

Dibuixos que enganyen

Durada de la unitat: 4 hores aproximadament.

Propòsits i objectius

Acabada aquesta unitat els alumnes haurien de ser capaços de criticar constructivament els mitjans més habituals que s'utilitzen en els anuncis publicitaris i en certes argumentacions a l'hora de presentar dades. Més concretament, haurien de ser capaços d'identificar diagrames de barres que utilitzen barres d'amplades diferents i omísio d'escalas numèriques de referència, la utilització de fonts originals, percentatges calculats a partir d'una base errònia, la utilització de frases de contingut imprecís (com ara, «fins a un 20 % més»), la utilització d'escalas exagerades, la representació de línies falses per fer prediccions, i la utilització de frases certes però errònies i paraules seleccionades per fer passar una determinada argumentació. També haurien de conèixer els diferents tipus de tendència central que es poden utilitzar.

Continguts

	Pàgina
Breu descripció	93
Propòsits i objectius	93
Pre-requisits	93
Material i planificació	93
Comentaris específics de cada secció	94
Secció A	95
Secció B	96
Secció C	97
Respostes	98
Prova i planificació	99
Respostes	101
Connexions amb altres unitats del Projecte	102

Breu descripció

S'introdueix els alumnes en els abusos que es fan de l'estadística, tot tractant els errors en les representacions gràfiques i en la presentació de resultats, i els errors per omissió.

Durada de la unitat: 4 hores aproximadament.

Propòsits i objectius

Acabada aquesta unitat els alumnes haurien de ser capaços de criticar constructivament els abusos més habituals que s'utilitzen en els anuncis publicitaris i en certes argumentacions a l'hora de presentar dades. Més concretament, haurien de ser capaços d'identificar diagrames de barres que utilitzen barres d'amplades diferents, l'omissió d'escala numèriques de referència, la utilització de falsos orígens, percentatges calculats a partir d'una base errònia, la utilització de frases de contingut imprecís (com ara, «fins a un 20 % més»), la utilització d'escala exagerades, la representació de línies falses per fer prediccions, i la utilització de frases certes però estratègicament seleccionades per fonamentar una determinada argumentació. També haurien de conèixer els diferents paràmetres de tendència central que es poden utilitzar per resumir un conjunt nombrós de dades en un únic valor numèric, i les diferències que hi ha entre aquests paràmetres.

Els alumnes hauran dibuixat diagrames de barres i representat sèries temporals i gràfics esbiaixats. Hauran calculat la mediana i la mitjana d'una sèrie estadística, llegit taules, i utilitzat dades numèriques en una argumentació.

Els alumnes hauran d'haver entès els usos i abusos que es poden fer en estadística, la necessitat de disposar de vegades de les dades originals, la necessitat de buscar les dades apropiades, la influència de la variabilitat present en un conjunt de dades, i que no sempre la mitjana és el millor paràmetre centralitzador.

Pre-requisits

Els alumnes han de saber dibuixar un diagrama de barres, representar punts sobre una gràfica, calcular la mitjana i localitzar el mode.

Material i planificació

És convenient que, abans de començar aquesta unitat, els alumnes hagin recollit exemples d'anuncis publicitaris en diaris, en revistes i en la televisió que utilitzin terminologia de tipus estadístic. Aquesta col·lecció d'exemples servirà per encetar la discussió inicial de la unitat i per realitzar altres treballs que més endavant es demanen. També es necessita paper mil·limetrat.

A la secció A s'introdueixen les tècniques més habituals que s'utilitzen per desvirtuar la informació estadística. A la secció B es tracten breument alguns dels problemes relacionats amb el mot «mitjana». A la secció C es mostra com la veritat pot arribar a enganyar en separar-la hàbilment d'un context més general. Aquesta temàtica es tracta al voltant d'un debat imaginari sobre la perillositat de la circulació de motocicletes i ciclomotors.

Comentaris específics de cada secció

«Hi ha mentides, mentides maleïdes i estadístiques». «Amb l'estadística, es pot provar el que hom vulgui». «Utilitza l'estadística com un borratxo utilitza un fanal: per a recolzar-s'hi i no per a veure-hi més clar».

Aquestes frases adverteixen dels perills que comporten els abusos en estadística. És molt important que el ciutadà corrent sigui conscient d'aquestes limitacions. Sovint les representacions enganyoses no són sofisticades, tot i que poden perjudicar una interpretació correcta i conduir a conclusions errònies. Es confia que una anàlisi detallada d'uns quants dels abusos més habituals permeti als alumnes ser més crítics a l'hora d'interpretar dades estadístiques.

A continuació es presenta una llista de diferents tipus d'abusos en estadística i alguns principis generals que poden ajudar a detectar-los. No és una llista exhaustiva. Alguns d'aquests abusos poden ser investigats a partir d'exemples seleccionats de diari, revistes i televisió.

Pot resultar molt interessant donar als alumnes una llista d'aquests abusos i discutir-los a classe en acabar la unitat.

Abusos

- 1 La vista compara volums i àrees més que no pas longituds en els diagrames (A1, B2).
- 2 Utilitzar diagrames de sectors de mides diferents pot distorsionar malèvolament les diferències realment existents.
- 3 Utilitzar nivells de precisió exagerats (8,387 % de les persones, etc.).
- 4 Esmentar dades numèriques fora del seu context de procedència (A1, B2, C).
- 5 No utilitzar escales o utilitzar escales reduïdes (A1).
- 6 Fer prediccions incorrectes o forçades (A3, C).
- 7 Utilitzar el «valor mig» que més convé (B2, B3).
- 8 Formular preguntes incorrectes o tendencioses en qüestionaris.
- 9 Seleccionar una mostra auto-seleccionada per respondre un qüestionari.

- 10 Extreure conclusions a partir d'una mitjana, deixant de banda la dispersió de les dades (B3).
- 11 Obtenir connexions falses o irrelevantes (A1, B4, C).
- 12 Esmentar dades numèriques sense significat o irrelevantes (A1, C).
- 13 Seleccionar només les dades que donin suport a un determinat argument (B2, C).

Si es sospita de la presència de possibles abusos, cal formular-se preguntes com ara: Qui ho diu? Amb quina evidència? Què hi falta? Té sentit?

Secció A

És convenient i instructiu que els alumnes construeixin un mural amb anuncis que utilitzen incorrectament l'estadística. Els anuncis publicitaris pretenen vendre un producte, i la temptació d'exagerar és sovint molt gran. És interessant observar com molt sovint resulta difícil localitzar el preu d'un producte. L'apartat s'inicia amb la discussió d'un tema que es tractarà amb més profunditat a les seccions següents. Intenteu que els alumnes s'identifiquin amb els inspectors de l'agència *VERITATIS*.

A1

Ha de resultar fàcil als alumnes constatar el fet que les barres utilitzades en l'anunci de la figura 1 no tenen la mateixa amplada, així com el fet que es contraposi un gat gras i feliç amb un altre sec i descuidat. El segon diagrama de la figura 2 utilitza un fals origen i és, potser, el més esbiaixat. Com les barres del primer diagrama no tenen la mateixa amplada, resulta clar que la resposta de *c* és 3. Un altre missatge amagat és suposar que «més vol dir sempre millor»; és possible de vegades que l'excés de certs components resulti totalment innecessari o fins i tot contraproductiu.

A2

El reclam «estalvi un 50 %» és bastant habitual. A les preguntes **a** i **b** es mostra com calcular l'estalvi real que suposa l'oferta de *GATUM*. L'expressió «fins a un 20 % més» pot incloure, per descomptat, «un 100 % menys de ...». No hi ha cap indicati a partir de quina magnitud es calcula el 20 %. ¿Significa que una llauna de *GATUM* que pesi 480 g conté un 20 % més que una altra que pesi 400 g, o la comparació es realitza amb una altra marca de menjar per gats?

A3

Les preguntes **a**, **b** i **c** mostren com la gràfica té un fals origen i una escala exagerada. S'ha omès la numeració de l'escala vertical per tal d'obtenir una representació distorsionada del creixement mínim de les vendes.

A4

Els punts que es tracten en aquest apartat són més subtils, i és convenient que es discuteixin a classe abans que els alumnes contestin les preguntes.

A5

En aquest apartat els alumnes tenen la possibilitat de posar en pràctica els enganys que han observat en els aparats anteriors i criticar els intents de manipulació realitzats pels companys. Aquesta feina la poden fer a casa. Per tal de fer una recopilació dels punts tractats en aquesta secció A se suggereix a la pregunta c de revisar els anuncis publicitaris recollits per la classe en començar la unitat.

Secció B

Aquesta secció tracta sobre diferents abusos que es poden fer del terme «valor mig», ja sigui pel fet de no indicar si es refereix a la mitjana, a la mediana o al mode, o pel fet d'emfasitzar un «valor mig» quan resulta més rellevant la variabilitat d'un conjunt de dades. L'apartat B4 és opcional i tracta algunes fal·làcies referents a les proporcions. En el text s'ha fet servir l'expressió «mitjana aritmètica». A la pràctica, però, s'utilitza el terme «mitjana», quan no hi ha la possibilitat de confondre-la amb altres «mitjanes», com són la mitjana harmònica i la mitjana geomètrica.

B1

És possible que els alumnes necessitin una certa ajuda a l'hora de dibuixar el diagrama de barres. La distribució de salaris es representarà sobre una escala horitzontal graduada des de 0 ptes. fins a 600.000 ptes., que farà palès el «forat» existent entre 110.000 ptes i 590.000 ptes. Es pot decidir treballar amb milers de pessetes.

B2

En una distribució esbiaixada com aquesta, la mitjana està fortament afectada per un únic valor (590.000 ptes.), mentre que el mode no té en compte les dades majors de 60.000 ptes. Si s'ordenen els salaris, la mediana resulta ser igual a 70.000 ptes., el salari del treballador núm. 13. En aquest exemple en concret, si s'ha de triar un «valor representatiu» del conjunt de salaris, la mediana resulta ser el paràmetre menys esbiaixat.

B3

En els tres primers enunciats es mostra com, algunes vegades, el coneixement d'un únic valor representatiu resulta inútil, ja que el que interessa conèixer és el conjunt de la distribució. El mateix es pot dir en referència al quart enunciat en què no es té en compte la gran variabilitat dels preus dels habitatges ja que aquests són molt diferents segons la zona en què estan situats. La il·lustració que acompanya aquest

últim enunciat mostra a més una altra manera de desvirtuar els dibuixos. ¿Què és el que capta la nostra vista: la raó de longituds, d'àrees o de volums? La raó entre les longituds és 2:1, entre les àrees 4:1, entre els volums 8:1.

*B4

Aquestes inferències són incorrectes a causa de la interpretació incorrecta de les proporcions. La majoria de conductors circulen durant el dia, per tant, és lògic que siguin els que tenen més accidents. Suposeu, per exemple, en referència a la tercera frase, que un 95 % dels conductors porten posat el cinturó de seguretat, i que 1 de cada 100 conductors resulta ferit en accident de circulació. Per tant, de cada 10.000 conductors 100 resultaran ferits, i 90 % d'aquests portaran posats el cinturó de seguretat. Es pot veure millor a la taula T1.

Taula T1 Cinturons de seguretat i ferits (dades imaginàries)

	Amb cinturó de seguretat	Sense cinturó de seguretat	
Ferit	90	10	
No ferit	9.410	490	
	9.500	500	10.000

A partir d'aquesta taula resulta que la probabilitat de resultar ferit quan es porta posat el cinturó de seguretat és igual a $90/9.500 = 0,009$, mentre que la probabilitat de resultar ferit quan no es porta posat el cinturó és igual a $10/500 = 0,02$, molt més gran que la probabilitat anterior.

Aquest mètode de raonament s'explica més extensament en la unitat *Mostres aleatòries* del nivell 4.

Secció C

Aquesta és una secció important ja que es mostra de quina manera es pot desvirtuar la realitat en treure les dades estadístiques fora del seu context. Els errors d'interpretació provocats tant per omissions intencionades com per la selecció acurada d'unes determinades dades en front d'unes altres són bastant habituals i moltes vegades difícils de detectar. És relativament fàcil fer discursos emotius i esbiaixats. És molt més difícil realitzar una anàlisi clara i imparcial, que, a més, sovint resulta ensopida d'escoltar o escriure.

Els arguments estadístics que es fan servir per recolzar la lliure circulació de motocicletes i ciclomotors són realment esbiaixats perquè òbviament, si el nombre de motocicletes i ciclomotors és molt inferior al nombre de la resta de vehicles, és d'esperar

que el nombre de conductors i acompanyants víctimes d'accidents en motocicleta o ciclomotors sigui també molt inferior al nombre de víctimes conductors i acompanyants de la resta de vehicles.

El fet que el cens del parc de vehicles no inclogui els ciclomotors invalida el primer argument en contra. Més que considerar els vehicles censats, caldria considerar els vehicles en circulació. La proporció de motocicletes i ciclomotors en circulació en zona urbana és clarament molt superior al 6,3 % que es fa servir en el primer dels arguments en contra.

Caldria centrar el debat en la perillositat de la circulació en zona urbana. L'accidentabilitat en zona urbana és molt diferent de l'accidentabilitat en carretera. A més, no és habitual que els ciclomotors circulin per carretera.

En els arguments en contra s'assimila el fet d'estar implicat en un accident amb el fet de ser el culpable de l'accident. El fet que els conductors de motocicletes i ciclomotors estiguin implicats en un 24,2 % dels accidents amb víctimes en zona urbana no vol dir que aquests conductors siguin els culpables dels accidents. Cal tenir en compte la debilitat d'aquests vehicles en front dels turismes.

Els arguments relatius a l'edat dels conductors de motocicletes i ciclomotors implicats en accidents en zona urbana és també esbiaixat. És normal que, si aquests vehicles són conduïts majoritàriament per gent jove, siguin també els joves els més implicats en accidents d'aquests vehicles. L'argumentació intenta identificar l'atribut «ser jove» amb «ser irresponsable o temerari» en la conducció. Caldria conèixer l'edat dels conductors de motocicletes i ciclomotors en zona urbana.

Resulta difícil amb aquestes dades donar arguments no esbiaixats a favor o en contra de la temàtica a debat. En tot cas, seria bo que els alumnes arribessin a la conclusió que la problemàtica de la circulació de motocicletes i ciclomotors en zona urbana no es pot separar de la problemàtica global de la circulació en els nuclis urbans, i que els accidents només es podran reduir per l'aplicació sistemàtica d'un major nombre de mesures preventives.

Respostes

- A1** a Consulteu els comentaris específics. b Probablement el 2n.
c Consulteu els comentaris específics.
- A2** a 750 ptes., 500 ptes., 250 ptes., $250/750=1/3$ b $33\frac{1}{3}\%$
c Consulteu els comentaris específics.
- A3** c Semblant al realitzat a b. d La realitzada a la pregunta a.
e Consulteu els comentaris específics.

A4 Consulteu els comentaris específics.

B1 a Última columna de la taula: 660.000, 420.000, 450.000, 220.000, 590.000 ptes.
Total: 2.340.000 ptes.

b 25

B2 a Un és la mitjana i l'altre el mode.

b 93.600, 70.000, 60.000

c $590.000 - 60.000 = 530.000$ ptes.

e La mediana.

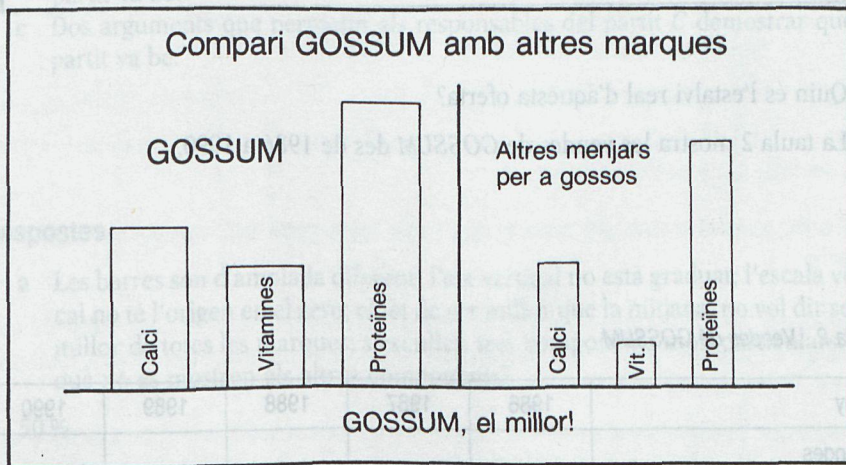
B3 a Consulteu els comentaris específics.

*B4 a Consulteu els comentaris específics.

C Consulteu els comentaris específics.

Prova

1 En un anunci publicitari de GOSSUM, una marca de menjar per a gossos, podem llegir:



La taula 1 recull les dades numèriques correctes (en unitats estàndard).

Taula 1 GOSSUM i contingut mitjà en altres menjars per a gossos

	Proteïnes	Vitamines	Calci
GOSSUM	24	20	21
Contingut mitjà en altres productes per a gossos	23	18	20

- a Escriuiu quatre aspectes de l'anunci que distorsionen la informació.
 d Dibuixeu un diagrama de barres no esbiaixat que mostri les dades de la taula 1.

2 En un altre anunci de GOSSUM podem llegir:

Comprant una llauna n'hi donem
una altra COMPLETAMENT GRATUÏTA

Estalvii un 100 %



Quin és l'estalvi real d'aquesta oferta?

3 La taula 2 mostra les vendes de GOSSUM des de 1986 a 1990.

Taula 2 Vendes de GOSSUM

Any	1986	1987	1988	1989	1990
Vendes (milers de llaunes)	530	533	534	540	550

Dibuixeu una gràfica esbiaixada d'aquestes dades de manera que doni la impressió que les vendes de GOSSUM creixen ràpidament.

4 «El cost mitjà de la reparació d'una moto de 49 cc és de 5.000 ptes. Disposo de 6.000 ptes., per tant puc portar tranquil·lament la meva moto a arreglar».

Per què és erroni aquest raonament?

5 La taula 3 ens presenta els vots obtinguts per tres partits polítics imaginaris -A, B i C- en les tres últimes eleccions. Les dades han estat arrodonides als milers.

Taula 3

	1ra. elecció		2na. elecció		3ra. elecció	
	Vots	% d'aquests vots	Vots	% d'aquests vots	Vots	% d'aquests vots
Partit A	8.000	40 %	10.000	33 %	12.000	30 %
Partit B	10.000	50 %	15.000	50 %	18.000	45 %
Partit C	2.000	10 %	5.000	17 %	10.000	25 %
Total vots	20.000		30.000		40.000	

Escriuiu:

- a Dos arguments que permetin als responsables del partit A demostrar que el partit va bé.
- b Dos arguments que permetin als responsables del partit B demostrar que el partit va bé.
- c Dos arguments que permetin als responsables del partit C demostrar que el partit va bé.

Respostes

- 1 a Les barres són d'amplada diferent; l'eix vertical no està graduat; l'escala vertical no té l'origen en el zero; el fet de ser millor que la mitjana, no vol dir ser la millor de totes les marques; s'escullen tres components molt particulars: per què no es mostren els altres components?
- 2 50 %
- 4 No hi ha cap informació sobre la variabilitat dels preus de les reparacions. Amb un valor mig de 5.000 ptes. és perfectament possible que una factura costi més de 6.000 ptes.
- 5 Hi ha moltes respostes possibles.
 - a En cada elecció hem incrementat el nombre de vots. Últimament, el tant per cent de votants del partit B ha anat disminuint. El partit C no ha aconseguit mai superar el 25 % dels vots.
 - b Hem guanyat totes les eleccions. En cada elecció hem augmentat en vots més que no pas el partit A. El tant per cent de vots del partit A ha anat disminuint sistemàticament en les darreres eleccions.

- c En cada elecció hem augmentat el nombre dels nostres votants. En cada elecció, el tant per cent d'increment del nombre de vots al nostre partit, ha anat augmentat. Els partits A i B han anat disminuint el seu percentatge de vots en cada elecció. En l'última elecció hem multiplicat per cinc el nombre de vots respecte a la primera.

Connexions amb altres unitats del projecte

Altres unitats del mateix nivell (nivell 3)

Més i més cotxes	Quants n'hi ha?	Control de qualitat
Piràmides de població	Enquestes d'opinió	

Unitats d'altres nivells que tracten una temàtica igual o semblant

Nivell 1 Lleure i diversió

Nivell 2 Autors anònims
No és cert tot el que es veu

Goool!

Nivell 4 Quantifiquem el futur

Censos de població

Aquesta unitat és d'interès general i particularment interessant en les àrees de Ciències socials, Matemàtiques i Comerç.

Interconnexions entre els conceptes i les tècniques utilitzades en aquestes unitats

La taula que es presenta ens mostra aquestes interconnexions. El codi numèric que figura a l'esquerra fa referència als ítems detallats en el capítol 5 del llibre *L'ensenyament de l'Estatística 11-16*.

Tot ítem que figuri a la columna *Pre-requisits estadístics* ha d'haver estat tractat abans d'abordar aquesta unitat. A la dreta, i a la mateixa alçada, s'indiquen les unitats que introdueixen aquesta idea o tècnica.

Els ítems que figuren a la columna *Idea o tècnica utilitzada* no s'introdueixen específicament ni tenen una atenció especial en la unitat. Poden figurar en un o més exemples i es tracten dins d'un context més general. No és necessari tenir un coneixement previ d'aquests ítems a l'hora de tractar la unitat. A les dues columnes de la dreta s'informa de la resta d'unitats que introdueixen o utilitzen aquests ítems i que poden ser presentades abans o després d'aquesta unitat.

Els ítems que figuren a la columna *Idea o tècnica introduïda* es tracten específicament en la unitat i, si es tracta d'una tècnica, es mostra el seu desenvolupament amb tot detall. A la columna de la dreta hi figuren les unitats que tracten aquests mateixos ítems.

Codi Núm.	Pre-requisits estadístics	Introduïts a		
2.2a	Diagrames de barres	Lleure i diversió	Autors anònims	
3.1a	Mode	No és cert tot el que ...	Més i més cotxes	Lleure i diversió
3.1c	Mitjana de conjunts petits de dades	No és cert tot el que ...	Control de qualitat	
	<i>Idea o tècnica utilitzada</i>	<i>Introduïda a</i>	<i>També utilitzada a</i>	
1.2a	Utilització de dades discretes	No és cert tot el que ...	Lleure i diversió Més i més cotxes Control de qualitat Quantifiquem el futur	Autors anònims Quants n'hi ha? Piràmides de població Censos de població
1.4b	Utilització de dades ja tabulades	Piràmides de població Censos de població	Més i més cotxes	Quantifiquem el futur
2.2b	Pictogrames		Piràmides de població	
4.1a	Freqüència relativa d'un esdeveniment			
5h	Lectura de conjunts de dades bivariants	Censos de població		

Codi Núm.	<i>Idea o tècnica introduïda</i>	<i>També utilitzada a</i>		
1.2c	Problemes relacionats amb l'agrupació de dades	Autors anònims Censos de població	Més i més cotxes	Enquestes d'opinió
2.2j	Diagrames de sèries temporals	Gooo! Piràmides de població	Més i més cotxes Quantifiquem el futur	Control de qualitat
3.1b	Mediana de petits conjunts de dades	No és cert tot el que ...		
3.2a	Rang	Autors anònims	Control de qualitat	Quantifiquem el futur
3.2o	Dispersió en una distribució o població			
5a	Lectura de taules	Lleure i diversió No és cert tot el que ... Piràmides de població	Autors anònims Més i més cotxes Quantifiquem el futur	Gooo! Quants n'hi ha?
5b	Lectura de diagrames de barres, diagrames de sectors i histogrames	Lleure i diversió Control de qualitat	No és cert tot el que ... Piràmides de població	Més i més cotxes
5c	Lectura de sèries temporals	Lleure i diversió Piràmides de població	Més i més cotxes Quantifiquem el futur	Control de qualitat
5f	Comparació de dades que precisen d'ajustaments previs			
5u	Inferències a partir de diagrames de barres	Autors anònims	Més i més cotxes	Piràmides de població
5v	Inferències a partir de taules	Lleure i diversió Més i més cotxes Piràmides de població	Gooo! Quants n'hi ha? Quantifiquem el futur	No és cert tot el que ... Control de qualitat Censos de població
5z	Detecció de tendències	Més i més cotxes Censos de població	Control de qualitat	Piràmides de població