

Jocs d'atzar

Continguts

	<i>Pàgina</i>
A És un joc equitatiu?	63
A1 Parells i senars	63
A2 Una altra ullada als resultats	64
A3 Daus equitatius	66
A4 Freqüències	66
A5 Probable o improbable	68
A6 Més probabilitats	68
*A7 Altres daus i ruletes	70
A8 La suma de dos daus	70
*A9 El producte de dos daus	71
B Més jocs	72
B1 Una cursa d'obstacles	72
*B2 Futbol americà	74
*B3 Tennis amb monedes	74
*C Trens, vaixells i avions	75

Algunes seccions estan marcades amb un asterisc (*). El vostre professor us indicarà si heu de fer o no aquestes seccions.

Fulls R El vostre professor us proporcionarà aquests fulls.

En aquesta unitat jugareu amb daus i monedes i observareu atentament els resultats

A És un joc equitatiu?

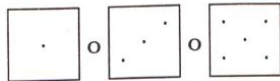
A1 Parells i senars

Necessitareu, un dau, 18 fitxes i el full R1.

L'Anna i en Bernat juguen a daus. Cada un d'ells comença amb nou punts. L'Anna escull senars, i en Bernat parells.

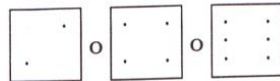
Tiren el dau.

Si surt senar



L'Anna pren 1, 3 o 5 punts d'en Bernat segons el resultat.

Si surt parell



En Bernat pren 2, 4 o 6 punts de l'Anna.

La partida s'acaba quan un d'ells es queda sense punts.

- Quants resultats del dau afavoreixen l'Anna?
- Quants afavoreixen en Bernat?
- Creieu que és un joc equitatiu?

La taula 1 mostra els resultats d'una partida.

Taula 1 La partida de l'Anna i en Bernat

Resultats dels dau	1 1 1 4 2 5 5 6 5 4 5 2 3 2 3
Punts guanyats per	A A A B B A A B A B A B A B A

Per acabar-la s'han necessitat 15 tirades.

La primera línia de la taula 1 ens dóna el resultat de la tirada, i la segona ens informa de qui ha guanyat els punts.

d Seguiu els resultats de la partida, i comprovareu que l'Anna ha guanyat.

Ara jugueu de dos en dos. Decidiu qui tindrà *parells* i qui *senars*.

e Feu cinc partides. Anoteu els resultats de cada partida al full R1.

f Quantes partides ha guanyat qui ha escollit *senars*?

g Quantes partides ha guanyat qui ha escollit *parells*?

h Creieu ara que el joc és equitatiu? Doneu raons a la vostra resposta.

A la partida de la taula R1, l'Anna guanyava punts nou vegades, i en Bernat sis.

Observeu els resultats de les vostres partides.

i Observeu la segona línia de totes les partides, i esbrineu quantes vegades, cadascun de vosaltres ha guanyat punts.

j Ho heu fet aproximadament el mateix nombre de vegades?

Però..., per què el joc no és equitatiu?

k Com modificaríeu el joc perquè fos equitatiu?

A2 Una altra ullada als resultats

Necessitareu:

Els fulls R1 i R2, i paper quadriculat.

L'Anna i en Bernat miren una altra vegada els resultats de les seves 5 partides. Fan un recompte del nombre de vegades que ha sortit cadascuna de les cares del dau. Els resultats són a la taula 2.

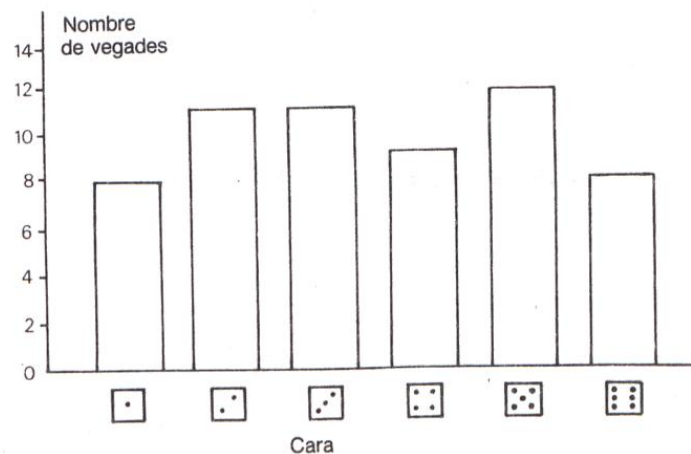
Taula 2 Tirades d'un dau: Resultats de l'Anna i en Bernat

Cara	Recompte	Nombre de vegades
	⚡⚡ III	8
	⚡⚡ ⚡⚡ I	11
	⚡⚡ ⚡⚡ I	11
	⚡⚡ IIIII	9
	⚡⚡ ⚡⚡ II	12
	⚡⚡ III	8

- Completeu la taula 6 del full R2, amb els resultats de les vostres 5 partides.
- Dibuixeu un diagrama de barres (com el de la figura 1) per mostrar els resultats.

Recordeu-vos de posar títols als eixos, i també a la capçalera del diagrama. Podeu fer-ho amb llapis de colors.

Figura 1 Tirades d'un dau. Resultats de l'Anna i en Bernat



Observeu les alçades de les barres del diagrama.

- Són aproximadament iguals les alçades de les barres?
- Què pensaríeu del dau si una barra fos molt més alta que les altres?
- Les alçades varien més del que esperaríeu d'un dau normal?

A3 Daus equitatius

Si una cara d'un dau surt moltes més vegades que qualsevol altra, sospitem que el dau està TRUCAT.

Un dau no trucat direm que és EQUITATIU o bé PERFECTE.

Els daus que utilitzem normalment s'accepten com equitatius. A qualsevol tirada cada cara té la mateixa probabilitat de sortir. És tan probable obtenir com o com qualsevol altra cara.

Si un dau equitatiu el tirem moltes vegades, és d'esperar que cada cara surti aproximadament el mateix nombre de vegades. (Observeu el vostre diagrama de barres.)

Les sis cares són equiprobables. Direm que la probabilitat d'obtenir és $1/6$, perquè és una de les sis cares equiprobables.

- Copieu la frase següent.

Quan tirem un dau equitatiu, la probabilitat $P(\text{cara}) = \frac{1}{6}$.

- Escriviu dues frases similars per altres cares.

A4 Freqüències

Hem llançat un dau equitatiu 60 vegades. Els resultats estan enregistrats en una TAULA DE FREQUÈNCIES. Una taula de freqüències ens mostra quantes vegades (freqüència) surt cada cara.

Una de les quatre columnes de la Taula 3 conté els resultats, les altres són inventades. Observeu-les amb atenció.

Taula 3 Seixanta tirades d'un dau

Resultat	Freqüència			
	(i)	(ii)	(iii)	(iv)
□	10	12	11	6
□	10	14	23	4
□	10	8	7	5
□	10	11	8	14
□	10	9	1	16
□	10	6	10	15

- Copieu la taula 3.
- Quins resultats penseu que s'han produït realment?
- Per què penseu que els altres són inventats?

(Per decidir-vos us pot ajudar dibuixar un diagrama de barres per a cada columna.)



A5 Probable o improbable

Quan tirem un dau 60 vegades, és possible obtenir qualsevol dels quatre resultats de les columnes de la taula 3.

No podem saber el que passarà. Podem només dir que uns resultats són més probables que els altres.

Quan parlem de probabilitats utilitzem sovint termes com:

molt probable, igualment probables, probable, impossible, altament improbable, improbable, segur.

- Ordeneu aquestes expressions de manera que indiquin de menys a més probabilitat. Completeu:

Impossible, , , igualment probables, , molt probable,

- Escriviu altres paraules que useu per descriure probabilitats.

- Llegiu atentament les frases següents:

- El Nadal vinent nevarà.
- Aquesta nit veureu la TV.
- Demà arribareu puntualment a l'escola.
- Demà veureu un carro i un cavall.
- El mes que ve comprareu una cassette.
- Sereu més alts que la vostra mare.

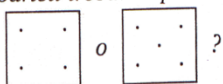
Copieu cada frase i associeu-la a una de les expressions de la llista anterior per descriure la seva probabilitat.

- Inventeu altres frases i repetiu l'exercici c.

A6 Més probabilitats

Suposeu que tireu un dau.

a Com podríeu trobar la probabilitat d'obtenir



Són dues cares de sis equiprobables, per tant la probabilitat

d'obtenir (o) = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

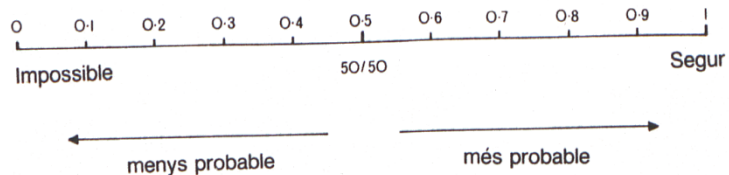
De manera semblant, determineu les probabilitats de:

- b Un dos o un quatre
- c Un número menor o igual que tres
- d Un número més gran que quatre
- e Un número menor que sis
- f Un número parell
- g Un múltiple de tres
- h Un set
- i Un número menor o igual que sis
- j Totes les vostres respostes són números fraccionaris?
- k Com creieu que són els esdeveniments descrits en h i i?

Si un fet és impossible té probabilitat 0. Si és segur, té probabilitat 1. Les altres probabilitats estan entre 0 i 1. Per expressar probabilitats també podeu utilitzar números decimals entre 0 i 1.

1 Quins números decimals usaríeu per descriure les probabilitats de cadascuna de les frases de l'apartat A5 c?

Figura 2 L'escala de les probabilitats



***A7 Altres daus i ruletes**

Necessitareu daus d'altres formes i ruletes.

a Feu alguns experiments per trobar les probabilitats associades a les diferents cares o sectors.



A8 La suma de dos daus

Necessitareu:

Dos daus, nou fitxes i el full R2.

Aquest joc és per a dos jugadors. Juguen l'Anna i en Bernat. Tiren els dos daus i sumen les puntuacions obtingudes entre les dues cares.

Si la suma és 2, 3, 4, 5, 10, 11 o 12 l'Anna pren una fitxa de la pila. Si la suma és 6, 7, 8 o 9, en Bernat pren una fitxa de la pila.

El primer jugador que reuneix cinc fitxes és el guanyador. Els resultats de la seva partida són els de la taula 4.

Taula 4 Resultats de la partida de l'Anna i en Bernat

Suma dels daus	8	6	7	10	5	7	5	7
Fitxes guanyades per	B	B	B	A	A	B	A	B

Fixeu-vos-hi. En Bernat és el guanyador. Comproveu-ho.

- Creieu que el joc és equitatiu? Raoneu la vostra resposta.
- Feu 10 partides. Un de vosaltres és A (l'Anna), i l'altre és B (en Bernat). Enregistreu els resultats de cada partida com a la taula 4.
- Quantes vegades ha guanyat A?
- Quantes vegades ha guanyat B?
- Feu un recompte dels resultats de les deu partides a la taula 7 del full R2.
Doneu els vostres resultats al professor.
- Completeu la taula 7 amb els resultats de tota la classe.
- Quina és la suma més freqüent? Quina la menys freqüent?
(Pot haver-hi més d'una resposta per a cada pregunta.)
- Penseu que el joc és equitatiu? Raoneu la resposta.
- Inventeu un joc equitatiu en què intervingui la suma de les puntuacions de dos daus.

*A9

El producte de dos daus

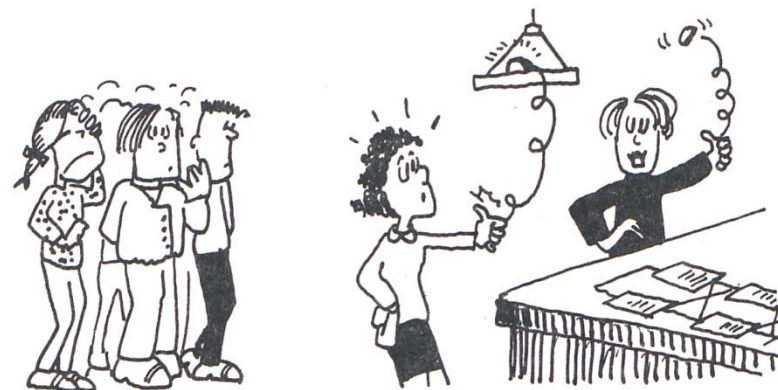
Necessitareu dos daus i nou fitxes.

Aquest joc és una variació de l'anterior. Tireu els dos daus i multipliqueu els punts obtinguts a cada dau.

Si el resultat de la multiplicació és menor que 13, A pren una fitxa de la pila. Si el resultat de la multiplicació és més gran que 13, B pren una fitxa de la pila.

El primer jugador que aconseguix cinc fitxes guanya la partida.

- Qui té més probabilitat de guanyar la partida?
- Feu cinc partides i decideu si el joc és equitatiu.



B Més jocs

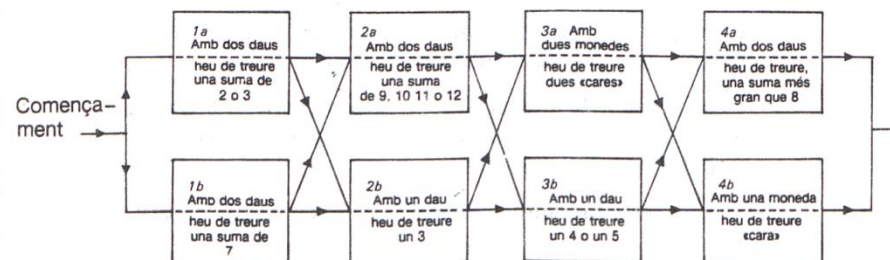
B1 Una cursa d'obstacles

Necessitareu dos daus, dues monedes i el full R2.

Us proposem una cursa d'obstacles per a dos jugadors. Per fer-la més emocionant, els obstacles van aparellats. Cada jugador n'escull un de cada parella.

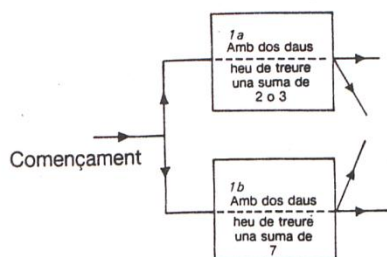
Els jugadors poden entrenar-se. Així podran escollir millor la seva ruta. Els obstacles han d'ésser abordats en l'ordre correcte.

Figura 3 La cursa d'obstacles



La primera parella d'obstacles la detallam a la figura 4.

Figura 4 La primera parella d'obstacles



Per superar un obstacle heu de seguir les instruccions del requadre, i obtenir el resultat que hi és indicat. Així, si escolliu 1a, haureu de tirar dos daus. Si obteniu una suma de 2 o 3 podreu avançar a l'obstacle següent. Si no fos així haureu de quedar-vos al requadre i intentar-ho novament quan sigui el vostre torn. Si escolliu el requadre 1b, haureu de tirar dos daus. Podreu avançar al següent obstacle, si la vostra tirada suma 7.

Observeu la columna dels resultats de classe de la taula 7 del full R2.

- Quantes vegades la suma és igual a 2?
- Quantes vegades la suma és igual a 3?
- Quantes vegades la suma és igual a 2 o 3?
- Quantes vegades la suma és igual a 7?
- Quin dels dos obstacles inicials escolliríeu per començar la cursa?

A la figura 3 es mostra la cursa d'obstacles completa. Cada jugador escull un obstacle de cada parella per passar quatre obstacles en total.

- Feu alguns experiments que us ajudin a escollir els obstacles més senzill.

Agrupeu-vos de dos en dos, decidiu les vostres rutes, i jugueu per veure qui guanya. Bona sort!

*B2 Futbol americà

Necessitareu un dau i una fitxa.

La figura 5 representa un camp de futbol amb la pilota al centre.

Figura 5 Camp per jugar al futbol americà



Tireu un dau. Si el resultat es 5 o 6, el jugador A fa avançar la pilota 5 o 6 espais cap a B. Si el resultat és 1, 2, 3 o 4, B xuta la pilota cap a A, 1, 2, 3 o 4 espais. El guanyador és el jugador que primer arriba a gol.

- Jugueu 10 partides. Anoteu el guanyador de cada partida. Doneu els vostres resultats al professor.
- Agrupeu els vostres resultats amb els de la resta de la classe.
- Quantes vegades ha guanyat A?
 - Quantes vegades ha guanyat B?
 - És un joc equitatiu? Raoneu la resposta.

*B3 Tennis amb monedes

Necessitareu dues monedes.

Aquest joc es basa en el tennis, però utilitzant monedes. Hi ha dos jugadors, A i B. Cadascú té una moneda.

A fa un servei i tira una moneda enlaire. Si el resultat és cara (C), el servei és bo; si és creu (+), és dolent.

Estan permesos dos serveis, (C) o (+C) donen un bon servei; (++) és una doble falta, i B guanya el punt.

Si el servei és bo, B tira la moneda.

Si el resultat és cara és una bona «restada»; si és creu ha perdut el punt.

Es segueix així fins que un dels dos perd el punt. Jueguen una sèrie de partides, anotant els punts com en el tennis.

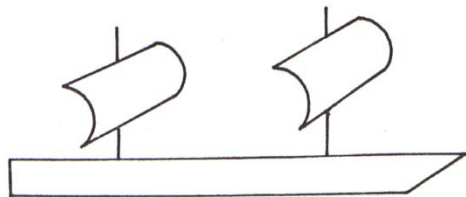
- a És un joc equitatiu? Si no, qui té avantatge?
- b Per fer el joc més real, escull diferents mètodes (amb daus i ruletes) per decidir si un servei o una «restada» són bons.

*C Trens, vaixells i avions

Necessitareu alguns llapis de colors.

En Joan ha fet un dibuix d'un vaixell amb dues veles.

Figura 6 El vaixell d'en Joan

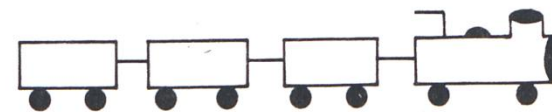


En Joan té tres colors i vol pintar cada part d'un sol color sense repetir-ne cap.

- a De quantes maneres diferents pot pintar les dues veles?
 - b De quantes maneres diferents pot pintar tot el vaixell?
 - c Compareu les vostres respostes amb les d'algun company.
- Suposeu per un moment que en Joan en comptes de tres colors, en tinguéss quatre. Ara ha d'usar tres dels quatre colors.
- d De quantes maneres diferents pot ara pintar les dues veles?
 - e De quantes maneres diferents pot ara pintar el vaixell?

En Lluís ha dibuixat un tren amb tres vagons i una màquina.

Figura 7 El tren d'en Lluís



En Lluís només té dos colors. Per tant haurà de pintar algunes parts o bé tot el tren del mateix color.

- f De quantes maneres diferents pot pintar la màquina i el primer vagó?
 - g De quantes maneres diferents pot pintar tot el tren?
Recordeu que cada part només pot ser d'un color.
 - h Compareu les vostres respostes amb les d'algun company.
- Feu uns quants dibuixos, per exemple, avions, cases, banderes. Comenceu com a màxim amb quatre parts.
- j Podeu observar algun model en els vostres resultats?