

# La loteria de la classe

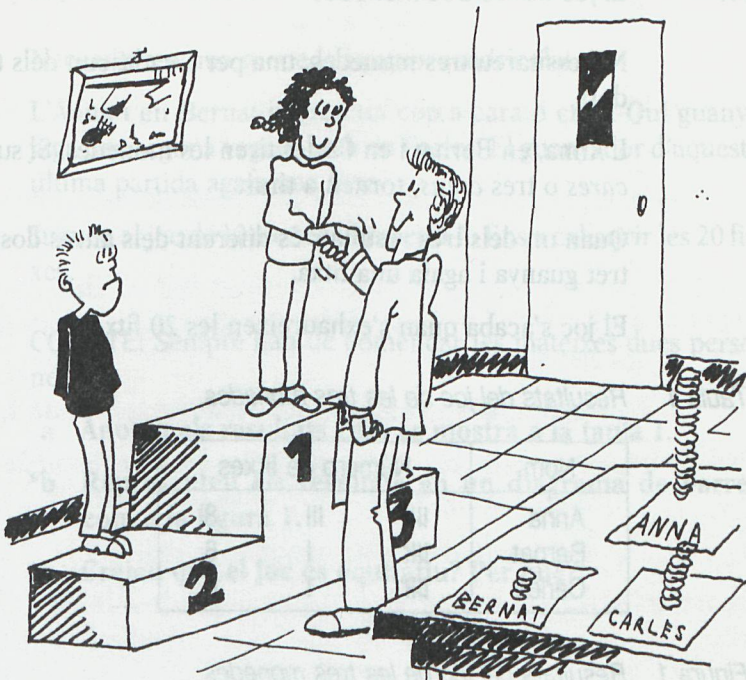
## Continguts

	<i>Pàgina</i>
<b>A Jocs per a tres persones - Són jocs equitatius?</b>	25
A1 El joc de les tres monedes	26
A2 El joc de la moneda	27
A3 El joc del dau	27
A4 El joc de les dues monedes	28
A5 El joc dels números	28
A6 La bossa dels noms	29
A7 Jocs equitatius	30
<b>B Números aleatoris</b>	30
B1 Una rifa	30
B2 Números aleatoris	35
B3 Taules de números aleatoris	36
*B4 Tres entrades	38
<b>C Loteries</b>	38
C1 El sorteig setmanal	38
C2 La loteria de la classe	39
C3 Els resultats	41
C4 Mètodes per escollir números	42

Algunes seccions estan marcades amb un asterisc (\*). El vostre professor us indicarà si heu de fer o no aquestes seccions.

**Fulls R** El vostre professor us proporcionarà aquests fulls.





## A Jocs per a tres persones. Són jocs equitatius?

Aquesta unitat presenta alguns jocs per a tres persones. El professor us dirà quin heu d'estudiar. Per a cada joc necessitareu un full de paper quadriculat i 20 fitxes. El guanyador serà qui aconseguixi més fitxes. Jugareu amb les mateixes regles que segueixen l'Anna, en Bernat i en Carles en els exemples que es van exposant.

Haureu de decidir si els jocs són o no són equitatius.

*Què és un joc equitatiu?*

Per començar qualsevol dels jocs, col·loqueu 20 fitxes al mig. Tingueu en compte que intenteu esbrinar si els jocs són equitatius i no qui és el jugador amb més avantatge.

## A1 El joc de les tres monedes

Necessitareu tres monedes, una per a cadascun dels tres jugadors.

L'Anna, en Bernat i en Carles tiren les monedes. Si surten tres cares o tres creus, tornen a tirar.

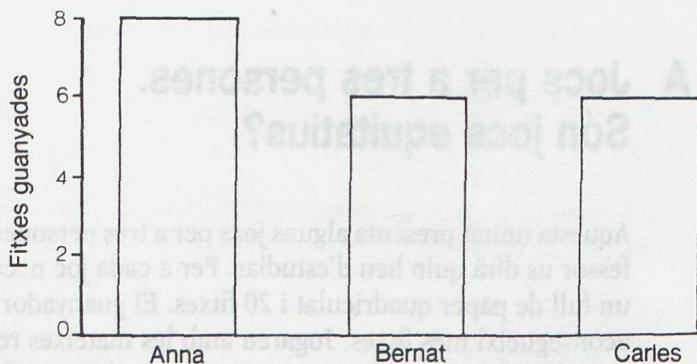
Quan un dels tres resultats és diferent dels altres dos, qui l'ha tret guanya i agafa una fitxa.

El joc s'acaba quan s'exhaureixen les 20 fitxes.

Taula 1 Resultats del joc de les tres monedes.

Nom	Número de fitxes		
Anna	III	III	8
Bernat	III	I	6
Carles	III	I	6

Figura 1 Resultats del joc de les tres monedes.



Jugueu al joc de les tres monedes.

- Anoteu els resultats com es mostra a la taula 1.
- Representeu els resultats en un diagrama de barres com a la figura 1.
- Creieu que el joc és equitatiu? Per què?

**A2****El joc de la moneda**

Necessitareu una moneda i paper quadriculat.

L'Anna i en Bernat juguen un cop a cara o creu. Qui guanya juga una segona vegada amb en Carles. El guanyador d'aquesta última partida agafa una fitxa.

Jugueu al joc de la moneda i repetiu-lo fins a exhaurir les 20 fitxes.

**COMPTE!** Sempre han de començar les mateixes dues persones.

- a Anoteu els resultats com es mostra a la taula 1.**
- \*b Representeu els resultats en un diagrama de barres com a la figura 1.**
- c Creieu que el joc és equitatiu? Per què?**

**A3****El joc del dau**

Necessitareu un dau.

L'Anna escull els números 1 i 2, en Bernat el 3 i el 4. Per tant queden el 5 i el 6 per a en Carles.

Tiren el dau i qui guanya agafa una fitxa.

Escolliu cadascun de vosaltres dos números tal com s'ha fet a l'exemple.

Jugueu al joc del dau i repetiu-lo fins a exhaurir les 20 fitxes.

- a Anoteu els resultats com es mostra a la taula 1.**
- \*b Representeu els resultats en un diagrama de barres com a la figura 1.**
- c Creieu que el joc és equitatiu? Per què?**

A4

### El joc de les dues monedes

Necessitareu dues monedes.

En tirar-les poden sortir *dues cares*, *una cara i una creu* o *dues creus*.

L'Anna escull *dues cares*, en Bernat escull *cara i creu* i en Carles *dues creus*. Tiren les dues monedes i el guanyador agafa una fitxa.

Jugueu al joc de les dues monedes i repetiu-lo fins a exhaurir les 20 fitxes.

- a Anoteu els resultats com es mostra a la taula 1.
- \*b Representeu els resultats en un diagrama de barres com a la figura 1.
- c Creieu que el joc és equitatiu? Per què?



A5

### El joc dels números

D'entre els dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 l'Anna escull els següents: 1, 4 i 7 i en Bernat els 2, 6, i 9. Per tant queden el 3, 5 i 8 per a en Carles, però ell no ho sap.

Tot seguit en Carles escriu 20 dígits d'entre els 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Després d'haver-los escrit l'Anna i en Bernat li diuen els seus números (3, 5, 8).

L'Anna agafa una fitxa per cada 1, 4 o 7 que surt a la llista, en Bernat fa el mateix pels 2, 6 o 9 i en Carles pels 3, 5 o 8.

Escolliu els vostres números, tal com ensenya l'exemple i jugueu aquest joc.

COMPTE! Qui escriu els números no sap com han quedat repartits els nou números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 entre les tres persones.

**a Anoteu els resultats com es mostra a la taula 1.**

**\*b Representeu els resultats en un diagrama de barres com a la figura 1.**

**c Creieu que el joc és equitatiu? Per què?**

**d Si creieu que no és equitatiu, què es podria fer per què ho fos?**

## **A6 La bossa dels noms**

Necessitareu una bossa i tres paperetes de la mateixa mida.

Cadascun de vosaltres ha d'escriure el seu nom en una papereta, doblegar-la per la meitat i ficar-la a la bossa. Barregeu bé les paperetes.

Agafeu una de les paperetes i llegiu-ne el nom. La persona que surti guanya i agafa una fitxa.

Doblegueu la papereta una altra vegada i torneu-la a introduir a la bossa. Repetiu aquest joc fins a exhaurir les vint fitxes.

**a Anoteu els resultats com es mostra a la taula 1.**

**\*b Representeu els resultats en un diagrama de barres com a la figura 1.**

**c Creieu que el joc és equitatiu? Per què?**

## **A7** Jocs equitatius

Si en un joc tots els jugadors tenen les mateixes possibilitats de guanyar diem que és un joc equitatiu. També diem que tots els jugadors tenen la MATEIXA PROBABILITAT de guanyar.

Reviseu els jocs a què heu jugat.

- a **En quins jocs tots els jugadors tenen la mateixa probabilitat de guanyar?**
- \*b **En aquests jocs equitatius, tots els jugadors heu guanyat el mateix nombre de fitxes? Per què no?**
- c **Com podríeu estar gairebé segurs que un joc és o no equitatiu?**
- d **Inventeu un joc senzill per a dues persones que sigui equitatiu. Inventeu-ne un altre per a sis persones.**

## **B** Números aleatoris

De vegades és necessari escollir una persona d'entre un grup d'una manera equitativa (sense donar avantatge a ningú). Els jocs equitatius de l'apartat **A** podrien servir per escollir una persona d'entre tres.

### **B1** Una rifa

L'Anna organitza una petita rifa per a 10 amics. Ha preparat 10 butlletes numerades del 0 al 9. Cada amic ha comprat una butlleta. L'Anna vol trobar un mètode equitatiu per escollir un número del 0 al 9 (cada número ha de tenir la mateixa probabilitat de sortir).

No li serveix el mètode de l'apartat **A5** (El joc dels números). No és un mètode equitatiu.

No li agrada el mètode de l'apartat **A6** (La bossa dels noms). És equitatiu però s'han de vigilar molts detalls (les paperetes han de ser iguals, s'han de doblegar de la mateixa manera, s'han de barrejar molt bé...).



L'Anna va pensar quatre mètodes. Escolliu-ne dos i comproveu si són equitatius.

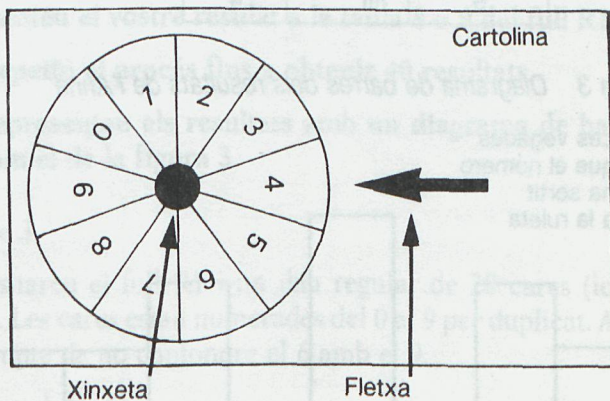
### Mètode 1

Necessitareu:

El full R1 i o BÉ una ruleta amb 10 sectors O BÉ (si us voleu fer la vostra pròpia ruleta) dos fulls de cartolina, una xinxeta, un reple, un transportador, i unes tisores.

- 1 En un full de cartolina, dibuixeu un cercle de 5 cm. de radi.
- 2 Dibueixeu un radi. A partir d'aquest radi dibuixeu sectors de  $36^\circ$  d'amplitud. Numereu els 10 sectors del 0 al 9.
- 3 Retalleu el cercle. Claveu-lo pel centre sobre l'altra cartolina amb la xinxeta.
- 4 Dibueixeu una fletxa a la segona cartolina que apunti al centre del cercle (figura 2).

Figura 2 Esquema de la ruleta



Feu servir la ruleta de la següent manera: aguanteu la xinxeta amb una mà i amb l'altra mà feu girar la ruleta. Llegiu el número que assenyalava la fletxa.

Feu girar una vegada la ruleta.

a Anoteu el vostre resultat a la taula 8 del full R1.

b Repetiu el procés fins a obtenir 40 resultats.

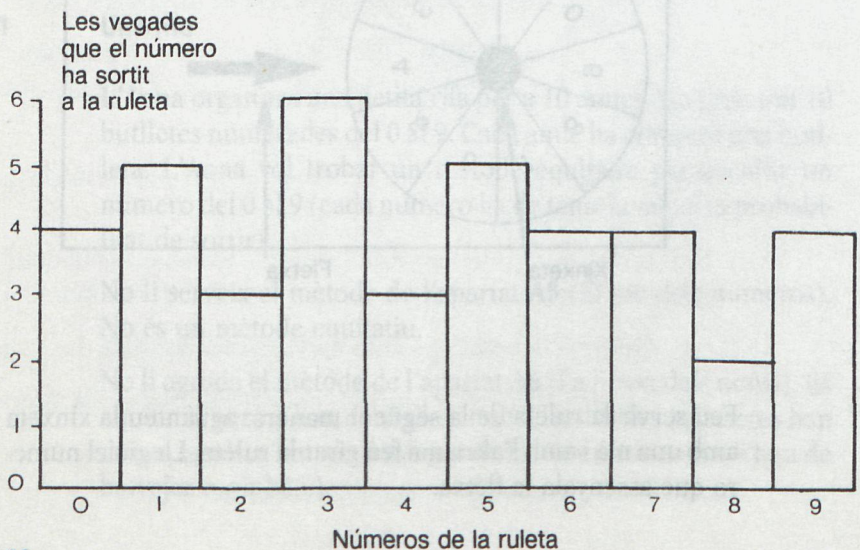
\*c Representeu els resultats amb un diagrama de barres com el de la figura 3.

La taula 2 i la figura 3 recullen els resultats de l'Anna.

Taula 2 Resultats de l'Anna

Número	Recompte	Total
0	IIII	4
1	IIII	5
2	III	3
3	IIII I	6
4	III	3
5	IIII	5
6	IIII	4
7	IIII	4
8	II	2
9	IIII	4

Figura 3 Diagrama de barres dels resultats de l'Anna



## Mètode 2

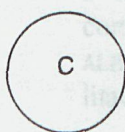
Necessitareu el full R1, una moneda i un dau.

Llanceu la moneda i el dau. Si surt un 6 llanceu el dau un altre cop. La taula 3 mostra el número que heu d'assignar a cadascun dels resultats.

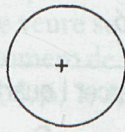
Taula 3 Regles d'assignació

Dau	1	2	3	4	5	6
Creu	0	1	2	3	4	Torna
Cara	5	6	7	8	9	a tirar

### Exemples



dóna 8



dóna 1

**d** Anoteu el vostre resultat a la taula 8 o 9 del full R1.

**e** Repetiu el procés fins a obtenir 40 resultats.

**\*f** Representeu els resultats amb un diagrama de barres com el de la figura 3.

## Mètode 3

Necessitareu el full R1 i un dau regular de 20 cares (icosaèdric). Les cares estan numerades del 0 al 9 per duplicat. Aneu en compte de no confondre el 6 amb el 9.

Llenceu el dau:

**g** Anoteu el vostre resultat a la taula 8 o 9 del full R1.

**h** Repetiu el procés fins a obtenir 40 resultats.

**\*i** Representeu els resultats amb un diagrama de barres com el de la figura 3.

#### Mètode 4

Necessitareu una moneda i els fulls R1 i R2.

Llenceu quatre cops la moneda. Anoteu C si surt cara i + si surt creu a les quatre columnes de la taula 10.

La taula 4 indica el número que heu d'assignar a cadascun dels resultats.

La primera línia de la taula 5 us ensenya com anotar el resultat *creu, cara, cara, cara*. Comproveu a la taula 4 que a aquest resultat se li assigna el número 7.

Ignoreu els números més grans o iguals a 10. Així a CC, +C li correspon el número 13 i l'hauríeu de ratllar com a la línia 2 de la taula 5.

Taula 4 Regles d'assignació

		Tercer i quart llançament			
		++	+C	C+	CC
Primer	++	0	1	2	3
i segon	+C	4	5	6	7
llança-	C+	8	9	10	11
ment	CC	12	13	14	15

Taula 5 Resultats de tirar una moneda quatre vegades

Primer i segon llançament		Tercer i quart llançament		Números
1	2	3	4	
+	C	C	C	7
C	C	+	C	<del>13</del>
C	+	+	C	

**j** Quin número s'ha d'assignar a la línia 3 de la taula 5?

Llenceu una moneda quatre vegades.

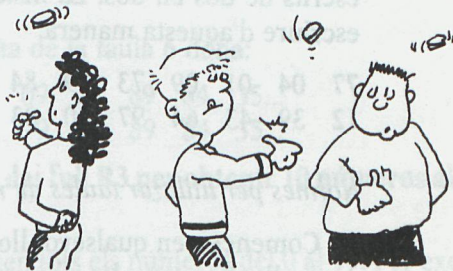
**k** Anoteu els resultats a la taula 10 del full R1.

- l** Repetiu el procés fins a obtenir 20 números més petits que 10.
- m** Busqueu un company que hagi escollit aquest mateix mètode.
- n** Anoteu els vostres resultats i els del vostre company a la taula 11 del full R2.
- \*o** Representeu aquests resultats en un diagrama de barres.

Considerem els dos mètodes que heu escollit per obtenir números entre el 0 i el 9

**p** **Són equitatius?**

D'una llista de números que s'hagin escollit utilitzant mètodes com els que acabem de veure se'n diu una TAULA DE NÚMEROS ALEATORIS. Qualsevol número de la llista té la mateixa probabilitat de ser 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.



**B2** **Números aleatoris**

A continuació s'exposen diferents mètodes per escollir números. Raoneu si els números serien ALEATORIS.

- a** Escolliu l'última xifra de la matrícula dels cotxes que passen per davant de l'escola.
- b** Escolliu l'última xifra dels números d'una pàgina de la guia telefònica.
- c** Escolliu la segona xifra dels números d'una pàgina de la guia telefònica.
- d** Inventeu-vos una llista de números «a l'atzar».

### B3 Taules de números aleatoris

Necessitareu els fulls R2 i R3.

En els apartats anteriors heu utilitzat diferents mètodes per escollir números aleatoris. Tots aquests mètodes són molt lents. A la taula 6 hi ha una llista de 40 números aleatoris semblant a les que heu obtingut en l'apartat **B1**.

#### **Taula 6** *Llista de 40 números aleatoris*

7 7 0 4 0 1 0 9 7 3 8 9 8 4 3 5 7 5 7 6  
1 2 3 9 4 3 6 4 9 7 4 0 8 3 9 9 1 8 2 6

De vegades és necessari obtenir ràpidament una gran quantitat de números aleatoris. Un ordinador els pot proporcionar. Es poden imprimir taules amb tants números com es vulgui.

El full R3 és una taula de números aleatoris. Els números estan escrits de dos en dos. La llista de la taula 6 també es podria escriure d'aquesta manera:

77 04 01 09 73 89 84 35 75 76  
12 39 43 64 97 40 83 99 18 26

#### *Normes per utilitzar taules de números aleatoris*

- 1 Comenceu en qualsevol lloc. Podríeu tancar els ulls i amb un llapis assenyalar un punt de la taula. Quan obriu els ulls anoteu el número més a prop del llapis.
- 2 Escolliu els números seguint la llista en una direcció qualsevol i conserveu aquesta direcció fins que acabeu.
- 3 Escriviu tots els números. No us en deixeu cap.

#### *Números aleatoris d'una xifra*

- a **Escriviu 40 números aleatoris fent servir la taula del full R3.**

**b Anoteu els vostres resultats a la taula 12 del full R2.**

Fins ara heu escollit números aleatoris del 0 fins al 9. De vegades no es necessiten totes les xifres. Per exemple:

Per escollir números aleatoris de l'1 al 7, s'ignoren el 0, el 8 i el 9 cada vegada que surten:

La llista de la taula 6 donaria en aquest cas:

7 7 0 4 1 0 9 7 3 8 9 8 4 3...

Utilitzeu la taula 6 per obtenir 10 números aleatoris.

**c del 0 al 5**

**d del 2 al 6**

*Números aleatoris de dues xifres*

De vegades es necessiten números aleatoris de dues xifres. Així, per obtenir números aleatoris del 0 al 99 agafeu els números de dos en dos.

En aquest cas, la llista de la taula 6 dona:

77 04 01 09 73 89 84 35...

és a dir: 77 4 1 9 73 89 84 35...

**e Utilitzeu la taula del full R3 per obtenir 10 números aleatoris del 0 al 99.**

Sovint no es necessiten tots els números del 0 al 99. Per exemple:

Per obtenir números aleatoris del 1 al 56, agafeu els números de dos en dos i ignoreu el 00 i tots els números del 57 al 99.

La llista 1 dona:

~~77~~ 04 01 09 ~~73~~ ~~89~~ 84 35 ~~75~~ 76 12 39...  
4 1 9 35 12 39

**f Utilitzeu la llista de la taula 6 per escriure 10 números aleatoris de l'1 al 74.**

**g Utilitzeu la taula del full R3 per escriure 10 números aleatoris de l'1 al 32.**

## \*B4 Tres entrades

El vostre professor té tres entrades per a un concert. Les vol sortejar entre tots els alumnes de la classe i ho farà fent servir números aleatoris.

- a Numereu els alumnes de la vostra classe.
- b Deixareu la possibilitat que un alumne pugui aconseguir més d'una entrada?
- c Què fareu si un mateix número surt dues vegades?
- d Utilitzeu la taula de números aleatoris per sortejar les entrades.
- e Qui són els alumnes afortunats?

## C Loteries

### C1 El sorteig setmanal

L'anomenada «Loteria Nacional» cada setmana fa un sorteig. Per participar-hi cal comprar un dècim d'un número. Un dècim costa normalment 500 ptes. (en alguns sorteigs pot costar més).

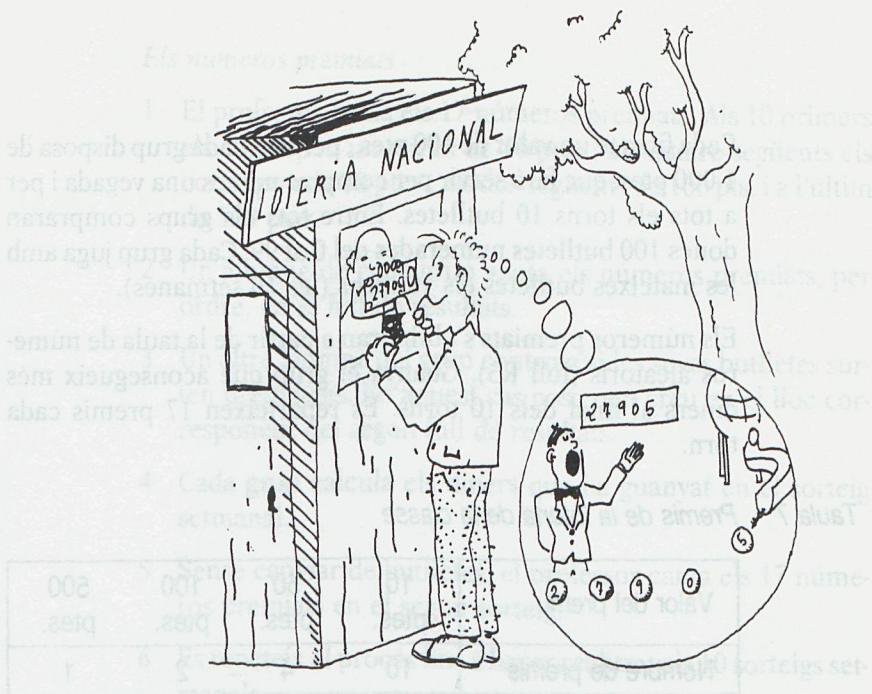
Hi ha diversos premis. Des de recuperar les 500 ptes. que costa el dècim fins al primer premi que pot ser (depèn de la setmana) de 25 milions o més.

Els números premiats s'han d'escollir de manera que cada número tingui la mateixa probabilitat de sortir. Per tant, cal un mètode per obtenir números aleatoris.

Hi ha un total de 100.000 números, que van del 00000 fins al 99999. Per tant s'han d'escollir números aleatoris de 5 xifres. El mètode és el següent:

Es disposa de 5 «bombos» amb 10 boles numerades del 0 al 9. Cada «bombo» serveix per obtenir una de les xifres del número premiat.





**a Creieu que el mètode per obtenir els números premiats és equitatiu?**

Quan es compra un dècim només es pot escollir entre els números que hi ha a l'establiment venedor.

**b El comprador d'un dècim, hauria de poder escollir el número a que vol jugar? Creieu que això l'afavoriria?**

## **C2 La loteria de la classe**

Cal que la classe s'organitzi en 10 grups. Cada grup necessitarà dos fulls de resultats (full R2) i 10 fitxes.

### *Idees generals*

El joc consisteix a simular el sorteig setmanal de la loteria durant 10 setmanes. En comptes de jugar amb 100.000 números es farà amb 100, del 0 al 99. Cada setmana es reparteixen premis per un valor total de 1.000 ptes.

Cada fitxa té un valor de 100 ptes., per tant cada grup disposa de 1.000 ptes. que farà servir per comprar només una vegada i per a tots els torns 10 butlletes. Entre tots els grups compraran doncs 100 butlletes numerades del 0 al 99. Cada grup juga amb les mateixes butlletes els 10 torns (les 10 setmanes).

Els números premiats s'obtindran a partir de la taula de números aleatoris (full R3). Guanya el grup que aconsegueix més diners al final dels 10 torns. Es reparteixen 17 premis cada torn.

Taula 7 Premis de la loteria de la classe

Valor del premi	10 ptes.	50 ptes.	100 ptes.	500 ptes.
Nombre de premis	10	4	2	1

#### *Normes del joc: Compra de butlletes*

- 1 Cada grup decideix com escollirà les butlletes d'entre les que quedin disponibles (per exemple, les 10 que tinguin el número més petit).
- 2 S'ordenen els grups utilitzant un mètode equitatiu.
- 3 El primer grup compra les seves butlletes i paga amb les fitxes. El professor pren nota dels números de les butlletes que han comprat. Els alumnes del grup anoten els números a les caselles corresponents del full de resultats (R2).
- 4 El segon grup compra les seves butlletes d'entre les que queden disponibles. El professor pren nota dels números de les butlletes que han comprat. Els alumnes del grup anoten els números a les caselles corresponents del full de resultats (R2).
- 5 Els altres grups repeteixen el mateix procés, per torns. L'últim grup no pot escollir les butlletes i agafa les 10 que queden.

### Els números premiats

- 1 El professor canta els 17 números premiats. Als 10 primers els correspon un premi de 10 ptes., als quatre següents els correspon de 50 ptes., als dos següents de 100 pts. i a l'últim de 500 ptes.
- 2 Un alumne de cada grup anota els números premiats, per ordre, en el full de resultats.
- 3 Un altre alumne del grup controla si les seves butlletes surten premiades. En aquest cas posa una creu en el lloc corresponent del segon full de resultats.
- 4 Cada grup calcula els diners que ha guanyat en el sorteig setmanal.
- 5 Sense canviar de butlletes, el professor canta els 17 números premiats en el segon sorteig.
- 6 Es repeteix el procés fins a haver realitzat els 10 sorteigs setmanals.
- 7 Cada grup calcula el que ha guanyat durant les 10 setmanes i ho anota en el full de resultats. Guanya el grup que ha aconseguit més diners.

### C3 Els resultats

A la loteria de la classe, s'han venut un total de 100 butlletes valorades en 10.000 ptes. Cada setmana s'han repartit 1.000 ptes. en premis, per tant, en deu setmanes s'han donat un total de 10.000 ptes. en premis. Com que hi ha 10 grups, és d'esperar que cada grup acabi guanyant aproximadament 1.000 ptes.

Els primers grups a escollir les butlletes han pogut triar els números seguint els criteris que havien decidit prèviament (regla del joc 1). En canvi, els últims grups no han pogut triar gaire.

- a Com heu escollit els vostres números?
- b Heu guanyat més de 1.000 ptes.?

- c Els vostres números han estat gaire afortunats?
- d Creieu que els números més afortunats continuarien sortint més vegades que els altres si seguïeu jugant?
- e El grup que ha escollit primer les butlletes és el que ha guanyat més diners?
- f És important poder escollir els números?
- g El professor ha fet servir una taula de números aleatoris per escollir els números premiats. Us sembla un mètode equitatiu? Per què?

#### **C4 Mètodes per escollir números**

Ara analitzeu diferents criteris per escollir els números de les butlletes. Feu servir els números que han sortit premiats a la loteria de la classe per veure quin dels criteris és el millor.

- a **A l'Anna li agrada que els números siguin consecutius. Per això compra les següents butlletes:**

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

**Quants diners hauria guanyat amb aquestes butlletes a la loteria de la classe?**

**És més del que podia esperar? Creieu que és bo comprar números consecutius?**

- b **En Bernat prefereix els números primers, i compra les butlletes:**

7 11 13 23 29 37 41 43 61 71

**Quants diners hauria guanyat amb aquestes butlletes a la loteria de la classe?**

**És millor comprar números primers?**

- c **En Carles prefereix els números parells. A la loteria de la classe, quants premis s'han aconseguit amb números parells? Quants diners representen en total? Els números parells han estat més afortunats que els números senars? Sempre serà així?**
- d **Investigueu altres criteris. Per exemple: els quadrats 4 9 16 ..., els números més grans, els múltiples de 9 ...**

### Continguts

	Pàgina
A Dades de la classe	47
A1 Recollida de dades	47
A2 Mitja habitual de transport	48
A3 Distància a l'escola	50
A4 Quant tardeu per venir a l'escola?	52
B Relacions entre les dades	54
B1 Relació entre la distància i el temps	54
B2 Relació entre la distància i el mitjà de transport	56
*B3 Relació entre el mitjà de transport i el temps	57
C Més dades	58
C1 La família	58
C2 L'aniversari	59
C3 Els menjars	59
*C4 Menjador escolar	59
*C5 Relació entre pesos i alçada	60

Algunes seccions estan marcades amb un asterisc (\*). El vostre professor us indicarà si heu de fer o no aquestes seccions.

Fulla 8: El vostre professor us proporcionarà aquest full.

