

# La loteria de la classe

## Propòsits i objectius

### Continguts

	Pàgina
<b>Breu descripció</b>	37
<b>Propòsits i objectius</b>	37
<b>Pre-requisits</b>	37
<b>Material i planificació</b>	37
<b>Comentaris específics de cada secció</b>	38
Secció A	38
Secció B	40
Secció C	42
<b>Respostes</b>	44
<b>Prova</b>	45
Respostes	46
<b>Connexions amb altres unitats del Projecte</b>	47
<b>Fulls R a les pàgines</b>	50-55



## Breu descripció

Aquesta unitat comença amb l'estudi de l'equitat de diferents jocs, i a partir d'aquesta idea s'arriba al concepte de mostreig aleatori i a la utilització de taules de números aleatoris. Això es fa servir per obtenir els números que surten premiats en un joc de loteria.

Amb un model simplificat es simulen els sorteigs setmanals de la loteria nacional i s'estudien alguns raonaments erronis que sovint es fan en aquestes situacions.

**Durada de la unitat:** aproximadament 4 hores.

## Propòsits i objectius

En acabar aquesta unitat els alumnes haurien de ser capaços de confeccionar taules de números aleatoris utilitzant mecanismes adequats que assegurin l'aleatorietat dels resultats, i també d'utilitzar taules de números aleatoris per extreure petites mostres d'una població que tingui com a màxim 100 individus que s'hauran de numerar.

Els alumnes hauran interpretat dades recollides en taules o representades en diagrames de barres.

Els alumnes haurien d'haver entès la relació entre selecció aleatòria i resultats equiprobables, així com alguns dels problemes relacionats amb l'obtenció de números realment aleatoris. Hauran estudiat algun fenomen que presenta variabilitat aleatòria.

Els alumnes haurien de conèixer els fonaments estadístics de la loteria.

## Pre-requisits

Per aplicar el *mètode 1* de l'apartat *B1*, que és opcional, els alumnes han de saber utilitzar el compàs i el transportador d'angles. En algunes qüestions opcionals han de dibuixar diagrames de barres, per tant seria convenient que ja n'haguessin fet.

## Material i planificació

Per a la secció *A* es necessitaran unes 200 fitxes, monedes, daus, paper quadriculat i una bossa (per al joc *la bossa dels noms*).

Per a la secció *B* es necessitaran compassos, regles, transportadors d'angles, cartolines, xinxetes i tissores, i també daus i monedes.

Per a la secció *C* es necessitaran unes 100 fitxes i un quadrat de 10×10 per anotar la compra de les butlletes de la loteria, numerades del 0 al 99.

A la secció A s'estudien jocs senzills amb monedes i daus per establir la idea d'equitat. En els dos últims jocs s'introdueixen els números aleatoris i el mostreig aleatori. A la secció B es continuen desenvolupant aquestes idees i s'ensenya la utilització de les taules de números aleatoris. A la secció C es fan servir aquestes taules per escollir les butlletes premiades al joc de la loteria.

## Comentaris específics de cada secció

### Secció A

Per a tots els jocs d'aquesta secció els alumnes han d'agrupar-se de tres en tres. (Pot ser convenient que, durant tota la secció, els tres membres de cada grup s'anomenin Anna, Bernat i Carles). Es recomana que cada grup faci cinc apartats: A1 i A2 o A3 i A4, i després A5, A6 i A7.

Hauria de quedar ben clar que si en un joc tots els jugadors tenen la mateixa probabilitat de guanyar, el joc és equitatiu. Això no vol dir que els jugadors no puguin fer trampes.

El fet que un joc sigui equitatiu quedarà reflectit en els resultats, encara que cal esperar una variabilitat aleatòria. Es poden dissipar els dubtes sobre l'equitativitat d'un joc ajuntant els resultats de tota la classe. Els diagrames de barres són opcionals, però poden aclarir d'una manera visual si el joc és equitatiu o esbiaixat.

Es poden donar algunes explicacions teòriques als alumnes més avançats; sempre relacionades amb esdeveniments equiprobables.

#### A1

És un joc **EQUITATIU**.

Es pot justificar a partir d'aquesta taula dels possibles resultats.

A	C	C	C	C	+	+	+	+
B	C	C	+	+	C	C	+	+
C	C	+	C	+	C	+	C	+
Guanyador	Tornar a tirar	C	B	A	A	B	C	Tornar a tirar

## A2

És un joc NO EQUITATIU.

L'Anna i en Bernat tenen un 50 % de probabilitat de quedar eliminats a la primera ronda (semifinal). En Carles només pot quedar eliminat a la segona ronda (final). En Carles té una probabilitat de guanyar igual a  $1/2$ ; l'Anna i en Bernat tenen una probabilitat de guanyar igual a  $1/4$ .

Per exemple, si en Bernat jugués sempre *cara* contra l'Anna, i en Carles jugués sempre *creu*, els possibles resultats serien:

C	C	Guanya en Bernat
C	C	Guanya en Carles
+	C	Guanya l'Anna
+	+	Guanya en Carles

## A3

Si el dau no és esbiaixat, el joc és clarament EQUITATIU.

## A4

És un joc NO EQUITATIU.

En Bernat, que escull *cara* i *creu* té més probabilitat de guanyar. Els possibles resultats són:

1a moneda	2a moneda	Resultat
C	C	Guanya l'Anna
C	+	Guanya en Bernat
+	C	Guanya en Bernat
+	+	Guanya en Carles

Els tres esdeveniments *dues cares*, *dues creus* i *cara i creu* no són equiprobables. Els resultats del joc haurien de reflectir-ho.

## A5

És un joc NO EQUITATIU, perquè ningú escriu números aleatòriament; en general els números que s'escriuen més són el 3 i el 7, mentre que s'escriuen poc l'1 i el 9.

## A6

És un joc EQUITATIU sempre que les paperetes siguin de la mateixa mida, es pleguin de la mateixa manera i es barregin molt bé. Tot això s'ha de recalcar als alumnes.

## A7

És un resum dels apartats anteriors. A la qüestió **b** queda palès que un joc equitatiu pot presentar variabilitat aleatòria. (Amb 20 fitxes i 3 jugadors és impossible que tots en guanyin el mateix nombre.) la qüestió **c** està pensada per fer entendre als alumnes que si repeteixen el joc moltes vegades podran decidir amb més certesa si el joc és o no equitatiu.

A la qüestió **d** es pretén que els alumnes considerin els llançaments d'una moneda o d'un dau.

## Secció B

En aquesta secció es generen números aleatoris a partir d'esdeveniments equiprobables.

### B1

Els quatre mètodes que s'exposen en aquest apartat poden investigar-se individualment o per parelles; en aquest cas un alumne anirà generant els números i el seu company els anirà enregistrant. La majoria dels alumnes en tenen prou estudiant dos d'aquests mètodes per entendre les idees bàsiques. (Els mètodes 1 i 4 són els més llargs). Tots els mètodes són equitatius.

#### *Mètode 1*

Es descriu la construcció d'una ruleta amb 10 sectors. De manera alternativa, si no es disposa de gaire temps, es pot utilitzar una ruleta de professional o bé una construïda pel professor.

#### *Mètode 2*

A la taula 3 queda clar que el mètode és equitatiu. Pot ser necessari donar més exemples per comprendre el funcionament de la taula.

### Mètode 3

Per investigar aquest mètode es necessita un dau icosaèdric. Per la seva dificultat no es recomana que el construïxin els alumnes. Si no se'n disposa de cap, es prescindirà d'aquest mètode.

### Mètode 4

(Aquest mètode està basat en el sistema de numeració binària. Es substitueix + per 0 i C per 1. Per exemple, +CCC serà 0111, que és 7 en notació binària. Això pot resultar interessant als alumnes familiaritzats amb aquest sistema de numeració).

A la taula 5 donen tres exemples de com s'utilitza la taula 4. Convé insistir-hi abans de començar l'estudi.

Els 40 números generats per cada un d'aquests mètodes s'han d'anar apuntant en una llista i després s'han d'omplir les taules dels fulls R1 i R2.

Els diagrames de barres per mostrar la distribució de freqüències són opcionals. Haurien de resultar uniformes; l'efecte de la variabilitat aleatòria es pot reduir si s'agrupen els resultats de tota la classe.

Cal tenir en compte que números no aleatoris poden quedar també distribuïts uniformement. Per exemple:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ...

Aquests números no aleatoris segueixen una distribució uniforme. La principal característica dels números aleatoris és que cada número de la llista té la mateixa probabilitat de ser qualsevol dels dígitos.

## B2

- Aquest mètode es pot considerar aleatori.
- Es pot considerar aleatori sempre i quan a la pàgina escollida no hi figuri una empresa que tingui molts números que siguin consecutius.
- Aquest mètode no és aleatori perquè les dues primeres xifres dels números de telèfon van associades a una zona geogràfica.
- En aquesta pregunta es revisen els conceptes ja vistos a l'apartat A5. Normalment s'observaran pocs 0 i 9 i tampoc solen haver-hi números consecutius repetits.

## B3

Les taules de números aleatoris s'introdueixen com una sèrie de resultats que s'han obtingut amb un mecanisme aleatori. Els ordinadors, per procediments aritmètics, generen llistes de números que satisfan tots els tests estàndards d'aleatorietat.

Als alumnes més avançats se'ls pot ensenyar altres maneres d'utilitzar les taules. Per exemple, per a obtenir números de l'1 al 17 es fan servir números aleatoris de dues xifres de la següent manera: si la xifra de les desenes és *parell*, li associem un 0, i si és *senar* un 1; s'ignoren el 00, 18 i 19.

Així 77 04 01 09 73 59 84 dóna  
17 4 1 9 13 ~~19~~ 4

(L'abundància de 7 i 9 a la llista de números aleatoris de la taula 6 s'hauria de comentar com un fet possible en llistes curtes, degut a la variabilitat aleatòria).

#### \*B4

Aquesta secció és opcional i està pensada perquè la facin els alumnes que van més avançats mentre esperen a la resta de la classe.

Els alumnes poden numerar-se per ordre alfabètic, per la taula que ocupen a l'aula... En situacions com la plantejada, les mostres s'agafen normalment «sense reemplaçament», per tant si surt un número que ja ha sortit, s'ignora (qüestions **b** i **c**). Pot ser interessant discutir aquest punt amb els alumnes.

### Secció B

#### B1

### Secció C

#### C1

- a És un mètode equitatiu.
- b Si es poguessin escollir els números no hi hauria cap diferència. Això s'explica en el joc de la loteria.



## C2

El professor és qui controla la venda de les butlletes i realitza el sorteig, tal com s'explica al llibre dels alumnes (si ho preferiu, aquesta feina la pot fer un alumne). Per portar el control de vendes, pot ser útil un tram de  $10 \times 10$  (vegeu **material i planificació**). Cal que la classe s'organitzi en 10 grups o, si ho preferiu, es pot organitzar en grups de 11 alumnes per tal que juguin diferents grups a l'hora. En aquest segon cas, un dels alumnes de cada grup controlarà la venda de butlletes i realitzarà el sorteig i els altres 10 compraran les butlletes i jugaran individualment. La suggerència que es fa al llibre dels alumnes que cada grup decideixi com escollirà les butlletes està pensada per fer sorgir algunes fal·làcies i supersticions lligades als sorteigs (l'1 no surt quasi mai, el 13 porta mala sort...).

Si es juga a la loteria tal com es descriu al llibre dels alumnes, el tram de  $10 \times 10$  es per assegurar que dos grups no comprin una mateixa butlleta. De manera alternativa es poden utilitzar tiquets numerats del 0 al 99, que els grups aniran comprant per torns. Per determinar l'ordre en què els diferents grups compraran les butlletes es pot fer servir qualsevol mètode senzill i equitatiu.

Per fer el joc més semblant a la realitat, es podria pactar quin percentatge de la recaptació es destina a premis i quin es queda l'organització. Al joc que es descriu en el llibre dels alumnes tota la recaptació es destina a premis.

## C3

Pot ser interessant conèixer quants diners ha guanyat cada grup, així com veure quants grups han superat les 1.000 ptes. en premis, i en quina quantitat ho han superat.

La qüestió d és per insistir que els números que han estat més afortunats en aquests 10 sorteigs tenen la mateixa probabilitat de sortir que qualsevol altre conjunt de números si es continuava el joc. Si es feien molts sorteigs, els números tendrien a sortir el mateix nombre de vegades. La qüestió e està pensada per mostrar als alumnes que els grups que han escollit primer les butlletes no han de ser forçosament els que guanyin més diners, i que per descomptat no té cap importància quins números han escollit. En resposta a la qüestió g, el mètode és equitatiu per la pròpia definició de números aleatoris.

Per acabar, pot ser interessant una discussió sobre les característiques principals de les loteries. Donat que les organitzacions es queden en percentatge de la recaptació, el total de diners que suposen els premis és menor que el total de diners recaptats, per tant no és d'esperar que es recuperi tot el que s'ha invertit. No obstant això, la gent continua comprant butlletes de loteria per la petita probabilitat d'aconseguir un premi gran.

## C4

Les qüestions d'aquest apartat poden contestar-se consultant el conjunt dels resultats del joc de la loteria, tenint en compte la possible variabilitat aleatòria de la qual ja se n'ha parlat a C3. S'hauria de concloure que no hi ha cap estratègia millor que una altra.

## Respostes

**A1** c Equitatiu      **A2** c No equitatiu

**A3** c Equitatiu      **A4** c No equitatiu

**A5** c No equitatiu. Consulteu els comentaris específics.

**A6** c Equitatiu. Consulteu els comentaris específics.

**A7** a Consulteu les respostes anteriors.

**b** No. Consulteu els comentaris específics.

**c** Consulteu els comentaris específics.

**d** Consulteu els comentaris específics.

**B2** Consulteu els comentaris específics.

**B3** c 0, 4, 0, 1, 0, 3, 4, 3, 5, 1

**d** 4, 1, 3, 4, 3, 5, 6, 2, 3, 4

**f** 4, 1, 9, 73, 35, 12, 39, 43, 64, 40 són les respostes si es llegeix la taula des del començament i per files.

**B4** Consulteu els comentaris específics.

**C1** Consulteu els comentaris específics.

**C3** **d** No. Consulteu els comentaris específics.      **f** No.

**g** Sí.

## Prova

(Si hi ha un V/F al final de la pregunta, has de decidir si l'enunciat és veritable (V) o fals (F).)

1 L'Anna, en Bernat i en Carles han jugat a tres jocs diferents 21 vegades. Aquí teniu les taules dels resultats:

Joc 1	Partides guanyades	Joc 2	Partides guanyades	Joc 3	Partides guanyades
Anna	6	Anna	4	Anna	5
Bernat	8	Bernat	12	Bernat	9
Carles	7	Carles	5	Carles	7

- En un joc equitatiu tots tres jugadors haurien guanyat 7 vegades. (V/F)
  - El joc 1 és probablement un joc equitatiu. (V/F)
  - El joc 2 és probablement un joc equitatiu. (V/F)
  - Què podrieu fer per decidir amb més certesa si el joc és equitatiu o no ho és?
- 2 En una llista de 10 números aleatoris d'una xifra cada dígit del 0 al 9 sempre hi sortirà una vegada. (V/F)
- 3 Descriviu un mètode per obtenir números aleatoris amb daus, monedes o ruletes.
- 4 L'Anna té una llista de números aleatoris. Comença així: 3, 2, 1, 7, 3, 8, ...
- El següent número no pot ser un 8. (V/F)
  - És més probable que el següent número sigui un 5 que un 3. (V/F)
- 5 Una llista de números inventats per vosaltres és una llista de números aleatoris. (V/F)
- 6 A continuació s'exposen diverses maneres d'obtenir números. Digueu si els números resultants seran aleatoris (A) o no aleatoris (N).
- Anotar els números de les sabates dels alumnes de la vostra classe. (A/N)
  - Comptar el nombre de paraules d'una pàgina, d'un llibre i a continuació anotar la xifra de les unitats. (A/N)
  - Amidar l'alçada dels alumnes de la vostra classe i a continuació anotar la primera xifra. (A/N)

7 La següent llista està treta d'una taula de números aleatoris.

87 71 56 03 85 03 11 69 23 98 78 64 52 19 04 39

Comenceu cada vegada per l'inici de la línia i escriviu 5 números aleatoris:

- a del 0 al 9      b del 3 al 7  
c del 0 al 74      d del 25 al 70

8 En el joc de «la loteria de la classe»:

- a Els números *parells* tenen més probabilitat de sortir que els números *senars*. (V/F)  
b Hi haurà grups que guanyaran més diners que els altres. (V/F)  
c Els números petits sempre són més afortunats que els números grans. (V/F)  
d Tots els conjunts possibles de 10 números tenen la mateixa probabilitat de guanyar. (V/F)

9	Annas	4	Annas	6	Bernat
8	Bernat	12	Bernat	8	Catxes
7	Catxes	5	Catxes	5	Catxes

## Respostes

### Respostes

1 a F    b V    c F    d Jugar-hi més vegades.

2 F

3 Qualsevol dels mètodes de la secció B1.

4 a F    b F

5 F

6 a N    b A    c N

7 a 8, 7, 7, 1, 5      b 7, 7, 5, 6, 3

c 71, 56, 3, 3, 11      d 56, 69, 64, 52, 39

8 a F    b V    c F    d V

## Connexions amb altres unitats del projecte

### Altres unitats del mateix nivell (nivell 1)

Treure un cinc

Jocs d'atzar

La pràctica ens ajuda a millorar

Taules estadístiques

Coneguem la nostra classe

Plou o fa sol

Lleure i diversió

### Unitats d'altres nivells que tracten una temàtica igual o semblant

Nivell 3

Control de qualitat

Enquestes d'opinió

Nivell 4

Margarina o mantega?

Mostres aleatòries

Aquesta unitat és particularment interessant en l'àrea de Matemàtiques.

### Interconnexions entre els conceptes i les tècniques utilitzades en aquestes unitats

La taula que es presenta ens mostra aquestes interconnexions. El codi numèric que figura a l'esquerra fa referència als ítems detallats en el capítol 5 del llibre *L'ensenyament de l'Estadística 11-16*.

Tot ítem que figurei a la columna *Pre-requisits estadístics* ha d'haver estat tractat abans d'abordar aquesta unitat. A la dreta, i a la mateixa alçada, s'indiquen les unitats que introdueixen aquesta idea o tècnica.

Els ítems que figuren a la columna *Idea o tècnica utilitzada* no s'introdueixen específicament ni tenen una atenció especial en la unitat. Poden figurar en un o més exemples i es tracten dins d'un context més general. No és necessari tenir un coneixement previ d'aquests ítems a l'hora de tractar la unitat. A les dues columnes de la dreta s'informa de la resta d'unitats que introdueixen o utilitzen aquests ítems i que poden ser presentades abans o després d'aquesta unitat.

Els ítems que figuren a la columna *Idea o tècnica introduïda* es tracten específicament en la unitat i si es tracta d'una tècnica, es mostra el seu desenvolupament amb tot detall. A la columna de la dreta hi figuren les unitats que tracten aquests mateixos ítems.

<i>Codi Núm.</i>	<i>Pre-requisits estadístics</i>	<i>Introduïts a</i>	
	Cap		
	<i>Idea o tècnica utilitzada</i>	<i>Introduïda a</i>	<i>També utilitzada a</i>
1.2a	Utilització de dades discretes	Treure un cinc Coneguem la nostra classe Plou o fa sol Jocs de fira	Taules estadístiques Jocs d'atzar Lleure i diversió Control de qualitat
1.3c	Mostres procedents de distribucions o poblacions teòricament infinites	Jocs de fira	Control de qualitat
1.4a	Obtenció de dades pròpies	Treure un cinc Lleure i diversió Mostres aleatòries	Jocs de fira Control de qualitat
2.1a	Construcció de taules de freqüència per a una variable	Coneguem la nostra ... Plou o fa sol Taules estadístiques	Lleure i diversió Margarina o mantega?
2.2a	Diagrames de barres per a dades discretes	Treure un cinc Lleure i diversió	Control de qualitat

<i>Codi Nùm.</i>	<i>Idea o tècnica introduïda</i>	<i>També utilitzada a</i>		
1.3e	Variabilitat mostral	Jocs d'atzar Jocs de fira Margarina o mantega?	La pràctica ens ajuda... Control de qualitat	Plou o fa sol Enquestes d'opinió
1.3f	Números aleatoris	Plou o fa sol		
1.3.g	Taules de números aleatoris	Plou o fa sol	Enquestes d'opinió	
4.3n	Imparcialitat i aleatorietat			
5a	Lectura de taules	Treure un cinc Plou o fa sol Mostres aleatòries	Coneguem la nostra... Lleure i diversió	Jocs d'atzar Taules estadístiques
5b	Lectura de diagrames de barres, diagrames de sectors i histogrames	Control de qualitat Coneguem la nostra classe	Lleure i diversió	Taules estadístiques
5x	Comparació de valors actuals amb valors estimats	Jocs d'atzar Margarina o mantega?	Plou o fa sol Mostres aleatòries	Jocs de fira

Taula 8 Recomppte per al primer mètode  
Mètode escollit...

Número	Recomppte	Total
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

Taula 10  
Números obtinguts amb el mètode 4

1r i 2n llançament		3er i 4rt llançament		Número
1	2	3	4	

Taula 9 Recomppte per al segon mètode  
Mètode escollit...

Número	Recomppte	Total
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10



R2

Taula 11  
Mètode 4. Recompte

Número	Recompte	Total
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

R1

Taula 12  
Taulas de números aleatoris. Recompte

Número	Recompte	Total
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

GRUP .....

BUTLLETES

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Premi	Valor (ptes.)	Setmanes									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	10										
2	10										
3	10										
4	10										
5	10										
6	10										
7	10										
8	10										
9	10										
10	10										
11	50										
12	50										
13	50										
14	50										
15	100										
16	100										
17	500										
TOTAL GUANYAT											

Total guanyat després de les 10 setmanes ..... ptes.

R 3

Taula 13 Números aleatoris

77	04	01	09	73	89	84	35	77	76	12	39	43	64	97	40	83	99	18	26
39	00	29	43	44	23	01	92	63	88	89	61	91	67	90	04	22	34	19	93
63	78	56	92	64	87	82	73	33	53	25	36	40	91	19	52	36	40	91	19
52	67	36	19	67	84	34	55	97	37	92	30	27	26	71	04	71	78	38	15
58	21	59	06	07	57	57	99	40	43	47	18	03	62	91	41	60	90	45	13
24	65	06	55	72	04	87	31	29	39	56	29	93	95	65	90	95	99	87	46
66	36	07	93	49	20	02	59	48	54	35	73	34	68	72	44	28	87	44	81
09	77	10	52	52	52	65	29	15	82	81	23	56	99	82	21	01	62	81	98
14	56	32	69	71	27	29	74	87	24	79	42	66	10	50	75	47	87	08	26
35	84	64	56	47	54	11	22	93	84	75	65	06	91	47	47	67	25	97	25
08	35	58	94	06	04	02	41	56	90	12	38	09	87	20	22	20	30	72	51
39	84	92	69	36	47	42	09	72	28	20	63	90	67	24	56	54	27	12	89
16	20	61	32	75	91	50	16	53	51	83	14	30	93	83	74	59	31	70	81
54	35	42	49	55	57	13	50	70	03	72	39	48	67	94	73	37	67	13	39
66	29	74	71	55	60	88	08	10	62	08	10	55	28	51	86	52	75	00	14
59	00	51	60	44	72	59	53	94	22	10	74	38	54	43	43	45	29	91	74
43	45	29	91	74	43	58	08	72	99	89	09	38	66	75	45	49	00	47	42
75	47	88	59	25	21	04	61	07	14	40	73	42	68	67	25	68	76	98	45
28	80	46	57	74	80	62	57	51	32	33	42	06	56	17	81	94	25	05	63
58	62	21	99	86	58	90	78	87	05	96	57	38	14	37	35	05	51	87	25
87	71	56	03	65	03	11	69	23	98	78	64	52	19	04	99	04	73	90	48
41	21	95	96	34	83	03	16	31	72	11	50	65	47	58	80	68	92	79	82
77	93	27	40	49	08	05	83	42	49	80	95	99	46	24	51	85	74	13	83
81	27	96	24	42	13	33	55	25	65	91	39	43	36	83	32	40	32	48	71
93	44	83	25	03	62	06	48	98	74	38	18	76	63	58	44	87	58	91	26

47	04	95	29	28	67	85	59	17	41	49	89	23	35	50	90	28	97	55	86
20	52	82	47	00	24	00	46	69	91	07	37	21	93	54	92	73	09	06	08
36	67	47	47	03	16	69	50	48	41	70	97	26	43	30	52	10	16	85	03
35	60	74	94	29	84	89	72	57	65	49	30	11	61	54	88	18	85	68	32
37	80	42	50	20	09	57	58	41	58	42	62	17	11	94	98	81	98	04	49
10	91	74	06	38	02	57	04	25	67	52	47	72	59	62	22	42	44	98	26
10	17	59	75	76	74	67	12	19	68	34	28	32	54	11	80	14	51	42	07
42	45	57	52	07	84	44	43	01	65	20	56	64	01	46	39	26	73	83	92
01	61	18	96	23	36	41	01	57	70	20	29	64	90	49	77	41	32	85	93
74	91	20	66	07	62	81	51	40	58	26	21	96	98	14	57	69	96	99	86
30	25	71	25	27	20	69	11	38	51	41	67	45	95	22	35	55	75	36	20
84	64	38	27	68	61	01	90	31	58	18	77	70	79	15	29	55	10	20	18
28	69	32	14	56	22	86	70	48	24	83	87	16	63	66	62	21	74	98	04
38	40	21	06	72	81	04	57	41	98	12	60	98	24	11	51	34	27	02	49
06	36	38	42	84	53	41	95	37	29	48	68	72	86	22	22	71	76	85	09
30	36	31	16	12	35	75	25	20	31	83	50	84	83	34	07	37	45	09	73
18	87	76	43	56	63	19	65	36	86	14	47	86	86	30	97	48	08	80	49
32	70	17	68	75	98	52	05	67	68	22	94	80	18	05	90	28	45	40	52
66	60	69	56	87	43	72	87	76	43	40	66	08	77	50	43	70	91	86	54
32	60	71	47	28	06	21	63	63	16	25	32	21	35	62	47	20	42	08	87
43	89	32	54	85	23	87	60	87	38	11	47	76	85	83	97	89	52	11	56
49	55	09	63	51	15	26	48	22	99	40	82	75	31	19	71	87	57	58	67
00	04	13	23	93	86	64	21	15	55	69	21	19	54	22	57	61	46	85	70
99	50	06	22	15	92	33	21	68	45	25	97	27	21	06	67	93	15	96	29
80	62	34	15	07	51	34	99	93	37	31	96	54	85	39	37	94	10	91	51

Table 13. Airborne lead.

77	04	01	09	79	89	94	35	77	76	12	39	45	64	97	41	57	68	74	79
80	80	29	48	04	21	04	88	83	33	93	82	24	82	30	34	34	10	01	21
89	20	88	57	44	81	32	31	88	92	32	24	73	71	19	61	39	42	86	18
90	07	35	59	87	24	84	51	12	82	88	30	18	24	33	84	81	78	88	30
93	88	88	88	07	12	59	48	33	33	40	95	52	91	18	31	01	91	86	63
93	88	33	23	87	32	87	80	81	38	11	73	39	82	83	81	88	88	11	89
94	88	88	56	71	04	87	31	28	33	53	73	83	88	88	88	88	88	11	89
95	80	37	93	58	88	31	88	83	54	39	23	34	98	83	43	33	83	88	81
98	80	88	88	81	83	55	83	18	83	80	88	88	33	88	83	33	83	88	84
91	80	11	88	12	88	23	88	81	88	33	88	88	18	88	80	39	82	88	85
18	81	88	93	88	88	12	22	88	88	18	81	88	88	88	81	88	88	88	88
20	38	21	48	12	38	12	38	28	21	87	88	81	87	28	81	21	48	88	32
28	38	28	48	12	38	12	38	28	21	87	88	81	87	28	81	21	48	88	32
38	80	51	88	35	81	88	25	87	88	43	88	88	84	81	24	34	31	83	88
58	82	83	42	88	83	88	50	88	88	88	18	88	88	88	83	31	84	88	84
84	88	38	31	88	81	88	88	31	88	88	33	53	28	38	88	82	18	80	18
89	88	31	38	31	39	88	43	88	31	40	91	38	88	28	28	28	38	39	39
89	84	38	88	84	43	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88
91	81	18	88	18	28	81	01	81	18	80	38	88	88	88	33	88	33	88	88
88	88	81	83	83	88	48	81	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88
88	83	88	82	88	88	88	18	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88
19	91	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88
81	80	83	80	30	88	85	78	87	28	43	85	65	47	84	88	88	88	88	88
72	88	38	88	28	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88
88	23	51	81	88	18	85	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88
88	23	83	83	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88	88
41	04	82	38	38	81	82	28	11	48	88	88	33	38	20	80	38	81	82	88