorden les dimensions d'aquest cas i es procedeix al càlcul analític dels dos salts tèrmics que ens interessin:

- $d_b = 9,5 \text{ mm}$
- $c = 20 \text{ mm}$
- $c/d_b = 2,1$

Utilitzant l'Equació 41 es calcula quin salt tèrmic caldria aplicar per tal de crear-se la primera fissura a la interfície:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{5,21^2 - 1}{5,21^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 2,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

I utilitzant l'Equació 43, es calcula el salt tèrmic que provocaria la fissuració de la cara exterior del formigó:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{5,21^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{5,21^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 35,21 \text{ } ^\circ\text{C}$$

La gran diferència en les propietats tèrmiques dels dos materials (formigó i CFRP) fa que les tensions que l'expansió tèrmica de les barres de fibra de carboni genera sobre el formigó siguin molt importants, fet que provoca que a una temperatura extremadament baixa ( $2,5^\circ\text{C}$ ) aquestes tensions ja provoquin la fissuració del formigó en la interfície. També es pot veure com el salt tèrmic necessari per fissurar la cara externa es molt més petit que en els materials simulats anteriorment ( $35^\circ\text{C}$ ).

A continuació es mostraran els resultats de les simulacions numèriques d'aquest cas. La Figura 29 mostra l'evolució de la tensió tangencial respecte el salt tèrmic aplicat, per un node situat a la interfície i un node situat a la cara exterior. En aquest cas, treballant amb el salt tèrmic de  $\Delta T=80^\circ\text{C}$  ja es podran veure les no-linealitats tant en la interfície com en la cara exterior.

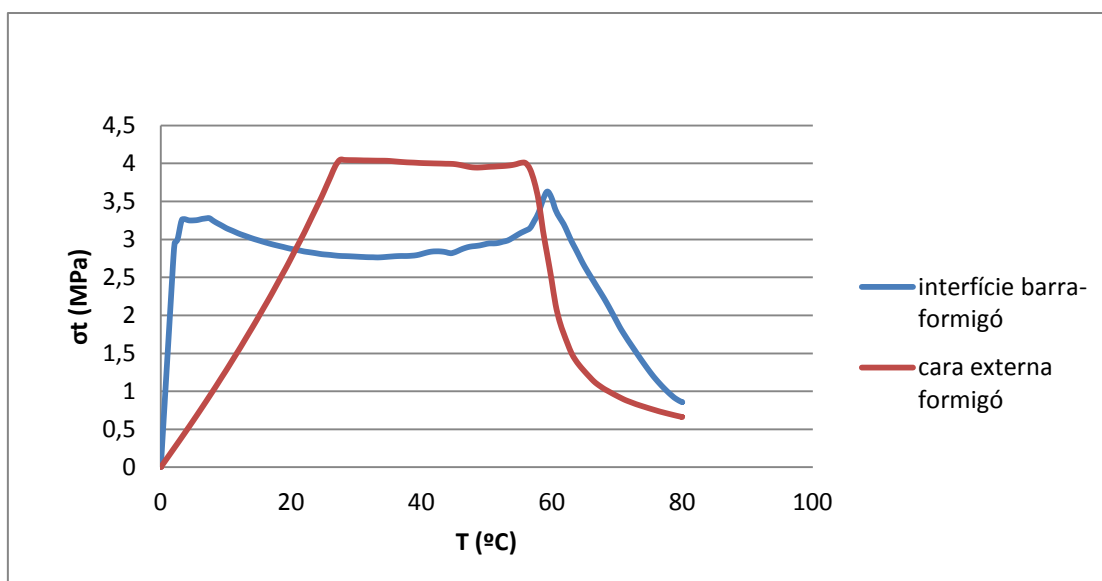


Figura 29. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de CFRP i mides del cas 10.20

Igual que en les diferents simulacions de GFRP, es torna a veure com en la interfície els valors si que coincideixen, ja que fins aquest moment el formigó s'ha deformat linealment, en canvi a la cara exterior es torna a veure una petita diferència, ja que el model numèric el salt tèrmic de fissuració és de 28°C, valor relativament diferent al trobat analíticament.

Els resultats d'aquest primer cas ja ens indiquen que aquest material molt probablement sigui el pitjor per armar el formigó armat, ja que com s'ha pogut veure la fissuració a l'exterior ha tingut lloc a un salt tèrmic de 28°C, temperatura més que probable que es produeixi. En aquest cas la ratio  $c/d_b$  era de 2.1, a continuació es mostraran els resultats pels dos casos extrems, amb  $c/d_b=1$  i 3.6.

### **Cas 25.25** ( $c/d_b=1$ )

A continuació es recorden les dimensions d'aquest cas i es procedeix al càlcul analític dels dos salts tèrmics que ens interessin:

- $d_b = 25,4$  mm
- $c = 25$  mm
- $c/d_b = 1$

Utilitzant l'Equació 41 es calcula quin salt tèrmic caldria aplicar per tal de crear-se la primera fissura a la interfície:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{2,97^2 - 1}{2,97^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 2,41 \text{ } ^\circ\text{C}$$

I utilitzant l'Equació 43, es calcula el salt tèrmic que provocaria la fissuració de la cara exterior del formigó:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{2,97^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{2,97^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 11,83 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Semblant al cas anterior, es veu com l'expansió tèrmica que les barres de GFRP genera sobre el formigó provoca la fissuració a la interfície a un salt tèrmic molt semblant al del cas anterior (2,4°C). Per altra banda, cal remarcar que degut al menor ratio de recobriment, el salt tèrmic requerit en aquest cas per provocar la fissuració a la cara exterior és encara més petit que pel cas anterior.

La Figura 30 mostra l'evolució de la tensió tangencial respecte el salt tèrmic aplicat, per un node situat a la interfície i un node situat a la cara exterior. Igual que el cas anterior, el salt tèrmic que s'aplica al model numèric és de  $\Delta T = 80^\circ\text{C}$ , ja que amb aquest salt tèrmic ja es podran observar les no-linealitats en ambdós punts.

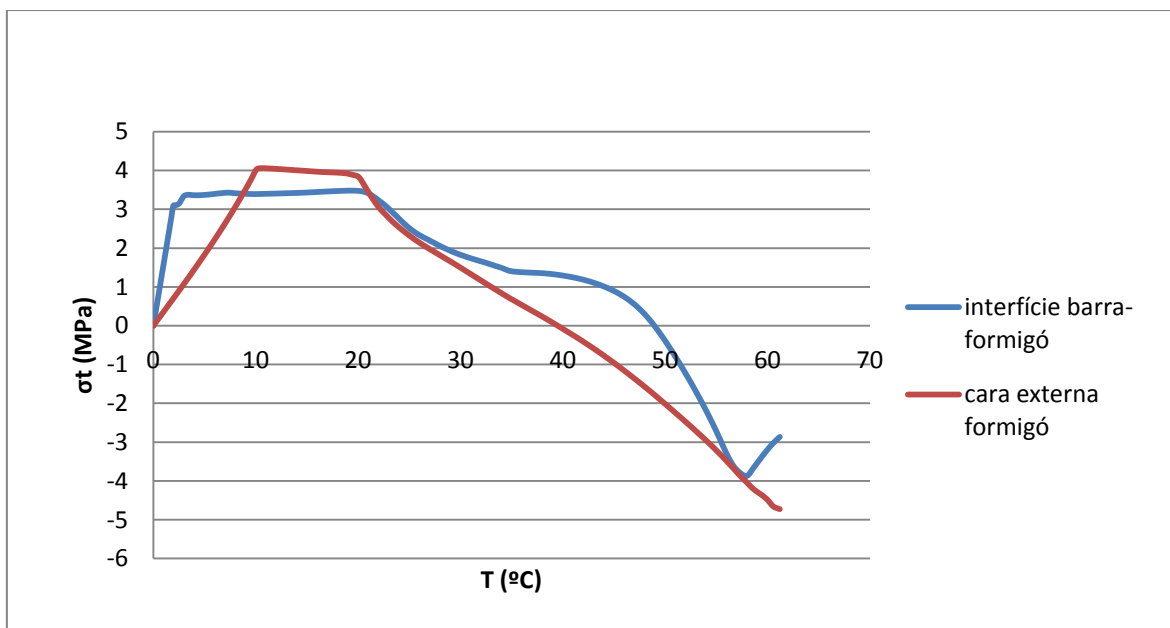


Figura 30. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de CFRP i mides del cas 25.25

Igual que en el cas anterior, es veu com a la interfície els valors del model analític i numèric si que coincideixen. També es pot veure com per primera vegada els valors del model analític i numèric referents al salt tèrmic de la cara externa coincideixen.

Aquest fet confirma, com s'ha vist quan s'ha mirat l'error en els casos de GFRP, que quan més petita és la ratio  $c/d_b$ , més coincideixen els valors en la cara externa.

### **Cas 10.34** ( $c/d_b=3,6$ )

A continuació es recorden les dimensions d'aquest cas i es procedeix al càlcul analític dels dos salts tèrmics que ens interessin:

- $d_b = 9,5$  mm
- $c = 34$  mm
- $c/d_b = 3,6$

Utilitzant l'Equació 41 es calcula quin salt tèrmic caldria aplicar per tal de crear-se la primera fissura a la interfície:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{8,16^2 - 1}{8,16^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 2,53 \text{ } ^\circ\text{C}$$

I utilitzant l'Equació 43, es calcula el salt tèrmic que provocaria la fissuració de la cara exterior del formigó:

$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{8,16^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{8,16^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 85,44 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Es segueix veient la tendència que s'ha vist en els dos casos anteriors, veient que a la interfície segueix fissurant-se a un salt tèrmic d'aproximadament  $2,5^\circ\text{C}$ . En aquest cas, al ser el que té més recobriment de formigó, el salt tèrmic que provocaria la fissuració a la superfície exterior també té un valor més elevat que els casos anteriors.

La Figura 31 mostra l'evolució de la tensió tangencial respecte el salt tèrmic aplicat, per un node situat a la interfície i un node situat a la cara exterior. En aquest cas, es tornarà a treballar amb un salt tèrmic de  $\Delta T=80^\circ\text{C}$ , ja que amb aquest salt tèrmic ja es podran observar les no-linealitats en ambdós punts.

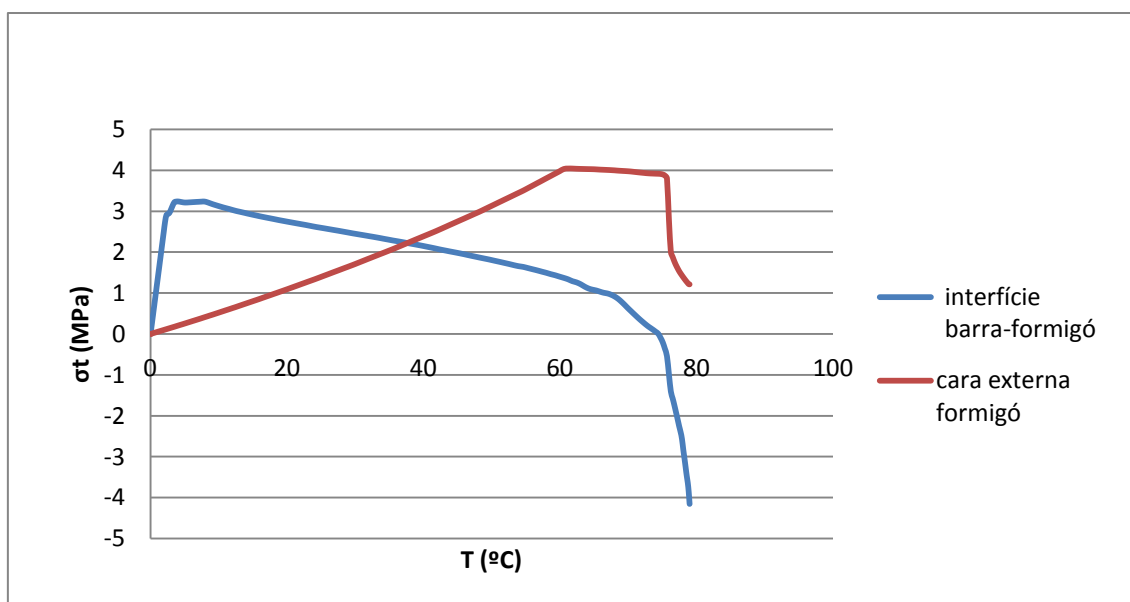


Figura 31. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de CFRP i mides del cas 10.34

De la mateixa manera que els casos anteriors, en la interfície els dos models coincideixen, en canvi a la cara exterior en aquest cas es torna a veure força diferència, ja que amb el model numèric es fissa a 60°C, valor molt allunyat del trobat erròniament amb el model analític, tornant a confirmar així la necessitat del model numèric.

Un cop vista la tendència pel cas de reforç amb barres de CFRP, la Taula 14 mostra el valor dels salts tèrmics que caldria aplicar, segons model analític i segons model numèric, per tal de provocar la fissuració a la interfície i/o a la cara exterior. Cal recordar que els resultats analítics referents a la fissuració de la cara exterior tenen error, ja que els supòsits que s'han fet en la seva deducció no són 100% fidedignes a la realitat.

Nom	Diàmetre, $d$ (mm)	Recobriment, $c$ (mm)	$c/d$	Analític		Numèric	
				T interfície, $T_{a,i}$	T exterior, $T_{a,e}$	T interfície, $T_{n,i}$	T exterior, $T_{n,e}$
				(°C)	(°C)	(°C)	(°C)
10.20	9,5	20	2,1	2,5	35,2	2,54	27,49
10.34	9,5	34	3,6	2,53	85,4	2,54	60,56
13.32	12,7	32	2,5	2,51	47,1	2,54	35,51
16.23	15,9	23	1,5	2,46	19,92	2,32	16,98
25.25	25,4	25	1	2,41	11,8	1,93	10,52
11.32	11,3	32	2,9	2,52	57,2	2,54	42,25

Taula 14. Taula resum de salts tèrmics analítics i numèrics per reforç de CFRP



En aquest cas, no ha calgut augmentar el rang de temperatures del model numèric, ja que amb 80 °C ha sigut suficient per que es fissures en l'exterior en tots els casos.

A la Figura 32, es pot veure l'error que hi ha entre el model analític i el numèric tant a la interfície com a la cara exterior.

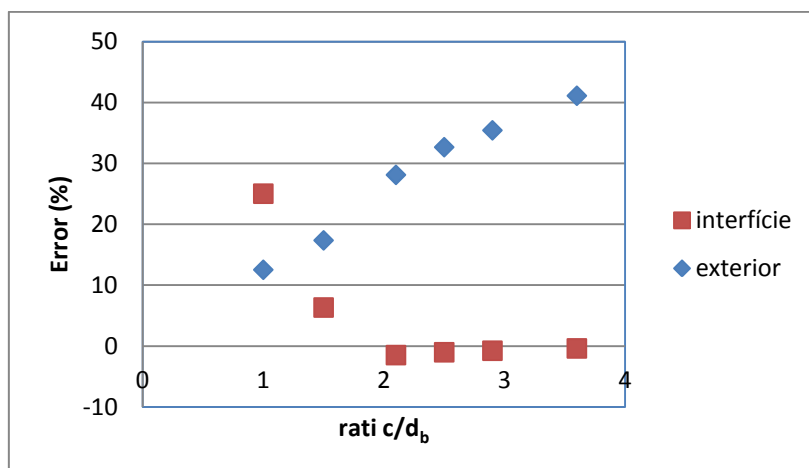


Figura 32. Error entre els model analític i numèric per reforç de CFRP

Igual que en el cas de les barres de GFRP, es pot veure com l'error en la interfície tendeix a 0 a mesura que augmenta la ratio  $c/d_b$ , en canvi a la cara exterior és justament el contrari, augmenta a mesura que creix el recobriment.

#### 5.4.1 Conclusions CFRP

- Al tenir un coeficient d'expansió tèrmica tan gran respecte al formigó, fa que en la interfície apareguin fissures a temperatures extremadament baixes, uns 2,5 °C, i a sobre en tots els casos acaba fissurant la cara exterior a temperatures inferiors de 80 °C.
- El rati de recobriment afecta en la temperatura que acaba fissurant la cara exterior del formigó, en les ratios més petites fissura abans dels 20°C i en les mes grans passa dels 40 °C, per tant si es volguessin fer servir aquest tipus de barres hauria de ser amb el màxim recobriment possible.

Un cop vist els resultats de totes les simulacions amb els diferents materials, es procedeix a treure unes conclusions generals.

## 5.5 Conclusions generals

Comentar que aquestes conclusions es basen amb els valors estudiats en aquest estudi. Com s'ha dit anteriorment, les propietats de les barres poden tenir diferents valors segons el fabricant i per tant es podrien obtenir diferents resultats.

- Com era previsible, l'acer és el que tèrmicament parlant millor treballa, ja que les propietats són les que més s'assemblen a les del formigó.
- Si es vol evitar la corrosió, la millor opció seria amb l'acer inoxidable o amb les barres de GFRP amb una ratio de recobriment superior a 1,5 ja que, tot i que la fissura a la interfície apareix a una temperatura relativament baixa, es necessita un gran salt tèrmic per que aquesta arribi a la cara externa del formigó.
- Amb les barres de CFRP s'ha vist com en tots els casos el formigó acabava fissurant la cara exterior a temperatures inferiors a 80 °C. Per tant, si es volgués utilitzar aquestes barres s'hauria de buscar un revestiment o algun component que l'aïlles tèrmicament.
- Pel que fa a la ratio de recobriment, s'ha vist com en el cas de l'acer i de l'acer inoxidable no té cap tipus d'efecte ja que acaba fissurant a temperatures extremadament altes, en canvi, si que el té en les barres de FRP. Pel cas de barres de GFRP, s'hauria de tenir un ratio superior a 1,5 per no trencar a temperatures inferiors a 100°C i pel cas de barres de CFRP caldria que aquesta ratio fos el més gran possible.
- Pel que fa a la comparació del model analític amb el model numèric, s'ha pogut veure que en la interfície els valors sí que coincideixen bastant, ja que fins aquell punt el formigó té un comportament de deformació lineal, però en la cara externa del formigó els valors ja s'allunyen bastant de la realitat. Això es degut a que el model analític només es vàlid fins que el comportament és lineal. Després la existència d'una fissura fa que el formigó es deformi amb un comportament no lineal fins que acaba fissurant la cara exterior. Això explica la diferència de valors numèrics i analítics, diferència que es fa més gran a mesura que hi ha més recobriment de formigó.

- Finalment, la comparació entre valors analítics i numèrics confirma la necessitat d'utilitzar models numèrics en casos on hi hagi una gran diferència de propietats tèrmiques (dels materials reforç i formigó), justificant això la realització d'aquest treball.

Aquest model està llest per ser utilitzat en possibles futurs estudis que es plantegin dins d'una de les línies de recerca del grup de recerca AMADE.

David Sala Pinsach

Girona, Setembre 2014

## 6 RESUM DEL PRESSUPOST

La següent valoració econòmica es divideix en cinc partides, corresponent a les diferents tasques desenvolupades al llarg de l'estudi.

Partida	Descripció	Cost unitari	Quantitat	Rend./Amor.	Cost total
1	Amortització hardware	1400 €	1	6/36	233,33 €
2	Amortització software	1200 €	1	6/36	200,00 €
3	Aprenentatge Abaqus	0 €/hora	50		0,00 €
4	Modelització i anàlisi	30 €/hora	150	75 %	4500,00 €
5	Redacció de l'estudi	15 €/hora	80	75 %	900,00 €
Subtotal					5833,33 €
15% C. Indirectes					874,99 €
					6708,33 €
9% Benefici					603,45 €
					7312,08 €
16% IVA					1169,93 €
<b>TOTAL</b>					<b>8482,01 €</b>

## 7 BIBLIOGRAFIA

[1] HUGHES BROTHERS. Glass Fiber Reinforced Polymers (GFRP) Rebar Aslan 100.

[2] HUGHES BROTHERS. Carbon Fiber Reinforced Polymers (GFRP) Rebar Aslan 200.

[3] Masmoudi, R., Zaidi, A., and Gérard, P. Transverse thermal expansion of FRP bars embedded in concrete. ASCE Journal of Composites for Construction 2005;9(5): 377-387.

[4] ITASCA S.A. Numerical simulation of the interconnection of high strength steel composite beams and UHPC concrete. Concepción 2011.

[5] VAXASOFTWARE. Coeficientes de dilatación térmica lineal.

[6] CSA (Canadian Standards Association). S806-12 Design and construction of building structures with fibre-reinforced polymers. Març 2012.

[7] ISIS (Intelligent Sensing for Innovative Structures Canada). Reinforced Concrete Structures with Fibre Reinforced Polymers. Design Manual No.3 Setembre 2007.

[8] CNR (Advisory Comitee on Technical Recommendations for Construction). CNR-DT 203/2006 Guide for the Design and Construction of Concrete Structures Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars. Rome – CNR Juny 2007.

Introduction to ABAQUS/CAE. ABAQUS, Inc. (2003).

## ANNEX A: MANUAL DEL PROGRAMA ABAQUS

En aquest annex s'explicarà pas a pas el procediment que s'ha seguit per tal de poder realitzar els models numèrics que s'han fet servir en aquest estudi.

El procediment és el següent:

- Fase preliminar
  1. Obrir el programa Abaqus Cae
  2. A la finestra de *Start Session*, clicar a la icona *Create Model Database With Standard / Explicit Model*.
  3. Guardar l'arxiu anant a *File* → *Save us* i aquí posar el nom que es vulgui a l'arxiu; en aquest cap posarem formigó armat.

La part més important d'aquest programa és la *Module List*. Aquest mostra els diferents passos que cal seguir per generar qualsevol model.

Així doncs, dintre de la *Module List* es comença seleccionant el mòdul *Part*

- **Part**

En aquest mòdul és on es generen les diferents geometries que es necessitin per crear el model desitjat. En aquest cas se'n necessiten dues: el formigó i la barra de reforç.

1. Clicar a la icona *Part Manager* → *Create*
2. A la finestra *Create Part*, posar el nom de la geometria (en aquest cas formigó) i seleccionar si es vol que sigui un model en 2D o 3D (2D en el nostre cas d'estudi), de tipus deformable i *Shell* (en el cas d'estudi s'analitza el problema en el pla, ja que no interessin les tensions que es puguin generar en el sentit longitudinal del cilindre d'estudi). Un cop seleccionats es clica *Continue*.
3. Ara apareix una interfície gràfica que permet dibuixar qualsevol geometria. Es va a la icona de *Create Circle: Center and Perimeter*, després es situa el ratolí al centre de coordenades, es clica amb el ratolí i s'entra el radi de la geometria mitjançant el diàleg que apareix a la part inferior esquerra de la pantalla (en el cas d'estudi s'entra un radi de 4,75). Tot seguit es torna a clicar a la mateixa icona del cercle i en aquest cas es fa una rodona de 24,75 i després es clica *Done*. D'aquesta manera ja es tindrà creada la geometria del formigó com mostra la Figura 33. Cal indicar que el programa ABAQUS no demana unitats. És l'usuari qui ha de ser consistent amb les unitats, de manera que si es treballa en MPa (tensions/pressions), caldrà entrar la geometria en mm.

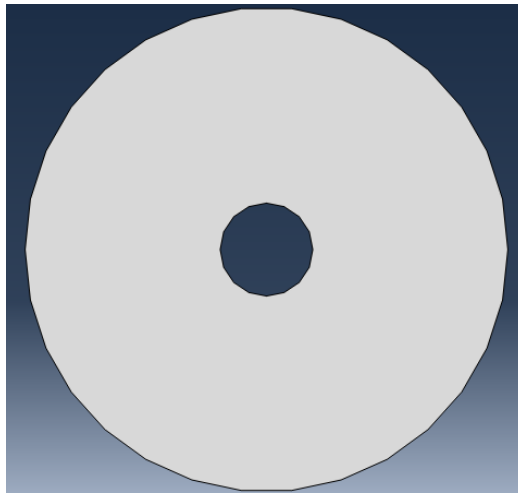


Figura 33. Geometria del formigó

4. Tornar a repetir el pas 2 i 3, anomenant a la geometria barra d'acer i creant una sola rodona de radi 4,75.

Un cop acabat el mòdul *Part*, es pot entrar al següent pas del *Module List*, que és el mòdul *Property*.

- **Property**

En aquest mòdul es defineixen les propietats dels materials que es faran servir i s'assignen aquests materials a les peces creades anteriorment.

5. Clicar a *Material Manager* → *Create*
6. A la finestra de *Edit Material*, anomenar el material formigó.
7. Clicar a la pestanya *Mechanical* → *Elasticity* → *Elastic* i entrar els valors del mòdul de Young i del coeficient de Poisson del formigó. En el cas d'estudi, els valors entrats són els de la Taula 1 de la memòria.
8. Clicar a la pestanya *Mechanical* → *Expansion* i entrar el valor del coeficient d'expansió tèrmica. Igualment, pel cas d'estudi s'entra el valor presentat a la Taula 1.
9. Clicar a la pestanya *Mechanical* → *Plasticity* → *Concrete Damaged Plasticity* i entrar els límits de tracció i compressió (valors Taula 1).
10. Repetir els passos 5,6,7 i 8 per generar un nou material (acer) i introduir les propietats mecàniques de la Taula 2 de la memòria.

Un cop definits els materials, cal crear la secció i assignar-la a la geometria corresponent.

11. Clicar a la icona *Section Manager* → *Create*

12. A la finestra de *Create Section*, anomenar a la secció formigó i posar categoria *Solid Homogeneous*, després clicar *Continue*
13. A la pestanya de *Edit Section* escollir el material formigó.
14. Repetir els passos 11,12 i 13, anomenant a la secció *barra* i a l'*Edit Selection* escollir el material acer.
15. Clicar a la icona *Section Assignment Manager* → *Create*
16. Seleccionar a la pantalla el formigó clicant-li a sobre amb el ratolí, tot seguit clicar *Done* i a la finestra de *Edit Section Assignment* escollir la secció formigó.
17. Repetir el pas anterior, clicant a sobre de la barra i escollint la secció barra.

Amb això ja s'ha completat la informació a introduir al mòdul *Property*, i es pot passar al següent mòdul: l'*Assembly*.

#### - **Assembly**

En aquest mòdul es fa l'assemblatge, és a dir, és on es situen les peces a l'espai, de manera que quedin ben situades (concèntriques, de costat, separades una certa distància,...).

18. Clicar a la icona *Instance Part* i a la finestra de *Create Instance* seleccionar les dues parts: la part anomenada formigó i la part anomenada barra acer, i dir que es vol fer una instance independent. Acabar clicant *OK*.

El següent mòdul de treball és el mòdul *Step*

#### - **Step**

En aquest mòdul es defineixen els passos de càrrega (en anglès *steps*), que especifiquen com seran aplicades les diferents càrregues que inclogui el model. Per cada pas de càrrega cal definir paràmetres com número de iteracions màximes permeses per trobar la solució, increments màxims i mínims permesos,...

En aquest mòdul també cal definir quines són les variables de sortida que es desitgen poder consultar un cop hagi acabat la simulació del model (deformacions, tensions, forces...).

19. Clicar a la icona *Step Manager* → *Create*
20. A la finestra de *Create Step*, triar la opció de tipus general amb *Dynamic*, *Explicit*, i després clicar *Continue*.
21. A la finestra de *Edit Step*, a la pestanya de *Basic*, posar 0,1 en el temps de període i seleccionar *Off* en el *nlgeom* (amb aquesta última elecció estem



- desactivant les no-linealitats geomètriques). Per la resta de pestanyes, deixar les diverses opcions tal i com estan.
22. Clicar a la icona *Field Output Manager* → *Edit*. Aquí és on es trien les variables que, un cop acabada la simulació, es podran visualitzar de forma gràfica. Cal remarcar que aquesta selecció farà referència al valor de la variable en tot el conjunt del model.
  23. A la finestra de *Edit Field Output Request*, deixar les opcions tal i com estan canviant l'interval, que s'ha posat 200, i canviar també les variables i posar les següents: CF,CSTRESS,E,LE,PE,PEEQ,PEMAG,RF,S,TEMP,TEMPMAVG,U. Bàsicament són tensions, deformacions, desplaçaments i temperatura. Veure la Figura 34.

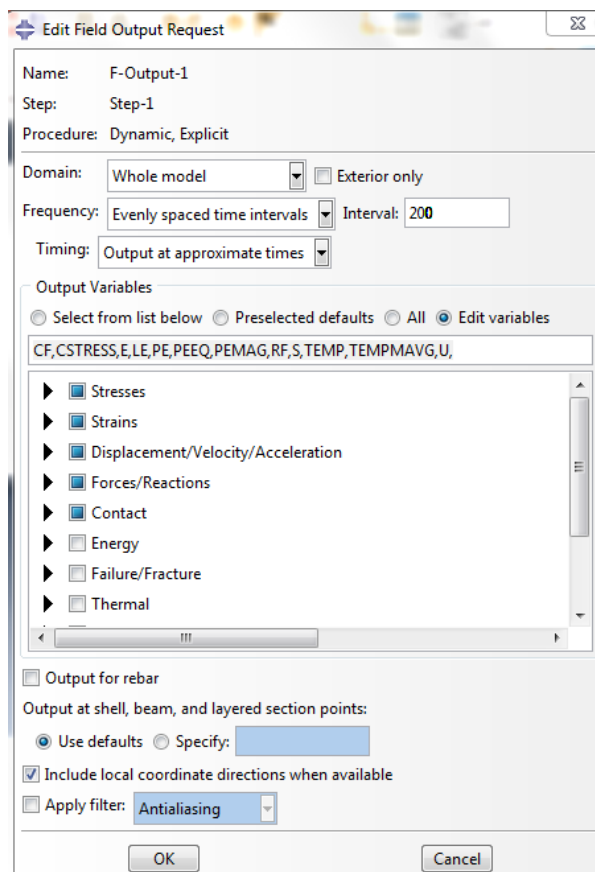


Figura 34. Pantalla del diàleg de treball “Edit Field Output Request”

Un cop definides les variables de sortida que es volen obtenir, es pot passar al mòdul *Interaction*.

### - **Interaction**

En aquest mòdul es defineixen les interaccions que puguin existir entre la barra de reforç i el recobriment amb el formigó. En el cas d'estudi s'ha de crear una interacció

de “lligat” entre la superfície exterior de la barra de reforç i la superfície del formigó. Per generar aquesta interacció, el programa ens parlarà d’una superfície “master” i una “slave”.

24. Clicar a la icona *Constrain Manager* → *Create*
25. A la finestra *Create Constrain* triar el tipus *Tie* i clicar *Continue*.
26. Triar la opció *Surface* per escollir quines entitats es volen unir. Tot seguit triar la barra com el *Master Surface* i el formigó com *Slave Surface*

Un cop definida la possible interacció entre les dues parts del nostre model, es passa al mòdul de mallat, anomenat *Mesh*

#### - *Mesh*

En aquest mòdul es defineix el pas d’un sòlid continu a un sòlid discret. Dit d’una altra manera, en aquest mòdul es defineix el mallat i per tant es passa del sòlid continu real que es vol estudiar al conjunt d’elements i nodes que formaran el model d’elements finits. Cal definir un mallat adequat a la finalitat de l’estudi desitjat. La bondat del mallat marcarà la bondat dels resultats numèrics. És per això que en nostre cas d’estudi es defineix un mallat molt més refinat a la interfície barra-formigó.

Per poder definir un mallat estructurat, cal primer fer un seguit de particions que permetin aïllar geometries més senzilles a partir de les quals obtenir mallats més estructurats.

27. Anar a *Tools* → *Partition*
28. A la finestra de *Sketch Partition*, triar *Face Sketch*. En aquest cas volem fer una petició sobre una superfície, perquè el model d’estudi és 2D.
29. Ara el programa permet fer un esbós de quina geometria de partició es desitja fer. En el cas d’estudi es decideix dividir les dues rodones en quatre parts iguals (com si es dibuixessin els eixos de coordenades a sobre de les rodones).

Un cop fetes les particions necessàries, es pot continuar amb la generació del mallat.

30. Anar a *Mesh* → *Controls* i seleccionar les quatre parts del formigó.
31. A la finestra de *Mesh Controls* triar la opció *Quad* i la tècnica *Sweep*. Amb aquestes dues eleccions, s’està escollint mallar amb elements quadràtics i utilitzat un escombrat en la generació d’aquests elements. Després clicar *OK*.
32. Repetir els passos 30 i 31 seleccionant les 4 parts de la barra i triant la opció *Quad* amb tècnica *Free*.

33. Anar a *Mesh* → *Element Type* i seleccionar tota la geometria per assignar-li quin tipus d'element es vol utilitzar.
34. A la finestra de *Element type*, triar la opció explícit i deixar tota la resta igual. Després clicar OK. Amb aquests passos ja es té la tipologia d'element seleccionada. Ara falta definir la mida dels elements.
35. Anar a *Seed* → *Edges* i clicar les 4 línies que divideixen el formigó.
36. En la finestra *Local Seeds*, triar el mètode *By number*, el *Biais Simple* i també posar 15 en el número de elements i 3 en el *biais ratio*.
37. Ara, continuant en el *Seed Edges*, es selecciona la superfície de la cara externa del formigó.
38. Tornar a fer el pas 36, però aquest cop sense biaix.
39. Finalment, anar a *Mesh* → *Instance*, seleccionar tota la figura, i clicar *Done*. Amb això s'ha generat un mallat, tal i com es mostra a la Figura 35.

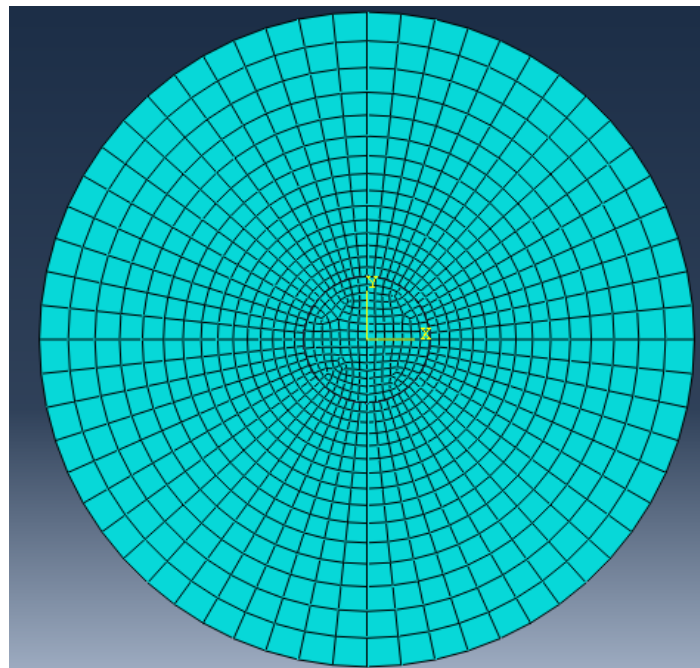


Figura 35. Mallat del model

En aquest punt el model es troba definit per un seguit de sòlids discrets (elements) que es troben connectats entre sí per nodes. El següent pas és definir les càrregues que es volen aplicar al model. Això es fa mitjançant el mòdul *Load*.

#### - **Load**

En aquest mòdul es defineixen totes les càrregues a aplicar al model d'estudi.

En el cas d'estudi, cal fixar el centre de la barra de reforç, per tal d'evitar la translació i la rotació d'aquesta (evitar el moviment de sòlid rígid). També cal aplicar un increment de temperatura a tot el model.

40. Clicar a la icona *Boundary Condition Manager* → *Create*
41. A la finestra de *Create Boundary Condition*, triar l'step *Initial*, la categoria *Mechanical* i del tipus *Symmetry/Antisymmetry/Encastre* i després anar a *Continue*.
42. Anar a la geometria del dibuix i seleccionar el punt central de la barra de reforç.
43. A la finestra de *Edit Boundary Condition*, seleccionar *Encastre* i clicar *OK*.

Aquests passos permeten fixar el node central del model, i evitar qualsevol tipus de moviment. Ara falta aplicar l'increment de temperatura a tot el model.

44. Clicar a la icona *Predifined Field Manager* → *Create*
45. A la finestra *Create Predifined Field*, seleccionar l'Step-1 i del tipus temperatura.
46. Seleccionar tota la geometria i clicar *Done*.
47. A la finestra de *Edit Predifined Field*, s'ha d'entrar la magnitud del salt tèrmic que es vol aplicar, que en aquest cas serà de 80°C. Després clicar *OK*.

En aquest punt ja tenim tota la geometria definida, els materials definits i assignats, les càrregues aplicades i el mallat generat. Per tant ja es pot passar a crear l'arxiu de treball, i per això cal anar al mòdul *Job*.

#### - **Job**

En aquest mòdul es genera un arxiu de treball que recopila tota la informació definida fins ara. Aquest és l'arxiu que s'executarà per tal de fer la simulació.

48. Clicar a la icona *Job Manager* → *Create*
49. A la finestra *Create Job* anomenar el *job* com es vulgui i clicar *Continue*
50. Ara el *Job* apareix a la finestra de *Job Manager*. L'arxiu ja està generat i només falta executar-lo. Això es fa clicant *Submit*.

Aquesta ha estat una breu explicació del procediment a seguir per generar cadascun dels models numèrics necessaris. A partir d'aquí, un cop finalitzi la simulació, es podran consultar resultats i generar els gràfics corresponents.

## ANNEX B: CÀLCULS I RESULTATS COMPLETS

En aquest annex es presenten tots els càlculs analítics dels salts tèrmics necessaris, es presenten els gràfics generats a partir dels resultats de totes les simulacions numèriques, i es mostra també una captura d'imatge del camp de tensions tangencials fina de cada simulació numèrica feta amb el programa Abaqus.

Cal remarcar que no tota aquesta informació ha estat presentada a la memòria, sinó que la memòria recull només els resultats més significatius.

### B.1 Càlculs i resultats acer

#### Cas 10.20

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{5,21^2 - 1}{5,21^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 186,33 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{5,21^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{5,21^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 2622,55 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

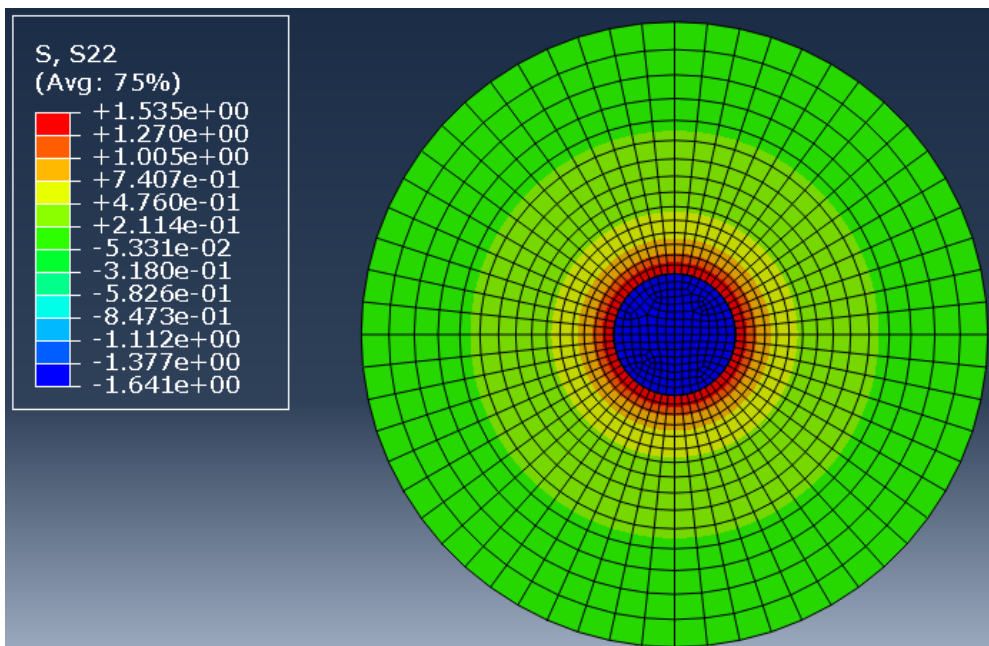


Figura 36. Mapa de tensions tangencials al final de la simulació pel cas 10.20 amb reforç d'acer

**Cas 16.23**

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{3,893^2 - 1}{3,893^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 184,06 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{3,893^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{3,893^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 1486,87 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

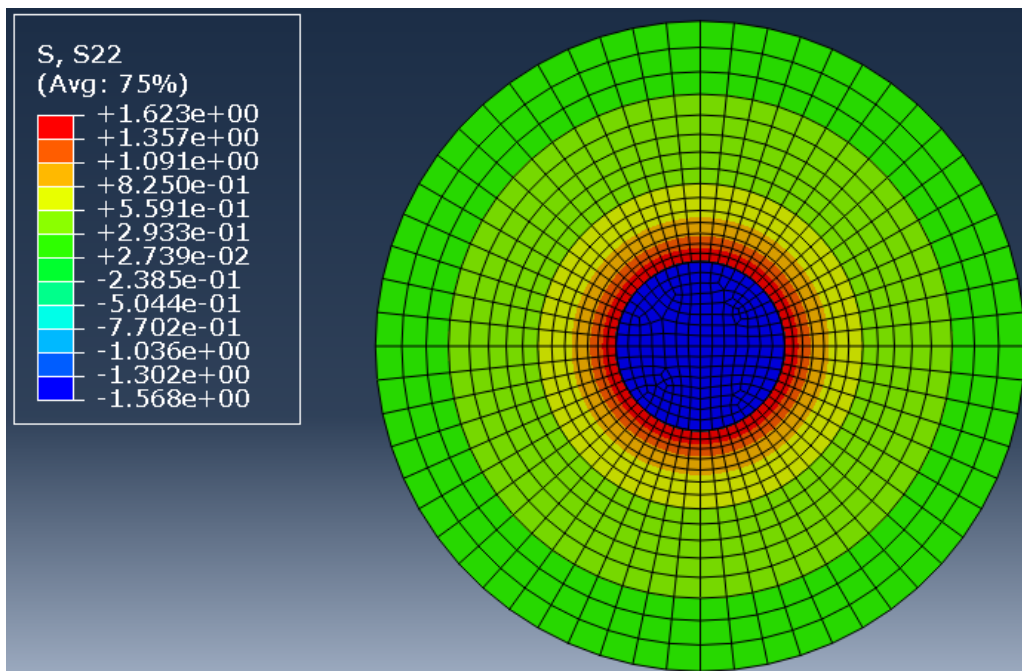


Figura 37. Mapa de tensions tangencials al final de la simulació pel cas 16.23 amb reforç d'acer

- Gràfic tensió tangencial-increment temperatura per un node de la interfície i un node exterior, obtingut a partir dels resultats de la simulació numèrica.

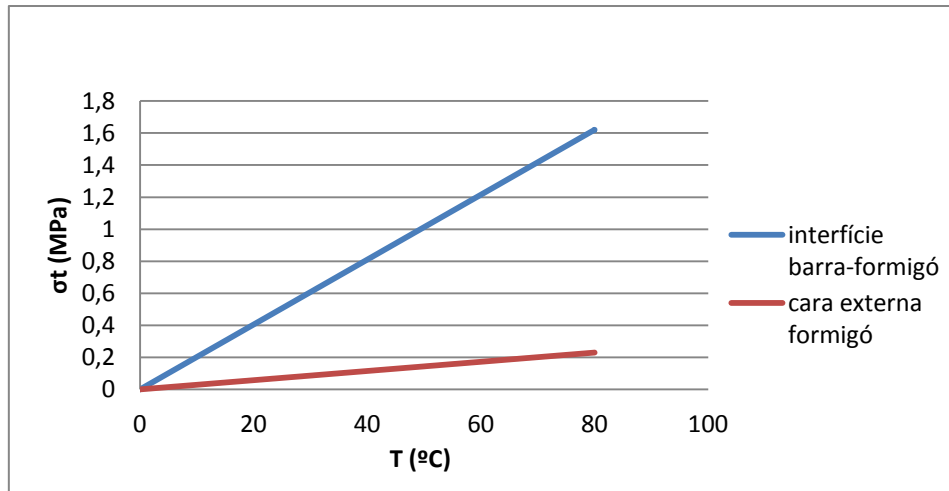


Figura 38. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç acer i mides del cas 16.23

### Cas 13.32

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{6,039^2 - 1}{6,039^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 187,09 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{6,039^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{6,039^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 3505,47 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

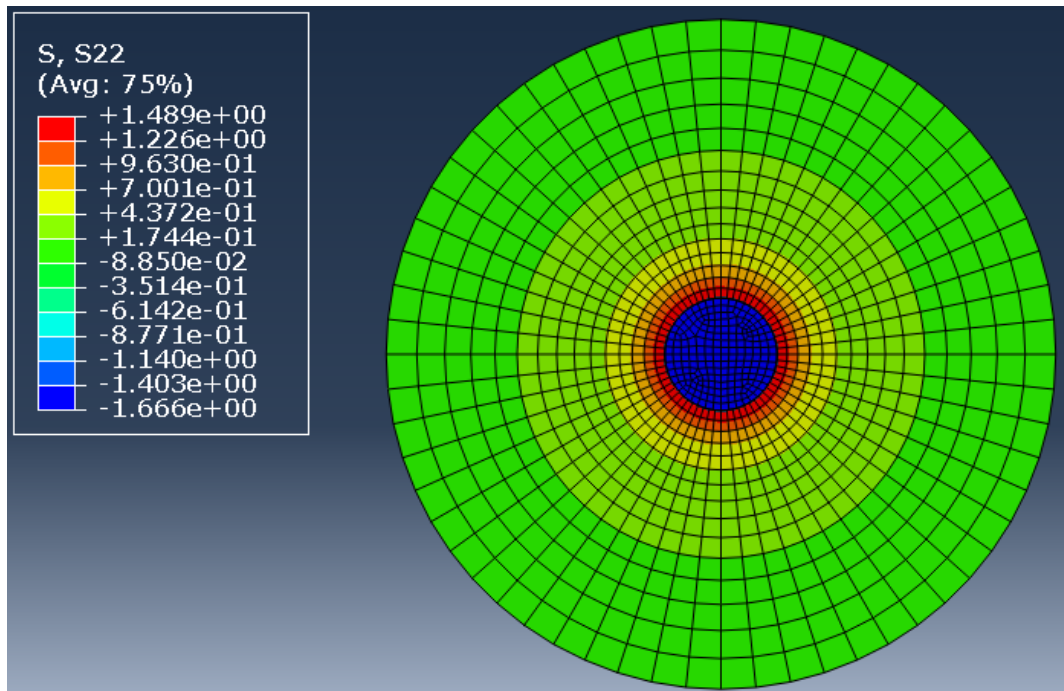


Figura 39. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç acer i mides del cas 13.32

- Gràfic tensió tangencial-increment temperatura per un node de la interfície i un node exterior, obtingut a partir dels resultats de la simulació numèrica.

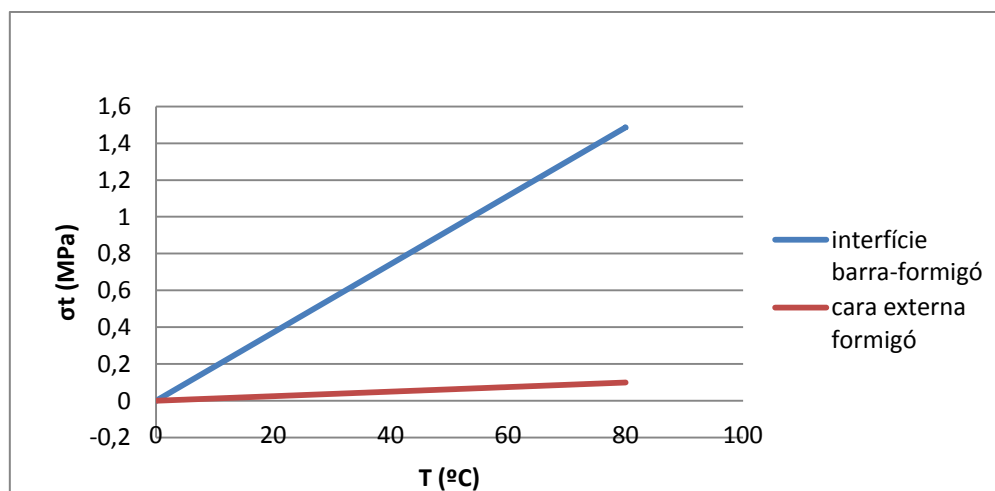


Figura 40. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç acer i mides del cas 13.32

### Cas 25.25

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{2,97^2 - 1}{2,97^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 180,63 \text{ } ^\circ\text{C}$$



- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{2,97^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{2,97^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 886,15 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

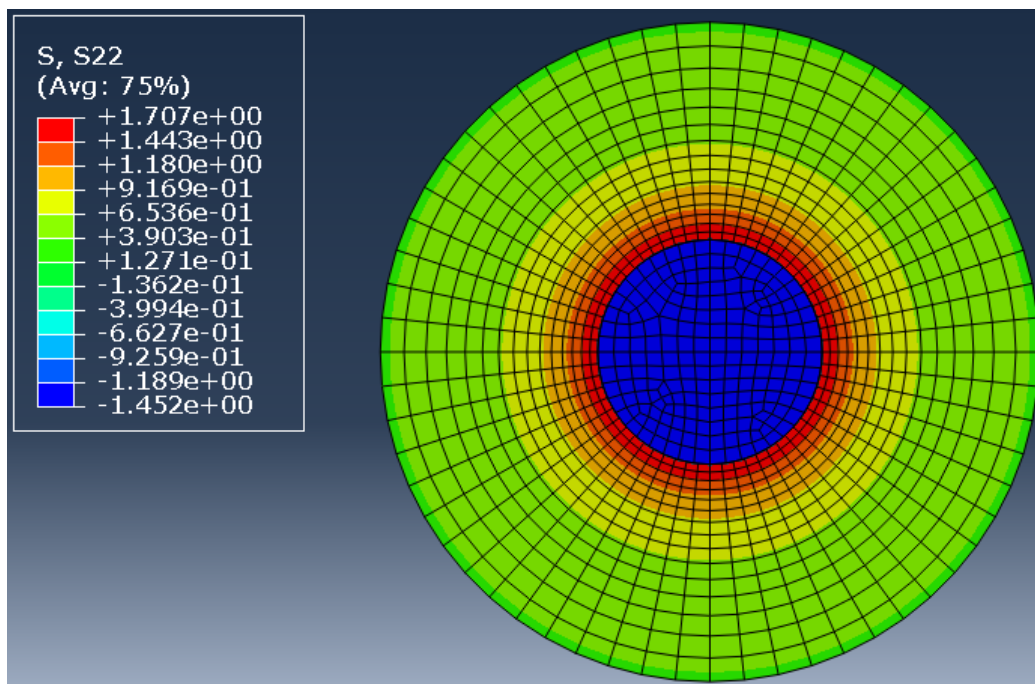


Figura 41. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç acer i mides del cas 25.25

### **Cas 10.32**

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{6,66^2 - 1}{6,66^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 187,49 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{6,66^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{6,66^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 4256,48 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

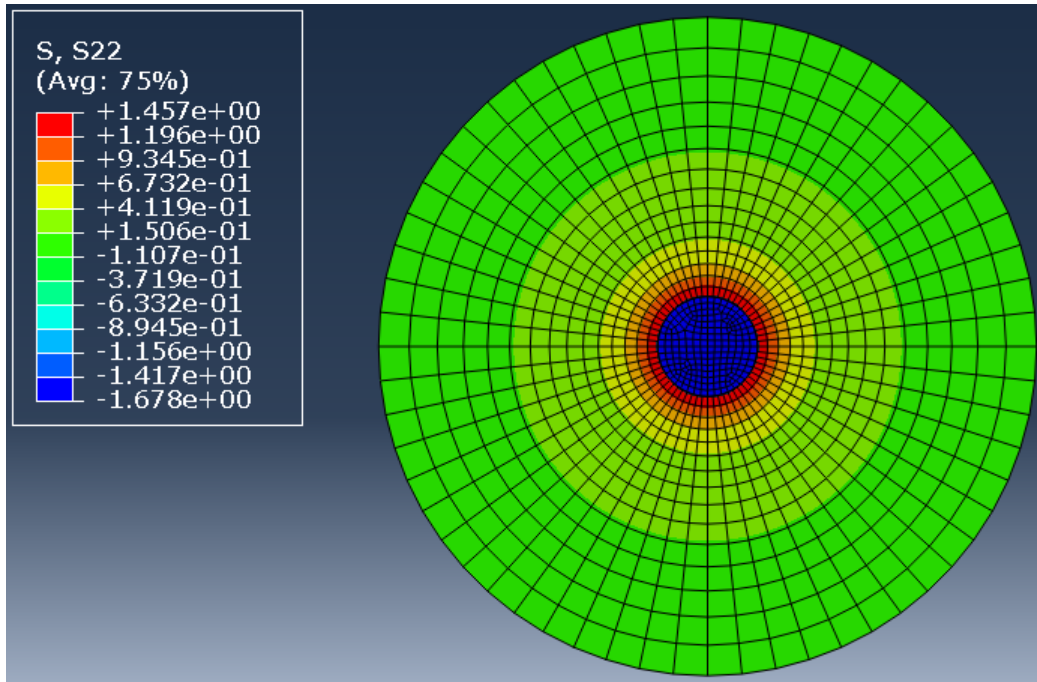


Figura 42. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç acer i mides del cas 10.32

- Gràfic tensió tangencial-increment temperatura per un node de la interfície i un node exterior, obtingut a partir dels resultats de la simulació numèrica.

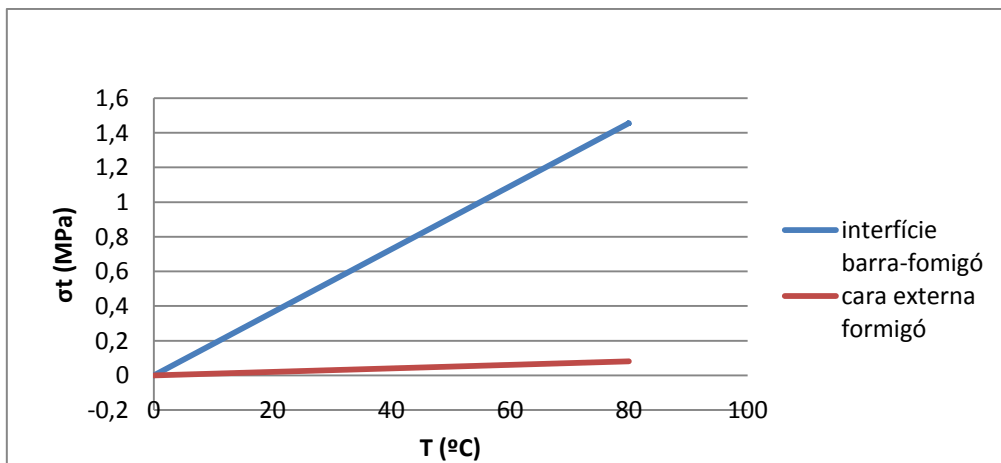


Figura 43. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç acer i mides del cas 10.32

**Cas 11.34**

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{8,157^2 - 1}{8,157^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 188,11^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{8,157^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{8,157^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 6353,51 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

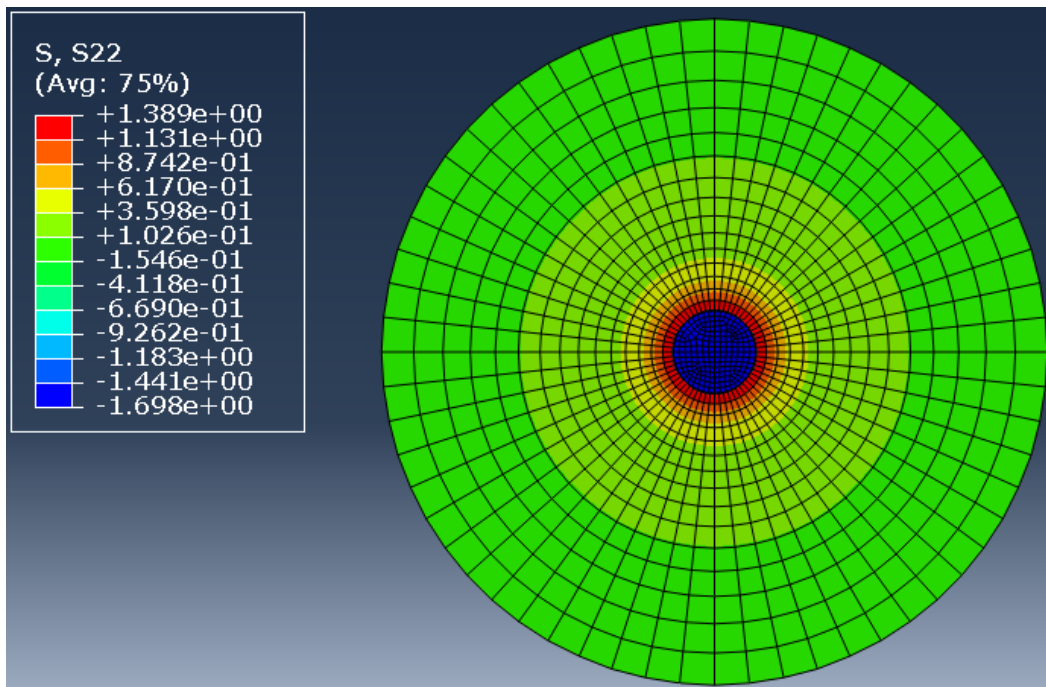


Figura 44. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç acer i mides del cas 11.34

## B.2 Càlculs i resultats acer inoxidable

### Cas 10.20

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{5,21^2 - 1}{5,21^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 35,16 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{5,21^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{5,21^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 494,82 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

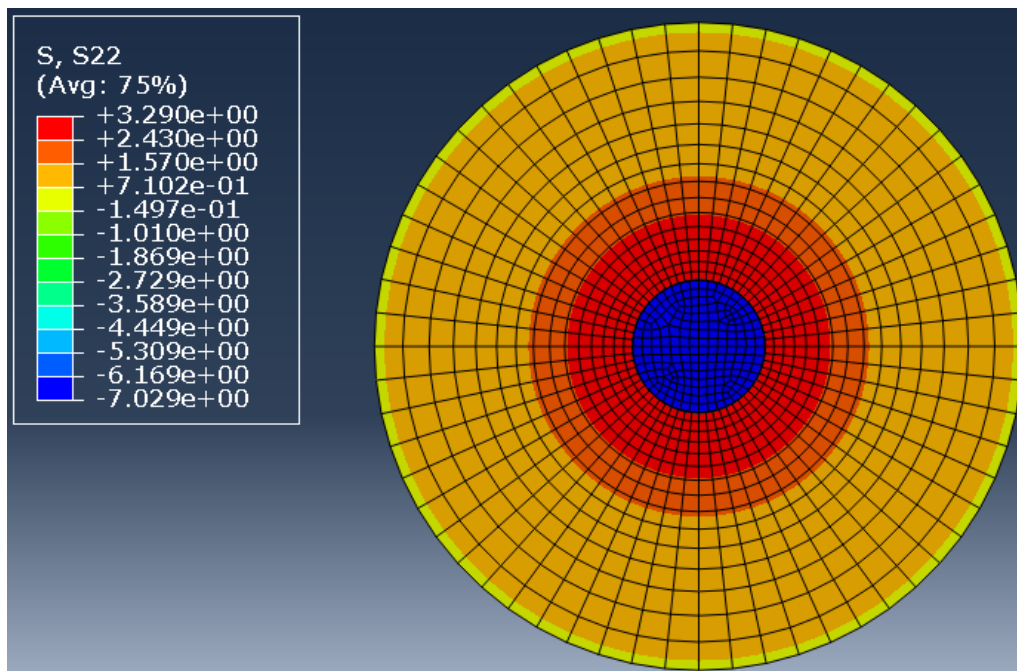


Figura 45. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç d'acer inoxidable i mides del cas 10.20

### Cas 16.23

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{3,893^2 - 1}{3,893^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 34,73 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{3,893^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{3,893^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 280,54 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

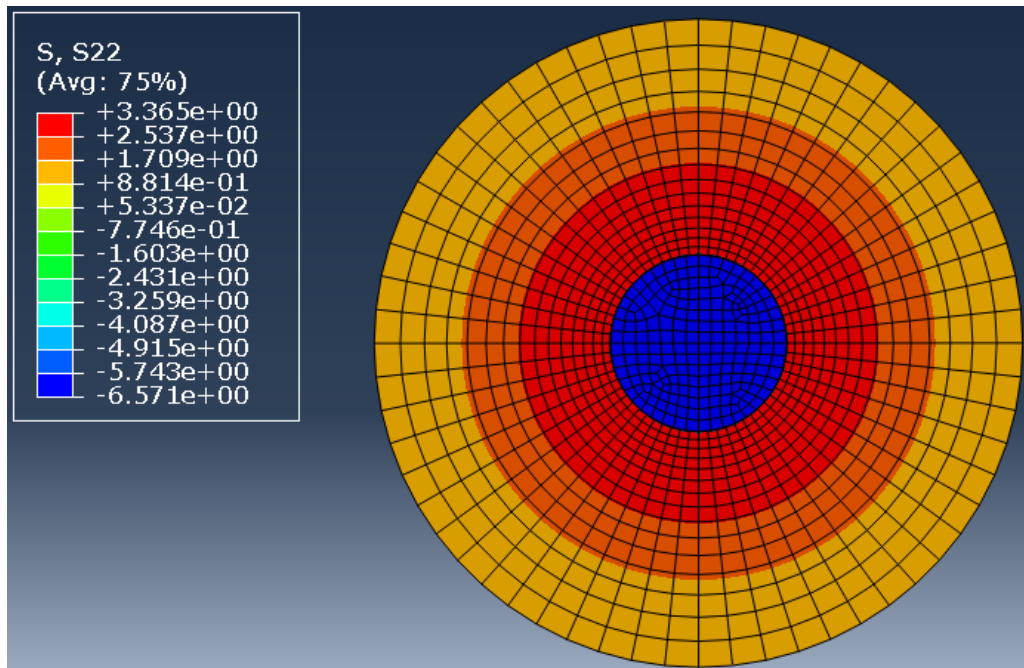


Figura 46. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç d'acer inoxidable i mides del cas 16.23

- Gràfic tensió tangencial-increment temperatura per un node de la interfície i un node exterior, obtingut a partir dels resultats de la simulació numèrica.

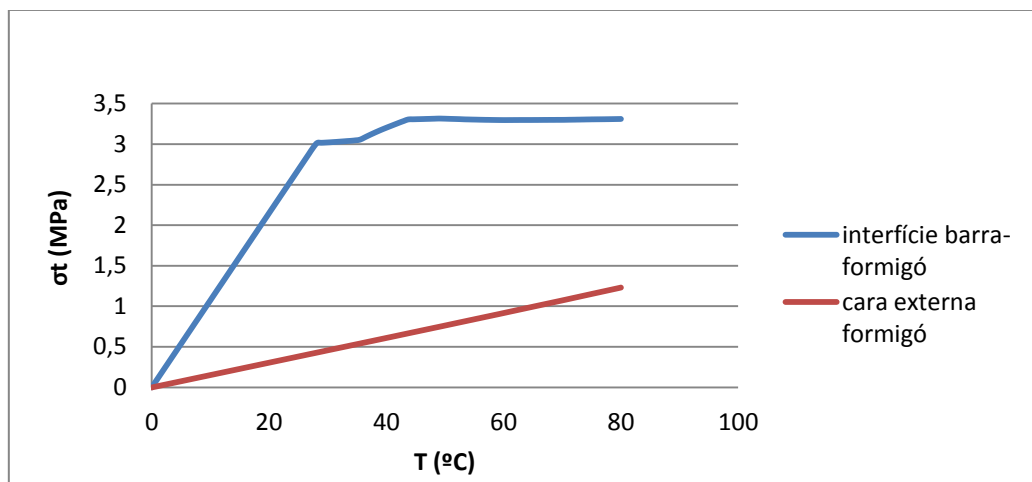


Figura 47. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç d'acer inoxidable i mides del cas 16.23

### Cas 13.32

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{6,039^2 - 1}{6,039^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 35,3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{6,039^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{6,039^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 661,41 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

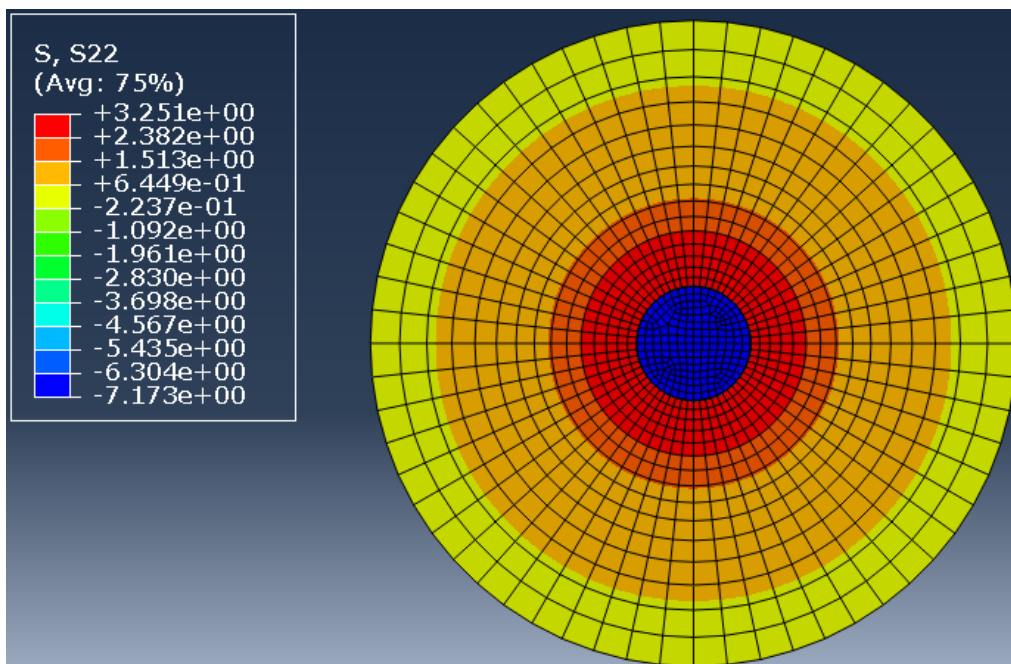


Figura 48. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç d'acer inoxidable i mides del cas 13.32

- Gràfic tensió tangencial-increment temperatura per un node de la interfície i un node exterior, obtingut a partir dels resultats de la simulació numèrica.

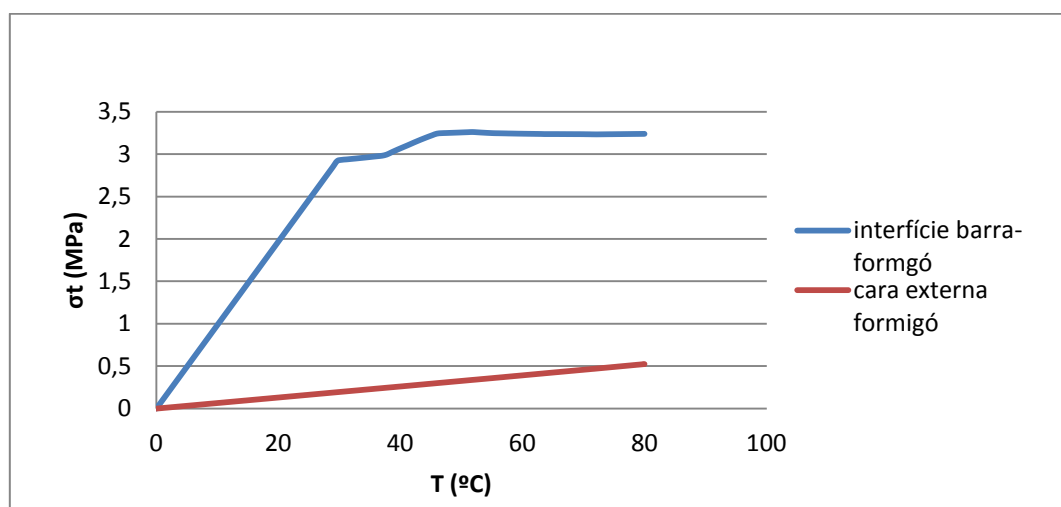


Figura 49. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç d'acer inoxidable i mides del cas 13.32

**Cas 25.25**

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{2,968^2 - 1}{2,968^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 34,08 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{2,968^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{2,968^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 167,19 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

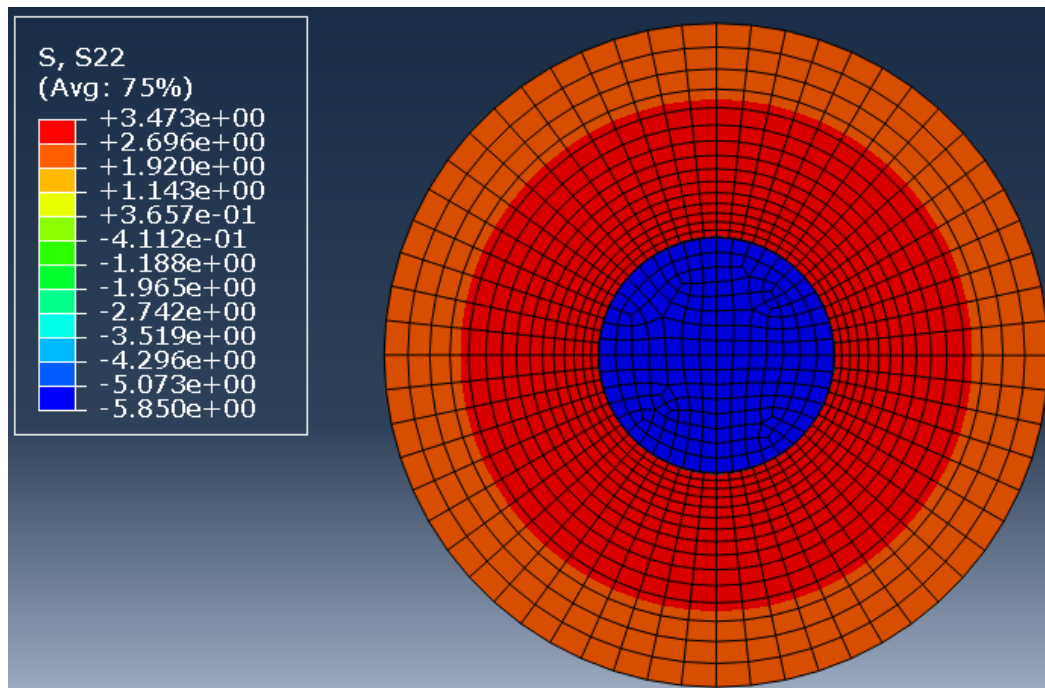


Figura 50. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç d'acer inoxidable i mides del cas 25.25

**Cas 10.32**

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{6,66^2 - 1}{6,66^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 35,38 \text{ } ^\circ\text{C}$$



- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{6,66^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{6,66^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 803,11 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

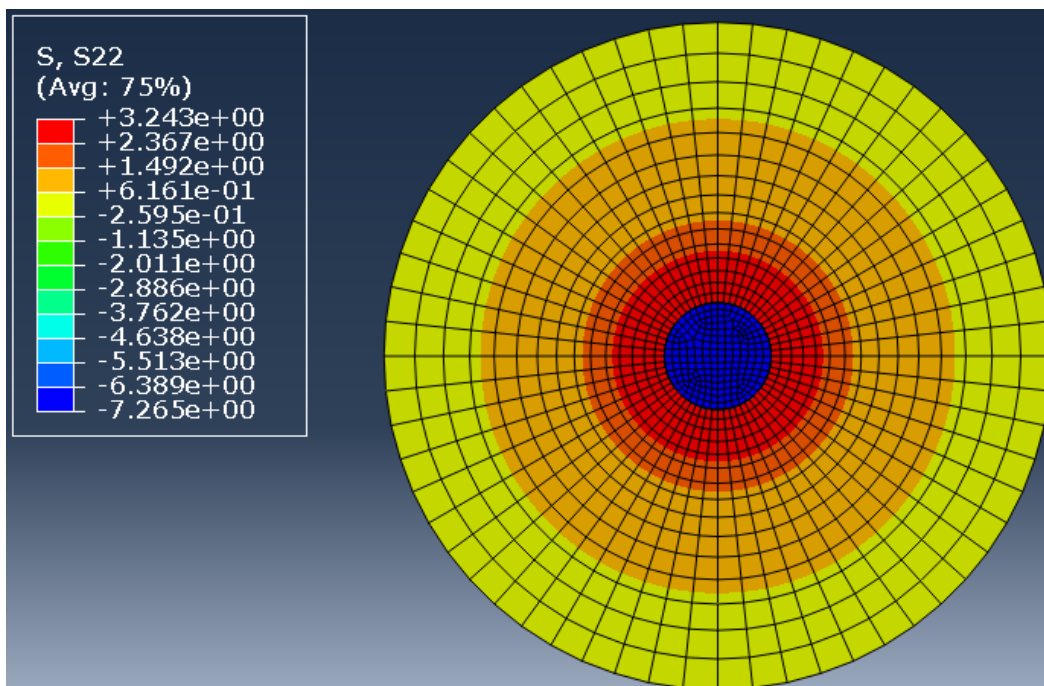


Figura 51. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç d'acer inoxidable i mides del cas 10.32

- Gràfic tensió tangencial-increment temperatura per un node de la interfície i un node exterior, obtingut a partir dels resultats de la simulació numèrica.

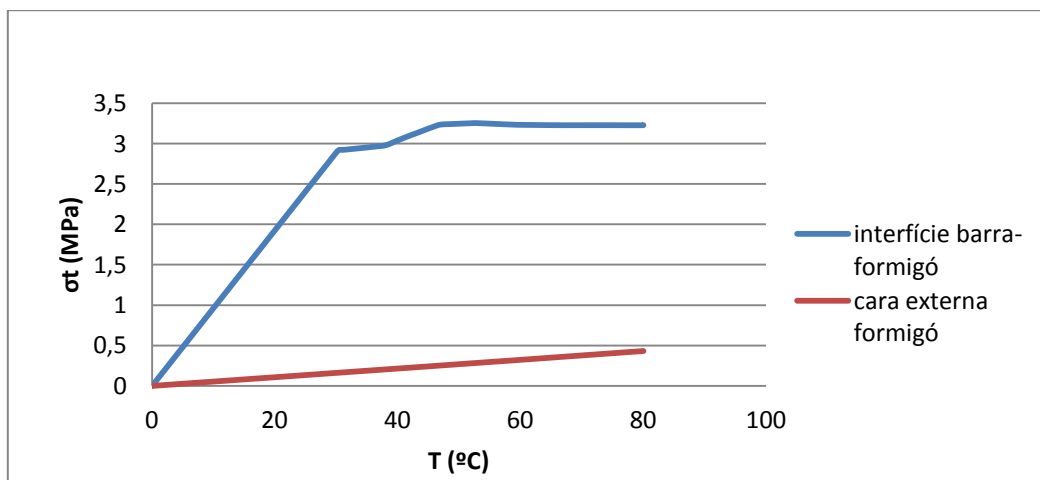


Figura 52. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç d'acer inoxidable i mides del cas 10.32



**Cas 10.34**

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{8,16^2 - 1}{8,16^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 35,49 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(1,73 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{8,16^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{8,16^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{210000} \right) \right) = 1198,77 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

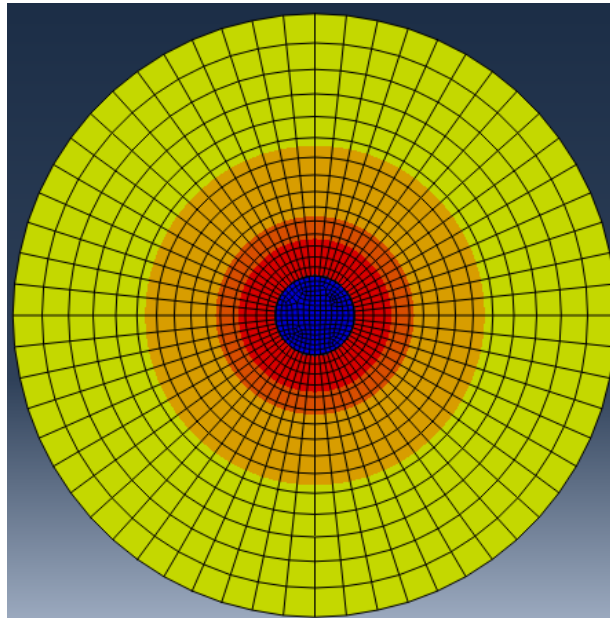


Figura 53. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç d'acer inoxidable i mides del cas 10.34

**B.3 Càlculs i resultats GFRP****Cas 10.20**

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{5,21^2 - 1}{5,21^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 11,29 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{5,21^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{5,21^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 158,92 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

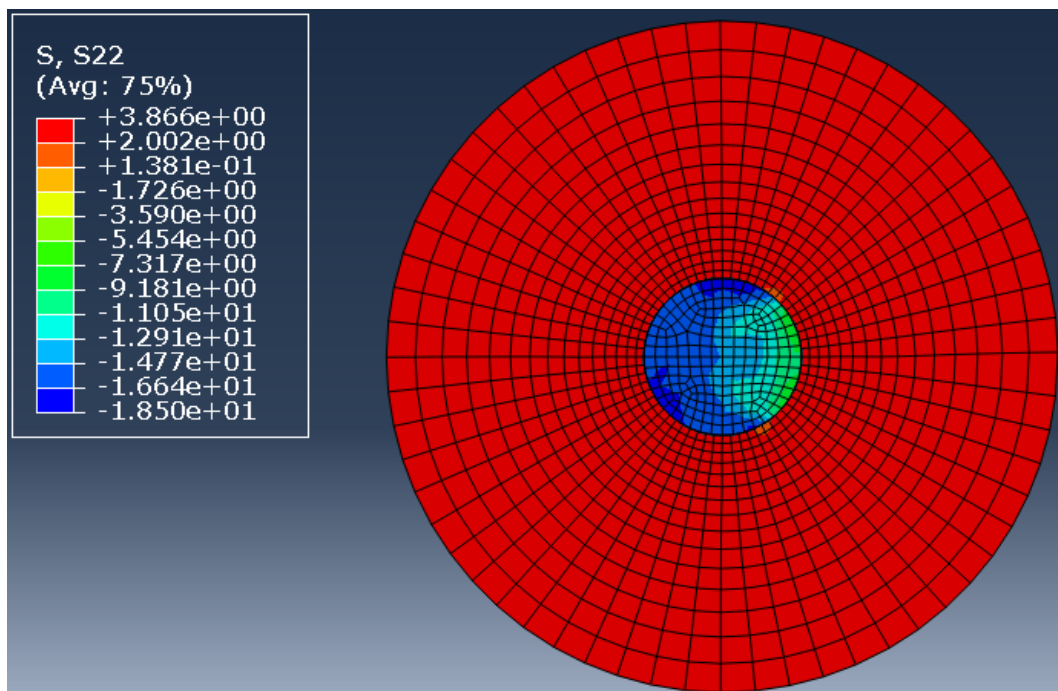


Figura 54. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de GFRP i mides del cas 10.20

### Cas 16.23

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{3,893^2 - 1}{3,893^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 11,045 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{3,893^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{3,893^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 89,22 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

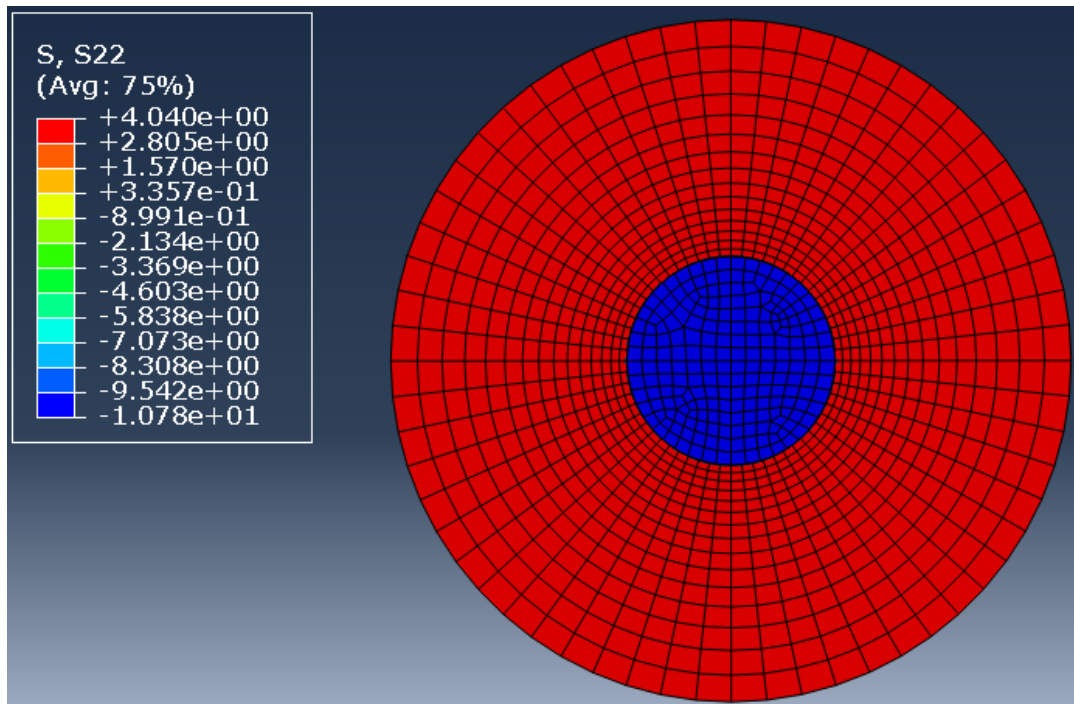


Figura 55. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de GFRP i mides del cas 16.23

- Gràfic tensió tangencial-increment temperatura per un node de la interfície i un node exterior, obtingut a partir dels resultats de la simulació numèrica.

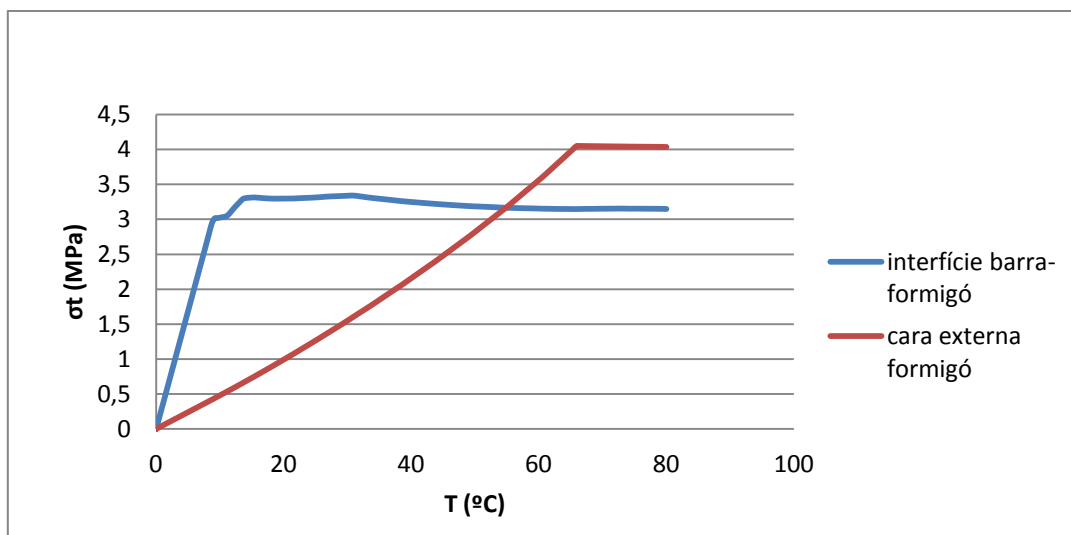


Figura 56. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de GFRP i mides del cas 16.23

### **Cas 13.32**

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{6,039^2 - 1}{6,039^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 11,37 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{6,039^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{6,039^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 213,1 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

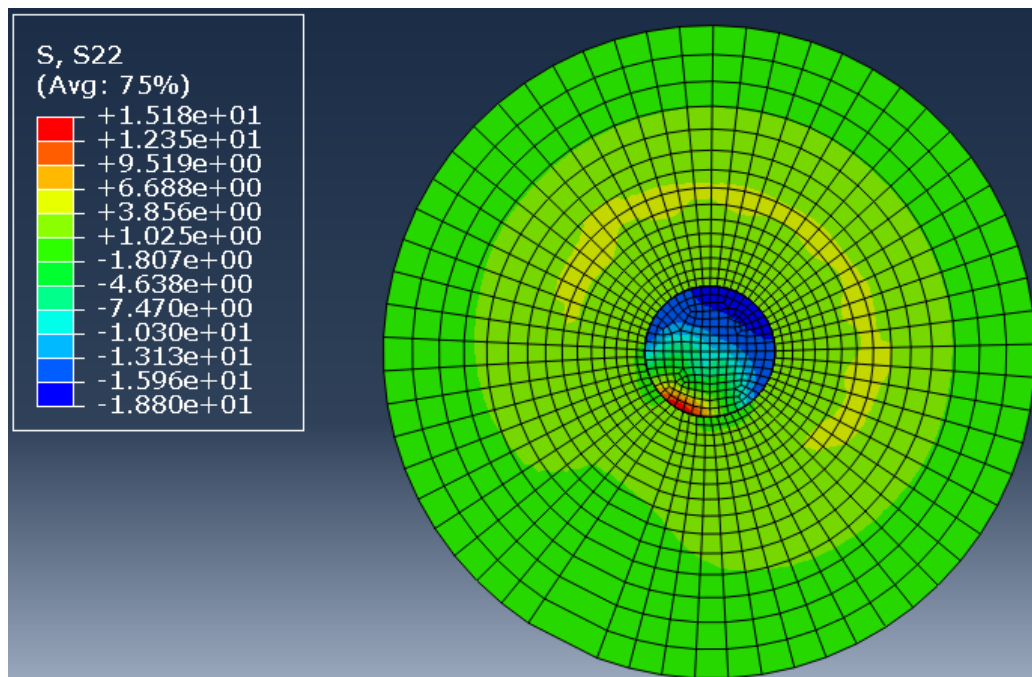


Figura 57. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de GFRP i mides del cas 13.32

- Gràfic tensió tangencial-increment temperatura per un node de la interfície i un node exterior, obtingut a partir dels resultats de la simulació numèrica.

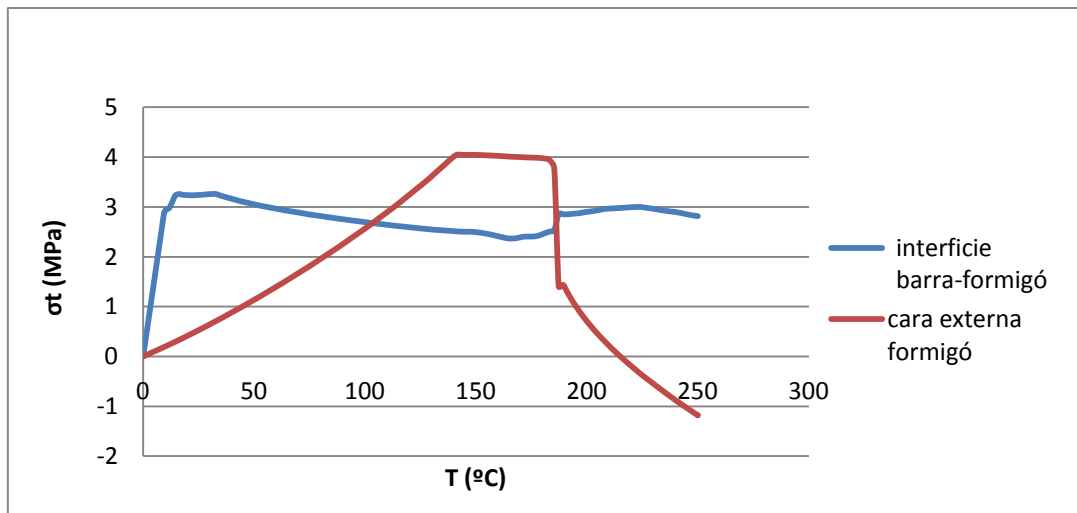


Figura 58. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de GFRP i mides del cas 13.32

### 25.25

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{2,97^2 - 1}{2,97^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 10,67 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{2,97^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{2,97^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 52,36 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

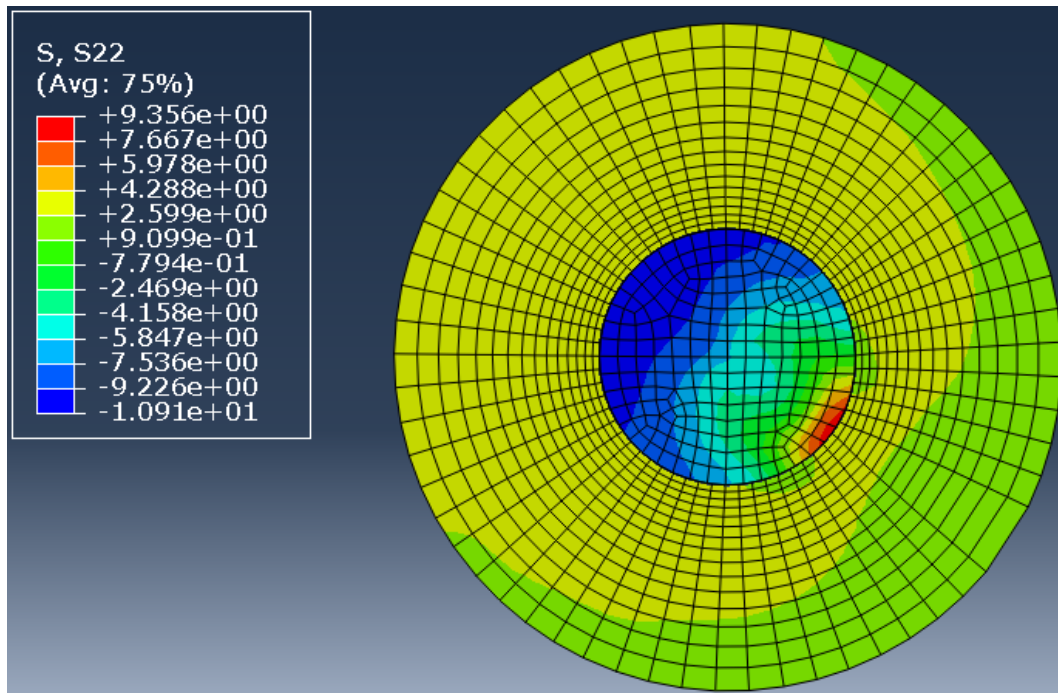


Figura 59. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de GFRP i mides del cas 25.25

### **Cas 10.32**

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{6,66^2 - 1}{6,66^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 11,41 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{6,66^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{6,66^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 259,18 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

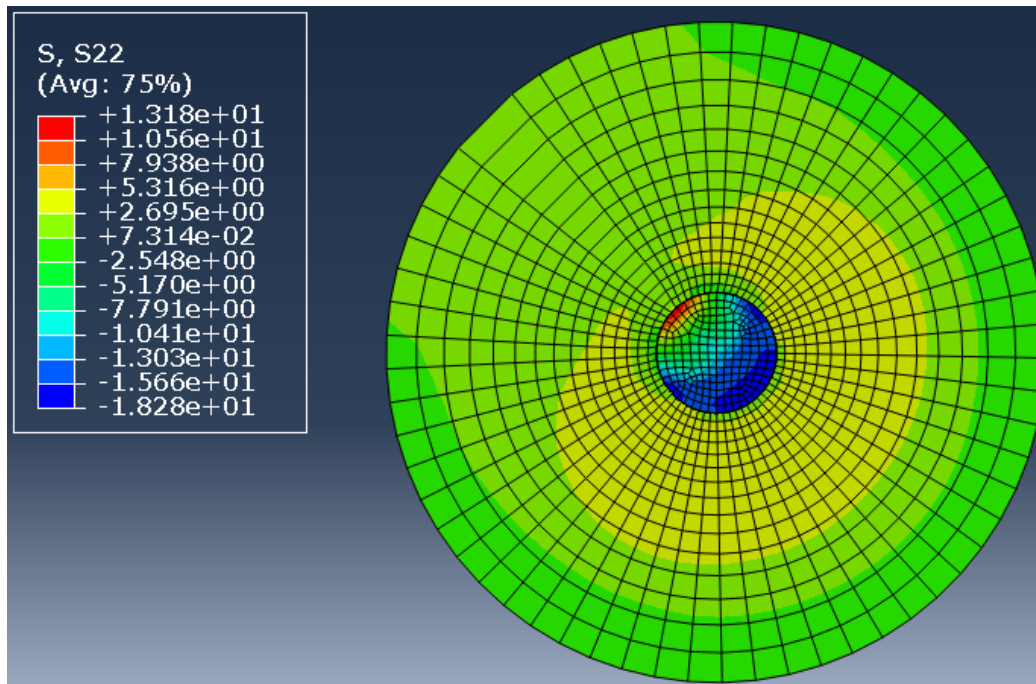


Figura 60. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de GFRP i mides del cas 10.32

- Gràfic tensió tangencial-increment temperatura per un node de la interfície i un node exterior, obtingut a partir dels resultats de la simulació numèrica.

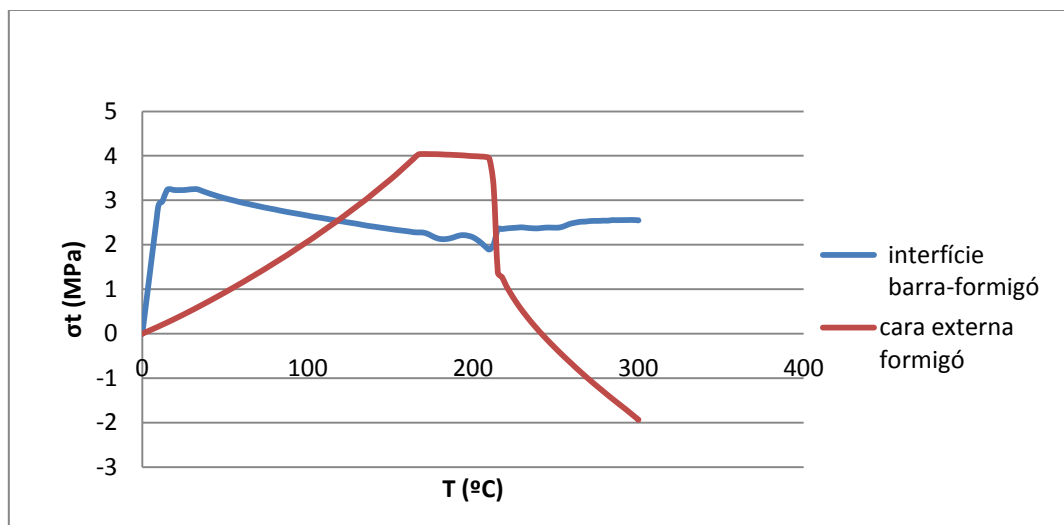


Figura 61. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de GFRP i mides del cas 10.32

### Cas 11.34

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{8,157^2 - 1}{8,157^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 11,48 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(3,3 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{8,157^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{8,157^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{42000} \right) \right) = 387,86 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

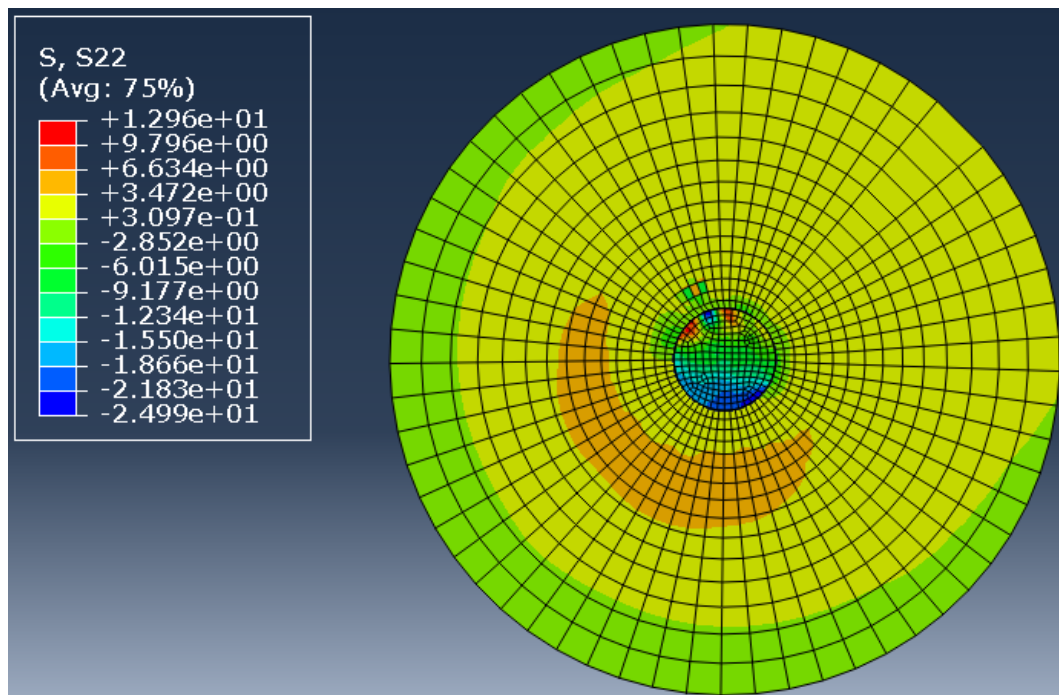


Figura 62. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de GFRP i mides del cas 11.34

## B.4 Càlculs i resultats CFRP

### Cas 10.20

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{5,21^2 - 1}{5,21^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 2,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.



$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{5,21^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{5,21^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 35,21 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

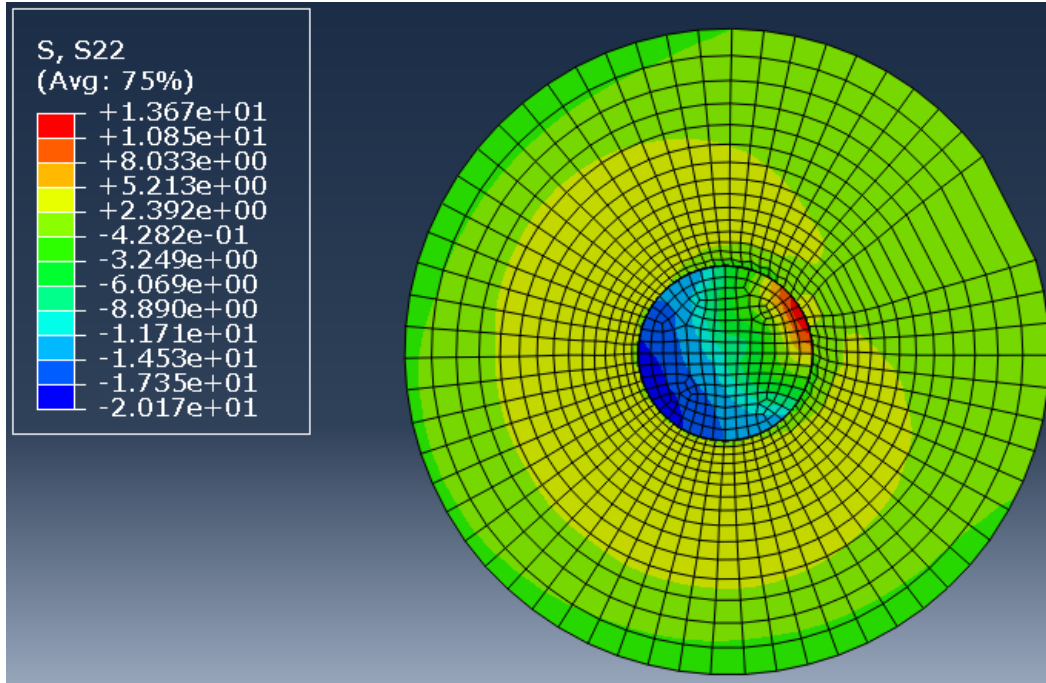


Figura 63. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de CFRP i mides del cas 10.20

### Cas 16.23

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{3,893^2 - 1}{3,893^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 2,46 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{3,893^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{3,893^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 19,92 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

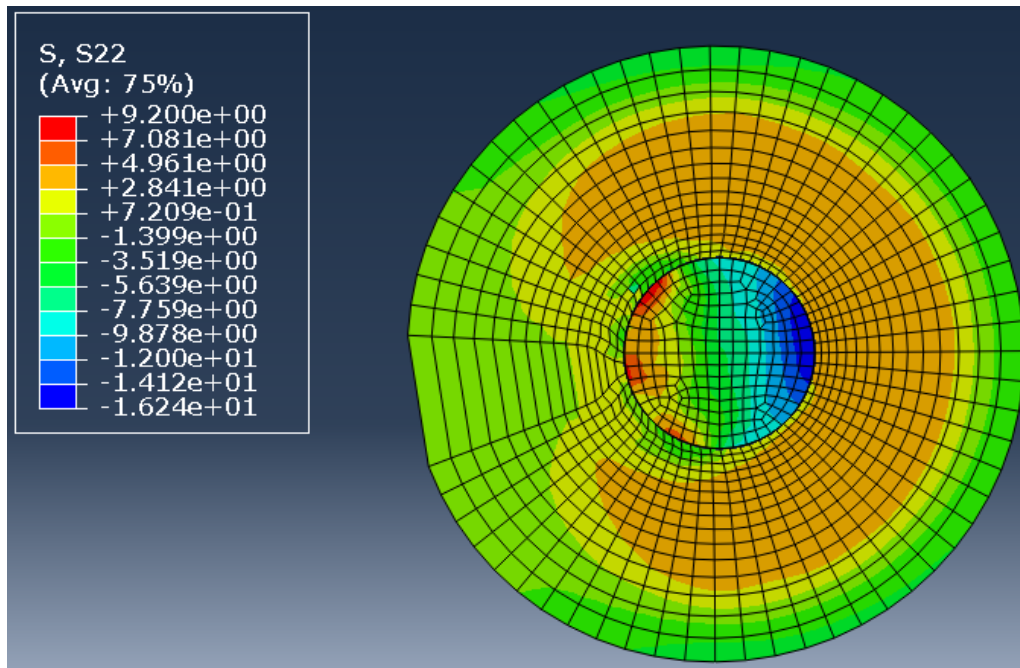


Figura 64. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de CFRP i mides del cas 16.23

- Gràfic tensió tangencial-increment temperatura per un node de la interfície i un node exterior, obtingut a partir dels resultats de la simulació numèrica.

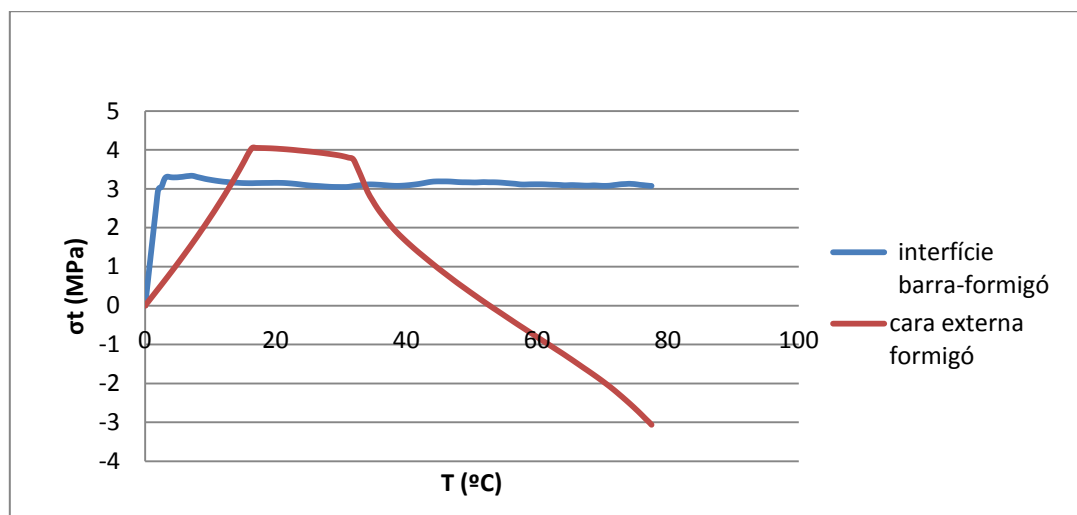


Figura 65. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de CFRP i mides del cas 16.23

### Cas 13.32

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{6,039^2 - 1}{6,039^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 2,51 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{6,039^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{6,039^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 47,09 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

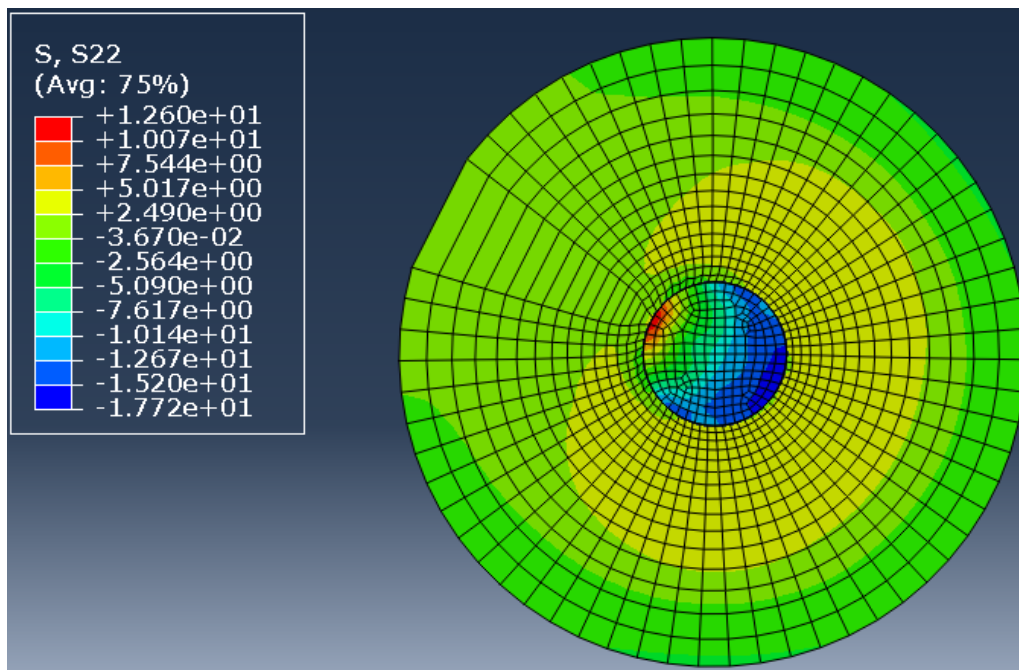


Figura 66. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de CFRP i mides del cas 13.32

- Gràfic tensió tangencial-increment temperatura per un node de la interfície i un node exterior, obtingut a partir dels resultats de la simulació numèrica.

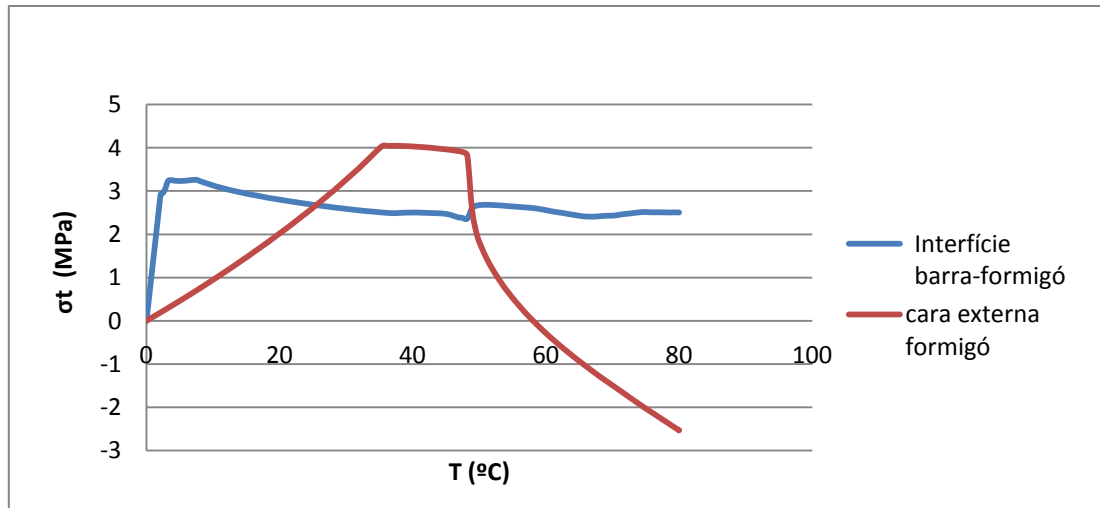


Figura 67. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de CFRP i mides del cas 13.32

### Cas 25.25

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{2,97^2 - 1}{2,97^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 2,41 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{2,97^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{2,97^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 11,83 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

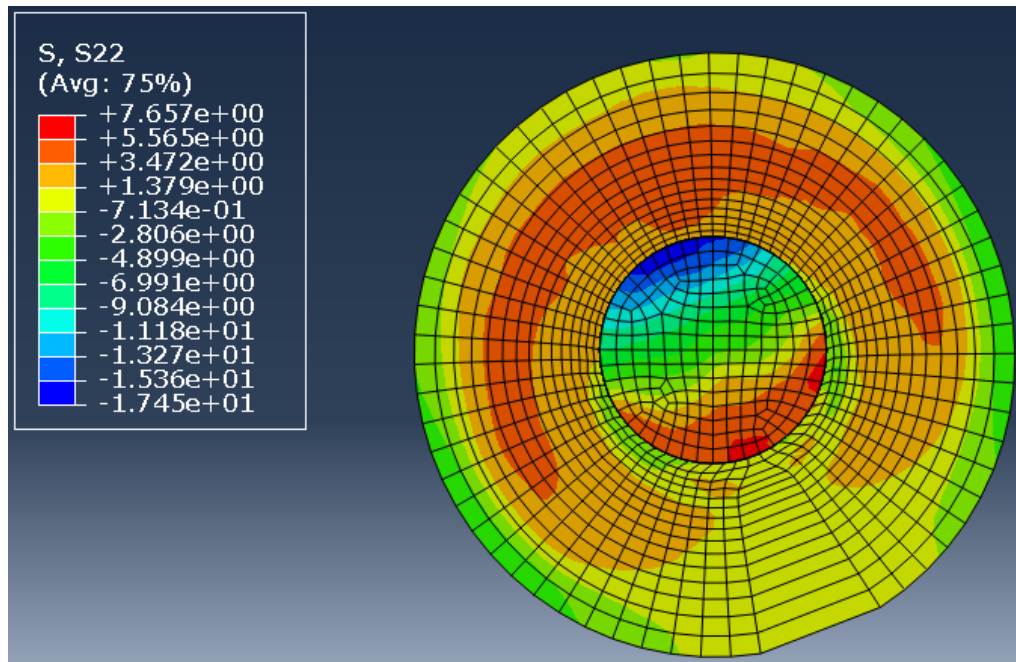


Figura 68. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de CFRP i mides del cas 13.32

### Cas 10.32

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{6,66^2 - 1}{6,66^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 2,52 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{6,66^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{6,66^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 57,2 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

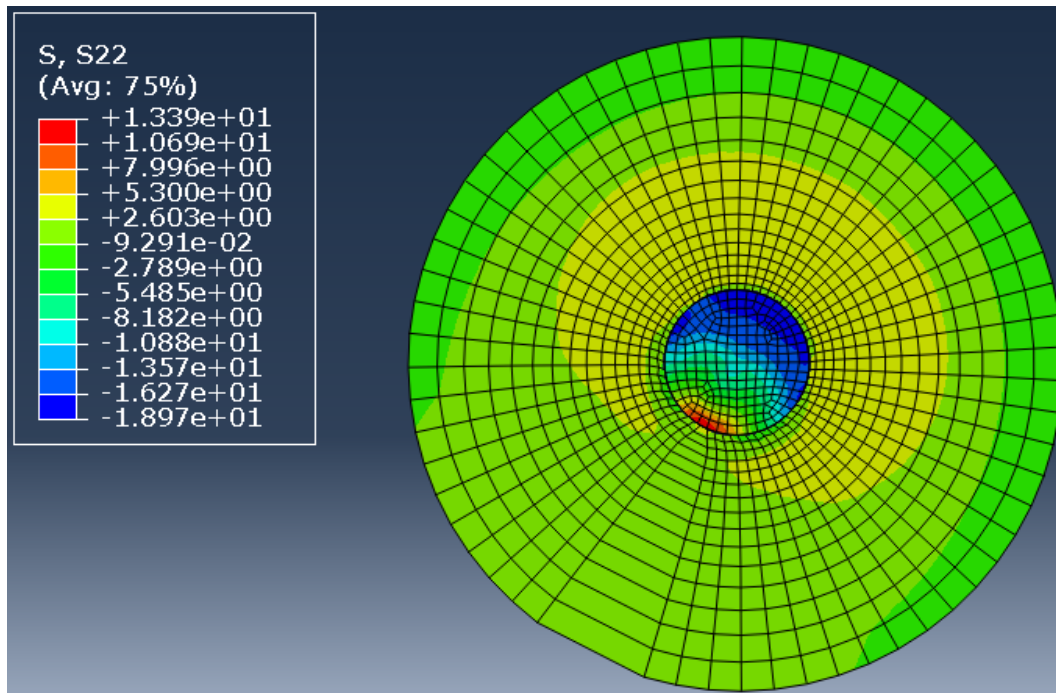


Figura 69. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de CFRP i mides del cas 10.32

- Gràfic tensió tangencial-increment temperatura per un node de la interfície i un node exterior, obtingut a partir dels resultats de la simulació numèrica.

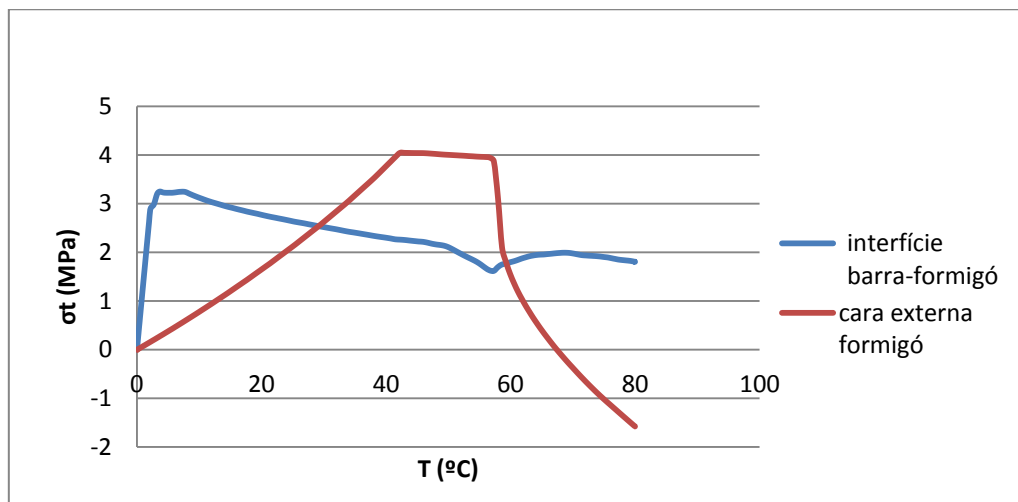


Figura 70. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de CFRP i mides del cas 10.32

### Cas 11.34

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la interfície barra-formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{1}{28000} + \frac{8,157^2 - 1}{8,157^2 + 1} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 2,53 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Càlcul analític del salt tèrmic necessari per crear una fissura a la cara exterior del formigó.

$$\Delta T = \frac{4,1}{(9 \times 10^{-5} - 1,2 \times 10^{-5})} \cdot \left( \frac{8,157^2 + 1}{2 \cdot 28000} + \frac{8,157^2 - 1}{2} \cdot \left( \frac{0,2}{28000} + \frac{(1 - 0,3)}{124000} \right) \right) = 85,44 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Mapa de tensions tangencials al final de la simulació numèrica.

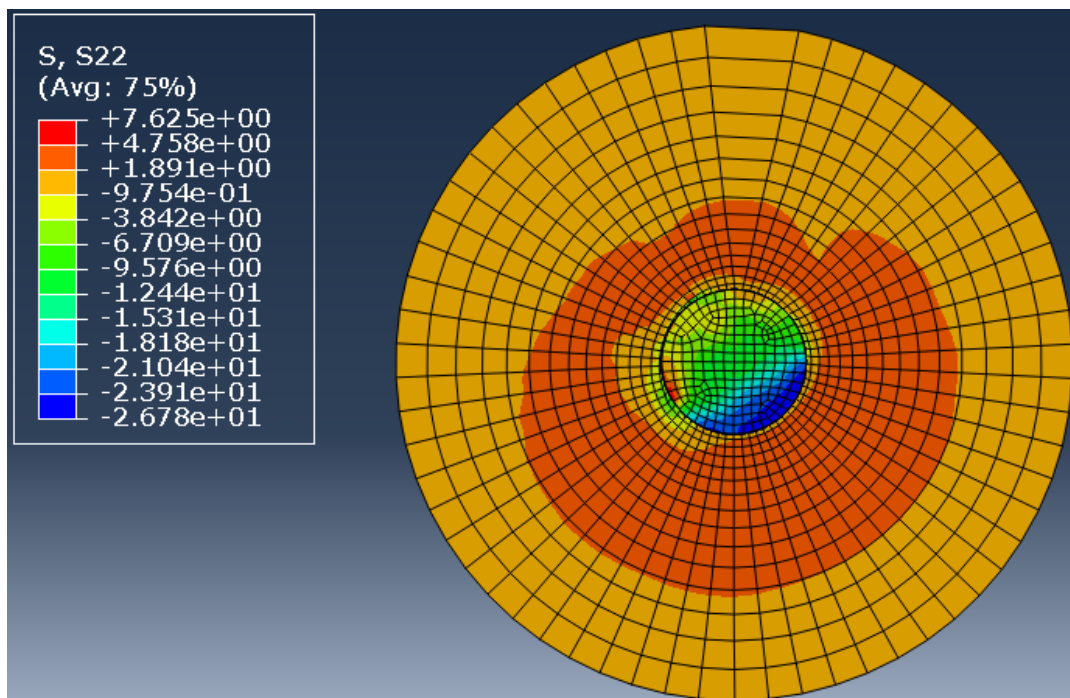


Figura 71. Evolució de la tensió tangencial en funció del salt tèrmic per reforç de CFRP i mides del cas 11.34

David Sala Pinsach

Girona, Setembre 2014