



**EPS**

Escola Politècnica  
Superior

## Projecte/Treball Fi de Carrera

**Estudi:** Enginyeria Industrial. Pla 2002

**Títol:** Estudi del model dinàmic d'un robot submarí d'intervenció (I-AUV) compostat per un vehicle i un braç manipulador

**Document:** Memòria i Annexos

**Alumne:** Sergi Culubret i Cortada

**Director/Tutor:** Andres El-Fakdi Sencianes  
**Departament:** Arquitectura i Tecnologia de Computadors  
**Àrea:** ATC

**Convocatòria (mes/any):** 07/09



## INDEX

<b>1</b>	<b>INTRODUCCIÓ</b>	<b>1</b>
1.1	ANTECEDENTS	1
1.2	OBJECTIUS	2
1.3	ABAST	2
<b>2</b>	<b>ICTINEU</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>MODEL HIDRODINÀMIC D'UN ROBOT SUBMARÍ</b>	<b>7</b>
3.1	ESTUDI CINEMÀTIC	7
3.1.1	Notació per vehicles marins	7
3.1.2	Posició i orientació del vehicle	9
3.1.3	Relació entre l'acceleració lineal i la posició relativa al sistema del vehicle	9
3.1.4	Relació entre l'acceleració angular i l'orientació	11
3.1.5	Posició i orientació del vehicle	13
3.2	ESTUDI DINÀMIC	15
3.2.1	El model complet	15
3.2.2	Força i parell resultant exercits pels propulsors	17
3.2.3	Forces i moments de gravetat i flotabilitat	18
3.2.4	Forces i moments de fricció hidrodinàmica	20
3.2.5	Pertorbacions no modelades PE (forces de la natura)	21
3.2.6	Matrius de masses i matrius de Coriolis (inèrcia i massa afegida)	22
3.3	PARÀMETRES DEL SUBMARÍ	24
3.3.1	Centre de masses	25
3.3.2	Matriu d'inèrcies	25
3.3.3	Coeficients de fricció i masses afegides	27
3.4	PARÀMETRES DEL SUBMARÍ UTILITZATS EN LA SIMULACIÓ	27
<b>4</b>	<b>MODEL BRAÇ ARTICULAT</b>	<b>30</b>
4.1	ESTUDI CINEMÀTIC D'UN ROBOT ARTICULAT DE N GRAUS DE LLIBERTAT	30
4.1.1	Nomenclatura per al càlcul en braços articulats	30
4.1.2	Cinemàtica directa de la posició del robot	32
4.1.3	Cinemàtica directa amb transformacions matricials	32
4.1.4	Cinemàtica directa amb Denavit-Hartenberg (DH)	35
4.1.5	Càlcul en la cinemàtica inversa de la posició del robot	38
4.1.6	Càlcul de les velocitats en cada una de les unions	39
4.1.7	Mitjançant operacions matricials	39
4.1.8	Velocitat amb la matriu Jacobiana	40
4.2	DINÀMICA DEL MANIPULADOR	41
4.3	CAS PARTICULAR PER AL MODEL ACOBLAT AL SUBMARÍ	46
4.4	ESTUDI CINEMÀTIC DEL ROBOT ARTICULAT ACOBLAT AL SUBMARÍ	47
4.4.1	Cinemàtica directa de la posició del robot	47
4.4.2	Càlcul en la cinemàtica inversa de la posició del robot	49
4.4.3	Dinàmica del model utilitzat	55
4.5	PARÀMETRES DEL SUBMARÍ UTILITZATS EN LA SIMULACIÓ	55
<b>5</b>	<b>ACOBLAMENT DEL BRAÇ ARTICULAT AL SUBMARÍ</b>	<b>56</b>
5.1	EFFECTES DEL CENTRE DE MASSES I INÈRCIA GLOBAL EN FUNCIÓ DE LA POSICIÓ	56
5.1.1	Càlcul del centre de gravetat en funció de la posició del braç	56
5.1.2	Càlcul de la inèrcia global del braç en un punt	58
5.2	EFFECTES SOBRE DEL SUBMARÍ LES FORCES I PARELLS DEL BRAÇ	60
5.3	EFFECTES SOBRE EN LA MATRIU D'INÈRCIES I MASSA DEGUTS ALS MOVIMENTS DEL BRAÇ	63
5.4	EFFECTES DEL MOVIMENT DEL SUBMARÍ AMB EL BRAÇ ACOBLAT DINS EL FLUID	65
<b>6</b>	<b>DESENVOLUPAMENT DEL SIMULADOR</b>	<b>70</b>
6.1	PESTANYES DEL PROGRAMA	73
6.1.1	Interactua	73
6.1.2	Paràmetres del Submarí i Manipulador	75
6.1.3	Posició, Velocitat i Acceleracions de translació	76
6.1.4	Posició, Velocitat i Acceleració de rotació	76
6.1.5	Resultats FX, FY, FZ	77
6.1.6	Resultats MX, MY i MZ	77
6.1.7	Repercussions del Braç	79
6.1.8	Altres pestanyes	80

6.2	FUNCIONAMENT DE L'ELEMENT DE CONTROL DEL SUBMARI	80
<b>7</b>	<b>RESULTATS</b>	<b>82</b>
7.1	DISSENY DE LES SIMULACIONS	82
7.2	SIMULACIÓ DE LES PROVES I RESULTATS	83
<b>8</b>	<b>RESUM DEL PRESSUPOST</b>	<b>98</b>
<b>9</b>	<b>CONCLUSIONS</b>	<b>99</b>
<b>10</b>	<b>GLOSSARI</b>	<b>102</b>
<b>11</b>	<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>104</b>
<b>12</b>	<b>ANNEXOS</b>	<b>105</b>
12.1	ANNEXOS DE PRESSUPOST	105
12.2	RESULTATS DE LES PROVES REALITZADES	106
12.2.1	<i>Simulació 1</i>	106
12.2.2	<i>Simulació 2</i>	108
12.2.3	<i>Simulació 3</i>	109
12.2.4	<i>Simulació 4</i>	111
12.2.5	<i>Simulació 5.1</i>	113
12.2.6	<i>Simulació 5.2</i>	114
12.2.7	<i>Simulació 5.3</i>	116
12.2.8	<i>Simulació 5.4</i>	117
12.2.9	<i>Simulació 6.1</i>	119
12.2.10	<i>Simulació 6.2</i>	121
12.2.11	<i>Simulació 6.3</i>	123
12.2.12	<i>Simulació 6.4</i>	124
12.2.13	<i>Simulació 7.1</i>	126
12.2.14	<i>Simulació 7.2</i>	128
12.2.15	<i>Simulació 7.3</i>	130
12.2.16	<i>Simulació 7.4</i>	132
12.2.17	<i>Simulació 8</i>	134
12.2.18	<i>Simulació 9</i>	135

# 1 INTRODUCCIÓ

## 1.1 Antecedents

El Grup de visió per computador i robòtica (VICOROB) del departament d'Electrònica, Informàtica i Automàtica de la Universitat de Girona ha desenvolupat diversos vehicles submarins autònoms d'inspecció (per exemple el GARBÍ, l'URIS i l'ICTINEU). El projecte que comença aquest any té com objectiu desenvolupar un nou vehicle submarí que va més enllà dels projectes realitzats fins ara, es tracta d'un robot submarí autònom amb capacitat d'interaccionar amb l'entorn. El GIRONA500, així és com s'anomenarà en el nou projecte, serà un vehicle d'intervenció submarina equipat amb un braç manipulador.

Els vehicles anteriors amb els que el departament havia treballat només permetien l'estudi del comportament d'aquests dins el medi aquàtic i treballar amb aparells de visió i sonar per a reconeixement de formes i orientació del vehicle sota l'aigua. Gràcies al manipulador que es pretén acoblar es podrà estudiar el comportament del conjunt submarí - braç manipulador.

La dinàmica dels submarins és àmpliament coneguda pels membres del departament gràcies als treballs d'investigació que han efectuat en el camp que queden exemplificats en les nombroses publicacions que aquests han presentat al respecte, també han efectuat diferents identificacions dels paràmetres dels vehicles submarins que es disposen (per exemple Sencianes, 2003 o Pere Ridaó 2000). Per altra banda, el coneixement del funcionament de braços robotitzats i elements robòtics també és ampli, el que no els és conegut és la resposta que s'espera del sistema conjunt dels dos elements.

Les relacions de la Universitat de Girona amb altres universitats ha permès que fos viable la cooperació i delegació del disseny del braç a una altra universitat, Universitat Jaume I. Gràcies a aquest fet el departament ha pogut concentrar tots els seus esforços en el disseny i desenvolupament del vehicle submarí al que anirà instal·lat aquest manipulador. Aquest treball per separat es veurà reflexat en l'acoblament final que, en conjunt, permetrà disposar d'un submarí i un braç per fer recerca en el camp dels vehicles d'intervenció subaquàtica i per a poder treballar amb ell en el cas que fos necessari per alguna operació.

## 1.2 Objectius

Aquest projecte final de carrera té com objectiu facilitar al grup la etapa de disseny del submarí i les consideracions s'hauran de tenir en compte a l'hora d'elaborar el disseny final del submarí. Per aconseguir aquest objectiu es pretén desenvolupar en entorn MATLAB un simulador d'un I-AUV, format per un AUV i un braç manipulador de  $n$  graus de llibertat per tal d'avaluar les conseqüències dels moviments del braç, amb càrrega i sense, sobre el robot, i viceversa. El projecte consistirà bàsicament en:

- Modelitzar la dinàmica d'un vehicle submarí.
- Modelitzar la dinàmica d'un manipulador de  $n$  graus de llibertat.
- Modelitzar el conjunt per avaluar i estudiar els efectes de l'acoblament entre el manipulador i el vehicle submarí.

Amb aquests tres punts es pretén obtenir uns resultats suficients per a prendre decisions en el futur disseny i construcció del vehicle submarí.

## 1.3 Abast

El simulador MATLAB permetrà a l'usuari introduir qualsevol model de vehicle o braç articulat dins un entorn subaquàtic controlat. D'aquesta manera es podrà estudiar la dinàmica del conjunt, analitzar comportaments, veure possibles problemes i proposar solucions constructives i de control que seran de gran ajuda durant la fase de disseny del nou vehicle.

Els objectius als que es pretén arribar són les de determinar els efectes en qüestió de forces i parell que han d'exercir els propulsors del submarí per tal de contrarestar les forces i moments que es produeixen degudes a l'acoblament del braç amb càrrega o sense i les forces i parells resultants dels moviments del manipulador.

Coneixent aquestes es podrà fer un dimensionament adequat del submarí i el manipulador, per tant de les bateries i altres elements del submarí, com també buscar alternatives per a reduir l'efecte del braç i la seva càrrega.

## 2 ICTINEU

Actualment el grup VICOROB treballa amb un submarí d'inspecció anomenat ICTINEU (Fig. 1). El disseny adoptat per aquest vehicle (Fig. 1) ha estat escollit gràcies a les seves característiques de robustesa, simplicitat i baix cost de fabricació. Malgrat aquestes característiques positives de cara a la seva fabricació i funcionament, aquest disseny presenta una sèrie d'inconvenients que afecten en l'eficiència del vehicle en els moviments dins l'aigua, els que el limiten a moviments a baixa velocitat i curta distància. Aquest fet contrasta amb el disseny de vehicles d'estructura tancada que poden assolir velocitats més elevades.

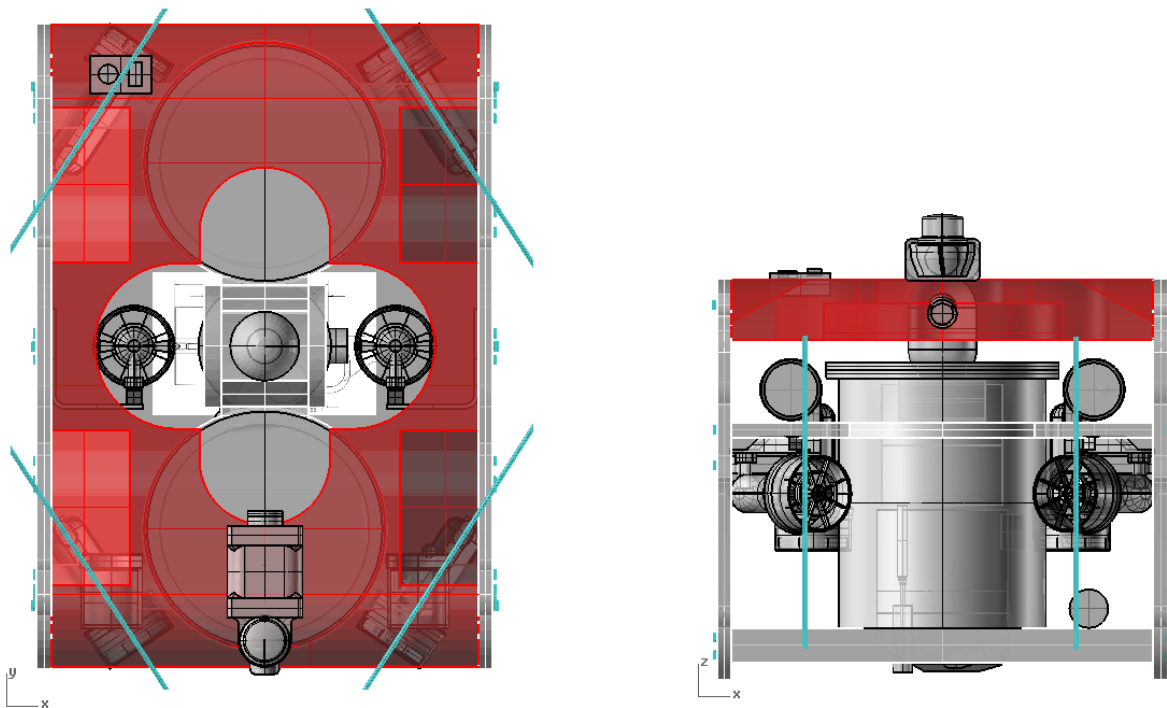


**Fig. 1: Fotografia de l'ICTINEU, submarí del departament VICOROB de la Universitat de Girona**

L'ICTINEU (Romagós 2008) està propulsat, en la versió més actual, per 6 propulsors. Aquests li permeten fer desplaçaments al llarg del seu eix  $X$  (Surge),  $Y$  (Sway) i  $Z$  (Heave) i fer girs al voltant de  $Y$  (pitch) i  $Z$  (yaw). La col·locació dels propulsors, en posició i orientació en el vehicle, està pensada per a facilitar-ne els moviments. Per a generar el moviment en heave aquest submarí disposa de dos propulsors en posició vertical. Els 4 propulsors restants estan col·locats de forma que ajudin als moviments de pitch i yaw, i desplaçaments en  $X$  i  $Z$ , aquesta disposició és la que es pot observar a la següent figura (Fig. 2).



L'ICTINEU tant pot funcionar amb energia subministrada per un cable que porta acoblat, que subministra energia en forma de 24V en corrent continu, o bé com a vehicle autònom funcionant amb bateries. Si el vehicle funciona amb el cable, aquest connecta el submarí amb el centre de control. Per comunicar-se amb el submarí hi ha instal·lada una connexió ethernet que permet connectar el vehicle amb el centre de control a una velocitat de fins a 100Mbps. La connexió s'aprofita no només per a controlar el vehicle, sinó també per a rebre informació de vídeo de la càmera que el submarí té col·locada, informació de sonar i d'altres sensors que l'ictineu té instal·lats. Quan el vehicle funciona amb bateries té una limitació en temps d'operació, però una més gran amplitud de moviments ja que el cable el limita a un radi de 30m respecte el punt de control.



**Fig. 2: Distribució dels propulsors en el AUV ICTINEU**

Els propulsors estan accionats per un sistema de control instal·lat en el mateix submarí que rep les ordres del centre de control i les processa. Aquest centre de control està format per processador de AMD GEODE de 300MHz equipat amb una alimentació de 50W. El processador també incorpora un convertidor analògic digital, una targeta de 8 entrades i 8 sortides i una targeta de vídeo per a processar les imatges capturades per la càmera. Tot aquest equipament està instal·lat en un cilindre col·locat al centre del vehicle totalment hermètic.

La força que és capaç de produir cadascun dels motors és de 14.7N en el sentit normal de gir del propulsor i en sentit contrari és d'aproximadament 14.2N.

Els sensors més importants que el submarí disposa són un sonar, una brúixola, uns sensors d'inclinació, sensors de pressió per a conèixer la profunditat, un sensor de temperatura per a permetre calcular velocitats i altres, i sensors de seguretat.

Aquestes són, a grans trets, les característiques principals del vehicle submarí amb el que actualment treballa el grup VICOROB de la Universitat de Girona, però el pròxim objectiu del grup és aconseguir un submarí de dimensions superiors amb capacitat d'interactuar amb el medi (I-UAV). Per a predissenyar-ne les característiques es pretén prendre l'experiència obtinguda amb el submarí ICTINEU per a realitzar l'evolució cap al Intervention Underwater Autonomous Vehicle.

### 3 MODEL HIDRODINÀMIC D'UN ROBOT SUBMARÍ

Per a poder estudiar el funcionament d'un submarí i estalviar una gran quantitat d'experiments amb elements reals, el que es fa en tots els àmbits de l'enginyeria és extreure un model estàtic, cinemàtic o dinàmic que representi, amb una certa aproximació, el comportament real de l'element a estudiar, en aquest cas un submarí.

#### 3.1 *Estudi cinemàtic*

L'ús de models matemàtics ha esdevingut una pràctica habitual des de l'aparició del computador modern ja que permet fer milers de càlculs a alta velocitat. La utilització d'aquests models rau en la necessitat d'estalviar despeses en pràctiques experimentals, reduint-les a altres basades en aproximacions de la realitat mitjançant els models matemàtics i un ordinador per a poder calcular-les, pràcticament a temps real.

Tots els models tenen les seves limitacions i és bo que abans d'utilitzar un model matemàtic s'entenguin les limitacions que aquest té per a interpretar correctament els seus resultats. En aquest apartat s'explicarà el model cinemàtic i dinàmic utilitzat per a modelitzar els submarins emprats al departament VICOROB, i les seves limitacions.

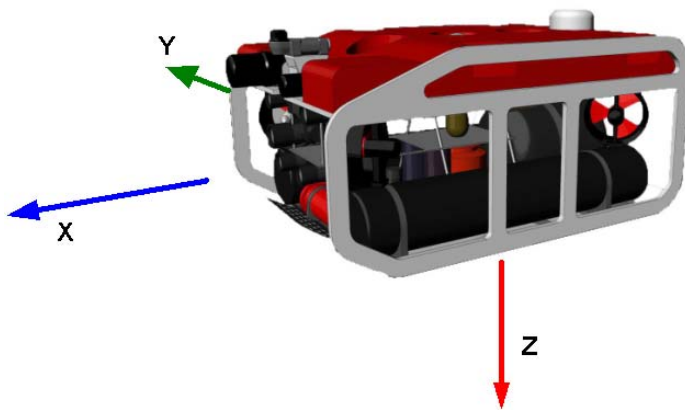
##### 3.1.1 Notació per vehicles marins

L'intercanvi de models i resultats entre diferents centres d'estudi de vehicles submarins requeria una normalització de la notació i nomenclatura de cada una de les variables considerables en aquesta mena de vehicles submarins, l'any 1998 aquesta va ser normalitzada gràcies a la nomenclatura publicada per I. Fossen (Fossen 1998).

Primerament es va definir la nomenclatura dels dos zeros de referència bàsica, zero submarí  $\{G\}$  i zero absolut  $\{E\}$ . Una vegada definits els zeros era necessari definir la direcció i sentit dels tres eixos principals de coordenades. Sobre el zero absolut, l'únic criteri seguit va ser que l'eix  $Z$  tingués direcció vertical i positiu en el sentit que el submarí s'allunya de la

superfície del fluid, la norma a seguir pels altres dos eixos va ser que complissin el triedre directe positiu, el producte vectorial positiu.

Respecte els eixos de referència del submarí aquests són més estrictes. Es defineix  $Z$  com l'eix vertical amb el sentit positiu assenyalant en el sentit que s'allunya de la superfície del fluid. L'eix  $X$  es defineix com respecte la direcció i sentit normal d'avanç del vehicle, i el vector  $Y$  com al producte vectorial positiu de  $Z$  i  $X$ . Exemple a la figura següent (Fig. 3).



**Fig. 3: Imatge del Girona500 amb els seus eixos de referència.**

A part dels eixos principals que defineixen qualsevol posició després d'una translació, era necessari la definició dels angles de rotació respecte els eixos principals, d'aquesta manera s'obtenen els angles Roll ( $\phi$ ), Pitch ( $\theta$ ) i Yaw ( $\psi$ ) segons la normativa internacional, anomenats angles d'Euler.

Per a referir un punt o vector a l'espai és necessari definir dos paràmetres, el primer sobre quin sistema està referenciat, superíndex esquerre, i el nom del punt d'origen del vector esmentat, subíndex dret. Així doncs  ${}^E\omega_G$  és el vector  $\omega$  amb els seus components referenciades respecte el zero i eixos de  $\{E\}$  i com a punt d'inici  $\{G\}$ .

La nomenclatura utilitzada internacionalment està basada en la utilitzada per I. Thor Fossen (Fossen 1998) que defineix la posició, orientació i totes les seves derivades per a un vehicle submarí de 6 graus de llibertat, el resum d'aquesta nomenclatura es pot observar en la taula següent (Taula 1).

GdLL	Definició	Posició i Orientació ${}^E r = \begin{pmatrix} E r_G \\ O \end{pmatrix}$	Velocitat Línia i Angular ${}^G V = \begin{pmatrix} G v_{EG} \\ G \omega_{EG} \end{pmatrix}$	Acceleració Línia i Angular ${}^G \dot{V} = \begin{pmatrix} G \dot{v}_{EG} \\ G \dot{\omega}_{EG} \end{pmatrix}$	Forces i Moments
1	SURGE (Translació en X)	X	u	$\dot{u}$	X
2	SWAY (Translació en Y)	Y	v	$\dot{v}$	Y
3	HEAVE (Translació en Z)	Z	w	$\dot{w}$	Z
4	ROLL (Rotació en X)	$\Phi$	p	$\dot{p}$	K
5	PITCH (Rotació en Y)	$\theta$	q	$\dot{q}$	M
6	YAW (Rotació en Z)	$\psi$	r	$\dot{r}$	N

**Taula 1: Taula que defineix la nomenclatura completa en vehicle submarins (font: Pere Ridao 2000)**

Normalment en els vehicles submarins es consideren invariants el roll i el pitch al ser moviments no habituals dins la navegació.

### 3.1.2 Posició i orientació del vehicle

El vector que defineix del centre de masses del vehicle  $\{G\}$  respecte la posició del sistema de referència absoluta  $\{E\}$  s'anomena  ${}^E r$ , aquest és un vector de  $6 \times 1$  com el següent (Eq. 1).

$${}^E r = \begin{pmatrix} E r_G \\ E O_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix}$$

Eq. 1

### 3.1.3 Relació entre l'acceleració lineal i la posició relativa al sistema del vehicle

Un cop coneguda l'acceleració lineal que té el vehicle respecte el sistema de coordenades del submarí,  $\{G\}$ , i coneguts els angles d'Euler que ha rotat el submarí respecte a la posició

inicial es pot calcular, aplicant la geometria basada en l'àlgebra geomètrica, l'acceleració lineal respecte el sistema de coordenades fix  $\{E\}$ .

Així doncs la relació entre l'orientació del sistema de referència  $\{E\}$  i el sistema de referència  $\{G\}$  un cop provocat el moviment està relacionada per tres transformacions. Es defineixen 2 sistemes de referència entremitjos auxiliars que són  $\{1\}$  i  $\{2\}$ .

1.- Rotació d'un angle  $\psi$ , sobre l'eix  $Z_E$ , es passa de  $\{E\}$  a  $\{1\}$ .

2.- Rotació d'un angle  $\theta$ , sobre l'eix  $Y_E$ , es passa de  $\{1\}$  a  $\{2\}$ .

3.- Rotació d'un angle  $\phi$ , sobre l'eix  $X_E$ , es passa de  $\{2\}$  a  $\{G\}$ .

Les matrius que defineixen cada rotació són les expressades en les equacions Eq. 2, Eq. 3 i Eq. 4.

Aplicant una matriu de rotació,  $Rot_{BC}$ , a un punt  ${}^B A$ , es provoca una rotació de les coordenades del punt des dels eixos de coordenades  $\{B\}$  als eixos de coordenades  $\{C\}$ . Però en el cas de tenir expressat el punt  ${}^C A$  respecte les coordenades  $\{C\}$  i volgués ésser expressat respecte les coordenades  $\{B\}$  s'hauria de multiplicar per  $Rot_{CB}$  que és la inversa de  $Rot_{BC}$  però com que el determinant d'una matriu de rotació és la unitat també es pot expressar la inversa de  $Rot_{BC}$  com a la transposada essent  $Rot_{CB} = Rot_{BC}^{-1} = (Rot_{BC})^T$ .

$$Rot(\phi, X) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}$$

**Eq. 2**

$$Rot(\theta, Y) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}$$

**Eq. 3**

$$Rot(\psi, Z) = \begin{pmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Eq. 4**

La matriu que relació la rotació total és el producte de cada una de les rotacions, en ordre, veure Eq. 5.

$${}^E R_G = \begin{pmatrix} \cos \psi \cdot \cos \theta & -\sin \psi \cdot \cos \phi + \cos \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi & \sin \phi \cdot \sin \psi + \cos \phi \cdot \cos \psi \cdot \sin \theta \\ \sin \psi \cdot \cos \theta & \cos \psi \cdot \cos \phi + \sin \phi \cdot \sin \theta \cdot \sin \psi & -\cos \psi \cdot \sin \phi + \sin \theta \cdot \sin \psi \cdot \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \cdot \sin \phi & \cos \theta \cdot \cos \phi \end{pmatrix}$$

**Eq. 5**

Coneguda l'acceleració lineal del vehicle ( ${}^E(a_{EG})$ ) transformada a la base absoluta, per integració es pot calcular tant la velocitat lineal ( ${}^E(v_{EG})$ ) i la posició ( ${}^E(R_G)$ ).

### 3.1.4 Relació entre l'acceleració angular i l'orientació

Coneguda l'orientació del vehicle ( $o = (\phi \ \theta \ \psi)^T$ ) en cada instant de temps respecte la base de referència, per integració es poden obtenir tant la velocitat de variació de l'orientació com la seva acceleració. Definint d'aquesta manera l'evolució cinemàtica del vehicle en l'espai temps, es defineix la velocitat angular com a l'integral de la posició angular, orientació (Eq. 6).

$${}^G \omega_{EG} = \int {}^G \alpha_{EG} \cdot dt$$

**Eq. 6**

La velocitat angular del vehicle respecte els eixos de coordenades absolutes  $\{E\}$ , s'obté relacionant les velocitats angulars de cada un dels eixos multiplicada per la corresponent matriu de rotació, essent la velocitat obtinguda  ${}^G ({}^E \omega_{EG})$ . Veure equacions Eq. 7.

$$\begin{aligned} {}^G ({}^E \omega_{EG}) &= \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + {}^2R_G \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix} + {}^1R_G \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + R(\phi, x) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix} + R(\theta, y) \cdot R(\phi, x) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 1 & \cos \theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \dot{\phi} - \cos \phi \cdot \sin \theta \cdot \dot{\psi} \\ \cos \phi \cdot \dot{\theta} + \dot{\psi} \cdot \sin \theta \\ \cos \phi \cdot \cos \theta \cdot \dot{\psi} - \sin \phi \cdot \dot{\theta} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

**Eq. 7**

El que implica que si se n'aïlla la derivada de l'orientació s'obté la següent equació (Eq. 8).

$${}^G ({}^E \omega_{EG}) = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \cdot \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cdot \cos \phi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \cdot \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cdot \cos \phi \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}$$

**Eq. 8**

Calculant la inversa de la matriu anterior, Eq. 8, s'obté l'equació de continuació (Eq. 9).



$${}^G \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \sin \phi \cdot \tan \theta & \cos \phi \cdot \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \sin \phi \cdot \tan \theta & \cos \phi \cdot \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{pmatrix} \cdot {}^G ({}^E \omega_{EG})$$

**Eq. 9**

La matriu que multiplica la derivada dels angles d'Euler (Eq. 8) és l'anomenada  $T(O)^{-1}$ , la qual no compleix les propietats de les matrius de rotació ja que el seu determinant no és la unitat, per tant no es pot aprofitar la propietat de les matrius de rotació tal que la inversa era igual a la transposada.

**3.1.5 Posició i orientació del vehicle**

Coneguts els vectors  ${}^E(a_{EG})$  i  ${}^E(\alpha_{EG})$  relatius al sistema de referència absoluta  $\{E\}$  la posició s'obté per integració, tal com es veu a les següents equacions (Eq. 10 i Eq. 11).

$${}^G(v_{EG}) = \int {}^G(a_{EG}) dt$$

**Eq. 10**

$${}^G(\omega_{EG}) = \int {}^G(\alpha_{EG}) dt$$

**Eq. 11**

Usant la matriu de rotació entre el sistema de coordenades absolutes i el relatiu,  ${}^E R_G$ , i la matriu del canvi definida per a les velocitats angulars,  $T(O)^{-1}$ , s'obté la matriu que relaciona la posició i orientació respecte el sistema de referència global com a (Eq. 12).

$${}^E \begin{pmatrix} \dot{r}_G \\ \dot{o} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^E R_G & 0 \\ 0 & T(O)^{-1} \end{pmatrix} {}^G \begin{pmatrix} v_{EG} \\ \omega_{EG} \end{pmatrix}$$

**Eq. 12**

Una nomenclatura molt usada per a l'estalvi d'espai i temps a l'hora d'escriure equacions és canviar el  $\sin(x)$  per  $sx$ , el  $\cos(x)$  per  $cx$  i la  $\tan(x)$  per  $tx$ , d'aquesta manera l'equació anterior (Eq. 12) queda reduïda a la següent expressió (Eq. 13).

$${}^E \begin{pmatrix} x_{EG} \\ y_{EG} \\ z_{EG} \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\psi \cdot c\theta & -s\psi \cdot c\phi + \cos\psi \cdot s\phi \cdot s\theta & c\phi \cdot c\psi \cdot s\theta + s\phi \cdot s\psi & 0 & 0 & 0 \\ s\psi \cdot c\theta & c\psi \cdot c\phi + s\psi \cdot s\phi \cdot s\theta & c\phi \cdot s\psi \cdot s\theta - s\phi \cdot c\psi & 0 & 0 & 0 \\ -s\theta & s\phi \cdot c\theta & c\phi \cdot c\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & s\phi \cdot t\theta & c\phi \cdot t\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{s\phi}{c\theta} & \frac{c\phi}{c\theta} \end{pmatrix} {}^G \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix}$$

**Eq. 13**

Aquesta matriu de transformació (Eq. 13), en aquest treball, s'anomenarà  $M^{EG}$ .

Notis que  $M^{EG}$  serveix per transformar únicament les velocitats de translació i rotació des de les coordenades relatives al vehicle  $\{G\}$  a les coordenades absolutes del mon  $\{E\}$ , notis també que no compleix les propietats de les matrius de rotació, i que en cap cas  $(M^{EG})^{-1} = (M^{EG})'$ . També s'ha de tenir clar que per a passar de coordenades absolutes a coordenades del vehicle s'ha d'usar la definició. En la Eq. 12 es pot observar com s'ha construït la matriu  $M^{EG}$ , per tant per a fer la matriu  $M^{GE}$ , que transformarà les coordenades absolutes del mon  $\{E\}$  en coordenades relatives  $\{G\}$ , es defineix com s'ha fet a la següent equació (Eq. 14).

$$\begin{pmatrix} v_{EG} \\ \omega_{EG} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ({}^E R_G)^{-1} & 0 \\ 0 & T(O) \end{pmatrix} {}^G \begin{pmatrix} r_G \\ o \end{pmatrix}$$

**Eq. 14**

Ampliant la matriu i deixant-la amb tots els seus paràmetres s'obté una matriu de canvi amb la següent forma (Eq. 15)

$$M^{GE} = \begin{pmatrix} c\psi \cdot c\theta & s\psi \cdot c\theta & -s\theta & 0 & 0 & 0 \\ -s\psi \cdot c\phi + c\psi \cdot s\theta \cdot s\phi & c\psi \cdot c\phi + s\phi \cdot s\theta \cdot s\psi & c\theta \cdot s\phi & 0 & 0 & 0 \\ s\phi \cdot s\psi + c\phi \cdot c\psi \cdot s\theta & -c\psi \cdot s\phi + s\theta \cdot s\psi \cdot c\phi & c\theta \cdot c\phi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c\phi & c\theta \cdot s\phi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -s\phi & c\theta \cdot c\phi \end{pmatrix}$$

Eq. 15

### 3.2 Estudi dinàmic

Per a calcular les acceleracions necessàries per a aplicar tota la teoria anteriorment definida a l'apartat 3.1.5 (13) s'han de definir les causes que han provocat les acceleracions, velocitats i variacions de posició. Aquestes seran produïdes per forces i parells del vehicle com poden ser gravitatòries o de flotabilitat, les dels motors, i altres que seran comentades a continuació. El conjunt d'aquestes forces i parells provocarà una acceleració al vehicle.

#### 3.2.1 El model complet

L'equació en què es basa la dinàmica considerada en aquest treball és la descrita, segons Thor I. Fossen (Fossen 1998) que descriu la dinàmica d'un vehicle en funció dels paràmetres físics que descriuen al submarí com a objecte, d'altres en funció del seu comportament en moviments dins el fluid i una altra, imparamatzable, en funció de les pertorbacions externes.

L'equació general que governa el comportament és la següent (Eq. 16).

$${}^G T_G + G(O) - D({}^G V) {}^G V + P_E = ({}^G M_{RB} + M_A) \cdot {}^G \dot{V} + ({}^G C_{RB} ({}^G V) + C_A ({}^G V))$$

Eq. 16

La interpretació dels anteriors paràmetres és:

${}^G T_G$  Vector de forces i moments exercits per als motors del submarí

$G(O)$  Vector suma de les forces gravetat i forces de flotabilitat

$D({}^G V)$  Matriu que conté els coeficients de fricció lineal i quadràtic

$P_E$  Vector de forces externes

${}^G M_{RB}$  Matriu de masses i inèrcies del submarí

$M_A$  Matriu de masses afegides

$O = (\phi \quad \theta \quad \psi)^T$  Vector orientació del vehicle

${}^G V = \begin{pmatrix} {}^G v_{EG} \\ {}^G \omega_{EG} \end{pmatrix}$  Vector velocitat lineal i angular del submarí

${}^G \dot{V} = \begin{pmatrix} {}^G a_{EG} \\ {}^G \alpha_{EG} \end{pmatrix}$  Vector acceleració lineal i angular del submarí

${}^G C_{RB}$  Matriu de Coriolis del cos rígid

$C_A$  Matriu de Coriolis de la massa afegida del cos

### 3.2.2 Força i parell resultant exercits pels propulsors

Per a provocar l'avanç o gir del vehicle s'ha d'aplicar una força externa que produeixi una acceleració lineal o un parell angular per així provocar el moviment. Aquesta força és la provocada pel moviment de rotació de les pales dels motors contra el fluid.

Hi ha diferents models matemàtics que relacionen la velocitat angular de les pales amb la força que aquestes produeixen sobre el fluid. En aquest apartat es comenta una aproximació que permet calcular-ne la força en funció de la velocitat angular. Se sap que la força dependrà de la distància a l'eix de rotació, de la inclinació de les pales respecte la perpendicularitat a l'eix de rotació i de la densitat del fluid en el qual treballa, entre altres. Per a simplificar tots aquests aspectes es defineix la força del propulsor com al producte d'una constant per la velocitat angular al quadrat conservant el signe, on la constant s'ha de determinar empíricament.

Primerament es defineix la variable  $u$  tal com (Eq. 17):

$$u_i \equiv \omega_i |\omega_i|$$

**Eq. 17**

Aplicant la definició anteriorment esmentada la força provocada pel propulsor és la que es pot observar a continuació (Eq. 18):

$$T_i = C_{T_i} \cdot \omega_i |\omega_i| \rightarrow T_i = C_{T_i} \cdot u_i$$

**Eq. 18**

$T_i$  representa la força exercida pel motor, com que aquests no estan col·locats sobre els eixos del centre de gravetat també provocaran un parell. Aquest parell depèn del vector orientació del motor respecte els eixos de referència del submarí,  ${}^G p_i$ , i del vector posició del motor respecte el centre de gravetat,  ${}^G r_i$ . A les següents equacions (Eq. 19 i Eq. 20) es pot observar com es calcula el parell.

$${}^G T_i = {}^G p_i \cdot T_i$$

**Eq. 19**

$${}^G \tau_{T_i} = {}^G r_i \cdot {}^G T_i$$

**Eq. 20**

Es poden agrupar els resultats de forces i parells deguts als motors en una matriu,  $B_{(6 \times n)}$ , que multiplica el vector de variables  $u_i$  (Eq. 21).

$$\begin{pmatrix} F \\ T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \\ K \\ M \\ N \end{pmatrix} = B_{6 \times n} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_n \end{pmatrix}$$

**Eq. 21**

La matriu  $B_{(6 \times n)}$  conté els paràmetres  $C_{T_i}$ , els  ${}^G p_i$  i els  ${}^G r_i$ , i  $n$  defineix el nombre de motors que hi ha.

### 3.2.3 Forces i moments de gravetat i flotabilitat

Un vehicle submarí té forces de gravetat, degudes a la massa i l'acceleració gravitatòria, i forces de flotabilitat (Buoyancy forces) provocades per elements de densitat inferior a la del fluid al qual està submergit. Aquestes forces, referenciades respecte als eixos  $\{G\}$  del submarí, són constants en el cas que el vehicle no variï la seva massa o la distribució d'aquesta.

Si es considera l'aproximació que el centre de coordenades és en el centre de gravetat del vehicle, i que el centre de flotabilitat i el de gravetat són el mateix i estan col·locats al centre geomètric del vehicle. Llavors les forces de flotabilitat i gravetat es defineixen de la següent manera en la següent equació (Eq. 22).

$$G(O) = {}^G F_B + {}^G F_G$$

**Eq. 22**

On  $G(O)$  és el sumatori de les forces i moments de flotabilitat  ${}^G F_B$  i les forces i moments de gravetat  ${}^G F_G$ . Aquests dos vectors de forces són calculables i són funció de l'orientació del vehicle (Eq. 23, i Eq. 24).

$${}^G F_B = \begin{pmatrix} -s\theta \cdot B \\ c\theta s\phi \cdot B \\ c\theta c\phi \cdot B \\ B \cdot c\theta \cdot (-z_b \cdot s\phi + y_b \cdot c\phi) \\ -B \cdot (z_b \cdot s\theta + x_b \cdot c\theta \cdot c\phi) \\ B \cdot (x_b \cdot c\theta \cdot s\phi + y_b \cdot s\theta) \end{pmatrix}$$

**Eq. 23**

$${}^G F_G = \begin{pmatrix} s\theta \cdot W \\ -c\theta s\phi \cdot W \\ -c\theta c\phi \cdot W \\ W \cdot c\theta \cdot (z_G \cdot s\phi - y_G \cdot c\phi) \\ W \cdot (z_G \cdot s\theta + x_G \cdot c\theta \cdot c\phi) \\ -W \cdot (x_G \cdot c\theta \cdot s\phi + y_G \cdot s\theta) \end{pmatrix}$$

**Eq. 24**

El que sumant les equacions anteriors (Eq. 23, i Eq. 24) s'obté (Eq. 25):

$$G(O) = \begin{pmatrix} s\theta(W - B) \\ -c\theta s\phi(W - B) \\ -c\theta c\phi(W - B) \\ -c\theta c\phi(y_G \cdot W - y_B \cdot B) + c\theta \cdot s\phi(z_G \cdot W - z_B \cdot B) \\ s\theta \cdot (z_G \cdot W - z_B \cdot B) + c\theta \cdot c\phi(x_G \cdot W - x_B \cdot B) \\ -c\theta s\phi(x_G \cdot W - x_B \cdot B) + s\theta(y_G \cdot W - y_B \cdot B) \end{pmatrix}$$

**Eq. 25**

Per simplificar el sistema se sol suposar que  $B$ , que podria entendre's com la massa de flotabilitat per la gravetat, és igual a  $W$ , que és el pes del vehicle. Malgrat això se sol dissenyar el submarí amb la flotabilitat lleugerament superior al seu pes per evitar que el submarí es quedi sota l'aigua en cas que es produís algun problema i no es pogués actuar sobre els motors, així doncs amb aquesta desigualtat el submarí pujaria fins la superfície a poc a poc per pròpia configuració.

Com que es considera que el sistema de referència del submarí està situat en el centre de gravetat del mateix i aquest és invariant, els paràmetres  $x_G$ ,  $y_G$  i  $z_G$  són 0. En canvi els valors de  $x_B$ ,  $y_B$  i  $z_B$  seran diferents de zero, però en el disseny s'intentarà que siguin els mínims possibles. D'aquesta manera el vector de forces gravitatòries i de flotabilitat queda reduït al següent (Eq. 26)

$$G(O) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ c\theta c\phi \cdot y_B \cdot B - c\theta \cdot s\phi z_B \cdot B \\ -s\theta \cdot z_B \cdot B - c\theta \cdot c\phi x_B \cdot B \\ c\theta s\phi \cdot x_B \cdot B - s\theta y_B \cdot B \end{pmatrix}$$

Eq. 26

### 3.2.4 Forces i moments de fricció hidrodinàmica

Quan un objecte es desplaça dins un fluid es produeixen unes forces de fricció que depenen de la velocitat. La modelització de la fricció dinàmica pel moviment dins un fluid es quantifica amb una funció quadràtica, on la força de fricció en un eix és (Eq. 27).

$$F_{f\text{dinàmica}} = d_{u \cdot |u|} \cdot u \cdot |u| + d_u \cdot u$$

Eq. 27



En la funció anterior (Eq. 27). Es pot observar el paràmetre  $d_{u \cdot |u|}$  que defineix el coeficient de fricció quadràtica, i  $d_u$  que defineix el coeficient de fricció proporcional a la velocitat. Generalitzant-ho per als 6 graus de llibertat s'obté (Eq. 28).

$$D({}^G V)^G V = \begin{pmatrix} X_u + X_{u|u}|u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v + Y_{v|v}|v| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_w + Z_{w|w}|w| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p + K_{p|p}|p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_q + M_{q|q}|q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r + N_{r|r}|r| \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix}$$

**Eq. 28**

$D({}^G V)^G V$  Vector de forces i moments provocats per la fricció lineal i quadràtica

${}^G V = ({}^G v_{EG} \quad {}^G \omega_{EG})^T$  Vector velocitats lineals i angulars.

### 3.2.5 Pertorbacions no modelades PE (forces de la natura)

$P_E$  és un vector vertical que defineix tots els paràmetres no controlables en el submarí, els quals bàsicament són pertorbacions de l'entorn, tals com el moviment de l'aigua en forma de corrents, les onades a la superfície, i molts altres paràmetres.

Aquest vector  $P_E$  s'usa normalment com a paràmetre *bias* per a igualar l'equació en les identificacions, ja que quan s'obtenen els valors per identificació (Sencianes 2003) el paràmetre independent no se sol anul·lar, per tant s'usa el paràmetre  $P_E$  com a independent, però com que el submarí encara no existeix i no s'ha pogut identificar, aquest paràmetre es considerarà zero.

### 3.2.6 Matrius de masses i matrius de Coriolis (inèrcia i massa afegida)

En la dinàmica de qualsevol objecte s'han de considerar unes forces que es produeixen pel fet que el vehicle està en moviment i aquest té una acceleració, lineal o angular. Els objectes tridimensionals tenen una component de força provocada per a l'acceleració lineal i una altra provocada per a l'acceleració angular, si l'objecte és totalment simètric, respecte els tres plans de simetria, les forces provocades per acceleracions angulars només afecten a l'eix a on ha estat aplicada la força. En canvi, quan l'objecte no és simètric es produeixen unes inèrcies creuades que fan que les forces aplicades sobre un dels eixos provoquin un moviment sobre els altres dos eixos de l'objecte. Aquesta definició és la de la matriu de massa i inèrcies del cos rígid,  ${}^G M_{RB}$  (Eq. 29).

$${}^G M_{RB} = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 & m \cdot z_G & -m \cdot y_G \\ 0 & m & 0 & -m \cdot z_G & 0 & m \cdot x_G \\ 0 & 0 & m & m \cdot y_G & -m \cdot x_G & 0 \\ 0 & -m \cdot z_G & m \cdot y_G & I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ m \cdot z_G & 0 & -m \cdot x_G & -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -m \cdot y_G & m \cdot x_G & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix}$$

**Eq. 29**

L'equació anterior (Eq. 29) és la matriu de massa i inèrcies per a un cas general en què el sistema de referència  $\{G\}$  no està col·locat sobre el centre de gravetat del vehicle. Com que una de les suposicions que fa el VICOROB a l'hora de fer les seves simulacions és suposar que el centre de masses i el sistema de referència del vehicle coincideixen. La matriu usada pel grup en les simulacions és l'expressada en l'equació següent (Eq. 30).

$${}^G M_{RB} = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix}$$

**Eq. 30**

Degut que no es poden analitzar amb detall els paràmetres físics del vehicle com a objecte i que és relativament simètric, el grup també considera que les inèrcies creuades són molt petites en comparació a les principals dels eixos, així doncs la matriu queda simplificada a la següent (Eq. 31).

$${}^G M_{RB} = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{pmatrix}$$

Eq. 31

La matriu de massa afegida és una matriu a identificar, segons el comportament del vehicle en moviment dins del fluid. Aquesta té uns paràmetres proporcionals a l'acceleració lineal o angular i independents, per tant el resultat és una matriu diagonal (Eq. 32).

$$M_A = \begin{pmatrix} X_u & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_w & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_r \end{pmatrix}$$

Eq. 32

Les matrius de Coriolis del cos rígid i de la massa afegida es poden trobar a partir de les dues anteriors (Eq. 31 i Eq. 32) mitjançant l'operador *Smat* (Eq. 33) de la següent manera.

$$Smat([a \ b \ c]) = \begin{pmatrix} 0 & -c & b \\ c & 0 & -a \\ -b & a & 0 \end{pmatrix}$$

Eq. 33

Mitjançant l'operador  $Smat$  s'obtenen les matrius de Coriolis de la massa (Eq. 34) i la massa afegida (Eq. 35).

$${}^G C_{RB}({}^C V) = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & -Smat \left( {}^G M_{RB_{13,13}} \cdot {}^G v_{EG} + {}^G M_{RB_{13,46}} \cdot {}^G \omega_{EG} \right) \\ -Smat \left( {}^G M_{RB_{13,13}} \cdot {}^G v_{EG} + {}^G M_{RB_{13,46}} \cdot {}^G \omega_{EG} \right) & -Smat \left( {}^G M_{RB_{46,13}} \cdot {}^G v_{EG} + {}^G M_{RB_{46,46}} \cdot {}^G \omega_{EG} \right) \end{pmatrix}$$

**Eq. 34**

$$C_A({}^G V) = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & -Smat \left( M_{A_{13,13}} \cdot {}^G v_{EG} + M_{A_{13,46}} \cdot {}^G \omega_{EG} \right) \\ -Smat \left( M_{A_{13,13}} \cdot {}^G v_{EG} + M_{A_{13,46}} \cdot {}^G \omega_{EG} \right) & -Smat \left( M_{A_{46,13}} \cdot {}^G v_{EG} + M_{A_{46,46}} \cdot {}^G \omega_{EG} \right) \end{pmatrix}$$

**Eq. 35**

### 3.3 Paràmetres del submarí

Aquest projecte final de carrera té la finalitat d'ajudar en el disseny d'aspectes tant físics del submarí com del manipulador que s'hi annexarà, no pretén en cap moment descriure les característiques físiques d'aquests amb exactitud, per això es treballen amb diverses aproximacions tal com es veurà en aquest apartat.

Es considerarà per al treball que el submarí és un paral·lelepípede amb densitat homogènia, la característica de paral·lelepípede, tal com s'ha pogut observar a la figura inicial de l'ictineu (Fig. 1), és molt encertada ja que el submarí és molt semblant a una "caixa". Respecte l'aproximació de densitat constant és en certa manera falsa, ja que elements de flotabilitat i elements de pes, presenten distribucions molt diferents, però per qüestions de predisseny i obtenció de primers valors aquesta serà vàlida.

### 3.3.1 Centre de masses

A l'hora de calcular el centre de masses del vehicle se suposarà, com s'ha dit anteriorment, que la densitat del vehicle és homogènia i és un paral·lelepípede, d'aquesta manera es pot afirmar que el centre de gravetat, considerant només el submarí, és el centre geomètric del submarí.

D'aquesta manera, a part de facilitar-ne el càlcul, també se'n facilita el disseny i centratge del sistema de referència del vehicle  $\{G\}$ .

### 3.3.2 Matriu d'inèrcies

La definició d'inèrcia per a un element de tres dimensions s'amplia a tensor d'inèrcies si aquest és capaç de tenir un moviment de rotació en més d'un eix. El tensor d'inèrcia es pot calcular de la següent manera (Eq. 36).

$$I = \int_M \begin{pmatrix} d_x^2 & -xy & -xz \\ -yx & d_y^2 & -yz \\ -zx & -zy & d_z^2 \end{pmatrix} dm$$

**Eq. 36**

Com que normalment no se'n coneixerà la distribució de masses d'un cos (si fos un sistema de partícules sí), sinó que se'n coneixerà la densitat, o la funció de distribució de densitat, així doncs el càlcul del tensor d'inèrcies es pot expressar de la següent manera (Eq. 37).

$$I = \int_V \rho(x, y, z) \cdot \begin{pmatrix} (y^2 + z^2) & -xy & -xz \\ -yx & (z^2 + x^2) & -yz \\ -zx & -zy & (x^2 + y^2) \end{pmatrix} dV$$

**Eq. 37**

Com que s'ha suposat que la densitat és un terme constant, aquest es pot extreure de la integral i calcular. Un paràmetre fàcil de preveure d'un vehicle és la seva massa,  $M$ , un cop conegut aquest valor es pot calcular la densitat mitjana del vehicle de la següent manera (Eq. 38), on  $amp, lon, al$  són amplada, longitud i alçada respectivament.

$$\rho = \frac{M}{lon \cdot amp \cdot al}$$

**Eq. 38**

D'aquesta manera, com que es calcula el tensor d'inèrcies respecte el centre de gravetat del submarí, aquest es pot expressar de la següent manera (Eq. 39).

$$I = \frac{M}{lon \cdot amp \cdot al} \int_{-\frac{lon}{2}}^{\frac{lon}{2}} \int_{-\frac{amp}{2}}^{\frac{amp}{2}} \int_{-\frac{al}{2}}^{\frac{al}{2}} \begin{pmatrix} (y^2 + z^2) & -xy & -xz \\ -yx & (z^2 + x^2) & -yz \\ -zx & -zy & (x^2 + y^2) \end{pmatrix} dx dy dz$$

**Eq. 39**

Coneguda la propietat que l'objecte és totalment simètric es pot afirmar que les inèrcies de fora la diagonal s'anul·laran i per tant un cop fet el càlcul s'obté (Eq. 40).

$$I = \frac{M}{lon \cdot amp \cdot al} \begin{pmatrix} \frac{al \cdot lon \cdot amp \cdot (al^2 + amp^2)}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{al \cdot lon \cdot amp \cdot (al^2 + lon^2)}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{al \cdot lon \cdot amp \cdot (amp^2 + lon^2)}{12} \end{pmatrix}$$

**Eq. 40**

Si es simplifica s'obté (Eq. 41).

$$I = M \cdot \begin{pmatrix} \frac{(al^2 + amp^2)}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(al^2 + lon^2)}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(amp^2 + lon^2)}{12} \end{pmatrix}$$

Eq. 41

### 3.3.3 Coeficients de fricció i masses afegides

El submarí el qual es predimensiona és substancialment diferent a l'ICTINEU en massa i dimensions. Per a poder fer simulacions es necessiten els paràmetres de fricció lineal i quadràtica, les massa afegides i altres, com que aquests en gran majoria s'han d'identificar i en l'estat de predisseny no són quantificables s'usaran paràmetres de magnitud semblant a les identificades a la tesis doctoral de Pere Ridao (Pere Ridao 2000).

### 3.4 Paràmetres del submarí utilitzats en la simulació

En aquest apartat s'exposaran els paràmetres concrets per a realitzar les simulacions, aquests paràmetres (paràmetres de masses afegides i friccions dinàmiques) són extrapolats d'estudis anteriors que el grup VICOROB ha realitzat amb altres submarins de mida semblant al Girona500.

Com a paràmetres físics del submarí es decideix una massa de 150kg i una flotabilitat igual al pes, com a dimensions característiques s'han escollit les més semblants possibles a les mides que es preveuen per al futur submarí que són aproximadament 1m de longitud, 0.75m d'amplada i 50cm d'alçada. Remetent-nos a l'equació de la dinàmica d'un vehicle submarí descrita per Fossen (Eq. 16), i substituint cadascuna de les matrius pels seus paràmetres s'obtenen les següents matrius (Eq. 42, Eq. 43, Eq. 44 i Eq. 45).

$$G(O) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -c\theta c\phi \cdot (y_G \cdot 1500) + c\theta \cdot s\phi \cdot (z_G \cdot 1500) \\ s\theta \cdot (z_G \cdot 1500) + c\theta \cdot c\phi \cdot (x_G \cdot 1500) \\ -c\theta s\phi \cdot (x_G \cdot 1500) + s\theta \cdot (y_G \cdot 1500) \end{pmatrix}$$

Eq. 42

$$D({}^G V)^G V = \begin{pmatrix} 50+300|u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50+300|v| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50+300|w| & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50+30|p| & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 50+30|q| & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 50+30|r| \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix}$$

Eq. 43

$${}^G M_{RB} = \begin{pmatrix} 150 & 0 & 0 & 0 & 150 \cdot z_G & -150 \cdot y_G \\ 0 & 150 & 0 & -150 \cdot z_G & 0 & 150 \cdot x_G \\ 0 & 0 & 150 & 150 \cdot y_G & -150 \cdot x_G & 0 \\ 0 & -150 \cdot z_G & 150 \cdot y_G & 15,15625 & 0 & 0 \\ 150 \cdot z_G & 0 & -150 \cdot x_G & 0 & 15,625 & 0 \\ -150 \cdot y_G & 150 \cdot x_G & 0 & 0 & 0 & 1953125 \end{pmatrix}$$

Eq. 44

$$M_A = \begin{pmatrix} -30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -30 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -300 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Eq. 45



Les matrius  ${}^G C_{RB}({}^C V)$  i  ${}^G C_A({}^C V)$  s'obtenen mitjançant les equacions que les defineixen (Eq. 34 i Eq. 35).

Aquestes matrius seran les que s'introduiran a l'equació de Fossen (Eq. 16 i Eq. 46).

$${}^G T_G + G(O) - D({}^G V) {}^G V + P_E = ({}^G M_{RB} + M_A) \cdot {}^G \dot{V} + ({}^G C_{RB}({}^G V) + C_A({}^G V))$$

**Eq. 46**

## 4 MODEL BRAÇ ARTICULAT

Els models matemàtics, cinemàtics i dinàmics, en robòtica són molt utilitzats degut a la necessitat del càlcul de trajectòries de moviments, per evitar col·lisions, i per al càlcul de posicions finals de l'element terminal (posició respecte a la base i orientació d'aquest), com també per analitzar esforços i dimensionament dels actuadors que s'han d'incorporar en els braços per a realitzar aquests moviments.

Hi ha diverses formes d'aconseguir l'objectiu esmentat. Un primer mètode per l'obtenció de la parametrització cinemàtica final és el que es basa en el càlcul mitjançant matrius de rotació i translació, depenent de l'acció que s'ha produït a cada articulació (gir angular o desplaçament prismàtic) del manipulador. Aquestes s'apliquen des del punt base fins al final. Un altre mètode, que automatitza l'anterior, és el conegut com l'algorisme de Denavit-Hartenberg (DH). En aquest apartat es donaran les nocions per als dos mètodes de càlcul.

### ***4.1 Estudi cinemàtic d'un Robot articulat de $n$ Graus de llibertat***

Aquest apartat explicarà el mètode de parametrització d'un manipulador, tant per cinemàtica com per dinàmica, de forma clara. Es començarà definint la nomenclatura utilitzada per al treball en braços manipuladors i es continuarà l'estudi amb tota la cinemàtica corresponent als manipuladors.

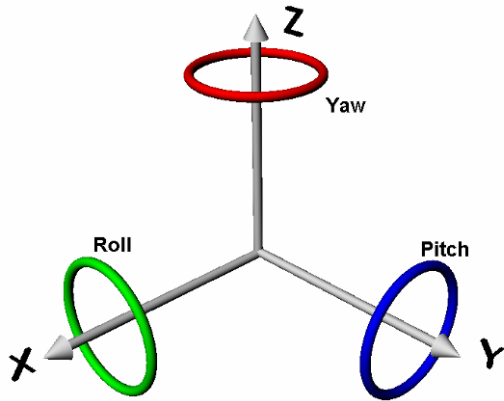
#### **4.1.1 Nomenclatura per al càlcul en braços articulats**

La parametrització d'un manipulador consisteix en trobar una matriu  ${}^R T_H$  que descriu la posició i orientació de l'extremitat en funció del valor de les variables de les seves articulacions (angles en el cas d'articulacions angulars i distàncies en el cas d'articulacions prismàtiques).

La posició d'un robot, posició de l'element final, es dona mitjançant el vector configuració. Aquest vector dona la posició i orientació del punt final, la mà, amb referència amb l'inicial.

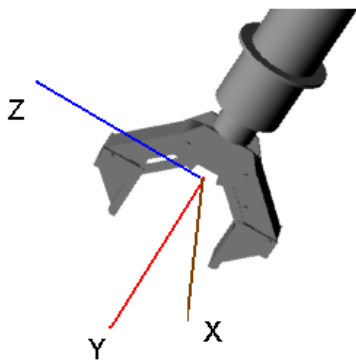
L'orientació d'una extremitat es defineix amb tres valors angulars que són roll ( $\phi$ ), pitch ( $\theta$ ) i yaw ( $\psi$ ).

A la figura següent (Fig. 4) es pot observar quins són els angles respecte als eixos.



**Fig. 4: Eixos del sistema de referència amb la nomenclatura de les seves rotacions**

La nomenclatura en robòtica també determina una denominació concreta per als seus eixos, a més d'una direcció i sentit per als eixos de referència de la mà del robot, tal com mostra la figura (Fig. 5).



**Fig. 5: col·locació dels eixos per definició en l'extremitat d'un manipulador**

El vector Approach ( $y$ ) és perpendicular al palmell de la mà del robot, el vector Orientation ( $z$ ) és el vector que defineix la direcció de tancament de les pinces de la mà (el sentit és indistint) i el vector Normal ( $x$ ) és el perpendicular, amb producte vectorial positiu, a l'approach i al orientation.

En les operacions de parametrització del braç articulat es farà servir una nomenclatura que definirà, de cada vector, el seu sistema de referència respecte al que s'estan aplicant operacions ( $B$ ), el sistema de referència respecte al que es representa aquest vector ( $A$ ), i el nom del punt que s'està analitzant ( $Q$ ), així doncs en la següent equació (Eq. 47) es pot observar com queda representat.

$${}^A({}^B V_Q)$$

#### Eq. 47

En les matrius de transició la nomenclatura que se segueix és  $B$  representat en coordenades de  $A$ , és a dir, si multipliquem un vector en base  $B$  a la matriu  $A_B$  s'obté el vector representat en les coordenades de  $A$ .

### 4.1.2 Cinemàtica directa de la posició del robot

L'objectiu de la cinemàtica directa és la de caracteritzar qualsevol punt del manipulador un cop conegudes les posicions de les seves articulacions. D'aquesta manera es podrà saber, respecte el sistema de referència del manipulador, la posició física de cada articulació i també la de l'extrem final.

### 4.1.3 Cinemàtica directa amb transformacions matricials

El primer mètode per a obtenir la matriu  ${}^R T_H$  es basa amb les matrius de transformació, tan de rotació com de translació. Les matrius genèriques que es fan servir són les expressades a continuació (Eq. 48, Eq. 49, Eq. 50 i Eq. 51) on les tres primeres matrius (Eq. 48, Eq. 49 i Eq. 50) expressen les matrius de rotació dels eixos de coordenades respecte el roll, pitch i yaw respectivament.

$$T_{\text{Rotació}}(\varnothing, x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varnothing) & -\sin(\varnothing) & 0 \\ 0 & \sin(\varnothing) & \cos(\varnothing) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Eq. 48**

$$T_{\text{Rotació}}(\theta, y) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Eq. 49**

$$T_{\text{Rotació}}(\psi, z) = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Eq. 50**

La matriu representada en Eq. 51 expressa la transformació de translació respecte un punt fins a un altre.

$$T_{\text{translació}}(A, B) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & {}^A O_{Bx} \\ 0 & 1 & 0 & {}^A O_{By} \\ 0 & 0 & 1 & {}^A O_{Bz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}_B$$

**Eq. 51**

Per trobar la matriu de transformació total el procés a seguir és el següent:

Es defineix com a matriu de transformació inicial la matriu identitat de 4x4, és a dir  $T = I_{4 \times 4}$ .

Llavors s'aplica la matriu de transformació per a passar al següent punt, és a dir, a la següent unió. Aquesta matriu de transformació s'anomena  $T_i$ . La matriu s'ha de pre-multiplicar o post-multiplicar a la  $T_{i-1}$  en funció de si la translació es fa en referència als eixos fixes  $\{A\}$  o bé en referència als eixos mòbils  $\{B\}$ .

Moviment referit a  $\{A\}$  llavors  ${}^0T_i = {}^{i-1}T_i \cdot T_{i-1}$

Moviment referit a  $\{B\}$  llavors  ${}^0T_i = T_{i-1} \cdot {}^{i-1}T_i$

Aquest procés, punt 2, es realitzarà de forma repetitiva fins que la matriu resultant sigui  ${}^0T_n$  on  $n$  és el nombre total d'articulacions.

Utilitzant aquest mètode es pot trobar la matriu que defineix la posició i orientació del punt final, la matriu de transformació total, o matriu  ${}^R T_H$ . Aquesta matriu té la forma que exemplifica l'equació Eq. 52. La matriu  ${}^R T_H$  dona les coordenades de la mà ( $H$ ) en base a la referència ( $R$ ).

$${}^R T_H = \begin{matrix} {}^R \\ \left( \begin{array}{cccc} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \\ {}_H \end{matrix}$$

#### Eq. 52

Els vectors  $(n_x \ n_y \ n_z)$ ,  $(o_x \ o_y \ o_z)$  i  $(a_x \ a_y \ a_z)$  defineixen l'orientació del vector  $x_H$ ,  $y_H$  i  $z_H$  de la mà en funció dels vectors  $x_R$ ,  $y_R$  i  $z_R$  de la referència i el vector  $(p_x \ p_y \ p_z)$  defineix la posició de la mà respecte la referència.

#### 4.1.4 Cinemàtica directa amb Denavit-Hartenberg (DH)

A continuació s'explicarà l'algorisme de Denavit-Hartenberg (DH) que s'utilitza per a obtenir el model en cinemàtica directa d'un manipulador qualsevol de  $n$  graus de llibertat. Aquest és un mètode que es basa amb el sistema anterior automatitzant-lo per a facilitar-ne l'aplicació i reduir-ne errors d'interpretació. L'algorisme DH és el definit en els passos següents:

1.- S'enumeren les unions des de la primera fins a l'última (unió  $n$ ) començant per la base i acabant pel yaw, pitch i roll per aquest ordre, es crea una variable  $k$ .

2.- S'assigna el sistema de coordenades  $L_0$  a la base, assegurant que el vector  $z_0$  coincideix amb l'eix de la unió 1 i s'assigna a  $k$  el valor 1.

3.- Es fa coincidir  $z_k$  amb l'eix de la unió  $k+1$ .

4.- Es col·loca l'origen de  $L_k$  amb la intersecció dels eixos  $z_k$  i  $z_{k-1}$ . En aquest cas hi ha dues possibilitats:

a.  $z_k$  i  $z_{k-1}$  interseccionen.

b.  $z_k$  i  $z_{k-1}$  no interseccionen en cap punt llavors s'utilitza la intersecció entre  $z_k$  i una perpendicular comuna de  $z_k$  i  $z_{k-1}$ , és a dir la intersecció de  $z_k$  i perpendicular de  $z_k$  paral·lela amb perpendicular de  $z_{k-1}$ .

5.- Es col·loca l'eix  $x_k$  de manera que sigui perpendicular als eixos  $z_k$  i  $z_{k-1}$ , producte vectorial de  $z_k$  i  $z_{k-1}$  amb signe contrari ( $-z_k \wedge z_{k-1}$ ), com en el punt 4 en aquest cas també hi ha dues opcions:

a.  $z_k$  i  $z_{k-1}$  no són paral·lels.

b.  $z_k$  i  $z_{k-1}$  són paral·lels, llavors la direcció es defineix cap a fora de la unió amb el següent link.

6.- Es col·loca  $y_k$  de manera que el producte vectorial dels 3 vectors sigui positiu.

7.- Es fa  $k = k + 1$  i es torna al punt 3 fins que  $k$  sigui  $n - 1$ .

Un cop finalitzat el procés anterior es construeix una taula com la següent (Fig. 6) on  $n$  és el nombre d'articulacions.

<b>k</b>	<b><math>\theta_i</math></b>	<b><math>d_i</math></b>	<b><math>a_i</math></b>	<b><math>\alpha_i</math></b>
1				
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n-1				
n				

**Fig. 6: Exemple d'una taula per a la utilització de l'algorisme DH**

8.- A l'element terminal se li col·loca el sistema de coordenades  $L_n$  i se'n col·loquen els eixos de referència tal com anteriorment s'ha esmentat (Nomenclatura per al càlcul en braços articulats (30)). Llavors es torna a fer  $k = 1$ .

9.- Col·locar  $b_k$  a la intersecció dels eixos  $x_k$  i  $z_{k-1}$  aquests dos eixos poden:

a. Si intersecten es col·loca  $b_k$  a la intersecció.

b. Si no intersecten  $b_k$  es col·locarà a la intersecció de  $x_k$  i una perpendicular comuna a  $x_k$  i  $z_k$ .

A partir d'ara s'aniran definint els paràmetres del manipulador i les variables del manipulador, als que són paràmetres (longituds o angles) se'ls assignarà el valor d'aquest paràmetre, en canvi als que són variables se'ls assignarà el valor  $q_k$  a la columna corresponent tal com indicaran els punts del 10 al 13.

10.- Es defineix l'angle  $\theta_k$  com la rotació entre  $x_{k-1}$  i  $x_k$  mesurat al pla perpendicular a l'eix  $z_k$ , aquesta es col·loca a la fila  $k$ .



11.- Es defineix la distància  $d_k$  mesurat des de  $L_{k-1}$  fins a  $b_k$  paral·lelament a l'eix  $z_{k-1}$ , aquesta es col·loca a la fila  $k$ .

12.- Es defineix la  $a_k$  mesurat des de  $b_k$  fins a  $L_{k-1}$  paral·lelament a l'eix  $x_k$ , aquesta es col·loca a la fila  $k$ .

13.- Es defineix l'angle  $\alpha_k$  com la rotació entre  $z_k$  i  $z_{k-1}$  mesurat al pla perpendicular a l'eix  $x_k$ , aquesta es col·loca a la fila  $k$ .

14.- S'incrementa  $k$  una unitat fins que aquesta sigui igual a  $n-1$ , si la  $k$  segueix essent més petita que  $n$  llavors es torna al pas 8.

El resultat que s'obté d'aquest procediment és una taula amb els paràmetres del manipulador i unes  $q_k$  on  $k$  va de 1 a  $n$ . Es defineix el vector de  $q$  com el que es veu a la següent equació (Eq. 53).

$$\bar{q} = (q_1, \dots, q_n)$$

#### Eq. 53

A partir de la taula obtinguda de l'algorisme DH es pot trobar la matriu  ${}^R T_H$  a partir del productori de les matrius  ${}^{k-1} A_k$ ; la matriu és la definida a l'equació Eq. 54.

$${}^{k-1} A_k = \begin{pmatrix} \cos(\theta_k) & -\cos(\alpha_k) \cdot \sin(\theta_k) & \sin(\alpha_k) \cdot \sin(\theta_k) & a_k \cdot \cos(\theta_k) \\ \sin(\theta_k) & \cos(\alpha_k) \cdot \cos(\theta_k) & -\sin(\alpha_k) \cdot \cos(\theta_k) & a_k \cdot \sin(\theta_k) \\ 0 & \sin(\alpha_k) & \cos(\alpha_k) & d_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

#### Eq. 54

Com ja s'ha dit aplicant el corresponent productori (Eq. 55) s'obté la matriu  ${}^R T_H$ .

$${}^R T_H = \prod_0^{n-1} A_k$$

**Eq. 55**

La matriu del robot està definida en funció de les  $q_k$  per tant substituint els valors s'obté la matriu que defineix la posició de l'extrem final de la mà en un cas concret. Amb aquesta matriu es pot definir el vector configuració (Eq. 56), aquest vector inclou els angles roll, pitch i yaw i la posició de l'extrem final respecte la base.

$$\text{Vector Configuració} = \left( p_x \quad p_y \quad p_z \quad e^{\frac{q_k}{\pi}} \cdot a_x \quad e^{\frac{q_k}{\pi}} \cdot a_y \quad e^{\frac{q_k}{\pi}} \cdot a_z \right)$$

**Eq. 56****4.1.5 Càlcul en la cinemàtica inversa de la posició del robot**

L'objectiu de la cinemàtica inversa d'un manipulador consisteix en trobar, a partir del vector configuració, el vector de  $q$  expressat a Eq. 53. Aquest procés no sempre és viable de forma analítica, depèn de la configuració del robot. Malgrat això la solució sempre es pot trobar per mètodes matemàtics iteratius.

L'objectiu d'aquest apartat no és el de tractar la solució numèrica, ja que el robot a tractar no tindrà  $n$  graus de llibertat i serà resoluble mitjançant solució analítica.

La solució analítica d'un manipulador no es pot programar mitjançant un algorisme ja que depèn de com s'ha obtingut la matriu  ${}^R T_H$  i per tant de totes les seves unions, si són prismàtiques o angulars, i en quin ordre estan col·locades. Però el procés a seguir és el següent.

Primerament s'igualen el vector configuració obtingut numèricament i el vector configuració obtingut paramètricament, tal com es veu a l'equació Eq. 57.

$$\begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ w_{2x} \\ w_{2y} \\ w_{2z} \end{pmatrix}_{\text{numèric}} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ w_{2x} \\ w_{2y} \\ w_{2z} \end{pmatrix}_{\text{paramètric}}$$

**Eq. 57**

Les equacions que defineixen el vector configuració en forma paramètrica estan compostes d'operacions trigonomètriques amb els angles  $\alpha_i$ ,  $\theta_i$ , sumats o multiplicats amb les distàncies  $d_i$  i  $a_i$ .

Un cop obtingudes les equacions s'ha de solucionar el sistema de 6 equacions i  $n$  incògnites, degut a què  $n$  pot ser més gran que 6 es pot afirmar que els robots amb més de 6 graus de llibertat tenen més d'una posició de les seves articulacions per arribar a una posició final concreta.

**4.1.6 Càlcul de les velocitats en cada una de les unions**

Per a trobar les velocitats d'una articulació es poden aplicar dos mètodes. Un mètode basat en operacions entre matrius i un altre, mètode de la matriu Jacobiana, que a partir de la matriu de  ${}^A R_B$ , es pot trobar la velocitat de  $Q$  referenciat en  $A$ .

**4.1.7 Mitjançant operacions matricials**

El primer mètode, com també es donava en el cas de la posició, s'usen operacions matricials per a obtenir les velocitats lineals i angulars de cada una de les unions fins a arribar a l'extrem del braç. D'aquesta manera es pot trobar la velocitat tan angular, respecte el punt de referència del robot, com lineal del robot. Aquest procés és mecànic i les operacions que són necessàries per aplicar-lo són les següents per a velocitats lineals (Eq.

58 i Eq. 59). L'Eq. 60 defineix la velocitat angular és comuna pels dos tipus d'unions, angular o prismàtica.

Per unions prismàtiques l'operació a aplicar és:

$${}^A({}^A V_i) = {}^A({}^A V_{i-1}) + {}^A({}^A \Omega_i) \wedge {}^A R_i \cdot ({}^{i-1} P_i)$$

**Eq. 58**

Per unions angulars l'operació a aplicar és:

$${}^A({}^A V_i) = {}^A({}^A V_{i-1}) + {}^A({}^A \Omega_i) \wedge ({}^{i-1} P_i) + {}^A R_i \cdot V_i \cdot {}^{i-n} Z_{i-1}$$

**Eq. 59**

Per a trobar les velocitats angulars de les unions s'aplica (Eq. 60):

$${}^A({}^A \Omega_i) = {}^A({}^A \Omega_{i-1}) + {}^A R_i \cdot {}^{i-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ V_i \end{pmatrix}$$

**Eq. 60**

#### 4.1.8 Velocitat amb la matriu Jacobiana

Aquest mètode es basa en la definició de velocitat, que aquesta és la derivada primera de la posició. La matriu Jacobiana ( $J$ ) és una matriu de 6 files i  $n$  columnes, on  $n$  és el nombre de graus de llibertat del robot. Així doncs es pot expressar la velocitat com s'ha fet a l'equació Eq. 61 i equació Eq. 62.

$$({}^0 V)_{n,1} = J_{6,n} \cdot \dot{Q}$$

**Eq. 61**

$$\begin{pmatrix} {}^0V_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ {}^0V_n \end{pmatrix}_{n \times 1} = \begin{pmatrix} J_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & J_{1n} \\ J_{21} & \cdot & \cdot & \cdot & J_{2n} \\ J_{31} & \cdot & \cdot & \cdot & J_{3n} \\ J_{41} & \cdot & \cdot & \cdot & J_{4n} \\ J_{51} & \cdot & \cdot & \cdot & J_{5n} \\ J_{61} & \cdot & \cdot & \cdot & J_{6n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cdot \\ q_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ q_n \end{pmatrix}$$

Eq. 62

## 4.2 Dinàmica del manipulador

El model dinàmic que regeix el comportament d'un manipulador depèn de les forces (Aracil 2007), acceleracions, masses, velocitats i posicions del braç, el model que regeix aquest comportament és el que defineix la següent equació dinàmica (Eq. 63).

$$\tau = M(Q)\ddot{Q} + C(Q, \dot{Q})\dot{Q} + D(Q, \dot{Q})\dot{Q} + G(Q) + F(Q, \dot{Q})$$

Eq. 63

On cada un d'aquests paràmetres té el següent significat:

$\tau$  Vector de parells o forces exercits en les articulacions

$M(Q)$  Matriu de masses i inèrcies del robot.

$C(Q, \dot{Q})$  Vector funció de les forces centrífugues i de Coriolis.

$D(Q, \dot{Q})$  Vector on hi ha caracteritzades les forces de fricció.

$G(Q)$  Vector que conté la força gravitatòria.

$F(Q, \dot{Q})$  Vector que conté les càrregues en moment i força de l'element terminal.

De l'equació anterior se'n pot aïllar l'acceleració,  $\ddot{Q}$ , i per integració es troba la posició deguda a les forces aplicades a cada una de les articulacions.

Per a trobar el valor de  $M(Q)$  s'utilitza un algorisme recursiu. L'algorisme recursiu emprat és el conegut com a RNE (Recursive Newton-Euler), l'objectiu d'aquest algorisme és calcular les acceleracions lineals i angulars partint des de la base fins a l'extrem amb els únics moviments causats per les velocitats i acceleracions aplicades a les articulacions, d'aquesta manera s'obtenen els parells i forces de cada articulació.

Abans de presentar l'algorisme cal definir els paràmetres que aquest conté.

$\varepsilon$  Defineix si l'articulació és prismàtica (valor 0) o angular (valor 1).

${}^{i-1}\hat{Z}_{i-1}$  Vector columna (1x3) amb un únic 1 a la tercera fila.

$q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i$  Vectors columna de posició velocitat i acceleració del link.

${}^{i-1}\omega_{0,i-1}$  Vector de la velocitat angular de la unió anterior a l'actual.

${}^i\omega_{0,i}$  Vector de la velocitat angular de la unió actual.

${}^{i-1}\dot{\omega}_{0,i-1}$  Vector de l'acceleració angular de la unió anterior a l'actual.

${}^i\dot{\omega}_{0,i}$  Vector de l'acceleració angular de la unió actual.

${}^{i-1}\dot{v}_{0,i-1}$	Vector de la velocitat lineal de la unió anterior a l'actual.
${}^i\dot{v}_{0,i}$	Vector de la velocitat lineal de la unió actual.
${}^i\dot{v}_{C0,i}$	Vector de la velocitat lineal de la unió actual.
${}^i p_i = [a_i \quad 0 \quad d_i]^T$	Representa la longitud del link, on els valors $a_i$ i $d_i$ són els calculats a l'algorisme D-H.
${}^i p_{Ci}$	Representa la longitud des del final del link al CdG, és negatiu.
$m_i$	Massa del link.
${}^i F_i$	Vector força que està exercint el link
${}^i N_i$	Vector parells exercits en el link.
${}^i I_{Ci}$	Matriu (3x3) d'inèrcies del link.
${}^i R_{i-1}$	Matriu de rotació corresponent a la matriu de transformació per passar d'una articulació a l'altre ${}^i A_{i-1}$ emprant només les tres primeres files i les tres primeres columnes.

La part directa de l'algorisme té per objectiu calcular l'acceleració angular en cada una de les unions i la seva acceleració lineal, per a poder-ne calcular les forces i parells generats. Les següents equacions (Eq. 64, Eq. 65, Eq. 66, Eq. 67, Eq. 68 i Eq. 69) són utilitzades per a cada articulació en la primera fase de l'algorisme, la fase directe.

$${}^i \omega_{0,i} = {}^i R_{i-1} \cdot {}^{i-1} \omega_{0,i-1} + \varepsilon_i \cdot {}^i R_{i-1} \cdot \dot{q}_i \cdot {}^{i-1} \hat{Z}_{i-1}$$

**Eq. 64**

$${}^i \dot{\omega}_{0,i} = {}^i R_{i-1} \cdot {}^{i-1} \dot{\omega}_{0,i-1} + \varepsilon_i \cdot \left[ \left( {}^i R_{i-1} \cdot {}^{i-1} \dot{\omega}_{0,i-1} \right) \times \left( {}^i R_{i-1} \cdot \dot{q}_i \hat{Z}_{i-1} \right) + {}^i R_{i-1} \cdot \ddot{q}_i \hat{Z}_{i-1} \right]$$

**Eq. 65**

$${}^i \dot{v}_{0,i} = {}^i R_{i-1} \cdot {}^{i-1} \dot{v}_{0,i-1} + {}^i \dot{\omega}_{0,i} \times \left( {}^i \dot{\omega}_{0,i} \times {}^i p_i \right) + \left( {}^i \dot{\omega}_{0,i} \times {}^i p_i \right) + (1 - \varepsilon_i) \cdot \left[ {}^i R_{i-1} \cdot \ddot{q}_i \hat{Z}_{i-1} + (2 {}^i \omega_{0,i}) \times \left( {}^i R_{i-1} \cdot \dot{q}_i \hat{Z}_{i-1} \right) \right]$$

**Eq. 66**

$${}^i \dot{v}_{0,i} = {}^i R_{i-1} \cdot {}^{i-1} \dot{v}_{0,i-1} + {}^i \dot{\omega}_{0,i} \times \left( {}^i \dot{\omega}_{0,i} \times \left( {}^i \dot{\omega}_{0,i} \times {}^i p_i \right) \right) + {}^i \dot{\omega}_{0,i} \times \left( {}^i p_{Ci} + {}^i p_i \right) + (1 - \varepsilon_i) \cdot \left[ {}^i R_{i-1} \cdot \ddot{q}_i \hat{Z}_{i-1} + (2 {}^i \omega_{0,i}) \times \left( {}^i R_{i-1} \cdot \dot{q}_i \hat{Z}_{i-1} \right) \right]$$

**Eq. 67**

$${}^i F_i = m_i \cdot {}^i \dot{v}_{C0,i}$$

**Eq. 68**

$${}^i N_i = {}^i I_{ci} \cdot {}^i \dot{\omega}_{C0,i} + {}^i \omega_{C0,i} \times \left( {}^i I_{ci} \cdot {}^i \omega_{C0,i} \right)$$

**Eq. 69**

Una vegada calculades les forces en funció de l'acceleració l'algorisme calcula la contribució que té l'objecte contingut a l'extremitat del braç. Per a fer això primerament s'ha de traslladar les forces de l'objecte de l'extremitat a les coordenades relatives de l'extremitat (Eq. 70) . Seguidament ja es pot efectuar la suma algebraica de la contribució externa a la que tenia l'últim element. També s'ha de calcular com aquesta càrrega afecta sobre tots els esforços del braç (Eq. 71, Eq. 72 i Eq. 73).

$${}^{n+1} f_{n+1} = \left( {}^{n+1} f_{n+1} \right)^H = {}^R T_H \cdot \left( {}^{n+1} f_{n+1} \right)^G$$

**Eq. 70**



$${}^n f_n = {}^{n+1} f_{n+1} + {}^n F_n$$

**Eq. 71**

$${}^n n_n = {}^{n+1} n_{n+1} + {}^n p_n \times {}^{n+1} f_{n+1} + ({}^n p_n + {}^n p_{Cn}) \times {}^n F_n + {}^n N_n$$

**Eq. 72**

$$\tau_n = \varepsilon_i \cdot ({}^n n_n)^T \cdot ({}^n R_{n-1} \cdot {}^{n-1} \hat{Z}_{n-1}) + (1 - \varepsilon_i) ({}^n f_n)^T \cdot ({}^n R_{n-1} \cdot {}^{n-1} \hat{Z}_{n-1})$$

**Eq. 73**

Transportades les forces de la càrrega de la unitat terminal a l'última extremitat, es refà el camí enrere des de l'extremitat fins a la base tenint en compte els esforços que el braç ha de fer per aguantar l'objecte, d'aquesta manera s'obtenen els parells i forces reals que el braç necessita per a fer el moviment, els següents equacions (Eq. 74, Eq. 75 i Eq. 76) s'hauran de calcular per a cada articulació (de  $nArticulacions - 1$  fins a 1).

$${}^i f_i = {}^i R_{i+1} \cdot {}^{i+1} f_{i+1} + {}^i F_i$$

**Eq. 74**

$${}^i n_i = {}^i R_{i+1} \left[ {}^{i+1} n_{i+1} + \left( ({}^i R_{i+1})^T \cdot {}^i p_i \right) \times {}^{i+1} f_{i+1} \right] + ({}^i p_i + {}^i p_{Ci}) \times {}^i F_i + {}^i N_i$$

**Eq. 75**

$$\tau_i = \varepsilon_i \cdot ({}^i n_i)^T \cdot ({}^i R_{i-1} \cdot {}^{i-1} \hat{Z}_{i-1}) + (1 - \varepsilon_i) ({}^i f_i)^T \cdot ({}^i R_{i-1} \cdot {}^{i-1} \hat{Z}_{i-1})$$

**Eq. 76**

Notis que  ${}^{k-1}R_k$  és la transposada (ja que el determinant és 1) de  ${}^iR_{i-1}$ , per tant  ${}^iR_{i+1}$  és la transposada de  ${}^{i+1}R_i$ .

En la dinàmica d'un braç articulat es calcula dues vegades el RNE. La primera vegada es calcula per a cada articulació la funció RNE introduint-hi com a variables la força exterior aplicada a l'extremitat del braç, la gravetat com a vector (3x1) de zeros, és a dir no n'hi ha, les velocitats del braç igual a 0, i es fa l'acceleració de l'articulació que s'està calculant 1, i la resta 0. Per a cada articulació la funció donarà un vector de sortida  $m$  de 6x1, aquests vectors  $m$  s'aniran acumulant a un vector  $M\_gran$  que un cop calculat per a cada articulació serà una matriu de dimensions  $6 \cdot n_{Articulacions}$  on estarà definida la distribució de masses del manipulador.

En la segona vegada que s'executarà la funció RNE donarà un vector de sortida que definirà les forces o parells aplicades a cada articulació, depenent si l'articulació és prismàtica o angular anomenada tau.

Es pot definir una funció variant de la RNE anomenada RNE2 que a part del vector de taus de  $n_{Articulacions} \cdot 1$  també donarà de sortida un vector que definirà la força a la base anomenat  $FNBase$  que conté en columna les forces  $X$ ,  $Y$  i  $Z$ , i els parells en els eixos  $X$ ,  $Y$  i  $Z$ .

### **4.3 Cas particular per al model acoblat al submarí**

La Universitat Jaume I, encarregada del disseny i construcció del braç, ha fet arribar al departament un esbós del que serà aquest braç (Fig. 7), a partir d'aquest disseny es dissenyarà el programa per a què se'n puguin variar les magnituds característiques del braç i coneixen les conseqüències que un model de braç com l'esmentat, que tindria sobre el vehicle submarí.

#### 4.4 Estudi cinemàtic del Robot articulat acoblat al submarí

Com ja s'ha vist a l'apartat 4.1.1 (32) per a conèixer la cinemàtica directa de qualsevol braç s'usa l'algorisme DH, en el següent apartat 4.4 es desenvoluparà aquest algorisme per a calcular-ne la cinemàtica directa, i posteriorment calcular-ne la inversa com anteriorment també s'ha indicat a l'apartat 4.1.4 (38) del manipulador concret del vehicle.

##### 4.4.1 Cinemàtica directa de la posició del robot

Com s'ha explicat a l'apartat 4.3.3 s'aplicarà l'algorisme de Denavit-Hartenberg per a resolució de la cinemàtica directa del braç articulat. El model estudiat és el que es veu a la següent figura (Fig. 7).

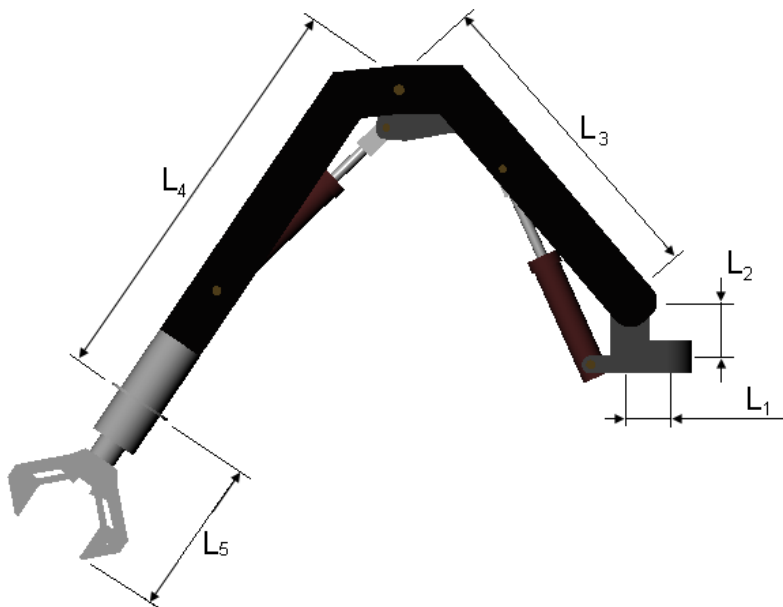


Fig. 7: Braç manipulador predissenyat per al vehicle submarí

Com es pot observar aquest braç articulat té fins a 4 graus de llibertat, tots quatre graus són de rotació. Seguint el procediment descrit a l'apartat 4.3.3, s'obté la taula següent (Taula 2: Taula resultat de l'algorisme DH) on es poden observar les variables del robot  $q_i$  i els diversos paràmetres d'aquest, els angles, i les distàncies  $a_i$  i  $d_i$ .

K	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$	Home
1	$q_1$	$d_1$	$a_1$	90	90
2	$q_2$	0	$a_2$	0	0
3	$q_3$	0	$a_3$	0	0
4	$q_4$	0	0	90	0
5	$q_5$	$d_5$	0	0	90

Taula 2: Taula resultat de l'algorisme DH

D'aquesta manera les matrius  ${}^i A_{i-1}$  que s'obtenen són les següents (Eq. 77, Eq. 78, Eq. 79, Eq. 80 i Eq. 81).

$${}^1 A_0 = \begin{pmatrix} \cos(q_1) & 0 & \sin(q_1) & a_1 \cdot \cos(q_1) \\ \sin(q_1) & 0 & -\cos(q_1) & a_1 \cdot \sin(q_1) \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Eq. 77

$${}^2 A_1 = \begin{pmatrix} \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 & a_2 \cdot \cos(q_2) \\ \sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 & a_2 \cdot \sin(q_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Eq. 78

$${}^3 A_2 = \begin{pmatrix} \cos(q_3) & -\sin(q_3) & 0 & a_3 \cdot \cos(q_3) \\ \sin(q_3) & \cos(q_3) & 0 & a_3 \cdot \sin(q_3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Eq. 79

$${}^4A_3 = \begin{pmatrix} \cos(q_4) & 0 & \sin(q_4) & 0 \\ \sin(q_4) & 0 & -\cos(q_4) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Eq. 80

$${}^5A_4 = \begin{pmatrix} \cos(q_5) & -\sin(q_5) & 0 & 0 \\ \sin(q_5) & \cos(q_5) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Eq. 81

Per al manipulador dissenyat s'ha de considerar que en tot moment la variable  $q_4$  serà sempre  $90^\circ$ . Multiplicant les matrius per ordre com s'especifica a l'explicació del mètode DH s'obté la matriu  ${}^R T_H$  a partir de la qual s'obté el següent vector configuració (Eq. 82)

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \\ w_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \cdot c_1 + a_2 \cdot c_2 \cdot c_1 + a_3 \cdot c_1 \cdot (c_3 \cdot c_2 - s_3 \cdot s_2) + c_1 \cdot d_5 \cdot (c_2 \cdot (c_3 \cdot s_4 + c_4 \cdot s_3) + s_2 \cdot (c_3 \cdot c_4 - s_3 \cdot s_4)) \\ a_1 \cdot s_1 + a_2 \cdot c_2 \cdot s_1 + a_3 \cdot s_1 \cdot (c_3 \cdot c_2 - s_3 \cdot s_2) + s_1 \cdot d_5 \cdot (c_2 \cdot (c_3 \cdot s_4 + c_4 \cdot s_3) + s_2 \cdot (c_3 \cdot c_4 - s_3 \cdot s_4)) \\ a_2 \cdot s_2 + a_3 \cdot (s_3 \cdot c_2 + c_3 \cdot s_2) + c_2 \cdot d_5 \cdot (s_3 \cdot s_4 - c_4 \cdot c_3) + d_5 \cdot s_2 \cdot (c_3 \cdot s_4 - s_3 \cdot c_4) + d_1 \\ e^{\frac{q_5}{\pi}} \cdot c_1 \cdot (c_2 \cdot (c_3 \cdot s_4 + c_4 \cdot s_3) + s_2 \cdot (c_3 \cdot c_4 - s_4 \cdot s_3)) \\ e^{\frac{q_5}{\pi}} \cdot s_1 \cdot (c_2 \cdot (c_3 \cdot s_4 + c_4 \cdot s_3) + s_2 \cdot (c_3 \cdot c_4 - s_4 \cdot s_3)) \\ e^{\frac{q_5}{\pi}} \cdot (c_2 \cdot (s_3 \cdot s_4 - c_4 \cdot c_3) + s_2 \cdot (c_3 \cdot s_4 + c_4 \cdot s_3)) \end{pmatrix}$$

Eq. 82

#### 4.4.2 Càlcul en la cinemàtica inversa de la posició del robot

Com ja s'ha comentat a l'apartat 4.3.4 la cinemàtica inversa depèn de cada robot en particular. Un factor important de cara a la resolució de la cinemàtica inversa és que el

manipulador no tingui més de 6 graus de llibertat, ja que sinó no es pot trobar una solució analítica. En aquest cas el braç articulat acoblat al Girona500 té 5 (una constant  $q_4$  a  $90^\circ$ ), variables per tant la solució és analítica.

La primera variable que s'aïllarà serà el roll de la mà, és a dir el valor  $q_5$ , per a obtenir-ne el valor s'utilitzarà la propietat que els vectors orientació tenen mòdul 1, d'aquesta manera (Eq. 85) es troba  $q_5$ .

$$\begin{aligned}
 w_4^2 + w_5^2 + w_6^2 &= \left( e^{\frac{q_5}{\pi}} \cdot c_1 \cdot (c_2 \cdot (c_3 \cdot s_4 + c_4 \cdot s_3) + s_2 \cdot (c_3 \cdot c_4 - s_4 \cdot s_3)) \right)^2 \\
 &+ \left( e^{\frac{q_5}{\pi}} \cdot s_1 \cdot (c_2 \cdot (c_3 \cdot s_4 + c_4 \cdot s_3) + s_2 \cdot (c_3 \cdot c_4 - s_4 \cdot s_3)) \right)^2 + \\
 &+ \left( e^{\frac{q_5}{\pi}} \cdot (c_2 \cdot (s_3 \cdot s_4 - c_4 \cdot c_3) + s_2 \cdot (c_3 \cdot s_4 + c_4 \cdot s_3)) \right)^2 \\
 &= \left( e^{\frac{q_5}{\pi}} \right)^2 \cdot \left( \left( c_1 \cdot (c_2 \cdot (c_3 \cdot s_4 + c_4 \cdot s_3) + s_2 \cdot (c_3 \cdot c_4 - s_4 \cdot s_3)) \right)^2 + \left( s_1 \cdot (c_2 \cdot (c_3 \cdot s_4 + c_4 \cdot s_3) + s_2 \cdot (c_3 \cdot c_4 - s_4 \cdot s_3)) \right)^2 + \right. \\
 &\quad \left. \left( c_2 \cdot (s_3 \cdot s_4 - c_4 \cdot c_3) + s_2 \cdot (c_3 \cdot s_4 + c_4 \cdot s_3) \right)^2 \right)
 \end{aligned}$$

**Eq. 83**

$$\left( \left( c_1 \cdot (c_2 \cdot (c_3 \cdot s_4 + c_4 \cdot s_3) + s_2 \cdot (c_3 \cdot c_4 - s_4 \cdot s_3)) \right)^2 + \left( s_1 \cdot (c_2 \cdot (c_3 \cdot s_4 + c_4 \cdot s_3) + s_2 \cdot (c_3 \cdot c_4 - s_4 \cdot s_3)) \right)^2 + \right. \\
 \left. \left( c_2 \cdot (s_3 \cdot s_4 - c_4 \cdot c_3) + s_2 \cdot (c_3 \cdot s_4 + c_4 \cdot s_3) \right)^2 \right) = 1$$

**Eq. 84**

Aplicant les equacions Eq. 83 i Eq. 84 obtenim que  $q_5$  és l'expressat a l'equació Eq. 85.

$$\pi \cdot \ln \left( \sqrt{w_4^2 + w_5^2 + w_6^2} \right) = q_5$$

**Eq. 85**

Per a simplificar la nomenclatura del vector configuració es poden usar les relacions trigonomètriques de la següent manera (Eq. 86):

$$V_{\text{Configuració}} = \begin{pmatrix} c_1 \cdot (a_1 + d_5 \cdot s_{234} + a_3 \cdot c_{23} + a_2 \cdot c_2) \\ s_1 \cdot (a_1 + d_5 \cdot s_{234} + a_3 \cdot c_{23} + a_2 \cdot c_2) \\ -d_5 \cdot c_{234} + a_3 \cdot s_{23} + a_2 \cdot s_2 + d_1 \\ \frac{q_5}{e^\pi} \cdot c_1 \cdot s_{234} \\ \frac{q_5}{e^\pi} \cdot s_1 \cdot s_{234} \\ \frac{q_5}{e^\pi} \cdot c_{234} \end{pmatrix}$$

**Eq. 86**

Un cop obtingut  $q_5$  es pot procedir a obtenir  $q_{234}$  veure equacions Eq. 87 i Eq. 88.

$$e^{\frac{q_5}{\pi}} \cdot s_{234} \cdot (s_1^2 + c_1^2)^2 = c_1 \cdot w_4 + s_1 \cdot w_5$$

**Eq. 87**

$$q_{234} = a \tan 2(c_1 \cdot w_4 + s_1 \cdot w_5, -w_6)$$

**Eq. 88**

Un cop trobat el valor dels angles conjunts  $q_2$ ,  $q_3$  i  $q_4$  anomenat  $q_{234}$  es pot procedir al càlcul de tots els angles per separat, però abans, s'han de definir uns paràmetres intermitjos anomenats  $b_1$  i  $b_2$ .

$$w_1 = c_1 \cdot (a_1 + d_5 \cdot s_{234} + a_3 \cdot c_{23} + a_2 \cdot c_2)$$

$$w_2 = s_1 \cdot (a_1 + d_5 \cdot s_{234} + a_3 \cdot c_{23} + a_2 \cdot c_2)$$

**Eq. 89**

Si es fa la mateixa operació que s'ha fet per a calcular  $q_{234}$ , multiplicar  $w_1$  per  $c_1$  i  $w_2$  per  $c_2$  i se sumen s'obté (Eq. 90).

$$\begin{aligned}
c_1 \cdot w_1 + s_1 \cdot w_2 &= c_1^2 \cdot (a_1 + d_5 \cdot s_{234} + a_3 \cdot c_{23} + a_2 \cdot c_2) + s_1^2 \cdot (a_1 + d_5 \cdot s_{234} + a_3 \cdot c_{23} + a_2 \cdot c_2) \\
c_1 \cdot w_1 + s_1 \cdot w_2 &= (c_1^2 + s_1^2) \cdot (a_1 + d_5 \cdot s_{234} + a_3 \cdot c_{23} + a_2 \cdot c_2) \\
b_1 &= c_1 \cdot w_1 + s_1 \cdot w_2 - a_1 - d_5 \cdot s_{234} = (a_3 \cdot c_{23} + a_2 \cdot c_2)
\end{aligned}$$

**Eq. 90**

Havent definit ja el paràmetre  $b_1$  es procedeix a definir el  $b_2$  mitjançant el tercer terme del vector configuració (Eq. 91).

$$b_2 = w_3 + d_5 \cdot c_{234} - d_1 = a_3 \cdot s_{23} + a_2 \cdot s_2$$

**Eq. 91**

Operant amb els valors  $b_1$  i  $b_2$  es pot aïllar el valor de  $q_3$ .

$$\begin{aligned}
b_1^2 + b_2^2 &= (a_3 \cdot c_{23} + a_2 \cdot c_2)^2 + (a_3 \cdot s_{23} + a_2 \cdot s_2)^2 \\
b_1^2 + b_2^2 &= a_3^2 \cdot c_{23}^2 + a_2^2 \cdot c_2^2 + 2 \cdot a_3 \cdot c_{23} \cdot a_2 \cdot c_2 + a_3^2 \cdot s_{23}^2 + a_2^2 \cdot s_2^2 + 2 \cdot a_3 \cdot s_{23} \cdot a_2 \cdot s_2 \\
b_1^2 + b_2^2 &= a_3^2 \cdot (c_{23}^2 + s_{23}^2) + a_2^2 \cdot (s_2^2 + c_2^2) + 2 \cdot a_3 \cdot a_2 \cdot (s_{23} \cdot s_2 + c_{23} \cdot c_2)
\end{aligned}$$

**Eq. 92**

De l'equació anterior es pot extreure el valor de  $q_3$  de la següent manera (Eq. 93).

$$\frac{b_1^2 + b_2^2 - a_3^2 - a_2^2}{2 \cdot a_3 \cdot a_2} = \cos(q_3 + q_2 - q_2)$$

**Eq. 93**

Aïllant s'obté (Eq. 94):

$$q_3 = a \cos\left(\frac{b_1^2 + b_2^2 - a_3^2 - a_2^2}{2 \cdot a_3 \cdot a_2}\right)$$

**Eq. 94**



Un cop obtingut  $q_3$  s'obté  $q_2$  de la següent manera (Eq. 95):

$$b_1 = a_3 \cdot c_{23} + a_2 \cdot c_2$$

$$b_2 = a_3 \cdot s_{23} + a_2 \cdot s_2$$

**Eq. 95**

Desfent les relacions trigonomètriques que relacionen la suma d'angles s'arriba a les relacions següent (Eq. 96).

$$(a_3 \cdot c_3 + a_2) \cdot b_1 = (a_3 \cdot c_3 + a_2)^2 \cdot c_2 - (a_3 \cdot c_3 + a_2) a_3 \cdot s_3 \cdot s_2$$

**Eq. 96**

$$a_3 \cdot s_3 \cdot b_2 = (a_3 \cdot s_3)^2 \cdot c_2 + (a_3 \cdot c_3 + a_2) \cdot a_3 \cdot s_3 \cdot s_2$$

**Eq. 97**

Sumant les dues equacions obtingudes (Eq. 96 i Eq. 97) s'obté el següent resultat (Eq. 98)

$$(a_3 \cdot c_3 + a_2) \cdot b_1 + a_3 \cdot s_3 \cdot b_2 = \left( (a_3 \cdot c_3 + a_2)^2 + (a_3 \cdot s_3)^2 \right) \cdot c_2$$

**Eq. 98**

$$c_2 = \frac{(a_3 \cdot c_3 + a_2) \cdot b_1 + a_3 \cdot s_3 \cdot b_2}{\left( (a_3 \cdot c_3 + a_2)^2 + (a_3 \cdot s_3)^2 \right)}$$

**Eq. 99**

Restant les equacions anteriors (Eq. 100 i Eq. 101) es pot obtenir un altre resultat que depèn únicament de  $s_2$  (Eq. 102)

$$-a_3 \cdot s_3 \cdot b_1 = (a_3 \cdot s_3)^2 \cdot s_2 - (a_3 \cdot c_3 + a_2) \cdot a_3 \cdot s_3 \cdot c_2$$

**Eq. 100**

$$(a_3 \cdot c_3 + a_2) \cdot b_2 = (a_3 \cdot c_3 + a_2)^2 \cdot s_2 + (a_3 \cdot c_3 + a_2) \cdot a_3 \cdot s_3 \cdot c_2$$

**Eq. 101**

Sumant les dues equacions (Eq. 100 i Eq. 101) com s'ha fet abans s'obté (Eq. 102).

$$(a_3 \cdot c_3 + a_2) \cdot b_2 - a_3 \cdot s_3 \cdot b_1 = \left( (a_3 \cdot c_3 + a_2)^2 + (a_3 \cdot s_3)^2 \right) \cdot s_2$$

**Eq. 102**

$$s_2 = \frac{(a_3 \cdot c_3 + a_2) \cdot b_2 - a_3 \cdot s_3 \cdot b_1}{\left( (a_3 \cdot c_3 + a_2)^2 + (a_3 \cdot s_3)^2 \right)}$$

**Eq. 103**

Dividint les equacions Eq. 99 i Eq. 102 s'obté que la variable  $q_2$  és (Eq. 104):

$$q_2 = a \tan 2 \left( (a_3 \cdot c_3 + a_2) \cdot b_2 - a_3 \cdot s_3 \cdot b_1, (a_3 \cdot c_3 + a_2) \cdot b_1 + a_3 \cdot s_3 \cdot b_2 \right)$$

**Eq. 104**

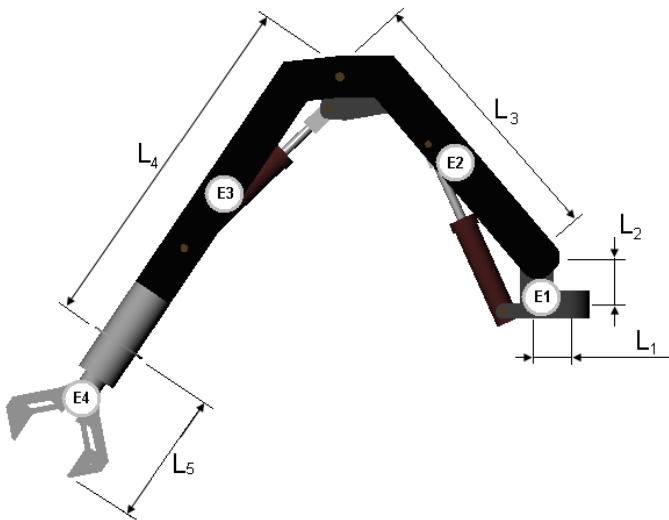
Un cop s'han calculat  $q_3$  (Eq. 94) i  $q_2$  (Eq. 104) per diferència amb  $q_{234}$  (Eq. 88) es pot obtenir el valor de  $q_4$  que per definició se sap que ha de ser  $90^\circ$ .

### 4.4.3 Dinàmica del model utilitzat

Aquest apartat adopta l'algorisme RNE explicat a l'apartat 4.2 (41) per a calcular les velocitats, acceleracions i forces en cada una de les articulacions i a la base del submarí, punt a on interactuen submarí i braç mecànic.

### 4.5 Paràmetres del submarí utilitzats en la simulació

Per a poder simular caldrà definir uns paràmetres tant la massa de cada un dels elements com les seves distàncies característiques segons l'algorisme DH. Per a definir-los s'agafarà de referència la imatge 8 (Fig. 8). Els paràmetres escollits per a efectuar les simulacions són els següents.



**Fig. 8:** Imatge del braç mecànic amb la numeració dels seus elements eixos i les seves distàncies característiques

Les distàncies característiques pels elements E<sub>1</sub> fins a E<sub>4</sub> seguint l'ordre L<sub>1</sub> fins a L<sub>5</sub> són 0.05m , 0.05m , 0.2m , 0.2m , 0.05m i les masses dels elements E<sub>1</sub> a E<sub>4</sub> són 1kg, 2kg, 2kg, 1kg.

## 5 ACOBLAMENT DEL BRAÇ ARTICULAT AL SUBMARÍ

### 5.1 Efectes del centre de masses i inèrcia global en funció de la posició

Quan el braç canvia de posició la distribució de masses del vehicle més manipulador queda alterada, de la mateixa manera ho fan les inèrcies d'aquest, per això és important l'estudi dels efectes que té la posició del braç en aquests dos paràmetres del conjunt.

En l'acoblament del braç en un vehicle submarí l'estudi de la posició del braç i les seves conseqüències tenen importància ja que l'estabilitat del vehicle dins el fluid es veurà afectada per la distribució de masses. Com s'ha vist anteriorment, normalment se suposa el zero del sistema de referència del submarí fixat en el centre de gravetat del submarí, però al canviar la posició del braç això no serà cert, i la simplificació feta en Eq. 30 tampoc.

#### 5.1.1 Càlcul del centre de gravetat en funció de la posició del braç

La posició del centre de gravetat del vehicle depèn de cada un dels elements del braç articulat i de la seva distribució de masses, aquest fet fa que calcular el centre de gravetat global sigui complex. Per això en aquest apartat se suposarà que el centre de gravetat de cada un dels elements del braç es troba sempre en el punt mig d'aquest. Aquesta aproximació es pot arribar a considerar-se vàlida ja que la majoria dels links tenen forma de barra de secció homogènia.

Coneguda la massa de cada un dels elements que separen dues unions es coneix la massa total del braç mitjançant una suma algebraica (Eq. 105).

$$m_{TB} = \sum_{i=1}^{n_{\text{Articulacions}}} m_i$$

Eq. 105

Si es defineix  $i$  com l'articulació actual, es pot determinar la posició en l'espai de l'articulació anterior, essent conegudes les matrius de transformació  ${}^i A_{i-1}$  de la següent manera (Eq. 106).

$${}^{i-1} A_0 = \prod_{k=1}^i {}^k A_{k-1}$$

**Eq. 106**

On  ${}^{i-1} A_0$  és la matriu que relaciona la base amb la posició de l'articulació  $i-1$ , aquesta matriu és de la forma definida a l'Eq. 52, on es pot observar que la posició en l'espai cartesià està definida per les tres primeres files de la quarta columna. Aquest vector columna s'anomena  ${}^k \bar{p}_0$  ja que defineix la posició des de la base del braç fins a l'articulació  $k$ .

Com s'ha comentat al inici d'aquest subapartat es considerarà que la posició del centre de gravetat està situada exactament al centre de l'element, així doncs per a cada element el seu centre de masses respecte la base (considerat el zero) és (Eq. 107).

$$P_{i,CdG} = {}^{i-1} \bar{p}_0 + \frac{1}{2} {}^i R_{i-1} \cdot {}^i p_i$$

**Eq. 107**

El que implica que el centre de masses del braç articulat es troba a les coordenades  $[x_{CdG} \quad y_{CdG} \quad z_{CdG}]^T$  que es calculen mitjançant l'Eq. 108 tenint en compte que  ${}^0 \bar{p}_0$  és un vector (3x1) de zeros.

$$\begin{pmatrix} x_{CdG} \\ y_{CdG} \\ z_{CdG} \end{pmatrix} = \frac{1}{m_{TB}} \sum_i^{nArticulacions} m_i \left( {}^{i-1} \bar{p}_0 + \frac{1}{2} {}^i R_{i-1} \cdot {}^i p_i \right)$$

**Eq. 108**

Malgrat això, els braços que s'acoblen a vehicles submarins, com que s'ha estudiat i comprovat que la seva massa afecta en gran mesura a l'estabilitat global del vehicle, són dissenyats amb flotabilitats col·locades en cadascun dels elements, el que facilita en gran mesura l'equilibratge, tant en forces com en parells, del submarí. D'aquesta manera l'única massa que s'haurà de compensar serà la de l'objecte carregat a l'extrem del braç articulat.

### 5.1.2 Càlcul de la inèrcia global del braç en un punt

Per al càlcul de la inèrcia es podrien aprofitar les inèrcies conegudes de cada un dels links i traslladar-les en distància i rotació corresponent fins al centre de gravetat global, que és variable en el temps.

Se suposa un element genèric (Fig. 9) d'un element  $K$  amb el seu tensor d'inèrcies  $TI_K$  respecte el sistema de referència  $\{K\}$  i un sistema de referència global anomenat  $\{G_K\}$  que pot ser la base del robot o qualsevol altre punt respecte el que es vulgui considerar la inèrcia.

La relació geomètrica entre l'orientació dels eixos de  $\{K\}$  i la dels eixos de  $\{G_K\}$  es pot trobar a partir de la matriu de rotació global resultat de multiplicar les tres matrius de rotació respecte cada eix (Eq. 2, Eq. 3, Eq. 4) s'obté Eq. 109 (Marion 1975).

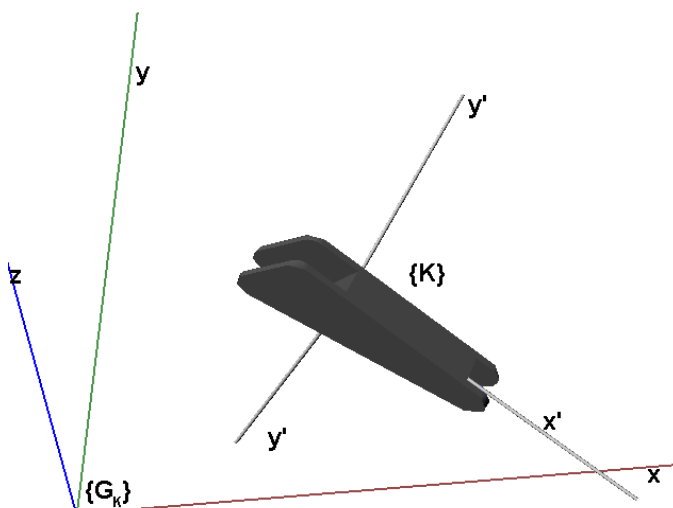


Fig. 9: Cas general d'un element orientat a l'atzar respecte el seu sistema de referència

$$R_{TOTAL} = \begin{pmatrix} c\phi \cdot c\psi - c\theta s\psi \cdot s\phi & c\phi \cdot s\psi + c\theta c\psi \cdot s\phi & s\phi \cdot s\theta \\ s\phi \cdot c\psi - c\theta s\psi \cdot c\phi & -s\phi \cdot c\psi + c\theta c\psi \cdot c\phi & c\phi \cdot s\theta \\ s\theta s\psi & -s\theta c\psi & c\theta \end{pmatrix}$$

**Eq. 109**

O bé aprofitant la matriu  ${}^0A_{Ki}$  (eliminant l'última fila i última columna) que dona la rotació total de l'element en qüestió respecte la base, suposant aquesta rotació coneguda com a  ${}^0R_{Ki}$ , s'obté que el tensor d'inèrcies de l'element amb la mateixa orientació de les coordenades de la base del robot és la següent (Eq. 110).

$$TI_B = R_{TOTAL} \cdot TI_K \cdot (R_{TOTAL})^{-1}$$

**Eq. 110**

On  $TI_B$  és la inèrcia de l'element estudiat respecte la base.

El que s'ha comentat és per al cas que l'element està clarament definit i té una inèrcia coneguda, però com que es tracta d'un predisseny aquesta és una incògnita. Es pot considerar que la massa conjunta de tots els elements del braç en comparació a la del submarí és molt reduïda, llavors es pot fer la hipòtesis que cada link té la seva massa concentrada al seu centre de gravetat.

La inèrcia d'un cos es pot calcular a partir de la següent equació, on  $x, y, z$  són les distàncies respecte el centre de gravetat de l'objecte (Eq. 111).

$$I = \int_M \begin{pmatrix} d_x^2 & -xy & -xz \\ -yx & d_y^2 & -yz \\ -zx & -zy & d_z^2 \end{pmatrix} dm$$

**Eq. 111**

Com que s'ha fet la hipòtesis que es pot considerar el braç com un conjunt de partícules, l'equació anterior (Eq. 111) queda simplificada a la següent (Eq. 112).

$$I_i = m_i \begin{pmatrix} y_i^2 + z_i^2 & -x_i y_i & -x_i z_i \\ -y_i x_i & x_i^2 + z_i^2 & -y_i z_i \\ -z_i x_i & -z_i y_i & y_i^2 + x_i^2 \end{pmatrix}$$

**Eq. 112**

Els paràmetres  $x, y, z$  són la distància des del centre de gravetat del submarí en cada instant de temps fins al sistema de referència respecte al qual es calcularà la inèrcia, centre de gravetat instantània global. Així doncs es pot veure que aquesta distància varia en funció de la posició del braç. Malgrat això,  $x, y, z$  són expressables segons la següent funció (Eq. 113).

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} = P_{i,CdG} + \begin{pmatrix} x_{Base} \\ y_{Base} \\ z_{Base} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_{CdG,T} \\ y_{CdG,T} \\ z_{CdG,T} \end{pmatrix}$$

**Eq. 113**

On  $x_{Base}$   $y_{Base}$   $z_{Base}$  són les coordenades de la base del braç mecànic en funció del sistema de referència del submarí {G} situat al centre de gravetat del submarí sense el manipulador. Els paràmetres  $x_{CdG,T}$   $y_{CdG,T}$   $z_{CdG,T}$  representen la posició del centre de gravetat total en cada una de les posicions representat sobre els eixos de {G}.

## **5.2 Efectes sobre del submarí les forces i parells del braç**

Les repercussions que té un manipulador acoblats a un vehicle submarí són varies tal com s'ha observat en l'apartat 4.2 (41), entre elles es poden distingir les degudes a la dinàmica causades pels moviments del braç i les degudes a l'estàtica per pesos de cada un dels elements i objecte contingut a l'extremitat del manipulador.



Com ja s'ha esmentat anteriorment, els manipuladors dissenyats per a vehicles submarins estan calculats com s'hi fossin un submarí, és a dir, contenen una part de forces degudes a la gravetat i una part de forces degudes a flotabilitat, el que implica que aquesta mena de braços per si sols no afecten, estàticament, a l'estabilitat del vehicle ja que per si sols són neutres. El que si que afecta, i és inevitable, és la posició del manipulador que varia la inèrcia global del submarí (tal com s'ha vist a l'apartat 5.1.2 (58)).

Per eliminar les forces i parells causats pel braç sense moviment, el que es fa és fer un càlcul aproximat de l'estàtica del manipulador i restar aquestes forces aplicades a la base de les calculades en tot l'algorisme RNE2, d'aquesta manera es discerniran únicament les forces degudes a les acceleracions del braç i a l'objecte que hi ha carregat en l'extremitat. El vector de forces obtingut de l'algorisme RNE2 es pot expressar com (Eq. 114).

$$FN_B = \begin{pmatrix} F_{B,X} \\ F_{B,Y} \\ F_{B,Z} \\ N_{B,X} \\ N_{B,Y} \\ N_{B,Z} \end{pmatrix}$$

**Eq. 114**

El vector de forces utilitzat per a eliminar les components degudes a l'estàtica contrarestades gràcies a l'efecte de la flotabilitat en cada element del braç és la observada en l'equació següent (Eq. 115).

$$FN_{Compensa} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \cdot \sum m_i \\ g \cdot \sum CDG_{y,i} \cdot m_i \\ g \cdot \sum CDG_{x,i} \cdot m_i \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Eq. 115**

Sumant les dues equacions anteriors (Eq. 114 i Eq. 115) s'obté el vector de forces reals aplicades a la base del robot (Eq. 116).

$$FN_{BaseRobot} = \begin{pmatrix} F_{B,X} \\ F_{B,Y} \\ F_{B,Z} - g \cdot \sum m_i \\ N_{B,X} - g \cdot \sum CDG_{y,i} \cdot m_i \\ N_{B,Y} - g \cdot \sum CDG_{x,i} \cdot m_i \\ N_{B,Z} \end{pmatrix}$$

#### Eq. 116

Com que el braç no està instal·lat en el centre de gravetat del vehicle les forces aplicades a la base provocaran un parell sobre el submarí, aquest es pot quantificar per la distància a on està col·locada la base del braç i la força que provoca el parell, aquest resultat es pot veure en la següent equació Eq. 117.

$$F_{trasllat} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_y \cdot R_z + F_z \cdot R_y \\ F_x \cdot R_z + F_z \cdot R_x \\ F_x \cdot R_y + F_y \cdot R_x \end{pmatrix}$$

#### Eq. 117

Els parells que es volen traslladar han de ser mínims, això implica que les distàncies respecte la col·locació de la base del braç i el centre de gravetat global del submarí haurien de ser mínimes. El braç ha d'estar en un extrem i a davant (al llarg de l'eix  $X$  del submarí), per tant se sap que la distància  $R_x$  existirà i serà la meitat de la longitud del submarí, les distàncies  $R_y$  i  $R_z$  són modificables, però per raons d'hidrodinàmica els braços tenen la base instal·lada en el punt més baix del submarí, per així evitar que en navegació la part més alta del braç, un cop estigui arraulit, superi la part més alta del submarí, així doncs es pot definir que la  $R_z$  serà la meitat de l'alçada del submarí. El braç pot anar col·locat a l'eix

de simetria  $Y$  del submarí o bé a un dels dos costats, com que no ens interessa transmetre cap parell innecessari aquest es col·locarà en  $R_y = 0$ .

D'aquesta manera, un cop entès el raonament anterior, es pot simplificar el vector anterior amb el representat a la següent equació (Eq. 118)

$$F_{trasllat} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ F_y \cdot R_z \\ F_x \cdot R_z + F_z \cdot R_x \\ F_x \cdot R_y \end{pmatrix}$$

Eq. 118

Així doncs les conseqüències totals en forces i parells degudes al moviment del braç en el centre de gravetat del submarí són les representades a

$$FN_{BaseRobot} = \begin{pmatrix} F_{B,X} \\ F_{B,Y} \\ F_{B,Z} - g \cdot \sum m_i \\ N_{B,X} - g \cdot \sum CDG_{y,i} \cdot m_i + F_{B,Y} \cdot R_z \\ N_{B,Y} - g \cdot \sum CDG_{x,i} \cdot m_i + F_{B,X} \cdot R_z + F_{B,Z} \cdot R_y \\ N_{B,Z} + F_{B,X} \cdot R_y \end{pmatrix}$$

Eq. 119

### **5.3 Efectes sobre en la matriu d'inèrcies i massa deguts als moviments del braç**

En l'apartat 5.1.2 (58) s'ha comentat i demostrat que la inèrcia del vehicle varia en funció de la posició del braç i s'ha arribat a unes equacions que permetien relacionar la posició del braç amb la inèrcia que aquest tenia en funció de la seva posició amb la suposició que es

pogués aproximar el sistema a un núvol de punts, també s'ha explicat amb l'hipotètic cas que se'n coneguessin les inèrcies.

Com que s'ha vist que es poden traslladar i rotar les inèrcies o bé calcular-les respecte qualsevol punt i qualsevol direcció dels eixos, el que es pretén en aquest apartat és calcular la inèrcia del braç respecte els eixos de coordenades del submarí i, com que la inèrcia del vehicle i la inèrcia del braç estaran sobre la mateixa base, sumar-les per obtenir la matriu final d'inèrcies, de la mateixa manera es farà amb la massa.

En la matriu a on la inèrcia del braç i la massa del manipulador tenen repercussió és en la matriu  ${}^G M_{RB}$  (Eq. 29 expressada a continuació com a Eq. 120) de l'equació de Fossen (22).

$${}^G M_{RB} = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 & m \cdot z_G & -m \cdot y_G \\ 0 & m & 0 & -m \cdot z_G & 0 & m \cdot x_G \\ 0 & 0 & m & m \cdot y_G & -m \cdot x_G & 0 \\ 0 & -m \cdot z_G & m \cdot y_G & I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ m \cdot z_G & 0 & -m \cdot x_G & -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -m \cdot y_G & m \cdot x_G & 0 & -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix}$$

#### Eq. 120

Els paràmetres que se li han d'afegir a l'anterior matriu (Eq. 120) són la inèrcia del braç calculada des del centre de gravetat actual del submarí (Eq. 121) i la massa total del braç, que encara que hi hagi flotabilitat aquesta també s'ha d'accelerar (Eq. 122).

$$I_{Braç,CdG} = \begin{pmatrix} I_{xx,b} & I_{xy,b} & I_{xz,b} \\ I_{yx,b} & I_{yy,b} & I_{yz,b} \\ I_{zx,b} & I_{zy,b} & I_{zz,b} \end{pmatrix}$$

#### Eq. 121

$$m_{Total,Braç} = m_{Càrrega} + \sum_{i=1}^n m_i$$

#### Eq. 122

El que implica que la matriu anterior de l'equació de la dinàmica del submarí quedi modificada i el resultat sigui el següent (Eq. 123).

$${}^G M_{RB} = \begin{pmatrix} m + m_{Total} & 0 & 0 & 0 & (m + m_{Total}) \cdot z_G & -(m + m_{Total}) \cdot y_G \\ 0 & m + m_{Total} & 0 & -(m + m_{Total}) \cdot z_G & 0 & (m + m_{Total}) \cdot x_G \\ 0 & 0 & m + m_{Total} & (m + m_{Total}) \cdot y_G & -(m + m_{Total}) \cdot x_G & 0 \\ 0 & -(m + m_{Total}) \cdot z_G & (m + m_{Total}) \cdot y_G & I_{xx} + I_{xx,b} & -I_{xy} - I_{xy,b} & -I_{xz} - I_{xz,b} \\ (m + m_{Total}) \cdot z_G & 0 & -m \cdot x_G & -I_{yx} - I_{yx,b} & I_{yy} + I_{yy,b} & -I_{yz} + I_{yz,b} \\ -(m + m_{Total}) \cdot y_G & (m + m_{Total}) \cdot x_G & 0 & -I_{zx} - I_{zx,b} & -I_{zy} - I_{zy,b} & I_{zz} + I_{zz,b} \end{pmatrix}$$

Eq. 123

### 5.4 Efectes del moviment del submarí amb el braç acoblat dins el fluid

Les conseqüències de tenir un braç acoblat en un submarí i efectuar moviments amb aquest braç no només són la variació del centre de masses, matriu d'inèrcies i repercussions en forma de forces i moments a la unió del submarí amb el braç; a més a més d'això s'afegeix un factor hidrodinàmic que provocarà unes forces i uns parells sobre el submarí.

Les forces hidrodinàmiques són les conseqüències de provocar el desplaçament d'un objecte per l'interior d'un fluid, aquest fluid generarà una resposta en sentit contrari al de la velocitat. Aquesta força depèn dels següents factors:

- $v_i$  Velocitat relativa de l'objecte dins al fluid.
- $S_{perpendicular}$  Superfície de l'objecte perpendicular a la velocitat del moviment.
- $\rho_{fluid}$  Densitat del fluid per al qual es desplaça l'objecte.
- $C_{hidrodinàmic}$  Coeficient de fricció hidrodinàmica, aquest coeficient depèn de la forma hidrodinàmica de l'objecte, s'ha d'identificar.

A partir dels factors anteriors es pot expressar l'equació (Eq. 124) que defineix la força de resistència al moviment dins un fluid.

$$F_r = \frac{1}{2} \cdot C_{hidrodinàmic} \cdot \rho_{fluid} \cdot S_{perpendicular} \cdot v_i^2$$

**Eq. 124**

Com es pot observar en l'equació anterior no es defineix el signe que té aquesta força, això és degut al quadrat de la velocitat que elimina el signe. Per poder-lo tenir en compte l'expressió anterior és aconsellable expressar-la de la següent manera (Eq. 125), d'aquesta manera queda expressat en la mateixa equació que té el sentit contrari al de la velocitat..

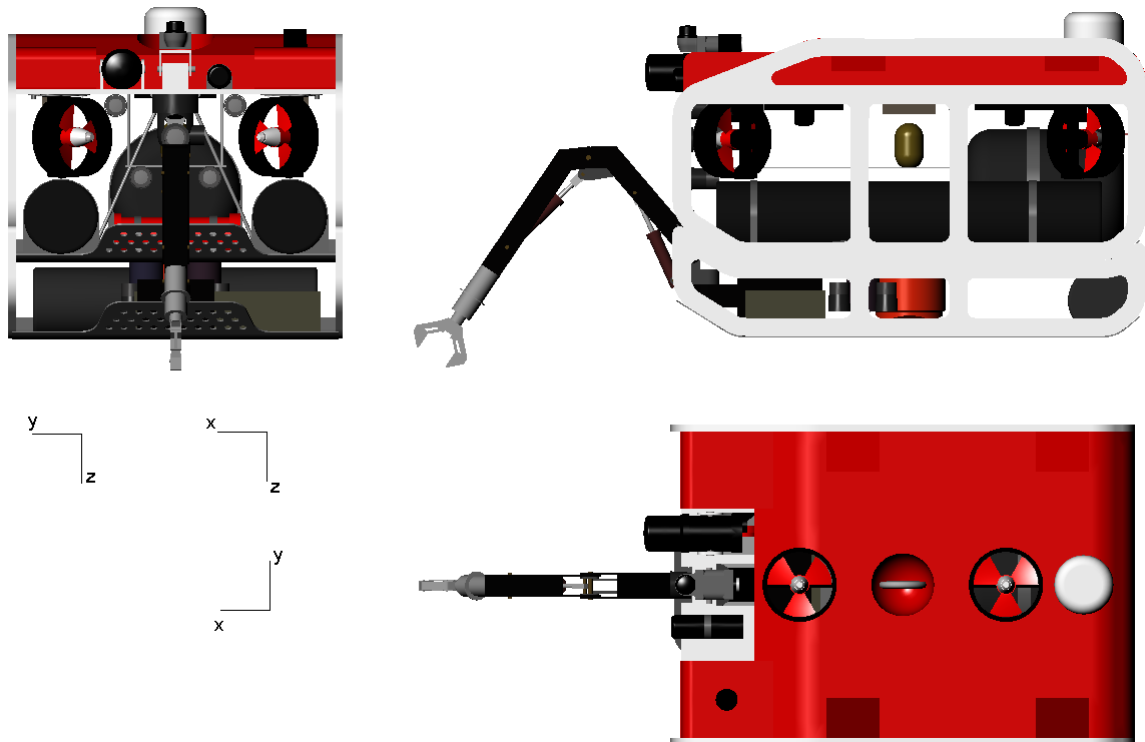
$$F_r = -\frac{1}{2} \cdot C_{hidrodinàmic} \cdot \rho_{fluid} \cdot S_{perpendicular} \cdot |v_i| \cdot v_i$$

**Eq. 125**

La part més important a identificar dels elements que produeixen la fricció és la superfície que afecta a cada un dels moviments. El submarí té 6 moviments possibles, els quals tres són de translació i 3 de rotació.. En la següent figura (Fig. 10) es pot observar el braç que s'acoblarà amb el submarí en les tres vistes bàsiques.

Com es pot apreciar en la figura les úniques vistes a on es pot discernir amb claredat la superfície del braç de la del submarí és en la superior dreta i en la inferior dreta, per tant seran únicament aquestes dues superfícies les que es tindran en compte per al càlcul de les friccions amb el medi. La superfície perpendicular a l'eix  $X$  no es tindrà en compte ja que les repercussions que pot provocar són nul·les en contrast amb les que provoca el submarí, les quals estan incloses en el paràmetre de massa afegida del submarí i matriu de Dumping (Eq. 28).

Per a calcular la força que s'ha d'aplicar al centre de gravetat del submarí i el parell que aquesta provoca, es calcularà la superfície en cada un dels plans anteriorment esmentats i el centre geomètric de la distribució del braç (se suposarà que hi ha una força conjunta aplicada en aquest centre geomètric). Amb els paràmetres hidrodinàmics, aquestes superfícies i la velocitat perpendicular a aquestes es podrà fer una aproximació del que seria la força de fricció resultant.



**Fig. 10: Vistes del submarí amb el braç incorporat**

Per a calcular les superfícies s'ha suposat, com que la longitud del braç és variable, que l'amplada i altura de cada un dels elements és un 10% de la longitud total del braç. Així doncs la superfície total del braç en el pla  $XZ$  (la qual és invariable) és l'expressada en l'equació següent (Eq. 126).

$$S_{XZ} = \sum_{i=1}^{k-1} 0.1 \cdot (L_i)^2$$

**Eq. 126**

La superfície paral·lela al pla  $XY$  no té una expressió tan simple, però també és expressable en funció de la posició de cada una de les articulacions del braç, així doncs es pot obtenir la superfície aproximada en el pla  $XY$ , per la tipologia de braç que s'està utilitzant, és la mostrada en la següent expressió (Eq. 127).

$$S_{XY} = l_1^2 \cdot 0.1 + \sum_{i=2}^{k-1} l_i^2 \cdot \cos(q_i) + S_{XY, mà}$$

**Eq. 127**

Un cop calculada la superfície a on té efecte la força, aplicant l'equació (Eq. 125) es pot calcular la força resistent aproximada. Com que aquesta força també provoca un parell, s'ha de calcular a quin punt està aplicada aquesta força. Per simplificar el model se suposarà que aquesta força està aplicada en el centre geomètric del braç, el qual s'obté fent el sumatori de totes les àrees del braç multiplicades cada una per la seva distància al centre de gravetat global del submarí i posteriorment dividint aquesta suma per la suma d'àrees totals tal com es mostra en l'equació següent (Eq. 128).

$$CentreGeomètric = \frac{1}{S_{TOTAL}} \sum S_{ij} \cdot CGeomètric_i$$

Eq. 128

Així doncs per la configuració mostrada anteriorment (Fig. 10) es pot veure que el centre geomètric aproximat és el que es mostra a continuació (Fig. 11).

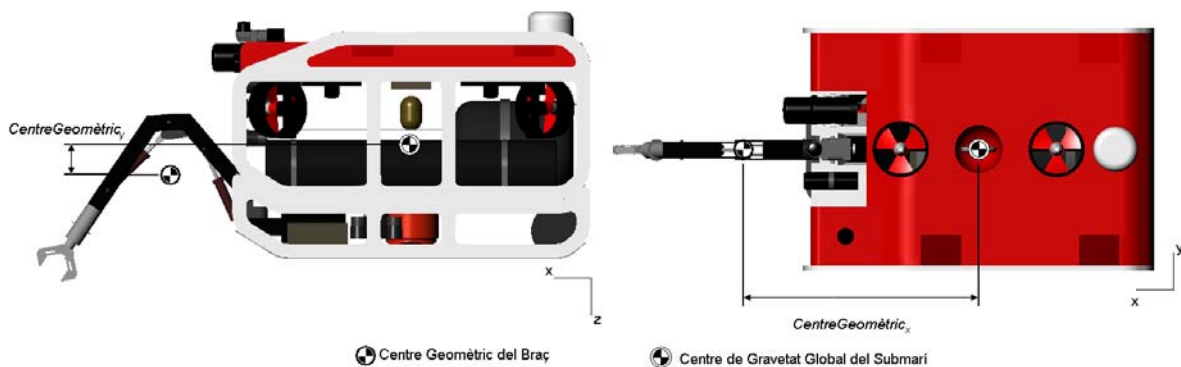


Fig. 11: Figura representativa dels centres geomètrics per a les friccions en el braç

L'equació que defineix la fricció amb el medi fluid (Eq. 125) es pot simplificar si s'engloben les constants en un sol paràmetre, així doncs es pot expressar de la següent manera (Eq. 129):

$$F_r = -K_{friccióBraç,i} \cdot S_{perpendicular} \cdot |v_i| \cdot v_i$$

Eq. 129



On  $K_{friccióBraç,i}$  conté està definida a continuació (Eq. 130):

$$K_{friccióBraç,i} = K_{fB,i} = \frac{1}{2} \cdot C_{hidrodinàmic,i} \cdot \rho_{fluid}$$

**Eq. 130**

El que ens permet expressar les friccions i parells produïts pel braç de la següent manera (Eq. 131).

$$DBraç = \begin{pmatrix} K_{fB,u} \cdot |u| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{fB,v} \cdot |v| & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{fB,w} \cdot |w| & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{fB,p} \cdot |p| \cdot CG_X^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{fB,q} \cdot |q| \cdot CG_X^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{fB,r} \cdot |r| \cdot CG_X^2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_{fB,q} \cdot |v| \cdot v \cdot CG_Y \\ K_{fB,q} \cdot |w| \cdot w \cdot CG_X \\ K_{fB,q} \cdot |v| \cdot v \cdot CG_X \end{pmatrix}$$

**Eq. 131**

Es pot observar que les forces degudes als moviments de translació provoquen un parell representat en el vector vertical i que s'ha omès el signe negatiu, això és per què s'incorporarà un cop es col·loqui dins l'equació de la dinàmica. Notis que la nomenclatura per definir *CentreGeomètric<sub>i</sub>*, s'ha representat per  $CG_i$ .

Aquesta matriu s'addicionarà a l'equació de Fossen (Eq. 16) a l'igual que les forces degudes a les accions del braç  $FN_{BaseRobot}$  (Eq. 119) de la següent manera (**Eq. 132**).

$${}^G T_G + G(O) + FN_{BaseRobot} - D({}^G V)^G V - DBraç + P_E = ({}^G M_{RB} + M_A) \cdot {}^G \dot{V} + ({}^G C_{RB} ({}^G V) + C_A ({}^G V))$$

**Eq. 132**

D'aquesta manera s'obté una equació que representa la dinàmica del submarí amb el manipulador incorporat amb totes les repercussions possibles i les friccions provocades pel braç articulat.

## 6 DESENVOLUPAMENT DEL SIMULADOR

L'objectiu del simulador és la d'analitzar les conseqüències que té l'aplicació d'un braç mecànic d'unes determinades característiques sobre el comportament global del submarí. El desig del grup VICOROB és usar aquest programa per poder modificar amb facilitat el braç amb les seves masses i longituds, i del submarí les seves mides i massa de manera que es pugui trobar un equilibri entre les característiques del submarí i les del braç mecànic per a què amb una mínima actuació dels propulsors es pugui controlar amb facilitat el vehicle.

Per a complir amb aquesta finalitat, el programa ha de contenir un apartat de configuració dels paràmetres del submarí i del manipulador, a on s'hi puguin configurar totes les variables anteriorment mencionades, apartat conegut com a "Paràmetres del Submarí i Manipulador", també serà necessari un apartat per donar les ordres al simulador, és a dir, per indicar-li els moviments que ha de fer i visualitzar-los, s'anomenarà "Interactua". Aquesta finestra a més a més permet fer pausa a la simulació en qualsevol moment canviar els valors objectius de submarí o braç i indicar que hi ha una càrrega en l'extrem del braç i continuar la simulació.

Finalment per a poder analitzar els resultats són necessàries un conjunt de pestanyes per a observar els resultats, aquest conjunt està format per una primera pestanya anomenada "Posició, Velocitat i Acceleració de Translació" que permet observar de forma ràpida les variacions de velocitat, posició i acceleració de translació.

La següent pestanya anomenada "Posició, Velocitat i Acceleració de Rotació" permet observar els mateixos elements, però de les components de rotació. La següent pestanya mostra les forces que s'haurien d'aplicar al vehicle per tal de controlar-lo i la posició que el centre del vehicle assoleix, aquest apartat s'anomena "Resultats FX, FY i FZ", una altra pestanya anomenada "Resultats MX, MY i MZ" a on es poden observar els moments que ha d'efectuar el submarí per a tal d'assolir les posicions desitjades i la posició angular que té el submarí.

Les dues següents pestanyes, "Velocitats de translació en X, Y i Z" i "Velocitats de rotació en X, Y i Z" representen la variació de velocitat en cada un dels graus de llibertat, aquesta pestanya serveix per estudiar el comportament del control, ja que aquest ha estat configurat a velocitat.

A continuació hi ha dues pestanyes més que defineixen "Acceleracions de translació en X, Y i Z" i "Acceleracions de rotació en X, Y i Z" aquestes són útils ja que la frenada i accelerada depenen de la força dels motors i de les resistències a superar, amb aquestes pestanyes es pot observar aquesta variació. Finalment hi ha una pestanya "Conseqüències del Braç" que dona el valor del centre de gravetat en cada moment de la simulació i de les forces que s'estan aplicant al centre de gravetat del vehicle degudes al braç.

Per acabar, hi ha una última pestanya anomenada "Consideracions a tenir en compte" que fa una numeració de limitacions del programari i consells a l'hora de fer una simulació.

L'estructura del programa és la esquematitzada a l'anterior figura (Fig. 12) a on es pot observar els passos que en cada iteració executa el programa per a poder fer la simulació.

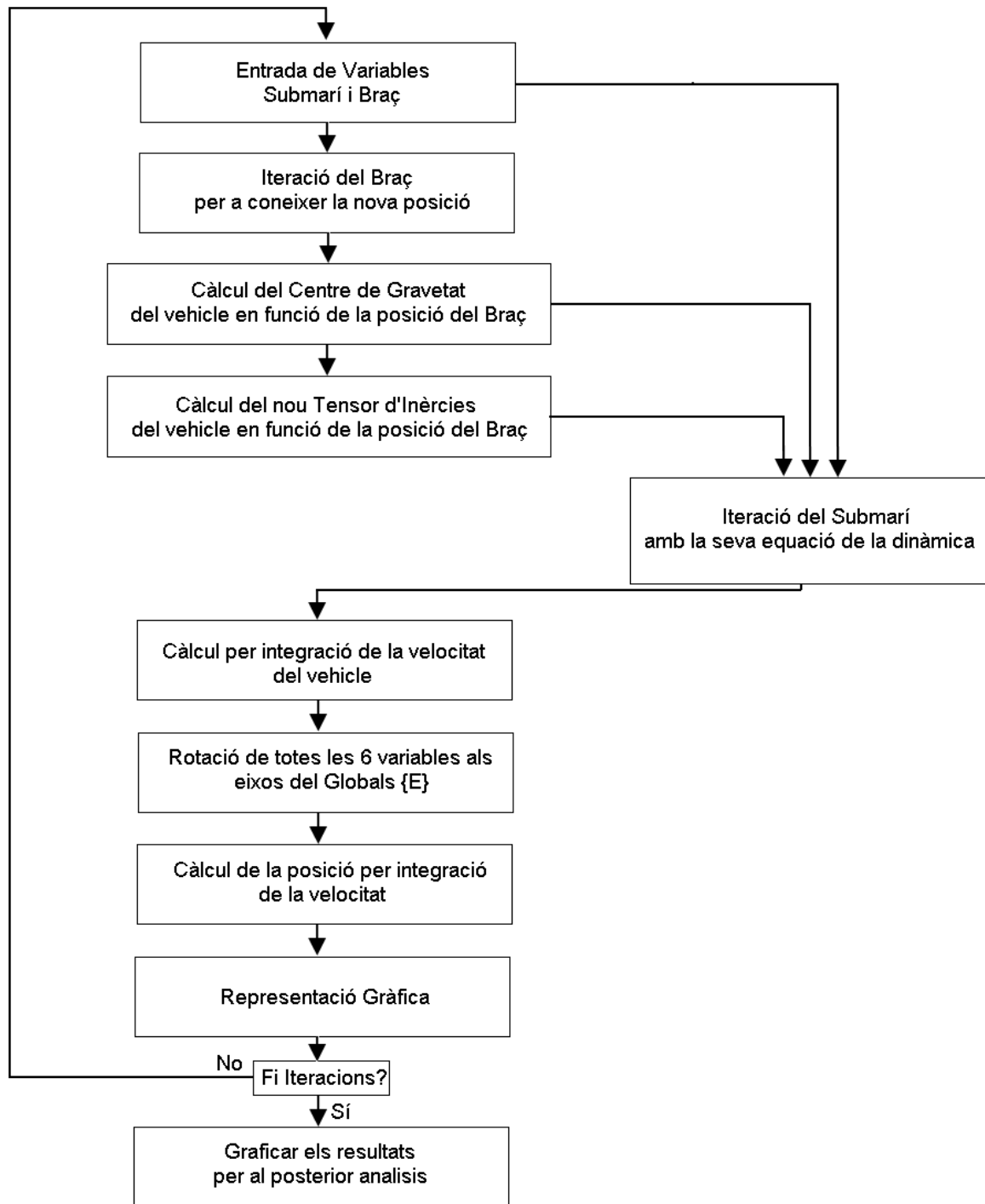


Fig. 12: Esquema conceptual de l'ordre d'operacions en el programa

## 6.1 Pestanyes del programa

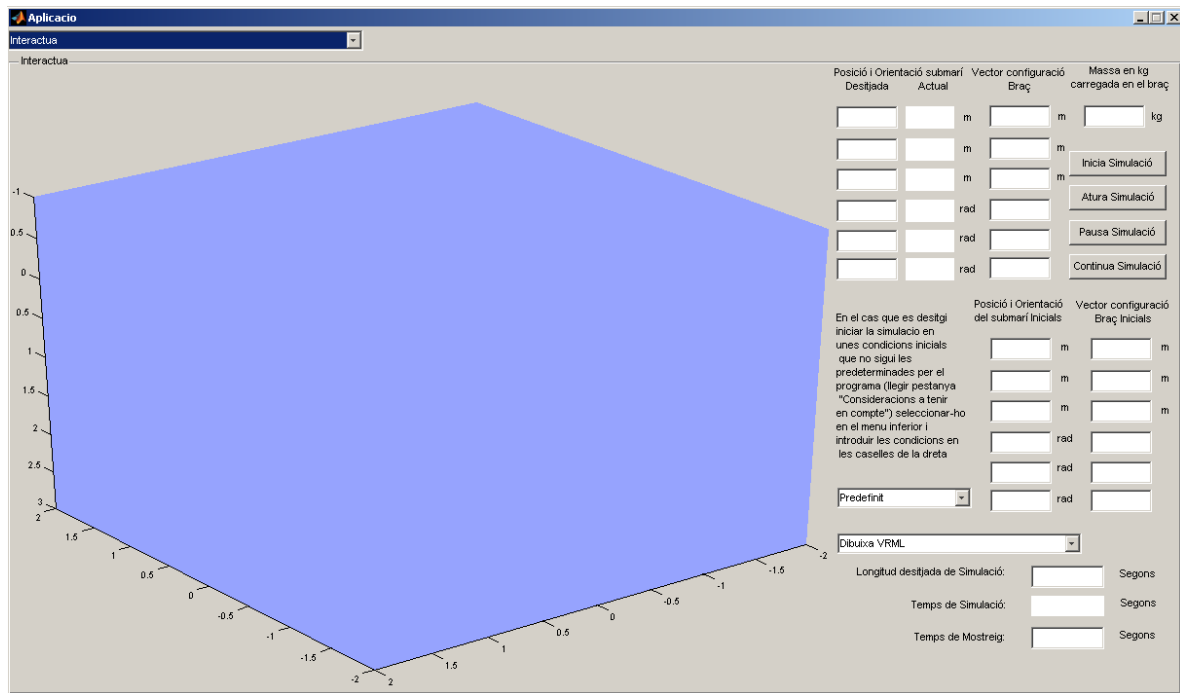
En aquest subcapítol s'exposaran les diferents pestanyes tal com s'han programat i distribuït i les funcions que té cada un dels seus botons, quadres de text, entrades de text.

### 6.1.1 Interactua

La pestanya interactua (Fig. 13) és la que representarà els moviments del braç manipulador i submarí en temps real (temps de simulació), en aquesta pestanya s'hi pot observar un món en 3 dimensions de fons blau a on apareixerà el vehicle i realitzarà els seus moviments.

A la dreta de la representació gràfica hi ha dues columnes, la primera "Posició i Orientació del Submarí" serveix per a indicar quina és la posició objectiu del submarí, i la segona "Vector Configuració Braç" per indicar quina és la posició objectiu del braç. Més a la dreta de la segona columna "Vector Configuració Braç" es pot observar una petita casella anomenada "Massa en Kg carregada en el braç" aquesta serveix per a indicar si hi ha alguna càrrega en l'extrem i quantificar-la en kilograms.

A la part inferior de l'entrada de text "Massa en Kg carregada en el braç" es poden observar 4 botons "Inici Simulació", "Atura Simulació", "Pausa Simulació" i "Continua Simulació". El botó "Inici Simulació" s'usarà quan ja estiguin tots els paràmetres del submarí i el braç entrats i quan ja s'hagin definit posicions objectiu de braç i submarí, com també temps de simulació i el temps de mostreig (explicats a continuació). El botó "Atura Simulació" és usat per quan encara queda temps de simulació i els moviments desitjats ja estan executats no haver d'esperar fins que acabi tota la simulació i poder-la parar quan un desitgi. El botó "Pausa Simulació" s'usa per quan es volen fer moviments successius amb el braç o el submarí, es pot fer pausa a la simulació canviar les posicions objectiu pertinents i llavors amb el botó "Continua Simulació" es reprendrà la simulació des del moment en què s'havia fet la pausa, però amb les noves posicions objectiu i la massa afegida a l'extrem del braç o no.



**Fig. 13: Pestanya Interactua del Simulador**

Just a sota d'aquests botons i els menús de posició del braç i submarí es pot observar un quadre de text i una còpia de les entrades de text anteriors. Aquest apartat s'utilitza per si l'usuari no desitja començar la simulació des de l'origen de coordenades ni amb la posició de repòs del braç, sinó amb unes característiques de posició i orientació d'ambdós elements definides al seu gust. Per a què l'usuari pugui definir aquests paràmetres, primerament ha d'escollir en el menú desplegable de sota el quadre de text l'opció "Definit per Usuari", d'aquesta manera el programa en comptes d'agafar els valors predefinits llegirà els que se li han entrat en els quadres de text del seu costat.

A la part inferior d'aquestes entrades de text hi ha un menú desplegable que permet a l'usuari triar si vol o no representació gràfica dels moviments "No Dibuixis", o si vol la representació gràfica en forma de línies "Dibuixa Línies" o bé amb una representació 3 dimensions del submarí "Dibuixa VRML".

Immediatament a sota del menú desplegable es pot observar dues entrades de text i un quadre de text, el quadre de text, "Temps de Simulació" mostra en quin punt de la simulació està el simulador; i les dues entrades de text permeten entrar la longitud de la simulació "Longitud desitjada de la Simulació" i el temps de mostreig "Temps de Mostreig".

## 6.1.2 Paràmetres del Submarí i Manipulador

Com ja s'ha esmentat, els paràmetres manipulables des del simulador són: massa del submarí i mides d'aquest, mides i masses dels elements del manipulador, variables des de la pestanya "Paràmetres del Submarí i Braç". En aquest apartat també s'inclourà el conversor entre la cinemàtica directa i inversa del manipulador. En la figura (Fig. 14) es pot observar aquesta pestanya; a la part esquerra de la finestra es pot observar el submarí i la possibilitat de variar els seus paràmetres, longitud en X, en Y i en Z (si es fa servir representació en VRML aquestes modificacions no s'aprecien, però si que són emprades en els càlculs) i la seva massa (s'ha de comentar que per a cada massa de submarí entrada s'ha de configurar de nou el PID que controla el submarí).

A la part dreta de la finestra es poden observar els paràmetres del braç mecànic, totes les longituds dels elements i les masses d'aquests. Com que la cinemàtica directa varia en funció dels paràmetres dimensionals del submarí a la part inferior dreta de la finestra hi ha un apartat que permet tant calcular la cinemàtica directa com la cinemàtica inversa del manipulador.

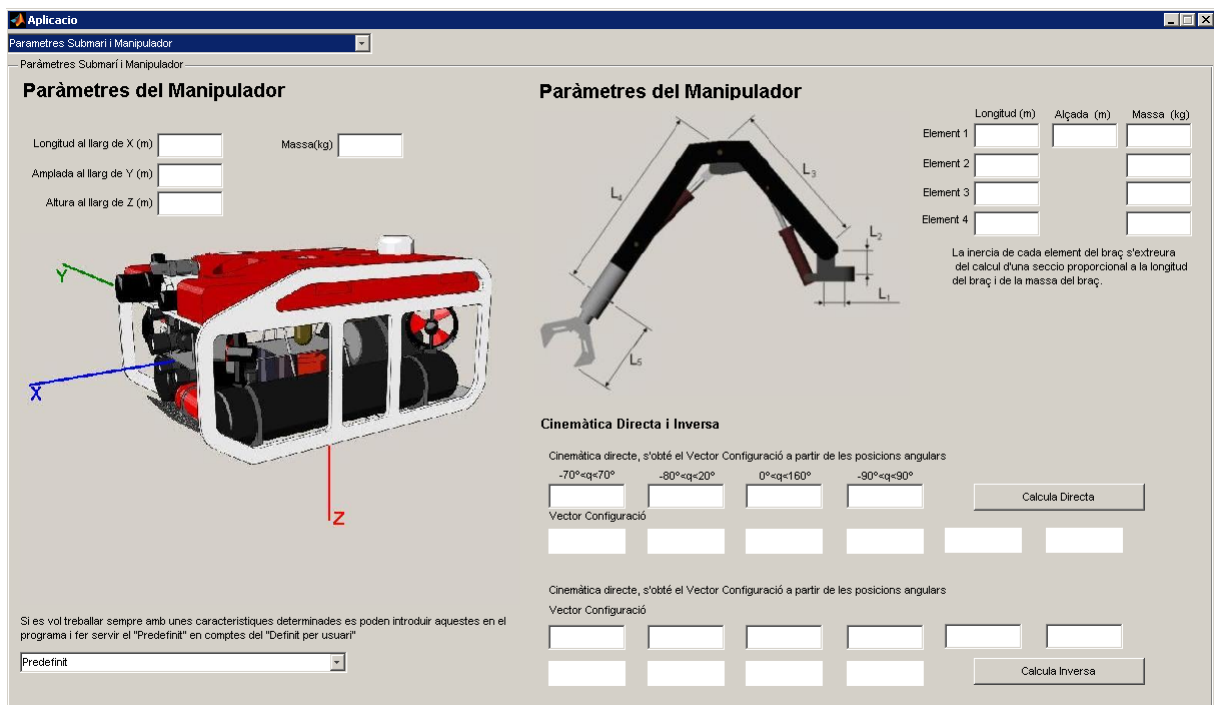


Fig. 14: Pestanya Paràmetres del Submarí i Manipulador

### 6.1.3 Posició, Velocitat i Acceleracions de translació

De cara a tenir una idea ràpida dels resultats de la simulació s'ha elaborat una pestanya anomenada “Posició, Velocitat i Acceleracions de translació” i una anomenada Posició, Velocitat i Acceleracions de rotació”. En la pestanya que mostra les variacions de translació es poden observar les tres velocitats de translació solapades en un primer gràfic, just a sota les tres acceleracions de translació i finalment en un gràfic amb resolució inferior es pot observar la posició que el centre geomètric del vehicle ha anat adquirint en cada moment.

Es pot observar la distribució anteriorment esmentada en la següent figura (Fig. 15).

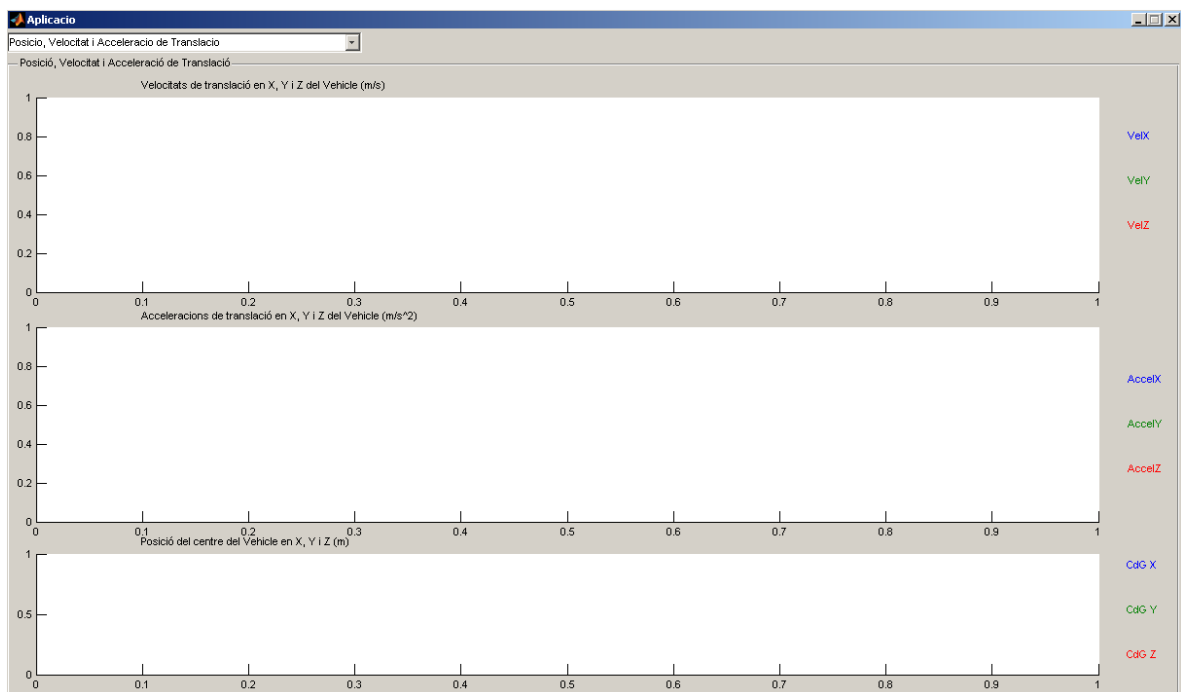


Fig. 15: Pestanya de “Posició, Velocitat i Acceleració de Translació”

### 6.1.4 Posició, Velocitat i Acceleració de rotació

De la mateixa manera es fa amb les components de rotació, s'aprofita el layout dins les pestanyes i se n'han canviat els gràfics, d'aquesta manera s'obté la nova pestanya “Posició, velocitat i acceleració de rotació” mostrada en la següent figura (Fig. 16).



### 6.1.5 Resultats FX, FY, FZ

Aquesta pestanya (Fig. 17) representa gràficament, un cop acabada la simulació o aturada, les forces que s'han hagut d'exercir en els eixos X, Y i Z per a controlar el submarí i la posició que aquest ha tingut en tot moment.

Les tres primeres gràfiques ens simbolitzen les forces en Newtons que hi ha hagut en cada eix respectiu, a la banda dreta de cada gràfica es poden observar tres quadres de



**Fig. 16: Pestanya de “Posició, Velocitat i Acceleració de Rotació”**

text, el primer quadre mostra el valor màxim de força, el segon quadre mostra la mitjana de força i el tercer ens mostra el mínim de força que s'ha hagut d'aplicar al submarí per a controlar-lo, aquests tres resultats es poden observar per a cada eix. A la part inferior es pot observar l'evolució de la posició del centre del submarí al llarg de tota la simulació.

### 6.1.6 Resultats MX, MY i MZ

De la mateixa manera que s'han representat els resultats de forces i la seva posició es pot observar a la pestanya “Resultats MX, MY i MZ” l'evolució que han tingut les diferents

posicions angulars i els parells que ha hagut d'aplicar el submarí per assolir aquestes posicions.

Com es pot observar a la figura (Fig. 18) la distribució en pantalla dels gràfics és exactament la mateixa que s'ha usat per a la pestanya "Resultats FX, FY i FZ"

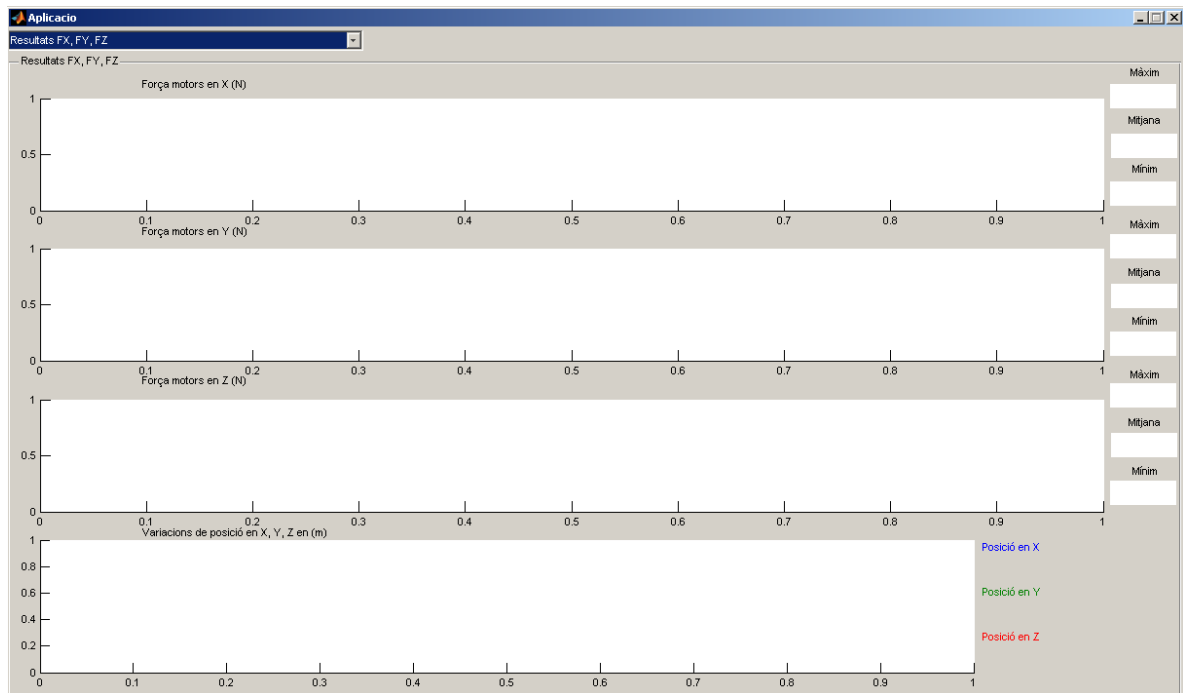
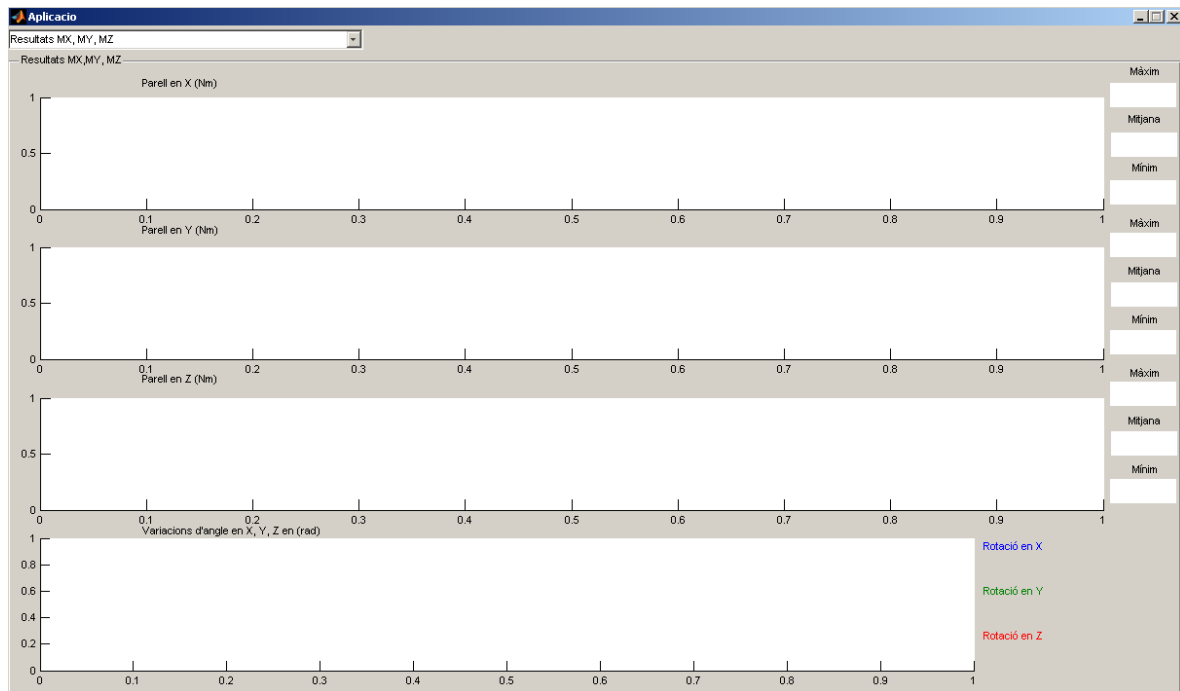


Fig. 17: Pestanya de "Resultats en FX, FY, FZ"



**Fig. 18: Pestanya de “Resultats MX, MY i MZ”**

### 6.1.7 Repercussions del Braç

Aquesta pestanya pretén mostrar com afecten els moviments del braç al submarí i mostra les forces i parells que s’han sumat a l’equació del submarí com a pertorbació, a més s’hi pot trobar un gràfic que denota l’evolució del centre de gravetat del vehicle en funció dels moviments del braç (si aquest té carrega, ja que si no hi ha càrrega el centre de gravetat serà immòbil, gràcies a què el braç té flotabilitat).

Les dades gràfiques mostren en un primer gràfic l’evolució de les forces aplicades sobre el centre de masses en la direcció dels eixos i el segon gràfic mostra els parells aplicat sobre aquest. A la part dreta de cada un dels gràfics es poden observar dos quadres de text a on es podrà llegir el valor màxim absolut de cada una de les forces aplicades en el centre de gravetat del submarí, de la mateixa manera es podrà observar aquest resultat amb els parells. L’última gràfica mostra l’evolució d’aquest centre de gravetat. Aquesta pestanya es pot observar en la següent figura (Fig. 19)

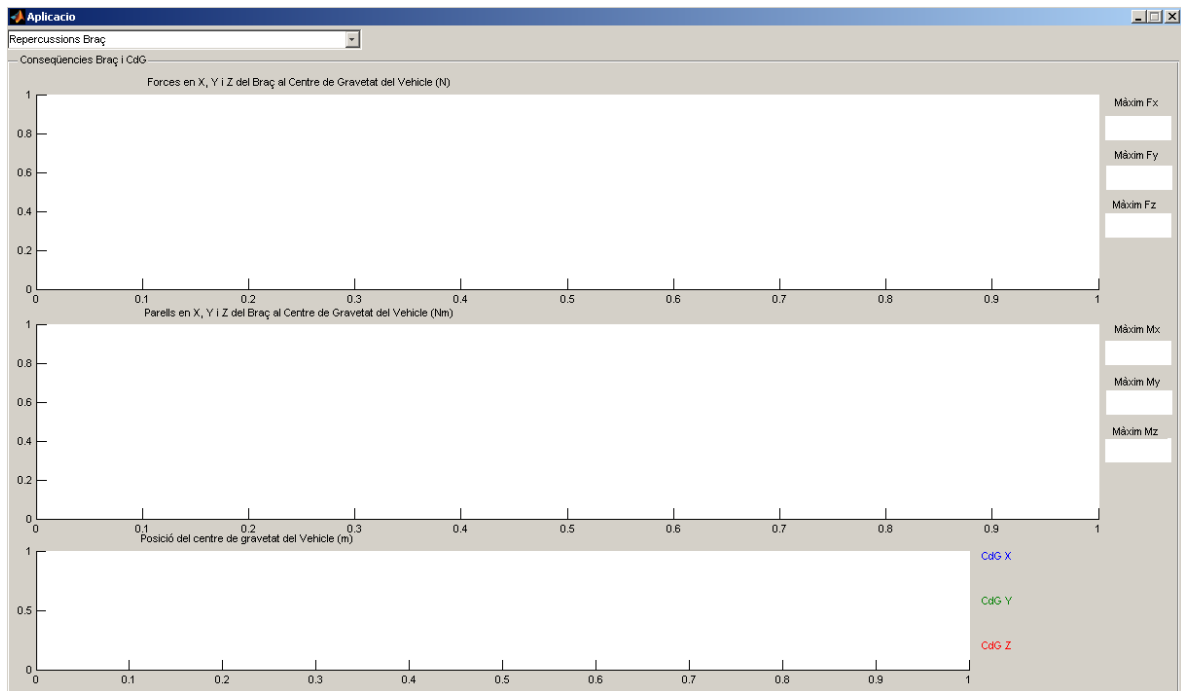


Fig. 19: Pestanya de “Repercussions del Braç”

### 6.1.8 Altres pestanyes

A continuació de la pestanya “Resultats MX, MY i MZ” hi ha una successió de pestanyes que mostren de forma més detallada cada una de les velocitats i acceleracions en gràfics independents, per a poder-ne observar en detall les evolucions. També per a cada una de les gràfiques es podrà observar el valor màxim, el valor mínim i el valor mig que aquestes velocitats i acceleracions assoleixen.

## 6.2 Funcionament de l'element de control del submarí

Aquest apartat pretén exemplificar de forma clara el funcionament del simulador conjuntament amb el seu element de control ja que es treballa constantment en dos sistemes de coordenades i repetides conversions entre ells.

Primerament cal definir que les entrades del sistema són la posició actual, posició objectiu i la velocitat actual en coordenades del mon  $\{E\}$ , aquests tres valors entraran en el sistema de control, que en funció de la posició calcularà la velocitat que s'ha d'aplicar, aquesta velocitat es transformarà de coordenades del mon a coordenades del vehicle, es contrastarà amb la velocitat actual entregant un error de velocitat, diferència entre valor objectiu i valor actual, i amb aquest mitjançant un PID el programa calcularà la força que s'ha d'aplicar al vehicle en coordenades del vehicle.

La velocitat actual en coordenades absolutes que es té a l'entrada es transformarà a velocitat en coordenades del vehicle, a partir d'aquesta velocitat es calculen totes les matrius de l'equació de Fossen (Eq. 16) i se n'extreu el valor de l'acceleració. Aquesta acceleració s'integrarà per obtenir-ne la velocitat i es transformarà de coordenades del vehicle a coordenades absolutes del mon, i es tornarà a integrar per obtenir la posició actual en coordenades del mon.

En el següent esquema s'exemplifica de forma conceptual i visual tot el procés (Fig. 20).

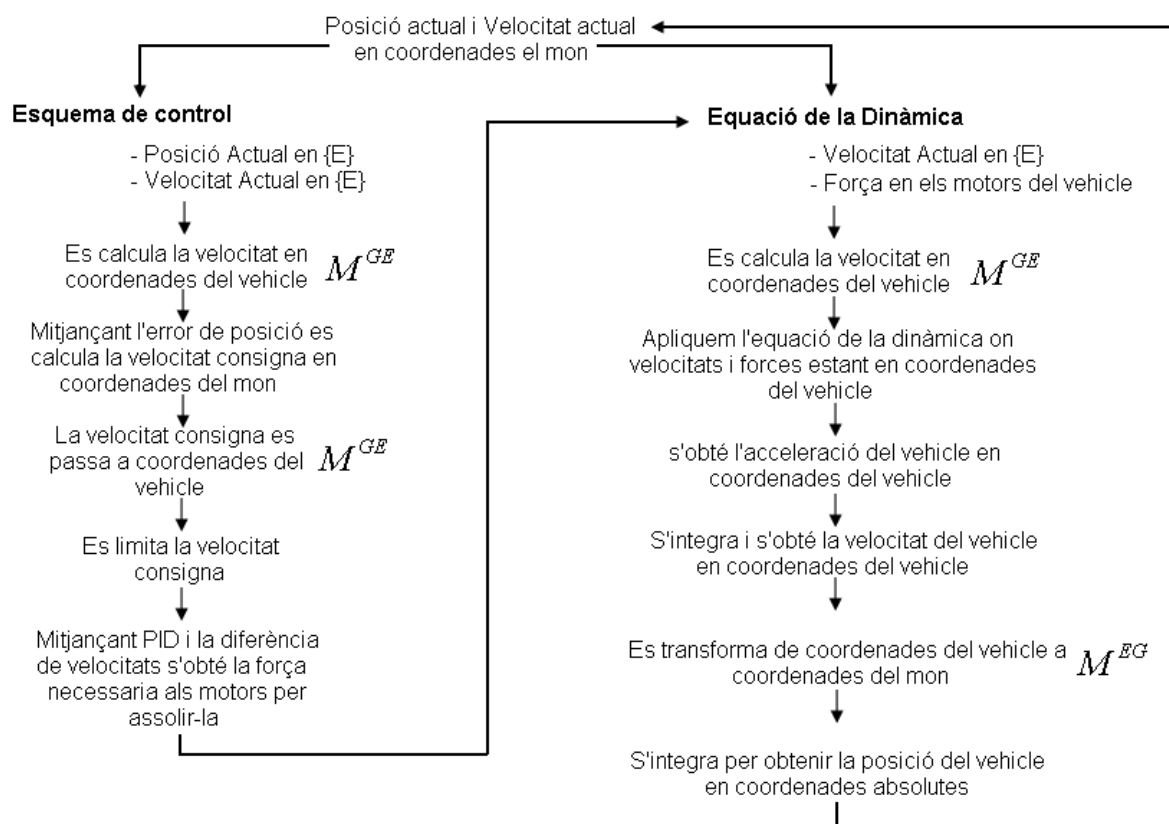


Fig. 20: Procés del sistema de control

## 7 RESULTATS

### 7.1 Disseny de les simulacions

L'objectiu d'aquest projecte final de carrera, és a part de desenvolupar un simulador capaç de modelitzar el comportament d'un submarí amb un braç mecànic acoblat, és el d'obtenir resultats experimentals sobre el comportament estàtic i dinàmic del model acoblat, el que implica haver d'usar el simulador provant diverses situacions i extreure'n resultats.

Per a fer les proves es treballarà amb els paràmetres del braç i del submarí predefinits una massa de 150kg i unes mides de 1x0.75x0.5m, i en referència al braç les articulacions tenen unes dimensions de 0.05m longitud i una alçada de 0.05m, els paràmetres important en la resta són les longituds que són de 0.2m, 0.2m i 0.05m, les masses respectives per a cada un dels elements són de 1kg, 2kg, 2kg i 1kg.

Algunes de les proves que es faran per a observar el comportament del conjunt seran situacions típiques dins el treball en submarins i manipulació d'objectes en el fons marí. Les simulacions que s'efectuaran seran:

- 1.- Avanç en línia recta (direcció X) amb el braç recollit i sense massa carregada a l'extrem.
- 2.- Avanç lateral en línia recta (direcció Y) amb el braç recollit i sense massa carregada.
- 3.- Avanç en profunditat en línia recta (direcció Z) amb el braç recollit i sense massa carregada.
- 4.- Rotació, una volta completa, sobre si mateix en l'eix Z, yaw, amb el braç recollit sense massa carregada.
- 5.- Repetició dels experiments 1, 2, 3 i 4 però amb el braç estirat al màxim.
- 6.- Repetició dels experiments 1, 2, 3 i 4 però amb una càrrega de 1kg.
- 7.- Repetició dels experiments de 6 amb el braç estirat al complet

8.- Estàtic amb càrrega de 1kg amb el braç recollit.

9.- Estàtic amb càrrega de 1kg amb el braç estirat.

10.- Simulacions en diverses posicions (Fig. 38) al llarg de la primera rotació i comparació entre elles, i càlcul del trasllat des de la posició inicial a la final amb i sense càrrega.

Per a reduir el volum del document memòria en aquest apartat només es col·locaran les simulacions més significatives, i la resta de simulacions esmentades no seleccionades seran adjuntades a l'arxiu annexos.

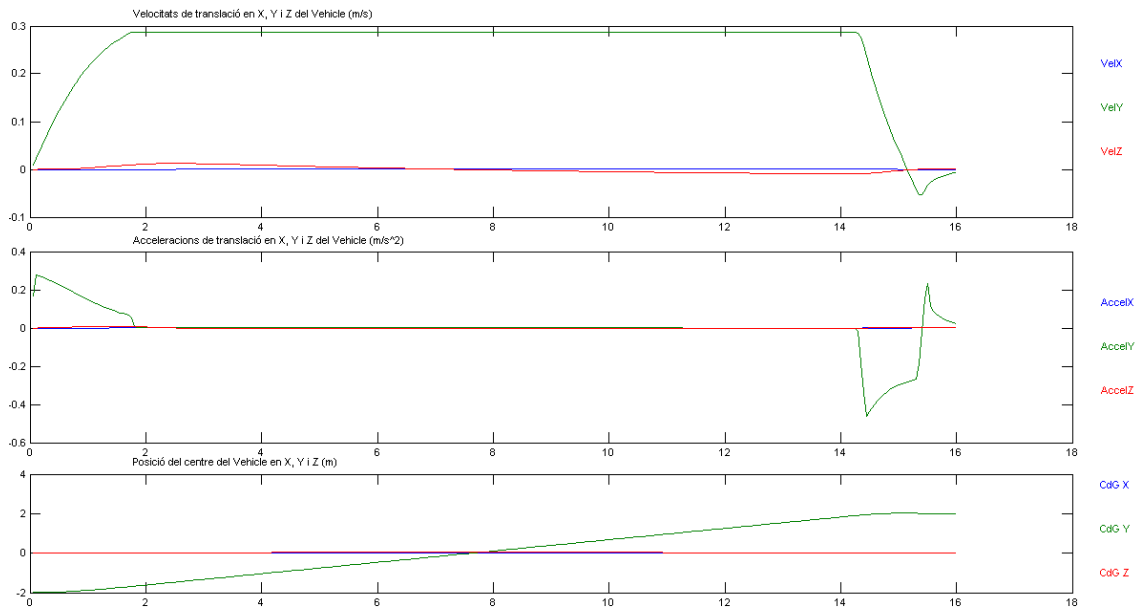
Les simulacions més destacades són les següents: simulació 2, simulació 3, simulació 5.2, simulació 6.1, simulació 8, simulació 9 i simulació 10.

## **7.2 Simulació de les proves i resultats**

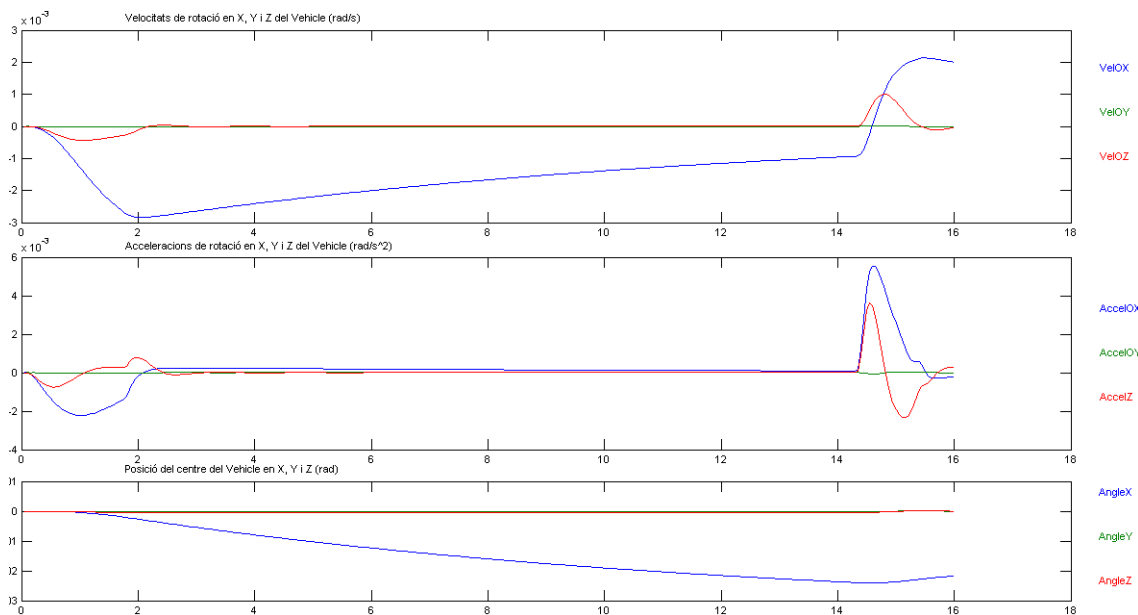
**Simulació 2:** Avanç lateral en línia recta (direcció  $Y$ ) amb el braç recollit i sense massa carregada. Per aquesta simulació es col·locarà el submarí a la posició 0,-2,0 dins del simulador i se'l farà anar en direcció paral·lela al seu eix  $Y$  cap a la posició 0,2,0; d'aquesta manera es podran avaluar les conseqüències que aquest moviment comporta en el vehicle a una velocitat de creuer serà de 0.2m/s. Per aquesta simulació s'ha de tenir en compte que el braç oposarà una resistència a l'avanç lateral degut a la fricció amb l'aigua.

El temps invertit en fer el recorregut ha estat de pràcticament 15 segons, on 2 segons corresponen a l'acceleració i 2 segons a frenada i estabilització en el punt (Fig. 21).

En els resultats de forces exercides pels motors es pot observar (Fig. 24) que hi ha una pertorbació al inici en l'eix  $X$ . Aquesta petita alteració (de màxima 0.27N o 0.31N en sentit negatiu en l'eix  $X$  Fig. 23) és deguda a la fricció del braç amb el medi que té tendència a girar el vehicle en l'eix  $Z$ , aquest efecte és la conseqüència de què la coordenada  $X$  del centre geomètric del braç no està col·locada en la mateixa que la del centre de gravetat global. A conseqüència d'això la força de fricció que produeix el braç en l'eix  $Y$  provoca un parell en  $Z$  que provoca una rotació del vehicle (Fig. 22).

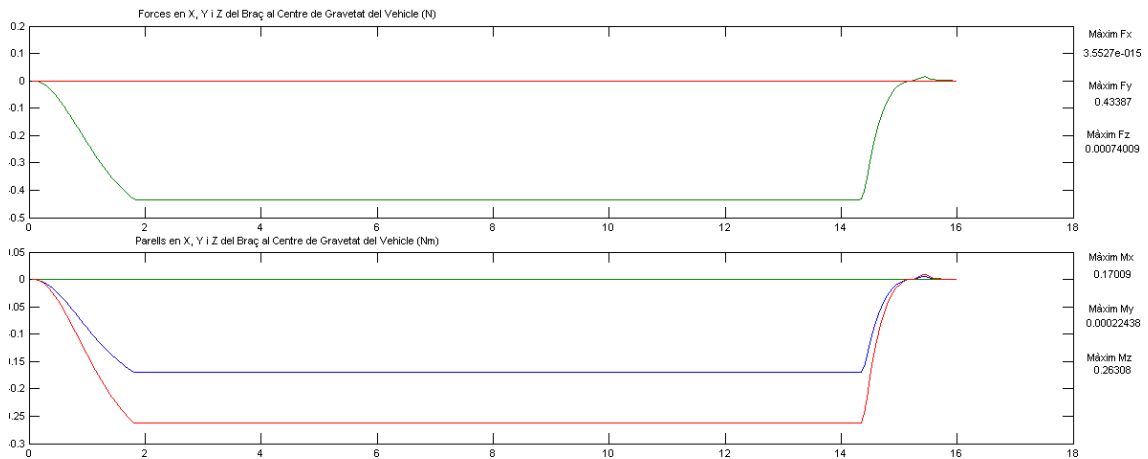


**Fig. 21:** Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que assolix el vehicle en la simulació 2.



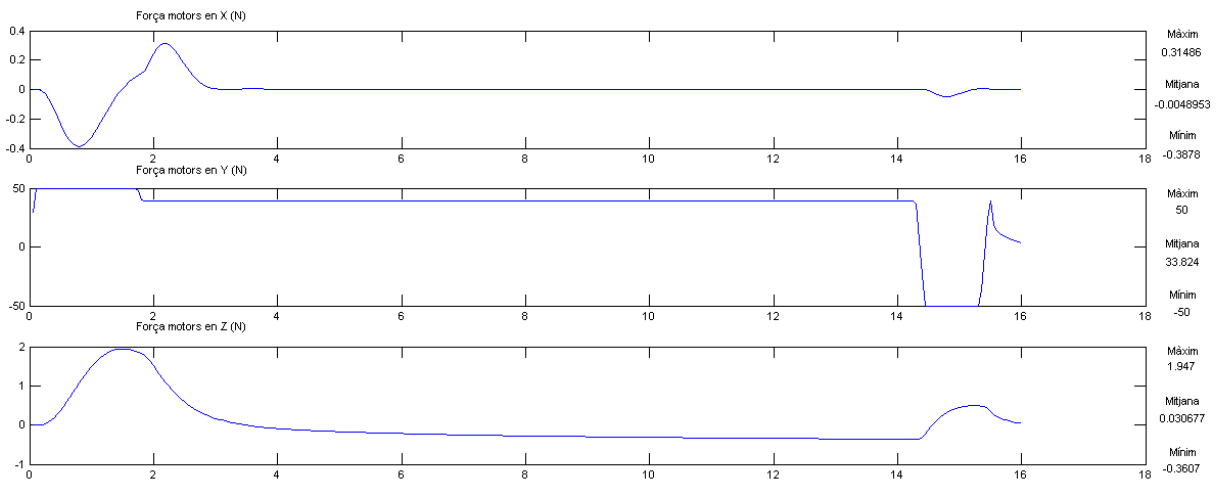
**Fig. 22:** Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientació que assolix el vehicle en la simulació 2.





**Fig. 23: Imatge de les repercussions del braç en la simulació 2.**

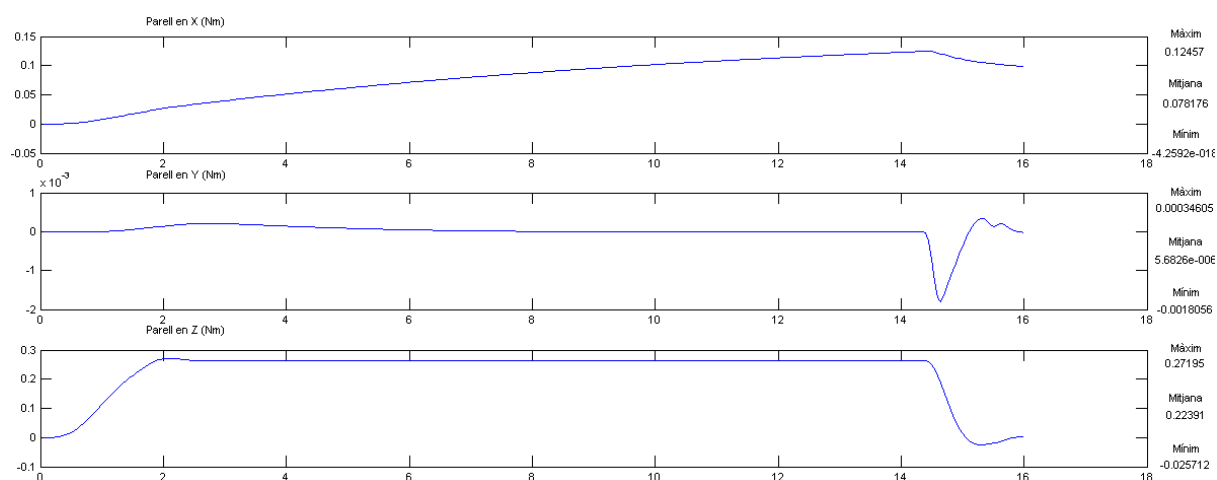
Com que el vehicle gira i s'està aplicant una força en l'eix  $Y$  del vehicle aquest tendiria a anar cap a una posició en diagonal, respecte al mon, i no paral·lela a l'eix  $Y$ , és per això que a l'inici hi ha aquesta força en  $X$ , per compensar el desviament que ha tingut al iniciar el moviment, llavors aquesta rotació ja queda compensada pel parell efectuat pels motors sobre l'eix  $Z$ .



**Fig. 24: Força exercida pels motors efectuat pels motors en la simulació 2.**

Es pot observar que el parell que hi ha en l'eix  $Z$  (assoleix un valor màxim de 0.28Nm i un valor de 0.22Nm en mitjana, Fig. 25) és, en magnitud, superior en mitjana al que hi ha en l'eix  $X$  (assoleix un valor màxim de 0.31Nm, i un valor de 0.12Nm en mitjana), això és degut

a què la distància en  $X$  del centre geomètric del braç al centre de gravetat del vehicle és molt més gran que no l'eix  $Z$ .

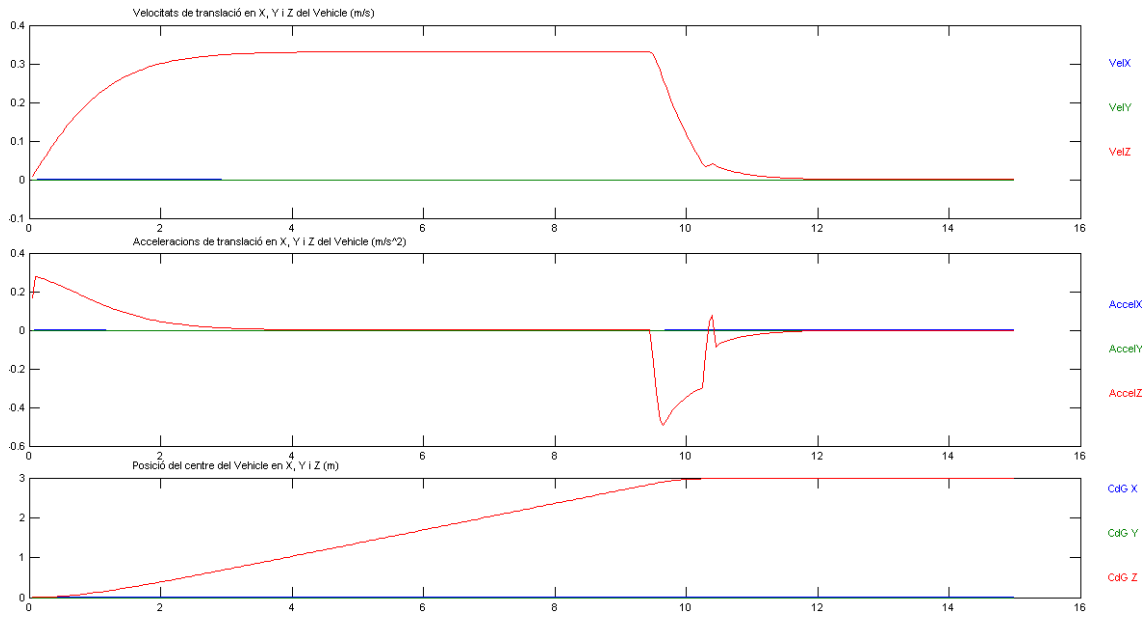


**Fig. 25: Parell generat pels motors efectuat pels motors en la simulació 2.**

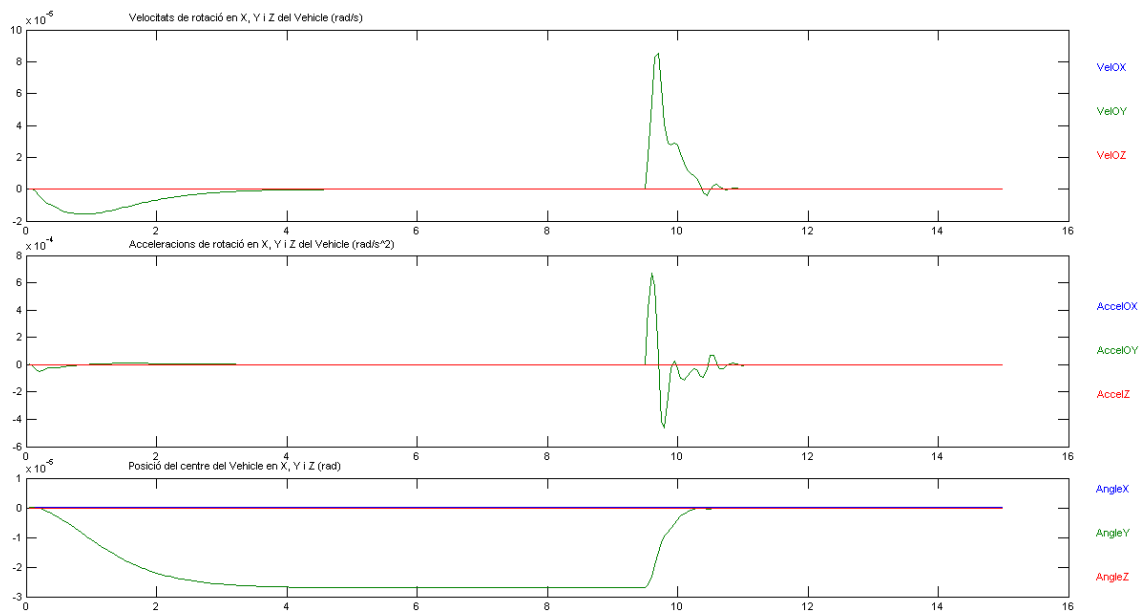
Quan s'observen els parells en els eixos es pot observar que en l'eix  $Y$  les repercussions en gir són pràcticament nul·les (s'observa una pertorbació inicial però de magnitud  $10^{-4}$  la qual es pot obviar). L'error que produeixen aquestes friccions de forma angular són pràcticament obviabls ja que tenen una magnitud de 0.02 radianis i es corregeixen progressivament una vegada s'ha arribat a la posició final.

**Simulació 3:** Avanç en profunditat en línia recta (direcció  $Z$ ) amb el braç recollit i sense massa carregada. Per a realitzar aquesta simulació es col·locarà el vehicle a 0,0,0 per inicialitzar i com a posició objectiu 0,0,3 (es recorda que les coordenades  $Z$  estan invertides per tant 3 positiu indica 3 metres sota el nivell del fluid), com que no hi ha cap càrrega si és ascendent o bé descendent no tindrà cap mena d'efecte, quan hi hagi càrrega s'haurà de fer en ambdós sentits.

En aquesta simulació s'aprecia que el vehicle submarí tarda aproximadament uns 10 segons a recórrer els 3 metres, on 3 són d'acceleració, i un cop arriba a la posició en 9 segons s'està uns 2 segons per establitzar-lo amb una precisió de 1cm (Fig. 26).



**Fig. 26: Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que assoleix el vehicle en la simulació 3.**



**Fig. 27: Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientació que assoleix el vehicle en la simulació 3.**

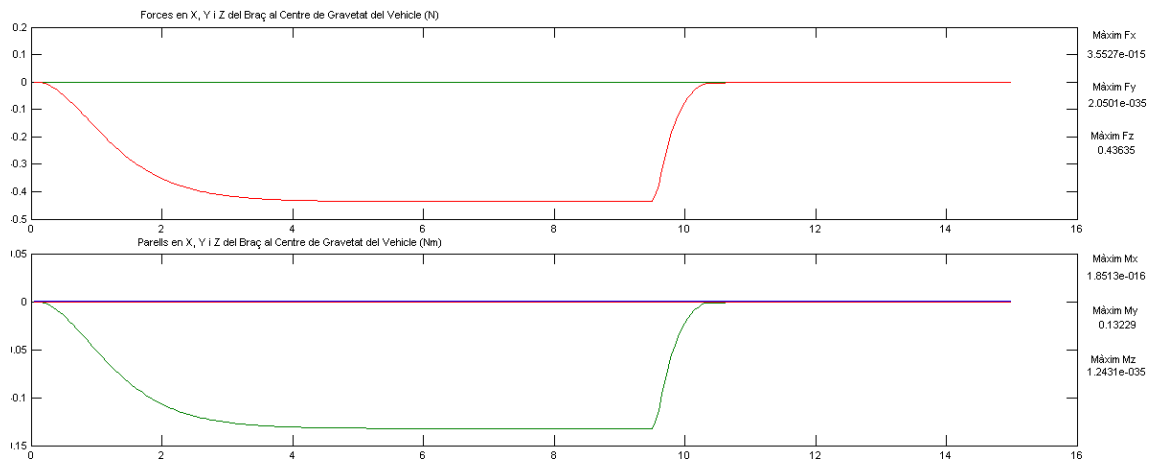


Fig. 28: Imatge de les repercussions del braç en la simulació 3.

Les forces per a provocar aquest moviment són totes pràcticament menyspreables exceptuant la principal que és la que dona el moviment del vehicle. La força en l'eix  $X$  arribar a assolir valors de mil·lèsimes de Newton, fet que fa que no cal que estiguin en elevada consideració, però si present.

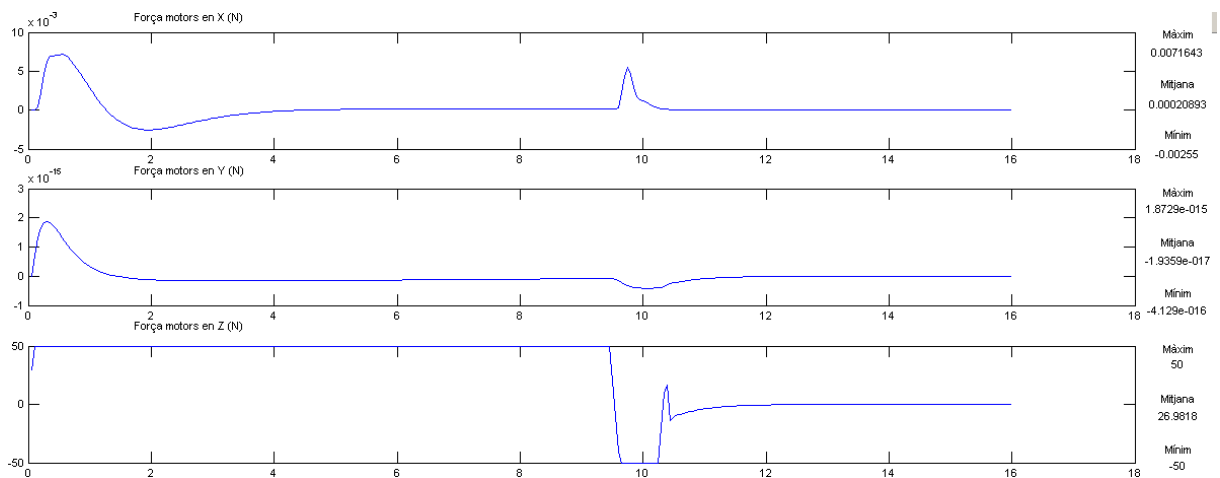
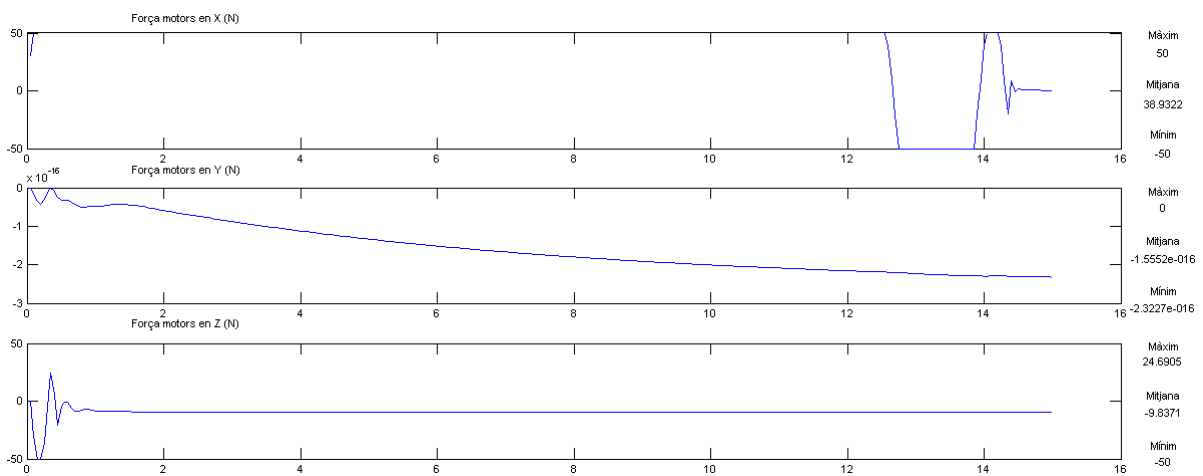


Fig. 29: Força exercida pels motors efectuat pels motors en la simulació 3.

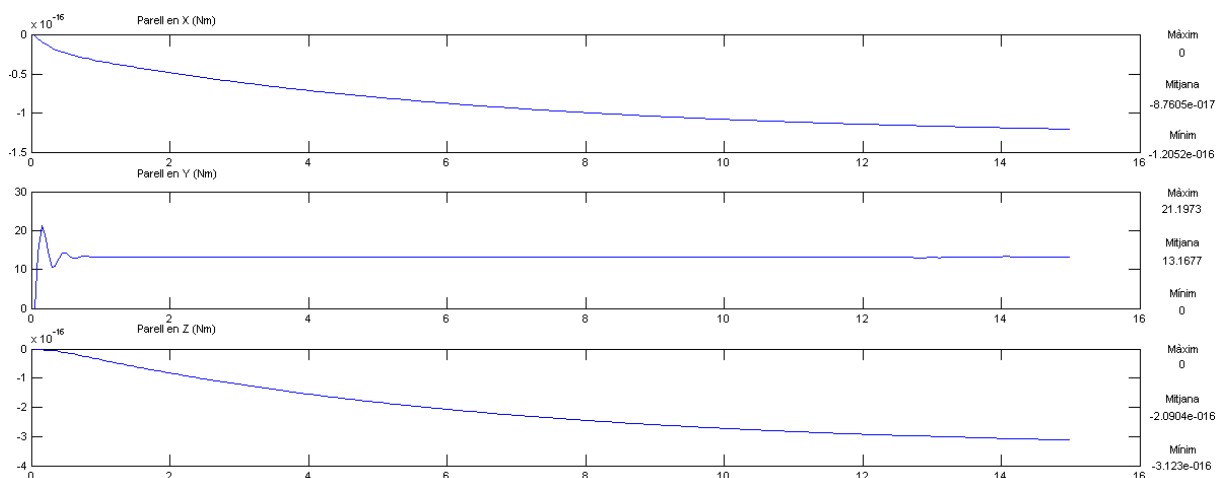
En el descens s'observa que es provoca un parell en l'eix de rotació  $Y$  degut a la superfície que el braç té en el pla  $XY$  i la distància que hi ha al llarg de l'eix  $X$  des del centre de masses del vehicle fins al centre geomètric del braç. Aquest parell limita la variació angular del vehicle en l'eix  $Y$  en menys de  $3 \cdot 10^{-5}$  radiants (Fig. 27), pràcticament menyspreable.

**Simulació 6.1:** Avanç en línia recta (direcció  $X$ ) amb el braç recollit i amb 1kg massa carregada a l'extrem. Els resultats en aquesta simulació són semblants als de la Simulació 1, però amb la diferència que existeix un parell en  $Y$  de 19.5Nm (Fig. 31), això és degut al parell que s'efectua com a conseqüència de tenir un pes aplicat a l'extrem de braç, la diferència entre el parell creat com a conseqüència del braç (de 9.8Nm Fig. 30) i el que ha de contrarestar el submarí (19.5) és degut a què el braç provoca un canvi en la posició del centre de gravetat del vehicle, aquest efecte provoca una diferència de posició entre el centre de flotabilitat i el centre de gravetat del vehicle, aquesta diferència i les forces que exerceixen aquests dos provoquen un parell en el submarí que col·labora amb el del braç augmentant-lo fins a 19.5Nm.



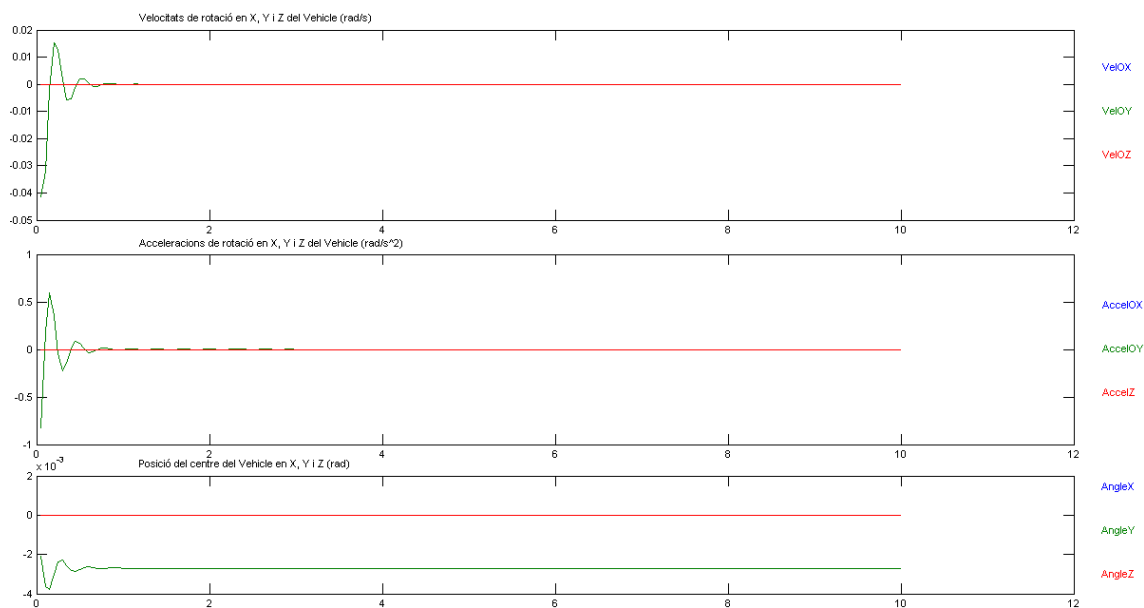
**Fig. 30:** Força exercida pels motors efectuat pels motors en la simulació 6.1.

Com és lògic els motors han d'aplicar una força per compensar el pes que provoca la massa carregada a l'extrem que no té compensació per flotabilitat.

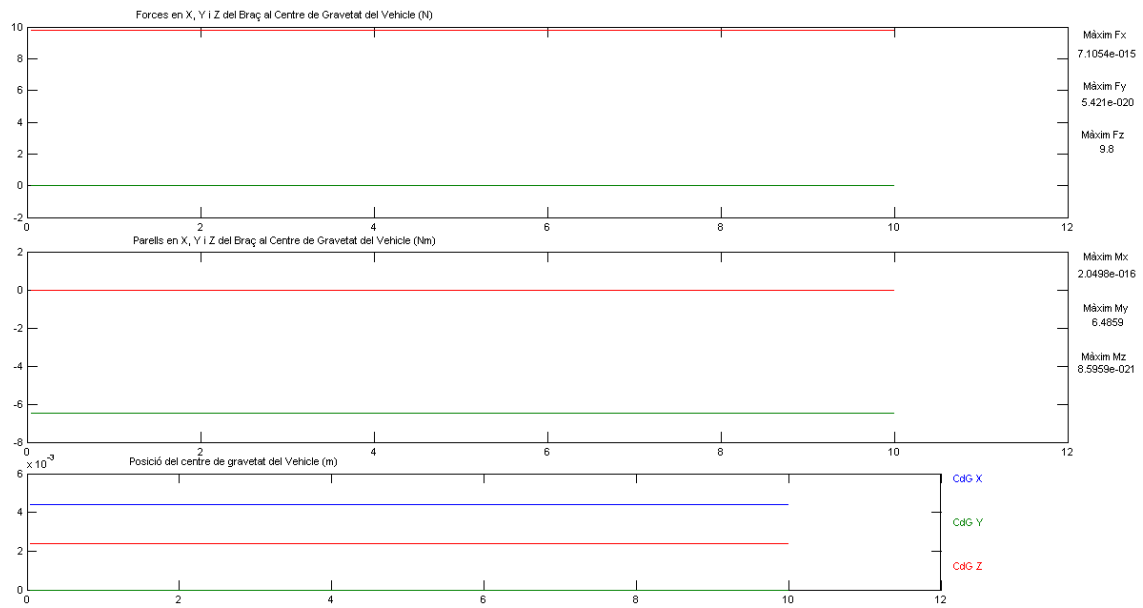


**Fig. 31:** Parell exercit pels motors efectuat pels motors en la simulació 6.1.

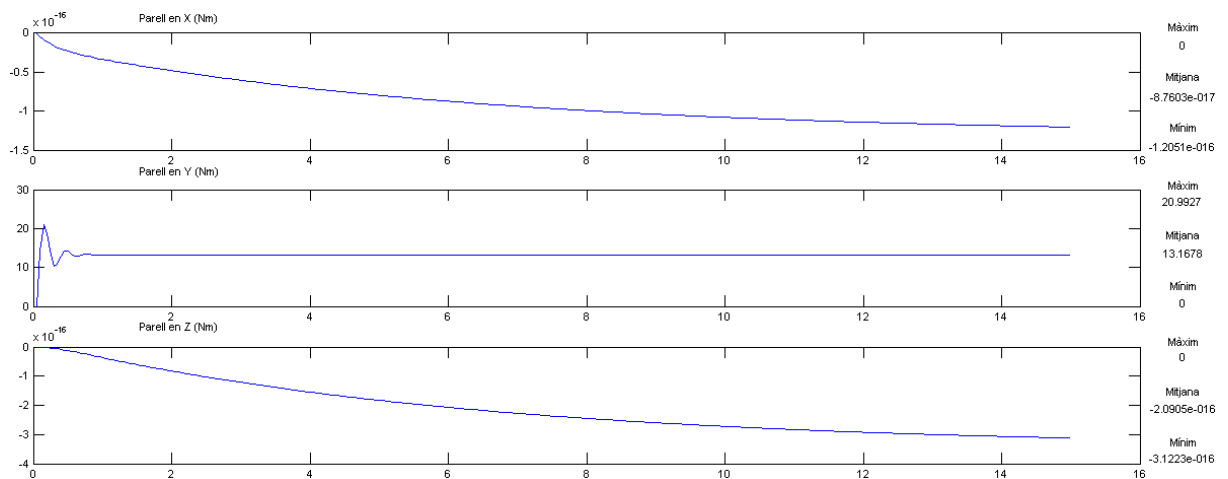
**Simulació 8:** Estàtic amb càrrega de 1kg amb el braç recollit. En aquesta simulació es pretén simular els efectes que té el braç en la posició més recollida amb una càrrega de 1kg, aquest és el cas típic en què s'ha acabat de carregar un objecte i el vehicle està totalment quiet. En aquest cas es poden observar les conseqüències esperades, un parell provocat únicament per la càrrega a l'extrem del braç sobre l'eix  $Y$  de 6.48Nm compensat per un parell efectuat pels motors de 12.2Nm (Fig. 34) de valor mig, el fet que el parell de compensació sigui superior al parell efectuat per la càrrega és pel fet de la variació del centre de gravetat i la generació d'un parell entre les forces de gravetat i de flotabilitat del submarí.



**Fig. 32:** Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientacions que aconsegueix el vehicle en la simulació 8.

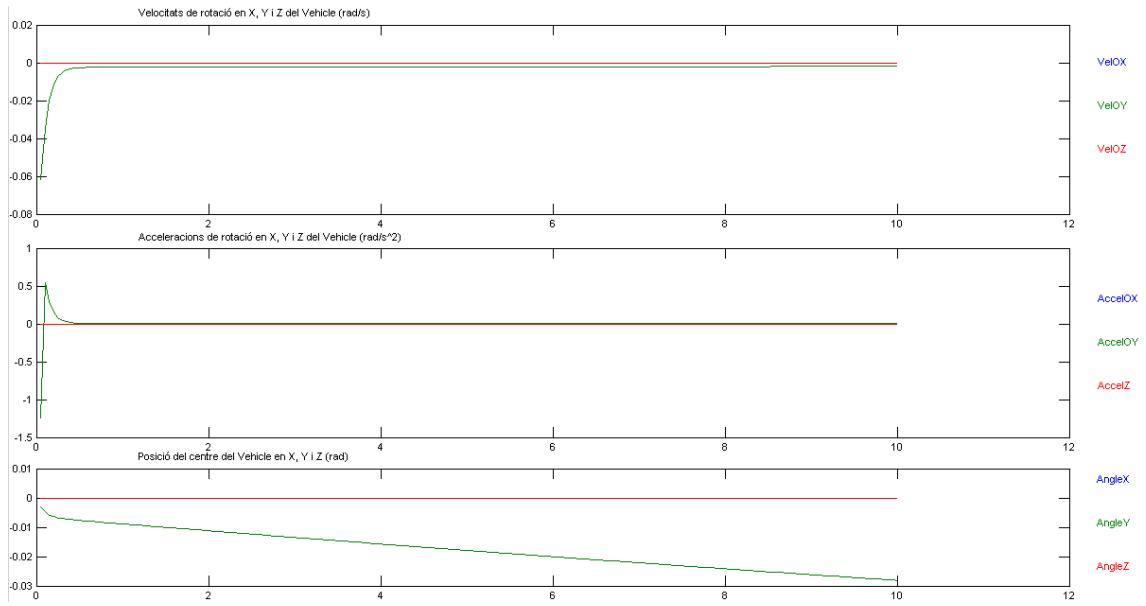


**Fig. 33: Imatge de les repercussions del braç i posició del centre de gravetat global del vehicle en la simulació 8.**

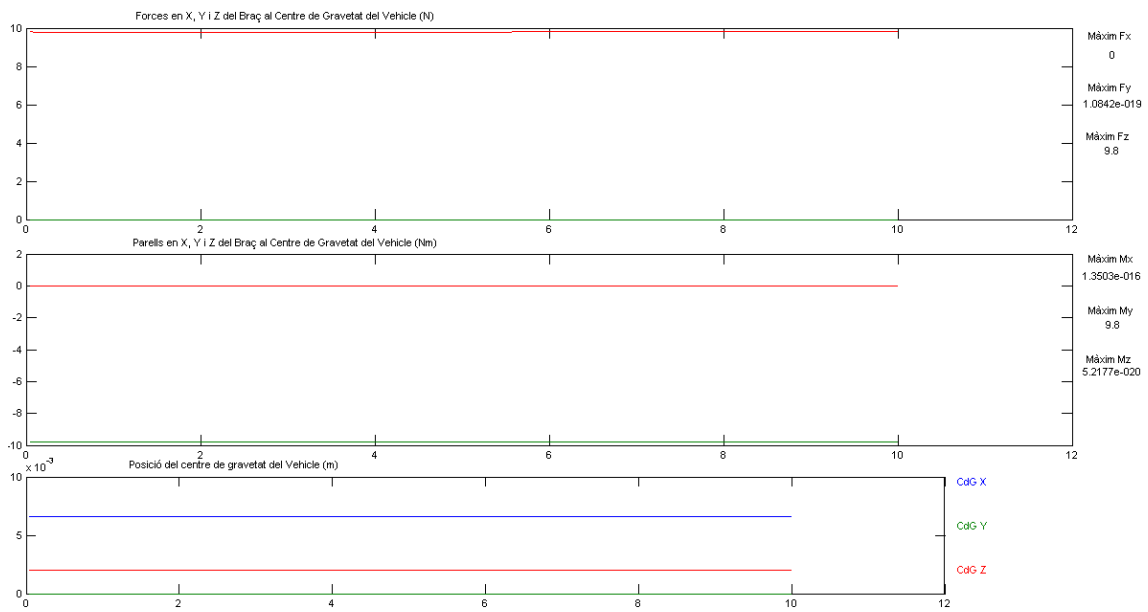


**Fig. 34: Parell exercit pels motors efectuat pels motors en la simulació 8.**

**Simulació 9:** Estàtic amb càrrega de 1kg amb el braç estirat. Aquest cas és el més complex de controlar per part del submarí ja que el parell que es genera és de 9.8Nm que ha de ser compensat per un parell exercit pels propulsors de 19.962Nm (Fig. 37) de mitjana degut al mateix efecte que ha provocat l'augment en la simulació anterior. Comparant les simulacions 8 i 9 revela la importància de treballar el mínim possible amb el braç estirat, ja que aquest provoca unes repercussions sobre el vehicle difícils de compensar.



**Fig. 35:** Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientacions que assoleix el vehicle en la simulació 9.



**Fig. 36:** Imatge de les repercussions del braç i posició del centre de gravetat global del vehicle en la simulació 9.



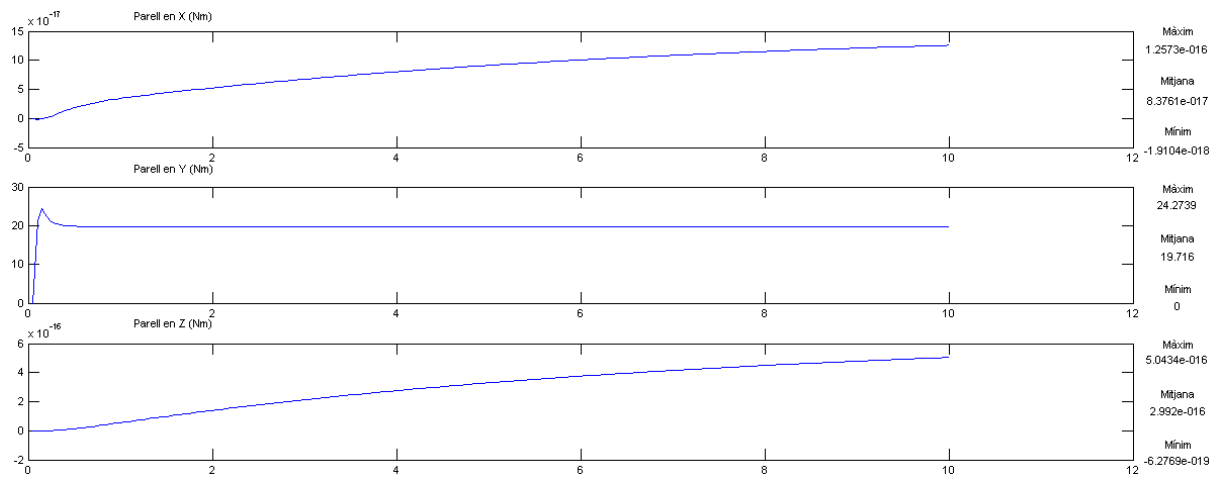


Fig. 37: Parell exercit pels motors efectuat pels motors en la simulació 9.

**Simulacions 10:** Simulacions en diverses posicions (Fig. 38) al llarg de la primera rotació i comparació entre elles, i càlcul del trasllat des de la posició inicial a la final. Amb aquestes simulacions es pretén estudiar els efectes negatius que té el treball del submarí amb el braç recollit, però en un altre pla diferent al pla  $XZ$  i les repercussions que es generen el submarí en generar un moviment amb la càrrega des de l'extrem angular negatiu, a  $-50^\circ$ , de la rotació 1 fins a l'extrem angular positiu, a  $50^\circ$ , considerant les altres articulacions fixes i col·locades tal com ho estaven en la posició recollida ( $-70^\circ$ ,  $150^\circ$  i  $90^\circ$ ).

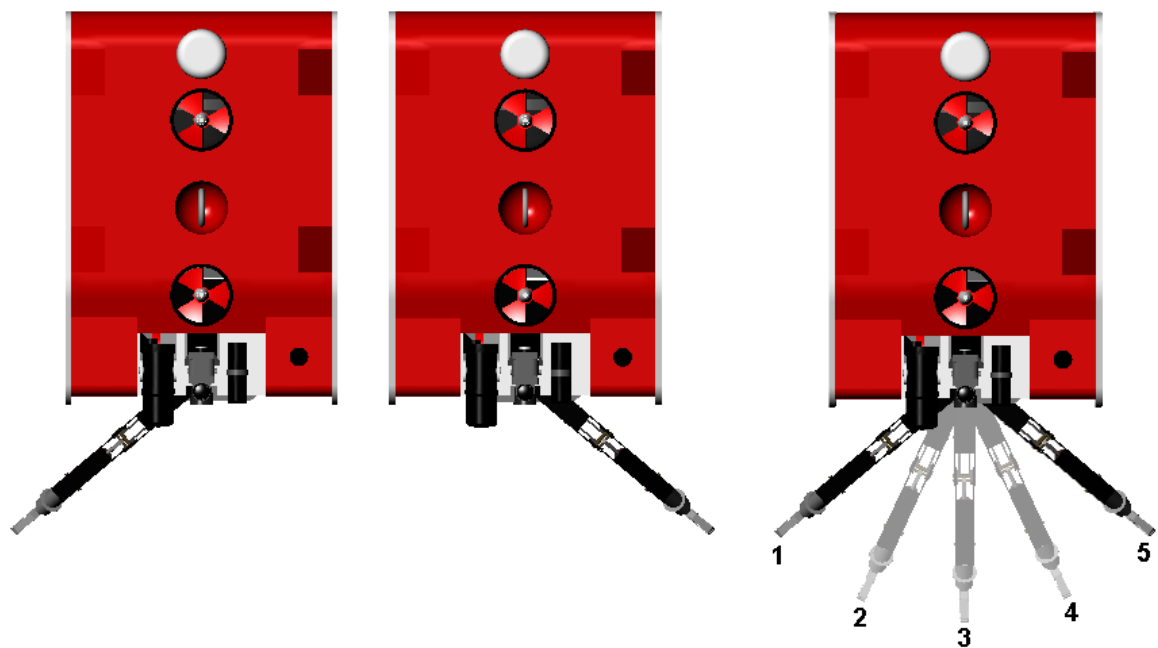
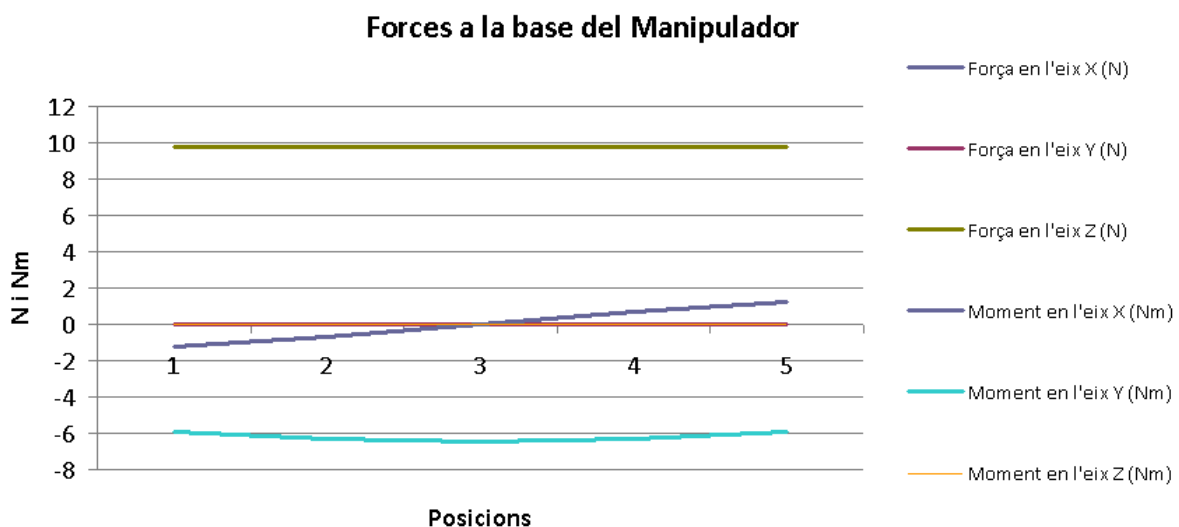


Fig. 38: Representació gràfica de les simulacions que es faran a  $-50^\circ$ ,  $-25^\circ$ ,  $0$ ,  $25^\circ$  i  $50^\circ$

Primerament es realitzarà l'anàlisi per a cada una de les situacions estàtiques i es presentaran els resultats en forma de dos gràfics, un primer gràfic a on es mostraran les repercussions de la posició del braç amb la càrrega de 1kg i un segon amb la representació de la compensació que els propulsors es veuen obligats a efectuar per a contrarestar l'efecte negatiu de la càrrega.

La següent figura (Fig. 39) mostra gràficament l'evolució de les forces i dels parells a la base del braç deguts a la posició del braç amb una càrrega d'un quilogram a l'extrem. Es pot observar, com era previsible, que es genera un parell en l'eix  $X$  com a conseqüència de la posició del braç. Malgrat això es pot observar que el més important segueix essent el parell general en l'eix  $Y$  ja que aquest contempla la distància entre l'extrem del manipulador i la seva base i la distància al llarg de l'eix  $X$  per arribar des del centre de gravetat d'aquest fins a la base del manipulador. En canvi el parell en  $X$  només està generat per la distància entre l'extrem del braç i la base d'aquest, ja que el braç està centrat respecte la coordenada  $Y$  en el submarí.



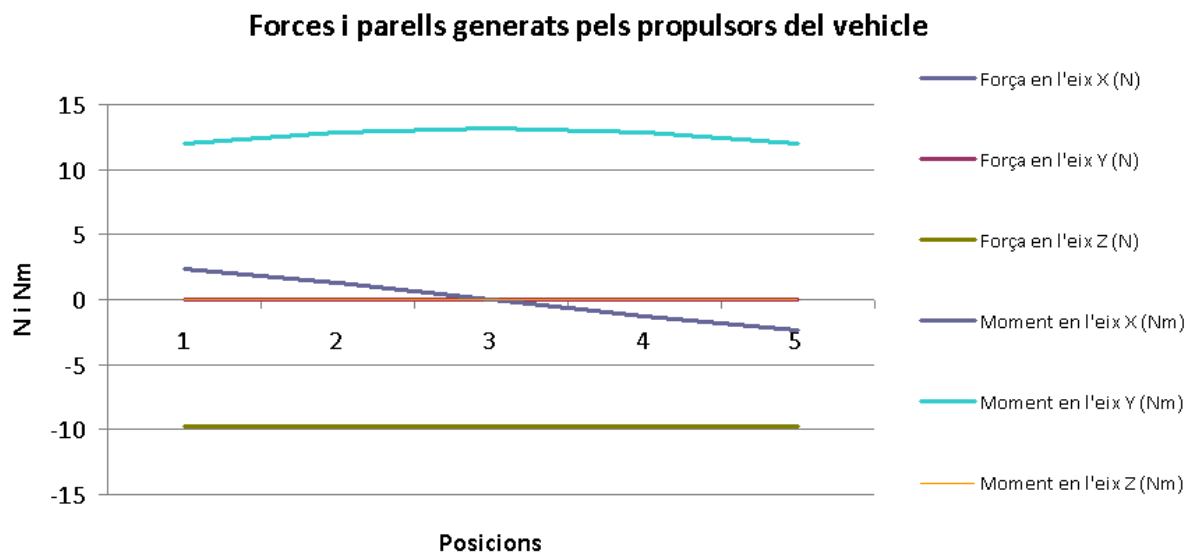
**Fig. 39: Forces i parells generats a la base del braç en cada una de les posicions esmentades.**

Numèricament aquests valors són representats a la següent taula (Taula 3), es pot observar que la variació del parell en  $Y$  és molt petita i que la variació de parell en  $X$  canvia de signe, això és degut a què passem de treballar a la part positiva de l'eix  $X$  a treballar en la part negativa d'aquest. En l'aspecte de les forces es pot observar que sempre són constants amb una força en  $Z$  el sentit positiu dels eixos del submarí causat pel pes.

<b>Forces en Braç</b>	<b>Posició 1</b>	<b>Posició 2</b>	<b>Posició 3</b>	<b>Posició 4</b>	<b>Posició 5</b>
<b>Força en X (N)</b>	0	0	0	0	0
<b>Força en Y (N)</b>	0	0	0	0	0
<b>Força en Z (N)</b>	9,8	9,8	9,8	9,8	9,8
<b>Moment en X (Nm)</b>	-1,2143	-0,6656	0	0,66656	1,2143
<b>Moment en Y (Nm)</b>	-5,91	-6,33	-6,48	-6,33	-5,91
<b>Moment en Z (Nm)</b>	0	0	0	0	0

**Taula 3: Taula de resultats numèrics a la base del braç per les posicions definides.**

Analitzant els resultats, tant de forma gràfica com de forma numèrica, es pot observar que el vehicle compensa aquestes forces i parells generats (Fig. 40 i Taula 4)



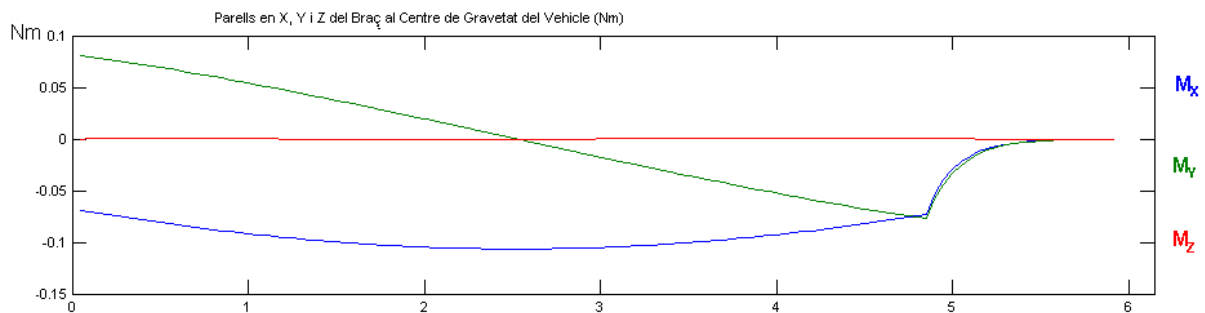
**Fig. 40: Forces i parells generats pels propulsors del vehicle en cada una de les posicions esmentades.**

Numèricament aquesta representació que exemplificada en la següent taula (Taula 4). Cal destacar com ja s'ha anat esmentant en les anteriors simulacions que el parell per a compensar la massa carregada a l'extrem és substancialment superior al que genera el braç, això és degut com ja s'ha dit al descentratge del centre de gravetat del vehicle respecte el centre de flotabilitat, aquesta diferència en les cotes sobre els eixos  $X$  i  $Y$  genera un parell que es suma al parell generat per la càrrega a l'extrem del manipulador i és el parell total que el submarí es veu obligat a compensar per a conservar la posició i orientació.

<b>Forces en Propulsors</b>	<b>Posició 1</b>	<b>Posició 2</b>	<b>Posició 3</b>	<b>Posició 4</b>	<b>Posició 5</b>
<b>Força en X (N)</b>	0	0	0	0	0
<b>Força en Y (N)</b>	0	0	0	0	0
<b>Força en Z (N)</b>	-9,8	-9,8	-9,8	-9,8	-9,8
<b>Moment en X (Nm)</b>	2,41	1,3359	0	-1,3359	-2,3842
<b>Moment en Y (Nm)</b>	12	12,84	13,1532	12,84	12
<b>Moment en Z (Nm)</b>	0	0	0	0	0

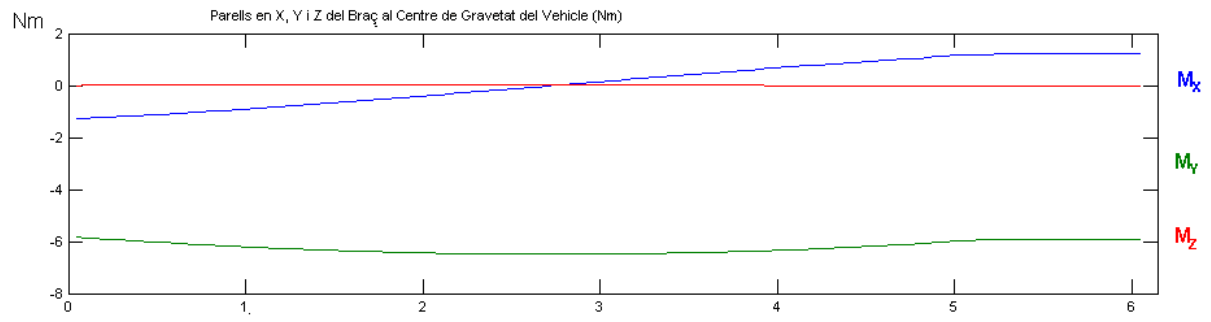
**Taula 4: Taula de resultats numèrics generats pels propulsors del vehicle per les posicions definides.**

També s'ha volgut fer el càlcul del trasllat des del punt inicial, posició 1, fins al punt final amb i sense càrrega per determinar com d'important és l'efecte de la càrrega en l'extremitat del braç. Els següents resultats han estat extrets dels resultats gràfics del simulador, el primer gràfic (Fig. 41) representa com ha afectat el moviment del braç sense càrrega a l'extrem en el submarí, es pot apreciar que es generen uns parells deguts als moviments inferiors, en valor absolut, a 0.15Nm és de poca importància.



**Fig. 41: Representació dels parells generats a causa del moviment del braç de P1 a P5 sense càrrega**

El gràfic anterior (Fig. 41) contrasta clarament amb el que es genera quan hi ha una càrrega en l'extremitat tal com es pot observar en la figura 25 (Fig. 42) on la magnitud dels parells augmenta substancialment.



**Fig. 42: Representació dels parells generats a causa del moviment del braç de P1 a P5 amb càrrega**

## **8 RESUM DEL PRESSUPOST**

El cost de l'elaboració d'aquest projecte final de carrera puja fins al valor de 1723,98€, MIL SET-CENTS VINT-I-TRES EUROS amb NORANTA-VUIT CÈNTIMS, tal com es mostra en l'annex 1 referit al pressupost.

L'autor,

Sr. Sergi Culubret i Cortada  
a data 17 de Juny de l'any 2009

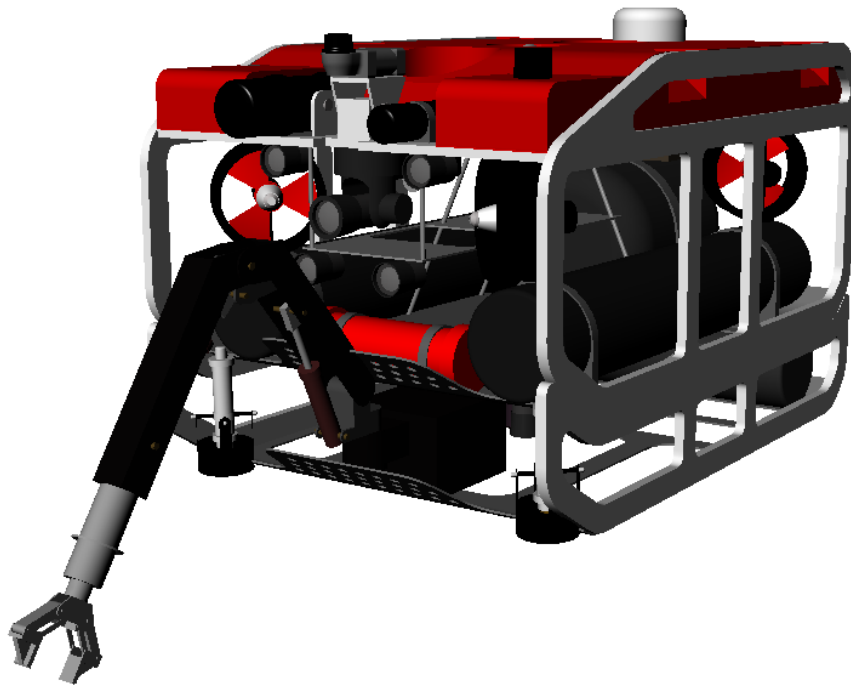
## 9 CONCLUSIONS

Una vegada estudiats tots els casos s'arriba a la conclusió de la importància que té que el braç mecànic estigui instal·lat el més centrat en el submarí possible. Com que per impossibilitats tècniques és inviable que estigui col·locat exactament al centre de coordenades del vehicle, aquest s'ha de col·locar en el punt a on s'anul·lin el màxim nombre de coordenades respecte al centre gravetat. Com que per exigències de disseny aquest ha d'estar col·locat a la base del submarí ( $z$  a la part baixa del submarí) i a la part de davant (respecte el sentit normal d'avanç en  $x$  al seu extrem) s'ha d'intentar anul·lar la coordenada  $y$ , això s'aconsegueix col·locant la base del braç just a la meitat de l'amplada del submarí.

Un cop definida la posició idònia de la base del braç en el submarí i es fan simulacions de comportament en estàtica s'observa que, quan el braç té carregada una massa en el seu extrem (considerant que el braç només treballa en el pla  $xz$  del submarí per evitar parells laterals i altres factors que dificulten el control del submarí), a part de provocar una força en surge per a compensar l'efecte de la càrrega que no està contemplada en la flotabilitat del vehicle, es provoca un parell degut a la suma del que causa la massa per la distància entre ella i el centre de gravetat del vehicle i el parell degut al descentratge del centre de flotabilitat i el de gravetat. Aquest parell ha de ser compensat pels propulsors principals del vehicle, el que limita el vehicle en altres moviments com podria ser el moviment de surge, ja que els thrusters han d'invertir la seva força en contrarestar l'efecte de la càrrega a l'extrem del braç.

Poden existir diverses solucions per a reduir aquest efecte i no perdre el poder dels propulsors per a compensar el parell degut a la càrrega, entre elles es vol esmentar la incorporació d'uns propulsors auxiliars i un sistema de variabilitat del centre de flotabilitat.

La solució que considera la instal·lació d'un sistema auxiliar de propulsors, contempla uns thrusters únicament dedicats a la compensació de l'efecte de la càrrega a l'extrem del braç, aquests manipuladors estarien instal·lats a la part frontal del vehicle amb el seu sentit normal en el sentit d'ascens cap a la superfície. Aquest s'activarien quan el braç detectés una càrrega a l'extrem i en funció d'aquesta i dels efectes que té sobre el vehicle en quan a pitch efectuarien una força que provocaria un parell de compensació. S'hauria d'estudiar exactament a on col·locar aquests dos propulsors per a què afectessin el menys possible a la dinàmica global del vehicle, però una possible col·locació seria a la part inferior tal com mostra la següent figura (Fig. 43)



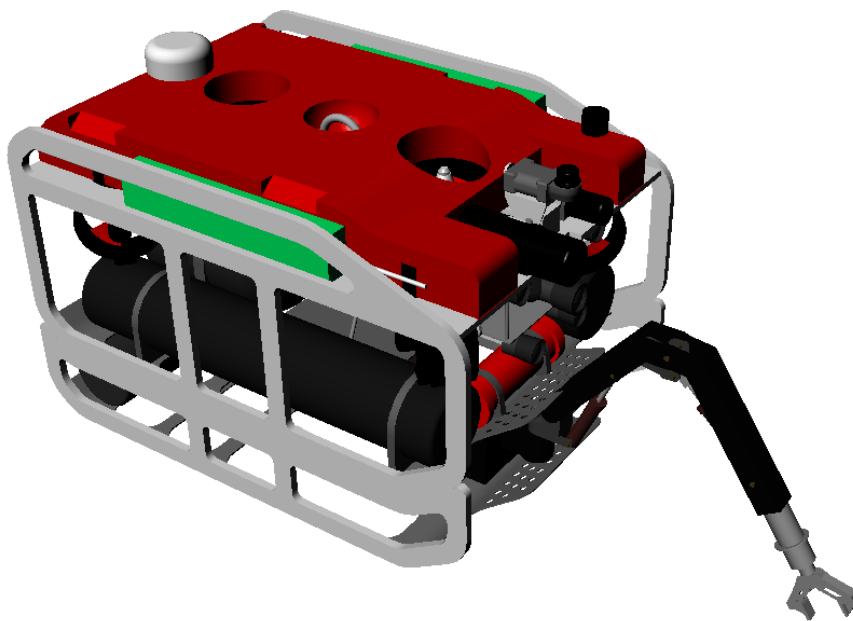
**Fig. 43: Girona500 amb una possible col·locació dels motors auxiliars.**

L'avantatge més important que suposa aquest sistema és la capacitat de compensar els parells exercits pel manipulador si aquest no treballa en el pla  $XZ$ , anteriorment s'ha comentat que s'evitarien al màxim possible els moviments en altres camps de treball que no fossin aquell pla, però el braç té la possibilitat d'assolir aquelles posicions i pot ser interessant compensar-ne les conseqüències. Malgrat l'avantatge anterior el sistema presenta dos inconvenients principals, el primer és l'augment de la complexitat en el sistema de control ja que aquest haurà de ser capaç de discernir si un efecte està provocat per un efecte extern o per una càrrega a l'extrem del braç i actuar en conseqüència decidint en cada moment quin ha estat l'efecte que ha provocat la variació en pitch. L'altre inconvenient és la limitació de treball, aquest vehicle està pensat per treballar a llargues distàncies i profunditats, el que el fa que sigui inviable treballar amb cable, fet que implica l'obligatorietat de treball totalment autònom amb sistema de bateries. Un sistema com el plantejat amb uns motors auxiliars dedicats únicament a compensar el parell pot provocar una despesa energètica considerable.

L'altra alternativa que es pot contemplar és la de col·locar un sistema de flotabilitat mòbil, (Fig. 44) aquest sistema de flotabilitat complementaria al fix, de manera que en cas de no haver-hi cap càrrega a l'extrem el vehicle seria neutre en forces i parells. Però quan a l'extrem hi hagués carregat algun objecte el sistema que permetria moure la flotabilitat



(distàncies inferiors a 10cm) fins al punt en què en coordenades  $X$  (ja que s'ha comentat que s'intentaran evitar els moviments en cap altre pla que no sigui el  $XZ$ ) el centre de gravetat i el de flotabilitat s'equilibrassin o el de flotabilitat fos superior al de gravetat per així compensar part del parell efectuat per la càrrega. Per a conèixer aquest punt seria necessari conèixer el valor aproximat de la massa carregada a l'extrem (que seria el valor de força en surge que haurien de fer els propulsors) i la posició de l'extrem (coneguda per la cinemàtica del manipulador).



**Fig. 44: Girona500 amb el possible sistema de flotabilitat amb posició variable (part verda)**

L'avantatge d'aquest sistema en contra de l'altre és que no consumeix tanta energia ja que actua estàticament, és a dir, només s'encarrega d'efectuar el desplaçament fins al punt necessari per a compensar el parell degut a la càrrega i llavors resta sense moviment, enclavat per un sistema físic. Es podria aprofitar el sistema de moviment mitjançant un sistema visensfi, que no permet el moviment del vis a través del moviment de l'objecte, d'aquesta manera el consum global del vehicle no es veu tant afectat com s'hi veia anteriorment. L'inconvenient d'aquest sistema de compensació és que s'ha d'instal·lar un nou sistema amb mobilitat sota l'aigua, considerant la complexitat que això comporta.

## 10 GLOSSARI

**Angles Euler:** Conjunt de tres coordenades angulars que serveixen per identificar l'orientació d'un sistema de referència d'eixos ortogonals, normalment mòbil, respecte un altre sistema de referència d'eixos ortogonals, normalment fix.

**Approach:** En una extremitat d'un braç articulat es podria considerar el que surt perpendicular al palmell de la mà.

**Buoyancy:** Flotabilitat.

**Coriolis:** Acceleració relativa que pateix un objecte que es mou dins un sistema de referència no inercial en rotació quan varia la seva distància respecte l'eix de gir.

**Denavit-Hartenberg (DH):** Algorisme usat en robòtica per a determinar la cinemàtica d'un manipulador de forma sistemàtica.

**Flotabilitat:** Força exercida ascensionalment per un cos que està submergit en un líquid, és el resultat de multiplicar la diferència de densitats pel volum.

**Identificar:** Procés d'obtenció de valors físics de forma experimental per aproximació per mínims quadrats o altres mètodes del resultat real amb el resultat modelat.

**I-UAV:** Vehicle Subaquàtic d'Intervenció Autònom (Intervention Underwater Autonomous Vehicle)

**Link:** Element que uneix dues articulacions d'un manipulador.

**Massa afegida:** Paràmetre a identificar que defineix les conseqüències en forma de massa i inèrcia que s'afegeix al vehicle pel fet d'estar submergit en un líquid.

**Matriu Jacobiana:** Matriu que permet expressar la velocitat de l'element referenciada al sistema de coordenades fixes del manipulador en funció de la velocitat del grau de llibertat.

**Normal:** Es defineix com el vector perpendicular entre el approach i el orientation.

**Orientation:** Es defineix com el vector que té la direcció del tancament de les pinces, sol ser paral·lel al palmell de l'extremitat del robot.

**Pitch:** Angle de rotació respecte l'eix Y, normalment representat amb la lletra theta ( $\theta$ )

**Recursive Newton-Euler (RNE):** Algorisme usat en robòtica per al càlcul de forces i parells necessaris per mantenir una posició o bé per traçar una trajectòria des d'un punt inicial a un punt final.

**Roll:** Angle de rotació respecte l'eix X, normalment representat amb la lletra phi ( $\Phi$ )

**Thruster:** Mot en anglès usat de forma comuna per denominar propulsor.

**AUV:** Vehicle Subaquàtic Autònom (Autonomous Underwater Vehicle).

**Vector configuració:** Vector de 6 components usat en robòtica per a definir la posició i orientació de l'extrem del manipulador en l'espai.

**Yaw:** Angle de rotació respecte l'eix Z, normalment representat amb la lletra psi ( $\Psi$ ).

## 11 BIBLIOGRAFIA

Aracil, R. (2007). Fundamentos de Robótica, McGraw Hill.

Fossen, T. I. (1998). Guidance and Control of Ocean Vehicles.

Marion, J. B. (1975). Dinámica Clásica de las Partículas y Sistemas, Thomson Brooks/Cole.

Pere Ridao, J. B., Marc Carreras (2000). Dynamics Model of an Underwater Robotic Vehicle. Institut d'informàtica i Aplicacions. Girona, Universitat de Girona.

Romagós, D. R. (2008). Underwater slam for structured environments using and imaging sonar. ATC Arquitectura i Tecnologia de Computadors. Girona, Universitat de Girona.

Sencianes, A. E.-F. (2003). Identificació del model dinàmic del robot submarí URIS.

## 12 ANNEXOS

### 12.1 Annexos de pressupost

<b>Assumpte</b>	<b>Quantitat</b>	<b>Unitats</b>	<b>Cost Unitari (€/unitat)</b>	<b>Cost Total (€)</b>
<b>Aprenentatge</b>				
Robotica Bàsica	25	hores	0,0000 €/h	0,0000 €
Modelització de Vehicls Submarins	10	hores	0,0000 €/h	0,0000 €
Programació en MATLAB	5	hores	0,0000 €/h	0,0000 €
Edició Interfícies Gràfiques (GUI) MATLAB	5	hores	0,0000 €/h	0,0000 €
<b>Elaboració del Projecte (Cost Becari)</b>				
Braç Robòtic	25	hores	3,5000 €/h	87,5000 €
Vehicle Submarí	15	hores	3,5000 €/h	52,5000 €
Acoblament Braç amb el Vehicle Submarí	5	hores	3,5000 €/h	17,5000 €
Elaboració de la Interfície Gràfica	20	hores	3,5000 €/h	70,0000 €
Inserció de les representacions gràfiques	5	hores	3,5000 €/h	17,5000 €
Redacció del Projecte	80	hores	3,5000 €/h	280,0000 €
<b>Amortitzacions Maquinari i Programari Emprat*</b>				
Ordinador de portàtil emprat	130	hores	0,1190 €/h	15,4700 €
Matlab	40	hores	0,6250 €/h	25,0000 €
Rhinoceros 3D	2	hores	0,0480 €/h	0,0960 €
Microsoft Office 2003	80	hores	0,0250 €/h	2,0000 €
Altres	8	hores	0,0010 €/h	0,0080 €
<b>Consultes a Professionals en**</b>				
Robòtica	15	hores	16,7021 €/h	250,5315 €
Vehicls Dinàmica i Funcionament Vehicls Submarins	5	hores	16,7021 €/h	83,5105 €
Altres Departaments	5	hores	16,7021 €/h	83,5105 €
Oficina Tècnica (Normativa i presentació)	2	hores	16,7021 €/h	33,4042 €
<b>Tracte amb el tutor (Professional**)</b>				
Definició del producte a elaborar	2	hores	16,7021 €/h	33,4042 €
Seguiment del producte elaborat	10	hores	16,7021 €/h	167,0210 €
Comprovació del producte i projecte redactat	15	hores	16,7021 €/h	250,5315 €
Aprovació del Projecte redactat	1	hores	16,7021 €/h	16,7021 €
<b>COST ABANS D'IMPOSTOS</b>	250	hores	6,7580 €/h	1.486,19 €
<b>IMPOSTOS</b>			16,00%	237,7903 €
<b>COST TOTAL ELABORACIÓ DEL PROJECTE</b>				<b>1.723,98 €</b>

**Taula 5: Pressupost desglossat del Projecte**

\*Emprat durant 6 hores al dia 350 dies any són 2100hores anuals, segons normativa l'amortització és de 6 anys, el que implica un 16,6% anual, com que el PC va costar a la seva època 1500€, comporta que per hora és de 0,119047€. El Matlab Usat té un preu de 1950€ i s'usarà aproximadament durant 2 anys una mitjana de 8 hores al dia durant 260 dies/any, es calcula que el temps d'amortització és de 2 anys, per canviar la versió i que per tant el cost d'amortització és de 0,625€/h. S'elabora el mateix procés per al Rhinoceros v4,

que aquest costa 150€ fent servir els mateixos temps d'amortització dóna un valor d'amortització de 0,048€/h; de la mateixa manera amb el MS Office 2003, amb un cost al 2004 de 80€, dóna un valor d'amortització de 0,025€/h.

\*\* A Espanya el Salari mitjà d'un professor universitari contant pagues extres i altres és de 31,400€ any, segons la CRUE, i les hores aproximades de treball són de 1880, comptabilitzant 5 dies a la setmana, 47 setmanes any, 8 hores dia, el que implica que cada hora de Professor Universitari comptabilitza en 16,70€/h, cal dir que en algunes comunitats és substancialment més baix que en d'altres.

## **12.2 Resultats de les proves realitzades**

En aquest annex es poden trobar les imatges més significatives dels experiments, les imatges recollides són les que representen velocitats, acceleracions i posicions del centre de gravetat del vehicle, les que representen velocitats, acceleracions i orientacions del vehicle, i finalment les repercussions que es poden observar a la base del braç degudes al fet de tenir-lo submergit i en possible moviment.

La forma de representar les corbes de comportament sempre és el mateix, per als elements que tenen efecte sobre l'eix de coordenades  $X$  del vehicle el color de representació serà el blau, pels elements que tenen efecte sobre l'eix de coordenades  $Y$  del vehicle el color de representació serà el verd, i finalment el color per a representar els efectes en l'eix de coordenades  $Z$  serà el vermell.

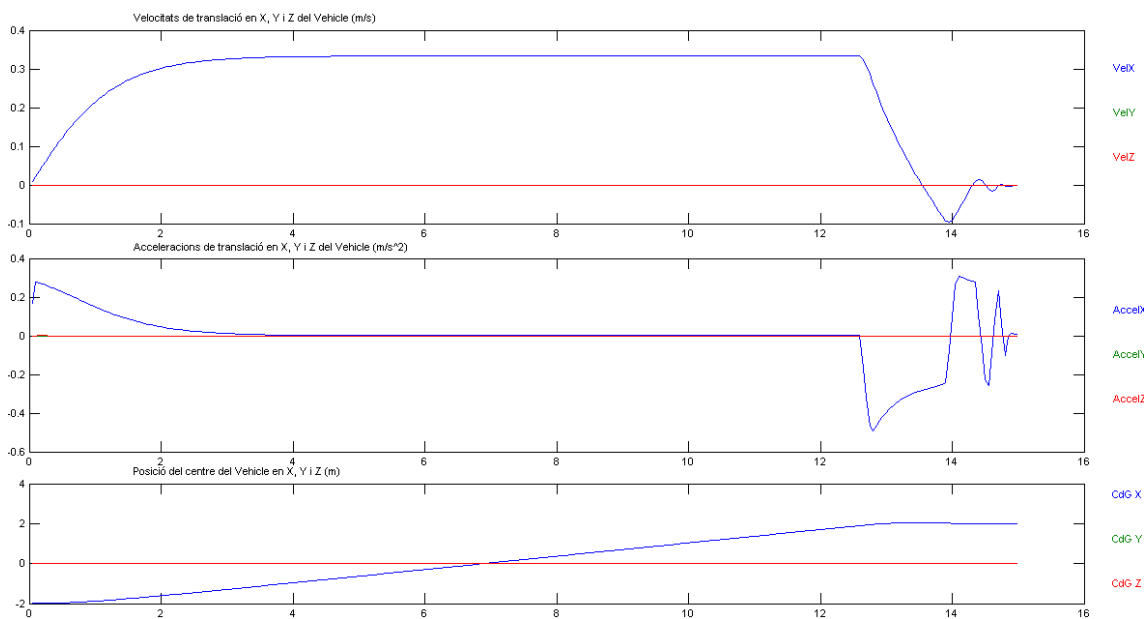
### **12.2.1 Simulació 1**

Avanç en línia recta (direcció  $X$ ) amb el braç recollit i sense massa carregada a l'extrem. Imatges extretes dels resultats del programa. Per aquesta simulació es col·locarà el submarí en -2,0,0 com a posició inicial i se'l farà anar fins a 2,0,0, el que implica que recorrerà 4 metres els quals aproximadament 3 seran a velocitat màxima de 0.45m/s i la resta serà acceleració i desacceleració.

En fer els 4 metres en línia recta el vehicle ha tardat aproximadament 13 segons dels quals 2 són d'acceleració i els 9 restants de trasllat a velocitat de creuer, a partir d'aquest moment es treballa durant uns 2 segons per aconseguir que l'error sigui inferior a 1cm (Fig. 45). Com que el vehicle és simètric i el braç en aquest eix no té cap mena d'efecte es pot observar que les úniques variables alterades per aquest moviment és la de desplaçament línia en  $X$ , és a dir, posició en  $X$ , velocitat en  $X$ , acceleració en  $X$ , i força als propulsors sobre l'eix  $X$ .

Com que el sistema de posicionament del vehicle treballa en funció de l'error i la velocitat, el que s'ha fet és que a una distància prudencial de la posició objectiu el vehicle inici la seva frenada, d'aquesta manera no aconseguir un sobrepic molt gran, en aquest cas el sobrepic assolit és inferior a 4cm.

El braç com que no tenia ni càrrega ni moviment no ha afectat en la simulació.



**Fig. 45: Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que assolix el vehicle en la simulació 1.**

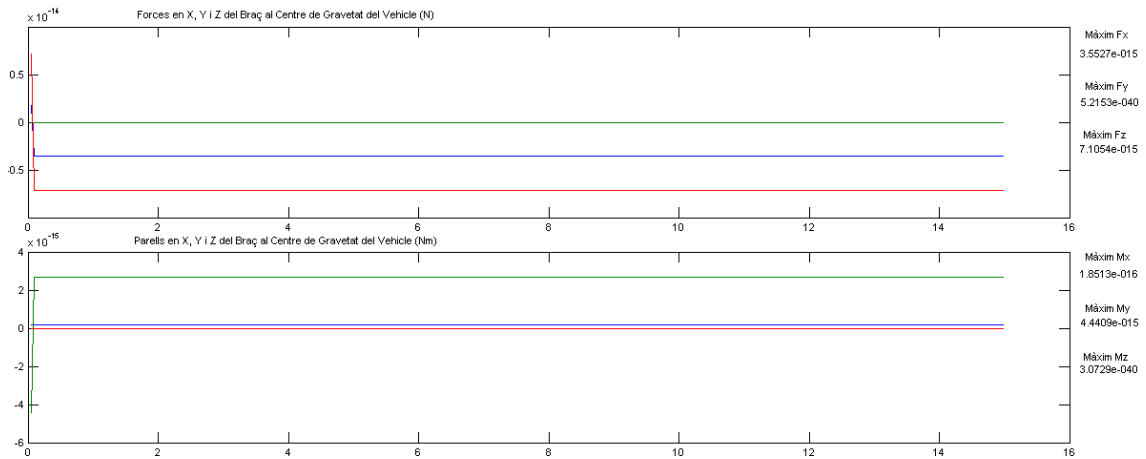


Fig. 46: Imatge de les repercussions del braç en la simulació 1.

### 12.2.2 Simulació 2

Avanç lateral en línia recta (direcció Y) amb el braç recollit i sense massa carregada. Imatges extretes dels resultats del programa.

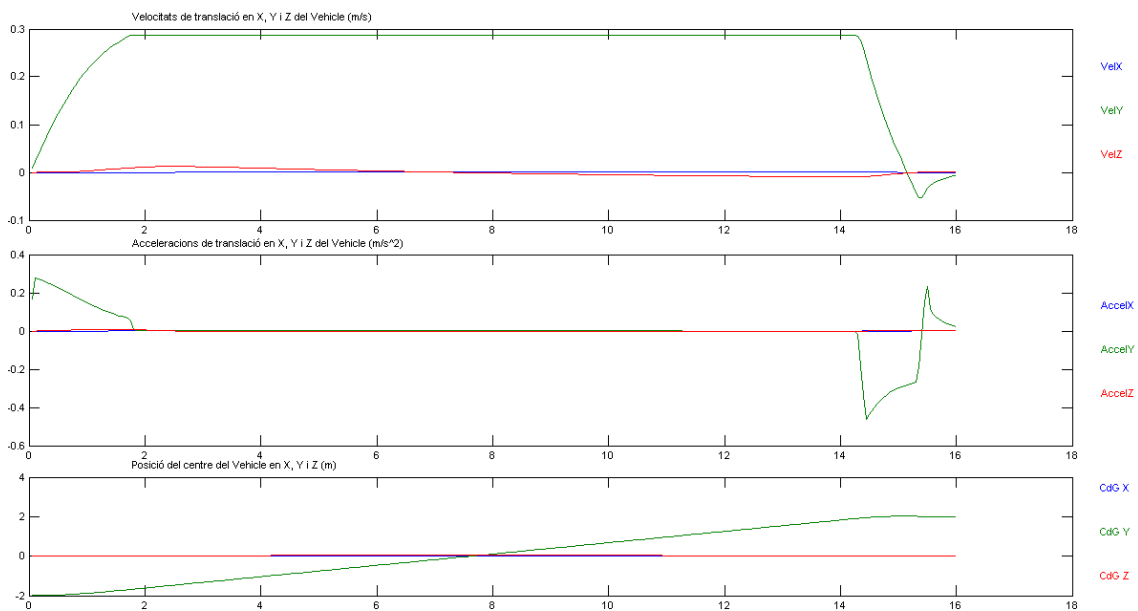
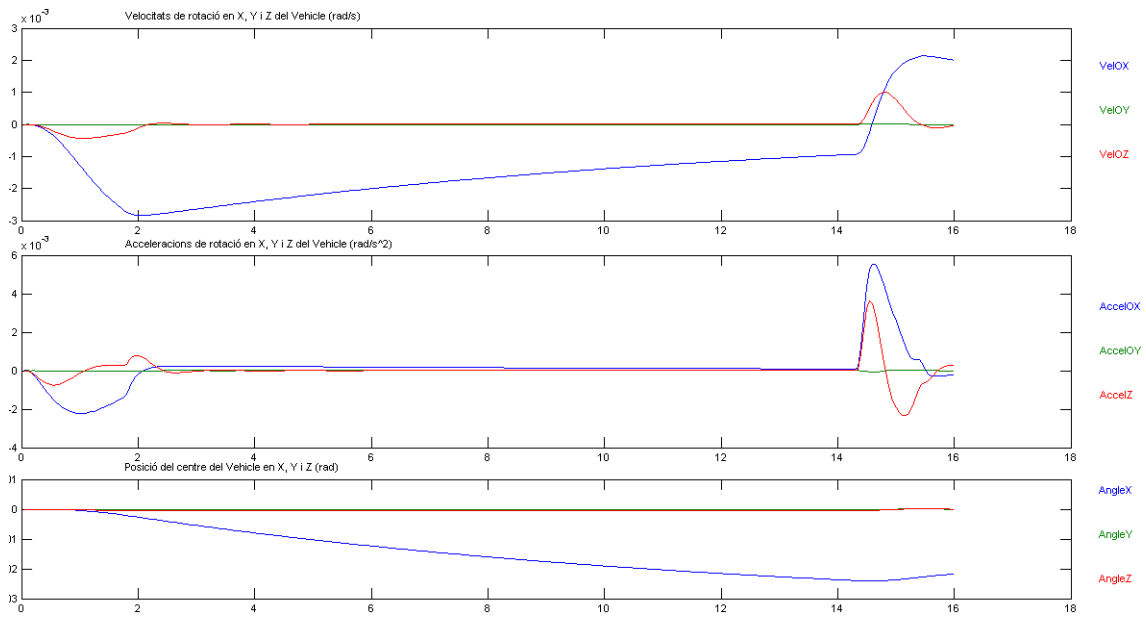
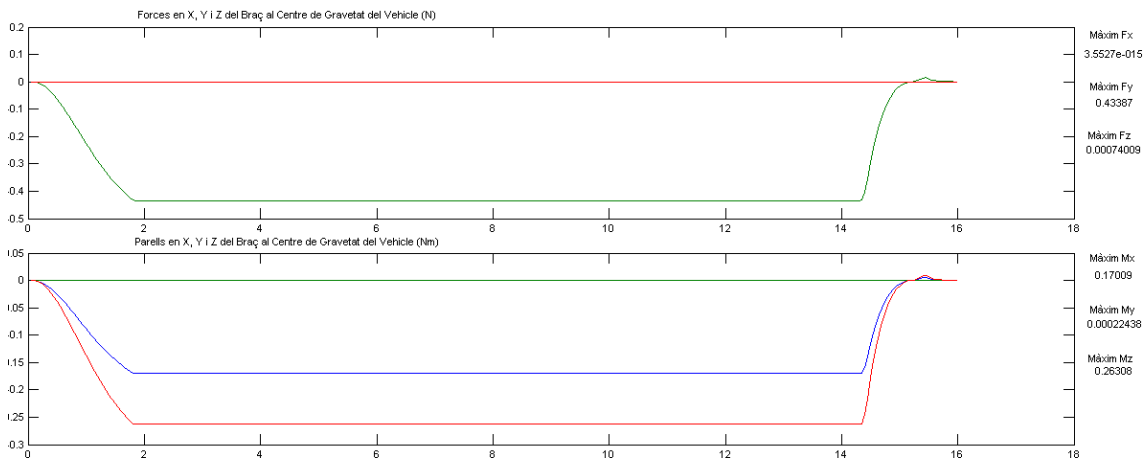


Fig. 47: Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que assoleix el vehicle en la simulació 2.





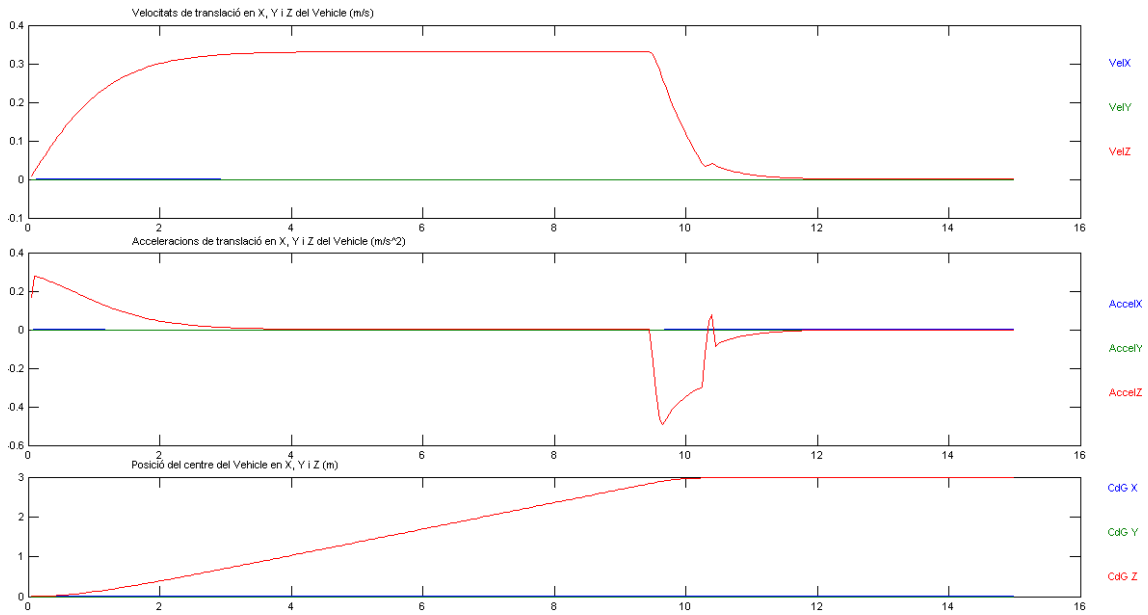
**Fig. 48: Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientació que aconsegueix el vehicle en la simulació 2.**



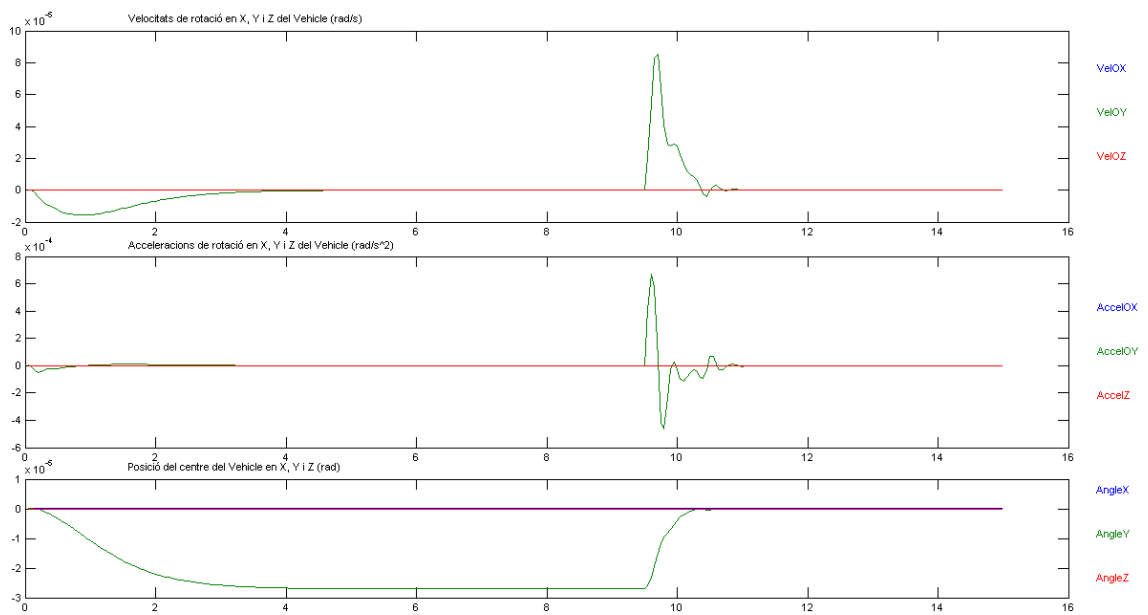
**Fig. 49: Imatge de les repercussions del braç en la simulació 2.**

### 12.2.3 Simulació 3

Avanç en profunditat en línia recta (direcció Z) amb el braç recollit i sense massa carregada. Imatges extretes dels resultats del programa.



**Fig. 50:** Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que assoleix el vehicle en la simulació 3.



**Fig. 51:** Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientació que assoleix el vehicle en la simulació 2.

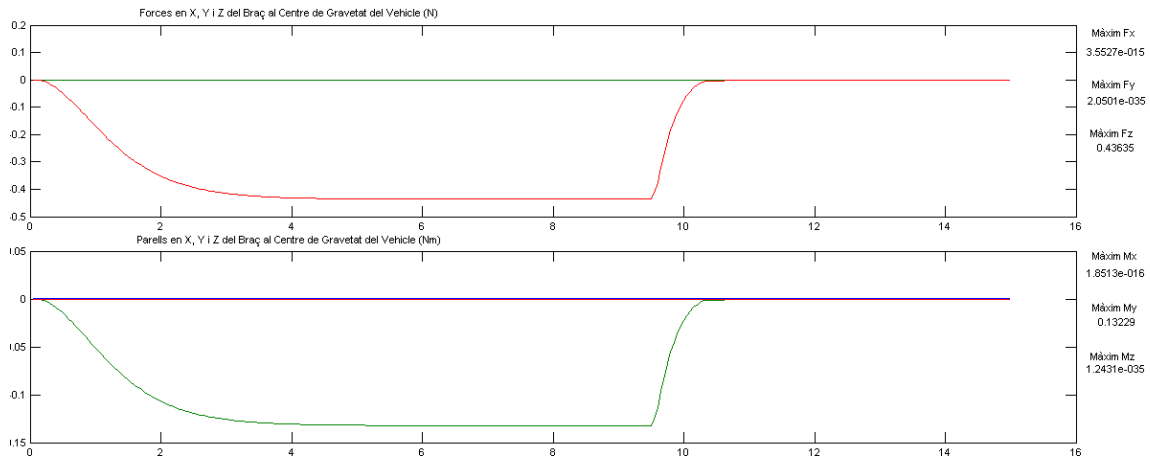


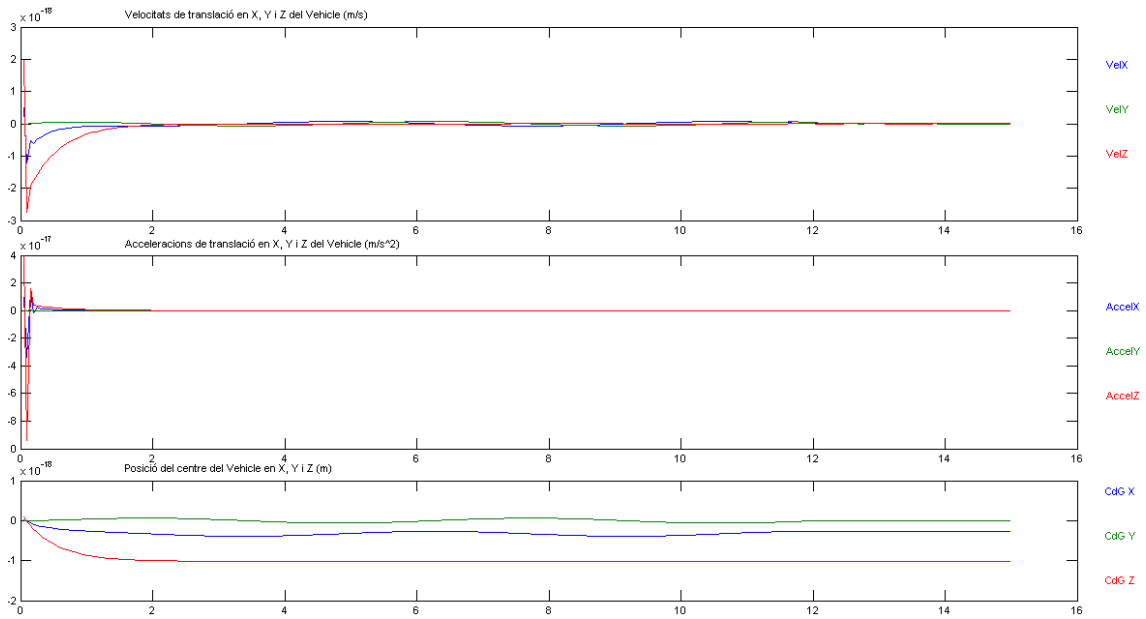
Fig. 52: Imatge de les repercussions del braç en la simulació 3.

## 12.2.4 Simulació 4

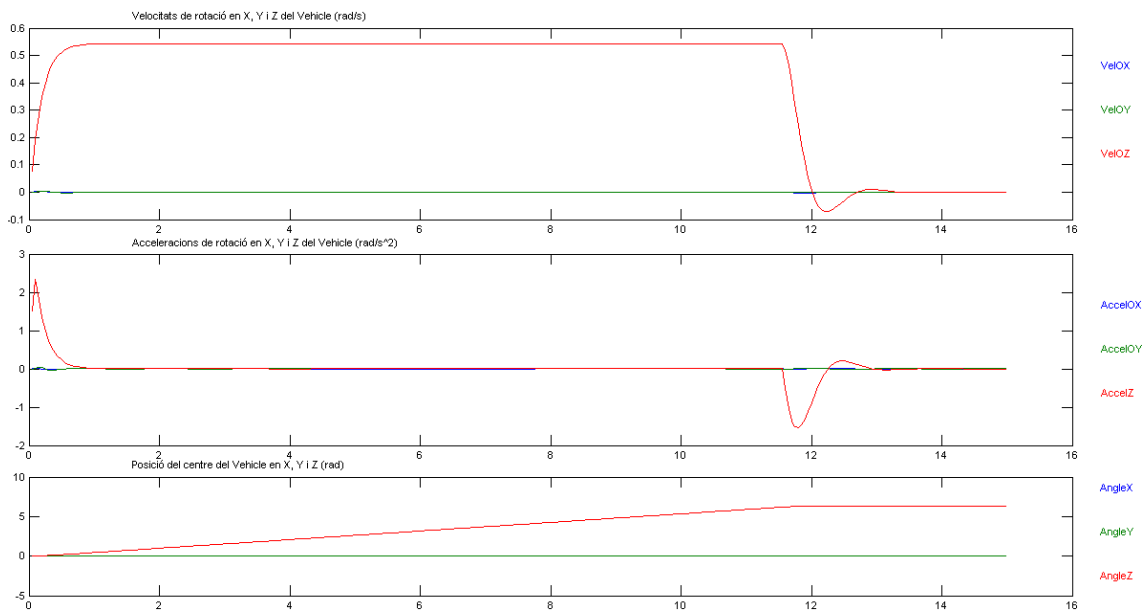
Rotació sobre si mateix amb el braç recollit en l'eix  $Z$ , yaw, una volta completa, per a fer això es definirà la posició inicial del submarí com a 0,0,0 i orientació 0,0,0, com a posició final es conservarà la posició, però l'orientació es definirà com a 0,0,6.28, d'aquesta manera provocarem una volta completa.

Es pot observar que en les direccions  $X$ ,  $Y$  i  $Z$ , no hi ha cap desplaçament i ja que les seves velocitats es conserven 0 en tot moment, en canvi en les rotacions en els eixos  $X$  i  $Y$  es pot detectar una petita fluctuació de posició degut a les friccions hidrodinàmiques produïdes tant pel braç com pel submarí. Malgrat aquestes siguin molt baixes es pot observar en els gràfics de velocitats com aquestes tenen unes variacions importants d'aproximadament 0.2rad/s. Els parells que ha d'aplicar el submarí per contrarestar aquestes fluctuacions són ones oscil·latòries que assoleixen valors de 20N de punta la seva mitjana durant el moviment és nul·la.

Si s'observa la pestanya de "Conseqüències del Braç" es pot observar que el parell resistent màxim a la rotació ha estat de 1Nm negatiu.



**Fig. 53:** Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que assoleix el vehicle en la simulació 4.



**Fig. 54:** Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientació que assoleix el vehicle en la simulació 4.

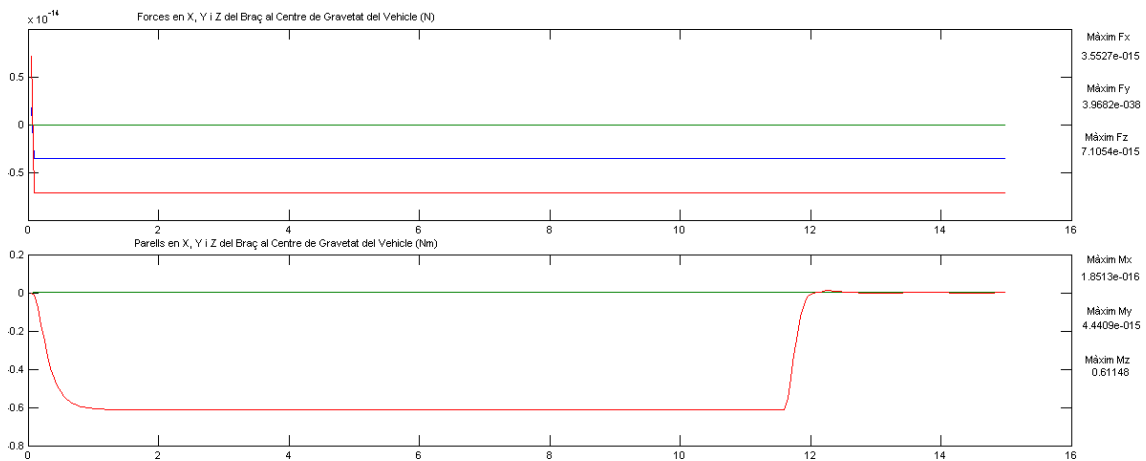


Fig. 55: Imatge de les repercussions del braç en la simulació 4.

### 12.2.5 Simulació 5.1

Avanç en línia recta (direcció  $X$ ) amb el braç estirat i sense massa carregada a l'extrem. En aquesta simulació es pretén comprovar si té algun efecte en els moviments del submarí la posició del braç hipotèticament més desfavorable per als moviments del vehicle.

Es pot observar en aquest cas que la posició del braç en el moviment d'avanç en  $X$  no afecta absolutament per res, durant el temps en què estigui descarregat, en el vehicle, ja que en quan a fricció no provoca cap força ni parell.

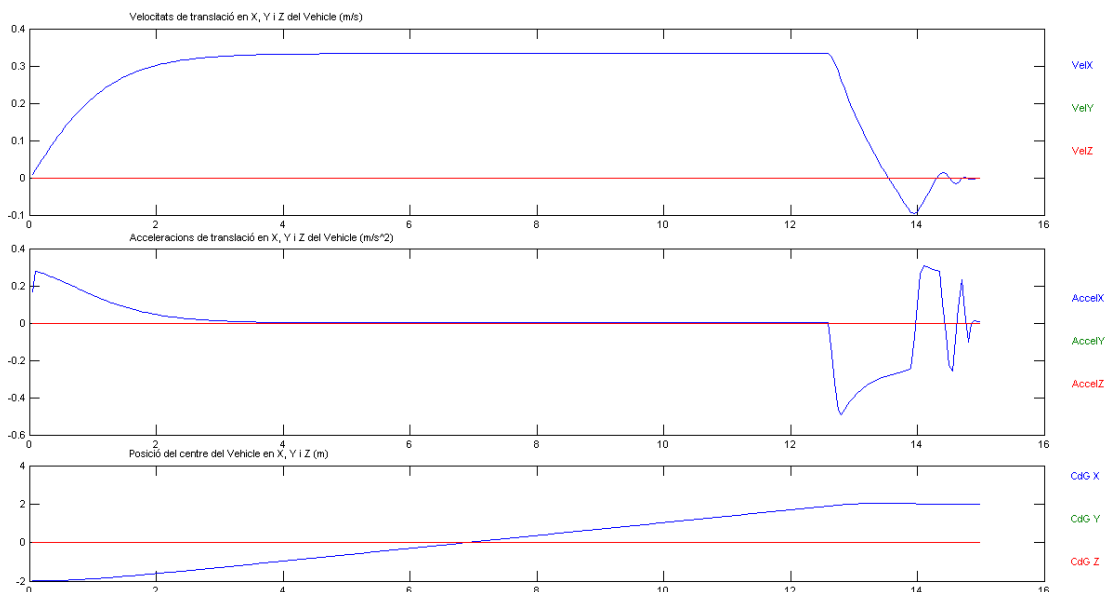
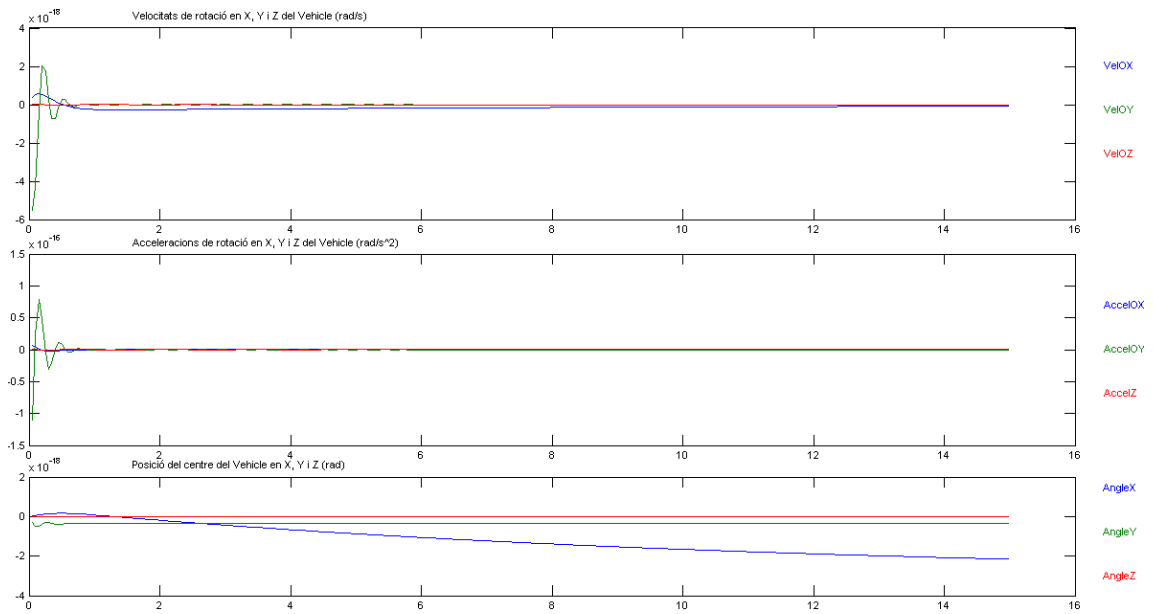
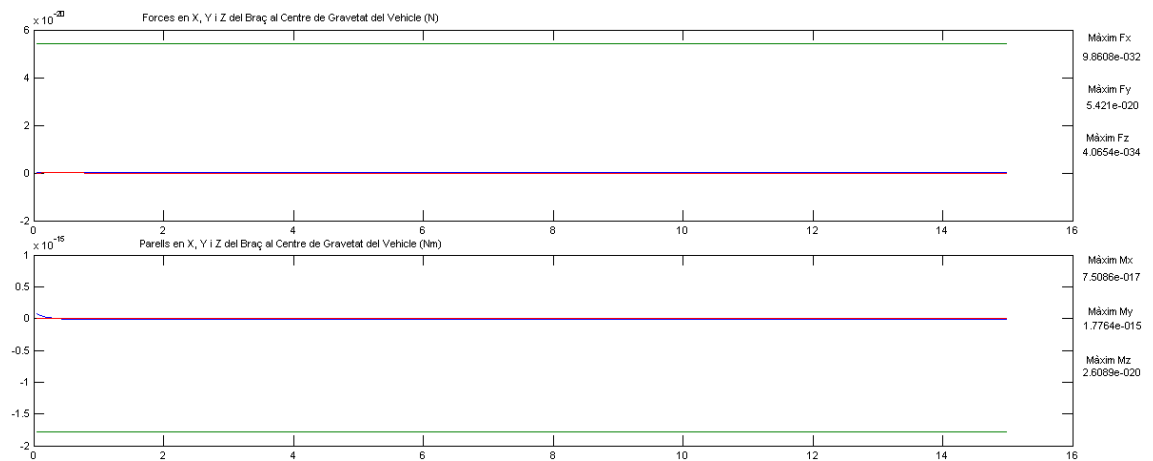


Fig. 56: Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que assoleix el vehicle en la simulació 5.1.



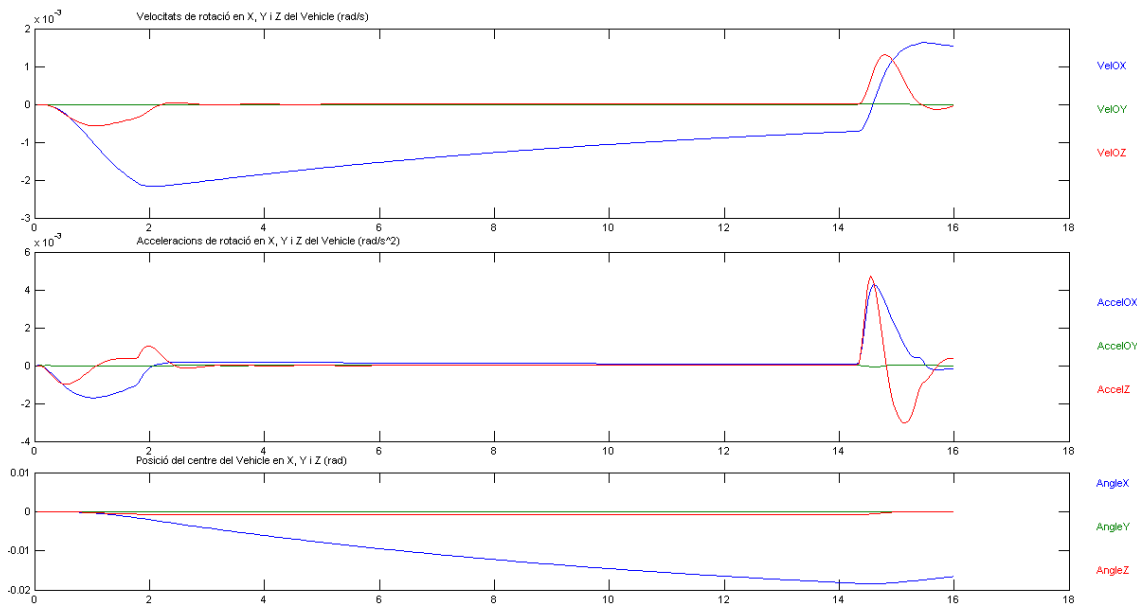
**Fig. 57:** Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientacions que aconsegueix el vehicle en la simulació 5.1.



**Fig. 58:** Imatge de les repercussions del braç en la simulació 5.1.

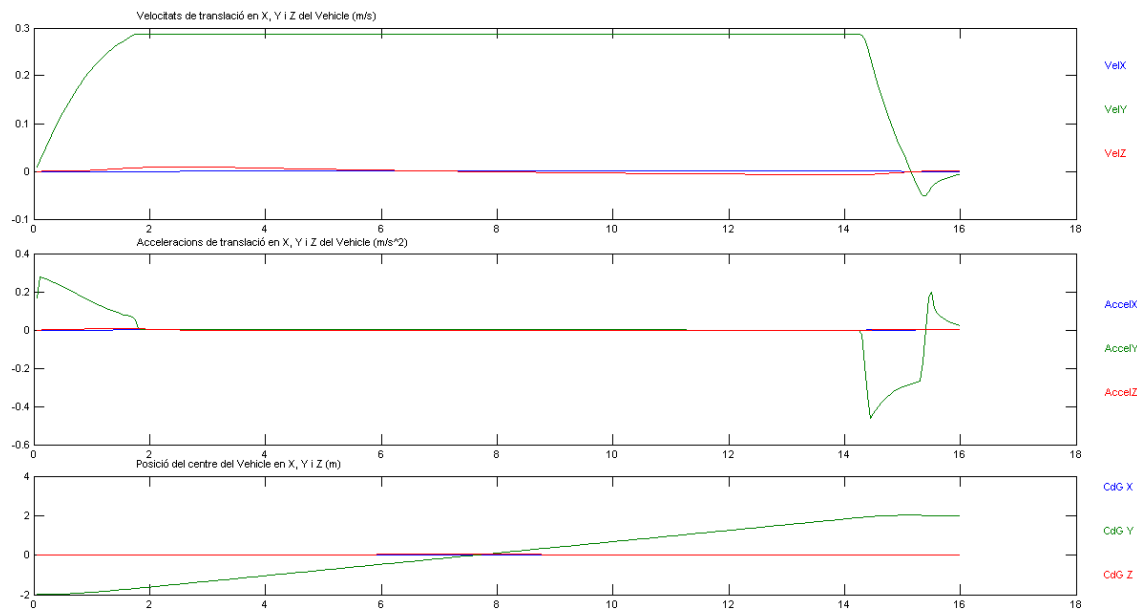
## 12.2.6 Simulació 5.2

Avanç en línia recta (direcció Y) amb el braç estirat i sense massa carregada a l'extrem. De la mateixa manera com s'ha efectuat en la Simulació 2 s'efectuarà ara però amb el braç completament estirat.



**Fig. 59:** Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que assoleix el vehicle en la simulació 5.2.

En aquesta simulació es poden observar les mateixes conseqüències que s'observaven en la simulació 2 en l'aspecte de forces en els eixos, però en els moments aplicats en  $X$  i  $Z$  s'observen valors molt més elevats. Els parells causats en el submarí deguts al braç són de valor màxim  $-0.4\text{Nm}$  i en l'eix  $X$ , i de fins a  $-0.2\text{Nm}$  i en l'eix  $Z$ . El que dóna una primera informació de la importància que té efectuar els desplaçaments del vehicle amb el braç recollit.



**Fig. 60:** Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientacions que assoleix el vehicle en la simulació 5.2.

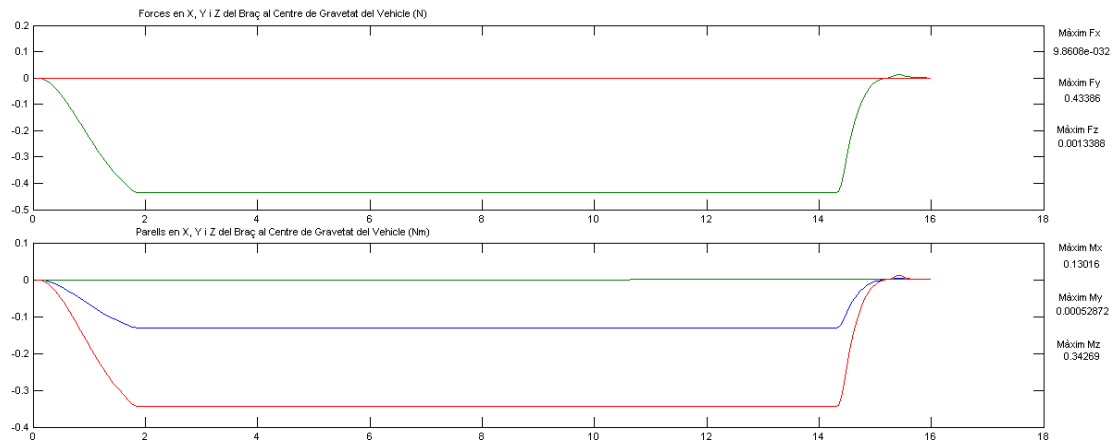


Fig. 61: Imatge de les repercussions del braç en la simulació 5.2.

### 12.2.7 Simulació 5.3

Avanç en línia recta (direcció Z) amb el braç estirat i sense massa carregada a l'extrem. El temps de descens i estabilització fins a un valor d'error de 2cm és d'aproximadament 16 segons, malgrat tardar únicament 13 segons en passar pel punt de consigna.

En aquest cas es pot observar com afecta en el descens la posició del braç, en la Simulació 3 la posició recollida afectava en 0.15Nm sobre l'eix de rotació Y, en canvi en aquest el parell degut a les friccions és de fins a 0.51Nm de valor màxim a la seva màxima velocitat, contrarestat pel control del submarí. Avanç en línia recta (direcció Z) amb el braç estirat i sense massa carregada a l'extrem. Imatges extretes del programa.

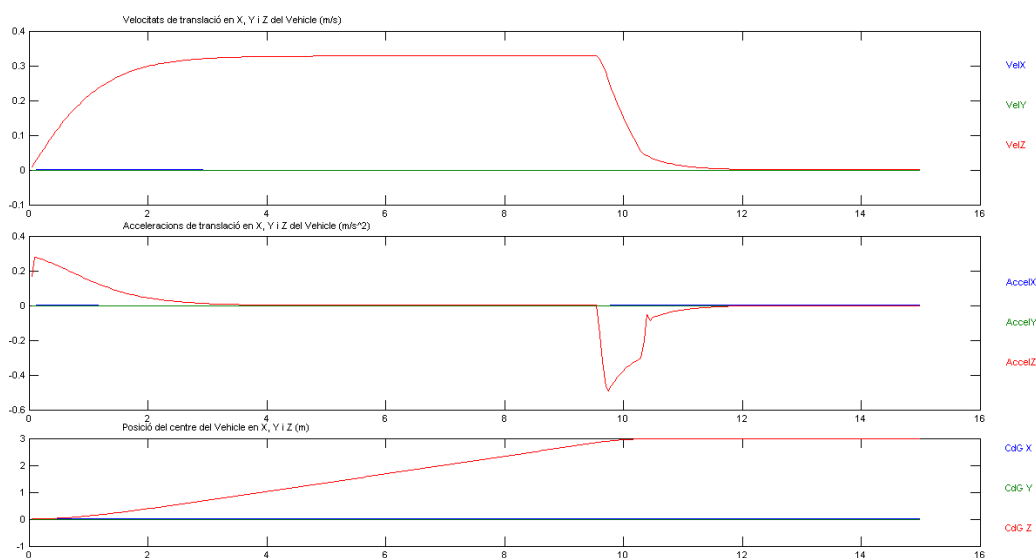
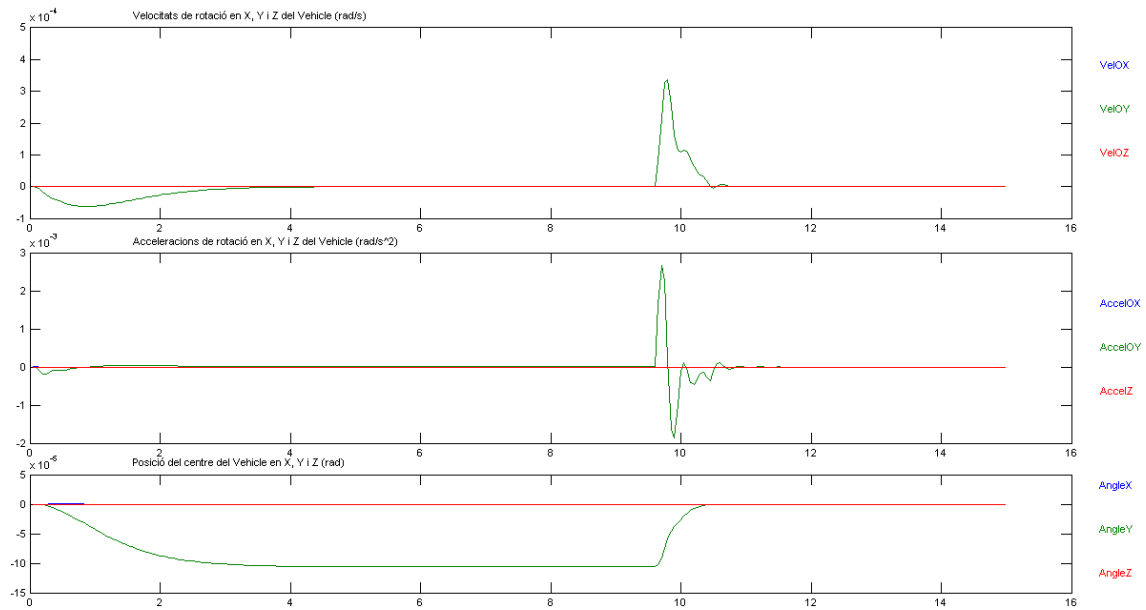
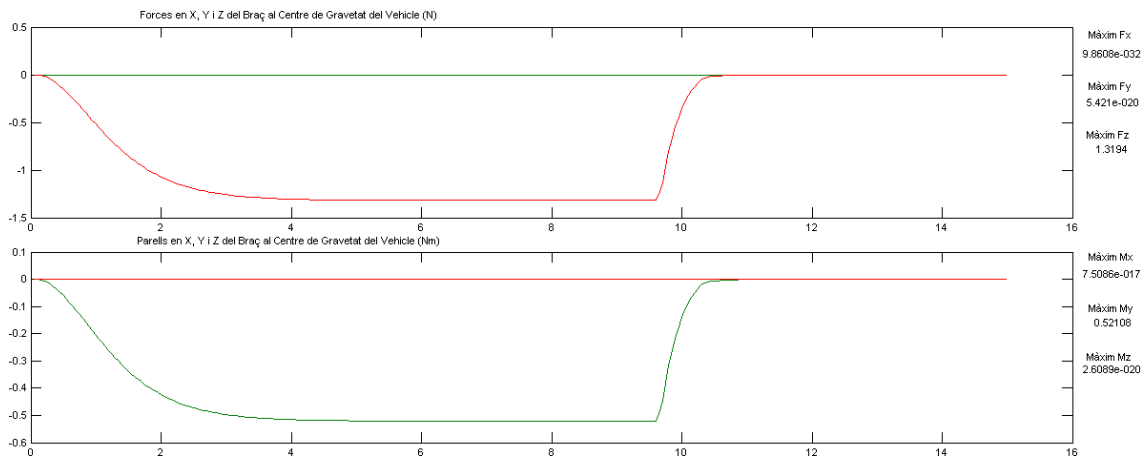


Fig. 62: Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que assoleix el vehicle en la simulació 5.3.





**Fig. 63: Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientacions que aconsegueix el vehicle en la simulació 5.3.**



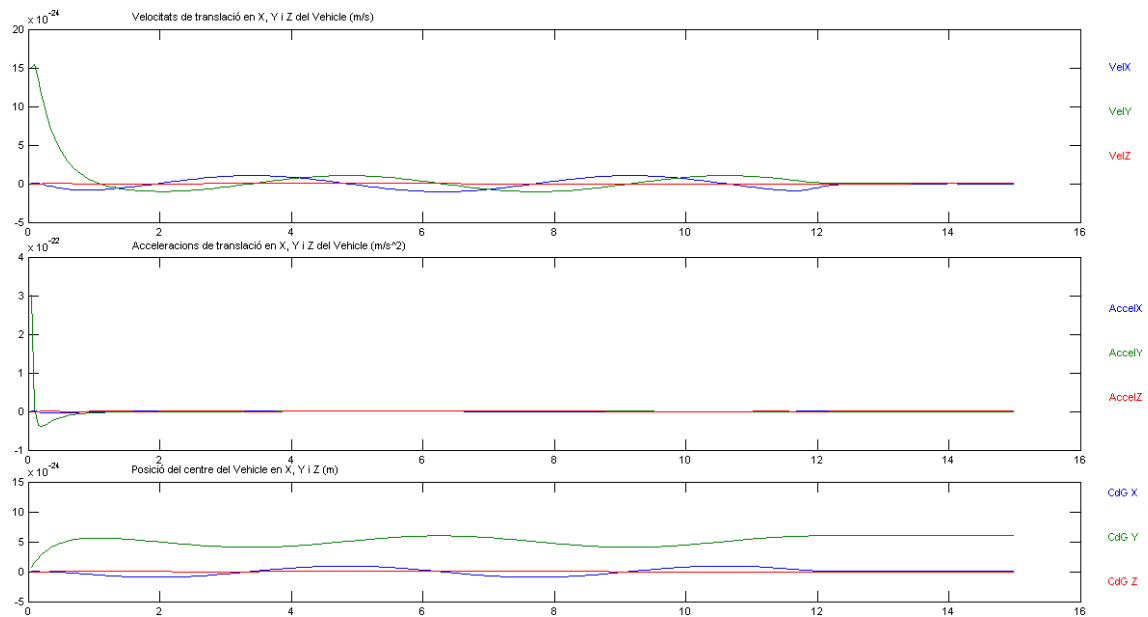
**Fig. 64: Imatge de les repercussions del braç en la simulació 5.3.**

### 12.2.8 Simulació 5.4

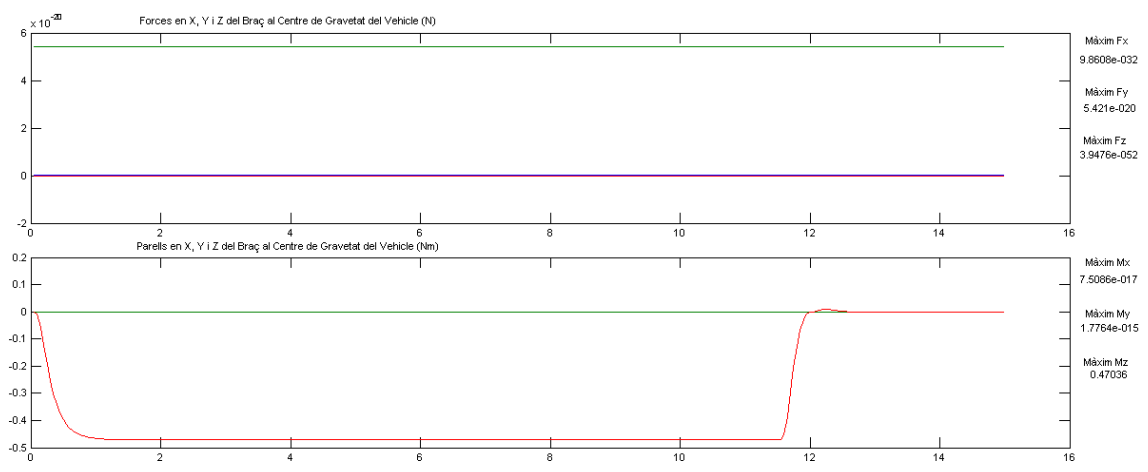
Rotació sobre si mateix amb el braç estirat en l'eix  $Z$ , yaw, una volta completa. En aquest moviment és a on teòricament ha d'afectar més la fricció hidrodinàmica del braç, ja que és la seva situació més desfavorable. Aquesta hipòtesi teòrica es pot confirmar en observar els resultats de la simulació en la que s'obtenen uns resultats de parell resistent causat pel braç

de fins a 0.76Nm en l'eix de rotació Z . Aquesta simulació també constata la importància d'operar amb el vehicle amb el braç recol·lit per facilitar-ne al màxim la maniobrabilitat.

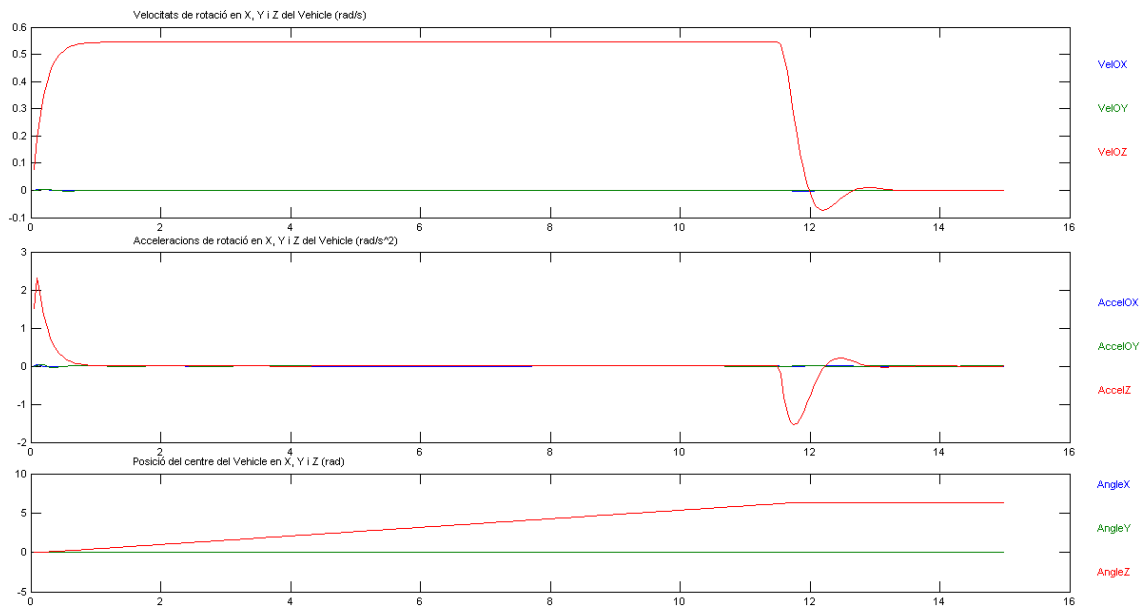
També es pot observar que les oscil·lacions que es produïen en la Simulació 4, en efectuar la mateixa operació amb el braç recol·lit, eren substancialment inferiors a les que es produeixen ara, de la mateixa manera passa amb els parells necessaris per a contrarestar aquestes oscil·lacions.



**Fig. 65:** Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que assoleix el vehicle en la simulació 5.4.



**Fig. 66:** Imatge de les repercussions del braç en la simulació 5.4.

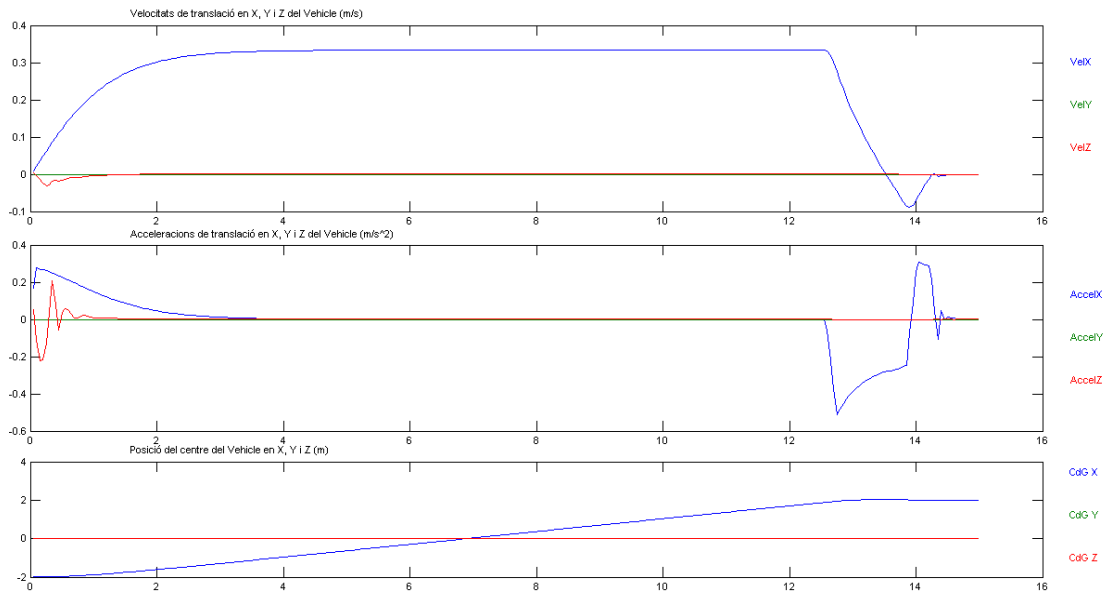


**Fig. 67: Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientacions que aconsegueix el vehicle en la simulació 5.4.**

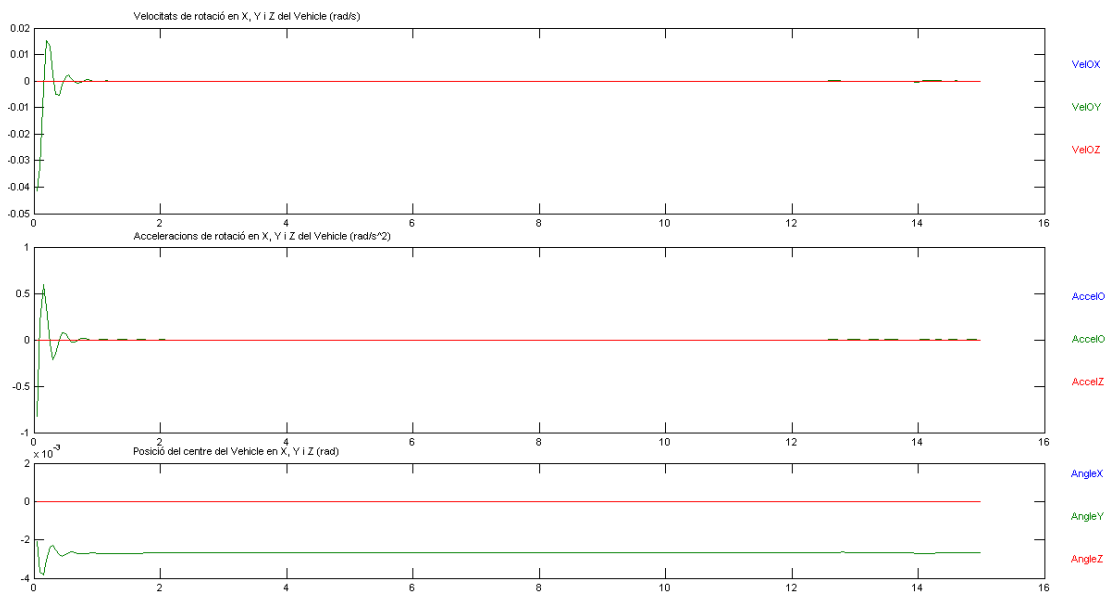
## 12.2.9 Simulació 6.1

Avanç en línia recta (direcció  $X$ ) amb el braç recollit i amb 1kg massa carregada a l'extrem. Els resultats en aquesta simulació són semblants als de la Simulació 1, però amb la diferència que existeix un parell en  $Y$  de 19.5Nm, això és degut al parell que s'efectua com a conseqüència de tenir un pes aplicat a l'extrem de braç, la diferència entre el parell creat com a conseqüència del braç (de 9.8Nm) i el que ha de contrarestar el submarí (19.5) és degut a què el braç provoca un canvi en la posició del centre de gravetat del vehicle, aquest efecte provoca una diferència de posició entre el centre de flotabilitat i el centre de gravetat del vehicle, aquesta diferència i les forces que exerceixen aquests dos provoquen un parell en el submarí que col·labora amb el del braç augmentant-lo fins a 19.5Nm.

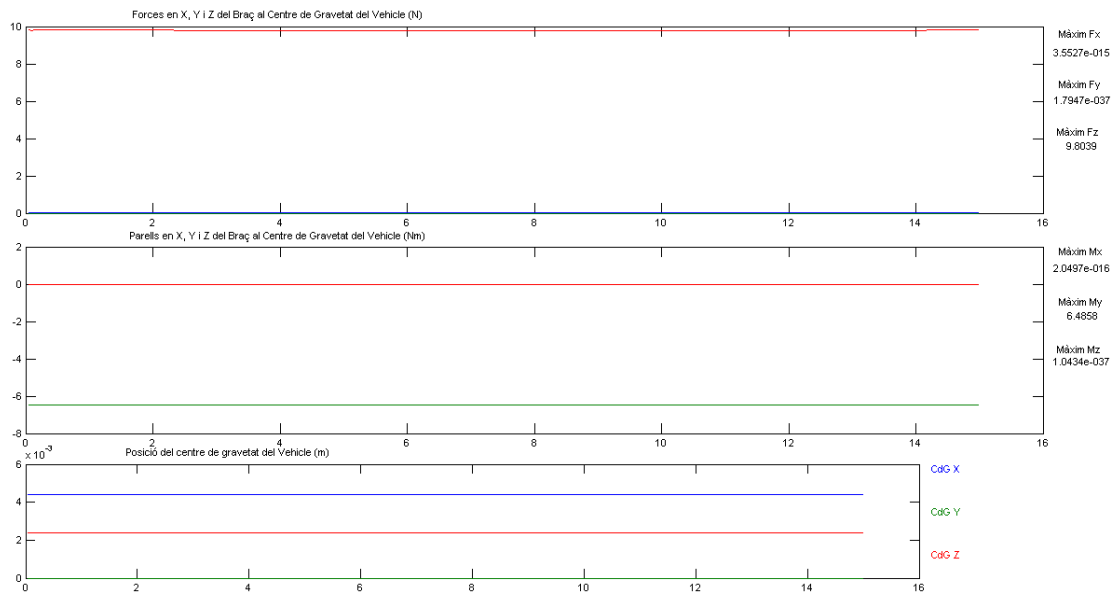
Com és lògic els motors han d'aplicar una força per compensar el pes que provoca la massa carregada a l'extrem que no té compensació per flotabilitat.



**Fig. 68:** Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que assoleix el vehicle en la simulació 6.1.



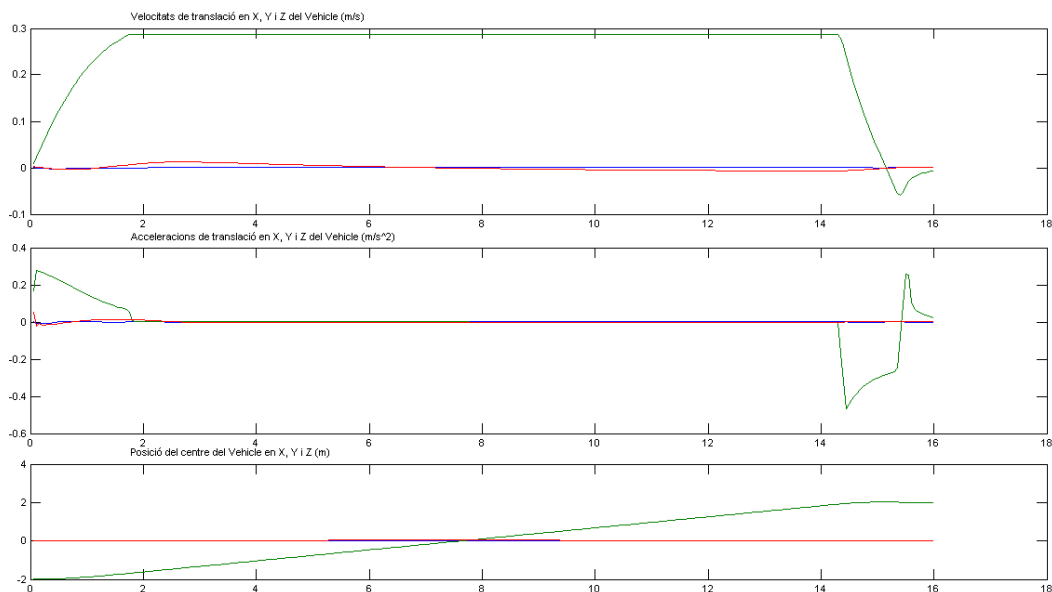
**Fig. 69:** Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientacions que assoleix el vehicle en la simulació 6.1.



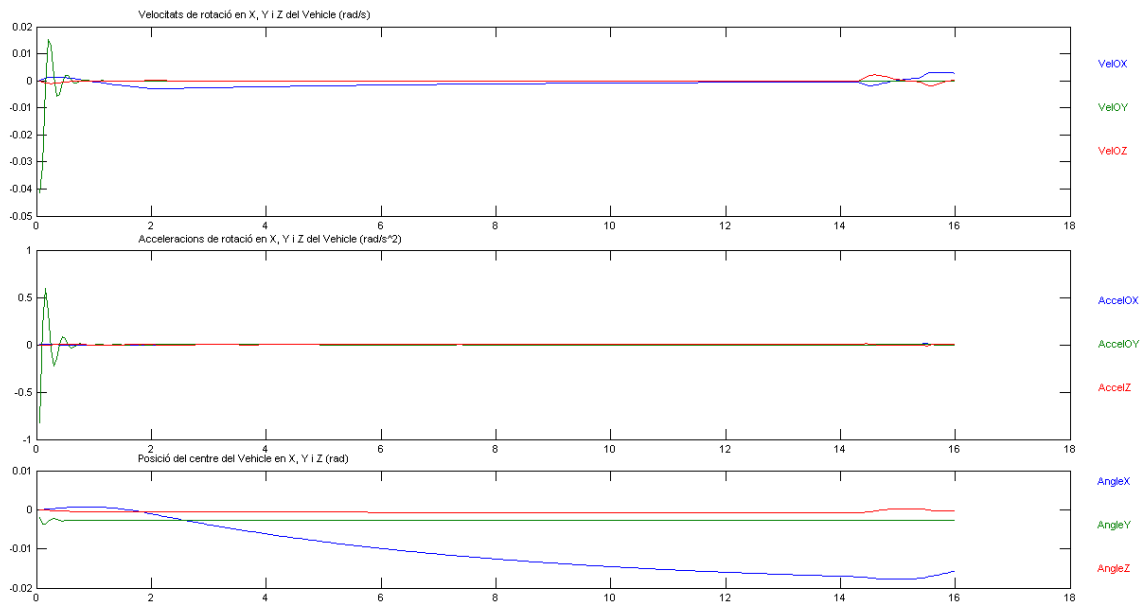
**Fig. 70:** Imatge de les repercussions del braç i posició del centre de gravetat global del vehicle en la simulació 6.1.

### 12.2.10 Simulació 6.2

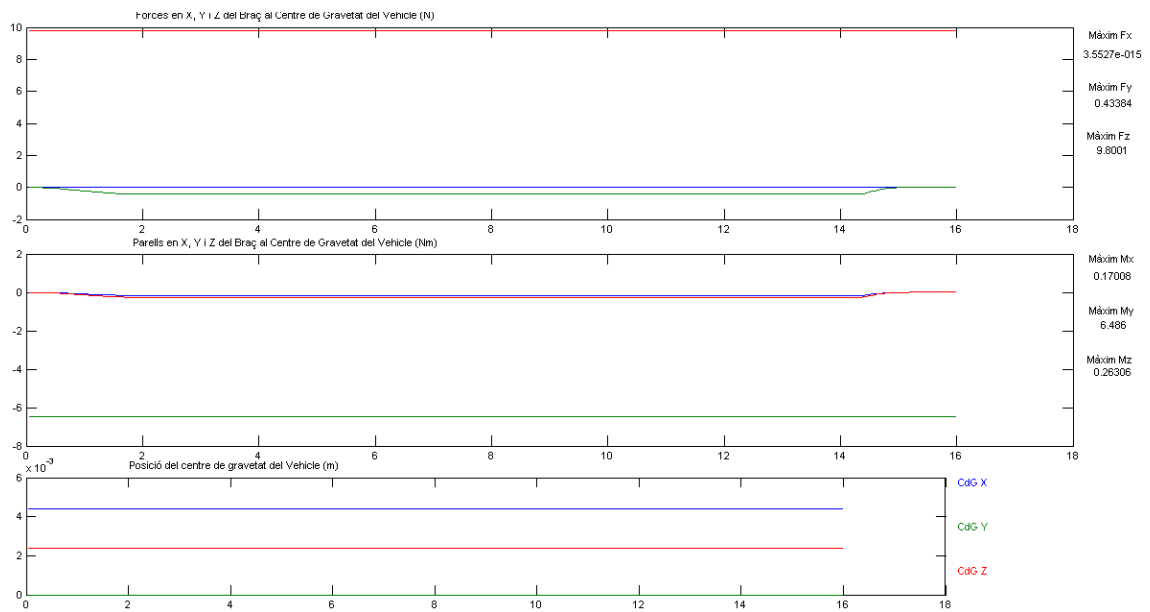
Avanç lateral en línia recta (direcció *Y*) amb el braç recollit i amb 1kg massa carregada. Com en el cas anterior, Simulació 6.1, les úniques diferències que es poden observar són l'increment del valor de les oscil·lacions i l'efecte del parell que provoca la massa del braç, tan canviant el centre de masses com afegint el parell del braç.



**Fig. 71:** Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que aconsegueix el vehicle en la simulació 6.2.



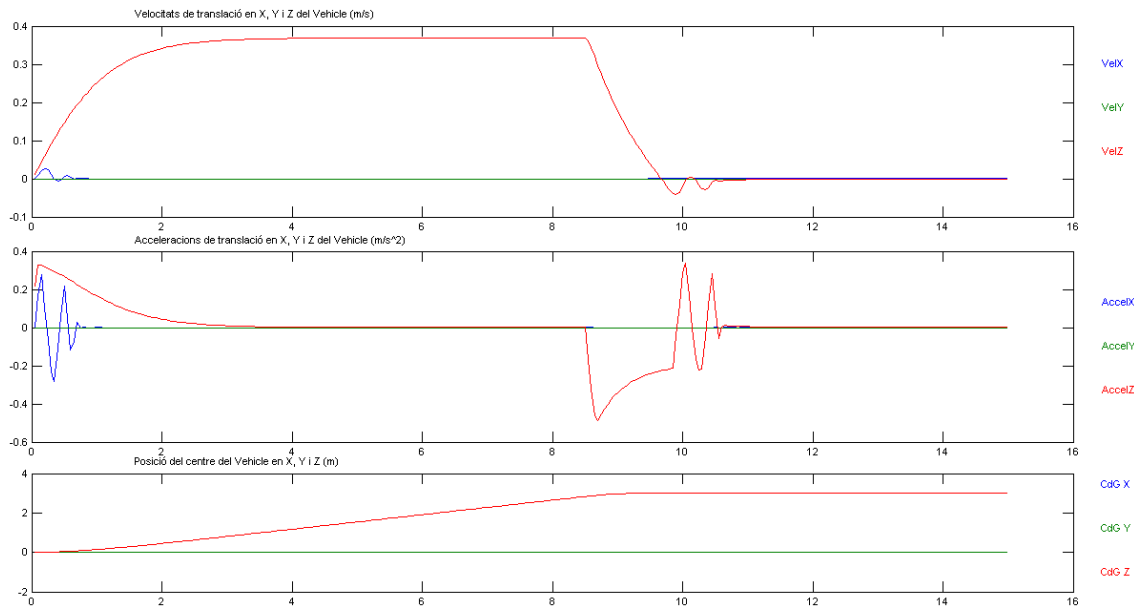
**Fig. 72:** Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientacions que assolix el vehicle en la simulació 6.2.



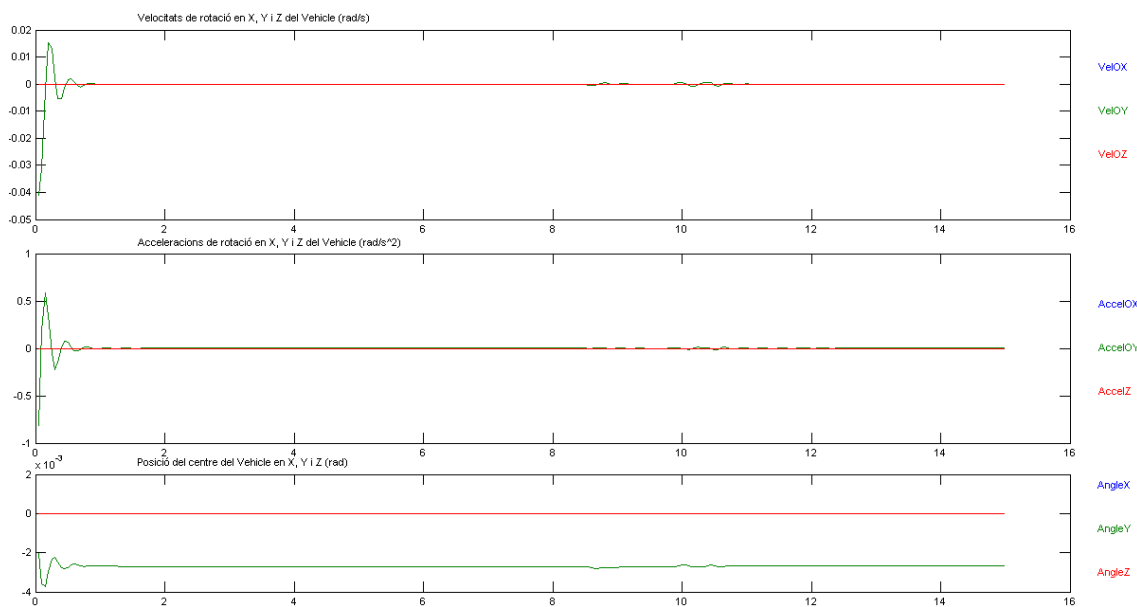
**Fig. 73:** Imatge de les repercussions del braç i posició del centre de gravetat global del vehicle en la simulació 6.2.

### 12.2.11 Simulació 6.3

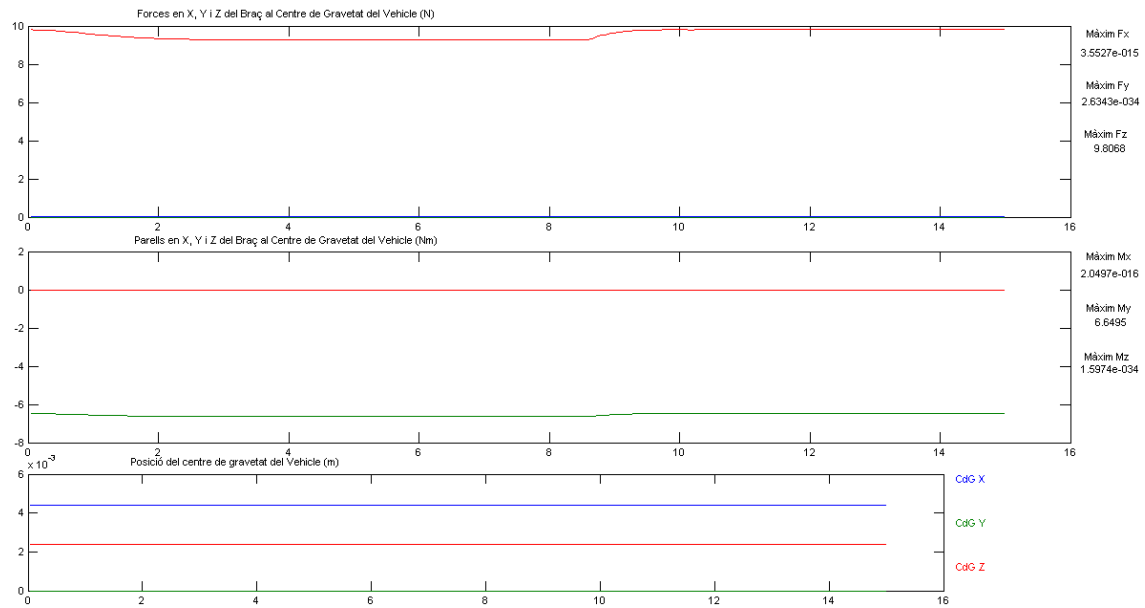
Avanç en profunditat en línia recta (direcció Z) amb el braç recollit i amb 1kg massa carregada. Els efectes deguts a aquest moviment en descens es poden observar les mateixes conseqüències que ens les Simulacions 6.X.



**Fig. 74:** Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que assoleix el vehicle en la simulació 6.3.



**Fig. 75:** Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientacions que assoleix el vehicle en la simulació 6.3.



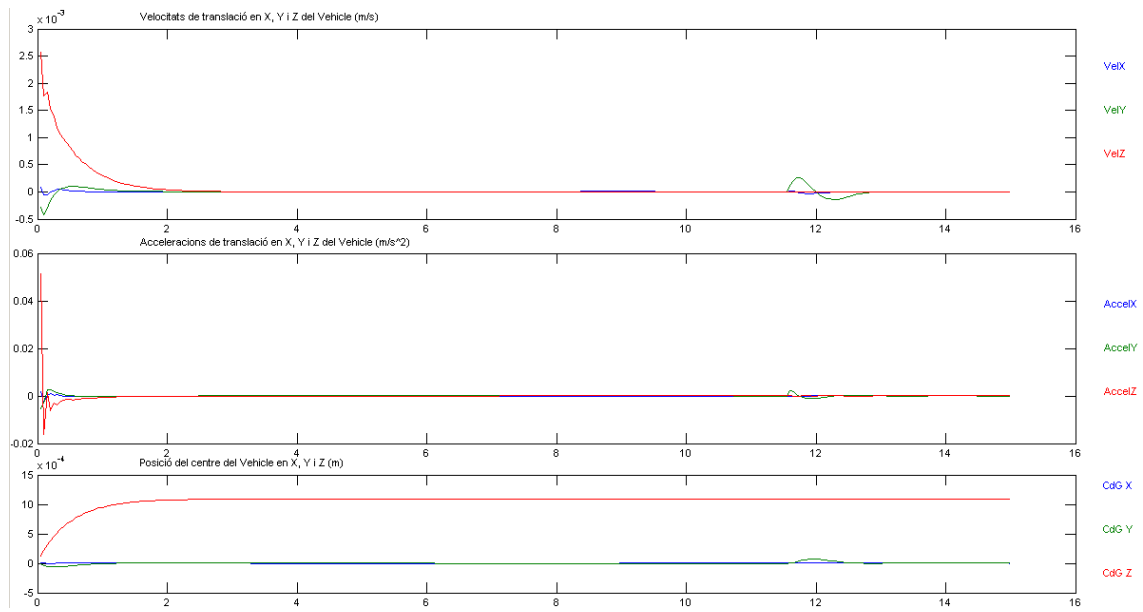
**Fig. 76:** Imatge de les repercussions del braç i posició del centre de gravetat global del vehicle en la simulació 6.3.

## 12.2.12 Simulació 6.4

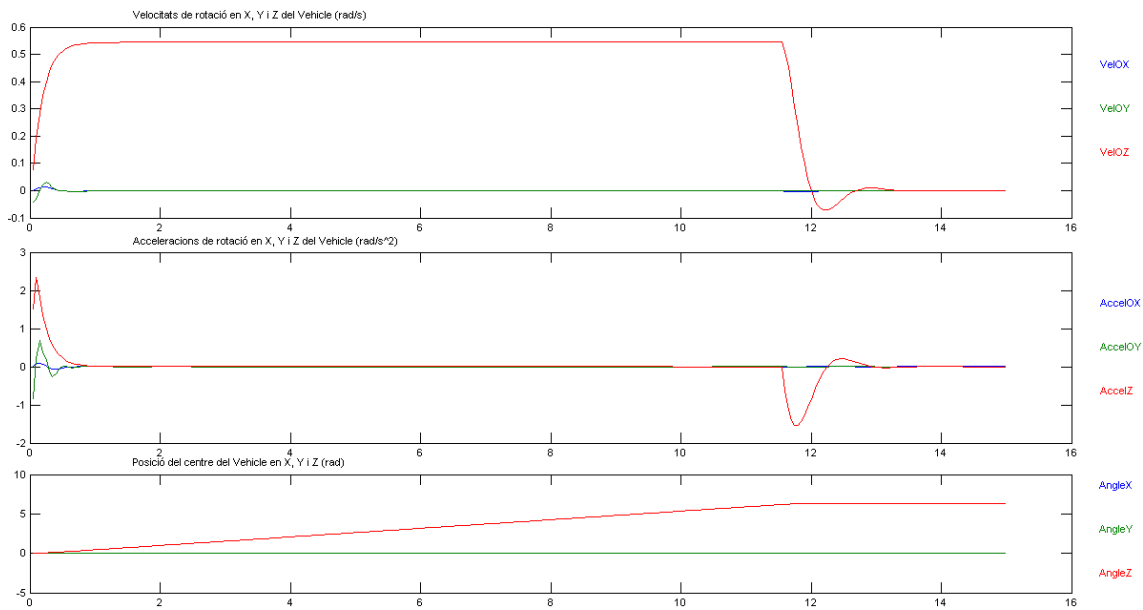
Rotació sobre si mateix amb el braç recollit i amb 1kg de massa carregada a l'extrem en l'eix  $Z$ , yaw, una volta completa. En aquesta simulació es pot observar les fluctuacions que el vehicle té, en velocitat aquestes assoleixen un valor màxim de 0.07rad/s i de 0.19rad/s en  $X$  i  $Y$  respectivament, eixos que no són els principals del gir.

Els parells exercits pel motor per contrarestar aquestes fluctuacions són de 2.5Nm en  $X$  i de 15Nm en  $Y$  l'error en aquest eix es conserva durant tot el gir ja que està programat que el control compensi de forma lenta però constant, per això l'error que es produeix es conserva fins al final de la simulació que el corregeix un cop arriba a la posició en yaw desitjada.

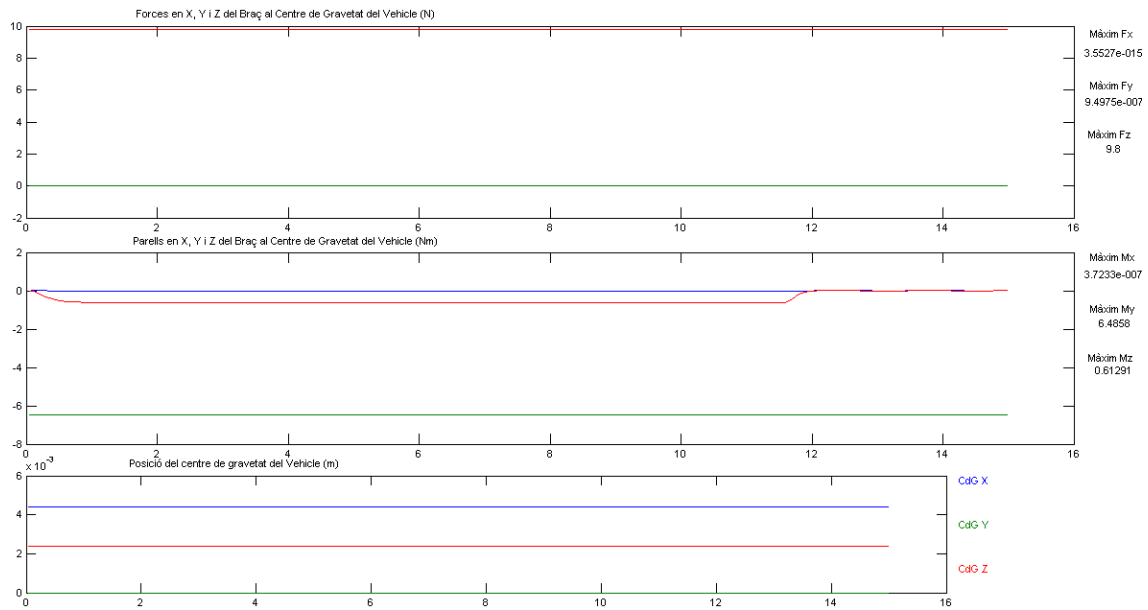




**Fig. 77:** Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que assoleix el vehicle en la simulació 6.4.



**Fig. 78:** Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientacions que assoleix el vehicle en la simulació 6.4.



**Fig. 79:** Imatge de les repercussions del braç i posició del centre de gravetat global del vehicle en la simulació 6.4.

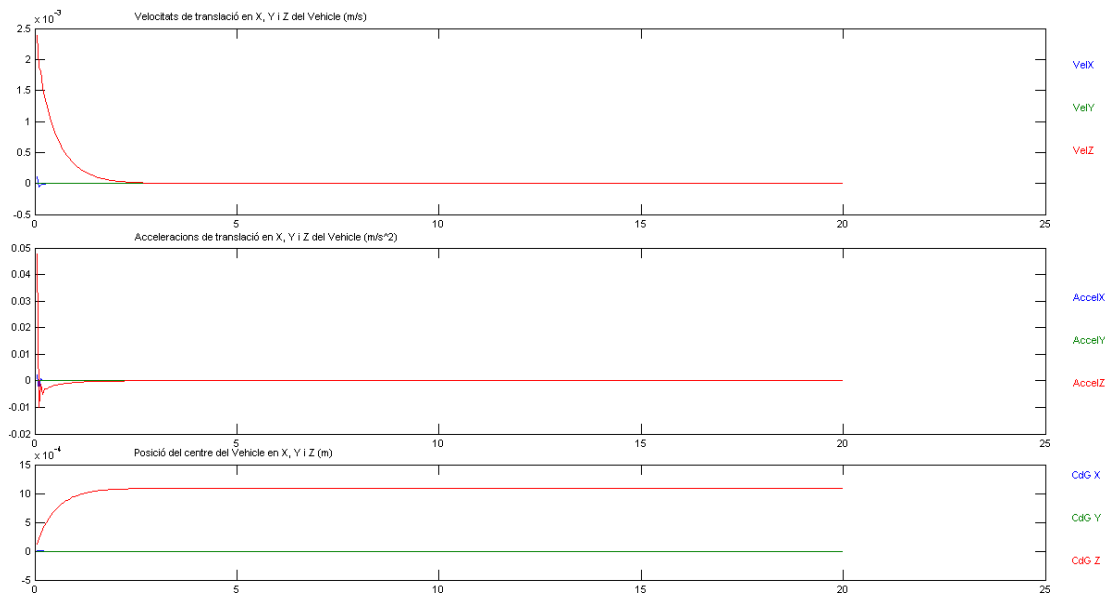
### 12.2.13 Simulació 7.1

Avanç en línia recta (direcció  $X$ ) amb el braç estirat i amb 1kg massa carregada a l'extrem. En el primer anàlisi de resultats es pot observar que en l'eix  $Z$  es produeixen unes fluctuacions degut a compensar la càrrega que hi ha carregada a l'extrem, es pot observar que aquestes fluctuacions en força del submarí assoleix un valor mig de 9.81N en sentit negatiu ja que és la força que en estàtic ha d'efectuar per a contrarestar el pes, malgrat això durant el desplaçament el submarí pateix oscil·lacions en la força aplicada en aquest eix, això és degut a què el parell causat pel pes carregat a l'extrem del submarí té tendència a girar el vehicle, i per tant a portar-lo cap a la profunditat, fet que provoca que el submarí deixi d'aplicar una força únicament en  $Z$  i la substitueixi temporalment per un parell més elevat en  $Y$ .

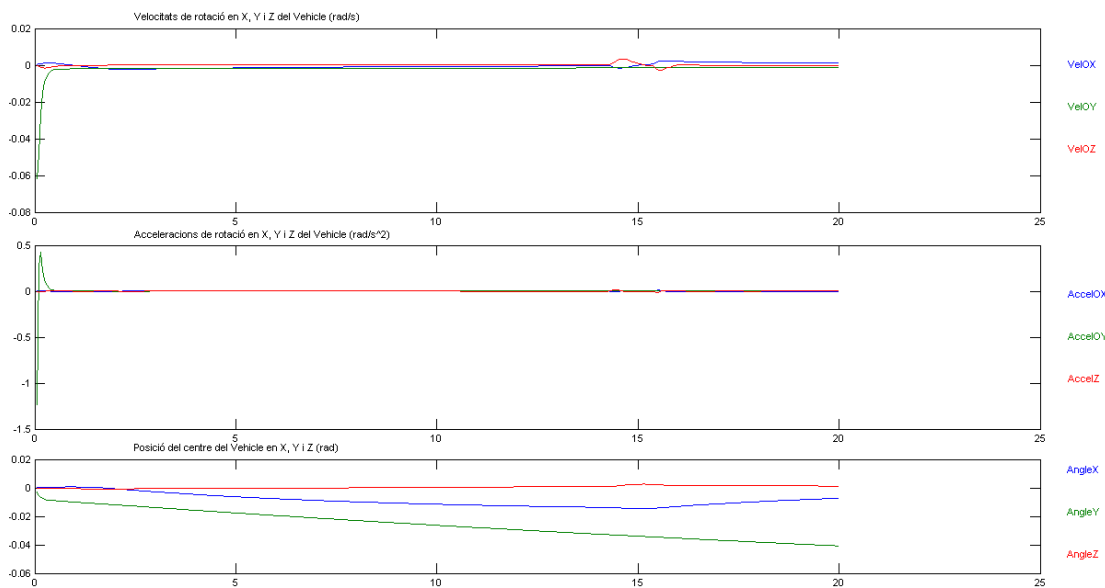
S'observa que el parell mig a efectuar pel submarí en l'eix  $Y$  és substancialment superior (19.07Nm de mitjana) a la conseqüència que comporta tenir en el braç (9.55Nm de mitjana) una massa incorporada. Això és degut a la variació del centre de gravetat global del vehicle que provoca la incorporació del pes en braç mecànic, el qual no té cap element de flotabilitat que permeti contrarestar-lo, en canviar el centre de gravetat del vehicle es provoca un parell

entre les forces de flotabilitat i les forces de gravetat que generen un parell de 9.52Nm, que són els que afegeixen als 9.55Nm resultat de tenir una massa aplica en el braç.

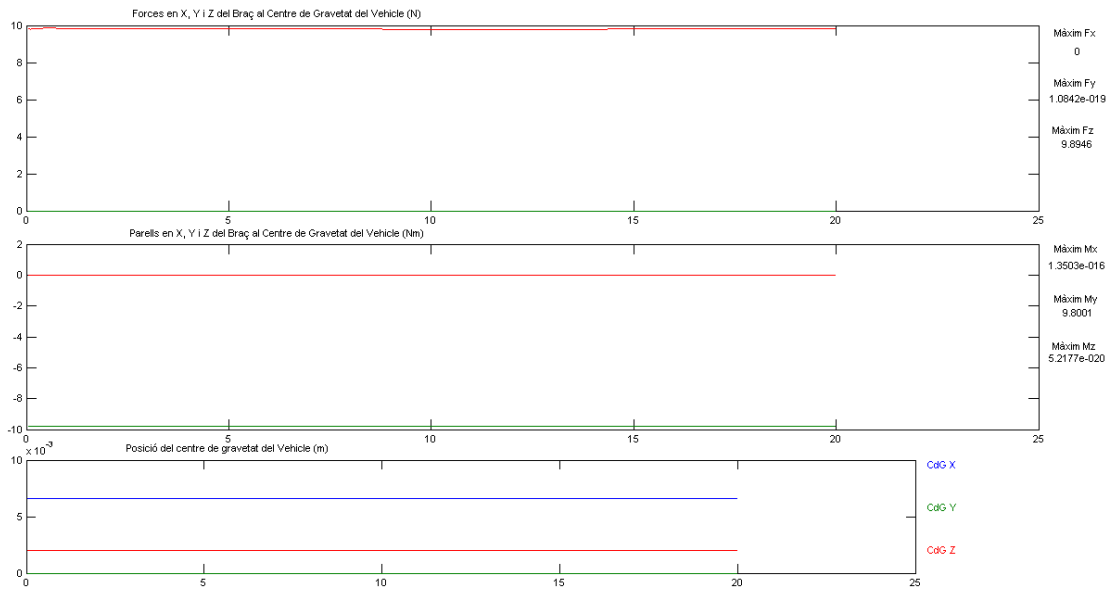
També s'ha pogut observar que el sobrepes degut al moviment ha augmentat degut a la massa que se li ha afegit en el submarí.



**Fig. 80:** Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que assoleix el vehicle en la simulació 7.1.



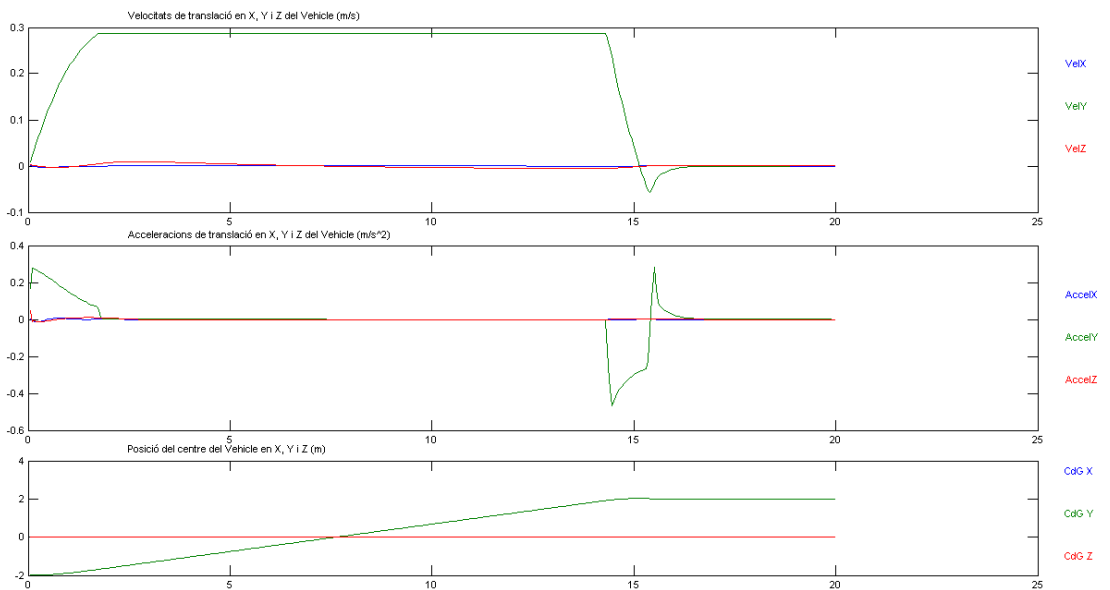
**Fig. 81:** Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientacions que assoleix el vehicle en la simulació 7.1.



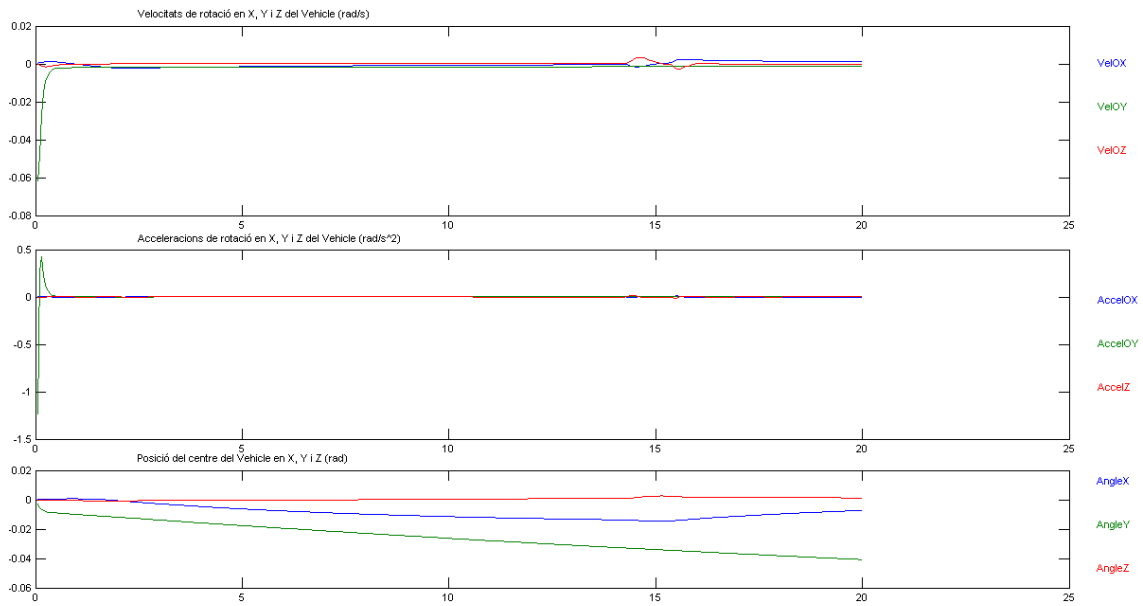
**Fig. 82:** Imatge de les repercussions del braç i posició del centre de gravetat global del vehicle en la simulació 7.1.

### 12.2.14 Simulació 7.2

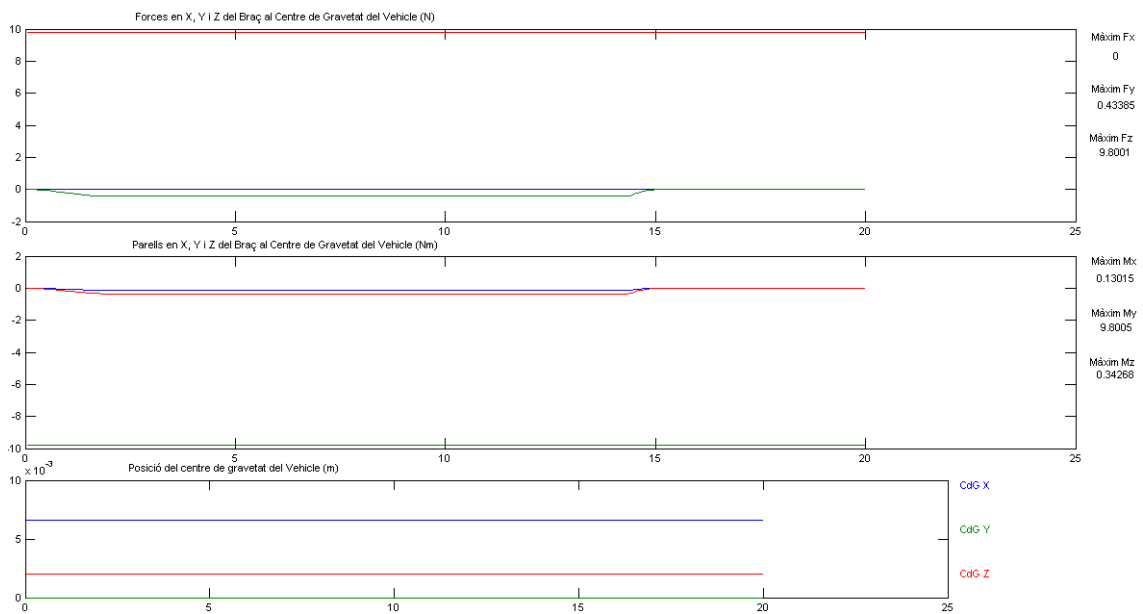
Avanç lateral en línia recta (direcció *Y*) amb el braç estirat i amb 1kg massa carregada. Com en la Simulació 7.1 es pot observar el parell de 19Nm degut a l'efecte del canvi del centre de gravetat, per la resta de conseqüències són bastant semblants a les de la Simulació 5.2 amb l'única diferència que els valors són lleugerament més elevats.



**Fig. 83:** Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que aconsegueix el vehicle en la simulació 7.2.



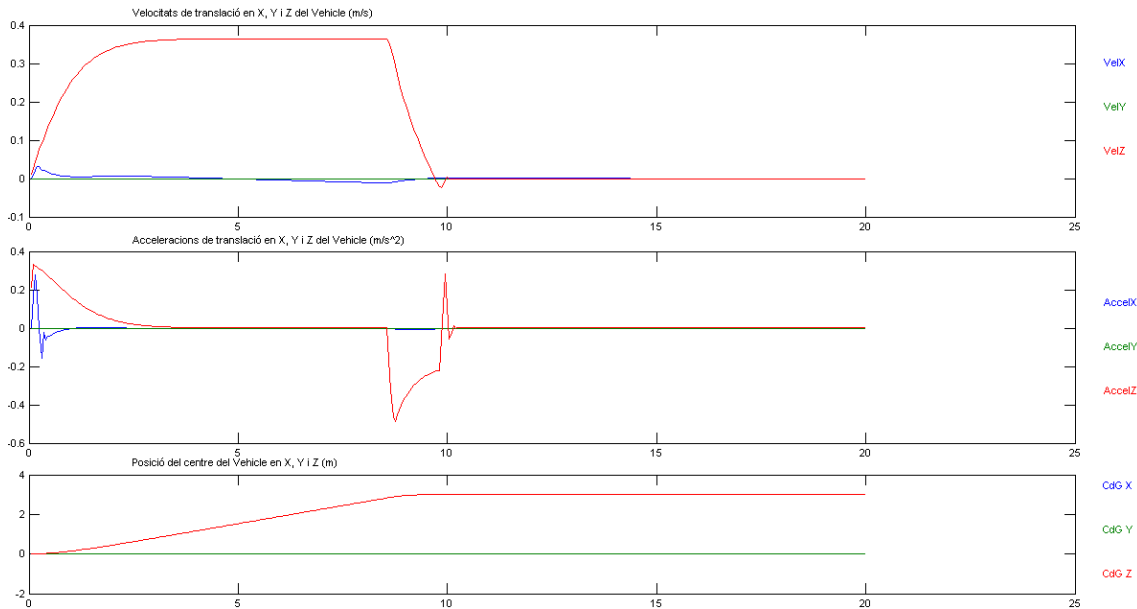
**Fig. 84:** Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientacions que assoleix el vehicle en la simulació 7.2.



**Fig. 85:** Imatge de les repercussions del braç i posició del centre de gravetat global del vehicle en la simulació 7.2.

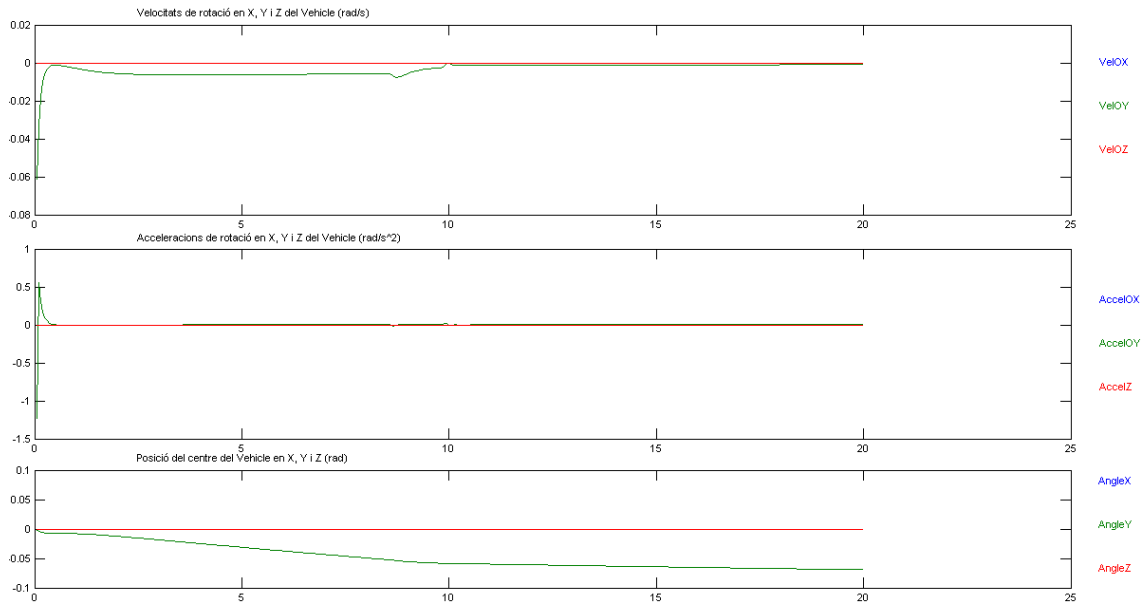
### 12.2.15 Simulació 7.3

Avanç en profunditat en línia recta (direcció Z) amb el braç estirat i amb 1kg massa carregada.

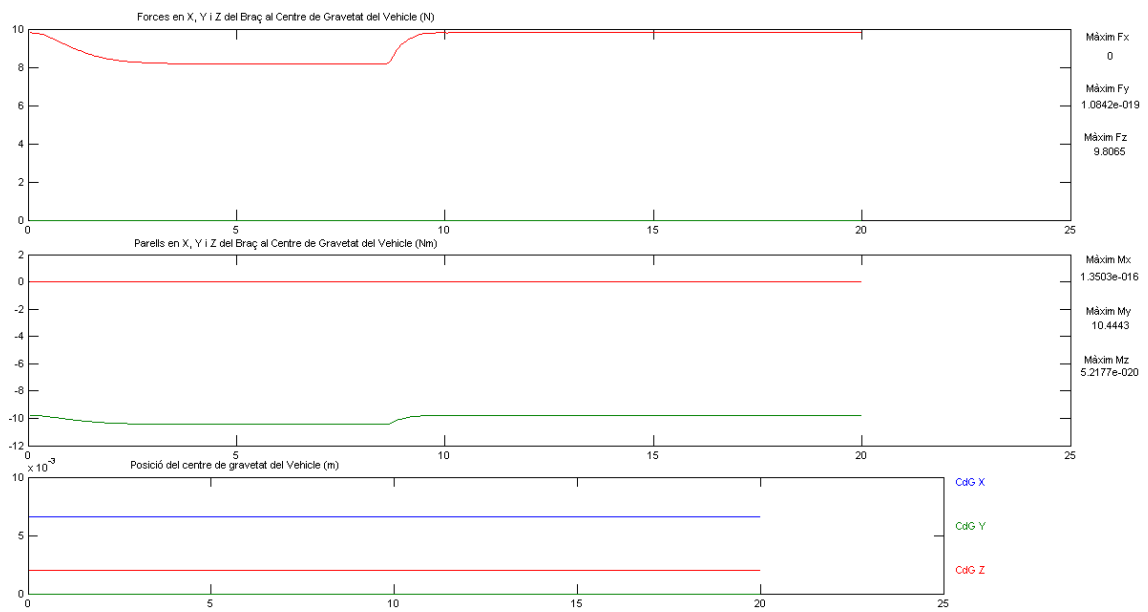


**Fig. 86: Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que assoleix el vehicle en la simulació 7.3.**

Com en els casos anteriors (Simulació 7.1 i 7.2) s'observa el paral·lelisme entre les Simulacions 5.3 i 7.3 amb els valors de frenada i forces més exagerats, mantenint-se constant el parell de 19Nm en l'eix  $Y$ , accentuant-se'n la variació angular en aquest eix, fins a 0.03rad.



**Fig. 87:** Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientacions que aconsegueix el vehicle en la simulació 7.3.

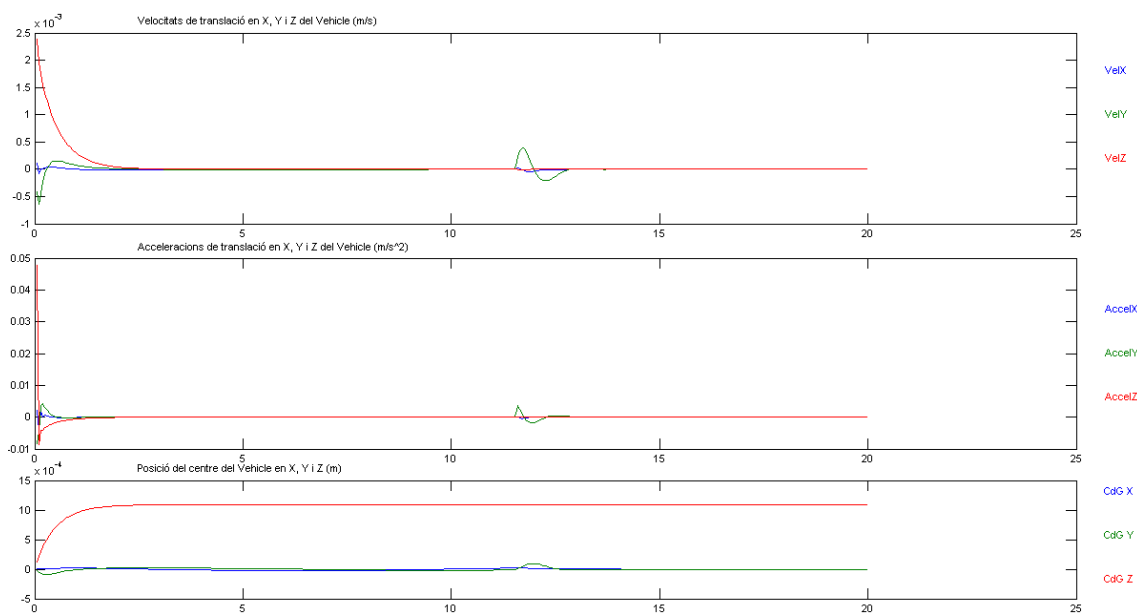


**Fig. 88:** Imatge de les repercussions del braç i posició del centre de gravetat global del vehicle en la simulació 7.3.

### 12.2.16 Simulació 7.4

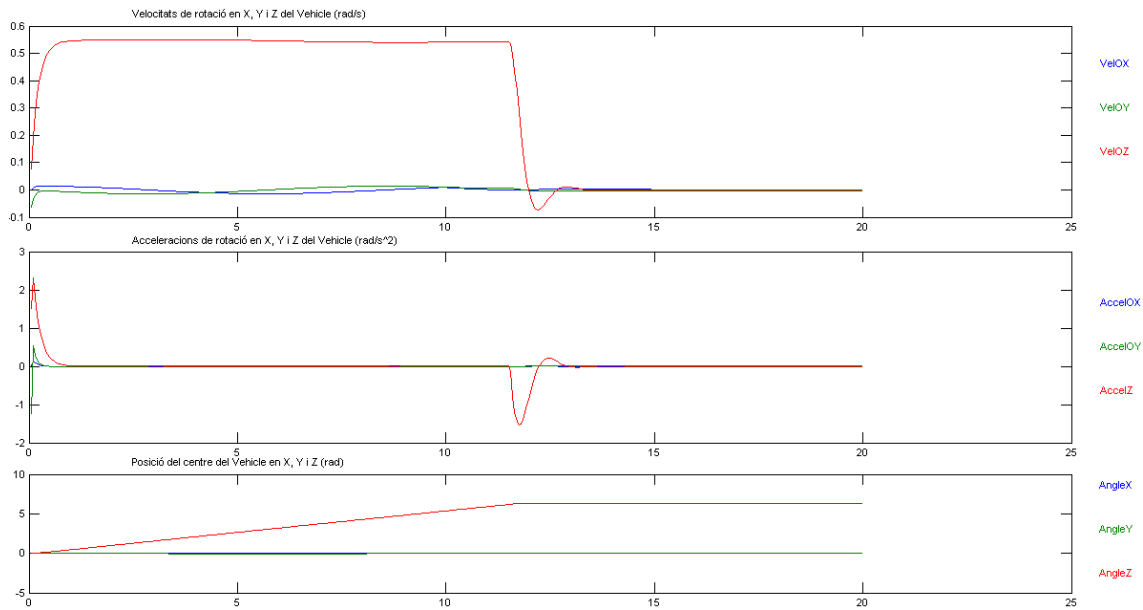
Rotació sobre si mateix amb el braç estirat i amb 1kg de massa carregada a l'extrem en l'eix  $Z$ , yaw, una volta completa. En aquesta simulació a diferència de les anteriors simulacions es pot observar una variació substancial angular en els eixos  $X$  i  $Y$ , i a diferència de la Simulació 5.4 es pot observar una variació en la posició del vehicle, que es contraresta en una força en l'eix  $X$  de 0.5N de punta i de fins a 4N en l'eix  $Y$  en la frenada. En l'eix  $X$  s'han d'aplicar uns parells de 5N de mitjana quan es produeix el moviment degut a fricció només se n'han generat 2Nm, això és degut a la força extra que s'ha d'efectuar per accelerar la massa en rotació.

Es pot observar en les velocitats de rotació que les dels eixos  $X$  i  $Y$  arriben fins a 0.1rad/s, velocitats molt elevades degudes a la inèrcia i a les conseqüències del model acoblat.

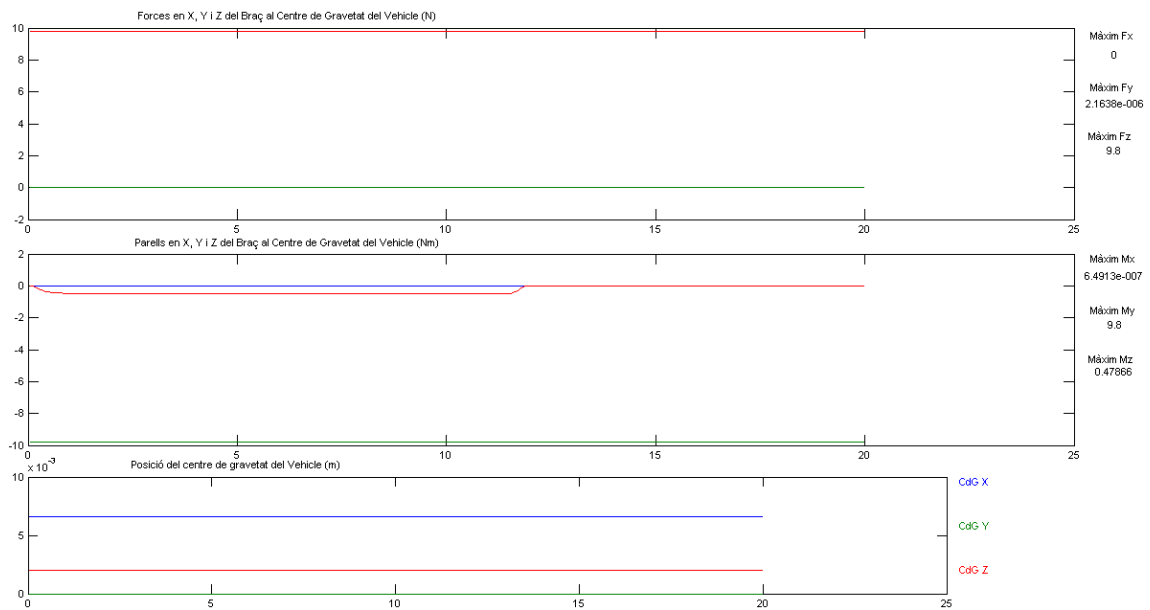


**Fig. 89:** Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que assoleix el vehicle en la simulació 7.4.





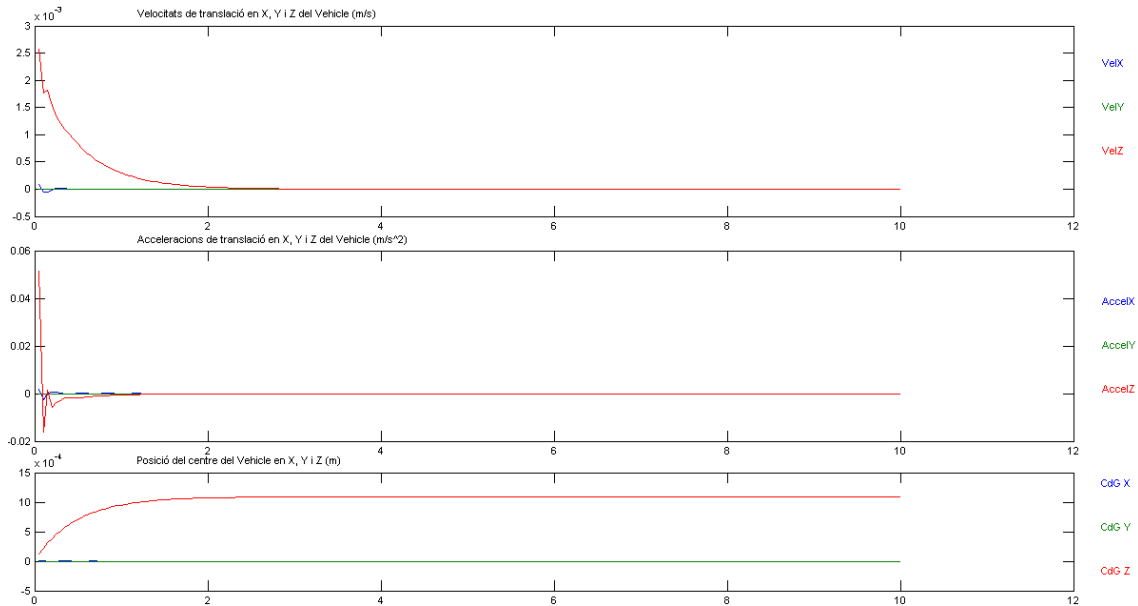
**Fig. 90: Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientacions que assolix el vehicle en la simulació 7.4.**



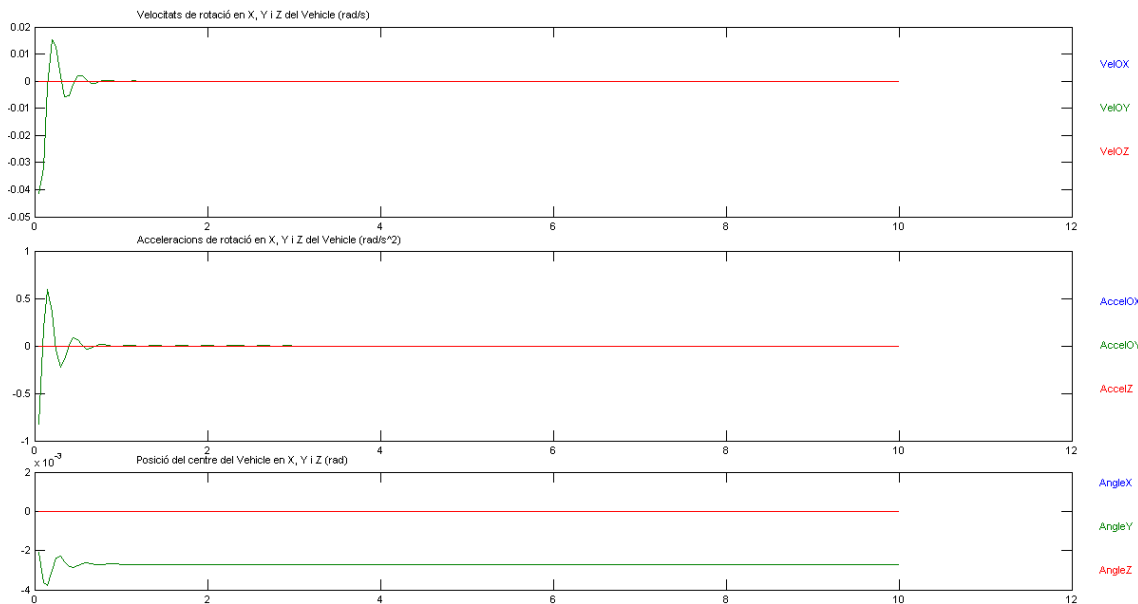
**Fig. 91: Imatge de les repercussions del braç i posició del centre de gravetat global del vehicle en la simulació 7.4.**

### 12.2.17 Simulació 8

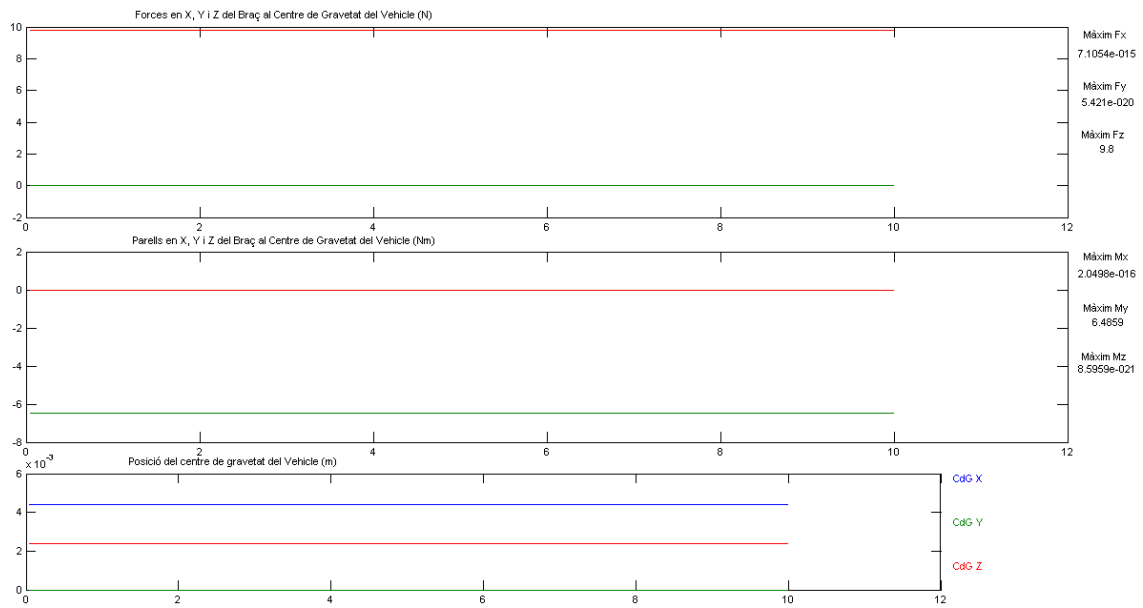
Estàtic amb càrrega de 1kg amb el braç recollit. Imatges extretes del programa.



**Fig. 92:** Imatge de les velocitats, acceleracions de translació i posicions que assoleix el vehicle en la simulació 8.



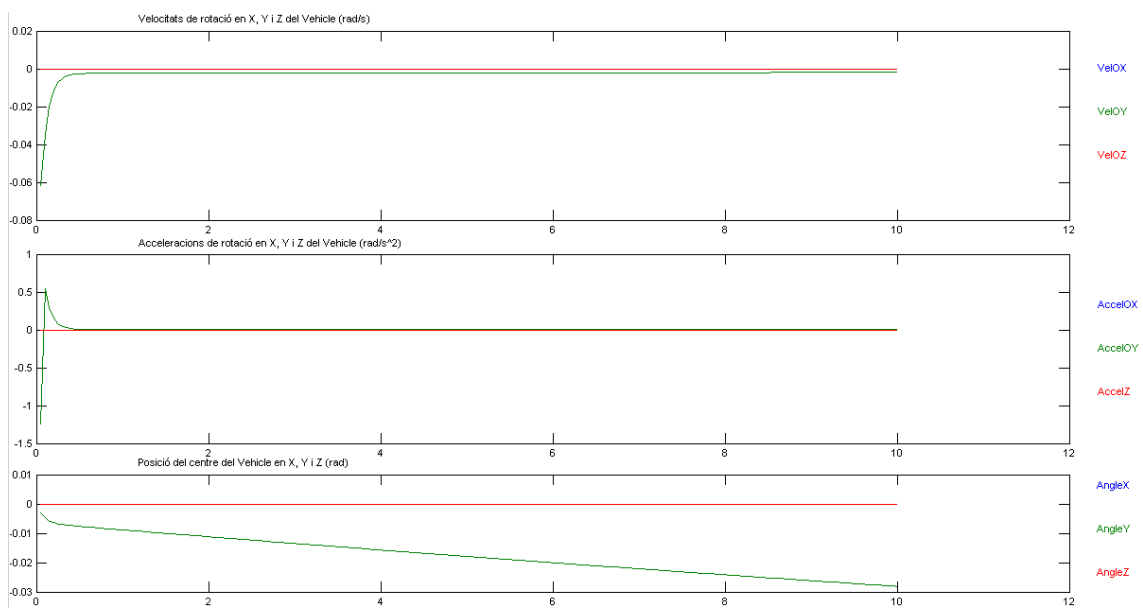
**Fig. 93:** Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientacions que assoleix el vehicle en la simulació 8.



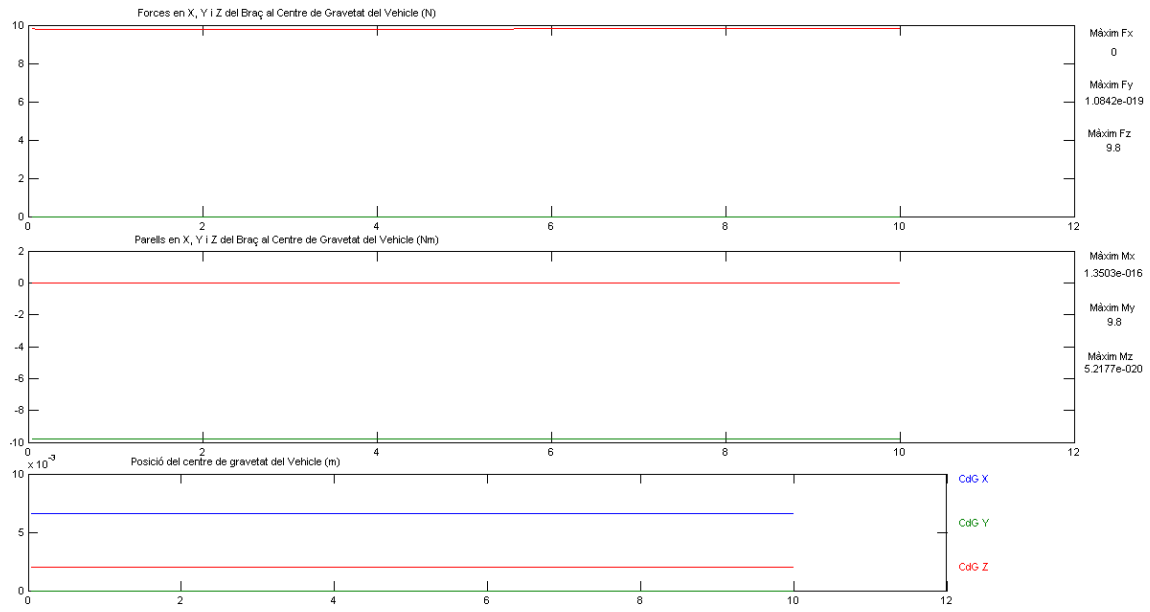
**Fig. 94:** Imatge de les repercussions del braç i posició del centre de gravetat global del vehicle en la simulació 8.

### 12.2.18 Simulació 9

Estàtic amb càrrega de 1kg amb el braç estirat



**Fig. 95:** Imatge de les velocitats, acceleracions de rotació i orientacions que assoleix el vehicle en la simulació 9.



**Fig. 96: Imatge de les repercussions del braç i posició del centre de gravetat global del vehicle en la simulació 9.**