



EPS

Escola Politècnica
Superior

Projecte/Treball Fi de Carrera

Estudi: Enginyeria Tècn. Ind. Electrònica Ind. Pla 2002

Títol: Millora experimental de les lleis de control predictiu, aplicades sobre la plataforma PRIM I, per el seguiment de trajectòries

Document: 1. Memòria. Memòria descriptiva

Alumne: Xavier Serra Serinya

Director/Tutor: Lluís Pacheco Valls

Departament: Arquitectura i Tecnologia de Computadors

Àrea: ATC

Convocatòria (mes/any): febrer / 2009

Volum 1/2

ÍNDIX

1. INTRODUCCIÓ	5
1.1. Antecedents	5
1.2. Objecte	6
1.3. Especificacions i abast	7
2. DESCRIPCIÓ DEL SISTEMA A CONTROLAR.....	8
2.1. Característiques del robot.....	8
2.2. Sistema odomètric	10
3. CÀLCUL DEL MODEL DE POSICIONAMENT I ORIENTACIÓ	13
3.1. Càlcul del model de posicionament x	13
3.2. Càlcul del model de posicionament y	14
3.3. Càlcul del model d'orientació θ	15
3.4. Càlcul del model de velocitats	16
3.4.1. Velocitats baixes.....	17
3.4.2. Velocitats mitges.....	18
3.4.3. Velocitats altes.....	19
3.5. Model global	20
3.6. Unitats del model	20
4. LA ZONA MORTA	22
5. FONAMENTS TEÒRICS DEL CONTROL PREDICTIU	25
5.1. L'horitzó de predicció.....	25
5.2. La minimització de la funció de costos	27
5.3. L'algorisme de control.....	29
6. OPTIMITZACIÓ CONVEXA.....	31
6.1. Optimització matemàtica	31
6.2. Resolució de problemes d'optimització convexa	32
6.3. Mètode gradient.....	32
6.4. Mètodes descendents.....	34
6.5. Mètode del gradient descendent	36
6.6. Aplicació del mètode gradient al MPC	36
7. IMPLEMENTACIÓ DEL CONTROL PREDICTIU	38
7.1. Programa de simulació del MPC	38
7.2. Programa d'horitzó	41
7.2.1. Horitzó curt	41
7.2.2. Horitzó mig.....	42
7.2.3. Horitzó llarg.....	43
7.3. Programa de cerca de l'error	43

7.3.1. Mètode valor òptim	44
7.3.2. Mètode gradient.....	44
7.4. Funcions de costos.....	45
7.4.1. Funció de costos distància a la trajectòria	45
7.4.2. Funció de costos diferència d'orientació.....	47
7.4.3. Funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria.....	48
7.4.4. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació.....	48
7.4.5. Funció de costos de gir i rotació	49
8. CONDICIONS CONTRACTIVES.....	50
9. SIMULACIÓ DE TRAJECTÒRIES AMB EL MÈTODE VALOR ÒPTIM I EL GRADIENT .	51
9.1. Resultats aplicant la funció de costos distància a la trajectòria	51
9.2. Resultats aplicant la funció de costos diferència d'orientació.....	65
9.3. Resultats aplicant la funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria .	79
9.4. Resultats aplicant la funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació....	94
9.5. Conclusions dels resultats de l'anàlisi	108
10. DIFERÈNCIA ENTRE MÈTODE VALOR ÒPTIM I GRADIENT	112
10.1. Estudi de la taula d'errors	112
10.2. Els mínims locals	116
11. MÈTODE DISSENY FACTORIAL	119
11.1. Factors TDD, OD i APD	119
11.2. Influència experimental dels factors TDD, OD i APD.....	121
11.3. Experiments factorials amb trajectòries d'un sol punt per l'horitzó curt.....	122
11.3.1. Funció de costos distància a la trajectòria, trajectòria rectilínia.....	123
11.3.2. Funció de costos distància a la trajectòria, trajectòria gir esquerra gran.....	125
11.3.3. Funció de costos distància a la trajectòria, trajectòria gir esquerra petit	126
11.3.4. Funció de costos distància a la trajectòria, trajectòria gir dreta gran.....	128
11.3.5. Funció de costos distància a la trajectòria, trajectòria gir dreta petit	130
11.3.6. Funció de costos distància a la trajectòria, efectes principals i laterals.....	132
11.3.7. Funció de costos diferència d'orientació, trajectòria rectilínia.....	134
11.3.8. Funció de costos diferència d'orientació, trajectòria gir esquerra gran.....	136
11.3.9. Funció de costos diferència d'orientació, trajectòria gir esquerra petit	138
11.3.10. Funció de costos diferència d'orientació, trajectòria gir dreta gran.....	139
11.3.11. Funció de costos diferència d'orientació, trajectòria gir dreta petit	141
11.3.12. Funció de costos diferència d'orientació, efectes principals i laterals.....	143
11.3.13. Funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria, trajectòria rectilínia	146

11.3.14. Funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria, trajectòria gir esquerra gran	147
11.3.15. Funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria, trajectòria gir esquerra petit.....	149
11.3.16. Funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria, trajectòria gir dreta gran	151
11.3.17. Funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria, trajectòria gir dreta petit.....	152
11.3.18. Funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria, efectes principals i laterals	154
11.3.19. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria rectilínia	156
11.3.20. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir esquerra gran	158
11.3.21. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir esquerra petit.....	160
11.3.22. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir dreta gran	161
11.3.23. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir dreta petit.....	163
11.3.24. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, efectes principals i laterals	165
11.4. Experiments factorials amb trajectòries d'un sol punt per l'horitzó mig	167
11.4.1. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria rectilínia	167
11.4.2. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir esquerra gran	169
11.4.3. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir esquerra petit.....	171
11.4.4. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir dreta gran.....	172
11.4.5. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir dreta petit.....	174
11.4.6. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, efectes principals i laterals	176
11.5. Experiments factorials amb trajectòries d'un sol punt per l'horitzó llarg	178

11.5.1. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria rectilínia	178
11.5.2. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir esquerra gran	180
11.5.3. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir esquerra petit	182
11.5.4. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir dreta gran	184
11.5.5. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir dreta petit	185
11.5.6. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, efectes principals i laterals	187
11.6. Experiments factorials amb trajectòries de varis punts	189
11.6.1. Funció de costos distància a la trajectòria	190
11.6.2. Funció de costos diferència d'orientació	199
11.6.3. Funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria	210
11.6.4. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació	218
11.6.5. Conclusions dels experiments factorials	229
12. RESUM DEL PRESSUPOST	231
13. CONCLUSIONS	232
14. RELACIÓ DE DOCUMENTS	234
15. BIBLIOGRAFIA	235
16. GLOSSARI	236

1. INTRODUCCIÓ

Aquest projecte s'ha realitzat dins el grup de Visió per computador i robòtica del departament d'Electrònica, Informàtica i Automàtica de la Universitat de Girona. Aquest grup de recerca està format pel laboratori de robòtica submarina, el de visió submarina, el de hardware en temps real, el de robòtica mòbil i visió 3D, i el de visió per computador. Aquest grup dissenya i desenvolupa sistemes de visió per computador i de processat d'imatge en temps real amb aplicacions com reconeixement d'objectes, patrons, colors i contorns i el seguiment d'objectes en moviment. Les seves àrees d'aplicacions són el control de qualitat de productes industrials, la biomedicina i la seguretat. Els sistemes de visió per computador són la principal font d'informació pels robots desenvolupats en el grup. Certs robots poden facilitar la mobilitat i l'autonomia de persones discapacitades, altres són vehicles autònoms i teledirigits amb aplicacions en el món de la indústria. Per exemple, el robot GARBI és un robot d'observació submarina desenvolupat conjuntament amb la UPC que s'utilitza per la realització d'observacions subaquàtiques de llarga durada, o recol·lecció teleoperada de mostres, etc. Altres exemples en el món industrial, serien els vehicles autònoms que s'utilitzen en operacions de transport i vigilància en magatzems industrials, aparcaments, etc.

Aquest projecte s'ha realitzat dins el laboratori de robòtica mòbil i percepció 3D, on es dedica l'estudi dels models matemàtics i les relacions geomètriques que permeten percebre el món tridimensional a partir de la utilització de la visió per computador. Aquest projecte s'aplica sobre el robot PRIM (Plataforma Robotitzada d'Informació Multimèdia), un robot autònom no humanoide creat el 2004 per Ateneu Informàtic (AI) que permet realitzar trajectòries 2D gràcies a un sistema de tracció format per dues rodes motrius propulsades independentment.

1.1. Antecedents

Els controladors predictius basats en el model MPC han demostrat els últims anys que es poden obtenir uns bons resultats en diverses aplicacions, com serien els d'àmbit industrial. El seu principi bàsic consisteix en calcular els valors de control necessaris per obtenir una sortida adient d'acord amb uns valors anteriors coneguts, unes restriccions i unes condicions d'operació, basant-nos en el model del procés. Amb aquest tipus de control és fàcil d'entendre els fonaments de la seva teoria, a més permet treballar amb restriccions i amb múltiples variables. Però tenen limitacions en el nombre de càlculs a realitzar i pot arribar a

ser complicat obtenir els valors òptims que requereixen els algorismes resultants. En el nostre cas, el control predictiu ja ha estat aplicat a la plataforma robòtica PRIM en el projecte de l'Alexandre Blasco Gutiérrez que va ser presentat a la convocatòria de setembre del curs 2006/2007. En aquell cas el robot havia de realitzar un conjunt de trajectòries sobre un pla de dues dimensions i es pretenia aconseguir un control més suau i robust que el que disposava anteriorment.

El controlador predictiu ja va ser estudiat anteriorment al departament d'Electrònica, Informàtica i Automàtica de la Universitat de Girona. Existeix un estudi realitzat per un grup de recerca, encapçalat pel professor Ningsu Luo, que té l'objectiu d'aplicar un algorisme de control predictiu als robots futbolistes (Rogi Team) del departament. Aquests robots del grup de Recerca d'Enginyeria de Control i Sistemes Intel·ligents (eXIT) són capaços de percebre, planificar i actuar per assolir uns objectius sense intervenció humana. L'estudi realitzat per aquest grup de treball es basa en la cerca del model del sistema i en la implementació d'una rutina de control predictiu utilitzant Matlab que té una subrutina ja creada de minimització de costos, útil per a la realització de rutines de MPC. Les conclusions a que arriba aquest projecte mostren les grans dificultats d'aplicació d'aquest tipus de control a la robòtica mòbil degut a que la potència de càlcul necessària és molt gran i la dinàmica ràpida d'aquests sistemes, fan que el control predictiu sigui a vegades massa lent per ser portat a terme amb la precisió necessària. Un altre projecte realitzat anteriorment al del professor Ningsu Luo, és el que va realitzar el professor Francisco Gamero, realitzat al departament d'Enginyeria de Sistemes i Automàtica de la UAB i que també pretén aplicar un algorisme de control predictiu als robots futbolistes. També utilitza Matlab i arriba a les mateixes conclusions: l'elevat temps que es tarda en realitzar els càlculs fa que el control predictiu sigui massa lent per ser portat a terme en un sistema tant dinàmic.

1.2. Objecte

El projecte de l'Alexandre Blasco va aconseguir evitar els inconvenients trobats en els projectes del professor Ningsu Luo i del professor Francisco Gamero minimitzant els càlculs al màxim; restringint les trajectòries a l'entorn més proper del robot i programant a més baix nivell, programant en llenguatge C en comptes de programar amb Matlab. Vist les millores que va obtenir en el control del robot, aquest projecte pretén seguir en l'estudi del control predictiu en la plataforma PRIM per millorar els resultats obtinguts en el passat projecte reformulant la llei de control i analitzar les discrepàncies obtingudes en les metodologies que s'utilitzen per minimitzar la funció de costos a partir de simulacions de trajectòries.

1.3. Especificacions i abast

El projecte inclou l'estudi odomètric del robot PRIM, una obtenció del model de posició i orientació d'aquest robot, a partir del model de velocitats que hem inclòs en el present projecte.

Dins el model del sistema s'inclouran els tres models experimentals de velocitats per obtenir un control més precís, i la zona morta per evitar aturades a deshora imprecises a l'hora d'arribar al punt final desitjat.

Al ser la continuació d'un altre projecte, s'estudiarà la teoria del Model Control Predictiu (MPC) així com el programari desenvolupat en el projecte anteriorment esmentat. Una primera part de l'estudi de la teoria pretén introduir-nos a la filosofia d'aquest tipus de control i en els seus conceptes bàsics, la segona estudia alguna de les tècniques d'optimització convexa, molt útils per resoldre la minimització de la funció de costos.

Es realitzaran simulacions de trajectòries per diverses funcions de costos, amb el mètode valor òptim i gradient, i s'analitzaran les discrepàncies en els resultats, en la recerca dels valors adients per tal de minimitzar la funció objectiu.

Es realitzarà un disseny d'experiments factorial per tal d'analitzar els diferents paràmetres de la funció de costos. L'objectiu serà trobar uns valors adients en el seguiment de trajectòries d'un sol punt (temps emprat, desviació de la trajectòria i esforç de control). En funció dels resultats dels experiments factorials reformularem la llei de control en unes noves lleis, i realitzarem nous experiments factorials a partir de trajectòries de varis punts en funció dels resultats anteriors. També es pretendrà realitzar l'estudi de les lleis de control sobre diversos horitzons de predicció.

I es realitzarà un estudi de condicions de convergència cap al punt objectiu basades en condicions contractives i s'implementaran en el programa.

2. DESCRIPCIÓ DEL SISTEMA A CONTROLAR

Aquest projecte ha estat realitzat en base al robot PRIM (Plataforma Robotitzada d'Informació Multimèdia) que l'Ateneu informàtic (AI) va presentar al Fòrum de les Cultures de Barcelona 2004.

2.1. Característiques del robot

El robot PRIM és un robot autònom no humanoide de 1,50 metres d'alçada i 30 kg de pes, amb una autonomia de 4 hores. El seu sistema de tracció es compon de dues rodes motrius propulsades per dos motors elèctrics de corrent continu disposats de forma independent, permetent-li assolir una velocitat de 3,6 km/h amb 40 kg de càrrega.

Les mides d'aquest robot són de 60 x 45 cm i de 1,5 metres d'alçària, de manera que té una distància entre rodes de 50,265 cm. Aquesta distància influirà en el model de posicionament del sistema. Les dues rodes motrius tenen un diàmetre de 16 cm i estan acoblades als seus corresponents motors a través d'un reductor. El robot consta també d'una roda central posterior, no motriu, que és l'encarregada de que mantingui l'equilibri. Aquesta roda és omnidireccional i té una rotació de 360° en l'eix z.

Els motors són Maxon de corrent continu de 12 V de tensió nominal i 10 W de potència, amb un parell màxim de 29,3 mNm i estan acoblats a un reductor de relació 86:1. Els motors porten acoblats al seu eix uns encoders de 500 polsos per volta. Com que estan abans de la reducció de 86, els encoders donen 43000 polsos per volta. Tenint en compte el diàmetre de la roda de 16 cm, obtenim que la distància recorreguda entre dos polsos és de 0,001169 cm.

L'usuari utilitza el robot a través d'un Pc que està connectat sobre el mateix robot. El robot es comunica amb uns PLD's, i aquests es comuniquen amb uns drivers de potència que són els encarregats de donar potència als motors.

El robot té una interfície anomenada etapa de potència, la qual té la missió de transformar les consignes donades pels PLD's a impulsos que rep el motor, que són els que el fa funcionar. Mitjançant aquests drivers nosaltres enviem al motor la velocitat a la qual es vol que giri mitjançant un número que va de 0 a 256 (de 0 a 126 per velocitats negatives, 127 per velocitat nul·la i de 128 a 256 per velocitats positives). En velocitats negatives com més

baix sigui aquest número més elevada serà la velocitat, mentre que en velocitats positives com més gran sigui aquest número més elevada serà la velocitat del motor.

La part principal d'aquests drivers de potència és el pont en H o trossejador, Aquest fa que doni un PWM (Pulse With Modulation) que és proporcional a la consigna donada.

En el robot hi ha tres tipus de PLD's amb diferents funcions. Aquests són els de posició, el de PWM i el de velocitat.

Els PLD's de posició són els encarregats de fer la lectura absoluta dels encoders. A partir d'aquesta es podrà saber la posició dels encoders. Això es pot fer acumulant el resultat obtingut en cada període i sumant-lo als anteriors.

El PLD de PWM és l'encarregat de donar al motor la potència necessària. Hi haurà dos sortides diferents, 2 PWM, que aniran a cada un dels motors de les rodes. Aquest circuit és el que va enllaçat amb els drivers de potència.

El PLD de velocitat és el que serà utilitzat per llegir la velocitat que es presenta en un precís moment.

2.2. Sistema odomètric

L'odometria és el sistema de posicionament i orientació que ens permet trobar en cada instant les coordenades (x, y, θ) a partir del valor inicial d'aquestes i del recorregut que hagin realitzat les rodes del robot. El recorregut de les rodes seran conegudes per la lectura dels encoders que porten acoblades.

Trigonomètricament obtindrem el valor de x i y actuals a partir de l'estat anterior i del que ha recorregut el robot (dS), tal i com s'observa a la Figura 1.

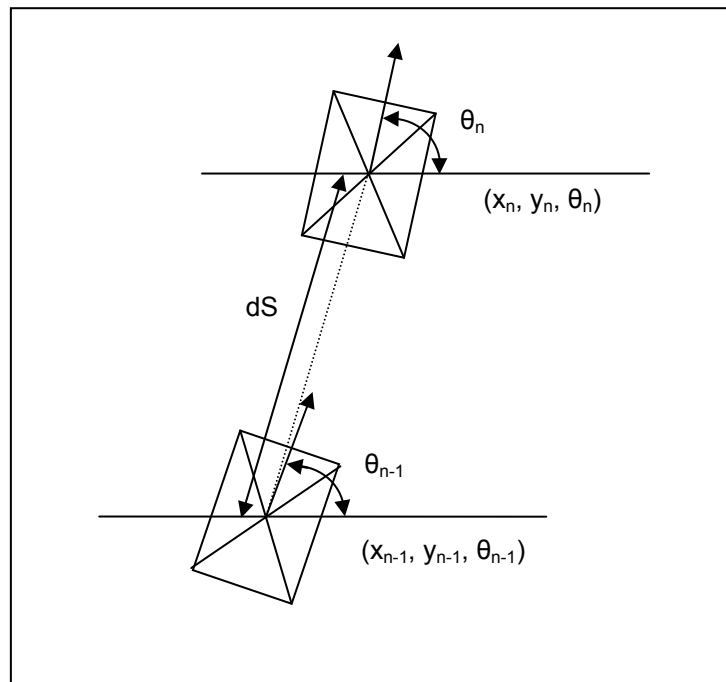


Figura 1. Determinació de les coordenades

Com podem veure a les equacions 1 i 2, dS i $d\theta$, són els increments de recorregut i d'angle entre l'instant $n-1$ i l'instant n , respectivament. Trobarem el valor d'aquestes dues variables a partir del recorregut de cada roda. La distància recorreguda per una roda és igual al producte del seu radi per l'angle en radiants que aquesta roda ha recorregut.

$$x_n = x_{n-1} + dS \cdot \cos(\theta_{n-1} + d\theta) \quad (\text{Eq. 1})$$

$$y_n = y_{n-1} + dS \cdot \sin(\theta_{n-1} + d\theta) \quad (\text{Eq. 2})$$

Així, aproximant, ens podem plantejar un trapezi de recorreguts, tal com podem veure a la Figura 2. La base del trapezi serà l'amplada L del robot i els seus dos costats paral·lels, el recorregut de les rodes esquerra i dreta respectivament. Amb aquesta aproximació, considerarem el costat restant del trapezi igual a l'amplada L .

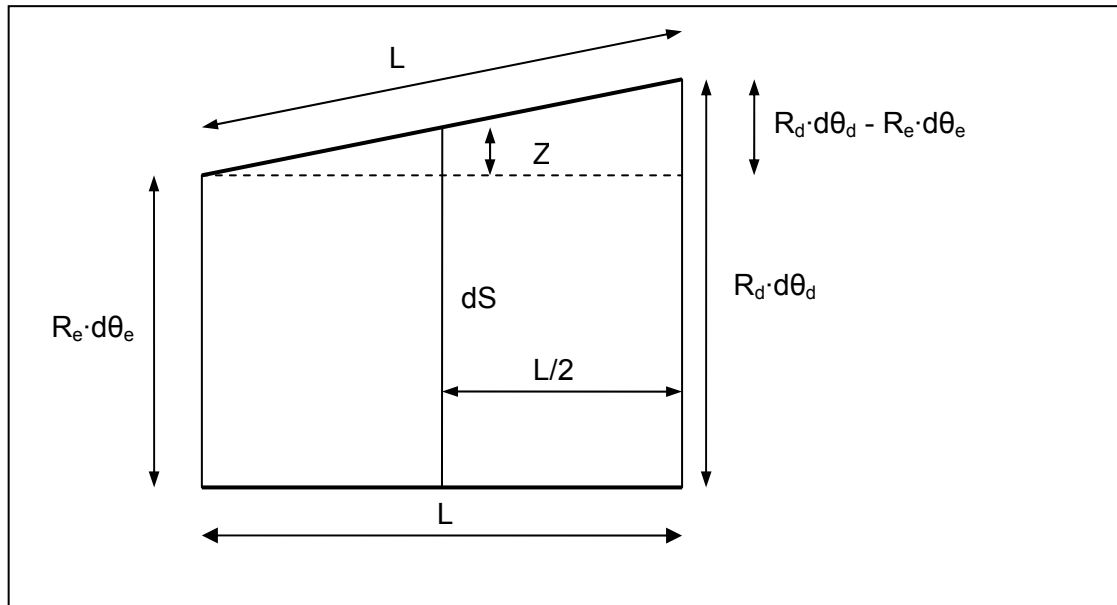


Figura 2. Trapezi de recorreguts

A partir d'aquesta aproximació podem trobar les variables dS i $d\theta$. Primer aplicarem el teorema de Tales per trobar Z i després trobarem dS i $d\theta$.

$$\frac{R_d \cdot d\theta_d - R_e \cdot d\theta_e}{L} = \frac{Z}{L/2} \quad (\text{Eq. 3})$$

$$\frac{1}{2} \cdot R_d \cdot d\theta_d - R_e \cdot d\theta_e = Z \quad (\text{Eq. 4})$$

$$dS = R_e \cdot d\theta_e + Z \quad (\text{Eq. 5})$$

$$dS = R_e \cdot d\theta_e + \frac{R_d \cdot d\theta_d - R_e \cdot d\theta_e}{2} = \frac{R_e \cdot d\theta_e + R_d \cdot d\theta_d}{2} \quad (\text{Eq. 6})$$

$$d\theta = \frac{R_d \cdot d\theta_d - R_e \cdot d\theta_e}{L} \quad (\text{Eq. 7})$$

Així, podem trobar una expressió que ens doni el valor de x , y i θ actuals a partir de les coordenades de l'estat anterior i de la lectura de polsos dels encoders. La constant p que veurem a les equacions següents ens indicarà el nombre de polsos que marca l'encoder per cada volta que realitza la roda. I les variables n_e i n_d indicaran el nombre de polsos que marquen l'encoder de l'esquerra i el de la dreta.

$$R_e \cdot d\theta_e = \frac{R_e \cdot n_e \cdot 2\pi}{p} \quad (\text{Eq. 8})$$

$$R_d \cdot d\theta_d = \frac{R_d \cdot n_d \cdot 2\pi}{p} \quad (\text{Eq. 9})$$

$$x_n = x_{n-1} + \frac{\pi \cdot (R_e \cdot n_e + R_d \cdot n_d)}{p} \cdot \cos\left(\theta_{n-1} + \frac{2\pi \cdot (R_d \cdot n_d - R_e \cdot n_e)}{p \cdot L}\right) \quad (\text{Eq. 10})$$

$$y_n = y_{n-1} + \frac{\pi \cdot (R_e \cdot n_e + R_d \cdot n_d)}{p} \cdot \sin\left(\theta_{n-1} + \frac{2\pi \cdot (R_d \cdot n_d - R_e \cdot n_e)}{p \cdot L}\right) \quad (\text{Eq. 11})$$

$$\theta_n = \theta_{n-1} + \frac{2\pi \cdot (R_d \cdot n_d - R_e \cdot n_e)}{p \cdot L} \quad (\text{Eq. 12})$$

3. CÀLCUL DEL MODEL DE POSICIONAMENT I ORIENTACIÓ

El model de posició ens determina en cada instant les coordenades x i y del robot i la seva orientació θ . Per obtenir-lo ens basem en el model de velocitats i en la odometria del sistema.

3.1. Càlcul del model de posicionament x

Per trobar el model de la variable x , primer determinarem la velocitat d'un sistema de propulsió amb dues rodes paral·leles en el mateix eix, tal com queda representat a la Figura 3.

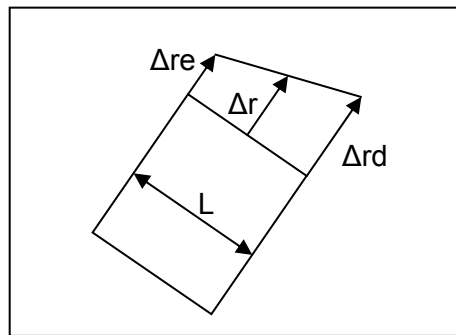


Figura 3. Increment de recorregut de les dues rodes

Aquesta velocitat serà la mitjana de la velocitat de les dues rodes. Per tant, l'increment de recorregut del robot també serà la mitjana dels increments de recorregut de cada roda, tal com podem veure a l'Equació 13.

$$\Delta r(k) = \frac{\Delta r_D(k) + \Delta r_E(k)}{2} \quad (\text{Eq. 13})$$

Aquest increment es pot descompondre en una component horitzontal (Δr_x) i una altre de vertical (Δr_y). Pel càlcul del model de x , s'utilitzarà la projecció horitzontal que és igual a el producte de l'increment de recorregut i del cosinus de l'angle d'orientació del robot. Aquesta projecció serà l'increment de la variable x del robot.

$$\Delta r_x(k) = \Delta r(k) \cdot \cos \theta(k - 1) \quad (\text{Eq. 14})$$

Substituint l'increment de posició per la seva equivalència amb els increments de les rodes, s'obté el valor de Δr_x en funció de les dues variables que obtenim en els models de velocitat.

$$\Delta r_x(k) = \frac{\Delta r_D(k) + \Delta r_E(k)}{2} \cdot \cos\theta(k-1) \quad (\text{Eq. 15})$$

El cosinus de l'angle serà el de l'instant k-1 per que serà l'orientació quan comencin els increments de posició de les rodes. A partir del Δr_x trobat i de la seva definició formularem el model de posicionament x.

$$\Delta r_x(k) = x(k) - x(k-1) \quad (\text{Eq. 16})$$

$$x(k) = x(k-1) + \left(\frac{1}{2} \Delta r_D(k) + \frac{1}{2} \Delta r_E(k) \right) \cdot \cos\theta(k-1) \quad (\text{Eq. 17})$$

Les variables $\Delta r_E(k)$ i $\Delta r_D(k)$ seran substituïdes pels models de velocitats ja conegudes, en funció de la velocitat, que depèn de la pròpia variable en l'instant anterior, i de la consigna aplicada en l'instant anterior.

3.2. Càlcul del model de posicionament y

Per trobar el model de la variable y, es partirà de les mateixes premisses que per trobar el model de la variable x. En aquest cas, l'increment de la variable y, serà el producte de l'increment de recorregut i el sinus de l'angle en l'instant anterior, tal com podem veure a l'Equació 18.

$$\Delta r_y(k) = \Delta r(k) \cdot \sin\theta(k-1) \quad (\text{Eq. 18})$$

L'increment de recorregut es relacionarà amb la mitjana dels increments de recorregut de cada roda.

$$\Delta r_y(k) = \frac{\Delta r_D(k) + \Delta r_E(k)}{2} \cdot \sin\theta(k-1) \quad (\text{Eq. 19})$$

A partir del Δr_y trobat i de la seva definició formularem el model de posicionament y.

$$\Delta r_y(k) = y(k) - y(k-1) \quad (\text{Eq. 20})$$

$$y(k) = y(k-1) + \left(\frac{1}{2} \Delta r_D(k) + \frac{1}{2} \Delta r_E(k) \right) \cdot \sin \theta(k-1) \quad (\text{Eq. 21})$$

Els increments de velocitat es determinaran pels seus respectius models.

3.3. Càlcul del model d'orientació θ

Per obtenir el model d'orientació, sabem que l'angle en un determinat estat, és la suma de l'angle en l'estat anterior i l'increment de l'angle que s'hagi produït en el període actual, tal com podem veure a l'Equació 22.

$$\theta(k) = \theta(k-1) + \Delta \theta(k) \quad (\text{Eq. 22})$$

Així, haurem de buscar l'increment d'angle. Aquest es relacionarà amb els increments de posició, que es troben a partir del model de velocitats i del període. Els increments de posició de la dreta i l'esquerra, juntament amb l'amplada L del robot formaran un trapezi, tal com s'observa a la Figura 4.

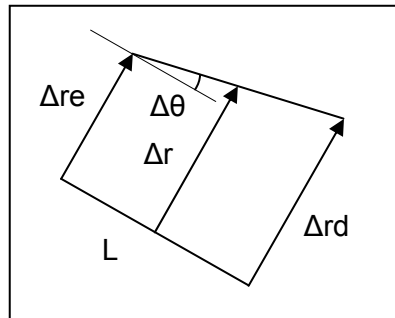


Figura 4. Trapezi dels increments de recorregut

Aquests increments de posició en un període seran considerats paral·lels a la orientació del robot a l'estat $k-1$, ja que tindran la mateixa direcció que la velocitat. I aquesta, per a cada roda, serà paral·lela a la orientació del robot, ja que les rodes estan disposades perpendicularment a l'amplada del mateix.

Si observem el trapezi podrem veure quina seria la variació de l'angle. Podem considerar el triangle superior del trapezi d'increments de posició, un triangle rectangle. Del qual, l'angle

agut serà l'increment de l'angle, el catet contigu l'amplada L i l'oposat la diferència entre els increments de cada roda.

Tenim en compte, que aquesta variació, en tractar-se d'un període de temps relativament petit, serà també de valor baix. Per tant, podem considerar la hipotenusa com el mateix valor L de l'amplada, tal i com s'observa a la Figura 5.

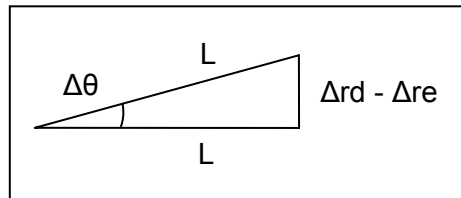


Figura 5. Triangle determinant de la variació de l'angle

Tenint en compte el baix valor que té aquest increment d'angle, ens basarem en l'aproximació que diu que quan un angle és suficientment petit, el valor del seu sinus és igual al valor de l'angle. Així, amb el triangle rectangle i les esmentades aproximacions es pot obtenir el valor de l'increment d'angle cercat, tal com podem veure a l'Equació 23.

$$\Delta\theta(k) = \sin(\Delta\theta(k)) = \frac{\Delta r_D(k) - \Delta r_E(k)}{L} \quad (\text{Eq. 23})$$

Un cop tenim la definició de l'increment de l'angle, podem trobar el model de l'angle en l'instant k .

$$\theta(k) = \theta(k-1) + \frac{1}{L} \Delta r_D(k) - \frac{1}{L} \Delta r_E(k) \quad (\text{Eq. 24})$$

Els increments de velocitat es determinaran pels seus respectius models.

3.4. Càlcul del model de velocitats

En els següents apartats estudiarem les equacions que determinen els tres models de velocitat; velocitats baixes, mitges i altes, pels motors de la dreta i la esquerra del robot.

3.4.1. Velocitats baixes

Les següents funcions corresponen als models de les velocitats baixes del motor dreta i esquerra, equacions 25 i 26, respectivament.

$$V_{Dbaix}(s) = \frac{0,826}{0,45s + 1} \cdot U_{Dbaix}(s) \quad (\text{Eq. 25})$$

$$V_{Ebaix}(s) = \frac{0,877}{0,45s + 1} \cdot U_{Ebaix}(s) \quad (\text{Eq. 26})$$

Apliquem un retenidor d'ordre zero al model per que la consigna és una senyal discreta, equacions 27 i 28.

$$\frac{V_{Dbaix}(s)}{U_{Dbaix}(s)} = \frac{0,826}{0,45s + 1} \cdot \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \quad (\text{Eq. 27})$$

$$\frac{V_{Ebaix}(s)}{U_{Ebaix}(s)} = \frac{0,877}{0,45s + 1} \cdot \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \quad (\text{Eq. 28})$$

Apliquem la transformada z a la funció de transferència i obtenim el model discret del sistema.

$$\frac{V_{Dbaix}(z)}{U_{Dbaix}(z)} = \frac{0,826(1 - e^{-2,222T}) \cdot z^{-1}}{1 - e^{-2,222T} \cdot z^{-1}} \quad (\text{Eq. 29})$$

$$\frac{V_{Ebaix}(z)}{U_{Ebaix}(z)} = \frac{0,877(1 - e^{-2,222T}) \cdot z^{-1}}{1 - e^{-2,222T} \cdot z^{-1}} \quad (\text{Eq. 30})$$

Eliminem les fraccions i aïllem $V(z)$. Així obtenim l'expressió que determina la velocitat en cada instant en funció de la velocitat i la consigna en l'instant anterior.

$$V_{Dbaix}(z) \cdot (1 - e^{-2,222T} \cdot z^{-1}) = 0,826 \cdot (1 - e^{-2,222T}) \cdot U_{Dbaix}(z) \cdot z^{-1} \quad (\text{Eq. 31})$$

$$V_{Dbaix}(z) = e^{-2,222T} \cdot V_{Dbaix}(z) \cdot z^{-1} + 0,826 \cdot (1 - e^{-2,222T}) \cdot U_{Dbaix}(z) \cdot z^{-1} \quad (\text{Eq. 32})$$

$$V_{Ebaix}(z) \cdot (1 - e^{-2,222T} \cdot z^{-1}) = 0,877 \cdot (1 - e^{-2,222T}) \cdot U_{Ebaix}(z) \cdot z^{-1} \quad (\text{Eq. 33})$$

$$V_{Ebaix}(z) = e^{-2,222T} \cdot V_{Ebaix}(z) \cdot z^{-1} + 0,877 \cdot (1 - e^{-2,222T}) \cdot U_{Ebaix}(z) \cdot z^{-1} \quad (\text{Eq. 34})$$

Discretitzant aquestes funcions obtenim les equacions en diferències en funció de k. Aquestes equacions permeten uns càlculs més senzills i ràpids.

$$V_{Dbaix}(k) = e^{-2,222T} \cdot V_{Dbaix}(k-1) + 0,826 \cdot (1 - e^{-2,222T}) \cdot U_{Dbaix}(k-1) \quad (\text{Eq. 35})$$

$$V_{Ebaix}(k) = e^{-2,222T} \cdot V_{Ebaix}(k-1) + 0,877 \cdot (1 - e^{-2,222T}) \cdot U_{Ebaix}(k-1) \quad (\text{Eq. 36})$$

A partir d'aquestes equacions que determinen la velocitat, podrem obtenir les equacions que determinen els increments de recorregut de cada roda durant un període. Aquests increments s'obtenen a partir de multiplicar les equacions de velocitats pel període T.

$$\Delta r_{Dbaix}(k) = e^{-2,222T} \cdot \Delta r_{Dbaix}(k-1) + 0,826 \cdot (1 - e^{-2,222T}) \cdot T \cdot U_{Dbaix}(k-1) \quad (\text{Eq. 37})$$

$$\Delta r_{Ebaix}(k) = e^{-2,222T} \cdot \Delta r_{Ebaix}(k-1) + 0,877 \cdot (1 - e^{-2,222T}) \cdot T \cdot U_{Ebaix}(k-1) \quad (\text{Eq. 38})$$

Per tant, obtenim una equació de cada increment de posició per velocitats baixes (Δr_e i Δr_d) en funció del seu valor en l'estat anterior, així tindrem una idea de la inèrcia del sistema i de la consigna aplicada, que implicarà en l'efecte que el control exercirà sobre el moviment.

3.4.2. Velocitats mitges

Tot seguit realitzarem el mateix procés que l'apartat de les velocitats baixes per obtenir les equacions de cada increment de posició per velocitats mitges. Les següents funcions corresponen als models del motor dreta i esquerra, equacions 39 i 40, respectivament.

$$V_{Dmig}(s) = \frac{0,924}{0,405s + 1} \cdot U_{Dmig}(s) \quad (\text{Eq. 39})$$

$$V_{Emig}(s) = \frac{0,919}{0,405s + 1} \cdot U_{Emig}(s) \quad (\text{Eq. 40})$$

Si seguim el mateix procés anterior obtindrem les equacions de cada increment de posició per velocitats mitges (Δr_e i Δr_d) en funció del seu valor en l'estat anterior.

$$\Delta r_{Dmig}(k) = e^{-2,469T} \cdot \Delta r_{Dmig}(k-1) + 0,924 \cdot (1 - e^{-2,469T}) \cdot T \cdot U_{Dbaix}(k-1) \quad (\text{Eq. 41})$$

$$\Delta r_{Emig}(k) = e^{-2,469T} \cdot \Delta r_{Emig}(k-1) + 0,919 \cdot (1 - e^{-2,469T}) \cdot T \cdot U_{Emig}(k-1) \quad (\text{Eq. 42})$$

3.4.3. Velocitats altes

Seguirem el mateix procés que els apartats de les velocitats baixes i mitges per obtenir les equacions de cada increment de posició per velocitats altes. Les següents funcions corresponen als models del motor dreta i esquerra respectivament.

$$V_{Dalt}(s) = \frac{0,953}{0,423s + 1} \cdot U_{Dalt}(s) \quad (\text{Eq. 43})$$

$$V_{Ealt}(s) = \frac{0,908}{0,417s + 1} \cdot U_{Ealt}(s) \quad (\text{Eq. 44})$$

Les equacions de cada increment de posició per velocitats altes (Δr_e i Δr_d) en funció del seu valor en l'estat anterior són les següents:

$$\Delta r_{Dalt}(k) = e^{-2,364T} \cdot \Delta r_{Dalt}(k-1) + 0,953 \cdot (1 - e^{-2,364T}) \cdot T \cdot U_{Dalt}(k-1) \quad (\text{Eq. 45})$$

$$\Delta r_{Ealt}(k) = e^{-2,398T} \cdot \Delta r_{Ealt}(k-1) + 0,908 \cdot (1 - e^{-2,398T}) \cdot T \cdot U_{Ealt}(k-1) \quad (\text{Eq. 46})$$

A partir d'aquests models de velocitat podrem trobar el model de posició, que serà el que ens determinarà en cada instant les coordenades x, y i la orientació θ del robot.

El sistema de control del robot escollirà un model de velocitat segons la consigna que li arribi al motor. El programa conté unes variables constants, i en allí hi ha definit el rang de velocitats que determinarà quin model funcionarà. El model de velocitats lentes funcionarà quan la velocitat del robot sigui menor que una tercera part del rang de velocitats. El model de velocitats mitges actuarà quan la velocitat del robot sigui menor a la meitat del rang de

velocitats i més gran que la tercera part del rang de velocitats. I el model de velocitats altes actuarà quan la velocitat del robot sigui més gran que la meitat del rang de velocitats.

3.5. Model global

El model del sistema estarà format per un sistema de 9 equacions amb 9 variables (x , y , θ , Δr_{Ebaix} , Δr_{Dbaix} , Δr_{Emig} , Δr_{Dmig} , Δr_{Ealt} , Δr_{Dalt}), tal i com determina l'Equació 47.

$$\left. \begin{aligned} \Delta r_{Dbaix}(k) &= e^{-2,222T} \cdot \Delta r_{Dbaix}(k-1) + 0,826 \cdot (1 - e^{-2,222T}) \cdot T \cdot U_{Dbaix}(k-1) \\ \Delta r_{Ebaix}(k) &= e^{-2,222T} \cdot \Delta r_{Ebaix}(k-1) + 0,877 \cdot (1 - e^{-2,222T}) \cdot T \cdot U_{Ebaix}(k-1) \\ \Delta r_{Dmig}(k) &= e^{-2,469T} \cdot \Delta r_{Dmig}(k-1) + 0,924 \cdot (1 - e^{-2,469T}) \cdot T \cdot U_{Dmig}(k-1) \\ \Delta r_{Emig}(k) &= e^{-2,469T} \cdot \Delta r_{Emig}(k-1) + 0,919 \cdot (1 - e^{-2,469T}) \cdot T \cdot U_{Emig}(k-1) \\ \Delta r_{Dalt}(k) &= e^{-2,364T} \cdot \Delta r_{Dalt}(k-1) + 0,953 \cdot (1 - e^{-2,364T}) \cdot T \cdot U_{Dalt}(k-1) \\ \Delta r_{Ealt}(k) &= e^{-2,398T} \cdot \Delta r_{Ealt}(k-1) + 0,908 \cdot (1 - e^{-2,398T}) \cdot T \cdot U_{Ealt}(k-1) \end{aligned} \right\} \quad (\text{Eq. 47})$$

$$\left. \begin{aligned} x(k) &= x(k-1) + \left(\frac{1}{2} \Delta r_D(k) + \frac{1}{2} \Delta r_E(k) \right) \cdot \cos\theta(k-1) \\ y(k) &= y(k-1) + \left(\frac{1}{2} \Delta r_D(k) + \frac{1}{2} \Delta r_E(k) \right) \cdot \sin\theta(k-1) \\ \theta(k) &= \theta(k-1) + \frac{1}{L} \Delta r_D(k) - \frac{1}{L} \Delta r_E(k) \end{aligned} \right\}$$

3.6. Unitats del model

El model de velocitats ha estat trobat a partir de les entrades i sortides del sistema. Per això les unitats amb les que treballa depenen de les consignes i dels valors que donen els encoders. Les consignes tenen un rang de valors de 0 a 256. De 0 a 126 són valors reservats per a velocitats negatives, la consigna 127 per velocitat nul·la i de 128 a 256 per velocitats positives. Amb una sortida de 127 la velocitat és de 0 m/s, i empíricament, es pot veure que amb una sortida de 247 la velocitat del robot és de 0,44 m/s. No superarem valors de 247 per no saturar el sistema.

Al considerar que existeix linealitat entre els valors de sortida i la velocitat, tal i com es veu a la Figura 6, podem deduir la relació entre les unitats del sistema, que anomenarem u.a.v. (unitats aritmètiques de velocitat) i les velocitats en m/s. Aquesta relació serà; 1 m/s equival a 273 u.a.v. tal com podem veure a l'Equació 48.

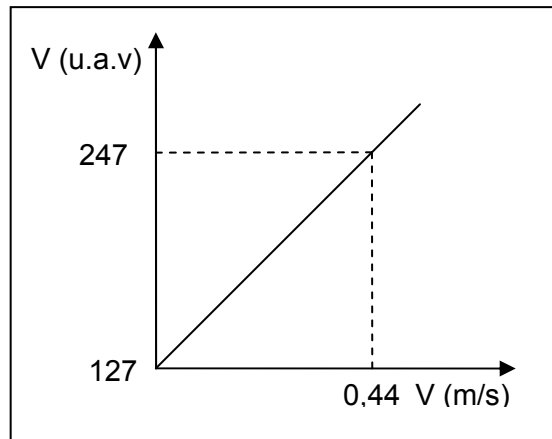


Figura 6. Relació entre unitats

$$1\text{m/s} \cdot \frac{247 - 127 \text{ u.a.v.}}{0.44 \text{ m/s}} = 273 \text{ u.a.v.} \quad (\text{Eq. 48})$$

Però el que realment ens interessa és l'equivalència per a les distàncies, per que treballem amb el model de posició. En aquest cas no haurem de fer cap tipus d'equivalència ja que les unitats de longitud utilitzades pel propi robot són els centímetres. L'única equivalència en aquest cas serà la de passar els centímetres a metres, en cas que vulguem expressar les longituds en metres. Però en el present projecte utilitzarem els centímetres com a unitats de longitud.

L'angle és obtingut al dividir una distància entre un radi de gir (L) on aquests dos elements són expressats en la mateixa unitat de longitud (cm). Per tant, les unitats resultants seran radiants.

4. LA ZONA MORTA

La zona morta és un fenomen que ens hem anat trobant quan el robot s'ha apropat al punt final. El robot realitza el seu recorregut però quan arriba al punt final no es decideix a acabar d'arribar-hi, tot i que es trobi a pocs centímetres. Això és degut a que no respon a les consignes que li arriben. Hem intentat evitar aquest fenomen tot i que no s'ha acabat de solucionar.

La Figura 7 mostra un seguit de punts que corresponen a la posició en que es dirigiria el robot en el primer període amb totes les combinacions de consignes possibles. Aquesta prova ha estat simulada i correspon a l'horitzó curt. Com més elevades siguin les consignes, el punt en que es trobi el robot estarà més lluny. I com més baixes siguin, el robot estarà més a prop del punt d'origen.

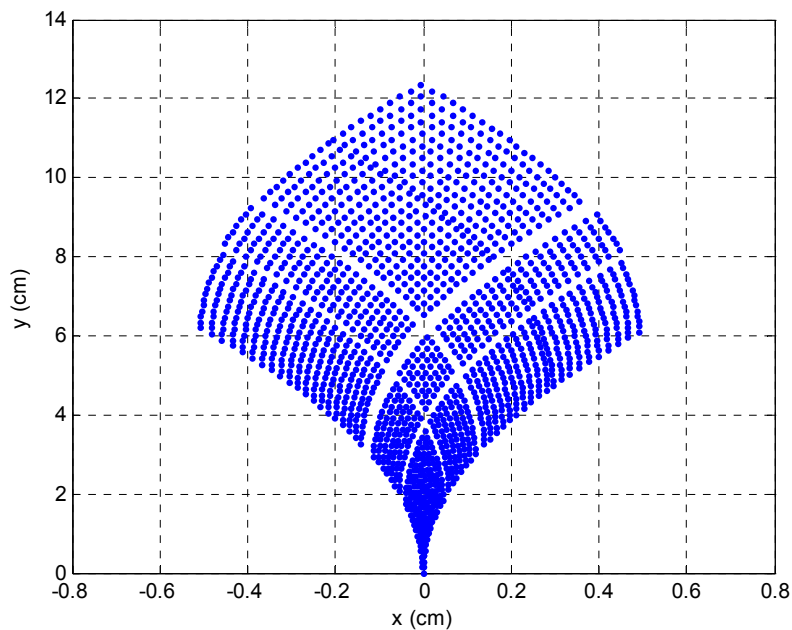


Figura 7. Previsió de posicions

La nostra solució és limitar les consignes baixes, consignes inferiors a 20, de manera que no intervinguin. Si la consigna esquerra i la dreta és inferior o igual a un rang de consignes determinat llavors les velocitats de la roda esquerra i dreta seran de 0 cm/s, prefixant les UE i UD a 0. Els rangs de consignes són els següents:

Si la consigna esquerra i la dreta és inferior o igual que 15 la seva previsió de posicions serà la que es mostra a la Figura 8.

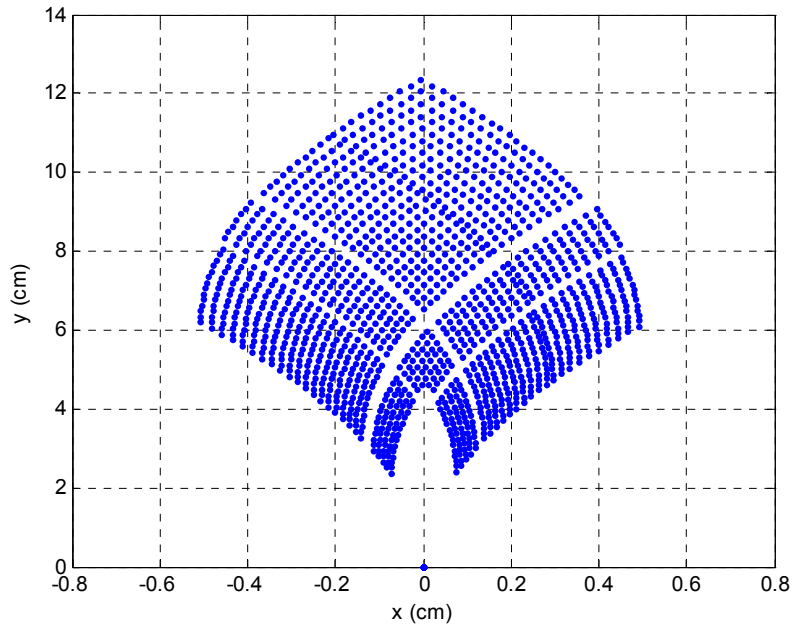


Figura 8. Previsió posicions amb UE i UD ≤ 15

Si la consigna esquerra és inferior o igual que 20 i la consigna dreta és inferior o igual que 5 la seva previsió de posicions serà la que es mostra a la Figura 9.

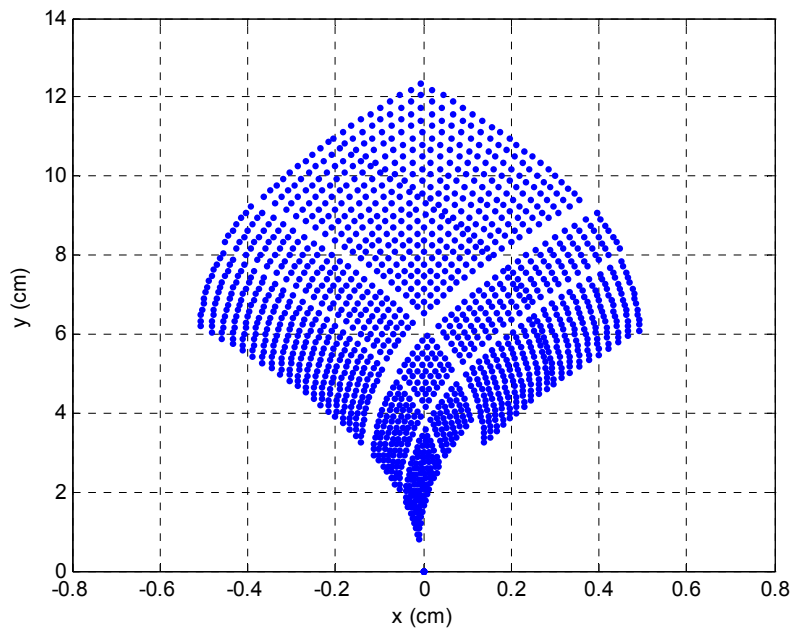


Figura 9. Previsió posicions amb UE ≤ 20 i UD ≤ 5

Si la consigna esquerra és inferior o igual que 5 i la consigna dreta és inferior o igual que 20 la seva previsió de posicions serà la que es mostra a la Figura 10.

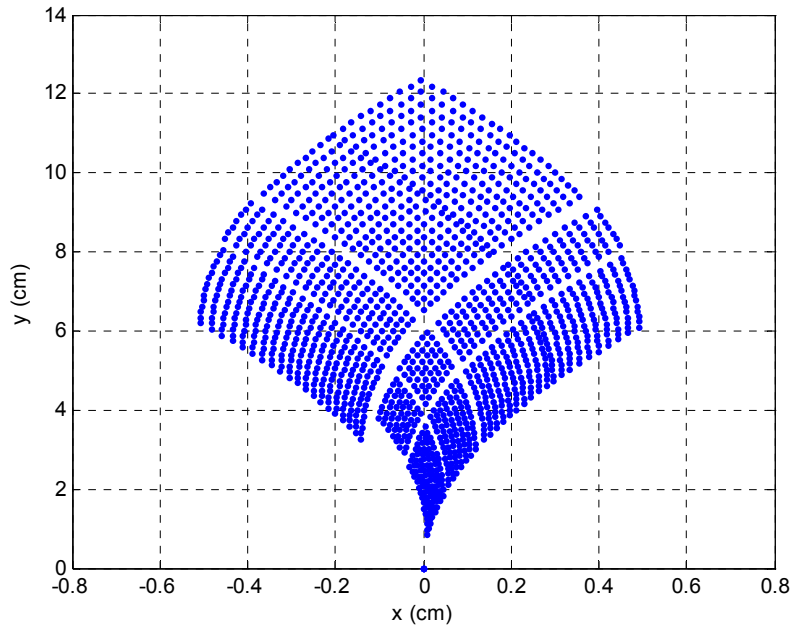


Figura 10. Previsió posicions amb $UE \leq 5$ i $UD \leq 20$

Per els experiments amb horitzó curt aquestes condicions han evitat la zona morta, però amb l'horitzó mig i llarg en alguns experiments la zona morta ha continuat apareixent.

5. FONAMENTS TEÒRICS DEL CONTROL PREDICTIU

Els controladors predictius calculen els valors de les variables que es tracten a cada període de mostreig tenint en compte els valors de consigna desitjats per les variables controlades, les restriccions i les condicions d'operació del procés. D'aquesta forma, el control predictiu basat en el model és una estratègia de control que calcula les consignes basant-se en un model explícit del procés, que s'utilitza per preveure el seu comportament futur sobre un horitzó determinat.

Els principals avantatges serien que ens permet resoldre problemes de multivariable fàcilment, té en compte limitacions dels actuadors i permet realitzar operacions properes a les restriccions del sistema.

5.1. L'horitzó de predicció

Suposem una planta amb una entrada i sortida SISO (Single Input Single Output). On el temps és discret, relacionant l'instant actual amb la variable discreta k . La sortida de la planta s'anomenarà $y(k)$, i serà coneguda fins l'instant actual k i desconeguda pels instants següents, tal com podem veure a la Figura 11 que mostra una idea del funcionament del control predictiu.

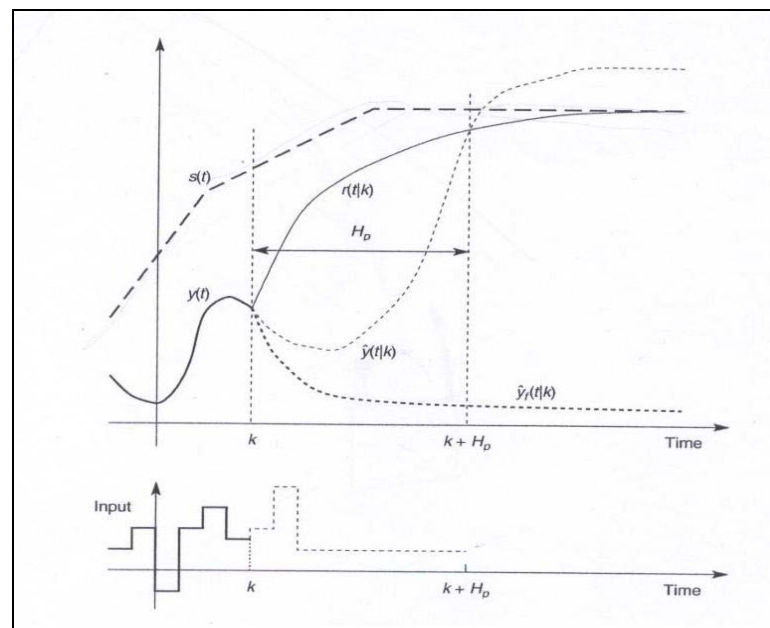


Figura 11. Funcionament del control predictiu

A més, tindrem una trajectòria de punts (set-point trajectory) que ens indica la trajectòria que hauria de recórrer idealment, aquesta trajectòria s'anomenarà $s(t)$. També tindrem una trajectòria de referència $r(k)$, que comença a l'instant actual, just quan acaba $y(k)$. Serà la trajectòria ideal que la planta hauria de seguir per aproximar-se a la trajectòria de punts $s(t)$, tenint en compte les limitacions del sistema. La trajectòria de referència $r(k)$ s'aproxima exponencialment a la $s(t)$ des del valor actual de la sortida $y(k)$ amb la constant de temps T_{ref} .

L'error en cada instant k serà la diferència entre el valor del set-point i el valor de la variable en aquest instant, tal com podem veure a l'Equació 49.

$$\epsilon(k) = s(k) - y(k) \quad (\text{Eq. 49})$$

Ja que la trajectòria de referència s'aproxima exponencialment a l'estat desitjat, l'error en cada instant de la predicció vindrà donat per una funció exponencial en funció de l'error inicial $\epsilon(k)$ i de les constants de temps T_{ref} i T_s , tal i com es veu a l'Equació 50.

$$\epsilon(k+i) = \epsilon(k) \cdot e^{-i T_s / T_{ref}} \quad (\text{Eq. 50})$$

Amb aquest error trobarem la trajectòria de referència durant tot l'horitzó de predicció $r(k+i|k)$, tal com podem veure a l'Equació 51. El terme " $|k$ " es refereix a que la trajectòria està calculada des de l'instant k , a l'instant següent aquesta trajectòria serà diferent.

$$r(k+1|k) = s(k+i) - \epsilon(k+1) = s(k+i) - e^{-i T_s / T_{ref}} \cdot \epsilon(k) \quad (\text{Eq. 51})$$

El control predictiu ha de tenir un model intern que és utilitzat per predir el comportament de la planta, començant en l'instant actual i fins a un futur horitzó de predicció. Aquesta predicció del comportament dependrà de la seqüència d'entrada, de la consigna $\hat{u}(k+i|k)$. " i " anirà de 0 fins a H_p-1 , ho sigui de l'instant $k+0$ fins a l'instant $k+H_p-i$. La idea del control és veure quina consigna donarà el millor comportament previst. Considerem el model intern com un model lineal, aquesta condició permetrà realitzar els càlculs d'una manera molt més simple. La notació \hat{u} indica que en l'instant k només tenim una predicció del que la consigna a l'instant $k+i$ pot provocar. La consigna real en aquest instant, $u(k+i)$, probablement serà diferent a $\hat{u}(k+i|k)$. Hem de tenir en compte que coneixem el valor de la sortida $y(k)$ quan decidim el valor de $u(k)$, això implica que el model intern que disposem haurà de ser

estrictament apropiat. El model pot dependre de consignes anteriors $u(k-1)$, $u(k-2)$,..., però no de la consigna actual $u(k)$.

Una solució seria intentar escollir la consigna que ens permetria obtenir la sortida desitjada de la planta al final de l'horitzó de predicció. Ho sigui, a l'instant $k+H_p$ obtenir el valor $r(k+H_p)$ a la sortida. Hi haurà diverses seqüències de consignes que permetran aconseguir un punt de coincidència a l'instant $k+H_p$. Nosaltres haurem d'escollir una de les seqüències segons el criteri que volem valorar, per exemple la que requereixi menys energia, doni menys error, etc. Sovint serà més adequat i preferible imposar una estructura simple a aquesta trajectòria, així obtenim un menor nombre de variables. Un exemple seria variar el valor de les tres primeres consignes i deixar les restes constants, tal com es veu a l'Equació 52.

$$\hat{u}(k+2|k) = \hat{u}(k+3|k) = \dots = \hat{u}(k+(H_p-1)|k) \quad (\text{Eq. 52})$$

Així només tindrem tres paràmetres per escollir: $\hat{u}(k)$, $\hat{u}(k+1|k)$, $\hat{u}(k+2|k)$. L'estructura més simple seria suposar la consigna constant en tot l'horitzó de predicció. En aquest cas només hi hauria un paràmetre $u(k|k)$, que hauria de condicionar una sola equació i només hi hauria una sola solució. Un cop s'ha escollit la seqüència de consignes, només el seu primer element serà aplicat com a consigna real a la planta. Assignarem el valor de $\hat{u}(k|k)$ a $u(k)$. Llavors el cicle; mesura de la sortida, predicció i determinació de la seqüència de consignes serà repetit en el període de mostreig següent. Assignarem a la variable k el valor $k+1$ i tornarem a realitzar el cicle. Això és el que s'anomena, concepte d'horitzó de predicció mòbil ('receding horizon' idea). Aquest concepte d'horitzó pretén simbolitzar l'horitzó terrestre, on a mesura que un s'hi aproxima l'horitzó es va allunyant, de manera que sempre es veu però mai s'hi pot arribar, tal com podem veure a les equacions 53 i 54.

$$\hat{u}(k|k) = \hat{u}(k+i|k) = \hat{u}(k+(H_p-1)|k) \quad (\text{Eq. 53})$$

$$\hat{y}(k+H_p|k) = r(k+(H_p-1)|k) \quad (\text{Eq. 54})$$

5.2. La minimització de la funció de costos

La funció de costos és la funció error que està condicionada per la seqüència de consignes. Haurem de buscar les consignes que donin un mínim error, i aquesta seqüència de consignes serà la que portarà a la planta a la millor posició possible en funció de la posició

desitjada. La formulació de la funció de costos ens determinarà el tipus de control que es desitja. Generalment es minimitza l'error de cada variable; la diferència entre la variable assolida i la variable desitjada, i l'increment de les consignes, per aconseguir un control més suau i de menys consum. També es podrien minimitzar d'altres maneres, com per exemple en comptes de minimitzar l'error de la variable al final de l'horitzó de predicció, fer-ho al llarg de tot l'horitzó, de manera que el sistema avanci sempre en la direcció desitjada. Aquest mètode s'ha aplicat en el present projecte, s'ha aplicat tant en les simulacions com en els experiments amb el robot. És una de les millores que hem introduït al programa, i en els apartats següents es detallaran els resultats obtinguts.

En robòtica mòbil en el pla, el problema a resoldre serà un problema amb dues consignes i tres variables. Les consignes són, la consigna de control de cada una de les dues rodes motrius i seran expressades en cada instant k com $U_{k+j} = \{U_{Ek+j}, U_{Dk+j}\}$. I les variables a controlar seran les dues de la posició i la orientació, i es podran expressar com a $X_k = \{x_k, y_k, \theta_k\}$ i d'aquesta manera l'estat desitjat serà $X_d = \{x_d, y_d, \theta_d\}$. Una equació de costos general podria ser la expressada a l'Equació 55, on el resultat és la seqüència de consignes que minimitza els errors quadràtics expressats.

$$J_{(n,m)}(X_o) = \min_{\{U(k+i|k)\}_{j=0}^{m-1}} \left\{ \begin{aligned} & [X(k+n|k) - X_d]^T \cdot P \cdot [X(k+n|k) - X_d] + \\ & + \sum_{i=0}^{n-1} [X(k+i|k) - \overline{X_d} \cdot X_i]^T \cdot Q \cdot [X(k+i|k) - \overline{X_d} \cdot X_i] + \\ & + \sum_{j=0}^{m-1} U^T(k+i|k) \cdot R \cdot U(k+i|k) \end{aligned} \right\} \quad (\text{Eq. 55})$$

En aquesta funció de costos n determina la longitud de l'horitzó de predicció i m la longitud de l'horitzó de control ($m \leq n$). La funció està formada per tres blocs, el primer representa l'error quadrat total entre l'estat predit al final de l'horitzó de predicció, el segon els errors quadrats parcials entre els diferents estats durant l'horitzó de predicció i el tercer ens dona una idea del consum, ho sigui la consigna que ens dona. Els paràmetres P , Q i R són coeficients de ponderació, ens determinaran la importància de cada un dels termes a minimitzar.

En aquesta funció s'hi poden incloure restriccions per limitar la consigna, la distància a diversos obstacles situats a $\{x_0, y_0\}$ o la condició de convergència, tal com podem veure a l'Equació 56.

$$\left. \begin{cases} |U(k+i|k)| \leq G_1 \\ | [x_{k+i} \ y_{k+i}] - [x_0 \ y_0] | \geq G_2 \\ | [x_{k+n} \ y_{k+n}] - [x_d \ y_d] | \leq \alpha \cdot | [x_{k+n} \ y_{k+n}] - [x_d \ y_d] |, \alpha \in [0,1] \end{cases} \right\} \quad (\text{Eq. 56})$$

El paràmetre G_1 determina el valor màxim absolut de les senyals de control, G_2 la mínima distància entre el robot i els obstacles per tots els passos de l'horitzó de predicció i α és un coeficient que determina el grau de convergència en la solució per cada pas. Així, la primera de les tres restriccions marcarà que les consignes no siguin superiors a G_1 , evitant una saturació del sistema. La segona impedirà que el robot passi a una distància inferior a G_2 dels obstacles, dotant al sistema d'una distància mínima de seguretat. La tercera limitarà que el robot no acabi al final de la seqüència de control en un estat pitjor que l'anterior, inclòs farà que l'error sigui a vegades més petit que l'actual.

5.3. L'algorisme de control

L'algorisme de control determina els passos que ha de seguir el sistema per tal de portar a terme el control predictiu. Aquest algorisme consta de quatre blocs diferenciats tal com podem veure a la Figura 12.

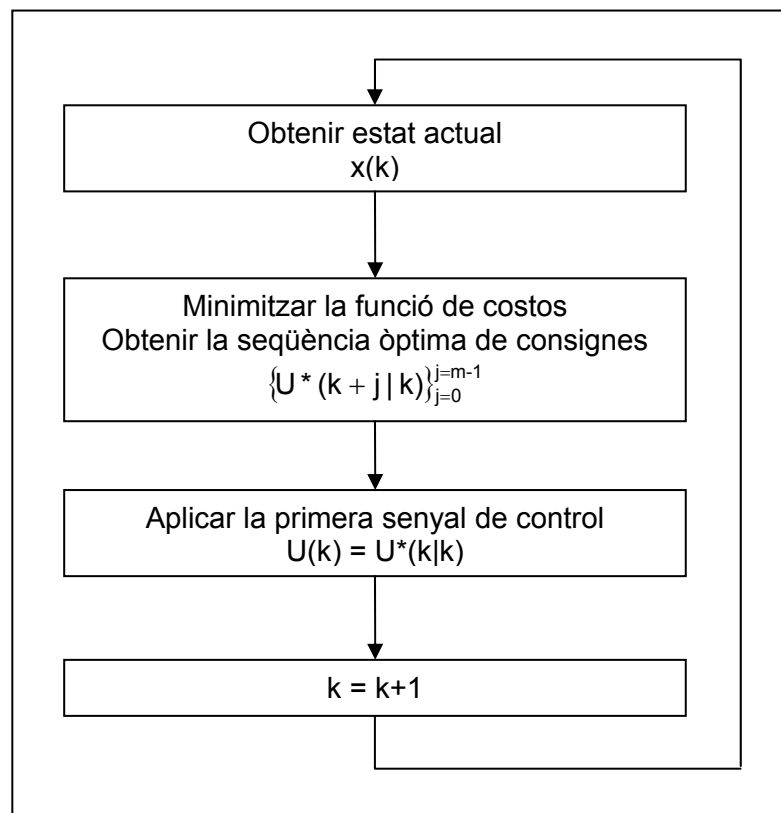


Figura 12. Algorisme de control predictiu

El primer bloc capta l'estat actual de $x(k)$ a partir dels sensors del sistema que llegeixen la posició i la orientació del robot. El segon bloc es basa en la resolució de la minimització de la funció de costos, aquesta és la part més complexa i on es consumeixen la majoria de recursos de càlculs del sistema. Resolent aquest problema d'optimització, obtindrem una seqüència de consignes que es considerarà com la òptima de totes les que compleixen les restriccions i s'expressarà com $\{U^*(k+j|k)\}_{j=0}^{j=m-1}$, aquesta expressió conté totes les consignes que caldria aplicar durant l'horitzó de predicció m per tal d'assolir el millor resultat possible, en funció de quin sigui l'estat final desitjat x_d . En el tercer bloc, tan sols s'aplica la primera consigna d'aquesta seqüència, $U(k) = U^*(k|k)$, és a dir, que s'establirà aquest com a consigna actual. I l'últim pas es substitueix k per $k+1$ i el bucle es torna a realitzar per obtenir un nou pas de control.

6. OPTIMITZACIÓ CONVEXA

Matemàticament, el problema de control predictiu es redueix a la minimització de la funció de costos (funció de l'error), que està lligat a unes restriccions en la funció de les consignes a donar. Aquest és un problema matemàtic de difícil solució, no és possible solucionar amb mètodes analítics i requereix una gran potència de càlcul, ja que és necessari treballar a la inversa del model per cercar les consignes òptimes.

Amb la tècnica de l'optimització convexa podem resoldre problemes de minimització del tipus control predictiu a partir de mètodes numèrics. El seu estudi permetrà trobar alguns sistemes per poder aplicar al control predictiu per poder fer-lo eficaç i ràpid.

6.1. Optimització matemàtica

L'optimització és la minimització d'una funció que està subjecte a unes restriccions, i té la forma de l'Equació 57.

minimitza $f_0(x)$ subjecte a $f_i(x) \leq b_i, i = 1, \dots, m$ (Eq. 57)

En aquesta formulació, el vector $x = (x_1, \dots, x_n)$, és la variable d'optimització del problema. La funció $f_0: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ és la funció objectiu, les funcions f_i són les inequacions que fan de funcions de restricció i les constants b_1, \dots, b_m són els límits per les restriccions. Un vector x^* és anomenat òptim, ho sigui que és una solució del problema, si té el valor per la funció objecte més petit d'entre tots els vectors que satisfan les consignes. És a dir, per a qualsevol z amb $f_i(z) \leq b_i$ obtenim que $f_0(z) \geq f_0(x^*)$.

Generalment es consideren diferents famílies o classes de problemes d'optimització segons les formes particulars de les funcions objectiu i de restricció. Hi han dos tipus, les lineals (programació lineal) i les no lineals (programació no lineal). Una funció serà lineal si per totes les x, y, α, β , es compleix l'Equació 58.

$f_i(\alpha x + \beta y) = \alpha \cdot f_i(x) + \beta \cdot f_i(y)$ (Eq. 58)

Però el tipus de problemes d'optimització que haurem de resoldre en aquest projecte són els anomenats problemes d'optimització convexa. Un problema d'optimització convexa és aquell

en que la funció objectiu i les de restricció satisfan l'Equació 59, per totes les x , y i amb $\alpha + \beta = 1$, $\alpha \geq 0$ i $\beta \geq 0$.

$$f_i(\alpha x + \beta y) \leq \alpha \cdot f_i(x) + \beta \cdot f_i(y) \quad (\text{Eq. 59})$$

Així veiem que la convexitat és més general que la linealitat: la desigualtat reemplaça la més restrictiva igualtat i la desigualtat es manté per certs valors d' α i β . Com que cada programa lineal és dins d'un problema d'optimització convexa, es considera l'optimització convexa com una generalització de la programació lineal.

6.2. Resolució de problemes d'optimització convexa

No hi ha una fórmula general per resoldre problemes d'optimització convexa però existeixen diversos mètodes molt efectius per solucionar-los. Per exemple, els mètodes de punt interior. És molt útil portar-los a la pràctica. En alguns casos ens poden permetre solucionar el problema amb una precisió determinada i amb un nombre d'operacions que no sobrepassi el grau polinòmic del problema. A més, són bastant fiables. Ens poden permetre solucionar problemes amb centenars de variables i milers de restriccions en un PC corrent i en uns pocs segons. Inclòs, si explorem l'estructura del problema, podem resoldre problemes més grans amb milers de variables i restriccions.

Però, encara no es pot afirmar que resoldre problemes generals d'optimització convexa sigui una tecnologia madura. L'estudi de mètodes de punt interior per la optimització convexa no lineal és encara una àrea de recerca molt activa, i encara no ha emergit cap consens sobre quin mètode o mètodes són millors. Però és raonable creure que solucionar problemes generals d'optimització convexa esdevindrà una eina tecnològica d'aquí a uns quants anys. A més, per a algunes subclasses de problemes d'optimització convexa, per exemple cons de segon ordre o programació geomètrica, és just dir que els mètodes de punt interior s'estan aproximant a esdevenir una tecnologia.

6.3. Mètode gradient

Per minimitzar una funció convexa, el gradient ∇f pot ser una eina de gran utilitat. El gradient d'una funció és el conjunt de les derivades parcials de les diverses variables que determinen la funció en cada punt. Per tant, ens donarà aleshores una idea de cap a on

avança la funció, si és creixent o decreixent en cada un dels eixos determinats a les variables.

Donada una funció convexa a minimitzar, sense restriccions, la condició per que un punt del seu domini x^* sigui un punt òptim serà que el gradient en aquest punt sigui nul, tal i com s'observa a l'Equació 60.

$$\nabla f(x^*) = 0 \Leftrightarrow f(x^*) = \text{mínim} \quad (\text{Eq. 60})$$

Per tant, solucionar un problema de minimització sense restriccions és el mateix que trobar la solució de l'Equació 61, que serà un sistema de n equacions amb n variables x_1, \dots, x_n . En alguns casos especials el problema es podrà solucionar analíticament, però normalment es solucionarà amb algun algorisme iteratiu.

$$x^{(0)}, x^{(1)}, \dots \in \text{dom}f, \quad k \rightarrow \infty \Rightarrow f(x^{(k)}) \rightarrow p^* \quad (\text{Eq. 61})$$

Per fer-ho, es considera p^* com la imatge de la funció del punt òptim ($p^* = f(x^*)$), p^* serà el valor òptim. Llavors es crearà un algorisme que calculi una seqüència de punts $x(0), x(1), \dots, x(k)$ que pertanyin al domini de la funció pels quals la imatge tendeixi a p^* a mesura que k tendeixi a infinit, tal i com es veu a l'Equació 61. L'algorisme finalitza quan la diferència entre la imatge calculada i el valor p^* és inferior a un valor de tolerància prèviament especificat, tal i com mostra l'Equació 62, on ε representa aquest valor de tolerància.

$$f(x^{(k)}) - p^* \leq \varepsilon \quad (\text{Eq. 62})$$

Aquest tipus de mètodes requereixen un punt inicial, que ha de ser part del domini i compleixi l'Equació 63, és a dir, ha d'existir un punt de valor més baix que aquest.

$$S = \{x \in \text{dom}f \mid f(x) \leq f(x^{(0)})\} \quad (\text{Eq. 63})$$

Aquesta condició serà complerta per tots els punts de la funció si aquesta és tancada; les funcions contínues amb $\text{dom}f = \mathbb{R}^n$ són sempre tancades, per la qual cosa qualsevol punt $x(0)$ satisfarà la condició.

6.4. Mètodes descendents

Els mètodes descendents minimitzen una seqüència de valors de manera que a cada pas s'apropen més al resultat.

Tal i com s'observa a l'Equació 64, en aquesta seqüència iterativa el nou valor trobat dependrà de tres factors, el valor anterior $x^{(k)}$, $t^{(k)}$ i $\Delta x^{(k)}$. El factor $t^{(k)} > 0$ serà la mida de pas (step length) i serà un escalar que determinarà la longitud de salt i Δx serà la direcció del pas o la cerca (search direction) i determinarà en quina direcció es farà el salt.

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + t^{(k)} \cdot \Delta x^{(k)} \quad (\text{Eq. 64})$$

Un algorisme basat en un mètode descendent haurà de complir que la imatge de cada valor sigui inferior a la de l'anterior, tal com es veu a l'Equació 65. Excepte pel cas en que $\Delta x^{(k)}$ sigui òptima.

$$f(x^{(k+1)}) < f(x^{(k)}) \quad (\text{Eq. 65})$$

Com podem veure a l'Equació 66, per convexitat se sap que el producte entre el gradient i una diferència de variables implicarà que la imatge del primer valor de la diferència serà més gran o igual que el segon. Això comportarà una estreta relació entre $\Delta x^{(k)}$ i el gradient negatiu, tal i com s'observa a l'Equació 67.

$$\nabla f(x^{(k)})^T \cdot (y - x^{(k)}) \rightarrow f(y) \geq f(x^{(k)}) \quad (\text{Eq. 66})$$

$$\nabla f(x^{(k)})^T \cdot \Delta x^{(k)} < 0 \quad (\text{Eq. 67})$$

El terme direcció de pas o de cerca $\Delta x^{(k)}$ determinarà una direcció descendent, per la qual cosa sol ser anomenat "descent direction".

Seguint aquestes condicions es formarà un algorisme general pels mètodes descendents, on es minimitzarà una seqüència de valors. Aquest algorisme, veure Figura 13, constarà de tres blocs principals: el primer calcularà la direcció descendent, el segon la mida de pas t , que serà un escalar de valor positiu, i el tercer utilitzarà dos factors per trobar el nou valor de x .

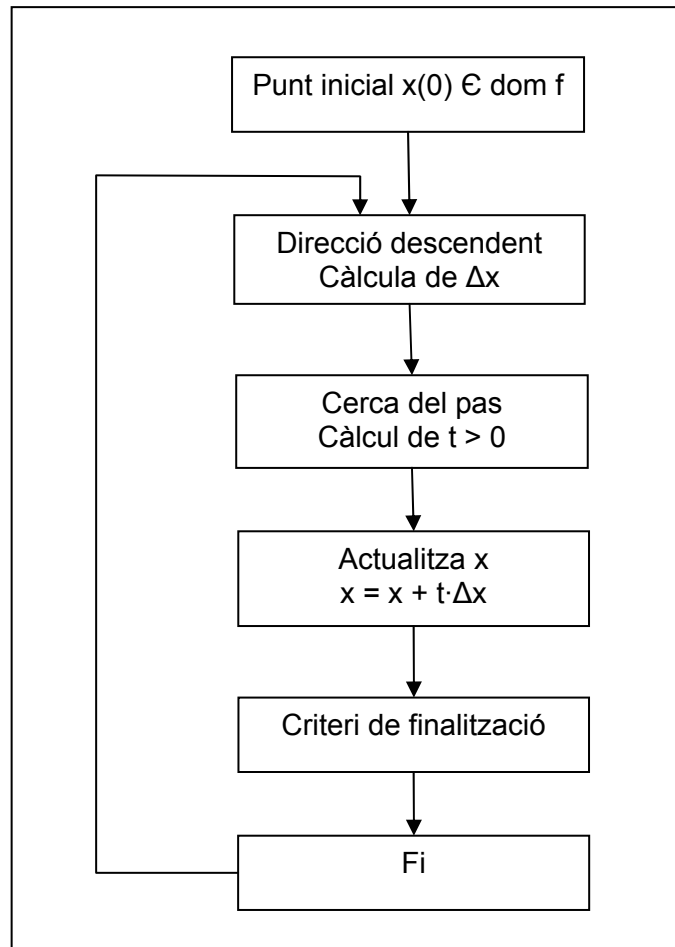


Figura 13. Algorisme mètode descendent

Per trobar el valor de t , generalment s'utilitza un tipus de mètode anomenat backtracking line search, traduint, cerca la línia amb marxa enrere. Aquest mètode depèn dels factors; α i β . On el primer pren valors de 0 a 0,5 i el segon de 0 a 1.

Amb aquests dos valors marcats, caldrà realitzar la iteració expressada a l'Equació 68 fins a assolir el valor que serà considerat apte. Aquest mètode s'anomena backtracking (marxa enrere), per que comença amb un pas unitari ($t = 1$) i el va reduint pel factor β fins a assolir la condició de final. La constant α pot ser interpretada com a un factor de decreixement de f que es podria predir per extrapolació lineal.

$$\left. \begin{array}{l} t = 1 \\ \text{while } f(x + t\Delta x) > f(x) + \alpha t \nabla f(x)^T \cdot \Delta x, \quad t = \beta t \end{array} \right\} \quad (\text{Eq. 68})$$

6.5. Mètode del gradient descendent

El mètode del gradient descendent és un mètode descendent amb la mateixa estructura que la general, que pren com a direcció descendent el gradient negatiu de la pròpia funció.

Tal com es veu a l'Equació 69, la estreta relació que hi ha entre el gradient negatiu i la direcció descendent permet que es pugui realitzar aquesta assignació i prendre com a direcció descendent el propi gradient de la funció.

$$\Delta x^{(k)} = -\nabla f(x^{(k)}) \quad (\text{Eq. 69})$$

6.6. Aplicació del mètode gradient al MPC

L'inconvenient que trobem en aplicar el mètode gradient és que es treballa en discret, això dificulta la cerca del gradient i s'haurà de treballar amb mètodes numèrics que ens permetin trobar el gradient en funció de la diferència entre les imatges de dos punts.

Escollirem un punt interior dels possibles punts que existeixin i en calcularem el valor. Seguidament mirarem cap a quina direcció ens haurem de moure (Δx) i amb quina magnitud (t) ho hem de fer. Llavors caldrà calcular el nou punt $x = x + t \cdot \Delta x$ i calcular-ne el valor. I s'anirà repetint fins que s'assoleixi una condició final, en el nostre cas no tindrem problemes de restricció. Les consignes, que són les variables, estan limitades a un cert nombre, ja que la consigna no pot augmentar fins a l'infinit. Això ens simplificarà la cerca.

En el nostre projecte com que coneixem la mida de la matriu amb els errors que obtenim amb les combinacions de les consignes (variables), el punt inicial serà el seu centre i en calcularem la imatge de tots els seus punts veïns. Aquests punts formaran quatre quadrants. Sumarem de cada quadrant els punts veïns del punt inicial, i el seu valor determinarà quin quadrant serà el que conté el valor mínim i indicarà la direcció cap a on tindrem que calcular el pròxim punt, que serà el centre d'un nou quadrat. Llavors, com veiem a la Figura 14, es dirigirà al centre del nou quadrat, $x = x + t \cdot \Delta x$, on Δx serà la direcció a emprendre, ho sigui el quadrant on caldrà desplaçar-se i t la longitud del desplaçament que serà la meitat de la diagonal del quadrat. Es repetirà aquesta acció un cert nombre de vegades n , fins que arribi un moment que el quadrat i la diagonal sigui prou petit que el valor on es trobi el punter serà el punt òptim. $X_{(0)}$ representa el punt inicial, $x_{(1)}$ el nou punt i $t_{(0)}$ és la longitud de desplaçament que s'ha fet per passar del punt inicial al nou punt.

La Figura 14 mostra un esquema representatiu del mètode gradient al MPC per que ens fem una idea del seu funcionament en la cerca de l'error mínim.

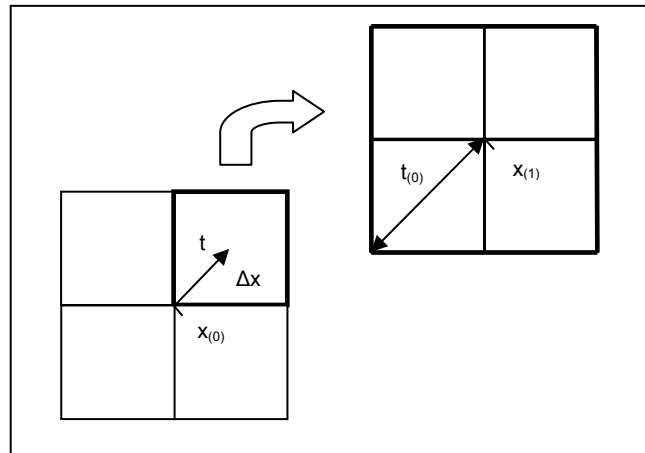


Figura 14. Idea del mètode gradient

7. IMPLEMENTACIÓ DEL CONTROL PREDICTIU

La implementació del control es realitzarà a través de dues plataformes: Microsoft Visual C++ per poder realitzar simulacions des d'un PC personal i Linux que és la plataforma integrada dins la pròpia CPU de treball del robot. Es portaran a terme rutines, que representaran diferents mètodes de minimització de la funció de costos. Aquestes rutines actuaran com a simulació de les trajectòries que finalment podran ser realitzades pel robot. Primer simulem per trobar l'error mínim que dóna la funció de costos i després el robot actua.

7.1. Programa de simulació del MPC

Aquest programa s'anomena `mpc.cpp` i serà la base de totes les rutines. El que farà serà calcular en l'entorn d'un horitzó de predicció de nombre de passos determinat, el valor de les variables de posició (x , y i θ), de consignes (UE i UD) i de velocitats (Δre i Δrd) en cada instant de temps a partir dels valors inicials i dels valors procedents de les lectures del robot. També demanarà a l'usuari els valors desitjats per les variables (x , y) i ens retornarà els valors de posicionament i l'error.

La consigna serà donada amb una estructura determinada segons l'horitzó de predicció. Hi ha tres tipus d'horitzons: el curt, el mig i el llarg. Cada un té un nombre de passos i una manera concreta d'aplicar les consignes. Llavors serà el programa l'encarregat d'escollir la consigna òptima gràcies a la funció de costos que veurem més endavant. Més endavant també comentarem les característiques de cada un dels horitzons de predicció.

El programa està sotmès a tres variables: `SimularRobot`, en funció de si la tenim activada o no podrem simular o actuar directament sobre el propi robot. `Rotacio`, ens permetrà que a l'hora de girar, el robot roti sobre el seu propi eix z utilitzant consignes positives i negatives, o ve efectui un gir de forma normal utilitzant consignes positives per orientar-se. I `ErrorMinim` que permet escollir entre aplicar el mètode valor òptim o el mètode gradient.

Cal dir que en el present projecte, tant per les simulacions com per els experiments factorials el tipus de rotació que hem utilitzat és el de gir normal. Ja que amb aquesta tècnica es tarda menys temps a assolir el punt final per que es fan menys simulacions. L'inconvenient de la rotació que gira sobre el seu propi eix z és el gran nombre de simulacions que requereix aquesta tècnica per arribar al punt final, cada vegada que s'orienta al punt desitjat posa els

motors a zero, així cap roda parteix en desavantatge respecte l'altre tant en la rotació com en l'avançament recta, per això tarda més temps a assolir el punt final tot i que evita correccions de trajectòria indesitjables. Les dues tècniques són vàlides, però com que la diferència d'angles que haurem d'assolir en les trajectòries que analitzarem no són elevades utilitzarem la rotació de gir normal que va més ràpid.

Si decidim actuar directament sobre el robot (`SimularRobot = 1`) el programa envia consignes de valor zero als motors per tal de tenir el robot parat. També llegirem quin valor tenen els encoders per tenir una referència d'inici, en cas que vulguem només simular el robot aquesta funció no actuarà. Seguidament el programa demana a l'usuari les variables desitjades a assolir (x_d i y_d), podem escollir entre 1 i 4 punts, i quin és el valor de les variables inicials (x_i , y_i i θ_i) a través de la subrutina "llegirVariables". Si escollim més d'un punt el programa va guardant les variables en una taula.

Un cop introduït els valors inicials el codi entra dins un bucle que es repetirà per cada iteració (k) fins que assolim el punt final desitjat. El primer pas d'aquest bucle és mirar la diferència entre l'orientació actual i la desitjada, comprovarem si la diferència és superior a 3° . Si la diferència és superior a 3° el robot s'està desviant i haurà de corregir la seva trajectòria girant cap a l'esquerra o la dreta, permetent si està activada la variable rotació que s'utilitzin consignes positives i negatives. Si en canvi és inferior o igual a 3° el robot estarà ben orientat i continuarà anant recta, utilitzant consignes positives per avançar o girar normal. Aquesta correcció es farà a través de la subrutina que genera les consignes "initConsignesErrors" i per la subrutina de la funció de costos "minimaDiferencia", que és la que fa actuar la funció de costos de gir i rotació o la que ens permet anar recta segons si la diferència d'angles és superior a 3° , o inferior o igual a 3° , respectivament. Més endavant veurem que podem prescindir de la funció de costos de gir i rotació, segons el tipus de funció de costos que apliquem. Seguidament entrem a la subrutina que genera tot un rang de consignes possibles i que ens permetrà governar el robot.

Amb les consignes generades i el model del robot trobat anteriorment, el codi del programa ens calcularà les variables x , y i θ per cada consigna aplicada en la subrutina "Calcula_x_y_o", d'aquesta manera amb el model de funció de costos que pertoqui obtindrem el valor de les consignes òptimes que ens permeti apropar-nos més al punt desitjat, ja que buscarem les consignes que ens donin un error més petit.

Les consignes que el programa hagi considerat com a òptimes seran enviades al robot a través de la subrutina "RobotReal", si tenim activada la variable d'actuar sobre el robot, o la

subrutina que simula el model del robot "modelRobot", en cas de voler fer només la simulació. En els dos casos ens retornen el valor de les variables de posició, velocitat i consignes enviades, i es guarden en una estructura creada especialment per guardar aquests valors en cada iteració (k).

En cada iteració (k) es va imprimint per pantalla els valors de posició i error i es van emmagatzemant en uns fitxers determinats, de vegades la seqüència del bucle tarda més temps del compte. Ha de tardar 100ms, que aconseguim amb una funció i timers dissenyats per l'ocasió. A causa d'aquesta prolongació de temps, alguns valors de velocitats, increments de les distàncies de cada roda (Δr_e i Δr_d), queden adulterats amb uns pics de valors que no són els reals. Per aquest motiu, un cop tenim els valors retornats pel robot o la seva simulació, aquestes velocitats passen per un filtratge a través d'un filtre de Kalman a la subrutina "filtreKalman", dissenyada especialment per tal d'esmoreir aquest pics i les variacions d'aquests valors.

Per acabar el bucle, mirem la diferència quadràtica de les variables de posició actual i desitjades a la subrutina "comprovaError", per tal de poder buscar l'error respecte el punt desitjat. Aquest error ens indicarà si el robot es troba en el punt desitjat ja que el compararem amb la variable constant "ERROR_MAXIM", que és un valor prefixat. Si l'error és més gran que la variable "ERROR_MAXIM", llavors repetirem el bucle per la següent iteració (k+1) fins que el robot assoleixi el punt desitjat.

Un cop assolit el punt desitjat, els valors del següent punt desitjat passen a ser les coordenades desitjades i es torna a fer un càlcul de la nova trajectòria a seguir gràcies a la subrutina "novaTrajectoria", i passem a repetir el bucle principal per tal d'assolir aquest nou punt. Aquest procés s'anirà repetint per a cada punt desitjat fins que assolim tots els punts desitjats prèviament escollits.

El programa disposa de 200 iteracions (k) per poder assolir cada punt, en cas que per passar d'un punt desitjat al següent punt desitjat el robot tardi més de 200 iteracions, el mateix programa salta del bucle principal i passa a encarar el següent punt desitjat, així el robot no queda aturat a mig recorregut.

Quan el programa estima que el robot ha assolit el punt final desitjat sortim del bucle explicat anteriorment, i deixem que el robot realitzi 5 iteracions amb consigna zero. Ja que el robot porta una inèrcia i deixem que actuï perquè no es pari de cop.

Finalment es representen tots els valors de posició, consignes i velocitat de cada iteració (k) per pantalla i també es guarden en un fitxer que podrem visualitzar i representar gràficament amb el Matlab com a un arxiu tabulat.

7.2. Programa d'horitzó

Aquest programa afecta a la subrutina que genera les consignes "initConsignesErrors", ja que la manera que tenim de variar el nostre horitzó de predicció és actuant sobre les consignes que podem aplicar al robot. Disposem de tres models d'horitzó: l'horitzó curt que simula una visió del robot més pròxima, l'horitzó mig que simula una visió del robot més llunyana i l'horitzó llarg que simula una visió del robot molt més llunyana. El model curt consta de cinc períodes: tres d'increments i dos de constants. El model mig consta de vuit períodes: quatre d'increments i quatre de constants. I l'horitzó llarg consta de deu períodes, cinc d'increments i cinc de constants. Passem a veure com afecta cada un d'aquests models a l'algorisme de control.

7.2.1. Horitzó curt

Per calcular la seqüència de consignes òptima es genera una taula de possibles consignes que es puguin aplicar. Com hem comentat en l'apartat de la descripció del robot, al motor li enviarem consignes que van de 0 a 256. De 0 a 126 són per velocitats negatives, 127 velocitat nul·la i de 128 a 256 per velocitats positives. Si només treballem amb consignes positives, la consigna màxima que es pot enviar és de 128. Com que l'estructura d'aquest horitzó arriba a donar tres cops la consigna, es considerarà un valor màxim de 40 per increment, doncs el sistema només accepta nombres enters com a consignes i no es volen utilitzar valors propers a la saturació. Per tant, es genera una matriu 41 per 41, de 0 a 40 i de 0 a 40, on s'inclouran els 1681 valors possibles per combinatòria. Es podria treballar amb més resolució, però no es considera necessari ja que les consignes a donar al sistema són nombres enters del 127 al 250. La consigna 127 és per velocitats nul·les i de 128 a 250 per velocitats positives. Aquest programa comença sempre amb una consigna de l'estat anterior igual a zero. Quan es facin simulacions de diversos passos tindrem en compte la consigna anterior i incrementarem el valor de la consigna que trobem, posant la condició que aquest increment no excedeixi de 128 ni sigui inferior a 0. Per tant, veient la Figura 15, l'increment de consigna màxim podrà ser la tercera part de la diferència entre la consigna màxima i la consigna anterior U_i , i l'increment de consigna mínim serà la tercera part de la consigna anterior.

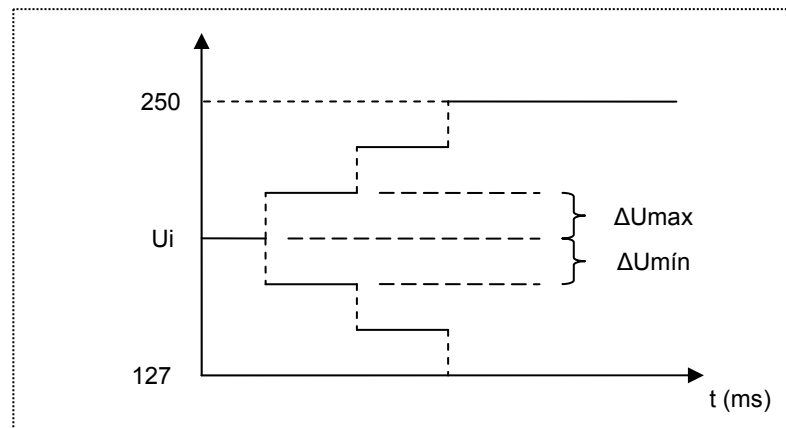


Figura 15. Estructura horitzó curt

7.2.2. Horitzó mig

Ens podem trobar en situacions en que la limitació de l'horitzó no ens permeti trobar la trajectòria òptima per arribar a l'estat desitjat. L'horitzó mig serà un horitzó que permetrà tenir un camp de visió més gran. L'estructura d'aquest horitzó pot arribar a donar quatre cops la consigna, si la consigna màxima que es pot enviar en consignes positives és de 128, considerem un valor màxim de 30 per increment, per no treballar amb valors propers a la saturació. Per tant, es generarà una matriu de 31 per 31, de 0 a 30 i de 0 a 30, on s'inclouran 961 valors possibles per combinatòria. Veient la Figura 16, l'increment de consigna màxim podrà ser la quarta part de la diferència entre la consigna màxima i la consigna anterior U_i , i l'increment de consigna mínim serà la quarta part de la consigna anterior. Com que els increments de consigna són més petits, tindrem un control més suau.

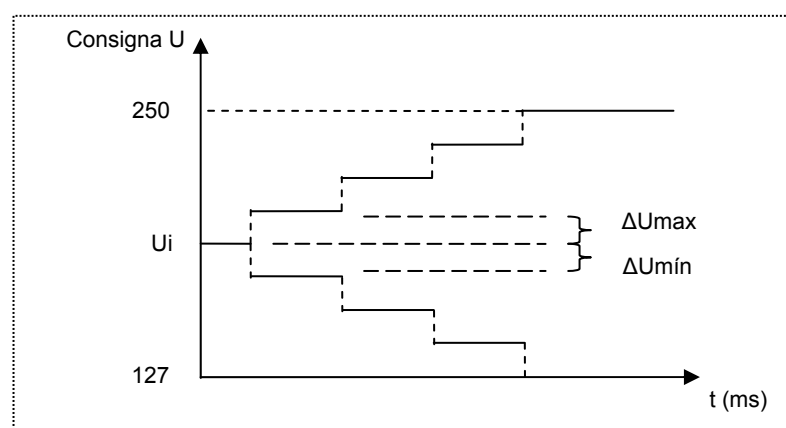


Figura 16. Estructura horitzó mig

7.2.3. Horitzó llarg

L'estructura de l'horitzó llarg pot arribar a donar la cinquena part de la consigna màxima, el valor màxim d'increment serà de 24. Es generarà una matriu de 25 per 25, de 0 a 24 i de 0 a 24, on s'inclouran 625 possibles combinacions de consigna. Veient la Figura 17, l'increment de consigna màxim podrà ser la cinquena part de la diferència entre la consigna màxima i la consigna anterior U_i , i l'increment de consigna mínim serà la cinquena part de la consigna anterior.

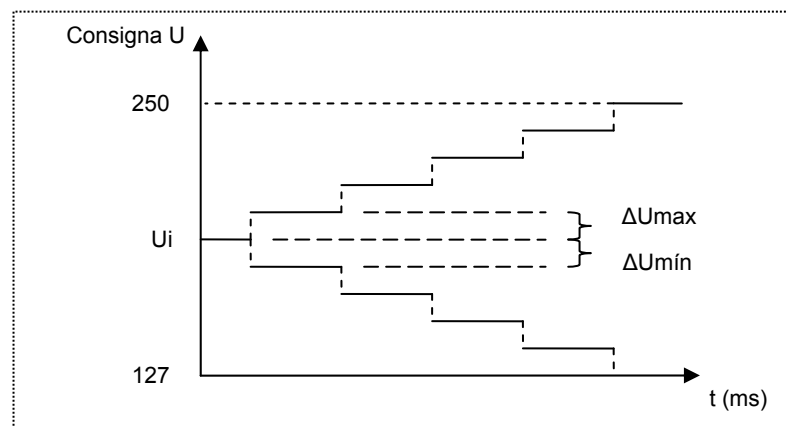


Figura 17. Estructura horitzó llarg

Vists les limitacions estructurals de la seqüència de consignes que tenim, segons l'horitzó de predicció que escollim, notem que; com més lluny sigui l'horitzó, l'estructura estarà més limitada, els increments de consigna seran més petits, el control serà més suau i el robot tardarà més a arribar al seu destí.

7.3. Programa de cerca de l'error

Aquest programa afecta a la subrutina que calcula el mínim error a partir de la funció de costos, aquesta subrutina s'anomena "minimaDiferencia". Aquesta subrutina calcula les consignes òptimes per que, amb l'horitzó de predicció que s'ha determinat, l'error entre les variables desitjades i les variables predites pel programa de simulació siguin el mínim. Disposem de dos mètodes per trobar l'error: mètode valor òptim i mètode gradient.

7.3.1. Mètode valor òptim

Aquest mètode calcula l'error de totes les combinacions de consigna que hi hagi en una iteració. Aquest error es calcularà a partir de la funció de costos que hi hagi a la subrutina i es guardarà en una taula d'errors. De tots els errors que hi hagi en aquesta taula, el programa trobarà el valor més petit, que serà l'error mínim. Aquest mètode podria ser relativament lent, segons l'horitzó de predicció que utilitzem, haurà de fer 1681, 961 o 625 simulacions si utilitzem l'horitzó curt, mig o llarg, respectivament. I podria ser possible que excedís el període del sistema. Tot i així, en les proves de simulació i en els experiments amb el robot, aquests problemes no ens han sortit. Per tant considerem que pot ser un mètode pràctic per tal de trobar les consignes òptimes.

7.3.2. Mètode gradient

Aquest mètode té el mateix objectiu que el mètode valor òptim, trobar la seqüència de consignes òptima que donin un error mínim per realitzar el seguiment de la trajectòria. Però utilitzant la tècnica del gradient per tal d'agilitar els càlculs i hagi de realitzar menys simulacions.

A la taula d'errors, es genera una taula de x per x , segons l'horitzó, amb els valors de les possibles consignes. El programa es situa en el punt mig de la taula i llavors calcula l'error dels vuit valors que té al voltant, que serien els punts veïns, realitzant la simulació amb les consignes a cada punt. El punt mig, juntament amb els altres 8 punts veïns formen un quadrat, que es podria dividir en quatre quadrants de quatre valors cada un. En cada quadrant apareixeria el punt del mig. Llavors suma els errors de cada punt de cada quadrant, sense sumar-hi el punt del mig. El quadrant que tingui l'error més petit serà la direcció desplaçament, el programa entén que cap a aquella direcció es troben els valors més petits, la funció error té un pendent descendent cap a aquella direcció. Cap a aquella direcció es formarà un altra quadrat, i es posarà en el seu centre i tornarà a realitzar el mateix procés, tantes vegades com facin falta fins que la taula resultant sigui prou petita.

D'aquesta manera minimitzem els càlculs i es permet una major velocitat d'obtenció de resultats, la qual cosa pot ser molt útil a l'hora de treballar en temps real.

El que farà doncs és realitzar la iteració $x^{(k+1)} = x^{(k)} + t^{(k)} \cdot \Delta x^{(k)}$, sent t la longitud de salt, que correspondrà a la meitat de la diagonal del següent quadrant i $\Delta x^{(k)}$ la direcció de salt, que serà el quadrant que s'esculli per continuar la iteració.

7.4. Funcions de costos

La funció de costos serà la funció que permet trobar l'error en cada període per totes les combinacions de consignes, per poder escollir el valor mínim d'aquest amb qualsevol dels dos mètodes explicats anteriorment. Es realitzarà a partir de la subrutina "Calcula_x_y_o", que és l'encarregada de calcular les variables x , y i θ per cada iteració. Aquesta subrutina mira el valor predit al final de l'horitzó de predicció. Tot seguit explicarem totes les funcions de costos que hem utilitzat per fer l'estudi del control predictiu.

7.4.1. Funció de costos distància a la trajectòria

Aquesta funció estarà formada per dos factors: l'aproximació al punt destí (dif) i la distància a la trajectòria rectilínia ($distTrj$). La funció de costos distància a la trajectòria s'expressa de la forma de l'Equació 70.

$$difTot^2 = dif^2 + dif^2 \cdot distTrj^2 \quad (\text{Eq. 70})$$

El factor aproximació al punt destí, dif^2 , compara el valor predit al final de l'horitzó de predicció (x , y) amb els valors desitjats (x_d , y_d) i calcula la suma dels quadrats de l'error total de cada variables. Tal com podem veure a l'Equació 71. El seu resultat ens donarà l'error respecte a la posició final.

$$dif^2 = (x_d - x)^2 + (y_d - y)^2 \quad (\text{Eq. 71})$$

El factor distància a la trajectòria rectilínia calcula la distància que hi ha entre una recta rectilínia que representa la trajectòria que ha de seguir la simulació del robot i el punt on es trobi en cada període. Per calcular aquest factor generem una trajectòria rectilínia que va del punt inicial fins al punt desitjat, això permetrà minimitzar la distància del valor predit al valor desitjat i a més minimitzar la distància d'aquest valor a la recta que conté la trajectòria generada.

Per portar a terme aquest factor, primer es calcula la recta que ens servirà de trajectòria a partir de les coordenades inicials (x_i, y_i) i les coordenades desitjades (x_d, y_d) . Com podem veure a la Figura 18.

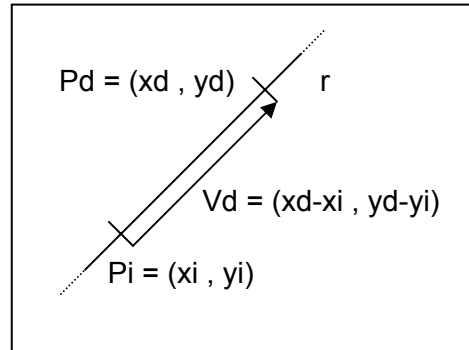


Figura 18. Recta de la trajectòria

La recta r que passa per aquests dos punts tindrà com a vector director $V_d = (x_d - x_i, y_d - y_i)$. A partir d'un punt (P_i) i un vector director (V_d) , podem trobar les equacions paramètriques de la recta, tal com es veu a l'Equació 72.

$$\begin{cases} x = x_i + (x_d - x_i) \cdot t \\ y = y_i + (y_d - y_i) \cdot t \end{cases} \quad (\text{Eq. 72})$$

A partir de les equacions paramètriques que s'observen a l'Equació 72, es pot trobar l'equació implícita de la recta. Primer caldrà aïllar i igualar ambdues t , tal com es veu a l'Equació 73.

$$\frac{x - x_i}{x_d - x_i} = \frac{y - y_i}{y_d - y_i} \quad (\text{Eq. 73})$$

Operant amb l'Equació 73 obtinguda al fer aquestes operacions, es pot trobar la forma que tindrà l'equació implícita de la recta, veure Equació 74.

$$\begin{cases} Ax + By + C = 0 \\ \text{on} \\ A = (y_d - y_i) \\ B = (x_i - x_d) \\ C = (y_i \cdot x_d) - (x_i \cdot y_d) \end{cases} \quad (\text{Eq. 74})$$

Llavors buscarem el valor quadràtic de la distància del punt predit (x_p, y_p) a la recta prèviament fitada, gràcies a la subrutina “distanciaTrj”. Això es pot fer a partir de la fórmula que ens dona aquesta distància a partir de l'equació implícita de la recta i les coordenades del punt a analitzar, veure Equació 75.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{distTrj}^2(P,r) = \frac{(A \cdot x_p + B \cdot y_p + C)^2}{A^2 + B^2} \\ \text{on} \\ r : Ax + By + C = 0 \\ P = (x_p, y_p) \end{array} \right. \quad (\text{Eq. 75})$$

El factor aproximació al punt destí serà utilitzat com a factor de ponderació. Així es podrà plantejar una suma entre el factor aproximació al punt destí (dif) i el producte entre aquest factor (dif) i el factor de la distància a la trajectòria rectilínia, tal com es pot veure a l'equació 70. D'aquesta manera es normalitza la funció de costos, ja que li donem un pes al factor de la distància a la trajectòria rectilínia per no restar-li importància.

7.4.2. Funció de costos diferència d'orientació

Aquesta funció de costos estarà formada pels factors aproximació al punt destí (dif) i el factor diferència d'orientació (odif2). La funció de costos diferència d'orientació s'expressa de la següent forma.

$$\text{difTot}^2 = \text{dif}^2 + \text{dif}^2 \cdot \frac{\text{odif2}^2}{0,025} \quad (\text{Eq. 76})$$

El factor diferència d'orientació (odif2) compara el valor de l'angle predit al final de l'horitzó de predicció (o) amb el valor de l'angle desitjat (od2) en cada període. Amb l'angle desitjat sabrem quin hauria de ser l'angle correcta per tal d'orientar-se correctament cap al punt desitjat. Tal com es veu a l'Equació 77.

$$\text{odif2}^2 = (\text{od2} - o)^2 \quad (\text{Eq. 77})$$

El factor diferència d'orientació serà utilitzat com a factor de ponderació. En un primer moment vam realitzar proves dividint odif2 per 0,052 que correspon a 3° en radiants. Per que, com veurem més endavant, quan el robot es desvia uns 3° de l'angle desitjat de cada

coordenada entrada al programa per que sigui seguida pel robot, entra en funcionament una altra funció de costos anomenada funció de gir i rotació (Aquesta funció serà comentada més endavant). Aquesta funció t'escull les consignes que donen el valor mínim de la diferència entre l'angle predit al final de l'horitzó de predicció (θ) i l'angle desitjat (θ_d) en cada coordenada que assignem a l'inici de funcionament del programa. Però els resultats no eren del tot satisfactoris, per tant ens vam decidir a donar més pes al factor diferència d'orientació i vam trobar que si el dividíem per 0,025 obteníem uns bons resultats. D'aquesta manera li donem un pes determinant a l'orientació del robot, primant per sobre del factor aproximació al punt destí.

7.4.3. Funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria

Aquesta funció de costos té la mateixa filosofia que la funció de costos distància a la trajectòria, però en comptes de mirar l'error mínim en l'últim període de l'horitzó de predicció, aquesta mira el valor quadràtic de l'error acumulat del factor de la distància a la trajectòria rectilínia ($dist_{Trj}$) per tots els períodes de l'horitzó de predicció. Fent una suma d'aquest valor en tots els períodes de l'horitzó de predicció i dividint-lo pel nombre de períodes obtenim un resultat més orientatiu de l'error mínim de la distància a la trajectòria, així tenim una predicció de la simulació del punt on s'ha de dirigir el robot. Pel factor aproximació al punt destí (dif), només tindrem en compte l'últim període de l'horitzó de predicció. Aquesta funció s'ajusta més a la teoria del control predictiu. A l'Equació 78 podem veure la funció resultant, dif correspon al factor aproximació al punt destí i $errorAcDistTraj$ a l'error acumulat de la distància a la trajectòria.

$$difTot^2 = dif^2 + dif^2 \cdot errorAcDistTraj \quad (Eq. 78)$$

7.4.4. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació

Per aquesta funció de costos seguirem la mateixa metodologia que l'error acumulat de la distància a la trajectòria. Es mira el valor quadràtic de l'error acumulat de la diferència d'orientació ($odif^2$) per tots els períodes de l'horitzó de predicció. Es fa la suma d'aquest valor en tots els períodes de l'horitzó de predicció i es divideix pel nombre de períodes de l'horitzó de predicció. A l'Equació 79 podem veure la fórmula d'aquesta funció de costos; dif correspon al factor aproximació al punt destí tenint en compte només l'últim període de l'horitzó de predicció i $errorAcOrientacio$ a l'error acumulat de la diferència d'orientació.

D'aquesta manera tenim una predicció més orientativa i s'ajusta més a la teoria del control predictiu.

$$\text{difTot}^2 = \text{dif}^2 + \text{dif}^2 \cdot \frac{\text{errorAcOrientacio}}{0,025} \quad (\text{Eq. 79})$$

7.4.5. Funció de costos de gir i rotació

Aquesta funció de costos trobarà l'error mínim quan el robot efectui un gir o una rotació sobre el seu propi eix z. Aquesta funció de costos només serà aplicada quan la diferència de l'angle desitjat i l'angle actual sigui superior a 3°. A partir de la subrutina "Calcula_x_y_o" es mira el valor de l'angle predit al final de l'horitzó de predicció (o) i es compara amb el valor de l'angle desitjat (od), d'aquesta manera, tal i com s'observa a l'Equació 80, la funció de costos buscarà el valor quadràtic de la diferència d'angles, per tal d'escollir-ne el mínim amb qualsevol dels dos mètodes.

$$\text{odif}^2 = (\text{od} - \text{o})^2 \quad (\text{Eq. 80})$$

La diferència entre aquesta funció i la de l'angle orientació es troba en que per la de l'angle orientació, el valor de l'angle desitjat correspon a l'angle desitjat en cada període. En canvi en la funció de costos de gir i rotació, l'angle desitjat correspon a l'angle desitjat de cada coordenada que volem que passi el robot.

A les simulacions, aquesta funció de costos només s'ha utilitzat com a alternativa de la funció de costos de la distància trajectòria, de l'angle orientació i de l'error acumulat de la distància de la trajectòria per tots els períodes de l'horitzó de predicció. Com que per la funció de costos de l'error acumulat de l'angle orientació en tots els períodes de l'horitzó de predicció hem vist que hem obtingut bons resultats sense utilitzar la funció de costos de gir i rotació, en els experiments de laboratori, on hem estudiat els mètodes factorials, per la funció de costos de l'angle orientació tampoc l'hem utilitzat. Per tant en els experiments factorials aquesta funció de costos només s'ha utilitzat com a alternativa de la funció de costos de la distància trajectòria i de l'error acumulat de la distància de la trajectòria per tots els períodes de l'horitzó de predicció.

8. CONDICIONS CONTRACTIVES

Abans de procedir a realitzar simulacions de trajectòries i a experimentar amb el robot, comentarem les condicions contractives que fan aturar el robot en el moment que arriba a un punt desitjat de les coordenades que hem prefixat per que recorri una trajectòria o en el moment que arriba al punt final. Les condicions contractives permeten que quan el robot arribi en el punt desitjat, aquest s'orienti de manera que pugui recórrer la trajectòria amb la millor precisió possible i permeti passar per espais reduïts. Per aturar-se en aquests punts, el programa té unes condicions de convergència cap al punt objectiu basades en les pròpies condicions contractives, que consideren un apropament al punt final tant pel que fa a les coordenades mètriques com a la desviació angular. Aquestes condicions es troben a la funció `comprovaError` que hem comentat a l'apartat 7.1, Programa de simulació del MPC.

Les condicions per que el robot s'aturi en un punt de la coordenada o al punt final de manera que quedi ben orientat es basaran en el factor aproximació al punt destí, Equació 71. Com hem comentat anteriorment, aquest factor compara el valor predit al final de l'horitzó de predicció (x, y) amb els valors desitjats (x_d, y_d) , i en fa una suma dels quadrats del valor de la comparació de cada variable. D'aquesta manera obtenim una estimació de l'error que hi ha entre el punt que ens trobem i el punt final.

Les condicions per que el robot s'aturi en un punt i s'orienti serà que el factor aproximació al punt destí sigui més petit o igual que la variable `ERROR_MAXIM`, que serà un valor prefixat a 20. O, com que la zona morta ens arribarà a afectar, moltes vegades ens trobarem que ha de recórrer una trajectòria de varis punts i, tot i que ha arribat en aquest punt el robot no se n'adona i no reacciona per anar cap al següent punt. Per resoldre aquest problema posem la condició que si passa un cert nombre d'iteracions, el robot pot donar per fet que ha arribat a un punt desitjat i ja pot començar a dirigir-se cap al punt següent. El màxim nombre d'iteracions que podrà fer el robot serà de 800, un cop arribi a fer aquest nombre d'iteracions el robot donarà per fet que ha arribat al punt final.

9. SIMULACIÓ DE TRAJECTÒRIES AMB EL MÈTODE VALOR ÒPTIM I EL GRADIENT

En el següent apartat analitzarem els resultats que hem obtingut simulant diverses trajectòries. Variant la funció de costos i el mètode per trobar l'error mínim.

9.1. Resultats aplicant la funció de costos distància a la trajectòria

La primera funció de costos que analitzarem és la distància a la trajectòria, Equació 70.

En la següent simulació, s'ha assignat una trajectòria rectilínia d'un punt: (0, 200). El robot surt de la posició inicial (0, 0) i la orientació de 90°.

Les següents gràfiques són els resultats que hem obtingut aplicant el mètode valor òptim.

La Figura 19 mostra la simulació de la trajectòria que realitzaria el robot. Com podem veure, per aquest mètode el robot és força precís en el seguiment de la trajectòria, ja que és força recta i només hi ha una petita desviació quan arriba als 140 cm de l'eix y, més endavant el robot es corregeix per arribar al punt final. Aquesta desviació és tant petita que a l'hora de portar la funció a la pràctica no influeix en la fidelitat del traçat de la trajectòria.

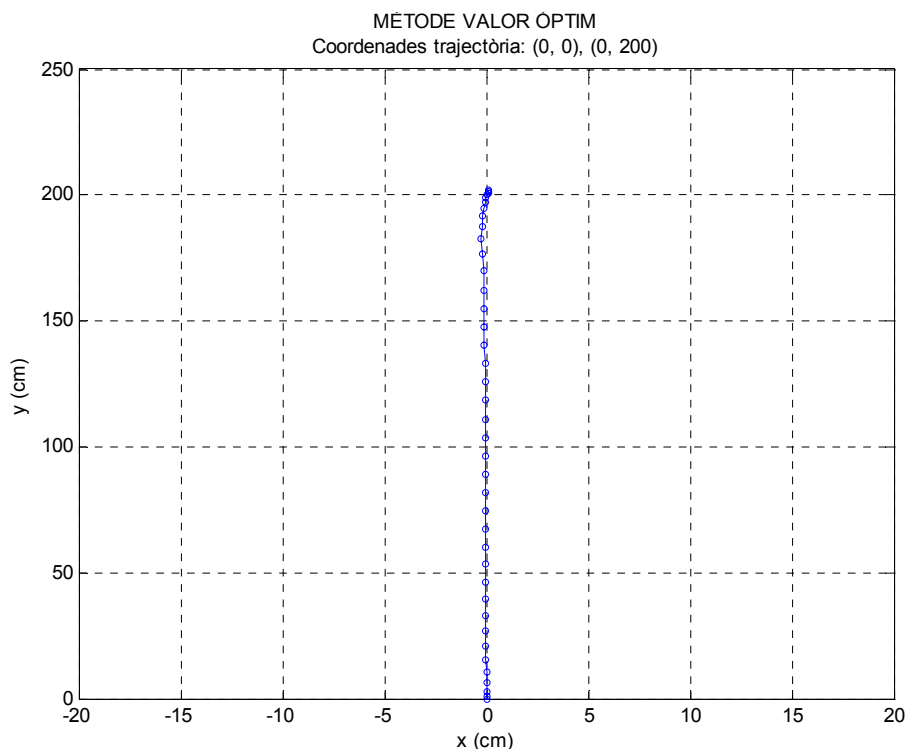


Figura 19. Simulació de la trajectòria

La Figura 20 mostra l'orientació del robot. La orientació inicial és de 90° (1,57 rad) i estem realitzant una trajectòria rectilínia. Com podem veure el robot es desvia poc de la seva trajectòria ja que dels 1,57 rad inicials els manté fins que arriba a uns 2,5 segons, en aquell moment el robot es desvia i l'angle d'orientació va baixant fins arribar a uns 1,525 rad. Com podem veure la diferència entre els dos angles és molt baixa.

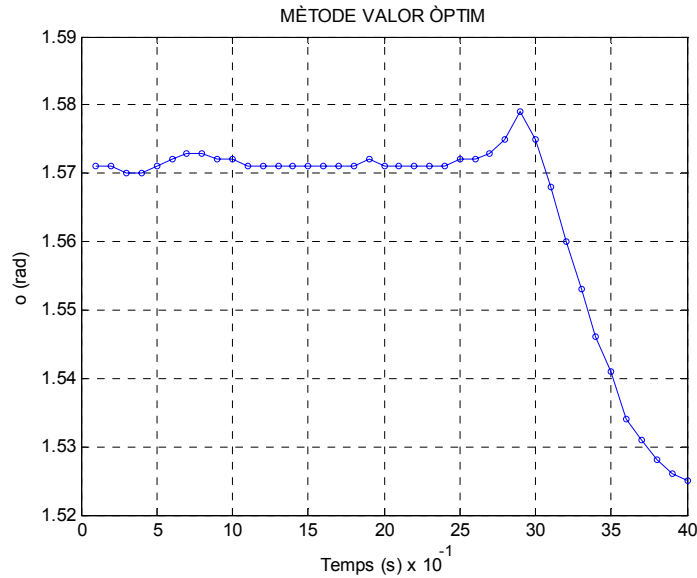


Figura 20. Simulació de la orientació del robot

La Figura 21 mostra les consignes que obtenim en cada període per seguir la trajectòria. Com podem veure amb aquest mètode tenim un comportament molt suau, on les consignes són constants. El robot tarda 3,5 segons en arribar al punt final.

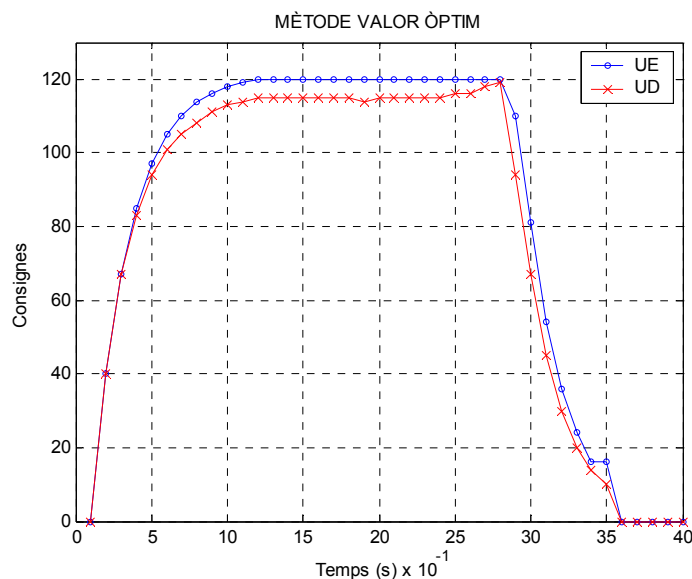


Figura 21. Consignes de les rodes

La Figura 22 mostra les velocitats de les rodes esquerra i dreta del robot. Com hem vist a la gràfica de les consignes, amb aquest mètode el robot té un comportament suau. No hi ha variacions imprevistes de velocitats, sinó que va augmentant progressivament a l'arrencada fins a arribar als 1,2 segons en que la velocitat passa a ser constant. Quan arriba als 2,8 segons comença a frenar per que està arribant al punt final. La velocitat de les dues rodes són força similars, excepte quan arriba als 2,6 segons en que la roda dreta va una mica més ràpid i comença a desviar-se, i als 3 segons, en que la velocitat de la roda esquerra és una mica més elevada, ja que en aquell moment es comença a adonar de que s'ha desviat de la trajectòria i comença a redreçar la seva posició.

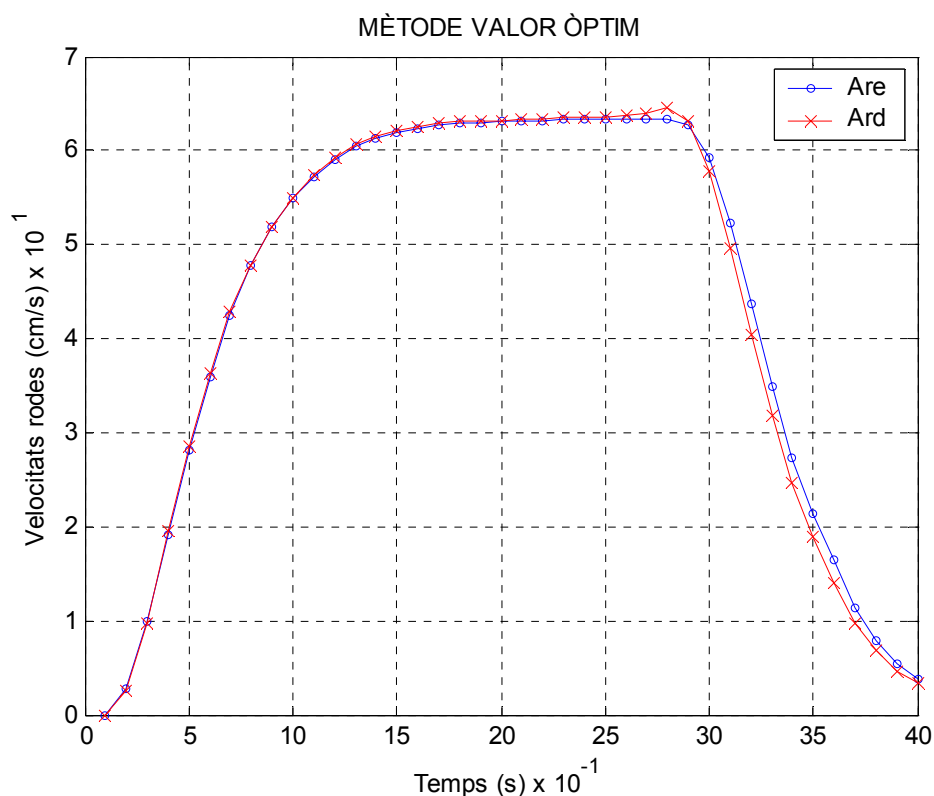


Figura 22. Velocitat de les rodes

Les següents figures mostren els resultats de la simulació aplicant el mètode gradient.

La Figura 23 mostra la simulació de la trajectòria que realitzaria el robot. Com podem veure, amb aquest mètode el robot és més precís que en el mètode òptim. A simple vista no podem apreciar una desviació de la trajectòria.

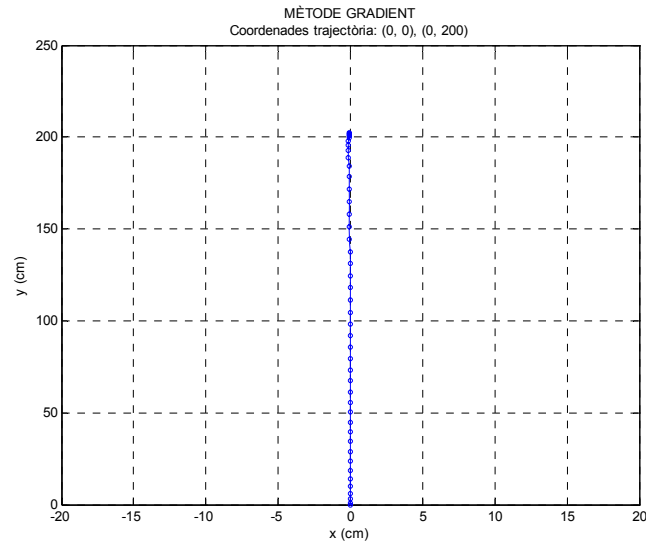


Figura 23. Simulació de la trajectòria

La Figura 24 mostra la orientació del robot. Com hem comentat abans la orientació inicial és de 90° (1,57 rad) i la trajectòria és una recta perpendicular. La desviació d'angle és molt petita, es manté constant ja que les variacions que va tenint són com a màxim de 0,007 rad. Per tant es desvia menys de la trajectòria.

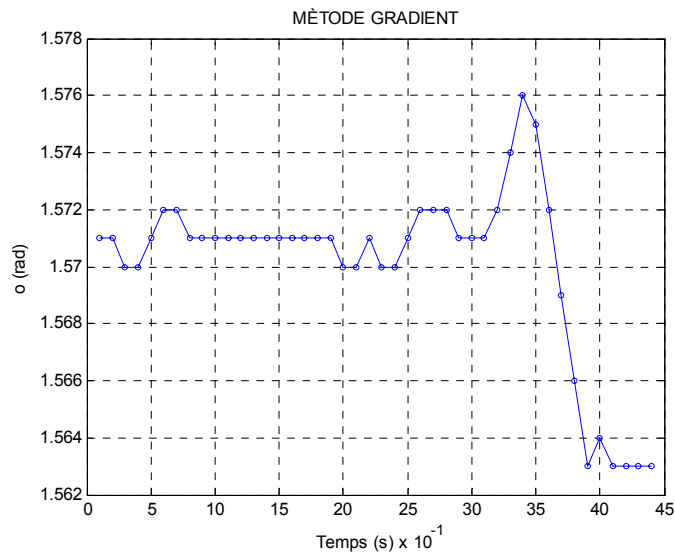


Figura 24. Simulació de la orientació del robot

La Figura 25 mostra les consignes que li apliquem al robot en la simulació. En aquest mètode el comportament deixa de ser suau, hi ha moltes pujades i baixades de consignes que fa que el robot sigui més lent. El robot tarda 3,9 segons en arribar al punt final.

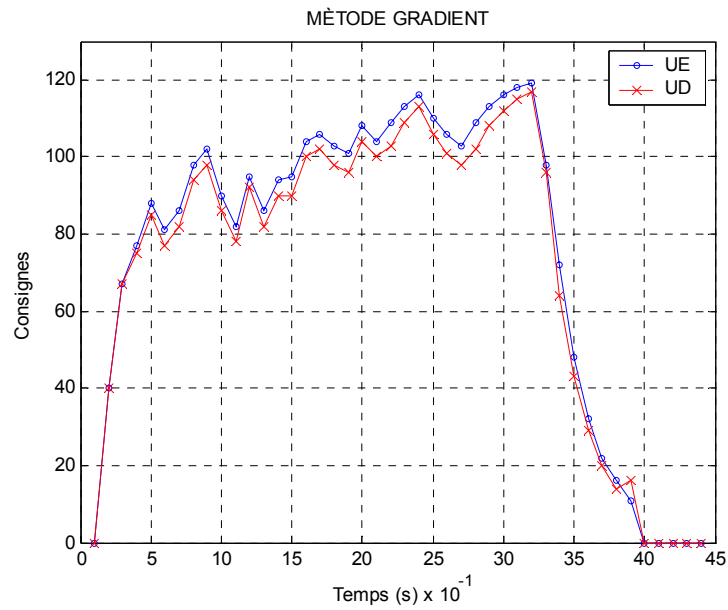


Figura 25. Consignes de les rodes

La Figura 26 mostra les velocitats de les rodes esquerra i dreta del robot. Com podem veure el comportament de la simulació no és tant suau com en el mètode òptim. La velocitat tendeixen a augmentar un cop ha passat un segon, període en que arrenca, fins arribar als 3,3 segons que comença a frenar. La velocitat de les dues rodes són similars, el qual demostra que no hi ha una variació de la trajectòria.

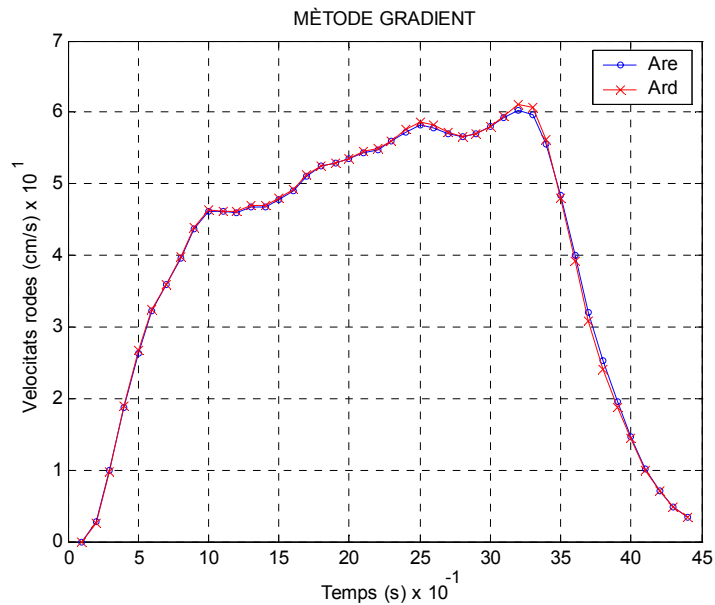


Figura 26. Velocitat de les rodes

La següent simulació que analitzarem serà la trajectòria en que el robot ha de passar per les coordenades: (0, 0), (0, 100) i (-50, 200). La orientació inicial del robot és de 90° .

Les següents gràfiques són les simulacions amb el mètode valor òptim.

La Figura 27 mostra la trajectòria que realitza la simulació per seguir les coordenades (0, 0), (0, 100) i (-50, 200). Com podem veure, el recorregut que realitza del punt inicial a la coordenada (0, 100), el fa amb una bona precisió. Quan arriba a la coordenada (0, 100) té que girar per dirigir-se cap al punt final provocant un lògica distància entre la recta ideal i la trajectòria que està recorrent. Tot hi això, a mesura que es va apropant al punt final la trajectòria va disminuint aquesta distància.

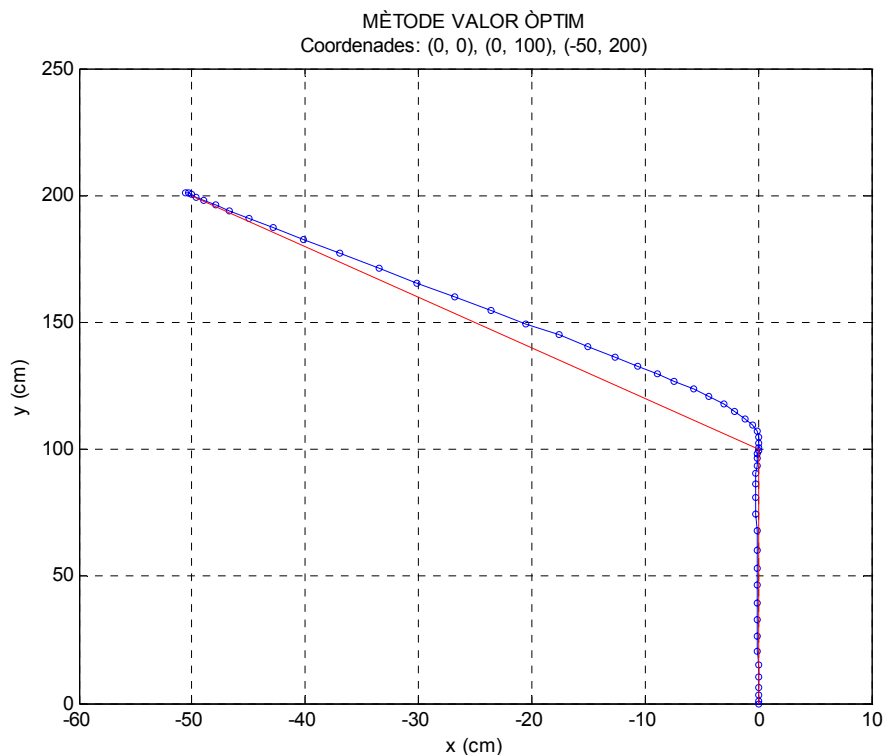


Figura 27. Simulació de la trajectòria

A la Figura 28 es veu la orientació del robot en la simulació. Hi ha un moment en la trajectòria que la simulació té que canviar el seu sentit de gir per dirigir-se al punt (0, 100). Això provoca una petita vall en l'orientació, dels 1,6 als 2,3 segons. Després, comença a girar per dirigir-se al punt final. Com podem veure, el gir que realitza la simulació per dirigir-se cap al punt final és molt suau.

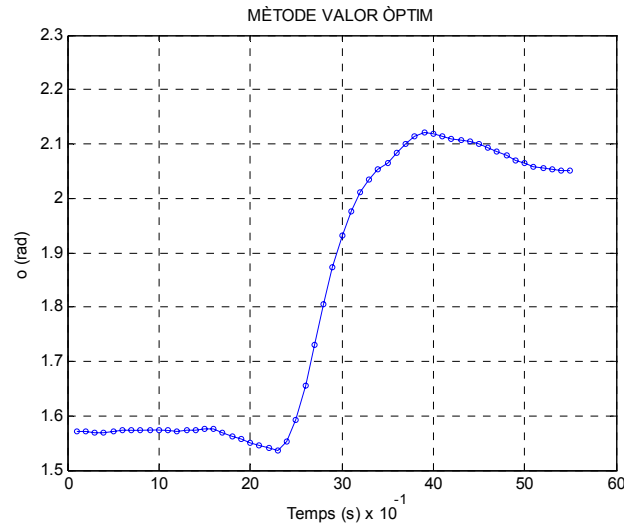


Figura 28. Simulació de la orientació del robot

La Figura 29 mostra les consignes que li apliquem a la simulació del robot. Del punt inicial al punt (0, 100) el control és molt suau ja que hi han absències de pics. Però un cop ha passat aquest punt comença a girar, i en aquest moment podem veure que per la consigna dreta hi han pics i per la esquerra segueix un control més suau. El robot tarda 5 segons en arribar al punt final.

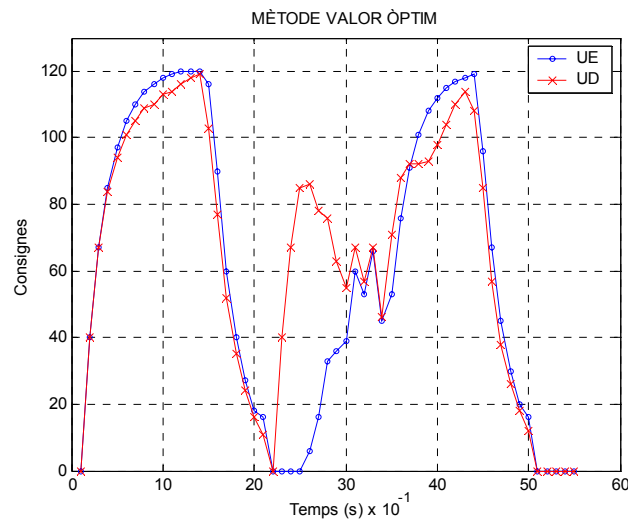


Figura 29. Consignes de les rodes

La Figura 30 mostra les velocitats de la roda dreta i esquerra de la simulació del robot. Com podem veure durant 2,3 segons la velocitat de les dues rodes són similars, però el robot es va desviant. Un cop ha passat aquest temps, el robot se n'adona i corregeix la trajectòria augmentant la velocitat de la roda dreta ja que ha de començar a girar, passant per la coordenada (0, 100) i dirigint-se al punt final. Als 4 segons les dues rodes tornen a anar a

una velocitat similar ja que la simulació del robot ha aconseguit orientar-se per arribar al punt final.

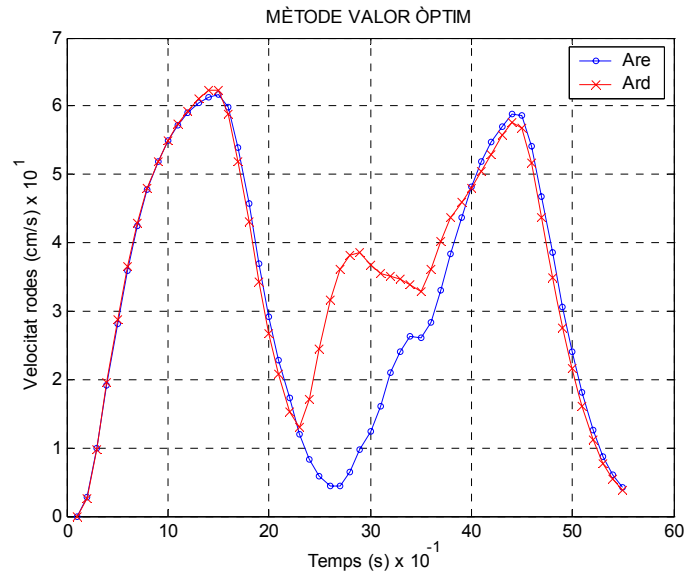


Figura 30. Velocitat de les rodes

Les següents gràfiques són les simulacions amb el mètode gradient.

La Figura 31 mostra la simulació de la trajectòria que segueix el robot per passar per les coordenades. Si comparem el mètode valor òptim i gradient veurem que el seguiment de la trajectòria és molt similar. Però el mètode gradient és més precís, com veiem del punt inicial a la coordenada (0, 100) el robot no es desvia.

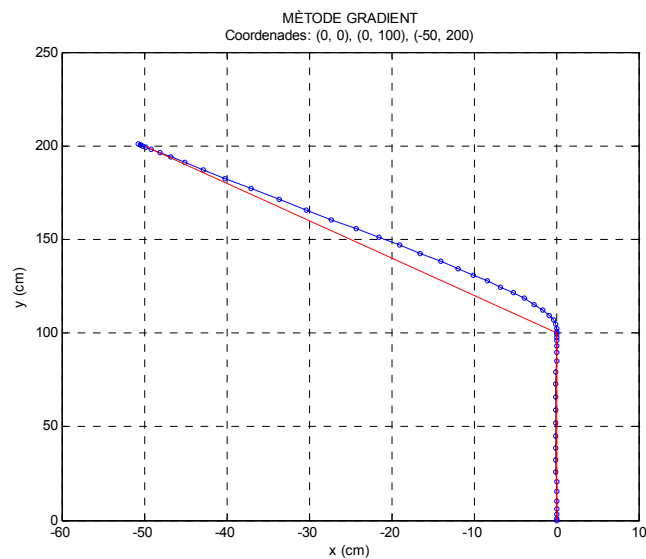


Figura 31. Simulació de la trajectòria

La Figura 32 mostra l'orientació de la simulació del robot. En aquest cas les orientacions del mètode valor òptim i gradient també són similars. Però per el mètode gradient, la vall que hi havia per la correcció de la trajectòria per passar per la coordenada (0, 100) desapareix. Provocant que la orientació inicial es mantingui constant fins que arriba el moment que ha de girar per arribar al punt final. El gir continua sent molt suau.

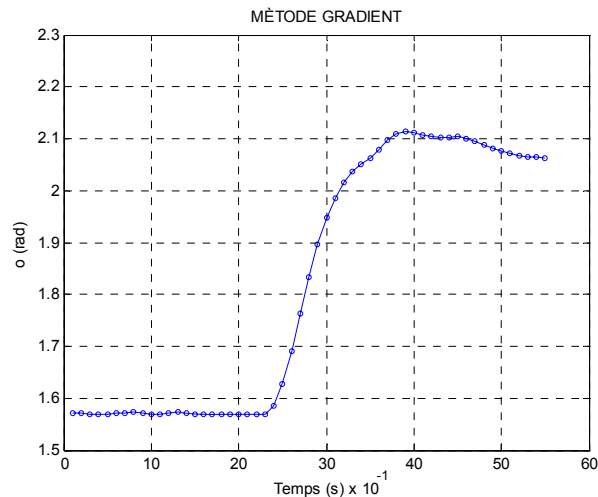


Figura 32. Simulació de la orientació del robot

La Figura 33 mostra les consignes que li apliquem a la simulació del robot. En aquest cas es poden veure més diferències entre els dos mètodes. Del punt inicial a la coordenada (0, 100) el control no és suau, hi han diferències de pics. Un cop passen 2,2 segons el robot comença a girar per dirigir-se al punt final i apareix algun pic per la consigna dreta. En aquest tram els pics que apareixen no són tant bruscos i constants. El robot tarda 5 segons en arribar al punt final.

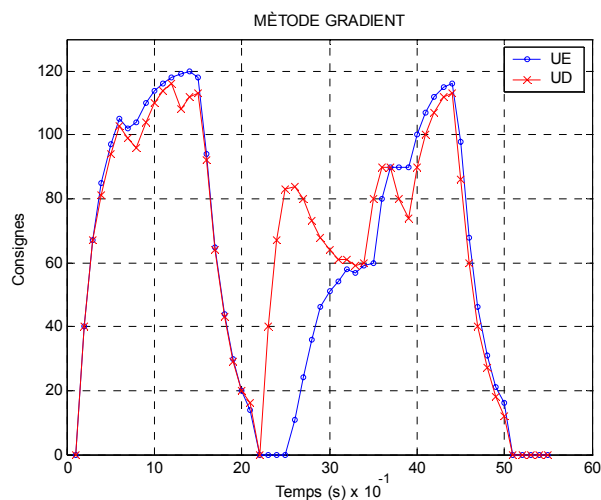


Figura 33. Consignes de les rodes

La Figura 34 mostra les velocitats de la roda dreta i esquerra del robot. En aquest cas el mètode valor òptim i gradient són similars, amb la diferència que el mètode gradient té un control més suau i en els trams on la velocitat de les dues eren similars aquesta vegada són més iguals.

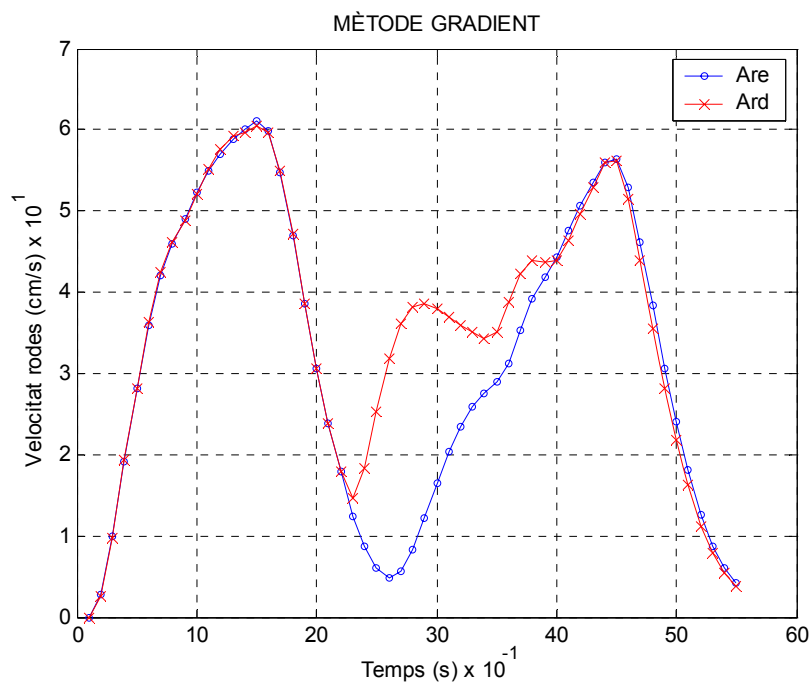


Figura 34. Velocitat de les rodes

Les següents gràfiques mostren els resultats de les simulacions que hem obtingut assignant al programa les coordenades: (25, 50), (25, 100), (0, 150) i (0, 200). El robot parteix del punt inicial (0, 0) i la orientació de 90°.

Per les següents gràfiques hem utilitzat el mètode valor òptim.

La Figura 35 mostra el recorregut que simula el robot per seguir les següents coordenades: (0, 0), (25, 50), (25, 100), (0, 150), (0, 200). Com podem veure el robot va seguint la trajectòria amb una desviació en cada una de les rectes que hi ha entre una coordenada i una altra. Les coordenades (25, 50) i (0, 150) són les que s'aproxima més el robot a l'hora de passar per aquests punts. El punt final l'acaba passant de llarg però per una distància molt petita.

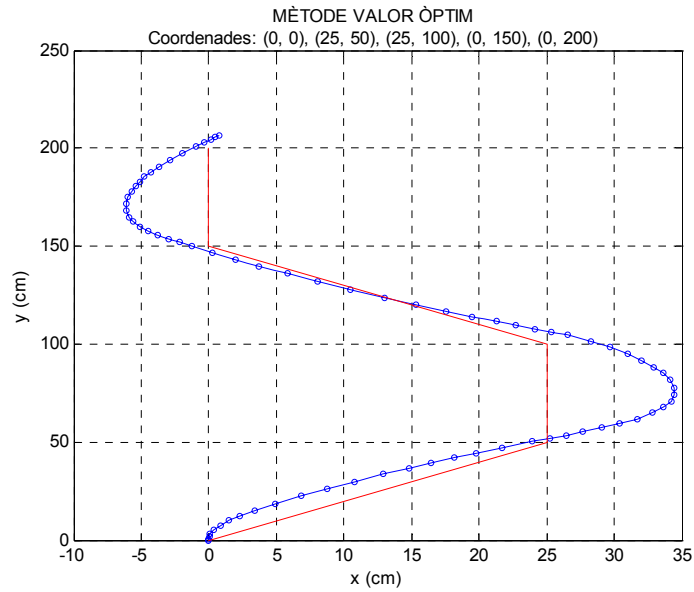


Figura 35. Simulació de la trajectòria

La Figura 36 mostra la simulació de l'orientació del robot. Com podem veure els girs que realitza per passar per les coordenades no són tant suaus com amb el mètode gradient, tal com veurem més endavant. Provocant unes pujades i baixades (variacions d'angle) que no són progressives en el temps.

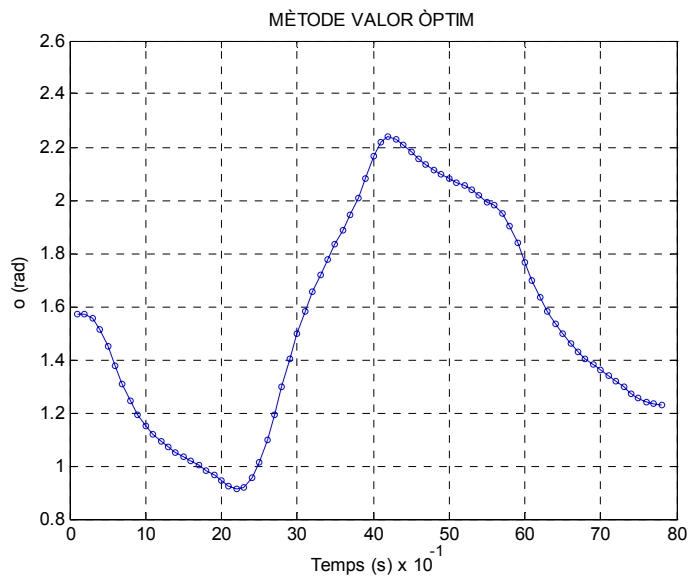


Figura 36. Simulació de la orientació del robot

La Figura 37 mostra les consignes que se li aplica a la simulació del robot. Com podem veure el control no és suau, hi ha tota una sèrie de pics a les consignes de les dues rodes que van canviant el seu valor durant el transcurs de tota la simulació. El robot tarda 7,3 segons en arribar al punt final.

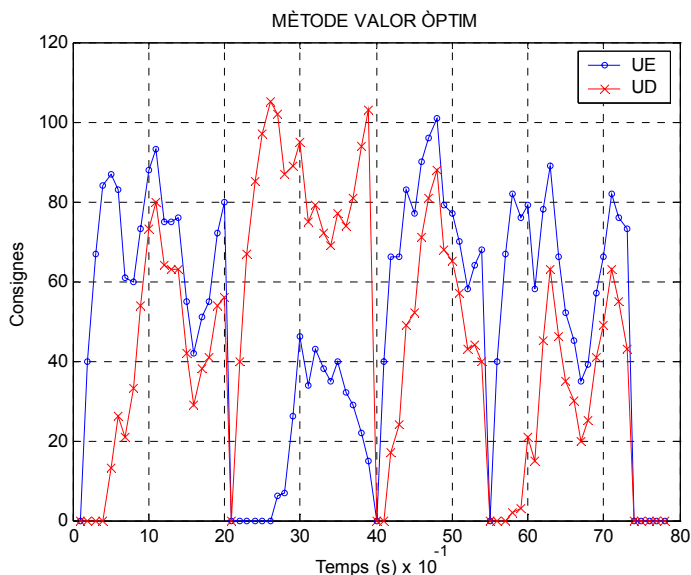


Figura 37. Consignes de les rodes

La Figura 38 mostra la simulació de la velocitat de les dues rodes del robot. Com podem veure hi ha forces períodes on van apareixent unes valls degut a que el robot ha d'anar corregint la seva trajectòria per anar-se orientant, aquest fet provoca que el robot no segueixi amb exactitud la trajectòria, degut a les característiques dinàmiques del robot.

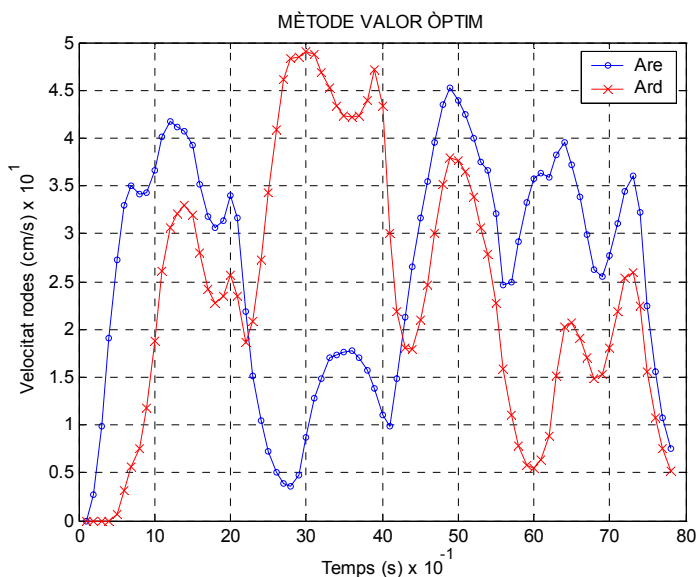


Figura 38. Velocitat de les rodes

Els següents resultats són amb el mètode gradient.

La Figura 39 mostra el recorregut que simula el robot per seguir la trajectòria. Com podem veure el robot no té un seguiment del tot precís degut a que ha d'anar girant per orientar-se cada vegada que passa per una coordenada. Les coordenades (25, 50) i (0, 150) segueixen sent els punts on el robot s'aproxima més, però a diferència del mètode valor òptim, en el mètode gradient no només s'hi aproxima sinó que acaba passant per les coordenades. A més amb aquest mètode de la coordenada (25, 50) a la (25, 100) el robot gira menys i obtenim una millor precisió.

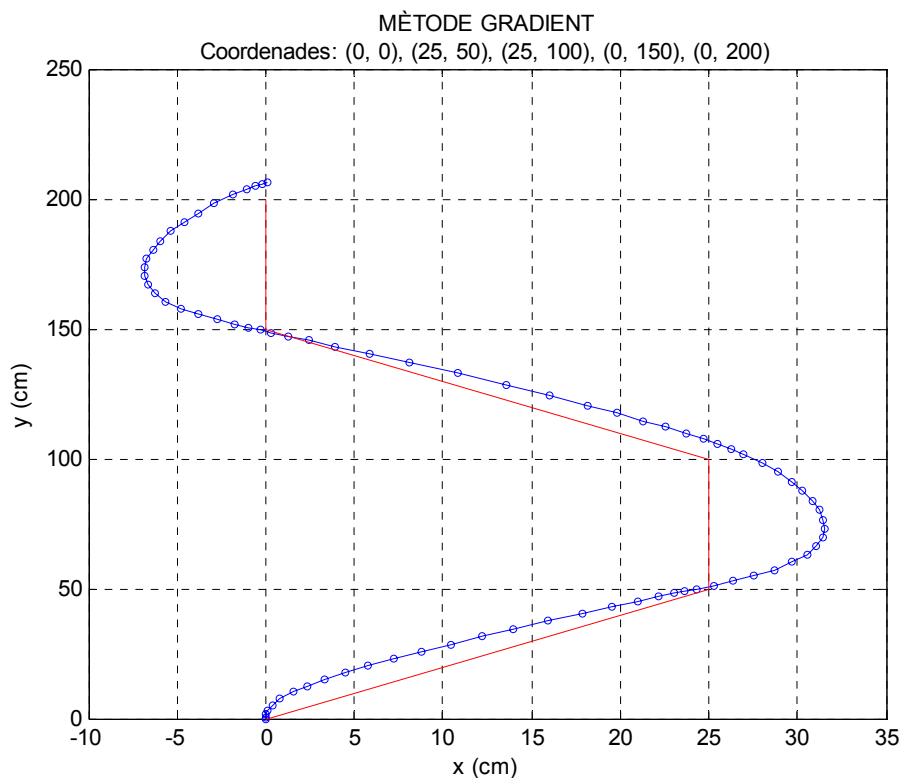


Figura 39. Simulació de la trajectòria

A la Figura 40 podem veure la simulació de l'orientació del robot. Com podem veure els girs que realitza per passar per les coordenades són més suaus que amb el mètode valor òptim. Les variacions d'angle que realitza en els girs varien d'una manera més progressiva.

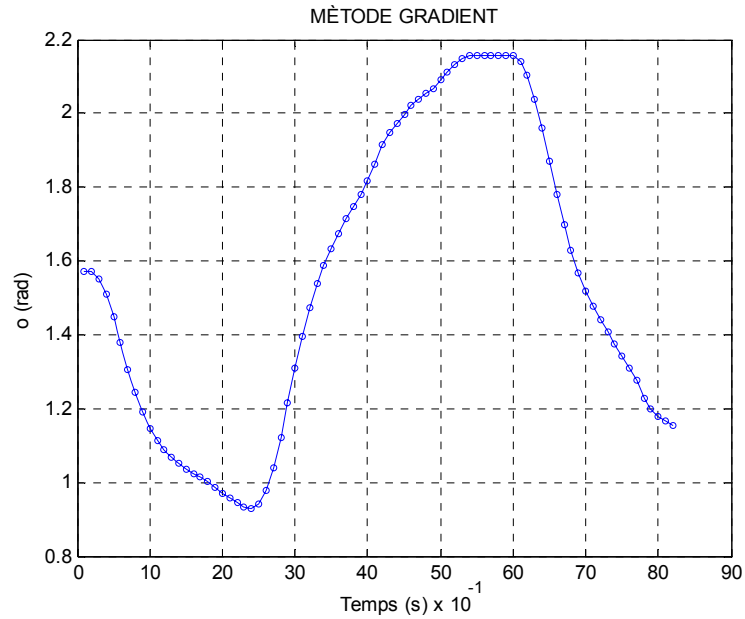


Figura 40. Simulació de la orientació del robot

La Figura 41 mostra les consignes que se li aplica a la simulació del robot. Com podem veure el control és més suau ja que hi ha menys pics en els canvis de gir. Cada vegada que gira per canviar la seva orientació ho fa d'una manera més suau i amb les aparicions d'alguna vall que ajuden a que hi hagi una absència de pics constants.

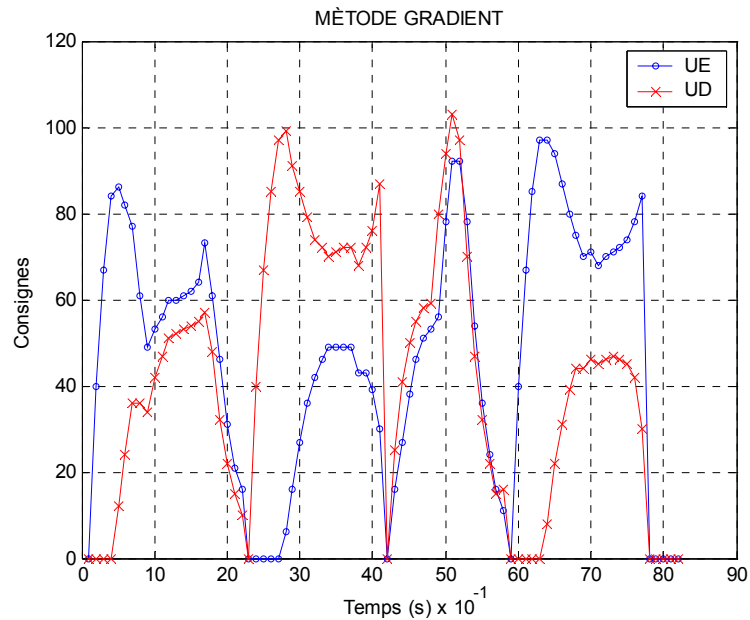


Figura 41. Consignes de les rodes

La Figura 42 mostra les velocitats de la roda esquerra i dreta de la simulació del robot. Com podem veure continuen apareixent les valls pels canvis d'orientació que fa el robot al girar, però en són menys i duren més temps. Això demostra que el control en aquest mètode és més suau que amb el mètode valor òptim. El robot tarda 7,7 segons en arribar al punt final.

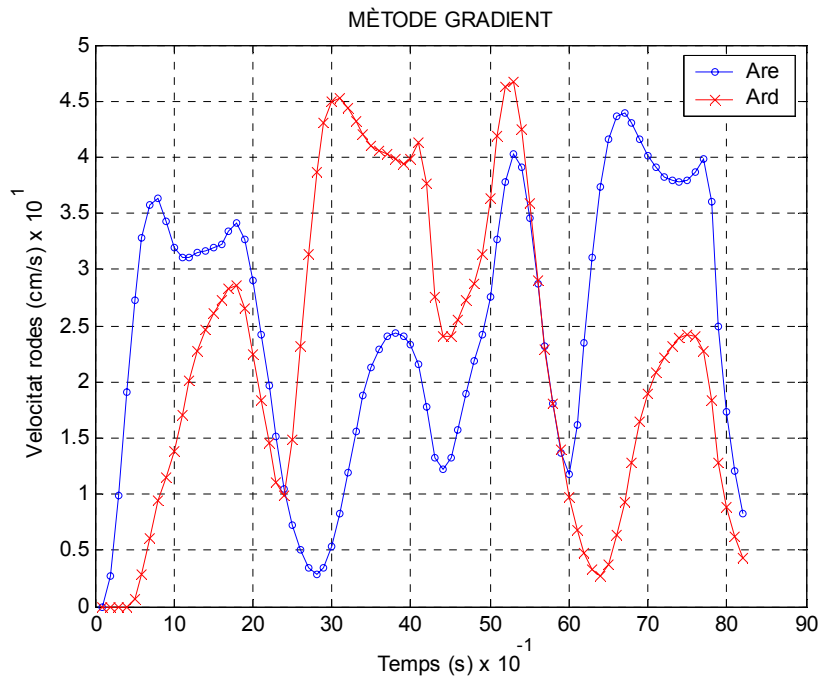


Figura 42. Velocitat de les rodes

9.2. Resultats aplicant la funció de costos diferència d'orientació

Els següents resultats que analitzarem són simulacions de diverses trajectòries utilitzant la funció de costos diferència d'orientació, Equació 76.

La primera simulació que analitzarem és la trajectòria d'un sol punt. El robot es desplaça del punt inicial (0, 0) al punt final (0, 200). La orientació inicial del robot és de 90°.

Les gràfiques següents són els resultats aplicant el mètode valor òptim.

La Figura 43 mostra la trajectòria que seguiria el robot en la simulació. Com podem veure hi ha una desviació respecte a la trajectòria rectilínia que hauria de seguir. Però durant el transcurs del recorregut aconseguix corregir la trajectòria per arribar al punt final.

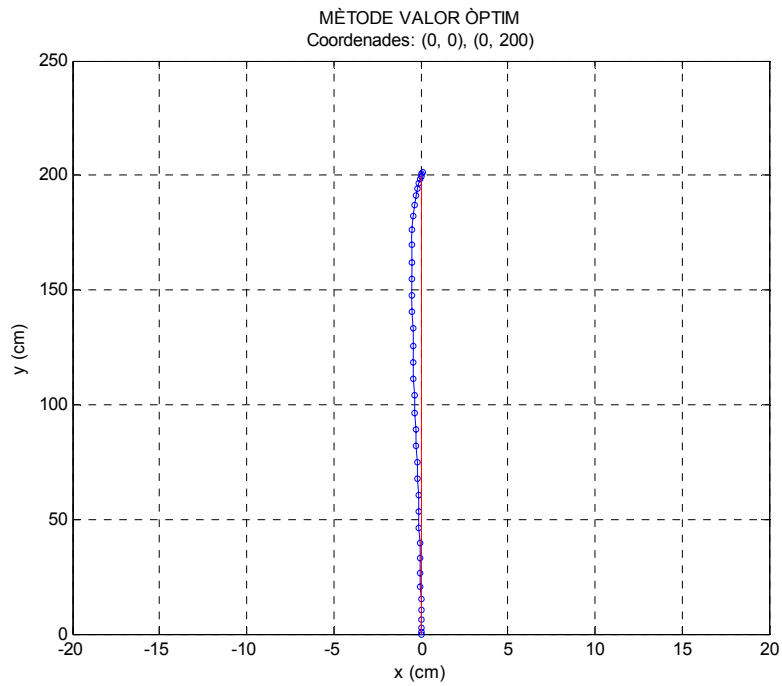


Figura 43. Simulació de la trajectòria

La Figura 44 mostra l'orientació de la simulació del robot. La orientació inicial és de 90° (1,57 rad) i estem realitzant una trajectòria rectilínia. No aconsegueix mantenir aquest valor constant ja que es va desviant de la trajectòria. Quan arriba als 2,8 segons comença a adreçar la trajectòria fins a arribar a un angle d'uns 1,52 rad.

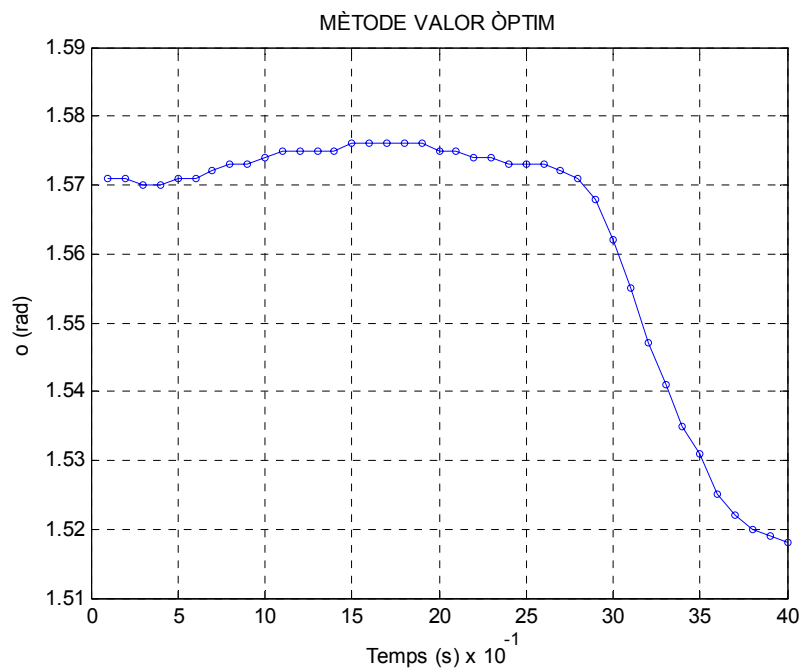


Figura 44. Simulació de la orientació del robot

Tot seguit, a la Figura 45, veiem les consignes que se li aplica a la simulació del robot. Com podem veure amb aquest mètode tenim un comportament suau, on les consignes són constants. El robot tarda 3,5 segons en arribar al punt final.

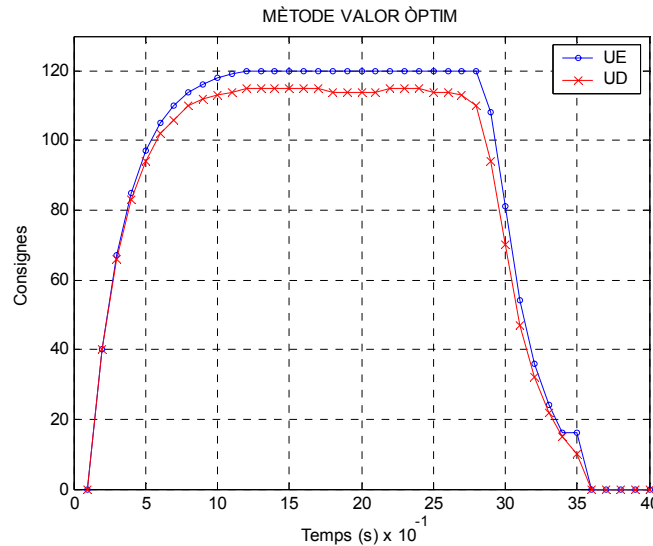


Figura 45. Consignes de les rodes

La Figura 46 mostra les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot. Com s'ha vist a la gràfica de les consignes, el comportament del robot és suau. El robot no té variacions de velocitats brusques, ja que l'arrencada és suau i constant, als 1,2 segons s'estabilitza la velocitat fins arribar als 2,9 segons en que comença a frenar per girar cap al punt final. Les velocitats de les dues rodes són força similars, però a partir dels 2,9 segons la roda esquerra té una velocitat una mica més alta que la dreta.

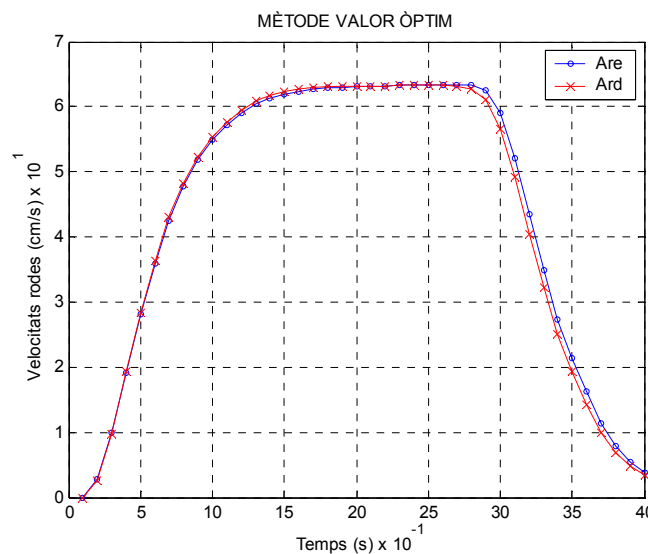


Figura 46. Velocitat de les rodes

Les següents figures mostren els resultats de la simulació aplicant el mètode gradient.

A la Figura 47 podem veure el recorregut que fa el robot en la simulació per seguir la trajectòria. Com podem veure es desvia molt menys que el mètode valor òptim. La desviació que hi ha és molt petita i el robot rectifica la seva petita desviació arribant al punt final.

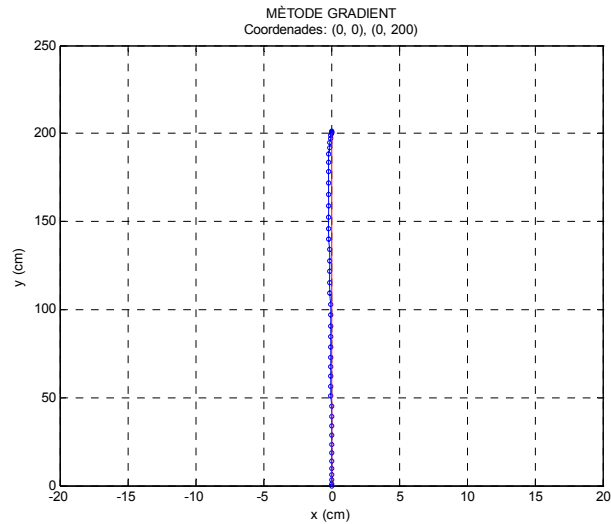


Figura 47. Simulació de la trajectòria

La Figura 48 mostra l'orientació de la simulació del robot. Com podem veure l'angle es manté força constant. En el punt inicial el robot té una orientació de 90° (1,57 rad), aquest valor es manté fins als 3,3 segons. A partir d'aquí el robot comença a girar disminuint l'angle fins a arribar a uns 1,55 rad. La diferència entre l'angle inicial i el final és de 0,02 rad, és una diferència molt petita.

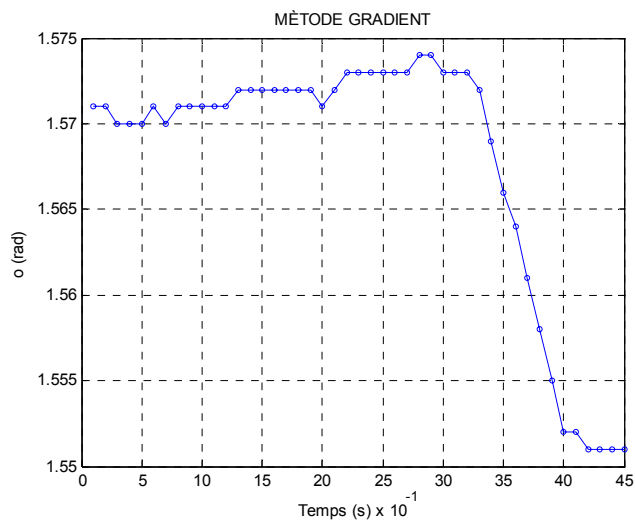


Figura 48. Simulació de la orientació del robot

La Figura 49 mostra les consignes que li apliquem al robot en la simulació. En aquest mètode el control del robot no és suau, hi ha moltes pujades i baixades de pics que fan que el robot vagi més lent. El robot tarda 4 segons en arribar al punt final.

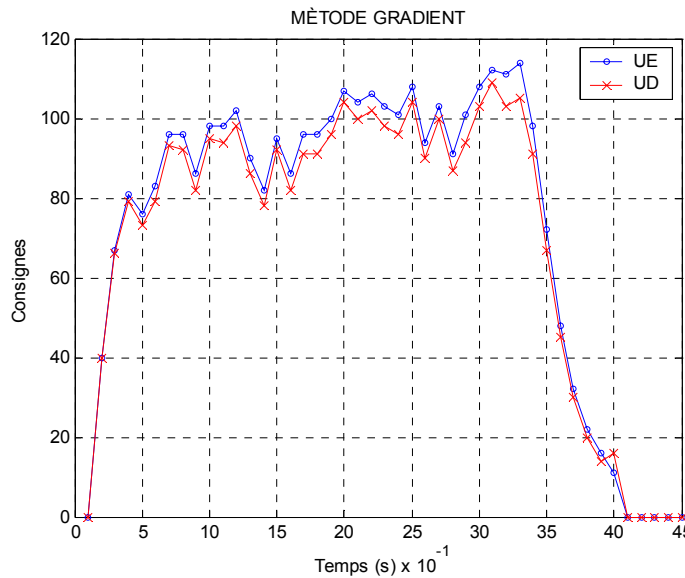


Figura 49. Consignes de les rodes

La Figura 50 mostra les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot. Com hem comentat a la gràfica de les consignes, el robot no té un comportament suau. Un cop ha accelerat, fins a 1 segon, es comença a moure a una velocitat que tendeix a augmentar fins a arribar als 3,4 segons. A partir d'aquí comença disminuir la seva velocitat per que va frenant. Les velocitats de les dues rodes són molt similars ja que es desvia molt poc de la trajectòria.

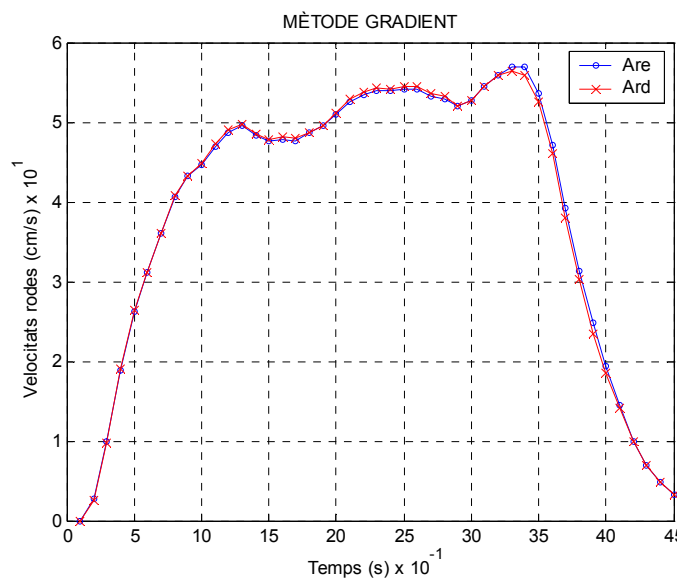


Figura 50. Velocitat de les rodes

Les següents gràfiques mostren els resultats de la simulació del robot que recorre les següents coordenades: (0, 0), (0, 100) i (-50, 200). La orientació inicial del robot és de 90° .

Els resultats següents són aplicant el mètode òptim.

La Figura 51 mostra el recorregut que simula el robot per seguir les següents coordenades: (0, 0), (0, 100) i (-50, 200). Com podem veure, el traçat que recorre la simulació de la trajectòria és força precís. Del punt inicial a la coordenada (0, 100) té tendència a desviar-se cap a l'esquerra. Però quan es va apropant al punt (0, 100), va corregint la desviació fins que passa per aquella coordenada i llavors es prepara per girar. De la coordenada (0, 100) al punt final es desvia de la trajectòria a causa del gir, però té prou temps per orientar-se per passar pel punt final.

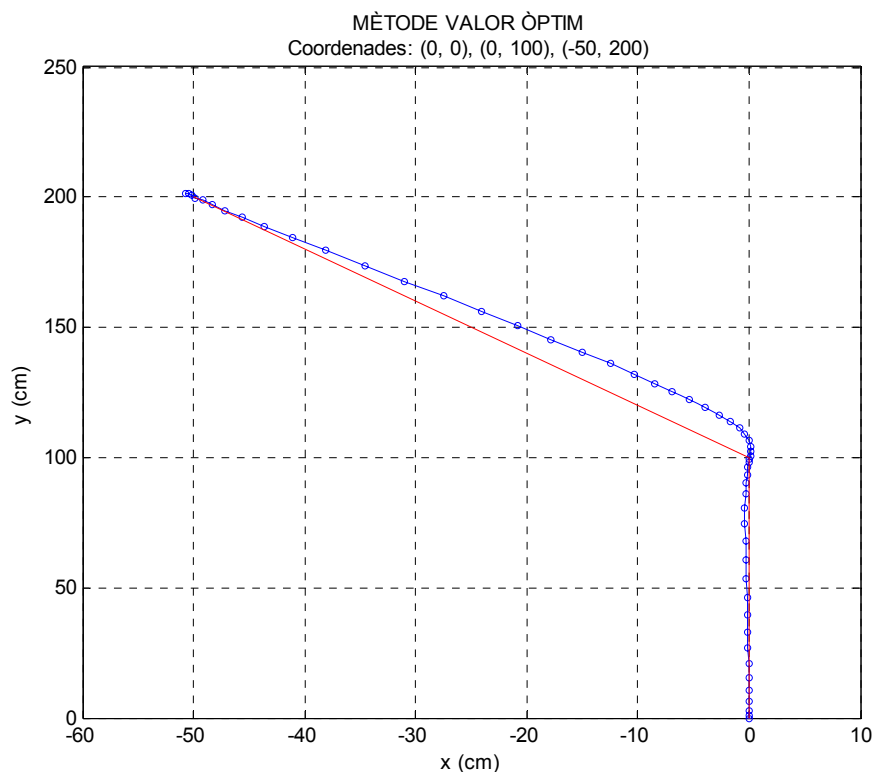


Figura 51. Simulació de la trajectòria

La Figura 52 mostra la orientació del robot en la simulació. Degut a la tendència de desviar-se cap a l'esquerra que pateix la simulació del robot, dels 1,5 als 2,3 segons apareix una petita vall. Després comença a canviar el sentit de gir per passar per la coordenada (0, 100) i girar per orientar-se cap al punt final. Com podem veure aquest gir és suau.

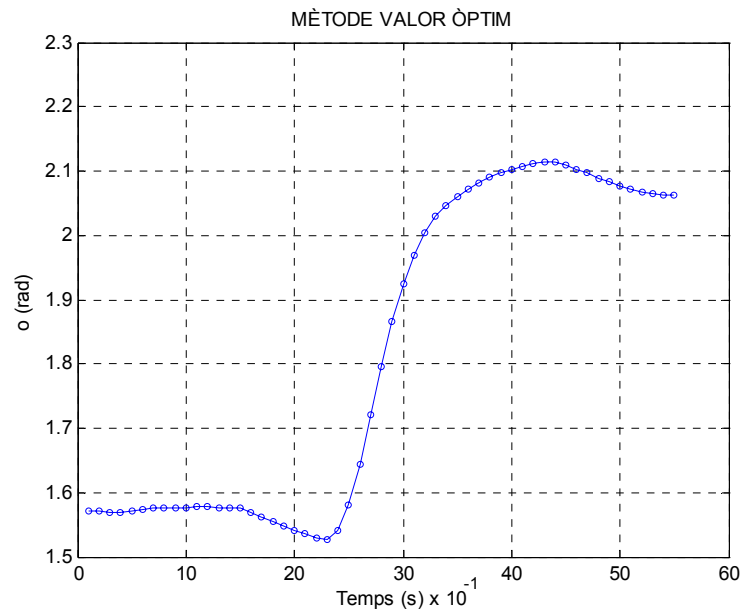


Figura 52. Simulació de la orientació del robot

La Figura 53 mostra les consignes que se li aplica a la simulació del robot. Com podem veure el control del robot és suau. Dels 2,2 als 3,4 segons hi ha una sèrie de pics a la consigna dreta degut a que el robot està canviant el seu sentit de gir per orientar-se cap al punt final. Aquests pics tenen unes pujades i baixades suaus. El robot tarda 5 segons en arribar al punt final.

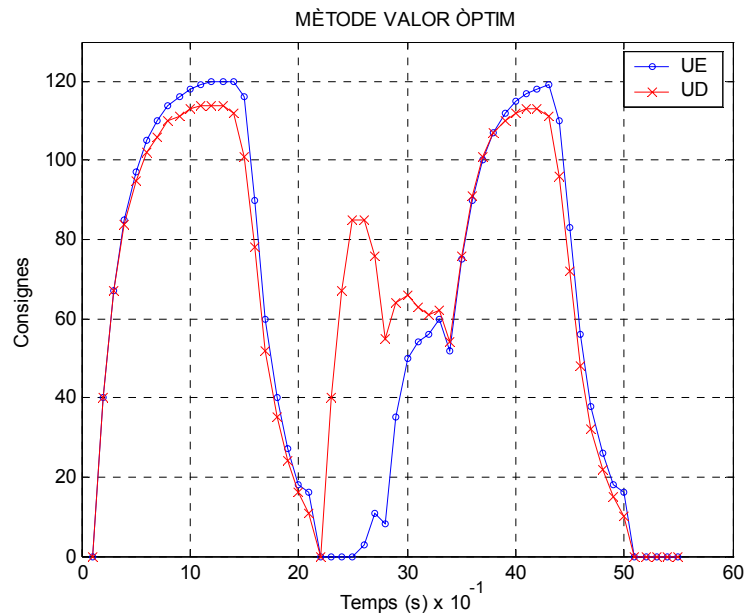


Figura 53. Consignes de les rodes

La Figura 54 mostra les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot. Com podem veure des de l'instant inicial fins als 2,3 segons, les dues rodes van a una velocitat similar. Aquest període correspon al tram que va del punt inicial fins a la coordenada (0, 100). Però un cop han passat els 2,3 segons la velocitat de la roda dreta és més elevada que la esquerra ja que ha de començar a girar per dirigir-se al punt final passant abans per la coordenada (0, 100). A mesura que es va apropant al punt final la velocitat de les dues rodes es van igualant.

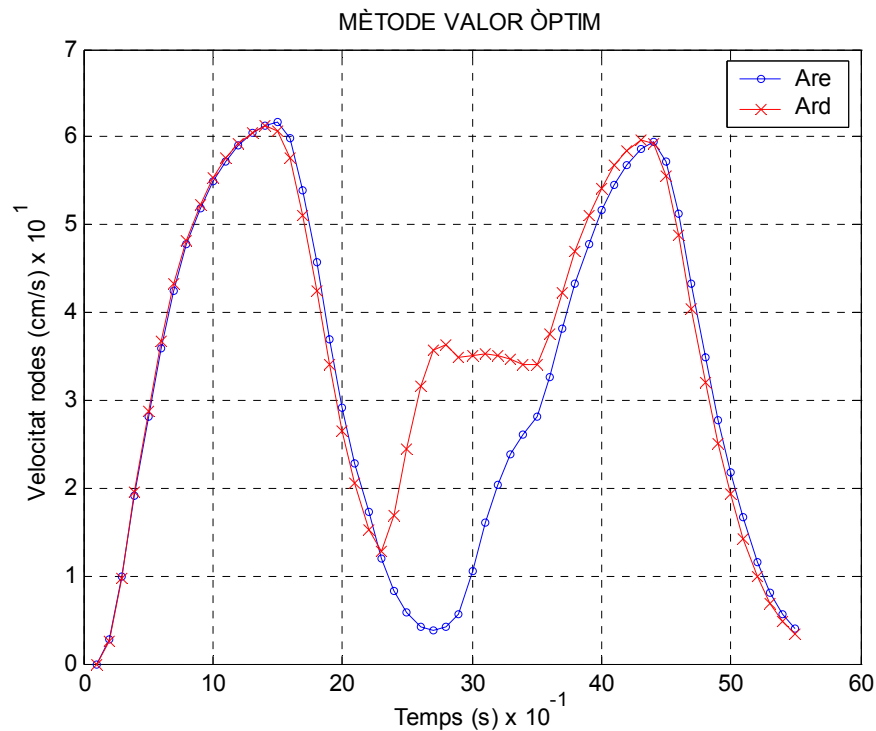


Figura 54. Velocitat de les rodes

Les següents gràfiques són aplicant el mètode gradient.

La Figura 55 mostra la simulació del recorregut que realitza el robot per seguir les coordenades de la trajectòria. Si comparem el mètode valor òptim i gradient veurem que el seguiment de la trajectòria és molt similar. Però, com podem veure, en el mètode gradient tenim més bona precisió de la trajectòria, ja que en la recta que va del punt inicial a la coordenada (0, 100) el robot no es desvia.

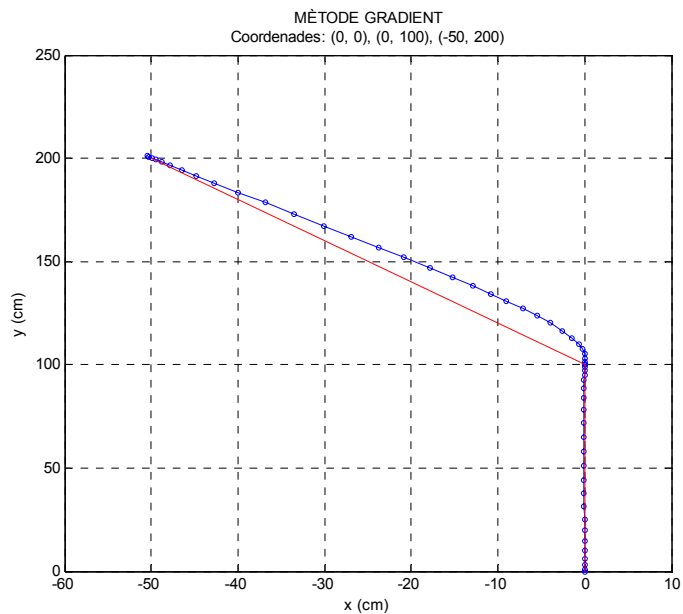


Figura 55. Simulació de la trajectòria

La Figura 56 mostra la simulació de l'orientació del robot. En aquest cas les orientacions del mètode valor òptim i gradient també són similars. Però la vall que apareixia en el mètode valor òptim, per corregir la desviació de la trajectòria quan passava per la coordenada (0, 100), es redueix. La orientació inicial es manté però amb una variació molt petita fins que ha de girar per dirigir-se cap al punt final. El gir segueix sent suau.

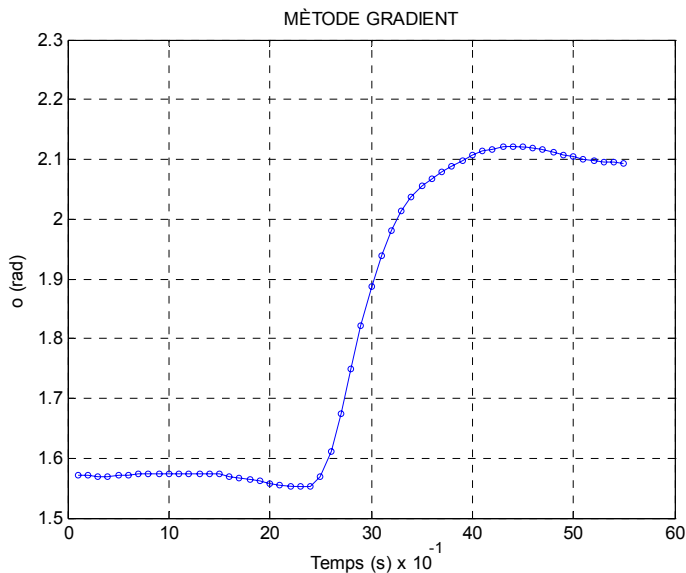


Figura 56. Simulació de la orientació del robot

A la Figura 57 veiem les consignes que li apliquem a la simulació del robot. Com podem veure el control no és suau, hi ha molts pics que fan variar el valor de les consignes d'una manera brusca. El robot tarda 5 segons en arribar al punt final.

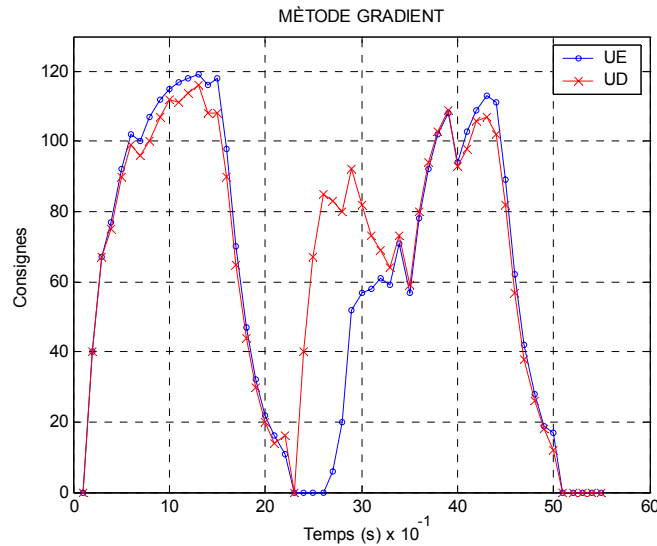


Figura 57. Consignes de les rodes

A la Figura 58 veiem les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot. Com podem veure fins els 2,3 segons les velocitats de les dues rodes són força iguals. Un cop passat aquest temps la velocitat de la roda dreta comença a augmentar per que té que anar girant per canviar de trajectòria i dirigir-se cap al punt final. Com podem veure el canvi que fa de velocitat no és suau, provocant dos canvis de velocitat dels 3 als 3,6 segons i dels 4 als 4,4 segons. Un cop passat aquest temps la velocitat de les dues rodes torna a aproximar-se.

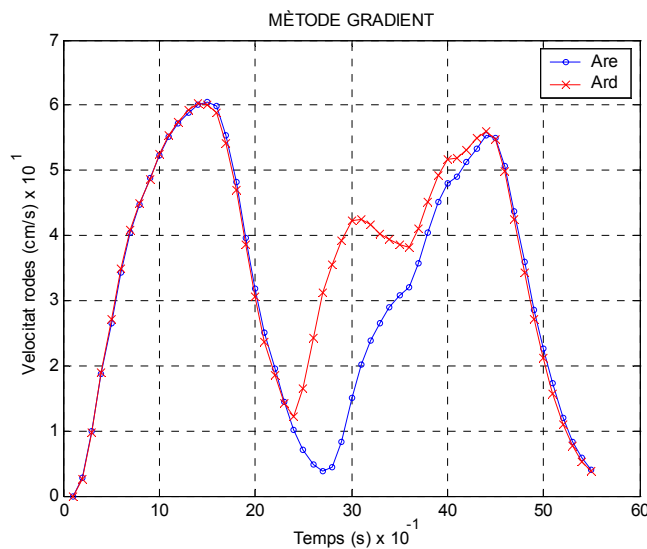


Figura 58. Velocitat de les rodes

Les gràfiques següents mostren els resultats obtinguts per la simulació que obtenim assignant-li al programa una trajectòria variable de quatre punts: (25, 50), (25, 100), (0, 150) i (0, 200). El robot surt de la posició inicial (0, 0) i la orientació de 90° .

Les gràfiques següents són utilitzant el mètode valor òptim.

La Figura 59 correspon a la trajectòria que realitza la simulació del robot per passar per totes les coordenades. Com podem veure hi ha desviacions en el seguiment de la trajectòria a causa de que el robot ha d'anar canviant de direcció per passar per totes les coordenades. Les coordenades (25, 50), (0, 150) i el punt final (0, 200) són les que el robot més s'hi aproxima.

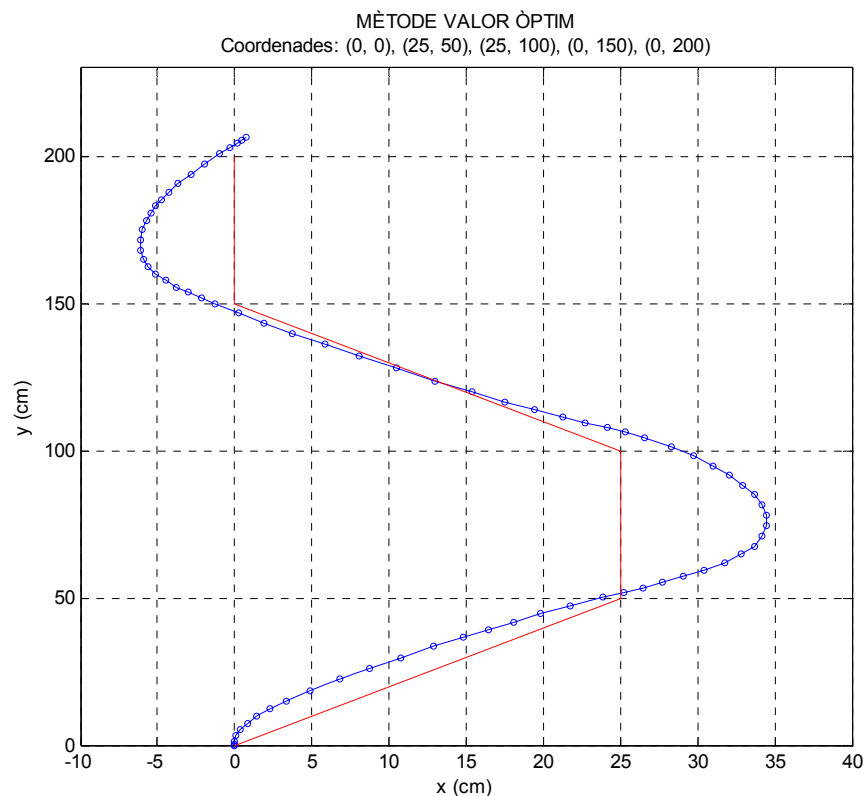


Figura 59. Simulació de la trajectòria

A la Figura 60 es veu la simulació de la orientació del robot. Com podem veure el control no és tant suau com amb el mètode gradient, tal com veurem més endavant. Va variant l'angle en cada canvi de gir d'una manera poc constant.

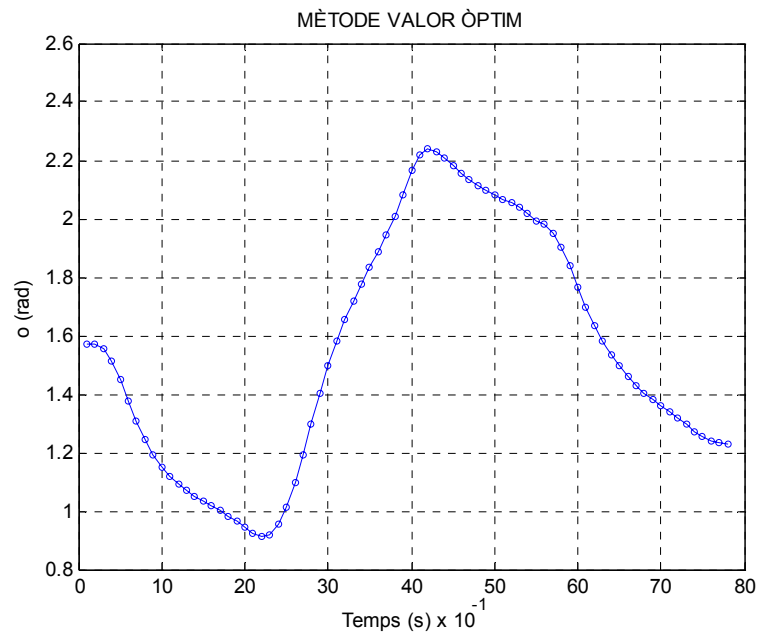


Figura 60. Simulació de la orientació del robot

A la Figura 61 es veu les consignes que se li apliquen a la simulació del robot. Com podem veure, per les consignes el control no és suau, els girs d'orientació provoquen una sèrie de pics que fan que hi hagi una gran variació de consignes en poc temps. El robot tarda 7,3 segons en arribar al punt final.

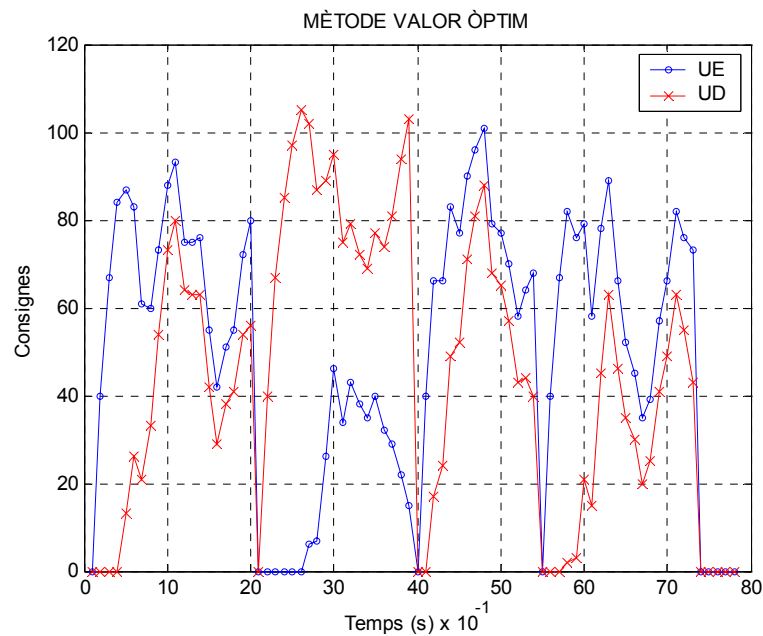


Figura 61. Consignes de les rodes

La Figura 62 mostra les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot. Com podem veure, en molts període de temps ens trobem una sèrie de valls que provoquen una variació de la velocitat per anar girant i apropant-se a les coordenades. Això provoca un control poc suau.

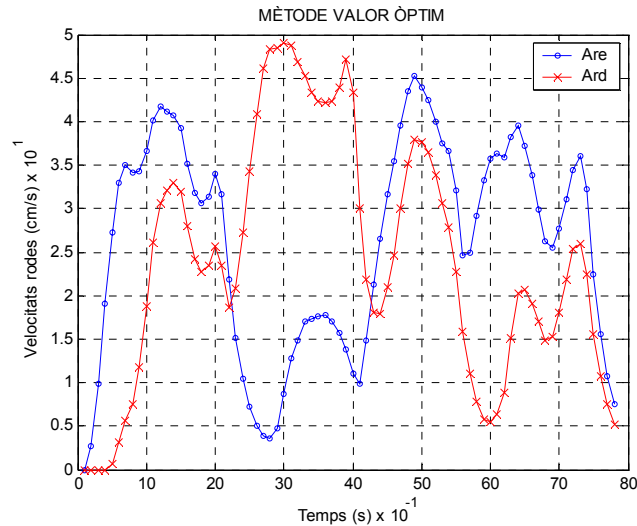


Figura 62. Velocitat de les rodes

Les gràfiques següents són utilitzant el mètode gradient.

La Figura 63 mostra la trajectòria que segueix la simulació del robot per passar per totes les coordenades. Com podem veure, amb el mètode gradient, les coordenades (25, 50) i (0, 150) no només són les que més s'aproxima el robot a elles, sinó que hi acaba passant. Però per la coordenada (0, 200) el robot s'allunya més que amb el mètode valor òptim.

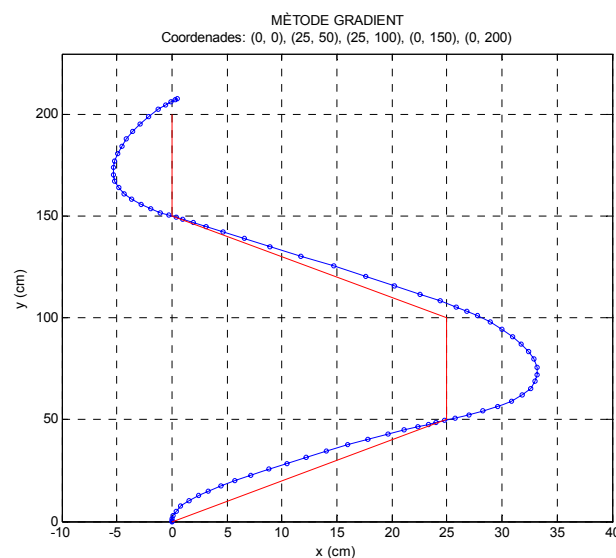


Figura 63. Simulació de la trajectòria

La Figura 64 mostra la simulació de la orientació del robot. Com podem veure els canvis d'orientació que fa per dirigir-se a una coordenada són més suaus que amb el mètode valor òptim, aquesta vegada fa uns canvis de gir més suaus.

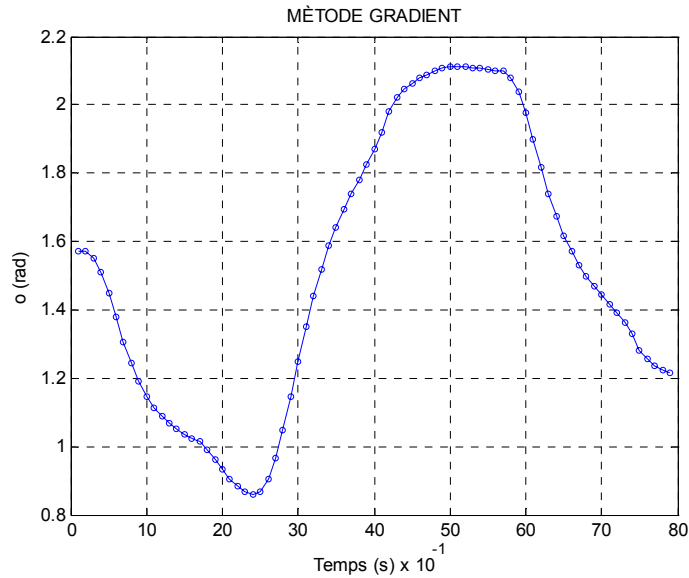


Figura 64. Simulació de la orientació del robot

La Figura 65 mostra la simulació de les consignes que se li aplica al robot. Si comparem el mètode gradient amb el mètode valor òptim, veurem que els pics que provocaven un canvi de consigna ja no són constants, permetent que tinguem un control més suau. El robot tarda 7,4 segons en arribar al punt final.

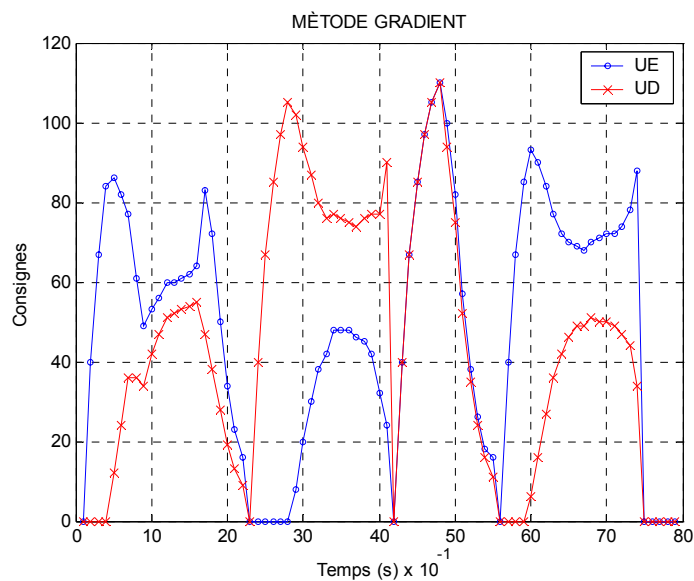


Figura 65. Consignes de les rodes

La Figura 66 mostra la simulació de les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot. Les valls que teníem amb el mètode valor òptim s'han reduït, deixant que el robot vagi més suau a l'hora d'anar girant per anar passant per les coordenades.

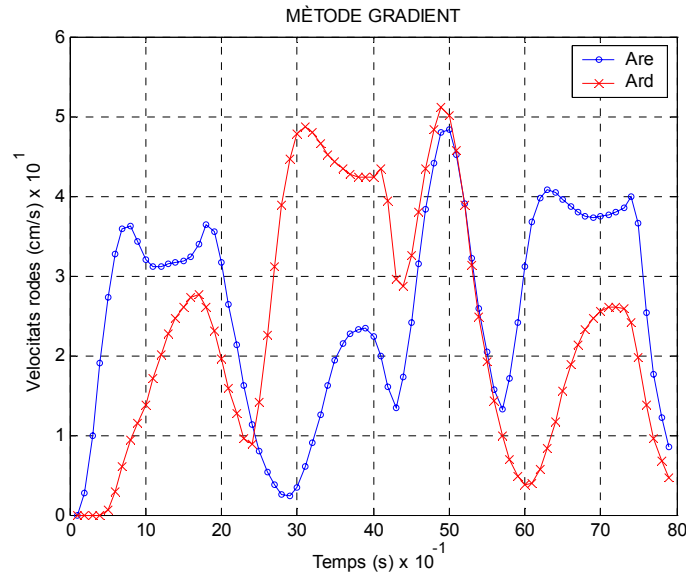


Figura 66. Velocitat de les rodes

9.3. Resultats aplicant la funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria

Les gràfiques següents són els resultats de les simulacions aplicant al sistema de control, la funció de costos en que hi intervé és l'error de la distància a la trajectòria. Però aquesta vegada tindrem en compte l'error acumulat en tots els períodes de l'horitzó de predicció. La funció de costos comentada és l'Equació 78 del present projecte.

El primer estudi és la simulació d'una trajectòria rectilínia de 2 metres. El robot surt de la posició inicial (0, 0) i té que anar al punt final (0, 200). La orientació és de 90°.

En els resultats següents, el mètode que hem utilitzat és el del valor òptim.

A la Figura 67 veiem la trajectòria que segueix el robot en la simulació. Com podem veure, cap als 100 cm es comença a desviar de la trajectòria però més endavant aconseguirà rectificar per poder arribar a la coordenada (0, 200).

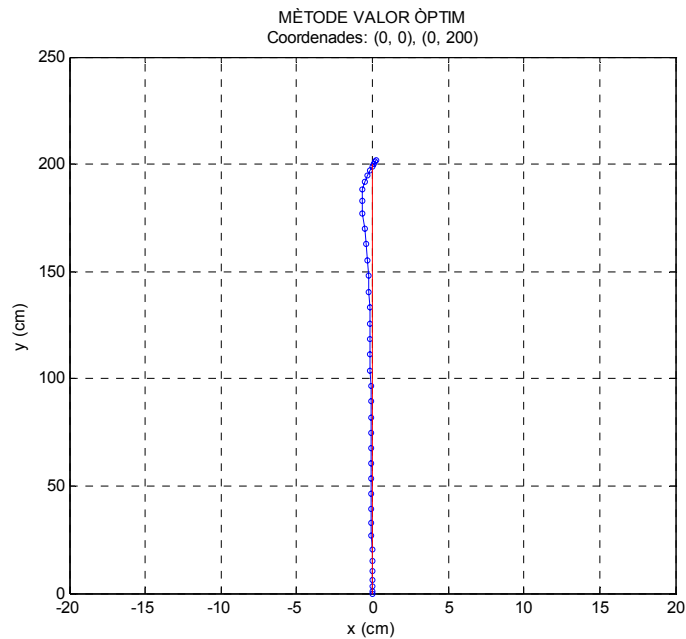


Figura 67. Simulació de la trajectòria

La Figura 68 mostra l'orientació dels resultats de la simulació. L'orientació inicial és de 90° (1,57 rad) i es tindria que mantenir constant ja que es tracta d'una trajectòria recta. La simulació aconsegueix mantenir aquest valor constant fins als 2,3 segons, a partir d'aquí la variació d'angle comença a ampliar-se degut a que s'està desviant més de la trajectòria. Quan arriba als 2,9 segons l'angle d'orientació comença a reduir-se ja que canvia el sentit de gir per poder rectificar aquesta desviació.

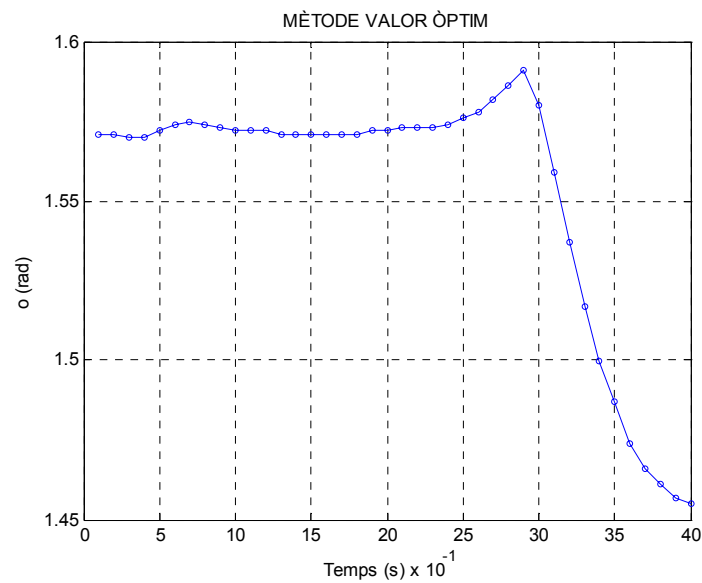


Figura 68. Simulació de la orientació del robot

La Figura 69 mostra les consignes que li apliquem a la simulació del robot. Com podem veure té un comportament força suau. El robot tarda 3,5 segons en arribar al punt final.

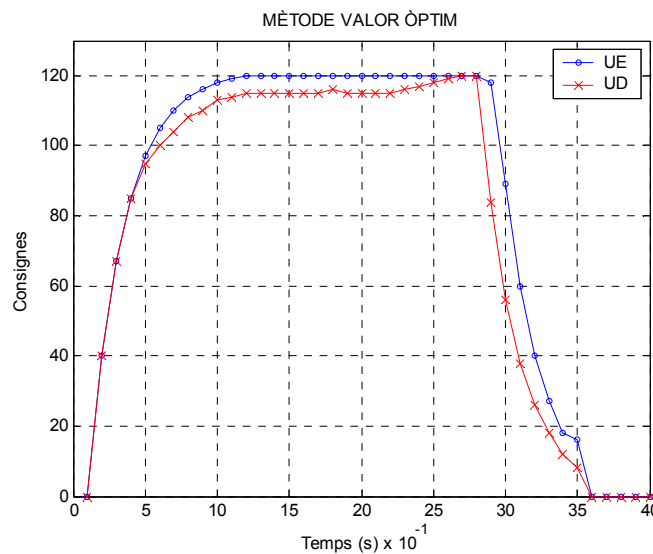


Figura 69. Consignes de les rodes

La Figura 70 correspon a les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot. Com hem comentat abans, el comportament del robot és força suau. Els increments de les velocitats de les dues rodes són constants. Les dues rodes van a una velocitat força similar durant 2,3 segons. A partir d'aquest instant la velocitat de la roda dreta comença a ser superior que l'esquerra amb la conseqüència que provoca una desviació de la trajectòria. Després, als 3 segons la velocitat de la roda dreta comença a ser inferior, és el moment en que el robot va frenant i girant per corregir la trajectòria.

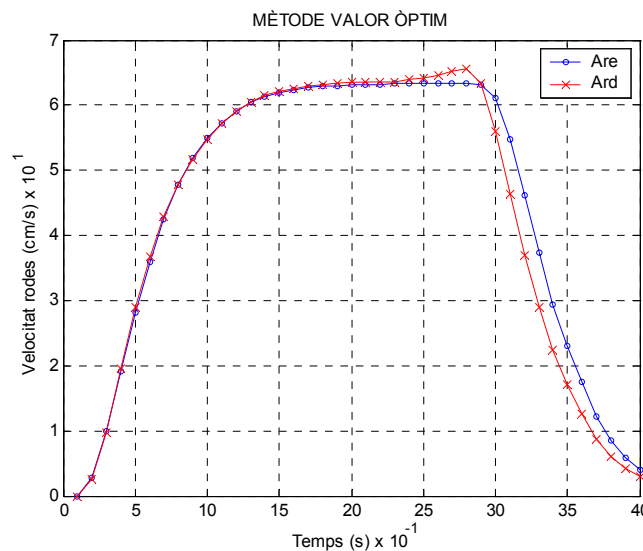


Figura 70. Velocitat de les rodes

Els següents resultats són amb el mètode gradient.

La Figura 71 mostra la trajectòria que segueix el robot a la simulació. Com podem veure, en el mètode gradient té més precisió que en el mètode valor òptim. La desviació de la trajectòria és menyspreable.

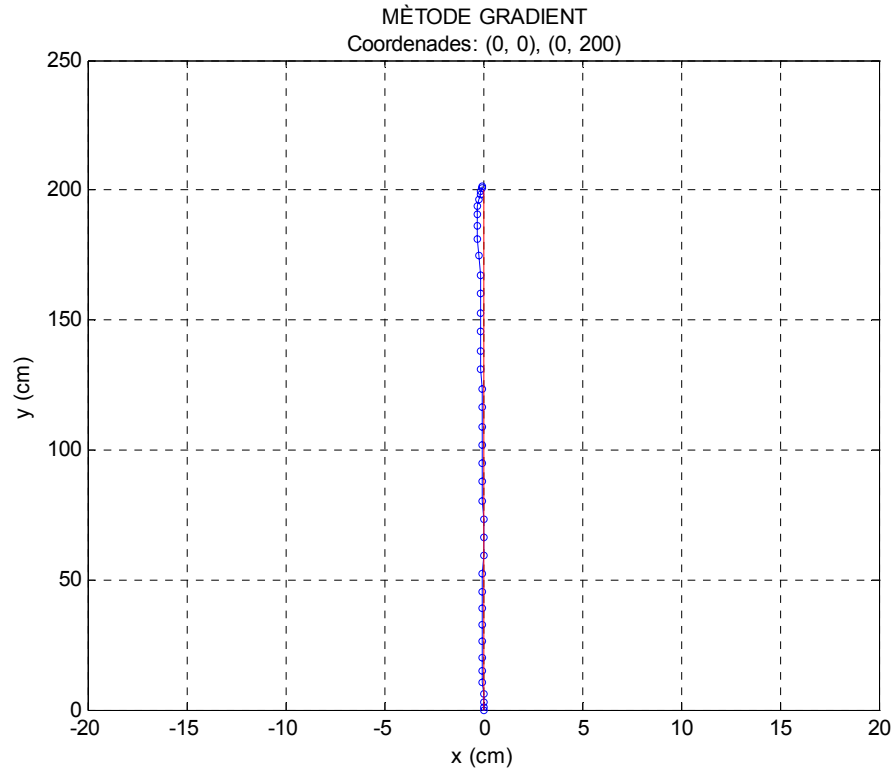


Figura 71. Simulació de la trajectòria

La Figura 72 correspon a la orientació del robot en la simulació. Com podem veure fins als 2,5 segons l'angle de 90° (1,57 rad) es manté constant. Un cop passat aquest temps comença a girar desviant-se de la trajectòria i quan arriba als 3 segons comença a canviar de sentit de gir per corregir la seva trajectòria. La diferència entre l'angle inicial i el final degut a la desviació no és tant gran com en el mètode valor òptim. En aquest cas comencem a 1,57 rad i acabem amb 1,52 rad. En el mètode valor òptim començàvem a 1,57 rad i acabàvem a 1,46 rad.

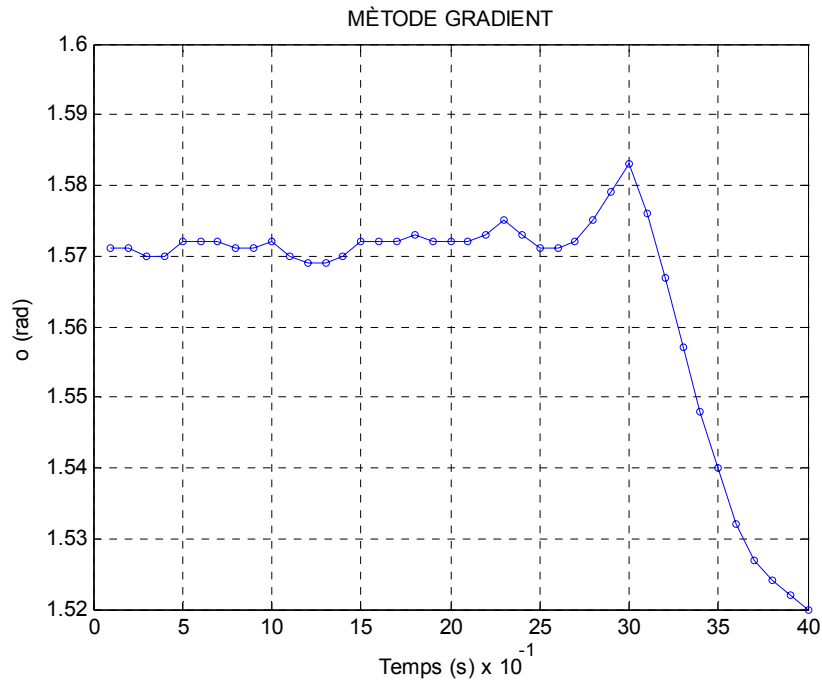


Figura 72. Simulació de la orientació del robot

A la Figura 73 veiem les consignes que li apliquem a la simulació del robot. Com podem veure el control no és suau, hi ha moltes variacions de valors de consignes. El robot tarda 3,5 segons en arribar al punt final.

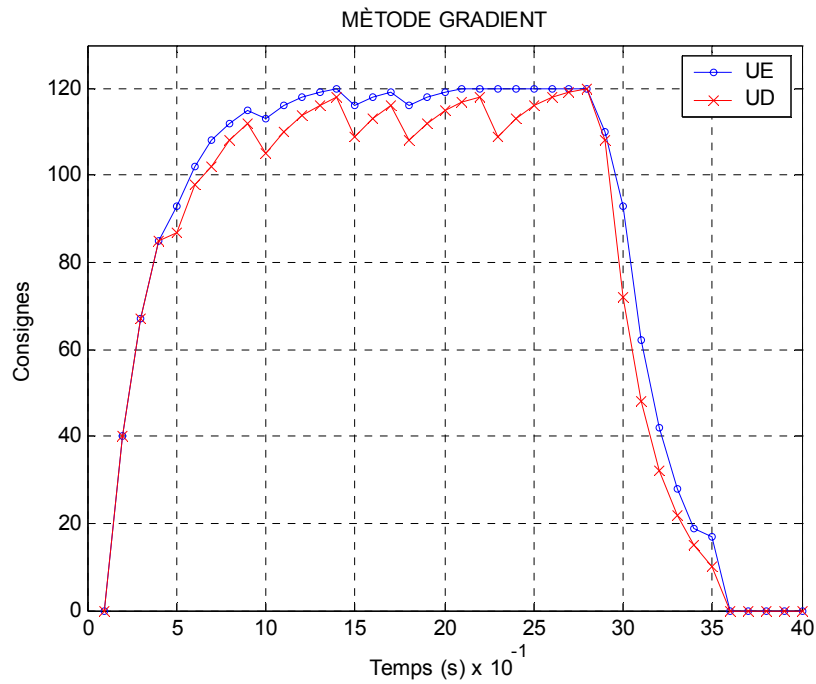


Figura 73. Consignes de les rodes

La Figura 74 mostra la velocitat de la roda esquerra i dreta del robot. Si ens fixem, del període dels 1,4 als 3 segons, veiem que hi ha petites variacions de velocitats degut a que el control del robot no és suau. La velocitat de les dues rodes són força similar des de l'instant inicial fins als 2,5 segons. A partir d'aquí la velocitat de la roda dreta augmenta per que es desvia una mica de la trajectòria, però als 3 segons la velocitat de la roda dreta comença a ser més petita que la esquerra per que comença a corregir la seva trajectòria i a frenar per arribar al punt final.

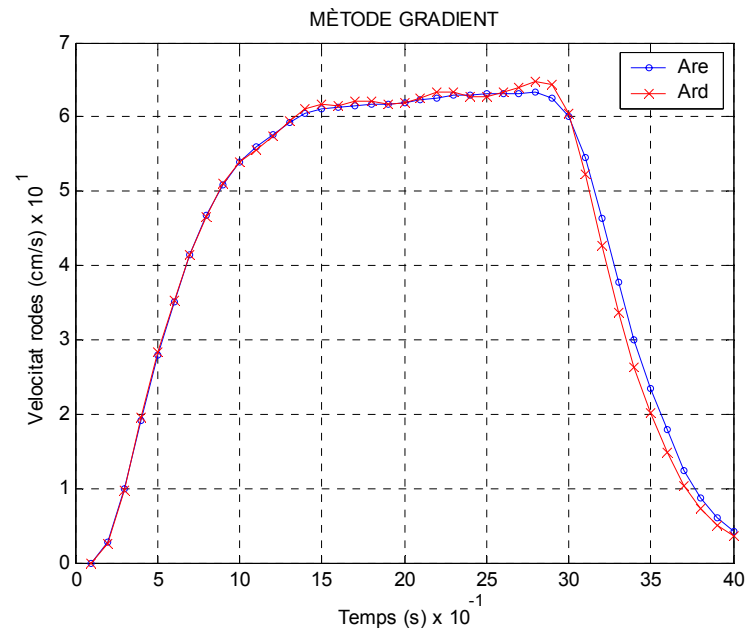


Figura 74. Velocitat de les rodes

En el següent estudi hem simulat una trajectòria variable de dos punts: (0, 100) i (-50, 200). El robot surt de la posició inicial (0, 0) i la orientació de 90°.

Les següents gràfiques corresponen al mètode valor òptim.

La Figura 75 mostra el recorregut que segueix la simulació del robot per passar per totes les coordenades. Com podem veure és força precís. Del punt inicial a la coordenada (0, 100) el robot té una petita desviació que a mesura es va apropant a la coordenada (0, 100) va corregint la trajectòria per passar per aquell punt i començar a girar per dirigir-se cap al punt final. De la coordenada (0, 100) al punt final, a causa del gir, la trajectòria està separada de la recta ideal però a mesura que es va acostant al punt final es va apropant a aquesta recta.

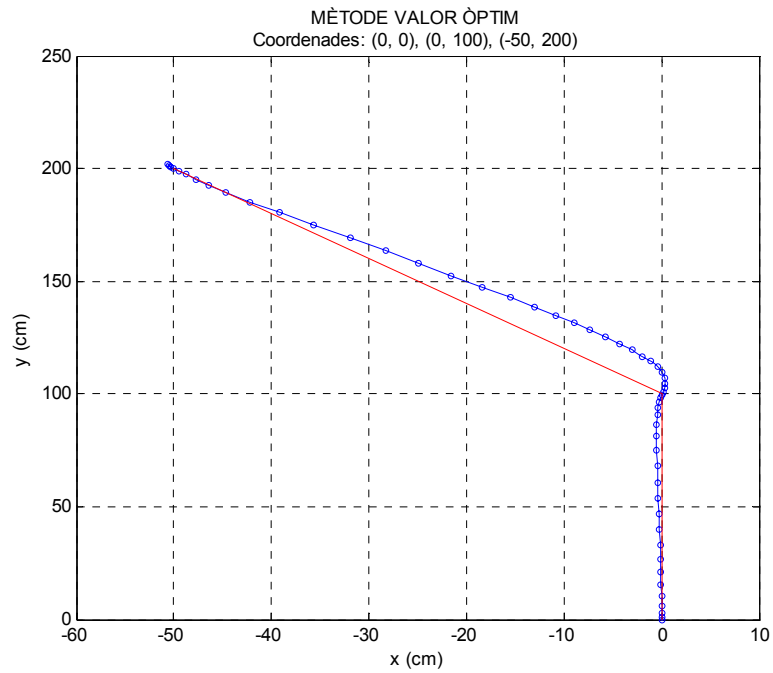


Figura 75. Simulació de la trajectòria

La Figura 76 ens mostra la orientació de la simulació del robot. La orientació inicial és de 90° (1,57 rad), aquest valor es manté fins als 1,4 segons. Després l'angle disminueix per que comença a corregir la desviació de la trajectòria que pateix abans d'arribar a la coordenada (0, 100). Un cop corregida té que començar a girar per dirigir-se cap al punt final.

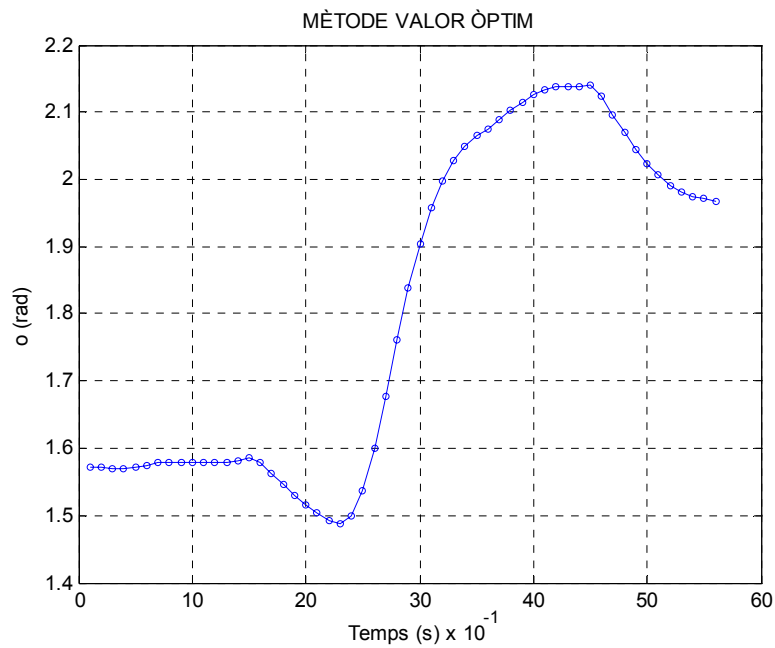


Figura 76. Simulació de la orientació del robot

La Figura 77 mostra les consignes que li apliquem a la simulació del robot. Com podem veure, globalment té un comportament suau. Tot i que en alguns punts apareix algun pic degut a correccions de la trajectòria o a un canvi de gir. Fins als 0,5 segons les consignes tenen el mateix valor, però un cop ha passat aquest temps la consigna esquerra és més elevada que la dreta fins que han passat 2,2 segons degut a que es va desviant de la trajectòria. Dels 2,2 als 3,9 segons la consigna dreta comença a ser més elevada que la esquerra per que va girant la orientació per dirigir-se al punt final. En aquest període de temps comença a haver-hi pics degut al gir que ha de fer. El robot tarda 5,1 segons en arribar al punt final.

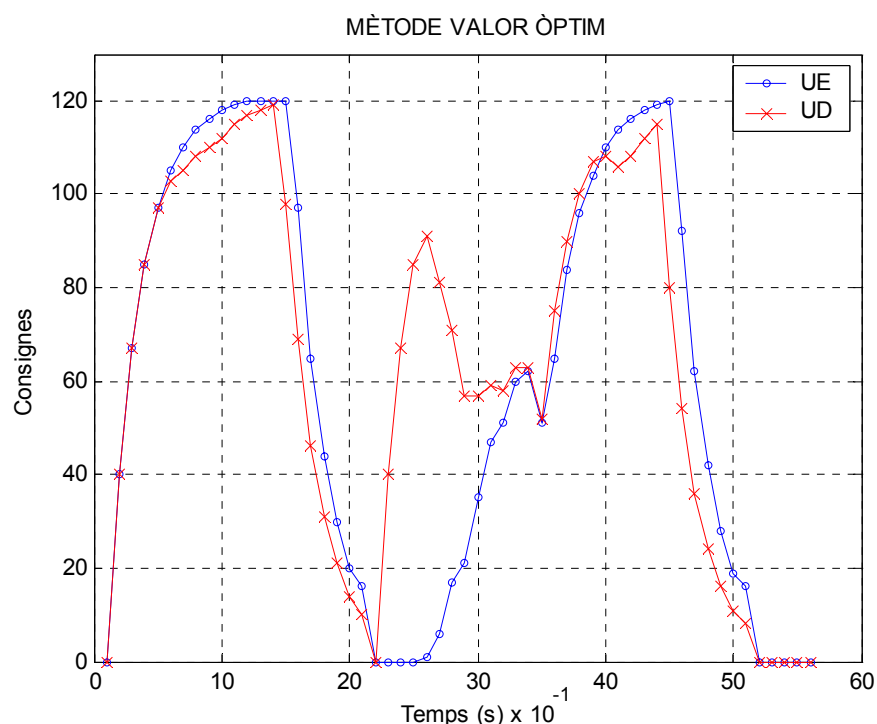


Figura 77. Consignes de les rodes

La Figura 78 mostra les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot. Fins als 1,2 segons les velocitats de la roda esquerra i dreta són força similars. Després, degut a que la trajectòria es va desviant, la roda esquerra té una velocitat més elevada fins que arriba als 2,2 segons. En aquest moment comença a adonar-se que s'està desviant i comença a corregir la trajectòria augmentant la velocitat de la roda dreta. Aquest període va dels 2,3 als 4,3 segons, que a més durant aquest temps comença a girar per dirigir-se cap al punt final.

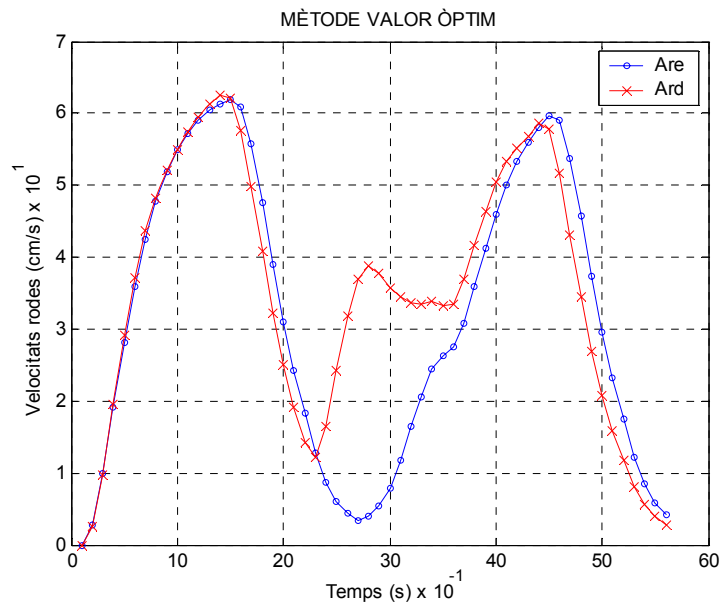


Figura 78. Velocitat de les rodes

Les gràfiques següents són aplicant el mètode gradient.

La Figura 79 mostra el recorregut que segueix la simulació de la trajectòria per passar per les coordenades. Aquest mètode és més precís que el del valor òptim. Si ens fixem, del punt inicial a la coordenada (0, 100) no es veu una desviació tal com passava amb el mètode valor òptim.

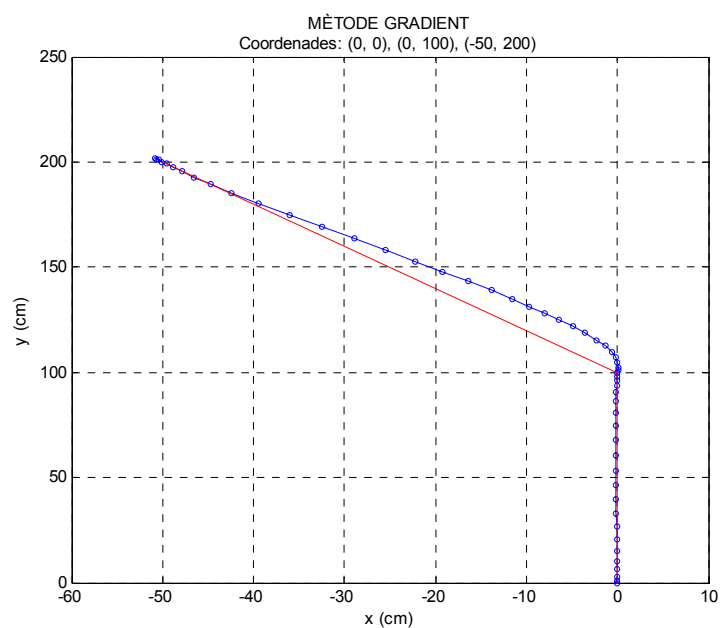


Figura 79. Simulació de la trajectòria

La Figura 80 mostra la orientació de la simulació del robot. Com podem veure té una forma similar al del mètode valor òptim, però en aquest mètode la orientació inicial de 90° (1,57 rad) aconseguix mantenir-se constant durant més temps, 2 segons. I a més no apareix la reducció de l'angle per la correcció de la trajectòria.

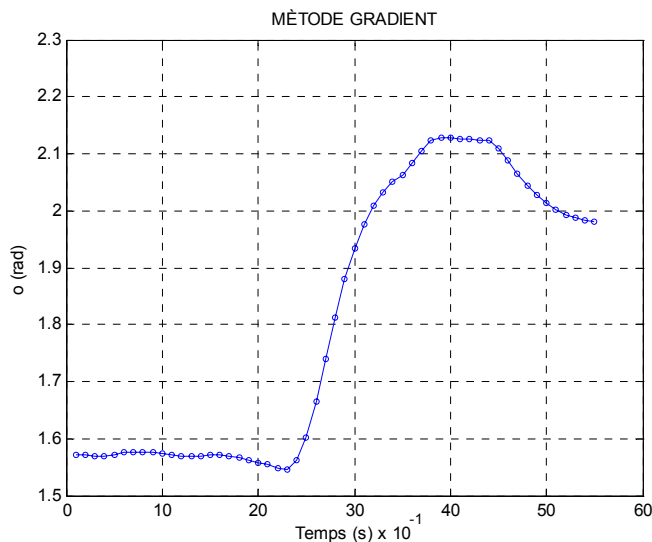


Figura 80. Simulació de la orientació del robot

La Figura 81 mostra les consignes de la roda esquerra i dreta del robot. Com podem veure té una forma força similar a la del mètode valor òptim però en alguns instants apareixen uns canvis de consigna bruscos que provoquen uns pics. Tal com es pot veure en el període 0,7 a 1 segon, o als 3,7 als 4 segons. Tot i aquests pics no podem afirmar que no tenim un control suau. El robot tarda 5 segons en arribar al punt final.

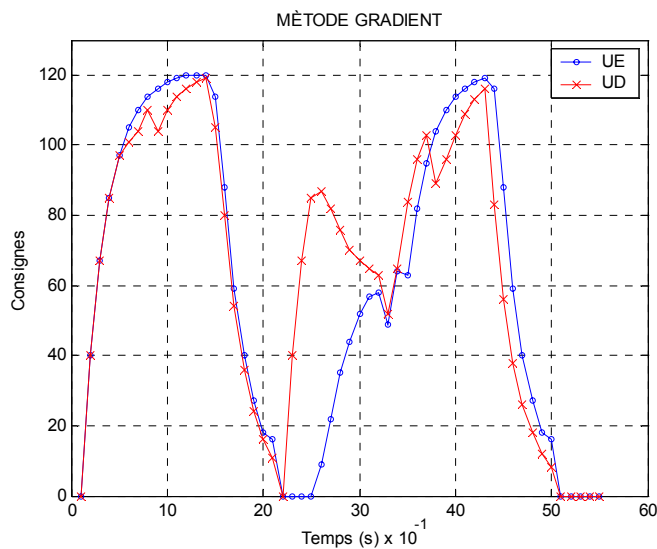


Figura 81. Consignes de les rodes

La Figura 82 mostra les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot. En aquí els dos mètodes són força similars. Degut a que no hi ha una desviació de la trajectòria del punt inicial a la coordenada (0, 100) les velocitats de les dues rodes es mantenen a una velocitat similar durant més temps, 2,2 segons. Dels 2,3 als 4 segons té que començar a girar per dirigir-se cap al punt final, i comença a augmentar la velocitat de la roda dreta. Aquest canvi de velocitat el fa d'una manera menys suau i en menys temps.

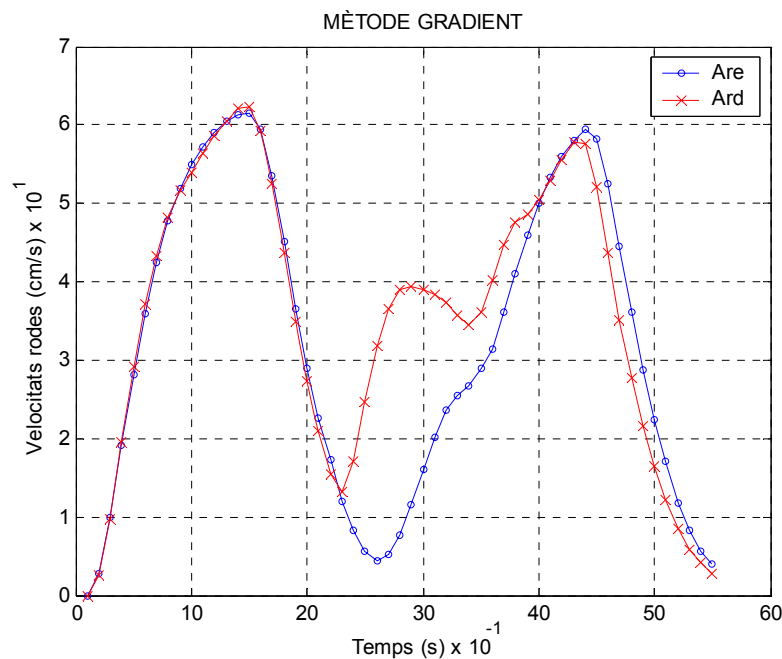


Figura 82. Velocitat de les rodes

Les gràfiques següents mostren els resultats de les simulacions de la trajectòria de 4 punts que el robot recorre. El robot ha de passar per les següents coordenades: (25, 50), (25, 100), (0, 150) i (0, 200). La coordenada inicial és (0, 0) i la orientació inicial és de 90°.

Les següents gràfiques són amb el mètode valor òptim.

La Figura 83 mostra la simulació del recorregut que fa el robot per passar per totes les coordenades. El robot pateix una desviació per seguir les coordenades degut als girs que ha de fer per orientar-se. Com podem veure les coordenades on més s'hi aproxima són la (25, 50) i la (0, 150), i el tram que va de la coordenada (25, 100) a (0, 150) el robot té una trajectòria molt precisa.

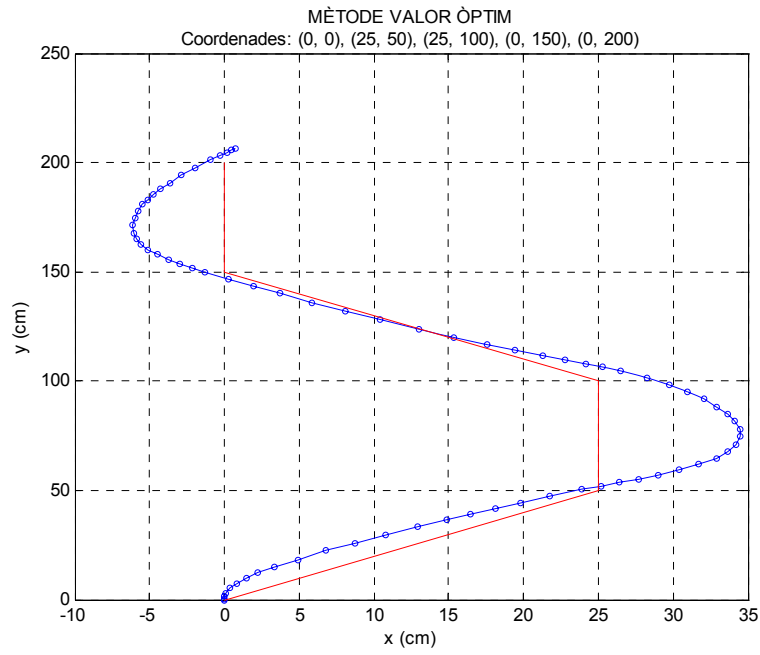


Figura 83. Simulació de la trajectòria

La Figura 84 mostra la simulació de la orientació del robot. Com podem veure el control no és tant suau com amb el mètode gradient, tal com veurem més endavant. La variació de l'angle per anar-se orientant en cada gir no es fa d'una manera constant.

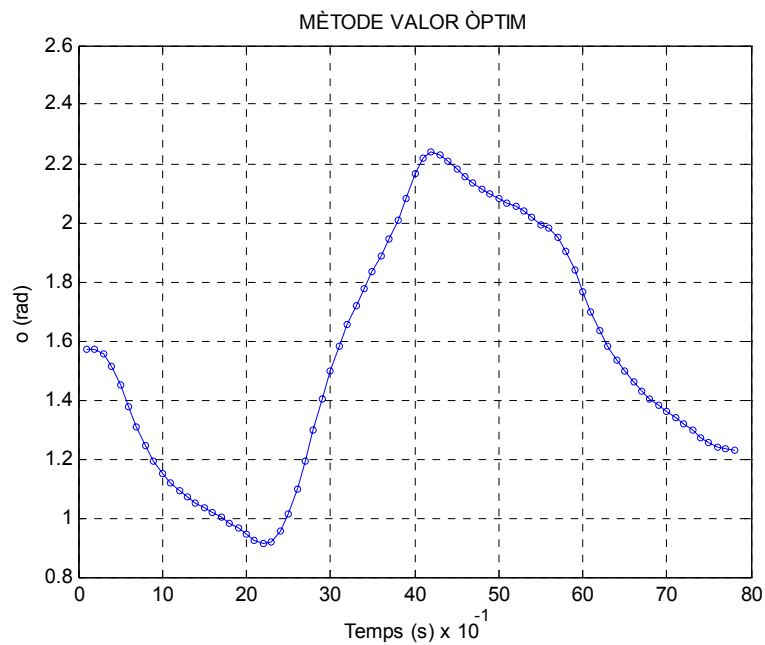


Figura 84. Simulació de la orientació del robot

La Figura 85 mostra les consignes que se li aplica a la simulació del robot. Com podem veure, per les consignes el control no és suau. En aquí ho podem veure pels canvis de consigna, hi han moltes pujades i baixades que provoquen pics en pocs períodes de temps. El robot tarda 7,3 segons en arribar al punt final.

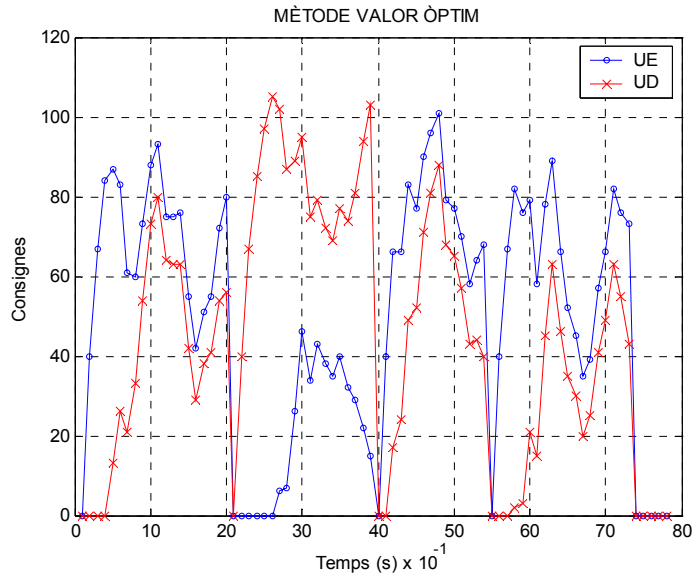


Figura 85. Consignes de les rodes

La Figura 86 mostra la simulació de la velocitat de la roda esquerra i dreta del robot. Com podem veure, en molts períodes de temps apareixen unes valls que fan que la velocitat no varii d'una manera constant quan el robot va girant per orientar-se cap a les coordenades.

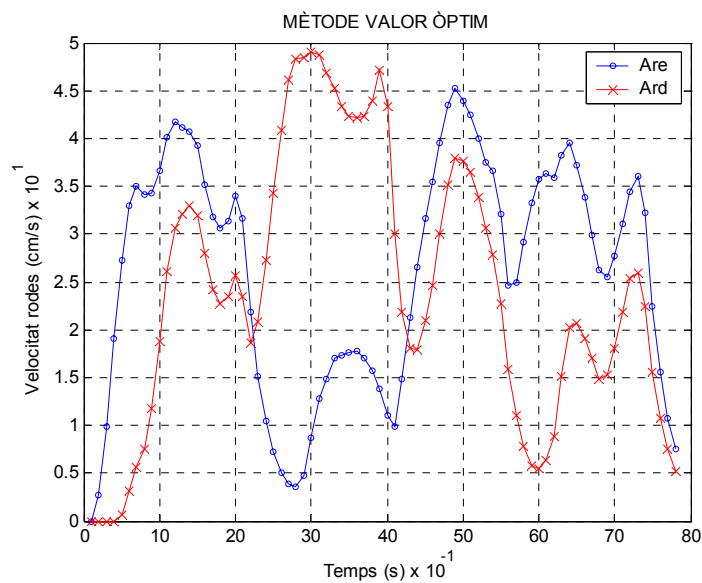


Figura 86. Velocitat de les rodes

Les següents gràfiques són amb el mètode gradient.

La Figura 87 mostra la trajectòria que traça el robot per passar per totes les coordenades. Amb aquest mètode el robot continua desviant-se de la trajectòria, però en el tram que va de la coordenada (25, 100) a (0, 150) el robot es desvia més. En canvi quan té que girar per anar cap a la coordenada (25, 50) es desvia menys. Les coordenades (25, 50) i (0, 150) continuen sent les que el robot més s'aproxima. Podríem dir que globalment té un control més suau.

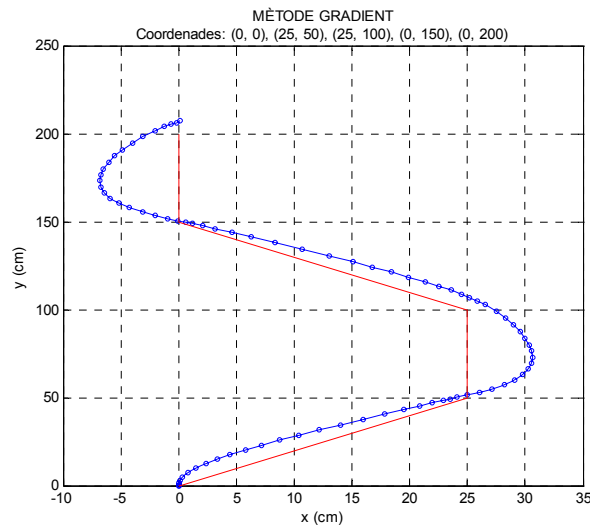


Figura 87. Simulació de la trajectòria

La Figura 88 mostra la simulació de l'orientació del robot. Com podem veure el robot gira d'una manera més suau, varia l'angle de gir d'una manera progressiva.

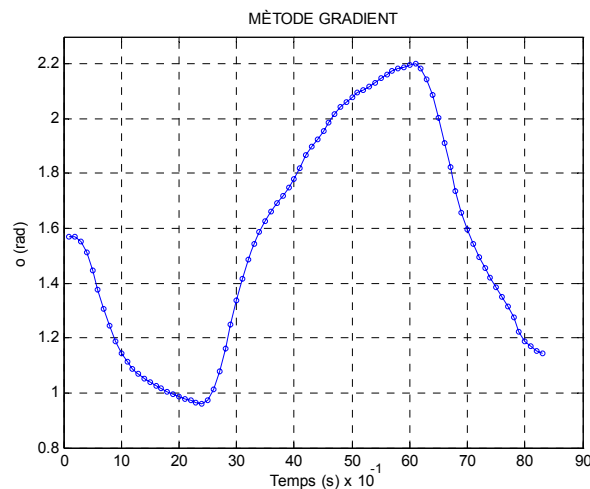


Figura 88. Simulació de la orientació del robot

La Figura 89 mostra la simulació de les consignes que se li aplica al robot. Com podem veure, en aquest mètode els pics que hi havien en el mètode valor òptim han desaparegut, ara tenim uns canvis de consigna que varien d'una manera suau provocant unes formes de vall en alguns períodes de temps. El robot tarda 7,8 segons en arribar al punt final.

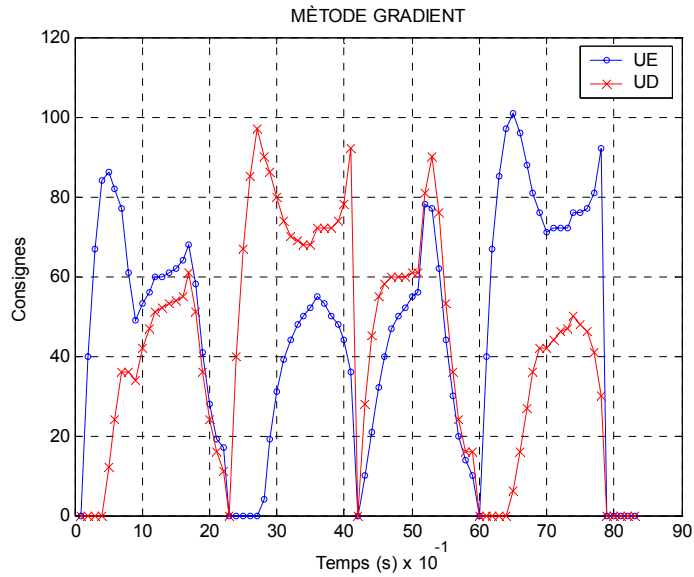


Figura 89. Consignes de les rodes

La Figura 90 mostra la simulació de les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot. El robot varia la velocitat d'una manera més constant, les valles que apareixen tenen una pendent més suau.

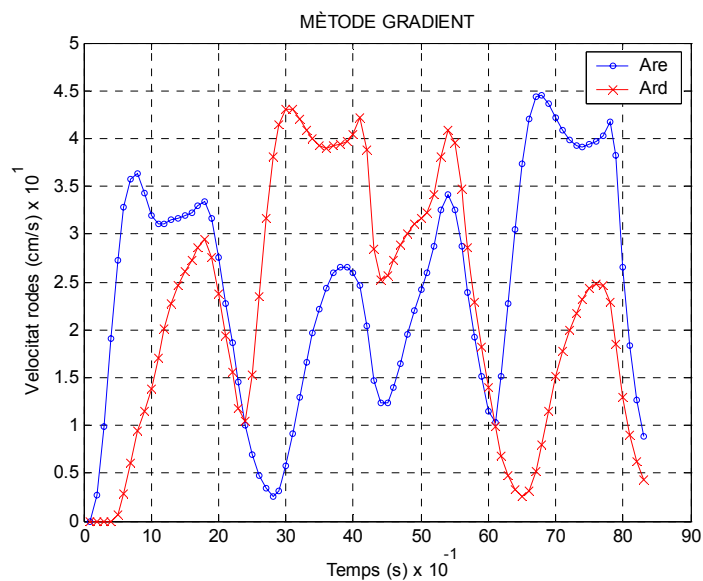


Figura 90. Velocitat de les rodes

9.4. Resultats aplicant la funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació

Les gràfiques següents són els resultats de les simulacions aplicant al sistema de control, la funció de costos en que hi intervén l'error de la diferència d'orientació. Però aquesta vegada tindrem en compte l'error acumulat en tots els períodes de l'horitzó de predicció. La funció de costos correspon a l'Equació 79.

El primer estudi és la simulació d'una trajectòria rectilínia de 2 metres. El robot surt de la posició inicial (0, 0) i té que anar al punt final (0, 200). La orientació és de 90°.

En els resultats següents, el mètode que hem utilitzat és el del valor òptim.

La Figura 91 és la simulació del recorregut que fa el robot per recórrer la trajectòria de 2 metres. Com podem veure el control no és molt precís, per que des d'un principi ja s'està desviant de direcció. I fins que no arriba als instants finals no rectifica l'error de desviació. Tot i així acaba arribant al punt final.

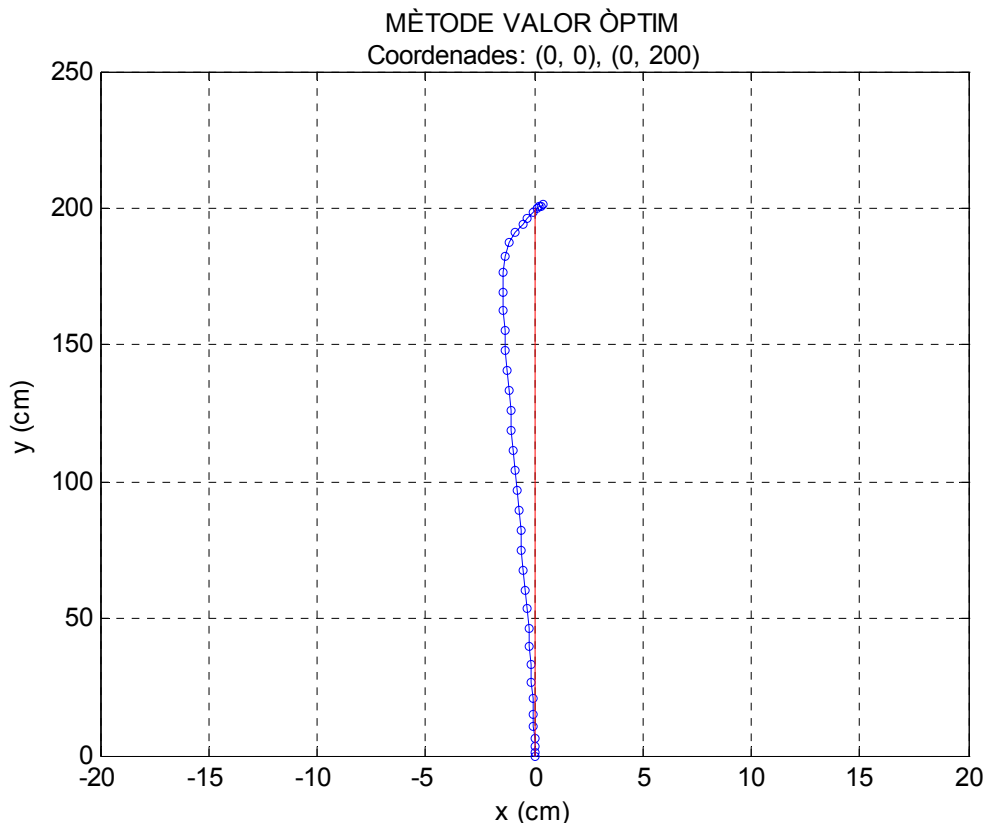


Figura 91. Simulació de la trajectòria

La Figura 92 mostra l'orientació de la simulació del robot. L'orientació inicial és de 90° (1,57 rad), al ser una trajectòria recta s'hauria de mantenir constant però no li és possible. Quan passen 0,5 segons comença a desviar-se de manera constant i als 2,7 segons fa un canvi d'orientació, passa dels 1,58 rad als 1,4 aproximadament en 1,3 segons per poder girar i aproximar-se al punt final.

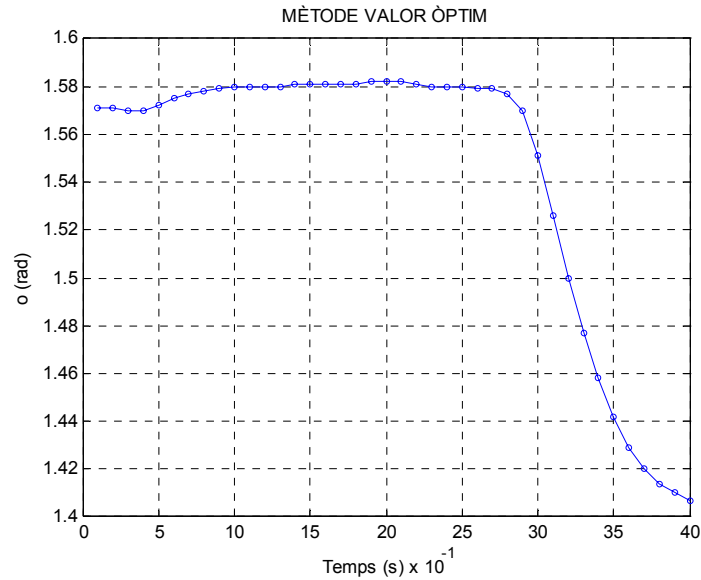


Figura 92. Simulació de la orientació del robot

La Figura 93 mostra les consignes que se li aplica a la simulació del robot per cada període. Com podem veure els valors són constants i el control serà suau. Tarda 3,5 segons en arribar al punt final.

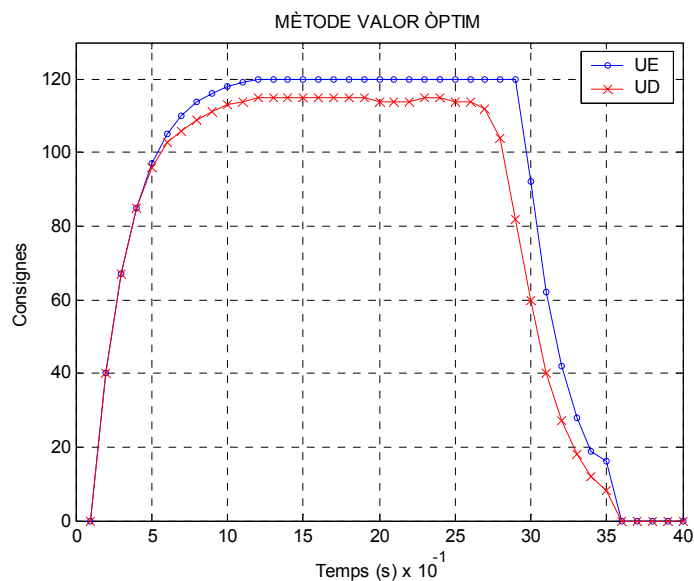


Figura 93. Consignes de les rodes

La Figura 94 mostra les velocitats de les rodes esquerra i dreta del robot. Al principi les dues rodes van a una velocitat força similar, però la roda dreta va una mica més ràpida. Tot hi haver-hi aquesta petita diferència, ja és prou suficient per que es desviï de la trajectòria. Als 2,8 segons es comença a veure una diferència notable i la roda esquerra comença a anar més ràpid per rectificar l'orientació i aproximar-se al punt final.

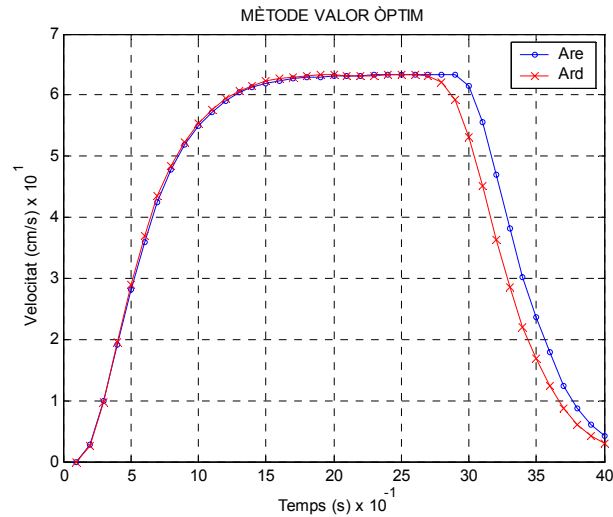


Figura 94. Velocitat de les rodes

Les gràfiques següents són els resultats de la prova aplicant el mètode gradient.

La Figura 95 mostra el seguiment de les coordenades que recorre el robot per seguir la trajectòria. Amb el mètode del gradient seguim tenint una desviació, però aquest mètode és més precís que el mètode valor òptim.

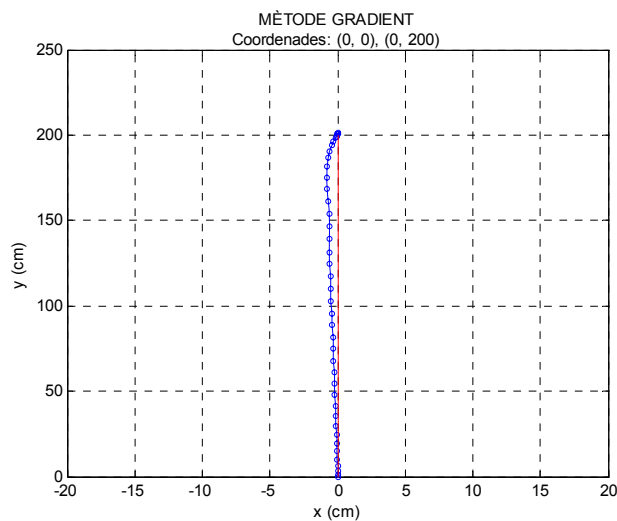


Figura 95. Simulació de la trajectòria

La Figura 96 mostra la orientació de la simulació del robot. La orientació inicial són de 90° (1,57 rad), aquest valor s'hauria de mantenir al ser una trajectòria recta però des de l'instant inicial fins que han passat 2,8 segons l'orientació va fent petites fluctuacions que provoquen petits canvis d'orientació. Llavors l'angle d'orientació disminueix per que el robot gira per anar-se apropant al punt final.

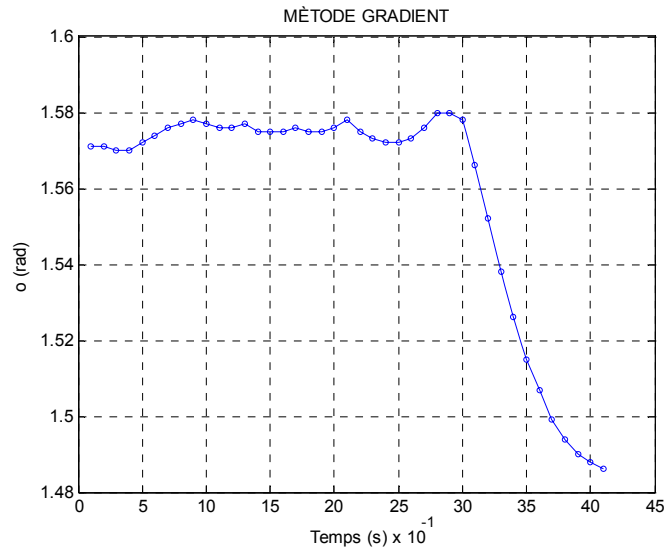


Figura 96. Simulació de la orientació del robot

La Figura 97 mostra les consignes de la roda esquerra i dreta de la simulació del robot. Com veiem el control deixa de ser suau, dels 0,4 segons als 3 segons els valors de les consignes van canviant de valor provocant uns pics. Tot i així, el robot només tarda 3,6 segons en arribar al punt final.

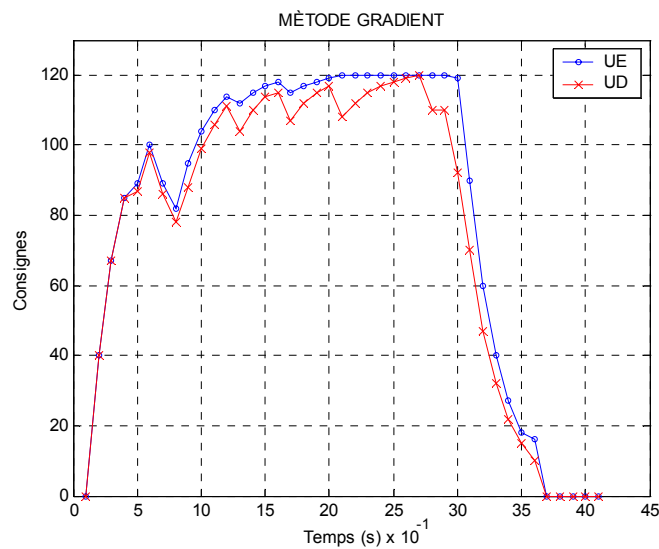


Figura 97. Consignes de les rodes

La Figura 98 mostra les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot. Com podem veure les velocitats de les dues rodes són força similar. Només hi ha petites variacions degut a que el control del robot no és suau, i en l'instant final, dels 2,5 als 4,1 segons, que és quan el robot se n'adona que s'ha desviat de la trajectòria i vol corregir-ho per aproximar-se al punt final.

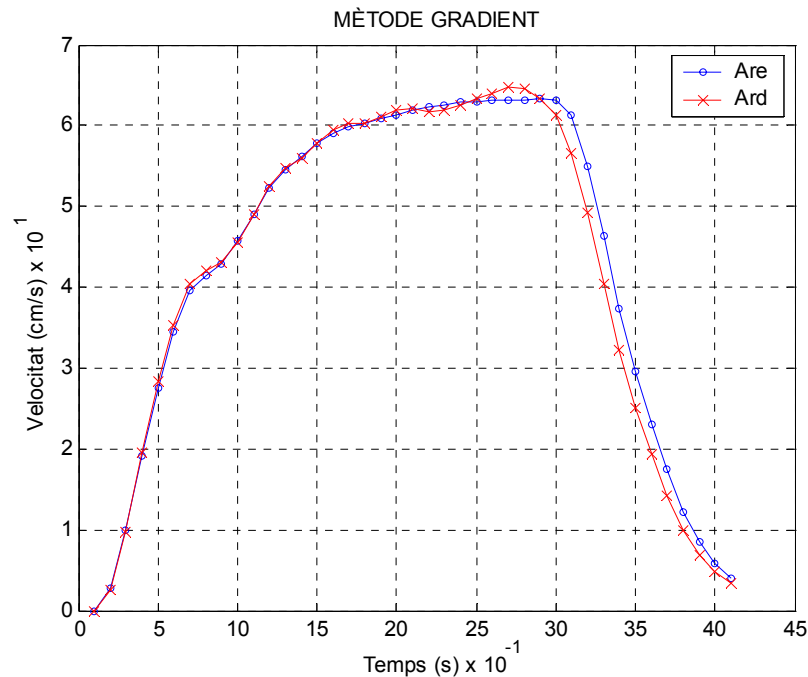


Figura 98. Velocitat de les rodes

En el següent estudi estudiarem la simulació de la trajectòria de dos punts que recorre el robot. Les coordenades són: (0, 100), (-50, 200). El robot surt del punt inicial (0, 0) i la seva orientació és de 90°.

Les següents gràfiques són els resultats de la simulació utilitzant el mètode valor òptim.

A la Figura 99 veiem el recorregut que realitza el robot per realitzar la trajectòria, passant per les coordenades (0, 0), (0, 100) i (-50, 200). Del punt inicial a la coordenada (0, 100) veiem que es desvia de la trajectòria. Tot hi aquesta desviació, acaba corregint la trajectòria i passant per la coordenada (0, 100). Després comença a girar per dirigir-se cap al punt final. A causa del gir, el robot queda distanciat de la trajectòria ideal però a mesura que es va apropant al punt final aquesta distància es va fent més curta.

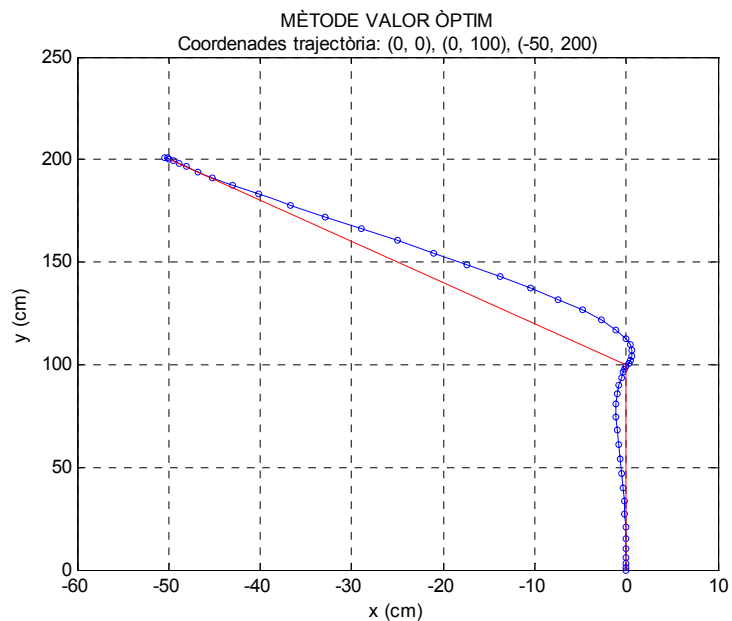


Figura 99. Simulació de la trajectòria

La Figura 100 mostra la simulació de l'orientació del robot. La orientació inicial és de 90° (1,57 rad). Aquest valor s'hauria de mantenir fins que arribés a la coordenada (0, 100), però només es manté durant uns 1,4 segons degut a la desviació de la trajectòria comentada a la gràfica d'abans. A causa d'aquesta desviació la orientació comença a variar provocant una reducció de l'angle, que dura dels 1,5 fins als 2,3 segons. Un cop se n'adona d'aquesta desviació comença a corregir la trajectòria incrementant l'angle.

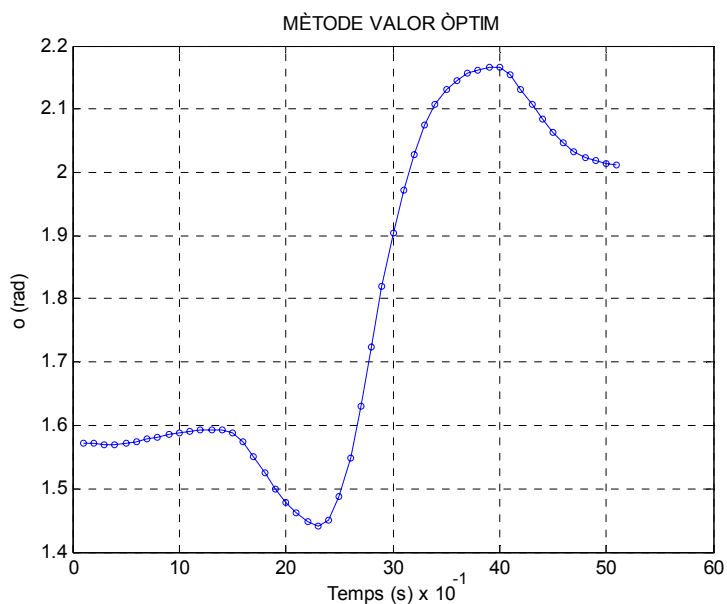


Figura 100. Simulació de la orientació del robot

La Figura 101 mostra les consignes que li apliquem a la simulació del robot. Com podem veure tenim un control força suau amb absència de pujades i baixades brusques de consignes. A més en el moment que el robot corregeix la trajectòria i ha de girar per anar al punt final, dels 2,3 als 3,4 segons, aplica un canvi de consigna que varia progressivament sense provocar canvis bruscos. El robot tarda 4,6 segons en arribar al punt final.

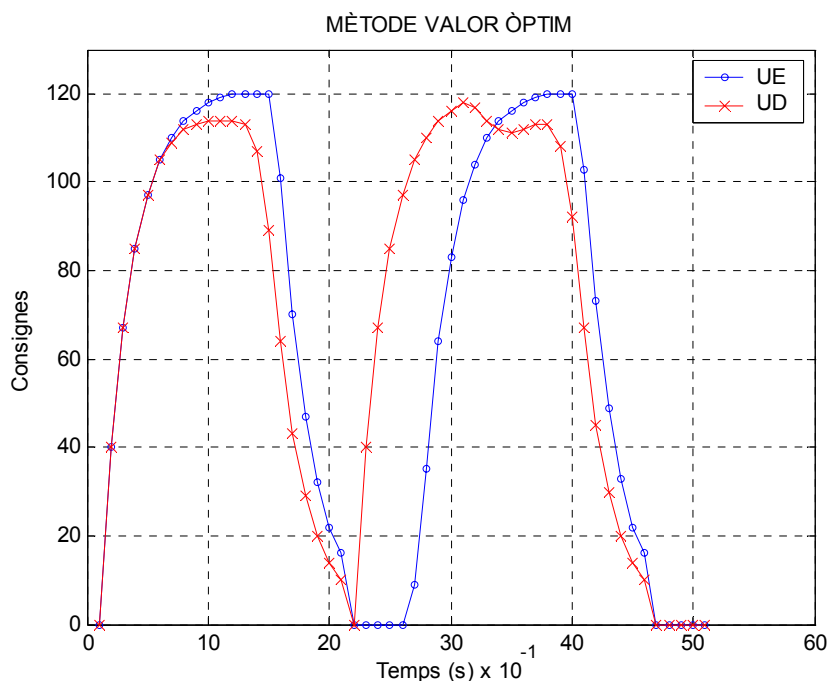


Figura 101. Consignes de les rodes

La Figura 102 mostra les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot. Com podem veure hi ha absència de pics, per tant tenim un control força suau. Fins als 1,4 segons van a una velocitat força similar, i a partir d'aquest instant la velocitat va variant. La velocitat de la roda esquerra és més elevada que la dreta, per que la trajectòria es va desviant. Aquest període de temps va des dels 1,5 als 2,3 segons. A partir d'aquí comença a corregir la trajectòria i a orientar-se per girar i dirigir-se cap al punt final. En aquest temps la velocitat de la roda dreta és més elevada que la esquerra. Aquest període de temps dura dels 2,4 als 3,9 segons. A partir d'aquest moment el robot està orientat cap al punt final i la velocitat de la roda dreta passa a ser més elevada que la esquerra amb una diferència entre les dues velocitats més petita.

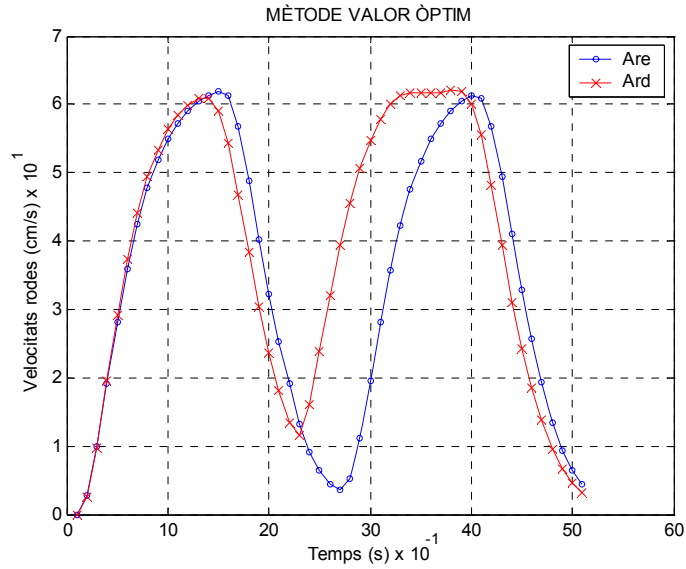


Figura 102. Velocitat de les rodes

Les següents figures són els resultats de les simulacions utilitzant el mètode gradient.

La Figura 103 mostra el recorregut que realitza el robot per seguir la trajectòria. Si comparem aquest mètode amb el mètode valor òptim, veurem que en aquest cas el control és més precís. La desviació de la trajectòria abans d'arribar a la coordenada (0, 100) s'ha reduït.

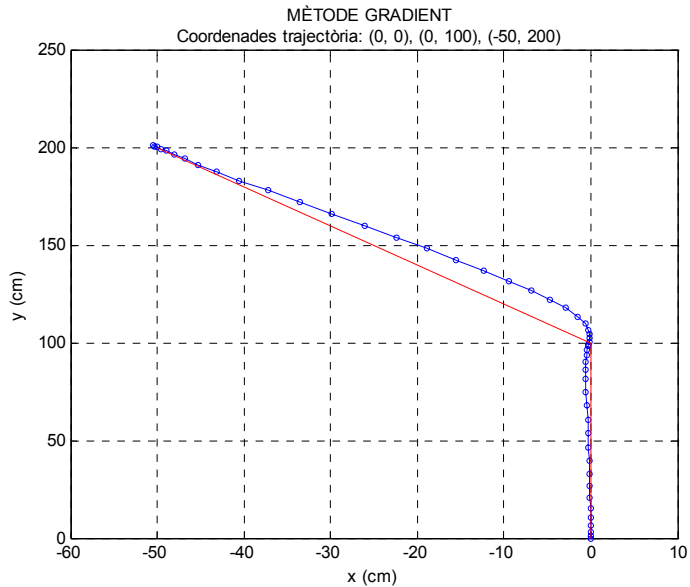


Figura 103. Simulació de la trajectòria

La Figura 104 mostra la simulació de l'orientació del robot. En l'orientació podem trobar més diferències entre els dos mètodes. Abans d'arribar a la coordenada (0, 100) el robot es desvia de la trajectòria. Com hem vist abans, aquesta desviació s'ha reduït, i es veu plasmat en el gir que ha de fer en el període de temps que va dels 1,5 als 2,3 segons. En aquest període de temps l'angle de gir es redueix en comparació amb el mètode valor òptim.

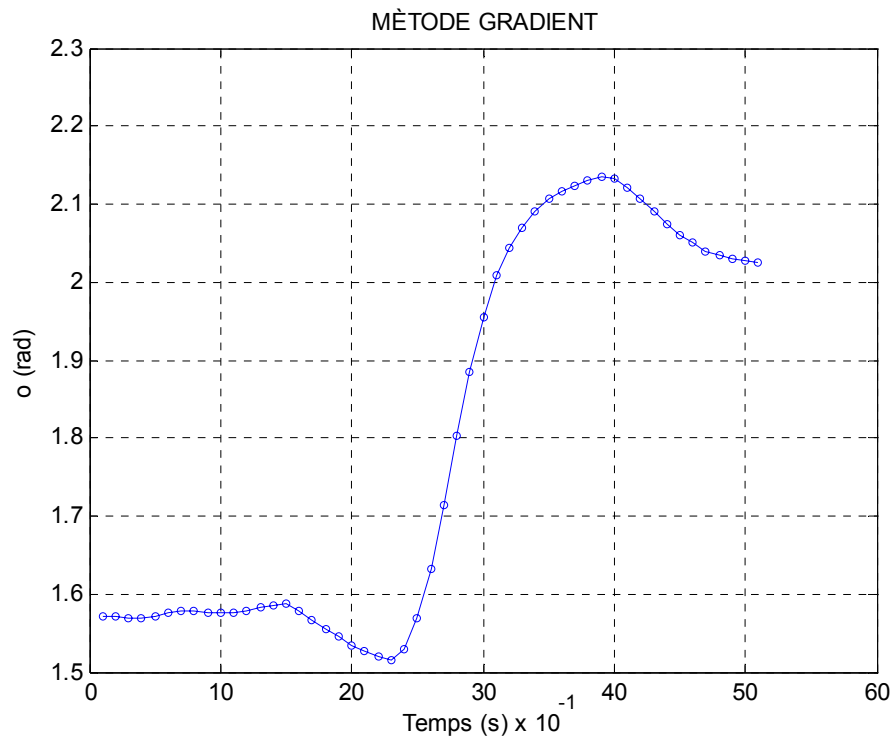


Figura 104. Simulació de la orientació del robot

La Figura 105 mostra les consignes que li apliquem a la simulació del robot. Com podem veure el control del robot continua sent suau, tot i que apareixen una sèrie de pics a la consigna dreta. Com podem veure en el període de temps que va dels 0,6 als 0,8 segons, o en el període en que comença a corregir la trajectòria per culpa de la desviació i a girar per orientar-se cap al punt final, període de temps que va dels 2,2 als 3 segons. El robot tarda 4,6 segons en arribar al punt final.

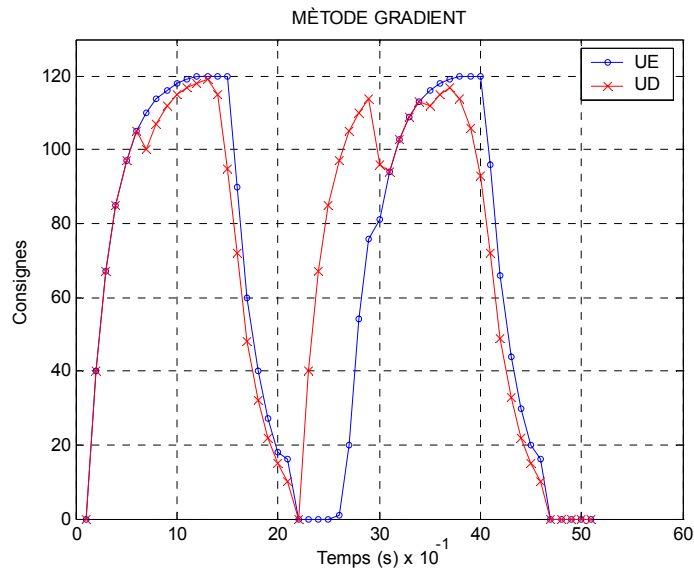


Figura 105. Consignes de les rodes

La Figura 106 mostra les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot. En aquest mètode el control és menys suau que el del mètode valor òptim. Fins al moment que ha de corregir la seva trajectòria per que s'ha desviat té un control suau. Però quan ha de corregir la trajectòria i començar a girar per dirigir-se al punt final, període que va dels 2,4 als 3,9 segons veiem que la velocitat de la roda dreta no augmenta amb una precisió tant constant com amb el mètode gradient i pateix una petita variació de velocitat provocant una petita vall.

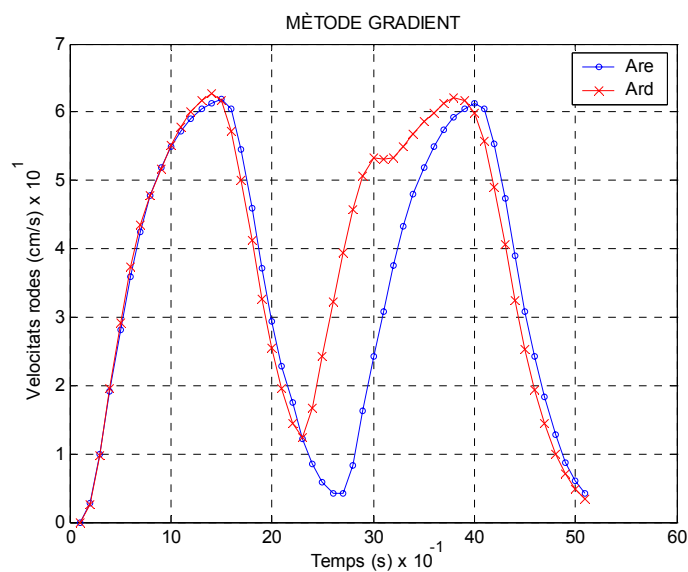


Figura 106. Velocitat de les rodes

Les gràfiques següents són el resultat de la simulació de la trajectòria que realitza el robot per passar per les coordenades: (0, 0), (25, 50), (25, 100), (0, 150), (0, 200). La orientació inicial és de 90°.

Les gràfiques següents són aplicant el mètode valor òptim.

La Figura 107 mostra la trajectòria que segueix la simulació del robot. A causa del gir el robot es desvia de la trajectòria original però té la capacitat d'orientar-se per poder passar per totes les coordenades i arribar al punt final.

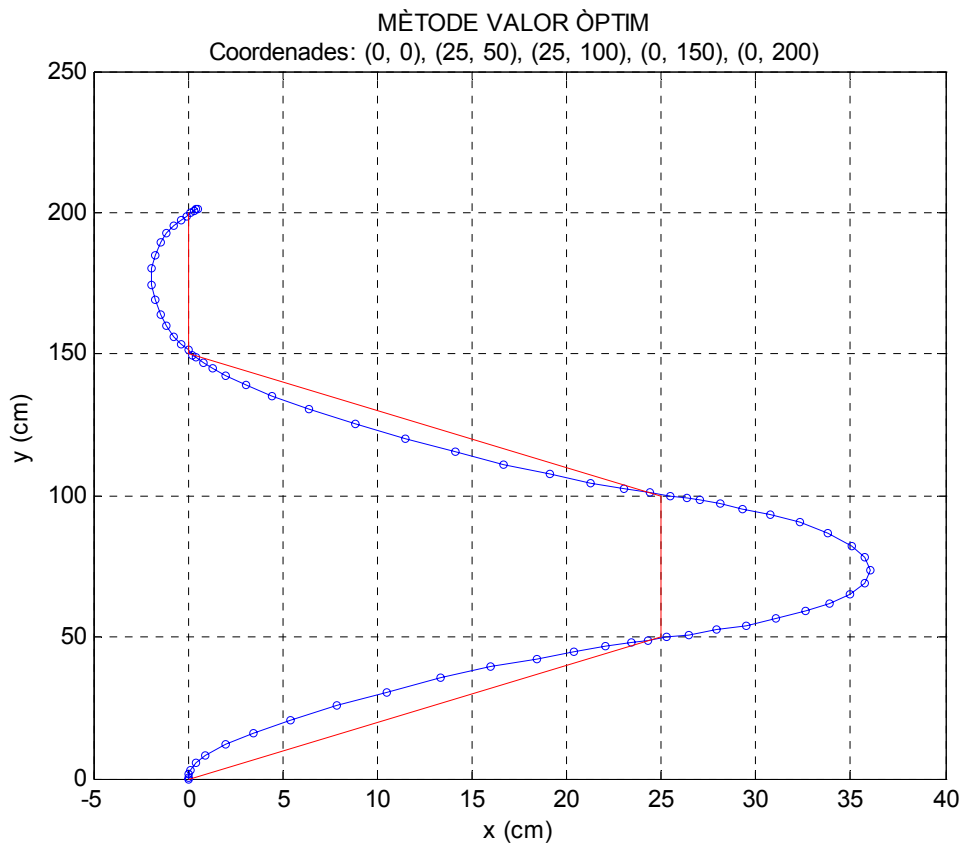


Figura 107. Simulació de la trajectòria

La Figura 108 mostra la orientació del robot, com podem veure els girs que realitza per anar orientant-se són suaus. No hi ha variacions brusques a l'hora de canviar d'orientació.

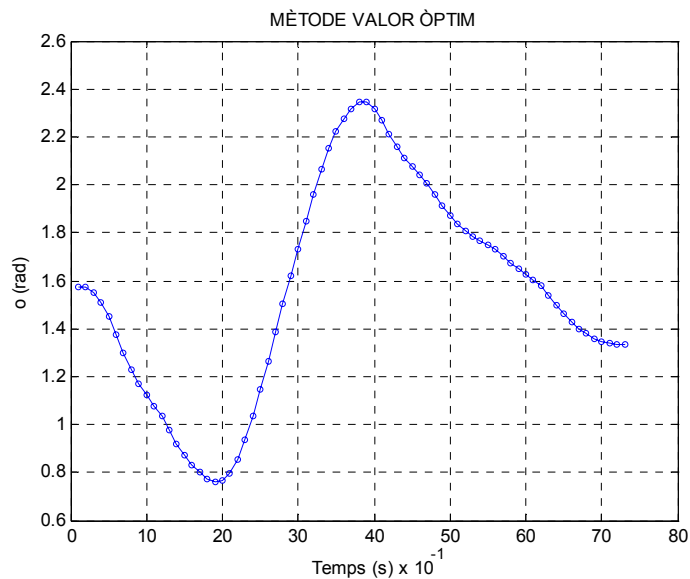


Figura 108. Simulació de la orientació del robot

La Figura 109 mostra la simulació de les consignes que li apliquem al robot. Com podem observar el control del robot és força suau. No hi han pics inesperats que fan canviar el valor de les consignes en pocs instants de temps, sinó que varien el seu valor d'una manera suau i constant. El robot es para quan han passat 6,8 segons.

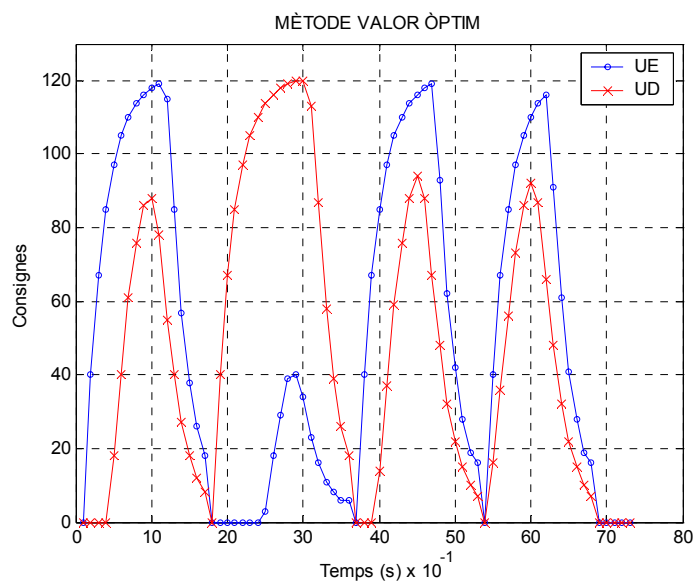


Figura 109. Consignes de les rodes

La Figura 110 mostra la simulació de la velocitat de les rodes esquerra i dreta del robot. Com podem veure, en la velocitat de les dues rodes es comporta d'una manera suau. Cada coordenada que passa té que girar i aquest ho fa amb uns canvis de velocitat suaus.

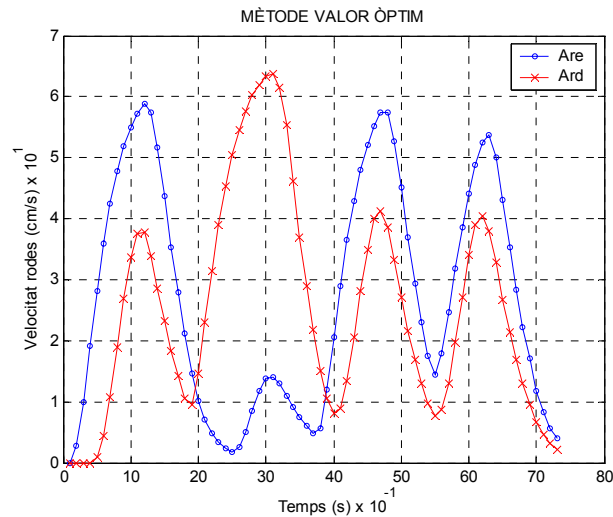


Figura 110. Velocitat de les rodes

Les gràfiques següents són amb el mètode gradient.

La Figura 111 mostra el recorregut que simula el robot per passar per totes les coordenades. En aquest cas, si comparem aquest mètode amb el del valor òptim, el robot també aconsegueix passar per totes les coordenades. Però obtenim una millora en la precisió de la trajectòria, la desviació s'ha reduït considerablement en els trams que va del punt inicial a (25, 50), de (25, 50) a (25, 100) i de (25, 100) a (0, 150).

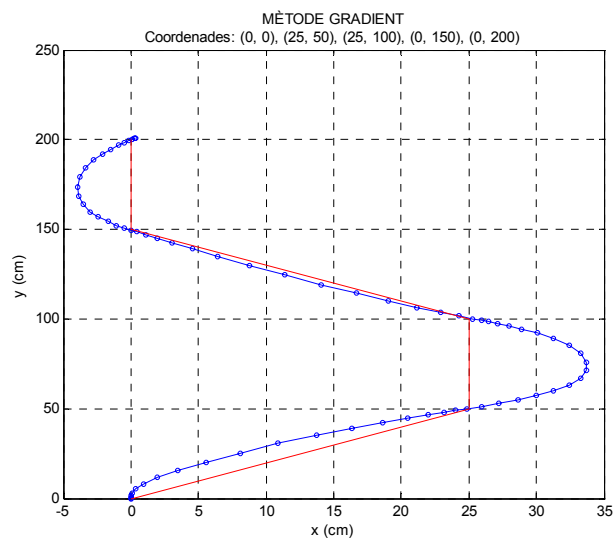


Figura 111. Simulació de la trajectòria

La Figura 112 mostra la simulació de la orientació del robot. Com podem veure el control continua sent suau. Tot i que dels 4 als 5,5 segons té que canviar d'orientació per dirigir-se al punt final, en aquest període, el seu gir no gira d'una manera constant i progressiva, sinó que provoca una petita vall.

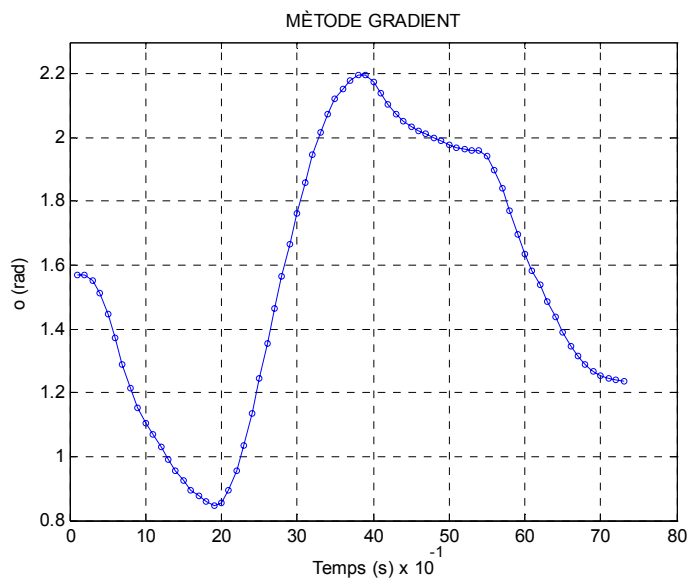


Figura 112. Simulació de la orientació del robot

La Figura 113 mostra la simulació de les consignes que se li aplica al robot. Com podem veure, el canvi de consignes es fa d'una manera suau i constant. El robot es para quan han passat 6,8 segons.

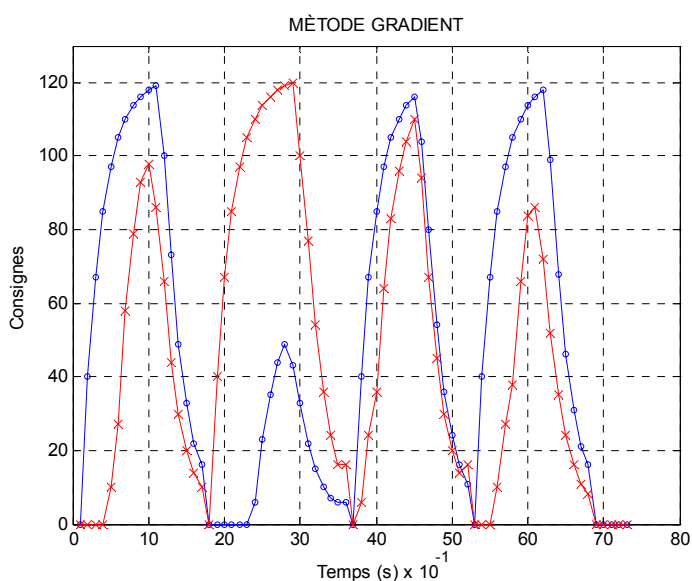


Figura 113. Consignes de les rodes

La Figura 114 mostra la simulació de la velocitat de les rodes esquerra i dreta del robot. Com podem veure no hi ha molta diferència amb el mètode valor òptim, en aquest cas les velocitats de les dues rodes també varien d'una manera suau i constant.

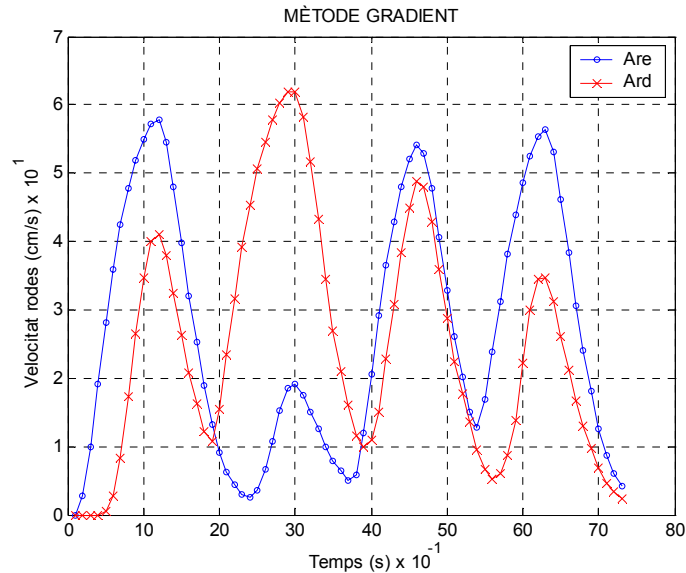


Figura 114. Velocitat de les rodes

9.5. Conclusions dels resultats de l'anàlisi

Un cop hem analitzat els resultats de les simulacions aplicant el mètode valor òptim i el gradient per cada funció de costos en diverses simulacions de diferents trajectòries, procedim a analitzar els resultats obtinguts per cada trajectòria. Analitzarem els resultats a partir d'unes taules que ens resumeix les característiques obtingudes en les trajectòries. Hem analitzat el temps que tarda en arribar al punt final, la suavitat del control de la simulació del robot i la precisió de la trajectòria simulada. El temps està mesurat en segons, la suavitat la valorem donant tres nivells; alt, mig i baix, i la precisió la valorem també per quatre nivells; molt bo, bo, regular i dolent. La suavitat tindrà un nivell alt si les consignes tenen varis pics que provoca un canvi de valor amb pujades i baixades abruptes. També ho podem veure amb les velocitats si tenen uns canvis de transició en un període de temps curt. Com menys pics i els canvis de transició siguin més llargs llavors tindrem un millor nivell de suavitat. Els nivells de precisió s'han mesurat segons la capacitat de seguiment de la trajectòria que tingui la simulació del robot. Si la simulació de la trajectòria del robot és molt semblant a la trajectòria idònia que segueix les coordenades llavors tindrem un nivell de precisió molt bo, com menys precís es vagi tornant, menys nivell tindrà.

La Taula 1 mostra les característiques que hem obtingut de la simulació de la trajectòria rectilínia que passa per les coordenades: (0, 0), (0, 200). Com podem veure en la majoria de casos el mètode gradient tarda més temps a arribar al punt final que els del valor òptim. Amb l'excepció que per l'error acumulat de la distància a la trajectòria per tots els períodes de l'horitzó de predicció (errorAcDistTrj) tarda el mateix temps que pel mètode valor òptim i a més dóna el temps més curt. En el mètode valor òptim dóna una millor suavitat en tots els casos. La funció de costos que dóna una millor precisió és la de la distància a la trajectòria (distTrj) pel mètode gradient, sent el mètode valor òptim el que dóna un molt bon resultat. Els resultats més dolents els obtenim tant pel mètode valor òptim i gradient en la funció de costos de l'error acumulat de l'angle orientació en tots els períodes de l'horitzó de predicció (errorAcOrientació). Per tant, de tots els casos el que dóna millors resultats és el de la funció de costos distància a la trajectòria (distTrj) amb el mètode valor òptim. Aquest cas tarda el mínim de temps, 3,5 segons, té una molt bona suavitat i una molt bona precisió.

Trajectòria (x, y) en cm: (0, 0), (0, 200)								
Funció costos	distTrj		Odif2		errorAcDistTrj		errorAcOrientació	
Mètode	Valor òptim	Gradient	Valor òptim	Gradient	Valor òptim	Gradient	Valor òptim	Gradient
Temps (s)	3,5	3,9	3,5	4	3,5	3,5	3,5	3,6
Suavitat	Alt	Baix	Alt	Baix	Alt	Baix	Alt	Baix
Precisió	Molt bo	Molt bo	Bo	Molt bo	Bo	Molt bo	Regular	Regular

Taula 1. Resultats de la simulació

La Taula 2 mostra les característiques que hem obtingut en els resultats de la simulació de la trajectòria que passa per les coordenades: (0, 0), (0, 100) i (-50, 200). Tant pel mètode valor òptim com pel mètode gradient tenim bons resultats de temps. En la funció de costos en que hi intervé l'error acumulat de l'angle orientació en tots els períodes de l'horitzó de predicció (errorAcOrientació) tant pel mètode valor òptim com pel mètode gradient obtenim els millors temps, 4,6 segons. Normalment pel mètode valor òptim tenim una millor suavitat, tot i que per la funció de costos de l'error acumulat de la distància a la trajectòria en tots els períodes de l'horitzó de predicció (errorAcDistTrj) i l'error acumulat de l'angle orientació en tots els períodes de l'horitzó de predicció (errorAcOrientació) pels dos mètodes obtenim un bon nivell de suavitat. En el cas de la precisió tenim millors resultats pel mètode gradient. Analitzant tots els casos, el que dóna millors resultats és el de la funció de costos de l'error acumulat de la distància a la trajectòria en tots els períodes de l'horitzó de predicció (errorAcDistTrj) amb el mètode gradient. Tarda 5 segons en arribar al punt final, tenim un nivell de suavitat alt i molt bona precisió de la trajectòria.

Trajectòria (x, y) en cm: (0, 0), (0, 100) i (-50, 200)								
Funció costos	distTrj		Odif2		errorAcDistTrj		errorAcOrientació	
Mètode	Valor òptim	Gradient	Valor òptim	Gradient	Valor òptim	Gradient	Valor òptim	Gradient
Temps (s)	5	5	5	5	5,1	5	4,6	4,6
Suavitat	Alt	Baix	Alt	Baix	Alt	Alt	Alt	Alt
Precisió	Molt bo	Molt bo	Bo	Molt bo	Bo	Molt bo	Regular	Bo

Taula 2. Resultats de la simulació

La Taula 3 mostra les característiques que hem obtingut amb els resultats de la simulació de la trajectòria que passa per les coordenades: (0, 0), (25, 50), (25, 100), (0, 150) i (0, 200). Com podem veure en la majoria de funcions de costos el mètode gradient tarda més temps en arribar al punt final que el mètode valor òptim. Amb la excepció que la funció en la que hi intervé l'error acumulat de l'angle orientació en tots els períodes de l'horitzó de predicció (errorAcOrientació) amb els dos mètodes es tarda el mateix temps. El mètode gradient dona una millor suavitat en tots els casos. La precisió també és millor pel mètode gradient, i l'error acumulat de l'angle orientació en tots els períodes de l'horitzó de predicció (errorAcOrientació) és el que dona una millor precisió. Curiosament, per les funcions de costos distància a la trajectòria (distTrj), angle orientació (Odif2) i l'error acumulat de la distància a la trajectòria en tots els períodes de l'horitzó de predicció (errorAcDistTrj) pel mètode valor òptim on tenim uns resultats molt iguals. En definitiva, el cas que dona millors resultats és el de la funció de costos de l'error acumulat de l'angle orientació en tots els períodes de l'horitzó de predicció (ErrorAcOrientació), tant pel mètode valor òptim com pel gradient. Els dos tarden el temps més curt, 6,8 segons, tenen una bona suavitat i una molt bona precisió.

Trajectòria (x, y) en cm: (0, 0), (25, 50), (25, 100), (0, 150) i (0, 200)								
Funció costos	distTrj		Odif2		errorAcDistTrj		errorAcOrientació	
Mètode	Valor òptim	Gradient	Valor òptim	Gradient	Valor òptim	Gradient	Valor òptim	Gradient
Temps (s)	7,3	7,7	7,3	7,4	7,3	7,8	6,8	6,8
Suavitat	Mig	Alt	Mig	Alt	Mig	Alt	Alt	Alt
Precisió	Bo	Molt bo	Bo	Molt bo	Bo	Molt bo	Molt bo	Molt bo

Taula 3. Resultats de la simulació

Com hem vist a les conclusions de cada simulació de la trajectòria, veiem que obtenim diferents resultats en cada trajectòria. No podem dir que hi hagi una funció que ens doni un millor resultat que una altra d'una manera global. Depèn de la trajectòria ens surt una funció amb millors resultats que una altra. Per això ens decidim a fer experiments factorials per diverses trajectòries, aplicant-les a les lleis de control, per trobar una millora en les lleis de control predictiu.

10. DIFERÈNCIA ENTRE MÈTODE VALOR ÒPTIM I GRADIENT

Com hem anat veient no obtenim els mateixos resultats en les simulacions si apliquem un mètode o un altre. En aquest apartat analitzarem les diferències que ens trobem amb la funció de costos distància a la trajectòria, Equació 70. Analitzant l'aportació del factor aproximació al punt destí de l'Equació 71 i el producte entre aquest i el factor de la distància a la trajectòria rectilínia, Equació 81, que estan incloses a l'Equació 70. Així, sabrem quina té més pes i les formes que tenen.

$$\text{dif}^2 \cdot \text{distTrj}^2 \quad (\text{Eq. 81})$$

10.1. Estudi de la taula d'errors

S'ha assignat una trajectòria rectilínia de 2 metres. El seu punt inicial és la coordenada (0, 0) i té que arribar a (0, 200). La orientació inicial del robot és de 90°.

Tot seguit veurem els resultats obtinguts a les simulacions en el període 7 que és quan comença a haver-hi diferències dels valors odomètrics entre el mètode valor òptim i el mètode gradient.

Les gràfiques següents són les taules de l'error, aplicant el mètode valor òptim. Per veure el comportament del mètode valor òptim s'ha manipulat la taula d'errors, hem incrementat de forma manual el valor final que obtenim en aquest període.

La Figura 115 mostra els valors que obtenim de la taula errors del programa en el període 7 per cada combinació de consigna. La gràfica correspon a l'Equació 70, la funció de costos distància a la trajectòria. Com podem veure l'error mínim l'obtenim a la posició (40, 37). En aquest punt hi haurà un increment de la consigna esquerra de 5 i de la dreta un increment de 4. Com podem veure l'error disminueix en la diagonal que va de la posició (0, 0) a la (40, 40).

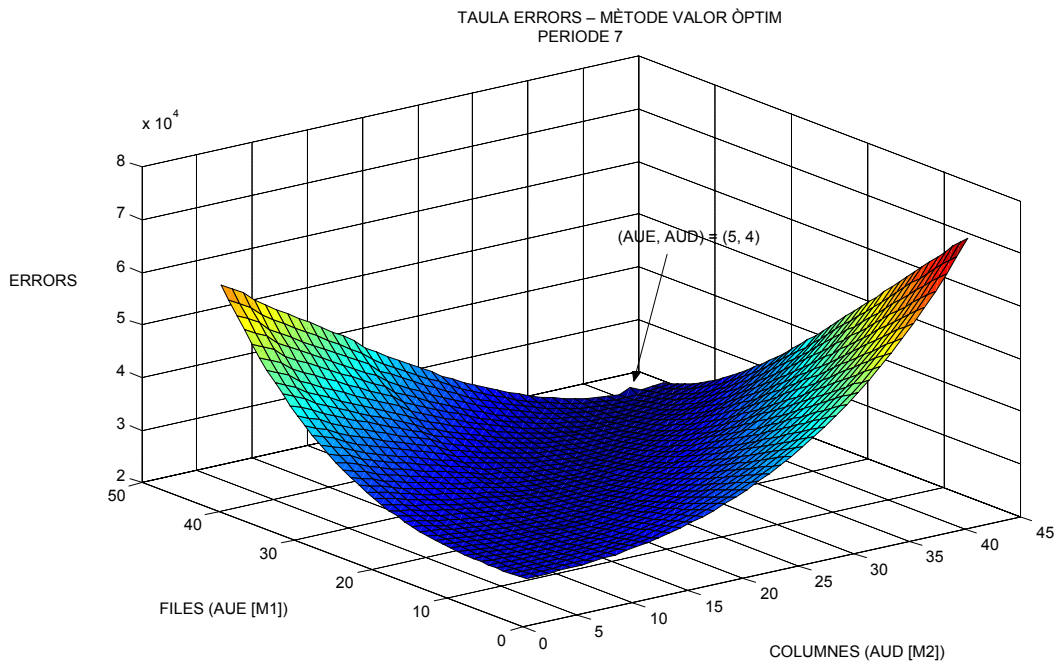


Figura 115. Gràfica de la taula errors

La Figura 116 mostra la forma que té la taula errors en el període 7, només analitzant l'aportació del factor aproximació al punt destí de l'Equació 71. Com podem veure la posició (40, 37) continua sent de les posicions amb un error més baix. Per aquella zona es troben els valors d'error més baixos. A mesura que ens anem allunyant d'aquesta posició l'error anirà augmentant deixant la posició (0, 0) com la que té l'error més gran.

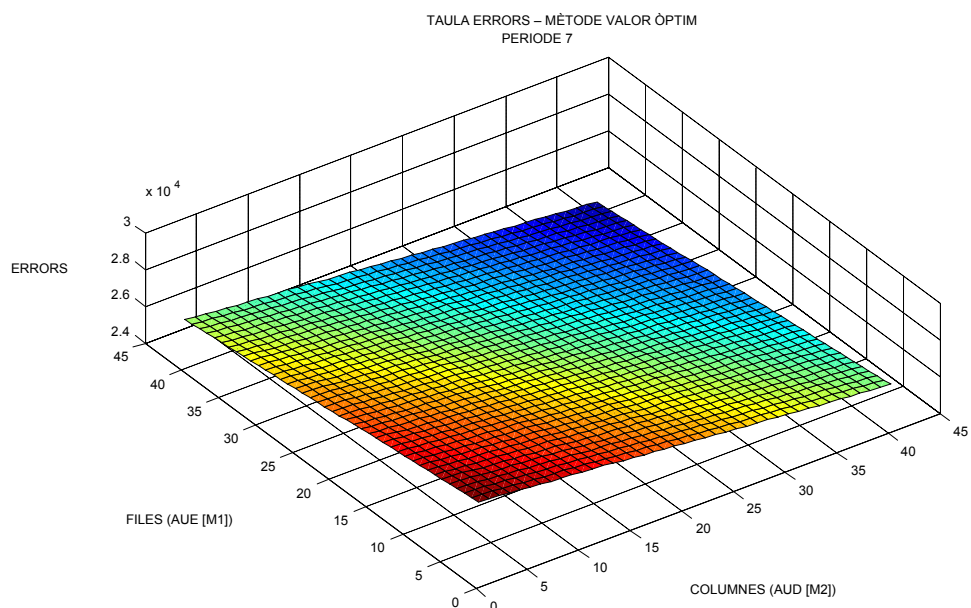


Figura 116. Gràfica de la taula errors

La Figura 117 mostra la taula d'errors que aporta el producte entre els factors aproximació al punt destí i el factor de la distància a la trajectòria rectilínia, Equació 81. Les seves característiques són similars als de l'Equació 70, la funció de costos distància a la trajectòria. L'error disminueix en la diagonal que va de la posició (0, 0) a la (40, 40).

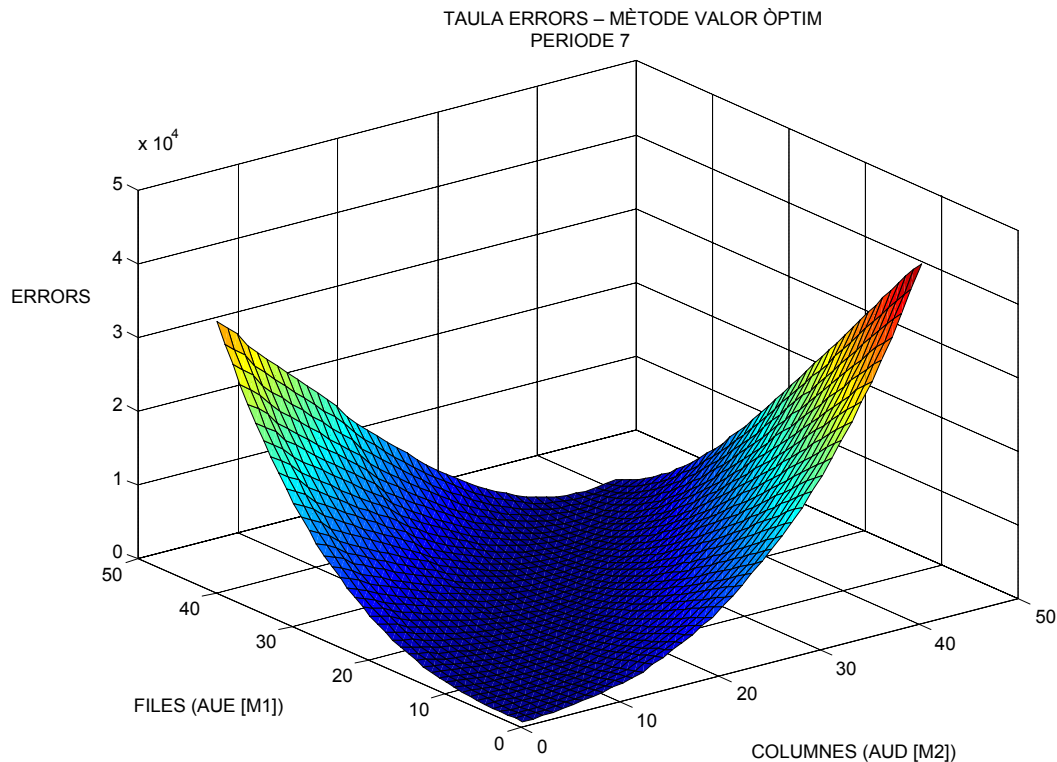


Figura 117. Gràfica de la taula errors

Les gràfiques següents són amb el mètode gradient.

La Figura 118 mostra la taula d'errors en el període 7 per la funció de costos distància a la trajectòria, Equació 70. Com podem veure, en aquest cas el valor mínim de l'error el troba en el quadrant 4, en la posició (40, 39). I tenim un increment de consigna esquerra i dreta de 11. Podem observar la combinació de consignes que va escollint el programa en cada quadrant per trobar l'error mínim en el període 7. En aquest cas obtenim un resultat diferent del mètode valor òptim. En aquell cas trobàvem l'error mínim en la posició (40, 37) i teníem un increment de consigna esquerra de 5 i de dreta de 4. Com que en l'últim quadrant no analitza la combinació de consignes (40, 37) no troba que aquest és el punt amb l'error més petit de la taula d'errors. Tot hi així, com hem vist en els resultats simulats en les simulacions de l'apartat anterior, encara que no esculli l'error més petit, el mètode gradient troba

combinacions de consigna que donen un error que està molt proper a l'error del mètode valor òptim.

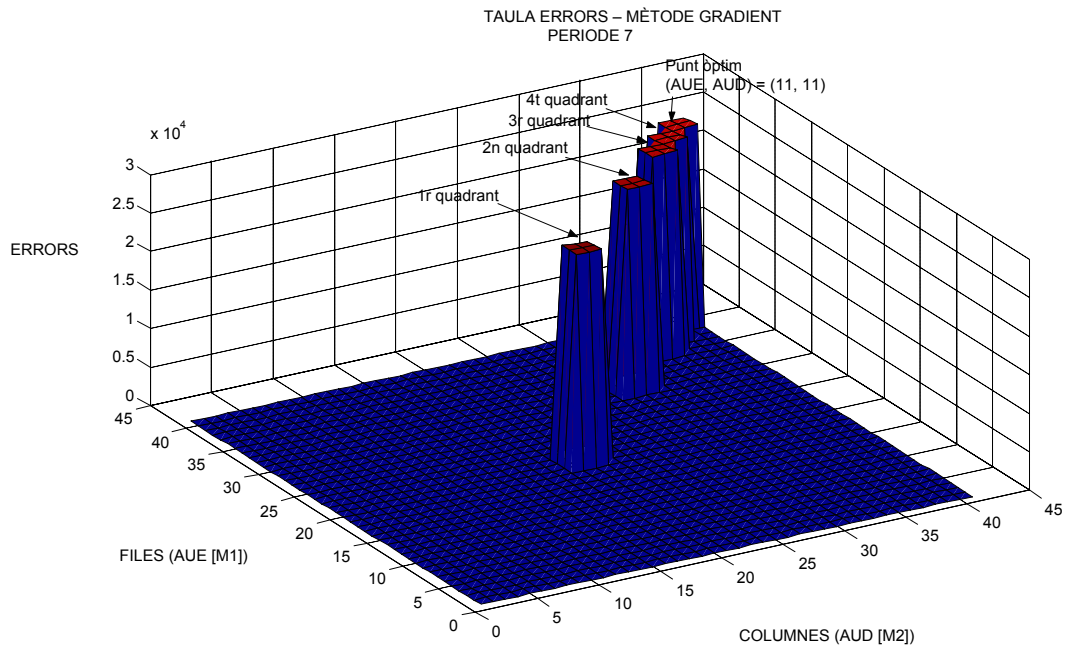


Figura 118. Gràfica de la taula errors

La Figura 119 mostra l'aportació que dona el factor aproximació al punt destí de l'Equació 71. Com podem veure obtenim resultats molt similars als de la funció de costos distància a la trajectòria, l'Equació 70.

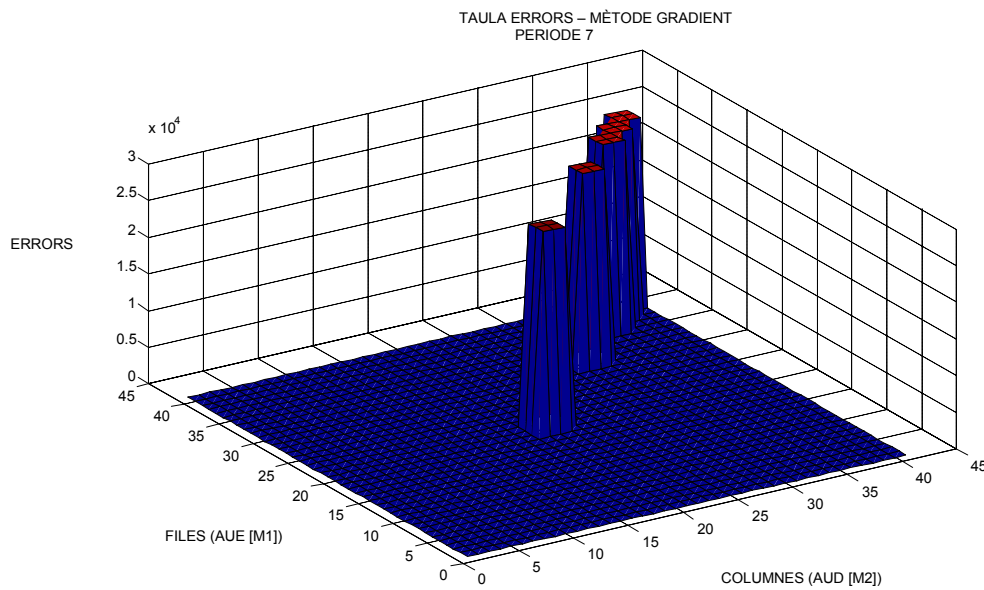


Figura 119. Gràfica de la taula errors

La Figura 120 mostra l'aportació del producte entre els factors aproximació al punt destí i el factor de la distància a la trajectòria rectilínia, Equació 81. Com podem veure en aquest cas, amb aquesta funció de costos obtenim errors amb baix valor.

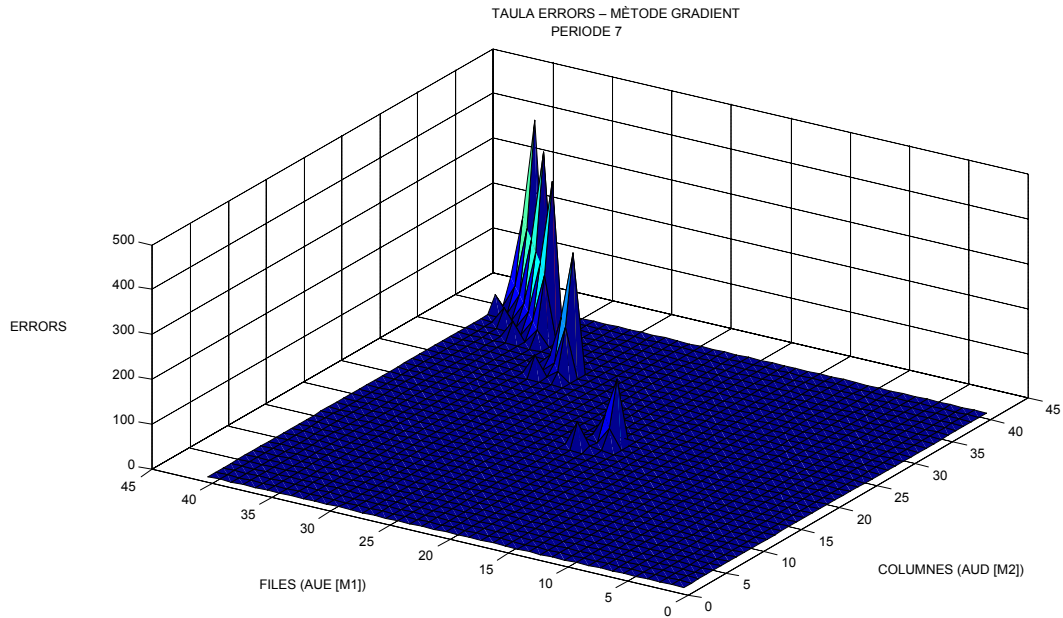


Figura 120. Gràfica de la taula errors

10.2. Els mínims locals

A partir dels valors simulats buscarem els mínims locals del període 7 per cada funció de costos i per cada mètode. Un mínim local és un punt de la zona on estigui rodejat de valors més elevats.

La Figura 121 mostra el mínim local amb la funció de costos distància a la trajectòria de l'Equació 70 i el mètode valor òptim. Aquest mínim local correspon al valor mínim de la taula d'errors i té un increment de la consigna esquerra de 5 i de la dreta de 4, es troba en la posició (40, 37) de la Figura 115. L'error és de 24332,8 cm, a mesura que vagin passant els períodes el robot s'anirà apropant al punt final i el seu error disminuirà.

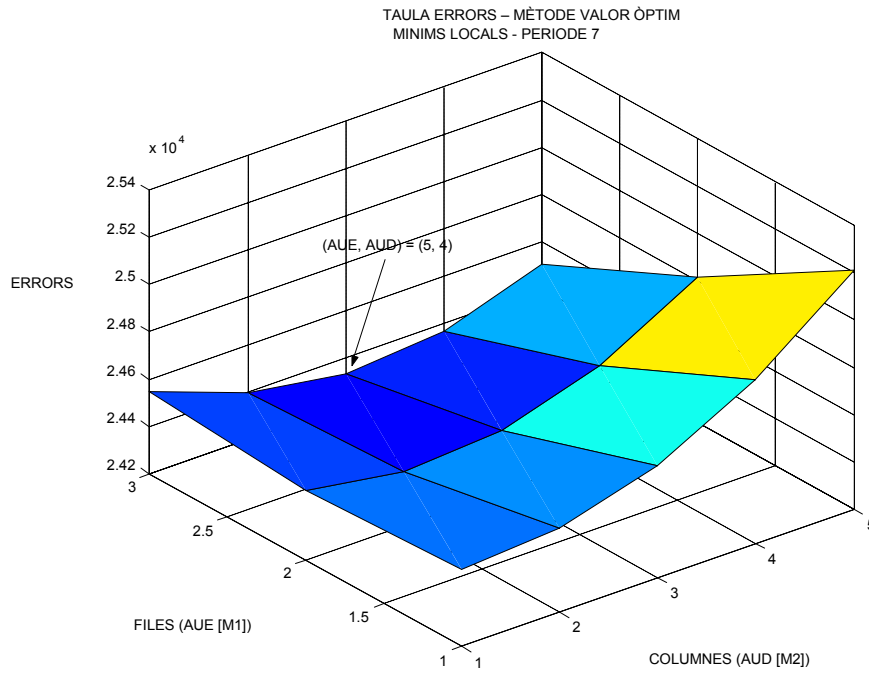


Figura 121. Mínim local de la taula errors

La Figura 122 mostra el mínim local trobat en la simulació de la taula d'errors del factor aproximació al punt destí de l'Equació 71 i el mètode valor òptim. Es troba a la posició (40, 40) i té un increment de consigna esquerra de 5 i de la dreta de 7. El seu error és de 24176 cm.

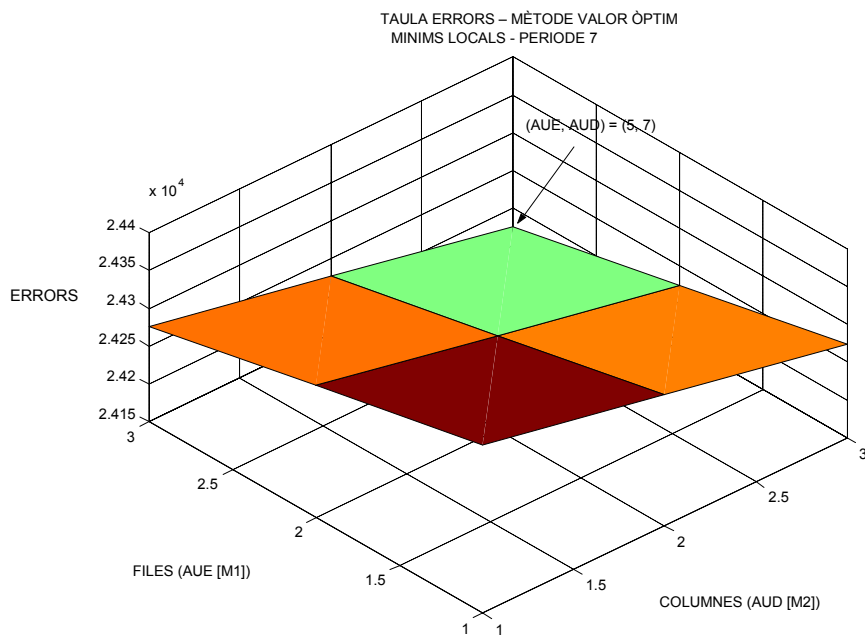


Figura 122. Mínim local de la taula errors

La Figura 123 mostra el mínim local trobat en la simulació de la taula d'errors del producte entre els factors aproximació al punt destí i el factor de la distància a la trajectòria rectilínia, Equació 81 i el mètode valor òptim. Es troba a la posició (23, 20) i té un increment de consigna esquerra de -12 i de la dreta de -13. El seu error és de 0,0024266 cm.

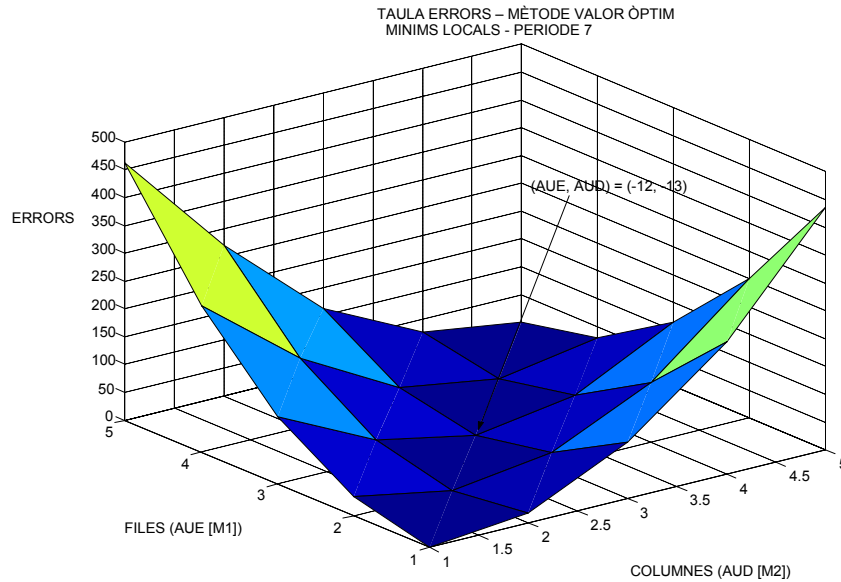


Figura 123. Mínim local de la taula errors

La Figura 124 mostra el mínim local trobat en la simulació de la taula d'errors de la funció de costos distància a la trajectòria de l'Equació 70 i el mètode gradient. Es troba a la posició (40, 39) i té un increment de consigna esquerra i dreta de 11. El seu error és de 25391,6 cm. Aquest mínim local correspon al valor mínim de la taula d'errors.

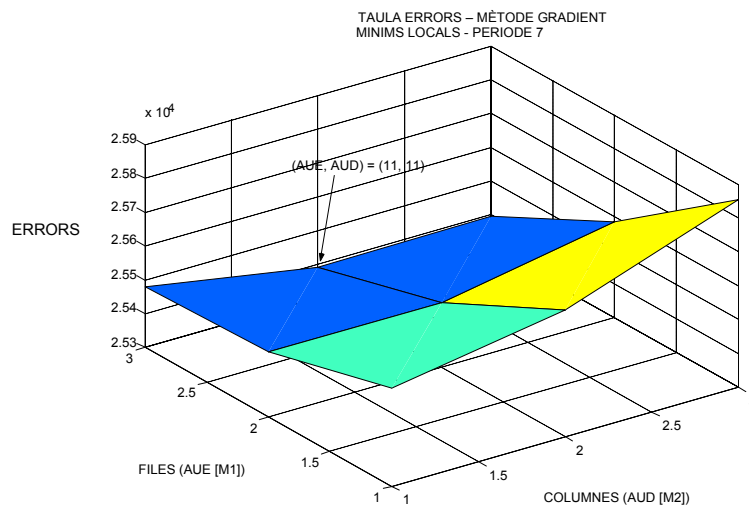


Figura 124. Mínim local de la taula errors

11. MÈTODE DISSENY FACTORIAL

Observant els resultats obtinguts a les simulacions de les trajectòries dels apartats anteriors, millorem el control del robot aplicant-li el disseny d'experiments factorials per tal d'analitzar els diferents paràmetres de les funcions de costos. Aquest mètode ha estat utilitzat en fàbriques per millorar els resultats dels seus productes industrials. A partir d'anar fent proves, variant el nivell fixat dels factors per totes les seves possibles combinacions, analitzen el resultats dels factors que volen millorar.

Hem de tenir en compte que per portar a terme el disseny factorial a la funció de control del robot, hem realitzat una sèrie d'experiments, que més endavant comentarem, que han estat realitzats utilitzant el mateix robot al laboratori.

11.1. Factors TDD, OD i APD

Els factors que analitzarem seran la desviació de la distància trajectòria (TDD), la desviació de la orientació (OD) i l'aproximació al punt destí (APD). Les figures següents mostren les diferents combinacions dels factors i les seves influències a la direcció. Hem de tenir en compte que el factor APD es refereix al factor de les funcions de costos amb nomenclatura dif^2 que es troba sol a la funció, el factor TDD es refereix al producte entre dif^2 i $distTrj^2$, o $errorAcDistTraj$, i el factor OD es refereix al producte entre dif^2 i $Odif^2/0,025$, o $errorAcOrientacio/0,025$, segons la funció de costos que utilitzem.

La Figura 125 mostra el sentit de la direcció d'influència que segueix el factor de la desviació de la distància trajectòria o el factor de la desviació de la orientació (efecte principal TDD OR OD), tots dos factors tenen el mateix sentit. Com podem veure el sentit de la fletxa t'indica les combinacions en que la desviació de la distància de la trajectòria o la desviació de la orientació, segons la funció de costos que utilitzem, tenen més pes. En aquest cas les combinacions seran (01) i (11).

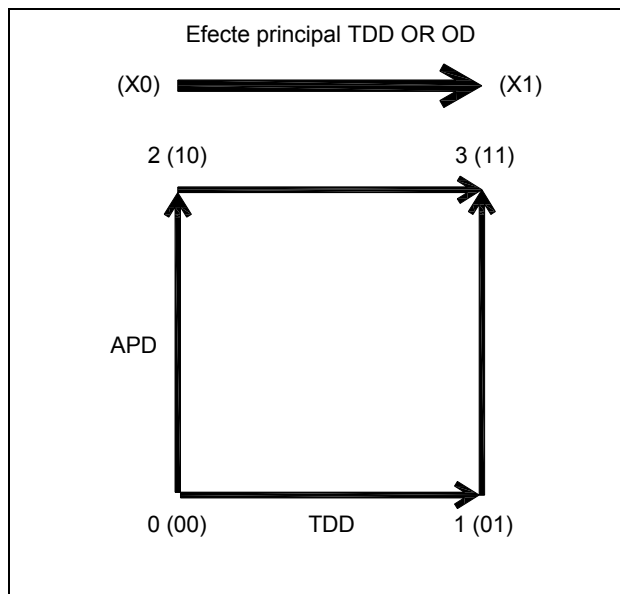


Figura 125. Efecte principal TDD o OD (Desviació de la distància trajectòria o Desviació de la orientació)

La Figura 126 mostra el sentit de la direcció d'influència que segueix el factor de la aproximació al punt destí (efecte principal APD). Com podem veure el sentit de la fletxa t'indica les combinacions en que la aproximació al punt destí tenen més pes. En aquest cas les combinacions seran (10) i (11).

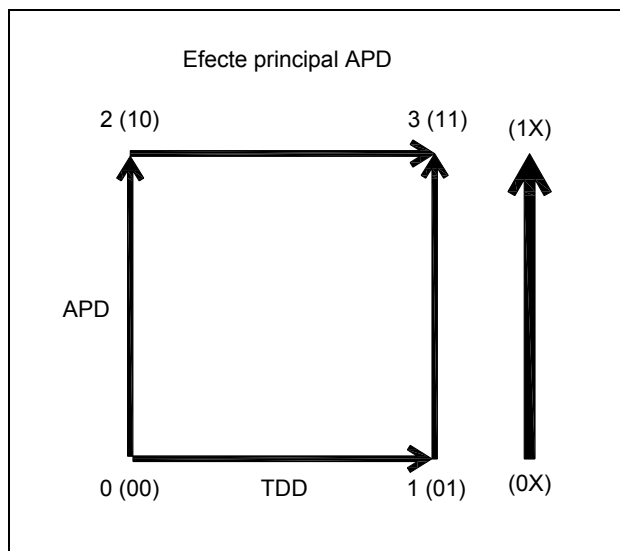


Figura 126. Efecte principal APD (Aproximació al punt destí)

La Figura 127 mostra el sentit de direcció d'influència que seguiria si el factor que té més pes és el factor de la desviació de la distància trajectòria o el factor de la desviació de la orientació juntament amb el factor de la aproximació al punt destí, aquesta condició només servirà per la combinació que tingui els dos factors amb més pes, efecte lateral ((TDD OR

OD) & APD). Com podem veure en el sentit de la fletxa, la combinació en que l'efecte lateral té més pes és la combinació 11.

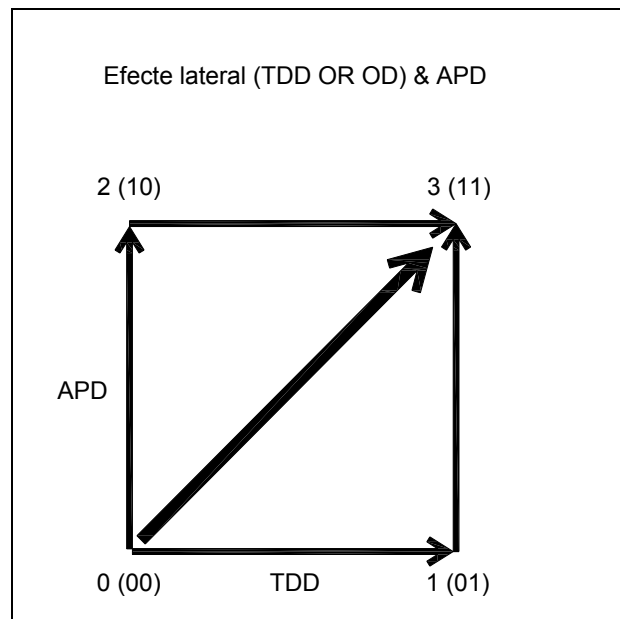


Figura 127. Efecte lateral ((TDD o OD) & APD)

11.2. Influència experimental dels factors TDD, OD i APD

En aquest apartat explicarem la teoria del disseny factorial quan intervenen els factors TDD, OD i APD. Els paràmetres estudiats són el temps, la mitjana de l'error distància a la trajectòria i la mitjana de la velocitat del robot (A_r). Aquests paràmetres seran estudiats donant un pes determinat a cada factor de la funció de costos. De manera que hi hauran quatre combinacions diferents per fer l'estudi. Per cada combinació es faran dues o tres proves en que farem la mitjana d'aquestes per tenir un valor estadístic per tal de saber com es comporta el robot i de quina manera li afecta les diferents combinacions de pesos. L'estudi s'ha fet a partir de cinc trajectòries diferents, en les que el seu punt final està dins del marge de visió que ens proporcionarà la càmera que s'encarrega de la visió. En un futur el robot estarà governat per visió per computadora.

Els pesos que li donarem a la funció tindran dos nivells. I per cada combinació es faran 2 o 3 proves del recorregut de la trajectòria amb el robot. La mitjana de les 2 o 3 proves dels paràmetres a estudiar permetrà un anàlisi estadístic més apurat per cada combinació de factors. A partir de la desviació estàndard dels paràmetres es determinarà la importància dels efectes. Si la desviació estàndard de l'efecte principal o lateral, relatiu a TDD, OD i APD, és similar a 2 o 3 vegades més gran que la desviació estàndard dels paràmetres

llavors tindrem en consideració la importància d'aquests efectes i podrem considerar que hi ha hagut millores segons els paràmetres que estiguin implicats (temps, mitjana error distància a la trajectòria i mitjana velocitat). Amb el paràmetre temps estudiarem el temps que tarda el robot en arribar al punt final, amb el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria estudiarem la desviació de la trajectòria i amb el paràmetre mitjana velocitat estudiarem l'esforç de control. Si observem les figures 125, 126 i 127 de l'apartat anterior podem observar les diferents combinacions dels factors i les seves influències a la direcció.

Així, l'efecte principal del factor APD pot ser calculat per l'Equació 82.

$$ME_{APD} = \frac{Y_3 + Y_2}{2} - \frac{Y_1 + Y_0}{2} \quad (\text{Eq. 82})$$

L'efecte principal del factor TDD o OD pot ser calculat per l'Equació 83.

$$ME_{TDD \text{ or } OD} = \frac{Y_3 + Y_1}{2} - \frac{Y_2 + Y_0}{2} \quad (\text{Eq. 83})$$

Els efectes laterals són calculats per l'Equació 84.

$$LE_{APD_{(TDD \text{ or } OD)}} = Y_3 - Y_0 \quad (\text{Eq. 84})$$

On Y_n fa referència a la mitjana de la combinació que li correspongui segons el número que tingui indexat per cada paràmetre que analitzem; temps, mitjana error distància a la trajectòria i mitjana velocitat. Y_0 correspon a la combinació 00, Y_1 a la 01, Y_2 a la 10 i Y_3 a la 11.

11.3. Experiments factorials amb trajectòries d'un sol punt per l'horitzó curt

El robot realitza diverses trajectòries amb el mètode valor òptim per fer un estudi estadístic on anirem variant la funció de costos anant donant un pes determinat als factors APD, TDD i OD, segons la funció de costos que hi intervingui. El factor tindrà el pes màxim quan tingui el seu valor unitari, i tindrà el pes mínim dividint el factor per la meitat. Calcularem el temps que tarda en arribar al punt destí, la mitjana de l'error de la distància a la trajectòria i la mitjana de les velocitats, per tal de trobar la combinació que ens doni els resultats més satisfactoris. L'estudi es realitzarà per les funcions de costos distància a la trajectòria, diferència

d'orientació, error acumulat de la distància a la trajectòria i error acumulat de la diferència d'orientació. Aquests estudis es faran per l'horitzó de predicció curt.

11.3.1. Funció de costos distància a la trajectòria, trajectòria rectilínia

En el primer estudi que estudiem de l'horitzó de predicció curt, el robot segueix una trajectòria recte que fa un recorregut de 130 cm. La funció de costos que s'utilitzarà és la de la distància a la trajectòria, Equació 70. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 4 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre temps. En aquesta taula podem observar el temps que tarda el robot en arribar al punt final per totes les proves, la mitjana i la variància que obtenim per cada combinació i la desviació estàndard del paràmetre temps, que en definitiva, és el resultat que més ens interessa per estudiar els efectes principals i laterals.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 130)					
Temps (s)					
APD TDD	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	4,6	5,0	4,9	4,8	0,0300
01 (1)	4,9	5,0	4,8	4,9	0,0067
10 (2)	4,8	4,6	4,7	4,7	0,0067
11 (3)	4,0	4,5	4,3	4,3	0,0433
Mitjana de la variància					0,0217
Desviació estàndard					0,1472

Taula 4. Resultats del paràmetre temps

La Taula 5 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 130)					
Mitjana error (cm)					
APD TDD	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	0,563	0,392	0,570	0,508	0,0067
01 (1)	0,115	0,228	0,218	0,187	0,0026
10 (2)	0,171	0,337	0,196	0,235	0,0053
11 (3)	0,267	0,147	0,200	0,205	0,0024
Mitjana de la variància					0,0043
Desviació estàndard					0,0654

Taula 5. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 6 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 130)						
Mitjana velocitat (cm/s)						
APD TDD	Mitjana Are			Mitjana Ard		
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 1	Prova 2	Prova 3
00 (0)	27,760	24,442	24,900	27,200	24,562	25,609
01 (1)	25,494	25,480	31,713	25,364	25,657	31,311
10 (2)	26,704	26,598	25,294	26,553	26,537	26,913
11 (3)	30,390	28,172	30,638	30,339	27,543	30,195

Taula 6. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 7 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 130)					
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)					
APD TDD	Mitjana Ar				
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	27,480	24,502	25,255	25,746	1,5986
01 (1)	25,429	25,569	31,512	27,503	8,0386
10 (2)	26,629	26,568	26,104	26,433	0,0550
11 (3)	30,365	27,858	30,417	29,546	1,4262
Mitjana de la variància					2,7796
Desviació estàndard					1,6672

Taula 7. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.2. Funció de costos distància a la trajectòria, trajectòria gir esquerra gran

En el següent estudi el robot segueix una trajectòria d'un punt que va de (0, 0) a (-25, 40). La funció de costos que s'utilitzarà és la de la distància a la trajectòria, Equació 70. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 8 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-25, 40)					
Temps (s)					
APD TDD	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	3,5	3,4	3,9	3,6	0,0467
01 (1)	2,8	3,0	2,8	2,9	0,0089
10 (2)	3,3	3,7	4,1	3,7	0,1067
11 (3)	4,0	4,0	3,3	3,8	0,1089
Mitjana de la variància					0,0678
Desviació estàndard					0,2603

Taula 8. Resultats del paràmetre temps

La Taula 9 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-25, 40)					
Mitjana error (cm)					
APD TDD	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	3,371	3,114	3,251	3,245	0,0110
01 (1)	3,034	3,018	2,838	2,963	0,0079
10 (2)	3,295	3,169	3,415	3,293	0,0102
11 (3)	3,270	3,210	3,221	3,234	0,0007
Mitjana de la variància					0,0074
Desviació estàndard					0,0861

Taula 9. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 10 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-25, 40)						
Mitjana velocitat (cm/s)						
APD TDD	Mitjana Are			Mitjana Ard		
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 1	Prova 2	Prova 3
00 (0)	6,761	6,920	6,217	18,925	19,457	17,135
01 (1)	8,479	7,871	7,079	22,310	20,226	20,534
10 (2)	7,288	6,445	5,657	20,109	18,263	16,648
11 (3)	5,795	6,154	7,300	17,293	16,988	20,006

Taula 10. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 11 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-25, 40)					
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)					
APD TDD	Mitjana Ar				
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	12,843	13,189	11,676	12,569	0,4188
01 (1)	15,395	14,049	13,807	14,417	0,4880
10 (2)	13,699	12,354	11,153	12,402	1,0815
11 (3)	11,544	11,571	13,653	12,256	0,9759
Mitjana de la variància					0,7410
Desviació estàndard					0,8608

Taula 11. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.3. Funció de costos distància a la trajectòria, trajectòria gir esquerra petit

En el següent estudi el robot segueix una trajectòria d'un punt que va de (0, 0) a (-34, 90). La funció de costos que s'utilitzarà és la de la distància a la trajectòria, Equació 70. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 12 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-34, 90)					
Temps (s)					
APD TDD	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	5,5	6,0	5,7	5,7	0,0422
01 (1)	6,0	6,5	7,2	6,6	0,2422
10 (2)	6,8	7,1	7,3	7,1	0,0422
11 (3)	5,1	5,4	5,3	5,3	0,0156
Mitjana de la variància					0,0856
Desviació estàndard					0,2925

Taula 12. Resultats del paràmetre temps

La Taula 13 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-34, 90)					
Mitjana error (cm)					
APD TDD	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	2,082	3,061	2,596	2,580	0,1597
01 (1)	3,291	3,095	3,592	3,326	0,0418
10 (2)	3,859	2,613	3,422	3,298	0,2664
11 (3)	2,453	2,626	1,719	2,266	0,1546
Mitjana de la variància					0,1556
Desviació estàndard					0,3945

Taula 13. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 14 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-34, 90)						
Mitjana velocitat (cm/s)						
APD TDD	Mitjana Are			Mitjana Ard		
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 1	Prova 2	Prova 3
00 (0)	15,045	13,750	14,544	20,400	18,990	18,423
01 (1)	13,437	11,049	10,274	18,618	15,957	15,094
10 (2)	11,862	11,338	10,448	16,609	15,800	14,978
11 (3)	15,800	17,273	14,250	20,600	22,180	19,104

Taula 14. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 15 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-34, 90)					
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)					
APD TDD	Mitjana Ar				
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	17,723	16,370	16,484	16,859	0,3753
01 (1)	16,028	13,503	12,684	14,072	2,0248
10 (2)	14,236	13,569	12,713	13,506	0,3883
11 (3)	18,200	19,727	16,677	18,201	1,5499
Mitjana de la variància					1,0846
Desviació estàndard					1,0414

Taula 15. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.4. Funció de costos distància a la trajectòria, trajectòria gir dreta gran

En el següent estudi el robot segueix una trajectòria d'un punt que va de (0, 0) a (25, 40). Per culpa de la zona morta hem pres la decisió d'analitzar l'experiment de (0, 0) a (21, 35) per que fins aquell punt de la trajectòria la zona morta no ha aparegut i els resultats no afecten a l'hora d'arribar a conclusions. La funció de costos que s'utilitzarà és la de la distància a la trajectòria, Equació 70. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 16 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (21, 35)					
Temps (s)					
APD TDD	Temps (s)				
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	2,9	3,2	3,0	3,03	0,0156
01 (1)	3,2	3,6	3,3	3,37	0,0289
10 (2)	3,1	2,8	3,1	3,00	0,0200
11 (3)	3,1	3,5	3,0	3,20	0,0467
Mitjana de la variància					0,0278
Desviació estàndard					0,1667

Taula 16. Resultats del paràmetre temps

La Taula 17 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir dreta gran (x,y) en cm: (0, 0) a (21, 35)					
Mitjana error (cm)					
APD TDD	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	2,343	2,468	2,518	2,443	0,0054
01 (1)	2,420	2,351	2,378	2,383	0,0008
10 (2)	2,614	2,651	2,693	2,653	0,0010
11 (3)	2,608	2,490	2,046	2,381	0,0585
Mitjana de la variància					0,0164
Desviació estàndard					0,1282

Taula 17. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 18 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (21, 35)						
Mitjana velocitat (cm/s)						
APD TDD	Mitjana Are			Mitjana Ard		
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 1	Prova 2	Prova 3
00 (0)	21,048	17,703	20,161	8,369	8,380	8,476
01 (1)	19,263	16,787	20,356	8,388	7,700	8,491
10 (2)	19,897	23,524	19,440	7,610	8,644	7,260
11 (3)	19,588	17,270	18,525	8,994	8,116	9,269

Taula 18. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 19 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (21, 35)					
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)					
APD TDD	Mitjana Ar				
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	14,709	13,042	14,319	14,023	0,5069
01 (1)	13,826	12,244	14,424	13,498	0,8459
10 (2)	13,754	16,084	13,350	14,396	1,4521
11 (3)	14,291	12,693	13,897	13,627	0,4621
Mitjana de la variància					0,8167
Desviació estàndard					0,9037

Taula 19. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.5. Funció de costos distància a la trajectòria, trajectòria gir dreta petit

En el següent estudi el robot segueix una trajectòria d'un punt, va de (0, 0) a (34, 90). Quan vam fer les proves vam tornar a tenir problemes amb la zona morta a l'hora d'arribar al punt final. Per poder analitzar els resultats hem decidit comptar fins al punt que arriba a (30, 80) on la zona morta encara no apareix. La funció de costos que s'utilitzarà és la de la distància a la trajectòria, Equació 70. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 20 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (30, 80)					
Temps (s)					
APD TDD	Temps (s)				
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	3,5	3,6	3,5	3,53	0,0022
01 (1)	3,6	3,9	3,9	3,80	0,0200
10 (2)	3,9	4,0	4,1	4,00	0,0067
11 (3)	3,9	3,8	4,2	3,97	0,0289
Mitjana de la variància					0,0144
Desviació estàndard					0,1202

Taula 20. Resultats del paràmetre temps

La Taula 21 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (30, 80)					
Mitjana error (cm)					
APD TDD	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	0,859	1,413	0,976	1,083	0,0568
01 (1)	1,045	0,622	0,769	0,812	0,0308
10 (2)	1,046	0,847	0,928	0,941	0,0067
11 (3)	0,944	0,802	0,695	0,813	0,0104
Mitjana de la variància					0,0262
Desviació estàndard					0,1617

Taula 21. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 22 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (30, 80)						
Mitjana velocitat (cm/s)						
APD TDD	Mitjana Are			Mitjana Ard		
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 1	Prova 2	Prova 3
00 (0)	25,903	26,747	26,724	20,308	20,450	19,952
01 (1)	25,326	23,838	24,488	18,824	18,828	19,527
10 (2)	25,170	24,840	23,555	19,883	19,897	18,961
11 (3)	25,330	25,113	22,820	20,146	20,351	18,475

Taula 22. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 23 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (30, 80)					
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)					
APD TDD	Mitjana Ar				
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	23,106	23,599	23,338	23,347	0,0406
01 (1)	22,075	21,333	22,008	21,805	0,1122
10 (2)	22,527	22,369	21,258	22,051	0,3186
11 (3)	22,738	22,732	20,648	22,039	0,9684
Mitjana de la variància					0,3599
Desviació estàndard					0,5999

Taula 23. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.6. Funció de costos distància a la trajectòria, efectes principals i laterals

A la Taula 24 podem veure els efectes principals i laterals dels factors TDD i APD dels paràmetres temps, mitjana error distància a la trajectòria i de la mitjana velocitat que s'han calculat, a partir de les taules de resultats de totes les trajectòries que hem realitzat dels experiments factorials amb la funció de costos distància a la trajectòria, Equació 70.

Les caselles que estan remarcades de color blau o gris són efectes significatius. Les de color blau són efectes amb resultats positius i les de color gris són negatius.

Trajectòria rectilínia			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor TDD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors TDD i APD
Temps (s)	-0,150	-0,350	-0,500
Mitjana error traject. (cm)	-0,1757	-0,1280	-0,3037
Mitjana velocitat (cm/s)	2,4353	1,3653	3,8007
Trajectòria gir esquerra gran			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor TDD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors TDD i APD
Temps (s)	-0,333	0,500	0,167
Mitjana error traject. (cm)	-0,1706	0,1591	-0,0114
Mitjana velocitat (cm/s)	0,8508	-1,1640	-0,3132
Trajectòria gir esquerra petit			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor TDD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors TDD i APD
Temps (s)	-0,483	0,017	-0,467
Mitjana error traject. (cm)	-0,1428	-0,1707	-0,3135
Mitjana velocitat (cm/s)	0,9541	0,3884	1,3425
Trajectòria gir dreta gran			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor TDD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors TDD i APD
Temps (s)	0,267	-0,100	0,167
Mitjana error traject. (cm)	-0,1656	0,1039	-0,0617
Mitjana velocitat (cm/s)	-0,6471	0,2513	-0,3958
Trajectòria gir dreta petit			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor TDD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors TDD i APD
Temps (s)	0,117	0,317	0,433
Mitjana error traject. (cm)	-0,1990	-0,0705	-0,2695
Mitjana velocitat (cm/s)	-0,7770	-0,5312	-1,3082

Taula 24. Efectes principals i laterals

De la Taula 24 podem destacar els següents resultats.

A la trajectòria rectilínia les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,1472$ s, $\sigma = 0,0654$ cm, $\sigma = 1,6672$ cm/s). Si observem la Taula 24 els efectes a destacar són varis; el factor TDD de $-0,1757$ cm, el factor APD de $-0,35$ s i $-0,128$ cm i l'efecte lateral dels factors TDD i APD de $-0,5$ s, $-0,3037$ cm i $3,8007$ cm/s. El factor TDD millora la precisió de la trajectòria (redueix la distància a la trajectòria). El factor APD disminueix el temps i redueix la distància a la trajectòria. I l'efecte lateral dels factors TDD i APD donen els millors resultats, per que millora tots els paràmetres, redueix el temps, la distància a la trajectòria i augmenta la velocitat. Per tant la combinació factorial serà 11, els dos factors estaran en estat alt.

A la trajectòria gir esquerra gran les desviacions estàndards són; $\sigma = 0,2603$ s, $\sigma = 0,0861$ cm i $\sigma = 0,8608$ cm/s. El factor TDD és de $-0,1706$ cm en que milloraria la precisió de la trajectòria, a més té un factor de $-0,333$ s i $0,8508$ cm/s, tot i que no són significatius podem veure que podria reduir el temps i augmentar la velocitat. El factor APD és de $0,5$ s i $0,1591$ cm en que incrementa el temps i empitjora la precisió de la trajectòria. Els efectes laterals dels factors TDD i APD no són valors significatius, a més que hi han indicis d'haver-hi un increment en el temps i una reducció en la velocitat. En aquest cas escolliríem el factor TDD en que la seva combinació seria 01, en que donem més importància a la desviació de la distància trajectòria.

Tant en la trajectòria gir esquerra petit, trajectòria gir dreta gran i petit no proporciona efectes rellevants segons la regla comentada en la teoria, en que considerarem els efectes si són el doble o el triple de la desviació estàndard.

A la trajectòria gir esquerra petit les desviacions estàndards són; $\sigma = 0,2925$ s, $\sigma = 0,3945$ cm i $\sigma = 1,0414$ cm/s. Tot i que els efectes no donen uns resultats significatius podem veure petites millores en l'efecte lateral dels factors TDD i APD, tenen un factor de $-0,467$ s, $-0,3135$ cm i $1,3425$ cm/s. Vists aquests resultats, aquest efecte apunta una tendència de reduir el temps, millorar la precisió de la trajectòria i a més augmentar la velocitat. Per tant la combinació factorial serà de 11, els dos factors estaran en estat alt.

En canvi per la trajectòria gir dreta gran i petit és més difícil arribar a decidir-se per un efecte en concret.

A la trajectòria gir dreta gran les desviacions estàndards són; $\sigma = 0,1667$ s, $\sigma = 0,1282$ cm i $\sigma = 0,9037$ cm/s. El factor APD seria el que ens podria donar uns resultats més òptims. Es

veu una millora en el temps, factor de -0,1 s, però un augment en l'error de la distància a la trajectòria, factor de 0,1039 cm. Si escollim el factor TDD veiem una millora en la precisió de la trajectòria, factor de -0,1656 cm, però hi ha un augment en el temps, factor de 0,267 s. En aquest cas escolliríem la combinació factorial 00 ja que no ens decidim per cap dels factors, ja que cap d'ells té uns resultats significatius, segons la llei que comenta que considerarem els efectes si són el doble o el triple de la desviació estàndard.

A la trajectòria gir dreta petit les desviacions estàndards són; $\sigma = 0,1202$ s, $\sigma = 0,1617$ cm i $\sigma = 0,5999$ cm/s. En tots els factors, el temps augmenta, l'error es disminueix i la velocitat es redueix. No hi han valors significatius que ens permetin obtenir una millora en els resultats per fer un estudi, els valors més significatius que tenim juguen en contra nostra. Pel factor APD tenim 0,317 s i per l'efecte lateral dels factors TDD i APD tenim uns valors de 0,433 s i -1,3082 cm/s. Si escollim el factor APD el temps s'incrementa, si escollim l'efecte lateral dels factors TDD i APD, el temps també s'incrementa i la velocitat disminueix. Per tant, en aquesta trajectòria s'escolliria la combinació de factors 00 ja que cap paràmetre té unes millores rellevants.

11.3.7. Funció de costos diferència d'orientació, trajectòria rectilínia

Ara s'inicia el mateix estudi que'ls apartats anteriors però variem la funció de costos. Ara intervindrà la funció de costos diferència d'orientació, Equació 76. En aquest estudi el robot recorre una trajectòria recte que va del punt inicial (0, 0) fins al punt final (0, 130). Per problemes amb la zona morta nosaltres calcularem els càlculs factorials fins que arriba al punt (0, 120). A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 25 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 120)					
Temps (s)					
APD OD	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	3,8	4,0	4,3	4,03	0,0422
01 (1)	4,9	4,3	4,8	4,67	0,0689
10 (2)	4,5	4,2	4,6	4,43	0,0289
11 (3)	4,3	3,7	3,8	3,93	0,0689
Mitjana de la variància					0,0522
Desviació estàndard					0,2285

Taula 25. Resultats del paràmetre temps

La Taula 26 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 120)					
Mitjana error (cm)					
APD OD	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	1,062	2,378	3,496	2,312	0,9897
01 (1)	3,824	2,166	3,349	3,113	0,4862
10 (2)	3,863	2,654	3,309	3,275	0,2445
11 (3)	2,380	1,772	2,238	2,130	0,0675
Mitjana de la variància					0,4470
Desviació estàndard					0,6686

Taula 26. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 27 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 120)						
Mitjana velocitat (cm/s)						
APD OD	Mitjana Are			Mitjana Ard		
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 1	Prova 2	Prova 3
00 (0)	30,218	30,297	24,952	30,242	30,697	27,096
01 (1)	23,718	28,836	24,209	26,050	29,952	26,539
10 (2)	24,709	27,695	24,209	27,491	29,423	26,707
11 (3)	25,389	31,814	28,764	27,309	32,029	30,015

Taula 27. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 28 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 120)					
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)					
APD OD	Mitjana Ar				
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	30,230	30,497	26,024	28,917	4,1966
01 (1)	24,884	29,394	25,374	26,551	4,0823
10 (2)	26,100	28,559	25,458	26,706	1,7861
11 (3)	26,349	31,922	29,390	29,220	5,1898
Mitjana de la variància					3,8137
Desviació estàndard					1,9529

Taula 28. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.8. Funció de costos diferència d'orientació, trajectòria gir esquerra gran

En el següent estudi el robot segueix una trajectòria d'un punt que va de (0, 0) a (-25, 40). La funció de costos que s'utilitzarà és la de la diferència d'orientació, Equació 76. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 29 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-25, 40)					
Temps (s)					
APD OD	Temps (s)				
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	3,0	3,2	3,4	3,20	0,0267
01 (1)	3,7	3,2	3,4	3,43	0,0422
10 (2)	3,3	3,5	3,2	3,33	0,0156
11 (3)	3,3	3,1	2,9	3,10	0,0267
Mitjana de la variància					0,0278
Desviació estàndard					0,1667

Taula 29. Resultats del paràmetre temps

La Taula 30 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents

proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-25, 40)					
Mitjana error (cm)					
APD OD	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	2,469	2,290	2,279	2,346	0,0076
01 (1)	2,130	2,035	2,184	2,116	0,0038
10 (2)	2,178	2,343	2,426	2,316	0,0106
11 (3)	2,238	2,268	2,612	2,373	0,0288
Mitjana de la variància					0,0127
Desviació estàndard					0,1127

Taula 30. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 31 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-25, 40)						
Mitjana velocitat (cm/s)						
APD OD	Mitjana Are			Mitjana Ard		
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 1	Prova 2	Prova 3
00 (0)	6,787	6,794	6,457	21,103	21,324	20,457
01 (1)	5,979	7,732	6,821	18,871	20,258	20,662
10 (2)	6,621	6,150	6,685	20,291	19,917	21,412
11 (3)	6,732	7,222	7,233	20,718	21,806	23,430

Taula 31. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 32 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-25, 40)					
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)					
APD OD	Mitjana Ar				
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	13,945	14,059	13,457	13,820	0,0682
01 (1)	12,425	13,995	13,742	13,387	0,4736
10 (2)	13,456	13,034	14,049	13,513	0,1733
11 (3)	13,725	14,514	15,332	14,524	0,4302
Mitjana de la variància					0,2863
Desviació estàndard					0,5351

Taula 32. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.9. Funció de costos diferència d'orientació, trajectòria gir esquerra petit

En el següent experiment el robot realitza una trajectòria que va de (0, 0) a (-34, 90). La funció de costos que s'utilitzarà és la de la diferència d'orientació, Equació 76. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 33 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-34, 90)					
Temps (s)					
APD OD	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	4,0	3,9	4,1	4,00	0,0067
01 (1)	3,9	4,0	3,8	3,90	0,0067
10 (2)	3,9	4,2	4,1	4,07	0,0156
11 (3)	4,1	4,1	4,2	4,13	0,0022
Mitjana de la variància					0,0078
Desviació estàndard					0,0882

Taula 33. Resultats del paràmetre temps

La Taula 34 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-34, 90)					
Mitjana error (cm)					
APD OD	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	2,452	2,356	2,759	2,522	0,0295
01 (1)	2,649	2,503	1,991	2,381	0,0794
10 (2)	3,172	3,561	2,979	3,237	0,0585
11 (3)	2,707	2,656	2,770	2,711	0,0022
Mitjana de la variància					0,0424
Desviació estàndard					0,2059

Taula 34. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 35 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-34, 90)						
Mitjana velocitat (cm/s)						
APD OD	Mitjana Are			Mitjana Ard		
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 1	Prova 2	Prova 3
00 (0)	18,432	19,157	19,169	25,222	26,125	26,402
01 (1)	20,348	21,889	19,326	27,562	29,791	25,582
10 (2)	17,565	18,335	18,924	26,075	26,472	26,260
11 (3)	18,286	19,319	17,723	25,436	26,474	24,777

Taula 35. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 36 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-34, 90)					
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)					
APD OD	Mitjana Ar				
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	21,827	22,641	22,786	22,418	0,1780
01 (1)	23,955	25,840	22,454	24,083	1,9190
10 (2)	21,820	22,404	22,592	22,272	0,1080
11 (3)	21,861	22,897	21,250	22,003	0,4618
Mitjana de la variància					0,6667
Desviació estàndard					0,8165

Taula 36. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.10. Funció de costos diferència d'orientació, trajectòria gir dreta gran

En el següent experiment el robot segueix una trajectòria que va de (0, 0) a (25, 40). A causa de l'aparició de la zona morta en l'experiment, tindrem en compte els càlculs factorials des de l'inici fins al punt (21, 35). La funció de costos que s'utilitzarà és la de la diferència d'orientació, Equació 76. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 37 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (21, 35)					
Temps (s)					
APD OD	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	2,4	2,6	2,5	2,50	0,0067
01 (1)	2,6	2,3	2,3	2,40	0,0200
10 (2)	2,5	2,4	2,7	2,53	0,0156
11 (3)	2,8	2,7	2,5	2,67	0,0156
Mitjana de la variància					0,0144
Desviació estàndard					0,1202

Taula 37. Resultats del paràmetre temps

La Taula 38 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (21, 35)					
Mitjana error (cm)					
APD OD	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	1,894	1,985	2,157	2,012	0,0120
01 (1)	1,870	2,210	1,799	1,960	0,0322
10 (2)	2,151	2,327	2,116	2,198	0,0085
11 (3)	2,448	2,350	2,083	2,294	0,0238
Mitjana de la variància					0,0191
Desviació estàndard					0,1383

Taula 38. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 39 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (21, 35)						
Mitjana velocitat (cm/s)						
APD OD	Mitjana Are			Mitjana Ard		
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 1	Prova 2	Prova 3
00 (0)	23,381	24,000	24,174	10,300	9,611	9,470
01 (1)	22,904	25,154	26,421	9,657	8,804	10,500
10 (2)	24,389	25,181	22,031	9,544	9,846	9,993
11 (3)	22,270	22,800	24,742	8,737	9,121	9,892

Taula 39. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 40 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (21, 35)					
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)					
APD OD	Mitjana Ar				
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	16,841	16,806	16,822	16,823	0,0002
01 (1)	16,281	16,979	18,461	17,240	0,8261
10 (2)	16,967	17,514	16,012	16,831	0,3850
11 (3)	15,504	15,961	17,317	16,260	0,5931
Mitjana de la variància					0,4511
Desviació estàndard					0,6716

Taula 40. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.11. Funció de costos diferència d'orientació, trajectòria gir dreta petit

En el següent experiment, el robot es desplaça del punt inicial (0, 0) al punt final (34, 90). Com que torna a aparèixer la zona morta, calcularem els càlculs factorials del punt (0, 0) al punt (30, 80), per poder fer un estudi més fidel a l'hora d'arribar a conclusions. La funció de costos que s'utilitzarà és la de la diferència d'orientació, Equació 76. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 41 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (30, 80)					
Temps (s)					
APD OD	Temps (s)				
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	3,0	3,1	3,2	3,10	0,0067
01 (1)	3,1	3,4	3,4	3,30	0,0200
10 (2)	3,1	3,2	3,2	3,17	0,0022
11 (3)	3,2	3,3	3,2	3,23	0,0022
Mitjana de la variància					0,0078
Desviació estàndard					0,0882

Taula 41. Resultats del paràmetre temps

La Taula 42 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (30, 80)					
Mitjana error (cm)					
APD OD	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	1,290	0,969	0,960	1,073	0,0235
01 (1)	0,970	0,844	0,816	0,877	0,0045
10 (2)	1,015	1,235	0,998	1,082	0,0117
11 (3)	1,117	1,173	0,888	1,059	0,0152
Mitjana de la variància					0,0137
Desviació estàndard					0,1172

Taula 42. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 43 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (30, 80)						
Mitjana velocitat (cm/s)						
APD OD	Mitjana Are			Mitjana Ard		
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 1	Prova 2	Prova 3
00 (0)	32,237	29,066	29,997	24,853	23,247	22,690
01 (1)	31,472	28,140	27,988	24,103	22,651	22,482
10 (2)	30,529	33,879	32,138	25,216	25,611	24,634
11 (3)	29,297	27,997	29,797	24,033	23,368	23,685

Taula 43. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 44 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (30, 80)					
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)					
APD OD	Mitjana Ar				
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Mitjana	Variància
00 (0)	28,545	26,157	26,344	27,015	1,1763
01 (1)	27,788	25,396	25,235	26,139	1,3625
10 (2)	27,873	29,745	28,386	28,668	0,6241
11 (3)	26,665	25,683	26,741	26,363	0,2324
Mitjana de la variància					0,8488
Desviació estàndard					0,9213

Taula 44. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.12. Funció de costos diferència d'orientació, efectes principals i laterals

A les taules 45 i 46 podem veure els efectes principals i laterals dels factors OD i APD dels paràmetres temps, mitjana error distància a la trajectòria i de la mitjana velocitat que s'han calculat, a partir de les taules de resultats de totes les trajectòries que hem realitzat dels experiments factorials amb la funció de costos diferència d'orientació, Equació 76.

Les caselles que estan remarcades de color gris són efectes significatius amb resultats negatius.

Trajectòria rectilínia			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	0,067	-0,167	-0,100
Mitjana error traject. (cm)	-0,1724	-0,0099	-0,1824
Mitjana velocitat (cm/s)	0,0740	0,2290	0,3030
Trajectòria gir esquerra gran			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	0,000	-0,100	-0,100
Mitjana error traject. (cm)	-0,0865	0,1132	0,0267
Mitjana velocitat (cm/s)	0,2888	0,4143	0,7032
Trajectòria gir esquerra petit			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	-0,017	0,150	0,133
Mitjana error traject. (cm)	-0,3338	0,5226	0,1888
Mitjana velocitat (cm/s)	0,6979	-1,1133	-0,4153

Taula 45. Efectes principals i laterals trajectòries rectilínia i girs esquerra

Trajectòria gir dreta gran			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	0,017	0,150	0,167
Mitjana error traject. (cm)	0,0218	0,2602	0,2819
Mitjana velocitat (cm/s)	-0,0765	-0,4858	-0,5623
Trajectòria gir dreta petit			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	0,133	0,000	0,133
Mitjana error traject. (cm)	-0,1099	0,0959	-0,0140
Mitjana velocitat (cm/s)	-1,5903	0,9382	-0,6522

Taula 46. Efectes principals i laterals trajectòries girs dreta

Si hi donem un cop d'ull a les taules 45 i 46 podem apreciar que no hi ha cap valor significatiu positiu que millori els paràmetres del robot, segons la llei que diu que tindrem en compte un efecte si és 2 o 3 vegades el valor de la desviació estàndard.

A la trajectòria rectilínia les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,2285$ s, $\sigma = 0,6686$ cm i $\sigma = 1,9529$ cm/s). Com hem comentat abans cap factor té uns resultats significatius, però si hi donem un cop d'ull a la taula podem veure que hi han factors que ens podrien donar uns resultats favorables. L'efecte lateral amb factors OD i APD és el que ens donaria unes possibles millores més factibles, ja que tenim un factor de -0,1 s, -0,1824 cm i 0,3030 cm/s. Millorem en el temps, es redueix, i tenim més precisió en la trajectòria. Per tant tindrem una combinació factorial de 11, els dos factors estaran en estat alt.

Per la trajectòria gir esquerra gran ens trobem en el mateix cas que en la trajectòria rectilínia. No hi han resultats rellevants però hi han factors que ens podrien portar a una possible millora. Les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,1667$ s, $\sigma = 0,1127$ cm i $\sigma = 0,5351$ cm/s). Per l'efecte lateral els factors OD i APD tenim uns valors de -0,1 s, 0,0267 cm i 0,7032 cm/s. Podríem obtenir millores en el temps i la velocitat, ja que es redueix el temps i augmenta la velocitat. Pels altres efectes també obtenim millores però en el seu conjunt global no són tan destacades com les de l'efecte lateral amb factors OD i APD. Per exemple en el factor OD obtindríem una millora en la precisió, factor de -0,0865 cm, però el temps no destaca ja que té un factor de 0,0 s. Per tant escollim l'efecte lateral amb factors OD i APD, la combinació factorial és de 11, els dos factors estan en estat alt.

Les desviacions estàndards de la trajectòria gir esquerra petit són; $\sigma = 0,0882$ s, $\sigma = 0,2059$ cm i $\sigma = 0,8165$ cm/s. Pel factor APD tenim els resultats més significatius, tot i que són

resultats negatius pels paràmetres que estudiem. Tenim un efecte de 0,15 s i 0,5226 cm. En aquest cas, el robot tardarà més en arribar al seu punt destí i es desviarà més de la trajectòria ja que l'error augmenta. El factor que dona resultats més òptims, tot i que no són significatius a causa de la regla que diu que un factor serà significatiu si el seu efecte és el doble o el triple de la seva desviació estàndard, serà el OD. Tenim un efecte de -0,017 s, -0,3338 cm i 0,6979 cm/s. El temps i l'error disminueixen i la velocitat augmenta. Per tant escollim el factor OD, 01. La distància a la trajectòria estarà en estat alt.

A la trajectòria gir dreta gran les desviacions estàndards són; $\sigma = 0,1202$ s, $0,1383$ cm i $\sigma = 0,6716$ cm/s. Els efectes més significatius es troben en el factor APD i l'efecte lateral amb factors OD i APD, però són resultats negatius. Pel factor APD tenim un efecte de 0,2602 cm i per l'efecte lateral amb factors OD i APD tenim un efecte de 0,2819 cm. En tots dos casos empitjorem la precisió de la trajectòria. A més en tots dos factors tenim efectes negatius en el temps i en la velocitat. Pels efectes del factor OD també obtenim resultats negatius però a més de no ser significatius no són valors molt elevats. Els podem considerar menyspreables per que tenen un valor molt baix, tenim un efecte de 0,017 s, 0,0218 cm i -0,0765 cm/s. El temps no augmenta, l'error és baix i la velocitat disminueix. Sembla que no empitjora en contrast amb el factor APD i el efecte lateral amb factors OD i APD que si empitjoren. Com que són valors no significatius no creiem que acabin afectant en proves on el robot hagi de fer aquest tipus de trajectòria. Per tan escollim el factor OD, 01. La distància a la trajectòria estarà en estat alt.

Per la trajectòria gir dreta petit les desviacions estàndards són; $\sigma = 0,0882$ s, $\sigma = 0,1172$ cm i $\sigma = 0,9213$ cm/s. Com podem veure a la taula 46 no hi han efectes significatius. En els factors OD i l'efecte lateral amb factors OD i APD el temps incrementa i l'error i la velocitat disminueixen. Pel factor APD l'error i la velocitat augmenten. Com que són uns resultats poc favorables escollim la combinació de factors 00, tots els factors estan en estat baix, ja que cap paràmetre té uns resultats significatius.

Vists aquests resultats passarem a experimentar amb la llei que s'ajusta més a la teoria de control en que per trobar l'error té en compte cada període de l'horitzó.

11.3.13. Funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria, trajectòria rectilínia

Tot seguit estudiem els experiments factorials amb la funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria, Equació 78. El primer estudi el robot segueix una trajectòria recte que fa un recorregut de 130 cm. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 47 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 130)				
Temps (s)				
APD TDD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	4,8	5,0	4,90	0,0200
01 (1)	4,3	4,5	4,40	0,0200
10 (2)	4,3	4,4	4,35	0,0050
11 (3)	4,3	4,2	4,25	0,0050
Mitjana de la variància				0,0125
Desviació estàndard				0,1118

Taula 47. Resultats del paràmetre temps

La Taula 48 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 130)				
Mitjana error (cm)				
APD TDD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	1,143	0,447	0,795	0,2421
01 (1)	0,189	0,162	0,176	0,0004
10 (2)	1,116	0,349	0,732	0,2940
11 (3)	0,274	0,179	0,226	0,0046
Mitjana de la variància				0,1352
Desviació estàndard				0,3678

Taula 48. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 49 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 130)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD TDD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	27,420	25,288	25,706	24,749
01 (1)	29,423	27,287	29,577	27,222
10 (2)	30,293	28,989	29,000	28,758
11 (3)	27,834	32,636	27,934	32,083

Taula 49. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 50 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 130)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD TDD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	26,563	25,019	25,791	1,1927
01 (1)	29,500	27,255	28,377	2,5211
10 (2)	29,647	28,874	29,260	0,2988
11 (3)	27,884	32,360	30,122	10,0151
Mitjana de la variància				3,5069
Desviació estàndard				1,8727

Taula 50. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.14. Funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria, trajectòria gir esquerra gran

En el següent experiment el robot segueix una trajectòria d'un punt que va de (0, 0) a (-25, 40). La funció de costos que s'utilitzarà és la de l'error acumulat de la distància a la trajectòria, Equació 78. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 51 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-25, 40)				
Temps (s)				
APD TDD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	3,4	3,3	3,35	0,0050
01 (1)	3,1	3,2	3,15	0,0050
10 (2)	3,0	3,0	3,00	0,0000
11 (3)	3,0	3,1	3,05	0,0050
Mitjana de la variància				0,0038
Desviació estàndard				0,0612

Taula 51. Resultats del paràmetre temps

La Taula 52 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-25, 40)				
Mitjana error (cm)				
APD TDD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	2,694	2,495	2,594	0,0198
01 (1)	3,024	3,177	3,101	0,0117
10 (2)	2,960	3,171	3,066	0,0223
11 (3)	3,078	3,477	3,278	0,0798
Mitjana de la variància				0,0334
Desviació estàndard				0,1827

Taula 52. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 53 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-25, 40)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD TDD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	6,986	7,666	19,123	20,859
01 (1)	7,753	7,474	21,100	20,765
10 (2)	7,777	7,945	21,681	22,271
11 (3)	7,716	6,941	22,216	20,888

Taula 53. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 54 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-25, 40)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD TDD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	13,055	14,263	13,659	0,7296
01 (1)	14,427	14,120	14,273	0,0471
10 (2)	14,729	15,108	14,919	0,0718
11 (3)	14,966	13,915	14,440	0,5528
Mitjana de la variància				0,3504
Desviació estàndard				0,5919

Taula 54. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.15. Funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria, trajectòria gir esquerra petit

En el següent experiment el robot segueix una trajectòria d'un punt que va de (0, 0) a (-34, 90). La funció de costos que s'utilitzarà és la de l'error acumulat de la distància a la trajectòria, Equació 78. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 55 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-34, 90)				
Temps (s)				
APD TDD	Temps (s)			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	4,0	3,7	3,85	0,0450
01 (1)	4,5	4,8	4,65	0,0450
10 (2)	4,5	4,1	4,30	0,0800
11 (3)	4,2	4,6	4,40	0,0800
Mitjana de la variància				0,0625
Desviació estàndard				0,2500

Taula 55. Resultats del paràmetre temps

La Taula 56 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents

proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-34, 90)				
Mitjana error (cm)				
APD TDD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	2,652	2,260	2,456	0,0771
01 (1)	1,793	1,768	1,781	0,0003
10 (2)	1,451	2,118	1,784	0,2227
11 (3)	2,063	1,803	1,933	0,0337
Mitjana de la variància				0,0835
Desviació estàndard				0,2889

Taula 56. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 57 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-34, 90)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD TDD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	19,037	19,906	25,553	26,841
01 (1)	16,083	17,235	21,183	22,149
10 (2)	17,242	19,376	22,398	25,932
11 (3)	19,086	15,472	24,937	21,770

Taula 57. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 58 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-34, 90)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD TDD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	22,295	23,374	22,834	0,5816
01 (1)	18,633	19,692	19,163	0,5607
10 (2)	19,820	22,654	21,237	4,0158
11 (3)	22,012	18,621	20,316	5,7477
Mitjana de la variància				2,7265
Desviació estàndard				1,6512

Taula 58. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.16. Funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria, trajectòria gir dreta gran

En el següent experiment el robot segueix una trajectòria d'un punt que va de (0, 0) a (25, 40). La funció de costos que s'utilitzarà és la de l'error acumulat de la distància a la trajectòria, Equació 78. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 59 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (25, 40)				
Temps (s)				
APD TDD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	2,9	2,5	2,70	0,0800
01 (1)	3,0	3,1	3,05	0,0050
10 (2)	3,1	3,2	3,15	0,0050
11 (3)	2,9	3,6	3,25	0,2450
Mitjana de la variància				0,0838
Desviació estàndard				0,2894

Taula 59. Resultats del paràmetre temps

La Taula 60 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (25, 40)				
Mitjana error (cm)				
APD TDD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	3,043	3,041	3,042	0,0000
01 (1)	3,490	3,026	3,258	0,1076
10 (2)	2,961	2,847	2,904	0,0065
11 (3)	2,952	3,210	3,081	0,0333
Mitjana de la variància				0,0368
Desviació estàndard				0,1919

Taula 60. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 61 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (25, 40)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD TDD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	22,883	24,762	9,297	10,558
01 (1)	23,290	21,272	9,403	8,606
10 (2)	21,969	20,382	9,703	9,088
11 (3)	23,267	18,722	9,770	8,346

Taula 61. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 62 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (25, 40)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD TDD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	16,090	17,660	16,875	1,2325
01 (1)	16,347	14,939	15,643	0,9905
10 (2)	15,836	14,735	15,286	0,6061
11 (3)	16,519	13,534	15,026	4,4536
Mitjana de la variància				1,8207
Desviació estàndard				1,3493

Taula 62. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.17. Funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria, trajectòria gir dreta petit

En el següent experiment el robot segueix una trajectòria d'un punt que va de (0, 0) a (34, 90). La funció de costos que s'utilitzarà és la de l'error acumulat de la distància a la trajectòria, Equació 78. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 63 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (34, 90)				
Temps (s)				
APD TDD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	4,9	4,7	4,80	0,0200
01 (1)	4,8	4,7	4,75	0,0050
10 (2)	4,5	4,3	4,40	0,0200
11 (3)	4,5	4,5	4,50	0,0000
Mitjana de la variància				0,0113
Desviació estàndard				0,1061

Taula 63. Resultats del paràmetre temps

La Taula 64 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (34, 90)				
Mitjana error (cm)				
APD TDD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	1,632	0,971	1,301	0,2185
01 (1)	0,754	0,955	0,854	0,0202
10 (2)	1,194	1,238	1,216	0,0010
11 (3)	1,004	1,128	1,066	0,0077
Mitjana de la variància				0,0618
Desviació estàndard				0,2487

Taula 64. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 65 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (34, 90)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD TDD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	22,094	24,216	16,936	19,818
01 (1)	21,729	22,283	17,953	18,429
10 (2)	21,198	25,450	17,584	19,526
11 (3)	22,898	23,949	19,624	19,749

Taula 65. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 66 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (34, 90)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD TDD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	19,515	22,017	20,766	3,1300
01 (1)	19,841	20,356	20,099	0,1326
10 (2)	19,391	22,488	20,940	4,7957
11 (3)	21,261	21,849	21,555	0,1729
Mitjana de la variància				2,0578
Desviació estàndard				1,4345

Taula 66. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.18. Funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria, efectes principals i laterals

A les taules 67 i 68 podem veure els efectes principals i laterals dels factors TDD i APD dels paràmetres temps, mitjana error distància a la trajectòria i de la mitjana velocitat que s'han calculat, a partir de les taules de resultats de totes les trajectòries que hem realitzat dels experiments factorials, per la funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria, Equació 78.

Les caselles que estan remarcades de color blau o gris són efectes significatius. Les de color blau són efectes amb resultats positius i les de color gris són negatius.

Trajectòria rectilínia			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor TDD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors TDD i APD
Temps (s)	-0,300	-0,350	-0,650
Mitjana error traject. (cm)	-0,5626	-0,0062	-0,5688
Mitjana velocitat (cm/s)	1,7241	2,6069	4,3310
Trajectòria gir esquerra gran			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor TDD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors TDD i APD
Temps (s)	-0,075	-0,225	-0,300
Mitjana error traject. (cm)	0,3591	0,3243	0,6834
Mitjana velocitat (cm/s)	0,0681	0,7136	0,7818

Taula 67. Efectes principals i laterals trajectòries rectilínia i gir esquerra gran

Trajectòria gir esquerra petit			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor TDD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors TDD i APD
Temps (s)	0,450	0,100	0,550
Mitjana error traject. (cm)	-0,2633	-0,2595	-0,5228
Mitjana velocitat (cm/s)	-2,2963	-0,2218	-2,5180
Trajectòria gir dreta gran			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor TDD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors TDD i APD
Temps (s)	0,225	0,325	0,550
Mitjana error traject. (cm)	0,1967	-0,1574	0,0393
Mitjana velocitat (cm/s)	-0,7458	-1,1030	-1,8488
Trajectòria gir dreta petit			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor TDD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors TDD i APD
Temps (s)	0,025	-0,325	-0,300
Mitjana error traject. (cm)	-0,2983	0,0635	-0,2348
Mitjana velocitat (cm/s)	-0,0260	0,8150	0,7890

Taula 68. Efectes principals i laterals trajectòries gir esquerra petit i girs dreta

De les taules 67 i 68 podem destacar els següents resultats.

Per la trajectòria rectilínia les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,1118$ s, $\sigma = 0,3678$ cm i $\sigma = 1,8727$ cm/s). Els efectes a destacar serien; pel temps tots 3 efectes són vàlids però el que dona un resultat millor és el del factor TDD i APD (efecte lateral) que és de -0,65 s, aquest factor reduiria el temps. A més l'efecte lateral en la mitjana velocitat és de 4,331 cm/s que augmentaria la velocitat. I tot i que no és un valor significatiu, l'error es redueix ja que té un efecte de -0,5688 cm. Per tant escollim els factors TDD i APD (efecte lateral), els dos factors estaran en estat alt, 11.

A la trajectòria gir esquerra gran les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,0612$ s, $\sigma = 0,1827$ cm i $\sigma = 0,5919$ cm/s) els efectes que compleixen la llei serien pel factor APD que és de -0,225 s i l'efecte lateral que és de -0,3 s. Per tots dos efectes aconseguim disminuir el temps però l'error augmenta. En el factor APD no és significatiu, però els factors TDD i APD (efecte lateral) el tindríem que tenir en compte per que compleix amb la regla, és més gran que 3 vegades la seva desviació estàndard. El factor APD és de 0,3243 cm i pel factor TDD i APD és de 0,6834 cm. Com a resultat global ens quedarem amb el factor APD per que té menys error. Primarem l'aproximació al punt destí, 10. Amb aquest factor aconseguirem reduir el temps, l'error pot augmentar i anirà més ràpid ja que té un efecte de 0,7136 cm/s. El factor TDD no el tenim en compte per que té com a valor significatiu l'error, que és de 0,3591 cm. Això provocaria una desmillora en la precisió de la trajectòria.

La desviació estàndard de la trajectòria gir esquerra petit és de ($\sigma = 0,25$ s, $\sigma = 0,2889$ cm i $\sigma = 1,6512$ cm/s). L'efecte a destacar és de $-0,5228$ cm en el factor TDD i APD, el temps també és un valor significatiu però juga en contra nostra ja que és de $0,55$ s. Si escollíssim aquests factors el temps augmentaria, tindríem més precisió de trajectòria i el robot aniria més lent ($-2,518$ cm/s). El factor TDD té un efecte de $0,45$ s, és un efecte negatiu ja que el que fa és disminuir el temps. En el factor APD no hi ha efectes a destacar ja que els seus valors no són significatius. Probablement si escollíssim els factors TDD i APD (efecte lateral) en estat alt aconseguiríem reduir l'error però el robot aniria més lent. Vists els resultats, els dos factors haurien d'estar en estat baix, 00, per poder obtenir millores.

A la trajectòria gir dreta gran la desviació estàndard és de ($\sigma = 0,2894$ s, $\sigma = 0,1919$ cm i $\sigma = 1,3493$ cm/s). Cap paràmetre té efectes significatius que compleixin amb la llei de manera positiva. Els factors TDD i APD (efecte lateral) té com a paràmetre significatiu el temps, $0,55$ s. El temps augmenta. Els altres factors no tenen efectes significatius i cap té uns efectes globals que ens puguin millorar les prestacions del robot. En tots el temps augmenta i la velocitat disminueix. Per tant els dos factors estaran en estat baix, 00.

A la trajectòria gir dreta petit les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,1061$ s, $\sigma = 0,2487$ cm i $\sigma = 1,4345$ cm/s). En el factor APD tenim un efecte de $-0,325$ s i en el factor TDD i APD el tenim de $-0,3$ s. En tots dos casos el temps disminuirà. Si n'hem d'escollir un, agafaríem el factor APD per que tarda menys. Tot i que els factor TDD i APD tingui un efecte de $-0,2348$ cm aquest no és prou significatiu per tenir-lo en compte. Per tant tindrà més pes el factor APD, l'aproximació al punt destí, 10.

11.3.19. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria rectilínia

Ara utilitzarem la funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, Equació 79, per fer els estudis dels experiments factorials d'un sol punt. En el següent experiment el robot segueix una trajectòria recte que fa un recorregut de 130 cm. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 69 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 130)				
Temps (s)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	4,6	4,7	4,65	0,0050
01 (1)	5,0	4,9	4,95	0,0050
10 (2)	4,8	4,8	4,80	0,0000
11 (3)	4,5	4,6	4,55	0,0050
Mitjana de la variància				0,0038
Desviació estàndard				0,0612

Taula 69. Resultats del paràmetre temps

La Taula 70 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 130)				
Mitjana error (cm)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	0,327	0,586	0,457	0,0336
01 (1)	0,227	0,363	0,295	0,0093
10 (2)	0,936	2,816	1,876	1,7680
11 (3)	1,345	1,769	1,557	0,0902
Mitjana de la variància				0,4753
Desviació estàndard				0,6894

Taula 70. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 71 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 130)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD OD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	26,777	26,431	26,351	25,933
01 (1)	25,002	26,527	24,702	26,950
10 (2)	27,300	26,357	25,522	23,322
11 (3)	28,961	29,238	26,747	26,819

Taula 71. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 72 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 130)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD OD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	26,564	26,182	26,373	0,0730
01 (1)	24,852	26,739	25,795	1,7794
10 (2)	26,411	24,840	25,625	1,2348
11 (3)	27,854	28,029	27,941	0,0152
Mitjana de la variància				0,7756
Desviació estàndard				0,8807

Taula 72. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.20. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir esquerra gran

En el següent experiment el robot segueix una trajectòria d'un punt que va de (0, 0) a (-25, 40). La funció de costos que s'utilitzarà és la de l'error acumulat de la diferència d'orientació, Equació 79. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 73 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-25, 40)				
Temps (s)				
APD OD	Temps (s)			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	3,0	3,0	3,00	0,0000
01 (1)	2,8	2,9	2,85	0,0050
10 (2)	3,0	3,3	3,15	0,0450
11 (3)	3,2	3,0	3,10	0,0200
Mitjana de la variància				0,0175
Desviació estàndard				0,1323

Taula 73. Resultats del paràmetre temps

La Taula 74 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents

proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-25, 40)				
Mitjana error (cm)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	2,012	2,575	2,294	0,1585
01 (1)	2,480	2,420	2,450	0,0018
10 (2)	3,354	3,020	3,187	0,0558
11 (3)	2,203	2,433	2,318	0,0265
Mitjana de la variància				0,0606
Desviació estàndard				0,2463

Taula 74. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 75 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-25, 40)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD OD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	7,639	7,123	21,219	23,110
01 (1)	8,066	7,707	24,448	23,457
10 (2)	6,342	6,018	24,471	21,921
11 (3)	7,909	7,526	18,947	22,639

Taula 75. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 76 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-25, 40)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD OD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	14,429	15,117	14,773	0,2363
01 (1)	16,257	15,582	15,920	0,2278
10 (2)	15,407	13,970	14,688	1,0325
11 (3)	13,428	15,083	14,255	1,3687
Mitjana de la variància				0,7163
Desviació estàndard				0,8464

Taula 76. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.21. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir esquerra petit

En el següent experiment el robot segueix una trajectòria d'un punt que va de (0, 0) a (-34, 90). La funció de costos que s'utilitzarà és la de l'error acumulat de la diferència d'orientació, Equació 79. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 77 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-34, 90)				
Temps (s)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	3,8	4,0	3,90	0,0200
01 (1)	3,6	3,7	3,65	0,0050
10 (2)	3,8	3,9	3,85	0,0050
11 (3)	3,8	3,9	3,85	0,0050
Mitjana de la variància				0,0088
Desviació estàndard				0,0935

Taula 77. Resultats del paràmetre temps

La Taula 78 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-34, 90)				
Mitjana error (cm)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	1,152	1,186	1,169	0,0006
01 (1)	1,389	1,324	1,356	0,0022
10 (2)	2,902	3,117	3,009	0,0232
11 (3)	1,562	1,778	1,670	0,0234
Mitjana de la variància				0,0123
Desviació estàndard				0,1111

Taula 78. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 79 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-34, 90)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD OD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	22,215	21,537	26,118	25,300
01 (1)	24,052	22,311	30,352	27,889
10 (2)	20,467	21,989	29,053	30,192
11 (3)	20,494	20,590	28,269	27,700

Taula 79. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 80 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-34, 90)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD OD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	24,167	23,419	23,793	0,2798
01 (1)	27,202	25,100	26,151	2,2092
10 (2)	24,760	26,091	25,425	0,8851
11 (3)	24,382	24,145	24,263	0,0280
Mitjana de la variància				0,8505
Desviació estàndard				0,9222

Taula 80. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.22. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir dreta gran

En el següent experiment el robot segueix una trajectòria d'un punt que va de (0, 0) a (25, 40). La funció de costos que s'utilitzarà és la de l'error acumulat de la diferència d'orientació, Equació 79. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 81 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (25, 40)				
Temps (s)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	2,8	2,6	2,70	0,0200
01 (1)	2,9	3,1	3,00	0,0200
10 (2)	3,3	3,2	3,25	0,0050
11 (3)	3,1	3,2	3,15	0,0050
Mitjana de la variància				0,0125
Desviació estàndard				0,1118

Taula 81. Resultats del paràmetre temps

La Taula 82 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (25, 40)				
Mitjana error (cm)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	2,562	2,705	2,633	0,0102
01 (1)	2,531	2,363	2,447	0,0142
10 (2)	3,344	3,325	3,335	0,0002
11 (3)	2,627	2,663	2,645	0,0006
Mitjana de la variància				0,0063
Desviació estàndard				0,0794

Taula 82. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 83 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (25, 40)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD OD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	24,069	25,292	9,562	10,181
01 (1)	23,313	21,541	10,097	9,053
10 (2)	21,544	22,700	7,462	7,958
11 (3)	20,803	21,476	8,997	8,836

Taula 83. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 84 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (25, 40)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD OD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	16,816	17,737	17,276	0,4241
01 (1)	16,705	15,297	16,001	0,9912
10 (2)	14,503	15,329	14,916	0,3411
11 (3)	14,900	15,156	15,028	0,0328
Mitjana de la variància				0,4473
Desviació estàndard				0,6688

Taula 84. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.23. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir dreta petit

En el següent experiment el robot segueix una trajectòria d'un punt que va de (0, 0) a (34, 90). La funció de costos que s'utilitzarà és la de l'error acumulat de la diferència d'orientació, Equació 79. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 85 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (34, 90)				
Temps (s)				
APD OD	Temps (s)			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	4,4	3,8	4,10	0,1800
01 (1)	4,3	4,2	4,25	0,0050
10 (2)	4,4	4,4	4,40	0,0000
11 (3)	3,9	4,3	4,10	0,0800
Mitjana de la variància				0,0663
Desviació estàndard				0,2574

Taula 85. Resultats del paràmetre temps

La Taula 86 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents

proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (34, 90)				
Mitjana error (cm)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	3,396	3,013	3,205	0,0731
01 (1)	1,893	2,261	2,077	0,0676
10 (2)	4,093	4,121	4,107	0,0004
11 (3)	2,387	2,559	2,473	0,0149
Mitjana de la variància				0,0390
Desviació estàndard				0,1975

Taula 86. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 87 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (34, 90)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD OD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	25,889	29,649	17,984	20,883
01 (1)	25,166	24,615	19,120	18,852
10 (2)	26,964	26,378	17,571	17,598
11 (3)	27,220	25,686	20,540	19,048

Taula 87. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 88 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (34, 90)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD OD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	21,937	25,266	23,601	5,5428
01 (1)	22,143	21,734	21,938	0,0838
10 (2)	22,268	21,988	22,128	0,0391
11 (3)	23,880	22,367	23,124	1,1446
Mitjana de la variància				1,7026
Desviació estàndard				1,3048

Taula 88. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.3.24. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, efectes principals i laterals

A la taula 89 podem veure els efectes principals i laterals dels factors TDD i APD dels paràmetres temps, mitjana error distància a la trajectòria i de la mitjana velocitat que s'han calculat, a partir de les taules de resultats de totes les trajectòries que hem realitzat dels experiments factorials amb la funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, Equació 79.

Les caselles que estan remarcades de color blau o gris són efectes significatius. Les de color blau són efectes amb resultats positius i les de color gris són negatius.

Trajectòria rectilínia			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	0,025	-0,125	-0,100
Mitjana error traject. (cm)	-0,2403	1,3404	1,1001
Mitjana velocitat (cm/s)	0,8691	0,6991	1,5683
Trajectòria gir esquerra gran			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	-0,100	0,200	0,100
Mitjana error traject. (cm)	-0,3569	0,3809	0,0240
Mitjana velocitat (cm/s)	0,3570	-0,8745	-0,5175
Trajectòria gir esquerra petit			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	-0,125	0,075	-0,050
Mitjana error traject. (cm)	-0,5761	1,0770	0,5010
Mitjana velocitat (cm/s)	0,5983	-0,1275	0,4708
Trajectòria gir dreta gran			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	0,100	0,350	0,450
Mitjana error traject. (cm)	-0,4380	0,4498	0,0119
Mitjana velocitat (cm/s)	-0,5815	-1,6665	-2,2480
Trajectòria gir dreta petit			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	-0,075	0,075	0,000
Mitjana error traject. (cm)	-1,3810	0,6493	-0,7317
Mitjana velocitat (cm/s)	-0,3336	-0,1441	-0,4778

Taula 89. Efectes principals i laterals

De la Taula 89 podem destacar els següents resultats.

A la trajectòria rectilínia les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,0612$ s, $\sigma = 0,6894$ cm, $\sigma = 0,8807$ cm/s). Els efectes a destacar serien varis; el factor APD de $-0,125$ s i els factors OD i APD (efecte lateral) de $-0,1$ s i $1,5683$ cm/s. Però també hi ha efectes que donen resultats negatius, com el factor APD que és de $1,3404$ cm. El factor APD redueix el temps però augmenta l'error, que a més és significatiu. Pel factor OD i APD redueix el temps i incrementa la velocitat, però l'error també augmenta, $1,1001$ cm. Vists els resultats ens quedem amb els factors OD i APD (efecte lateral), en que tots dos estaran en estat alt 11.

A la trajectòria gir esquerra gran no hi han resultats positius a destacar. Les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,1323$ s, $\sigma = 0,2463$ cm, $\sigma = 0,8464$ cm/s). Els resultats que destacaríem tot i que no són rellevants segons la llei, tindrem en compte un efecte si aquest és el doble o el triple de la seva desviació estàndard, serien els dels factors OD en que els seus efectes són $-0,1$ s, $-0,3569$ cm i $0,357$ cm/s. En que el temps es podria reduir i l'error podria disminuir. L'únic valor significatiu que trobem és el del factor APD de $0,2$ s, però aquest no donarà uns resultats òptims per que augmenta el temps. Per tant ens quedem amb el factor OD, en que la desviació de la distància trajectòria estarà en estat alt, 01.

A la trajectòria gir esquerra petit les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,0935$ s, $\sigma = 0,1111$ cm, $\sigma = 0,9222$ cm/s). En el factor OD els efectes a destacar són de $-0,125$ s i $-0,5761$ cm en que millora el temps i la precisió de la trajectòria. Tant en el factor APD com en els factors OD i APD (efecte lateral), l'efecte més significatiu és el de l'error, però en tots dos casos no ens donen resultats favorables ja que empitjorarien la precisió de la trajectòria. Pel factor APD tenim un efecte de $1,077$ cm i pels factors OD i APD (efecte lateral) un efecte de $0,501$ cm. Per tant ens quedem amb el factor OD, en que la desviació de la trajectòria estarà en estat alt, 01.

A la trajectòria gir dreta gran les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,1118$ s, $\sigma = 0,0794$ cm i $\sigma = 0,6688$ cm/s). En el factor OD l'efecte a destacar és de $-0,4380$ cm en que millora la precisió de la trajectòria. En el factor APD tenim com a efectes significatius; $0,35$ s, $0,4498$ cm i $-1,6665$ cm/s. Aquest efectes ens donen uns resultats no òptims ja que el temps i l'error augmenten i la velocitat disminueix. En els factors OD i APD (efecte lateral) també obtenim uns resultats significatius negatius. Tenim uns efectes de $0,45$ s i $-2,248$ cm/s. El temps augmenta i la velocitat disminueix. Així, el factor més òptim seria el factor OD, per que aconseguiria una millora en la precisió de la trajectòria, però tenim mals resultats en els

efectes del temps i la velocitat, 0,1 s i -0,5815 cm/s, respectivament. Per tant escollim la combinació 00, en que els factors APD i OD estaran en estat baix.

A la trajectòria gir dreta petit les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,2574$ s, $\sigma = 0,1975$ cm, $\sigma = 0,1348$ cm/s). Els efectes a destacar són; en el factor OD -1,3810 cm i en els factor OD i APD (efecte lateral) -0,7317 cm. En tots dos casos reduiríem l'error, obtindríem una millora en la precisió de la trajectòria. També destacaríem el factor APD, però té un efecte significatiu negatiu de 0,6493 cm, aquí l'error augmenta. Els resultats més significatius són els de l'error, i no en tenim cap que ens millori el temps d'una manera significativa. Així, escollim els factors OD i APD (efecte lateral), en que tots dos factors estaran en estat alt. Tot i que també hauríem pogut escollir el factor OD, però en tots dos casos les millores són les mateixes ja que l'efecte dels seus temps no són prou significatius per que puguin millorar els resultats de proves futures.

11.4. Experiments factorials amb trajectòries d'un sol punt per l'horitzó mig

Repetirem alguns experiments d'abans però amb la diferència de que ara el programa està configurat de manera que en comptes de treballar en horitzó curt ho farà per horitzó mig.

11.4.1. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria rectilínia

La funció de costos que hi intervindrà és la de l'error acumulat de la diferència d'orientació, Equació 79. En les següents taules veurem els resultats de les proves en que el robot segueix una trajectòria rectilínia que va de les coordenades (0, 0) a (0, 130). Però els càlculs que hem realitzat ens ha obligat a calcular fins al punt (0, 125) degut a la influència de la zona morta. Tant en l'horitzó mig com el llarg aquest fenomen apareixerà en tots els experiments.

La Taula 90 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 125)				
Temps (s)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	6,1	5,7	5,90	0,0800
01 (1)	5,7	5,8	5,75	0,0050
10 (2)	6,0	5,6	5,80	0,0800
11 (3)	5,3	5,4	5,35	0,0050
Mitjana de la variància				0,0425
Desviació estàndard				0,2062

Taula 90. Resultats del paràmetre temps

La Taula 91 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 125)				
Mitjana error (cm)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	1,251	1,320	1,285	0,0024
01 (1)	0,916	0,415	0,665	0,1255
10 (2)	1,410	0,640	1,025	0,2961
11 (3)	0,208	0,574	0,391	0,0672
Mitjana de la variància				0,1228
Desviació estàndard				0,3504

Taula 91. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 92 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 125)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD OD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	21,453	22,522	20,876	22,374
01 (1)	22,495	21,308	22,697	21,800
10 (2)	21,715	22,993	21,443	23,205
11 (3)	24,242	23,691	24,668	23,820

Taula 92. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 93 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 125)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD OD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	21,165	22,448	21,806	0,8237
01 (1)	22,596	21,554	22,075	0,5429
10 (2)	21,579	23,099	22,339	1,1552
11 (3)	24,455	23,756	24,105	0,2447
Mitjana de la variància				0,6916
Desviació estàndard				0,8316

Taula 93. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.4.2. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir esquerra gran

En el següent experiment el robot va del punt (0, 0) a (-25, 40). Però a causa de la zona morta hem realitzat els càlculs de les següents taules fins al punt (-20, 35). La funció de costos que s'utilitzarà és la de l'error acumulat de la diferència d'orientació, Equació 79. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 94 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-20, 35)				
Temps (s)				
APD OD	Temps (s)			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	4,0	4,0	4,00	0,0000
01 (1)	3,7	3,6	3,65	0,0050
10 (2)	3,4	3,7	3,55	0,0450
11 (3)	4,2	3,7	3,95	0,1250
Mitjana de la variància				0,0438
Desviació estàndard				0,2092

Taula 94. Resultats del paràmetre temps

La Taula 95 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents

proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-20, 35)				
Mitjana error (cm)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	3,392	3,706	3,549	0,0495
01 (1)	3,678	3,552	3,615	0,0079
10 (2)	3,957	4,021	3,989	0,0021
11 (3)	3,635	3,704	3,669	0,0024
Mitjana de la variància				0,0154
Desviació estàndard				0,1242

Taula 95. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 96 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-20, 35)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD OD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	4,534	4,390	18,085	18,288
01 (1)	4,808	5,046	19,479	19,535
10 (2)	5,151	4,589	20,983	19,450
11 (3)	4,237	4,866	17,421	19,208

Taula 96. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 97 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-20, 35)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD OD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	11,310	11,339	11,324	0,0004
01 (1)	12,144	12,291	12,217	0,0108
10 (2)	13,067	12,020	12,543	0,5486
11 (3)	10,829	12,037	11,433	0,7296
Mitjana de la variància				0,3224
Desviació estàndard				0,5678

Taula 97. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.4.3. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir esquerra petit

Ara el robot segueix la següent trajectòria, va de la coordenada (0, 0) a (-34, 90). Com que hi ha zona morta realitzarem els càlculs fins al punt (-30, 85). La funció de costos que s'utilitzarà és la de l'error acumulat de la diferència d'orientació, Equació 79. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 98 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-30, 85)				
Temps (s)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	4,8	4,7	4,75	0,0050
01 (1)	4,7	4,7	4,70	0,0000
10 (2)	4,7	4,9	4,80	0,0200
11 (3)	4,6	4,6	4,60	0,0000
Mitjana de la variància				0,0063
Desviació estàndard				0,0791

Taula 98. Resultats del paràmetre temps

La Taula 99 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-30, 85)				
Mitjana error (cm)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	3,034	2,546	2,790	0,1188
01 (1)	2,964	3,064	3,014	0,0050
10 (2)	3,771	3,282	3,526	0,1195
11 (3)	3,418	4,798	4,108	0,9522
Mitjana de la variància				0,2989
Desviació estàndard				0,5467

Taula 99. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 100 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-30, 85)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD OD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	16,227	16,723	22,696	22,856
01 (1)	18,059	16,423	25,025	23,152
10 (2)	16,265	15,850	23,652	22,232
11 (3)	16,738	16,091	23,666	24,532

Taula 100. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 101 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-30, 85)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD OD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	19,462	19,790	19,626	0,0538
01 (1)	21,542	19,788	20,665	1,5391
10 (2)	19,959	19,041	19,500	0,4209
11 (3)	20,202	20,312	20,257	0,0060
Mitjana de la variància				0,5050
Desviació estàndard				0,7106

Taula 101. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.4.4. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir dreta gran

En el següent experiment el robot segueix les següents coordenades: (0, 0), (25, 40). Com que torna a aparèixer la zona morta, els càlculs de les taules seran del punt (0, 0) fins al punt (20, 33). La funció de costos que s'utilitzarà és la de l'error acumulat de la diferència d'orientació, Equació 79. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 102 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (20, 33)				
Temps (s)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	4,7	4,2	4,45	0,1250
01 (1)	4,9	4,2	4,55	0,2450
10 (2)	4,4	5,0	4,70	0,1800
11 (3)	4,2	4,4	4,30	0,0200
Mitjana de la variància				0,1425
Desviació estàndard				0,3775

Taula 102. Resultats del paràmetre temps

La Taula 103 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (20, 33)				
Mitjana error (cm)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	2,837	3,208	3,022	0,0691
01 (1)	2,003	2,120	2,062	0,0069
10 (2)	2,073	2,112	2,093	0,0008
11 (3)	2,236	2,445	2,340	0,0217
Mitjana de la variància				0,0246
Desviació estàndard				0,1569

Taula 103. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 104 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (20, 33)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD OD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	13,781	15,942	6,598	6,423
01 (1)	12,694	14,705	7,753	8,343
10 (2)	13,807	12,518	8,251	8,150
11 (3)	14,458	13,837	8,209	7,520

Taula 104. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 105 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (20, 33)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD OD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	10,190	11,183	10,686	0,4930
01 (1)	10,224	11,524	10,874	0,8457
10 (2)	11,029	10,334	10,682	0,2415
11 (3)	11,334	10,679	11,006	0,2145
Mitjana de la variància				0,4487
Desviació estàndard				0,6698

Taula 105. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.4.5. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir dreta petit

En les taules següents veurem els resultats calculats per la trajectòria que va del punt (0, 0) a (34, 90). Com s'ha anat repetint per l'horitzó mig, en aquest experiment també apareix la zona morta. Per tant hem calculat fins al punt (30, 85). La funció de costos que s'utilitzarà és la de l'error acumulat de la diferència d'orientació, Equació 79. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 106 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (30, 85)				
Temps (s)				
APD OD	Temps (s)			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	5,5	5,8	5,65	0,0450
01 (1)	5,7	5,3	5,50	0,0800
10 (2)	5,5	5,2	5,35	0,0450
11 (3)	5,1	5,5	5,30	0,0800
Mitjana de la variància				0,0625
Desviació estàndard				0,2500

Taula 106. Resultats del paràmetre temps

La Taula 107 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (30, 85)				
Mitjana error (cm)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	2,847	3,634	3,241	0,3097
01 (1)	2,911	3,523	3,217	0,1878
10 (2)	4,060	3,845	3,953	0,0231
11 (3)	3,015	3,035	3,025	0,0002
Mitjana de la variància				0,1302
Desviació estàndard				0,3608

Taula 107. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 108 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (30, 85)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD OD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	19,795	19,229	15,214	14,493
01 (1)	18,536	20,780	14,547	15,707
10 (2)	20,171	20,553	15,279	15,989
11 (3)	21,090	19,668	16,767	15,337

Taula 108. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 109 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (30, 85)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD OD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	17,505	16,861	17,183	0,2070
01 (1)	16,542	18,244	17,393	1,4484
10 (2)	17,725	18,271	17,998	0,1491
11 (3)	18,929	17,503	18,216	1,0167
Mitjana de la variància				0,7053
Desviació estàndard				0,8398

Taula 109. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.4.6. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, efectes principals i laterals

A les taules 110 i 111 podem veure els efectes principals i laterals dels factors OD i APD dels paràmetres temps, mitjana error distància a la trajectòria i de la mitjana velocitat que s'han calculat a partir de les trajectòries que hem realitzat dels experiments factorials, per la funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, Equació 79.

Les caselles que estan remarcades de color blau o gris són efectes significatius. Les de color blau són efectes amb resultats positius i les de color gris són negatius.

Trajectòria rectilínia			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	-0,300	-0,250	-0,550
Mitjana error traject. (cm)	-0,6272	-0,2673	-0,8945
Mitjana velocitat (cm/s)	1,0175	1,2815	2,2990
Trajectòria gir esquerra gran			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	0,025	-0,075	-0,050
Mitjana error traject. (cm)	-0,1269	0,2468	0,1200
Mitjana velocitat (cm/s)	-0,1088	0,2175	0,1088
Trajectòria gir esquerra petit			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	-0,125	-0,025	-0,150
Mitjana error traject. (cm)	0,4028	0,9151	1,3179
Mitjana velocitat (cm/s)	0,8981	-0,2669	0,6313

Taula 110. Efectes principals i laterals trajectòries rectilínia i girs esquerra

Trajectòria gir dreta gran			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	-0,150	0,000	-0,150
Mitjana error traject. (cm)	-0,3564	-0,3256	-0,6821
Mitjana velocitat (cm/s)	0,2561	0,0639	0,3200
Trajectòria gir dreta petit			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	-0,100	-0,250	-0,350
Mitjana error traject. (cm)	-0,4757	0,2600	-0,2157
Mitjana velocitat (cm/s)	0,2136	0,8191	1,0328

Taula 111. Efectes principals i laterals trajectòries girs dreta

De les taules 110 i 111 podem destacar els següents resultats.

A la trajectòria rectilínia les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,2062$ s, $\sigma = 0,3504$ cm i $\sigma = 0,8316$ cm/s). Els efectes a destacar són els dels factors OD i APD que són de -0,55 s, -0,8945 cm i 2,299 cm/s. Amb aquests efectes el temps disminuirà, la precisió de la trajectòria millorarà i la velocitat augmentarà. Per tant els dos factors estaran en estat alt 11.

Per la trajectòria gir esquerra gran no hi han efectes a destacar. Les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,2092$ s, $\sigma = 0,1242$ cm i $\sigma = 0,5678$ cm/s). L'efecte més significatiu és el del factor APD que és de 0,2468 cm, però aquest efecte implica un desmillora en la precisió de la trajectòria ja que augmenta l'error. Vists els resultats els factors APD i OD estaran en estat baix, 00.

A la trajectòria gir esquerra petit les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,0791$ s, $\sigma = 0,5467$ cm, $\sigma = 0,7106$ cm/s). Els efectes significatius a destacar són els dels factors OD i APD (efecte lateral) que és de -0,15 s que reduiria el temps i l'efecte de 1,3179 cm en que l'error augmenta. Els efectes dels altres dos factors no són significatius. El factor OD té un efecte de -0,125 s, 0,4028 cm i 0,8981 cm/s. Aquest factor no l'escolliríem per que tot i que redueix el temps i augmenta la velocitat, obtenim més error. En el factor APD tenim -0,025 s, 0,9151 cm i -0,2669 cm/s. Aquí el temps també disminueix, l'error augmenta i la velocitat es redueix. Per tant en cap d'aquest factors obtenim uns resultats òptims per que mentre en l'efecte lateral amb els factors OD i APD és el que obté el valor més significatiu també en té un de negatiu, per una banda hi guanyem però per l'altra hi sortim perdent. I amb els altres factors passa el mateix, a més que, són efectes no significatius. Des del principi ja es podrien haver descartat. Per tant els factors APD i OD estaran en estat baix, 00.

La trajectòria gir dreta gran les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,3775$ s, $\sigma = 0,1569$ cm i $\sigma = 0,6698$ cm/s). En el factor OD tenim un efecte de $-0,3564$ cm, en el factor APD tenim un efecte de $-0,3256$ cm i en els factors OD i APD (efecte lateral) $-0,6821$ cm. Tots aquests efectes són significatius. En tots tres casos millorarem la precisió de la trajectòria. Si ens hem de decantar cap a un factor, escolliríem els factors OD i APD (efecte lateral) en que tots dos estan en estat alt, 11. Per que tenim un efecte de $-0,15$ s i de $0,32$ cm/s, són els valors més òptims en comparació amb els altres efectes. Amb les conseqüències que el temps disminueix i augmenta la velocitat.

A la trajectòria gir dreta petit no hi han efectes significatius. Les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,25$ s, $\sigma = 0,3608$ cm i $\sigma = 0,8398$ cm/s). Probablement els efectes que ens donarien una millora en els resultats serien l'efecte lateral (factor OD i APD) i el factor OD. L'efecte lateral (factor OD i APD) té uns efectes de $-0,35$ s, $-0,2157$ cm i $1,0328$ cm/s. El temps es reduiria, l'error disminuiria i la velocitat augmentaria. El factor OD té uns efectes de $-0,1$ s, $-0,4757$ cm i $0,2136$ cm/s, aquí també es redueix el temps, millorem la precisió de la trajectòria i la velocitat augmenta. Per tant, podríem escollir els factors OD i APD (efecte lateral), tots dos en estat alt (11) o el factor OD (01), segons el criteri que vulguem seguir a l'hora de valorar un paràmetre, però en tots dos casos obtindrem les mateixes millores.

11.5. Experiments factorials amb trajectòries d'un sol punt per l'horitzó llarg

En el següent apartat el robot treballarà amb l'horitzó llarg. Continuarem realitzant les mateixes trajectòries que hem estudiat en els apartats de l'horitzó curt i mig.

11.5.1. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria rectilínia

El primer experiment que analitzarem, el robot recorre una trajectòria rectilínia que va de la posició inicial (0, 0) al punt (0, 130). A causa de la zona morta analitzarem fins el punt (0, 125). La funció de costos que utilitzarem per fer els estudis dels experiments factorials per l'horitzó llarg serà la de l'Equació 79, error acumulat de la diferència d'orientació.

La Taula 112 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 125)				
Temps (s)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	7,1	7,0	7,05	0,0050
01 (1)	7,4	7,0	7,20	0,0800
10 (2)	6,6	6,7	6,65	0,0050
11 (3)	7,5	7,3	7,40	0,0200
Mitjana de la variància				0,0275
Desviació estàndard				0,1658

Taula 112. Resultats del paràmetre temps

La Taula 113 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 125)				
Mitjana error (cm)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	1,473	0,180	0,826	0,8359
01 (1)	0,751	0,316	0,534	0,0944
10 (2)	2,243	1,061	1,652	0,6992
11 (3)	2,174	0,629	1,401	1,1930
Mitjana de la variància				0,7056
Desviació estàndard				0,8400

Taula 113. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 114 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 125)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD OD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	18,540	17,858	18,064	19,170
01 (1)	17,148	18,099	18,019	19,130
10 (2)	19,645	19,194	19,349	19,672
11 (3)	17,730	17,514	17,182	18,403

Taula 114. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 115 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria rectilínia (x, y) en cm: (0, 0) a (0, 125)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD OD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	18,302	18,514	18,408	0,0225
01 (1)	17,584	18,615	18,099	0,5315
10 (2)	19,497	19,433	19,465	0,0020
11 (3)	17,456	17,959	17,707	0,1263
Mitjana de la variància				0,1706
Desviació estàndard				0,4130

Taula 115. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.5.2. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir esquerra gran

El següent experiment el robot va de la coordenada (0, 0) a (-25, 40). Com que torna a aparèixer el fenomen de la zona morta analitzarem l'experiment fins al punt (-20, 35). La funció de costos que s'utilitzarà és la de l'error acumulat de la diferència d'orientació, Equació 79. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 116 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-20, 35)				
Temps (s)				
APD OD	Temps (s)			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	4,6	4,8	4,70	0,0200
01 (1)	5,2	5,2	5,20	0,0000
10 (2)	5,1	5,4	5,25	0,0450
11 (3)	5,3	5,5	5,40	0,0200
Mitjana de la variància				0,0213
Desviació estàndard				0,1458

Taula 116. Resultats del paràmetre temps

La Taula 117 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-20, 35)				
Mitjana error (cm)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	3,650	3,849	3,750	0,0198
01 (1)	3,543	3,887	3,715	0,0594
10 (2)	3,806	3,828	3,817	0,0002
11 (3)	3,571	3,474	3,522	0,0047
Mitjana de la variància				0,0210
Desviació estàndard				0,1450

Taula 117. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 118 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-20, 35)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD OD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	3,909	3,661	15,945	15,639
01 (1)	3,508	3,551	14,164	14,381
10 (2)	3,531	3,433	14,579	13,962
11 (3)	3,519	3,514	14,007	13,546

Taula 118. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 119 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir esquerra gran (x, y) en cm: (0, 0) a (-20, 35)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD OD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	9,927	9,650	9,789	0,0384
01 (1)	8,836	8,966	8,901	0,0085
10 (2)	9,055	8,698	8,876	0,0639
11 (3)	8,763	8,530	8,647	0,0271
Mitjana de la variància				0,0345
Desviació estàndard				0,1856

Taula 119. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.5.3. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir esquerra petit

El següent experiment que analitzarem és el del desplaçament del robot que va del punt inicial (0, 0) al punt final (-34, 90). Com és habitual en l'horitzó llarg, en aquest experiment també apareix la zona morta, per tant realitzarem els càlculs fins al punt (-30, 85). La funció de costos que s'utilitzarà és la de l'error acumulat de la diferència d'orientació, Equació 79. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 120 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir esquerra petit (x,y) en cm: (0, 0) a (-30, 85)				
Temps (s)				
APD OD	Temps (s)			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	5,7	6,1	5,90	0,0800
01 (1)	6,4	6,5	6,45	0,0050
10 (2)	6,5	6,5	6,50	0,0000
11 (3)	6,1	7,1	6,60	0,5000
Mitjana de la variància				0,1463
Desviació estàndard				0,3824

Taula 120. Resultats del paràmetre temps

La Taula 121 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-30, 85)				
Mitjana error (cm)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	3,666	3,201	3,433	0,1083
01 (1)	3,557	3,812	3,685	0,0326
10 (2)	4,055	4,034	4,044	0,0002
11 (3)	3,990	4,347	4,168	0,0638
Mitjana de la variància				0,0512
Desviació estàndard				0,2263

Taula 121. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 122 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-30, 85)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD OD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	13,467	12,657	20,022	18,121
01 (1)	12,185	11,712	17,897	18,123
10 (2)	11,894	11,645	17,777	18,035
11 (3)	12,410	10,585	19,082	16,774

Taula 122. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 123 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir esquerra petit (x, y) en cm: (0, 0) a (-30, 85)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD OD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	16,745	15,389	16,067	0,9187
01 (1)	15,041	14,918	14,979	0,0076
10 (2)	14,836	14,840	14,838	0,0000
11 (3)	15,746	13,680	14,713	2,1352
Mitjana de la variància				0,7654
Desviació estàndard				0,8749

Taula 123. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.5.4. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir dreta gran

En el següent experiment el robot recorre la següent trajectòria; de la coordenada (0, 0) a (25, 40). Com que hi ha zona morta analitzarem els càlculs fins al punt (20, 35). La funció de costos que s'utilitzarà és la de l'error acumulat de la diferència d'orientació, Equació 79. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 124 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (20, 35)				
Temps (s)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	5,1	4,7	4,90	0,0800
01 (1)	5,0	5,4	5,20	0,0800
10 (2)	5,1	4,8	4,95	0,0450
11 (3)	5,4	5,5	5,45	0,0050
Mitjana de la variància				0,0525
Desviació estàndard				0,2291

Taula 124. Resultats del paràmetre temps

La Taula 125 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (20, 35)				
Mitjana error (cm)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	3,639	3,758	3,698	0,0072
01 (1)	3,622	3,515	3,568	0,0057
10 (2)	3,765	3,494	3,629	0,0369
11 (3)	3,556	3,619	3,587	0,0020
Mitjana de la variància				0,0129
Desviació estàndard				0,1137

Taula 125. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 126 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (20, 35)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD OD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	13,285	14,771	5,229	5,079
01 (1)	13,906	12,829	4,800	4,740
10 (2)	13,556	14,118	5,038	5,304
11 (3)	12,698	12,484	4,956	4,755

Taula 126. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 127 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir dreta gran (x, y) en cm: (0, 0) a (20, 35)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD OD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	9,257	9,925	9,591	0,2231
01 (1)	9,353	8,785	9,069	0,1616
10 (2)	9,297	9,711	9,504	0,0857
11 (3)	8,827	8,620	8,723	0,0215
Mitjana de la variància				0,1230
Desviació estàndard				0,3507

Taula 127. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.5.5. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, trajectòria gir dreta petit

En el següent experiment el robot va del punt (0, 0) a (34, 90). Com que hi ha zona morta, realitzarem l'estudi fins al punt (30, 85). La funció de costos que s'utilitzarà és la de l'error acumulat de la diferència d'orientació, Equació 79. A les taules següents veurem els resultats de l'experiment.

La Taula 128 mostra el temps que tarda el robot en arribar al punt final per les diferents proves que hem realitzat per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre temps.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (30, 85)				
Temps (s)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	6,7	6,8	6,75	0,0050
01 (1)	6,7	6,6	6,65	0,0050
10 (2)	6,0	7,5	6,75	1,1250
11 (3)	6,5	6,6	6,55	0,0050
Mitjana de la variància				0,2850
Desviació estàndard				0,5339

Taula 128. Resultats del paràmetre temps

La Taula 129 mostra els resultats obtinguts estudiant el paràmetre mitjana error distància a la trajectòria. En ella es mostra la precisió de la trajectòria que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (30, 85)				
Mitjana error (cm)				
APD OD	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	3,111	3,357	3,234	0,0303
01 (1)	3,007	3,288	3,147	0,0394
10 (2)	3,767	3,081	3,424	0,2353
11 (3)	2,837	2,908	2,872	0,0025
Mitjana de la variància				0,0769
Desviació estàndard				0,2773

Taula 129. Resultats del paràmetre mitjana error distància a la trajectòria

La Taula 130 mostra la mitjana de la velocitat de la roda esquerra (Are) i la roda dreta (Ard) per cada prova i combinació.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (30, 85)				
Mitjana velocitat (cm/s)				
APD OD	Mitjana Are		Mitjana Ard	
	Prova 1	Prova 2	Prova 1	Prova 2
00 (0)	16,347	15,957	13,062	13,026
01 (1)	16,257	16,619	13,324	13,221
10 (2)	18,661	14,617	14,146	12,038
11 (3)	16,655	16,343	13,662	13,346

Taula 130. Resultats de la mitjana velocitat de la roda esquerra i dreta

La Taula 131 mostra la mitjana de la velocitat de les dues rodes que obtenim al realitzar les diferents proves per cada combinació, per així obtenir finalment la desviació estàndard del paràmetre mitjana velocitat.

Trajectòria gir dreta petit (x, y) en cm: (0, 0) a (30, 85)				
Mitjana velocitat de les dues rodes (cm/s)				
APD OD	Mitjana Ar			
	Prova 1	Prova 2	Mitjana	Variància
00 (0)	14,705	14,492	14,598	0,0227
01 (1)	14,791	14,920	14,855	0,0084
10 (2)	16,404	13,328	14,866	4,7309
11 (3)	15,159	14,845	15,002	0,0493
Mitjana de la variància				1,2028
Desviació estàndard				1,0967

Taula 131. Resultats del paràmetre mitjana velocitat

11.5.6. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, efectes principals i laterals

A les taules 132 i 133 podem veure els efectes principals i laterals dels factors OD i APD dels paràmetres temps, mitjana error distància a la trajectòria i de la mitjana velocitat que s'han calculat, a partir de les taules de resultats de totes les trajectòries que hem realitzat dels experiments factorials. Per la funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació, Equació 79.

Les caselles que estan remarcades de color gris són efectes significatius. Les de color gris són efectes amb resultats negatius.

Trajectòria rectilínia			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	0,450	-0,100	0,350
Mitjana error traject. (cm)	-0,2716	0,8467	0,5752
Mitjana velocitat (cm/s)	-1,0334	0,3326	-0,7008
Trajectòria gir esquerra gran			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	0,325	0,375	0,700
Mitjana error traject. (cm)	-0,1646	-0,0628	-0,2275
Mitjana velocitat (cm/s)	-0,5586	-0,5834	-1,1420

Taula 132. Efectes principals i laterals trajectòries rectilínia i gir esquerra gran

Trajectòria gir esquerra petit			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	0,325	0,375	0,700
Mitjana error traject. (cm)	0,1878	0,5473	0,7351
Mitjana velocitat (cm/s)	-0,6063	-0,7478	-1,3540
Trajectòria gir dreta gran			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	0,400	0,150	0,550
Mitjana error traject. (cm)	-0,0861	-0,0249	-0,1110
Mitjana velocitat (cm/s)	-0,6515	-0,2163	-0,8678
Trajectòria gir dreta petit			
Paràmetres experiment	Efecte principal factor OD	Efecte principal factor APD	Efecte lateral factors OD i APD
Temps (s)	-0,150	-0,050	-0,200
Mitjana error traject. (cm)	-0,3196	-0,0423	-0,3619
Mitjana velocitat (cm/s)	0,1966	0,2069	0,4035

Taula 133. Efectes principals i laterals trajectòries gir esquerra petit i girs dreta

Si hi donem un cop d'ull a les taules 132 i 133 podem apreciar que no hi ha cap valor significatiu positiu que millori els paràmetres del robot, segons la llei que diu que tindrem en compte un efecte si és 2 o 3 vegades el valor de la desviació estàndard.

Les desviacions estàndards de la trajectòria rectilínia són ($\sigma = 0,1658$ s, $\sigma = 0,84$ cm i $\sigma = 0,413$ cm/s). Els efectes més significatius estan en el factor OD i en els factors OD i APD (efecte lateral), però aquests efectes no són favorables per l'estudi. Els efectes del factor OD són 0,45 s i -1,0334 cm/s. El temps s'incrementa i la velocitat disminueix. Els efectes dels factors OD i APD (efecte lateral) són de 0,35 s i -0,7008 cm/s, en aquest cas passa el mateix que amb el factor OD, el temps incrementa i la velocitat disminueix. Com que cap factor té uns efectes clars de millores escollim la combinació factorial 00, on APD i OD es troben en estat baix.

Les desviacions estàndards de la trajectòria gir esquerra gran són ($\sigma = 0,1458$ s, $\sigma = 0,145$ cm i $\sigma = 0,1856$ cm/s). Els efectes més significatius es troben en tots els factors, en el temps i la velocitat, però són efectes negatius. Pel factor OD tenim uns efectes de 0,325 s i -0,5586 cm/s, pel factor APD tenim uns efectes de 0,375 s i -0,5834 cm/s, i per els factors OD i APD (efecte lateral) tenim uns efectes de 0,7 s i -1,142 cm/s. En tots els casos el robot tardarà més en arribar al seu punt destí i anirà més lent. Per tant els factors APD i OD estaran en estat baix, 00.

Les desviacions estàndards de la trajectòria gir esquerra petit són ($\sigma = 0,3824$ s, $\sigma = 0,2263$ cm i $\sigma = 0,8749$ cm/s). Els efectes més significatius també són negatius i es troben en el factor APD que té un efecte de $0,5473$ cm i en els factors OD i APD (efecte lateral) que són de $0,7$ s, $0,7351$ cm i $-1,354$ cm/s. Pel factor APD l'error augmenta. Pels factors OD i APD (efecte lateral) tots els paràmetres són desfavorables, el temps augmenta, tenim menys precisió en la trajectòria i la velocitat disminueix. En el cas del factor OD, passa el mateix, tots els paràmetres són desfavorables a més que els seus efectes no són significatius. Així doncs els factors APD i OD tindrien que estar en estat baix, 00.

Per la trajectòria gir dreta gran, les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,2291$ s, $\sigma = 0,1137$ cm i $\sigma = 0,3507$ cm/s). Pel factor OD els efectes més significatius són $0,4$ s i $-0,6515$ cm/s. El temps s'incrementa i la velocitat es redueix. Pel factor APD tenim com a efecte significatiu $-0,2163$ cm/s en que la velocitat es redueix. Pels factors OD i APD (efecte lateral) té com a efectes significatius; $0,55$ s i $-0,8678$ cm/s. El robot tardarà més en recórrer la trajectòria i a una velocitat més reduïda. Com hem comprovat, cap factor ens afavoreix en l'estudi d'aquests paràmetres, per tant els factors APD i OD estaran en estat baix, 00.

A la trajectòria gir dreta petit les desviacions estàndards són ($\sigma = 0,5339$ s, $\sigma = 0,2773$ cm i $\sigma = 1,0967$ cm/s). No trobem efectes significatius però en tots els casos hi ha resultats favorables. En tots el temps es redueix, la precisió en la trajectòria millora i la velocitat augmenta. Els factors OD i APD (efecte lateral) mostren uns resultats més clars, tenen uns efectes de $-0,2$ s, $-0,3619$ cm i $0,4035$ cm/s. Per tant els factors APD i OD es trobaran en estat alt, 11.

Si ens fixem en la taula veurem que no hi han efectes significatius positius, sinó que només en trobem de negatius. Això podria ser degut a que a l'hora d'experimentar amb el robot vam tenir problemes de zona morta, tal com va passar amb l'horitzó mig. Per aquest motiu no realitzem experiments factorials amb trajectòries de varis punts per l'horitzó mig i llarg per que no arribem a conclusions eloqüents.

11.6. Experiments factorials amb trajectòries de varis punts

Un cop hem analitzat els experiments factorials amb trajectòries d'un sol punt, hem modificat la llei de control del programa de manera que segons el tipus de trajectòria, el càlcul de la predicció de la trajectòria vindrà precedida per una funció de costos determinada.

Hem fet una sèrie d'experiments on el robot es desplaça per una sèrie de punts, aquests experiments s'han fet per cada una de les funcions de costos en que hem experimentat per millorar la llei de control a partir dels experiments factorials amb trajectòries d'un sol punt. Tots els experiments s'han fet per l'horitzó de predicció curt. En els següents apartats podrem observar els resultats d'aquests experiments.

Els experiments que analitzarem consistiran en analitzar el temps, la precisió de la trajectòria, calculant la mitjana de l'error de la distància a la trajectòria que ens indicarà la desviació de la trajectòria, i la velocitat del robot. Per aquests experiments utilitzarem la llei fixa o la llei variable. En la llei fixa la funció de costos no varia, els factors APD, TDD i OD es mantenen en valor alt, en canvi en la llei variable la funció de costos anirà canviant segons el tipus de trajectòria que el robot es tingui que desplaçar.

Les trajectòries que analitzarem seran formades per les trajectòries que hem estudiat als experiments factorials amb trajectòries d'un sol punt; trajectòria rectilínia, trajectòria gir esquerra gran, trajectòria gir esquerra petit, trajectòria gir dreta gran i trajectòria gir dreta petit.

11.6.1. Funció de costos distància a la trajectòria

En aquest cas la funció de costos que hi intervé és la distància a la trajectòria, Equació 70.

A la Taula 134 podem veure els valors dels factors variables segons la seva trajectòria, aquests factors s'aplicaran quan utilitzem la llei variable a les noves lleis de control.

Factors	Trajectòria				
	Rectilínia	Gir esquerra gran	Gir esquerra petit	Gir dreta gran	Gir dreta petit
APD	1	0	1	0	0
TDD	1	1	1	0	0

Taula 134. Factors de la llei variable

En el primer experiment, el robot es desplaça pels següents punts; (0, 0), (-25, 40), (-25, 120) i el punt final (0, 160).

A la Taula 135 podem veure els resultats de l'experiment utilitzant els factors fixes o variables. La columna temps indica el temps que tarda el robot en arribar al punt final de la

trajectòria, la columna mitjana error indica la precisió de la trajectòria i la columna mitjana Ar indica la mitjana de la velocitat del robot.

Experiment	Trajectòria (x,y) en cm: (0, 0), (-25, 40), (-25, 120), (0, 160)					
	Temps (s)		Mitjana Error (cm)		Mitjana Ar (cm/s)	
	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable
Prova 1	11,5	11,7	3,618	1,951	16,061	15,025
Prova 2	12,3	10,5	2,404	2,579	14,363	16,594
Prova 3	11,9	10,9	1,994	1,904	15,028	16,076
Mitjana de les proves	11,90	11,03	2,67	2,14	15,15	15,90
Variància	0,1067	0,2489	0,4752	0,0949	0,4883	0,4261
Desviació estàndard	0,3266	0,4989	0,6894	0,3080	0,6988	0,6528

Taula 135. Resultats experimentals aplicant la llei fixa i la llei variable

La mitjana de la desviació estàndard entre les funcions de la llei fixa i la variable del temps són de 0,4127 s, la diferència entre les mitjanes són 0,87 s. Així, la llei variable millora un 7,31 % el resultat del temps de la llei fixa, el temps es redueix. Com que la diferència entre les mitjanes és el doble de la mitjana de la desviació estàndard aquest estudi es tindrà en compte per que és un resultat significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard entre les funcions de la llei fixa i la variable de l'error són de 0,4987 cm, la diferència entre les mitjanes és de 0,53 cm i la llei variable millora un 19,85%, l'error es redueix. La diferència entre mitjanes no és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant no és un resultat rellevant.

Per la velocitat la mitjana de la desviació estàndard entre les funcions de la llei fixa i la variable és de 0,6758 cm/s, la diferència entre les mitjanes és de 0,75 cm/s i la llei variable augmenta un 4,95 % la velocitat. La diferència entre mitjanes no és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant no és un resultat rellevant.

Les gràfiques que venen a continuació mostren alguna de les proves que hem fet amb el robot. La trajectòria de la llei fixa correspon a la prova 2 i de la llei variable correspon a la prova 3.

A la Figura 128 podem veure la trajectòria que recorre el robot per anar seguint els punts de les coordenades. El primer tram on arriba al punt (-25, 40) el recorregut en la llei fixa i en la

variable pràcticament són idèntics. Després té que girar per anar al punt (-25, 120) i aquí es veuen diferències, en la llei fixa el robot es desvia més de la trajectòria que en la llei variable, però arriba al punt desitjat. Per últim, el recorregut cap al punt final és molt semblant, però la llei variable s'aproxima més al punt final.

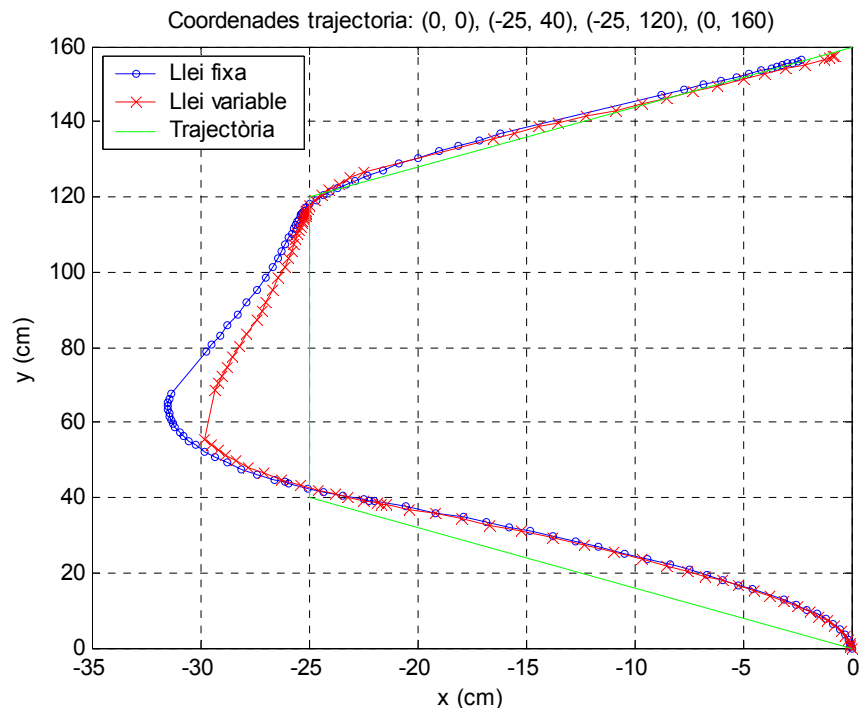


Figura 128. Recorregut del robot

La Figura 129 correspon a la orientació del robot. Per la llei fixa fa uns gir més suaus que la llei variable. En la llei variable, quan veu que es desvia de la trajectòria gira més bruscament per dirigir-se cap el seu destí. Per això tarda menys en arribar al punt final. Si ens fixem en el temps que tarda el robot en arribar al punt final en el gràfic i el comparem amb els valors de les taules notarem que no són idèntics. Tenim problemes del sistema operatiu, no s'executa exactament en temps real. Això és degut a que quan es guarden les dades a l'ordinador no totes queden emmagatzemades, algun període no apareix i les seves dades queden perdudes. Són problemes de connexió entre el Linux i la terminal. En els valors de la taula, els períodes en que s'han perdut les dades, s'han interpolat els punts amb la velocitat que anava el robot. En el gràfic es veuen les dades que s'han guardat a l'arxiu. Per això en el gràfic no es veu el temps correcte, però tot i així podem notar les diferències que hi ha entre una llei o una altra.

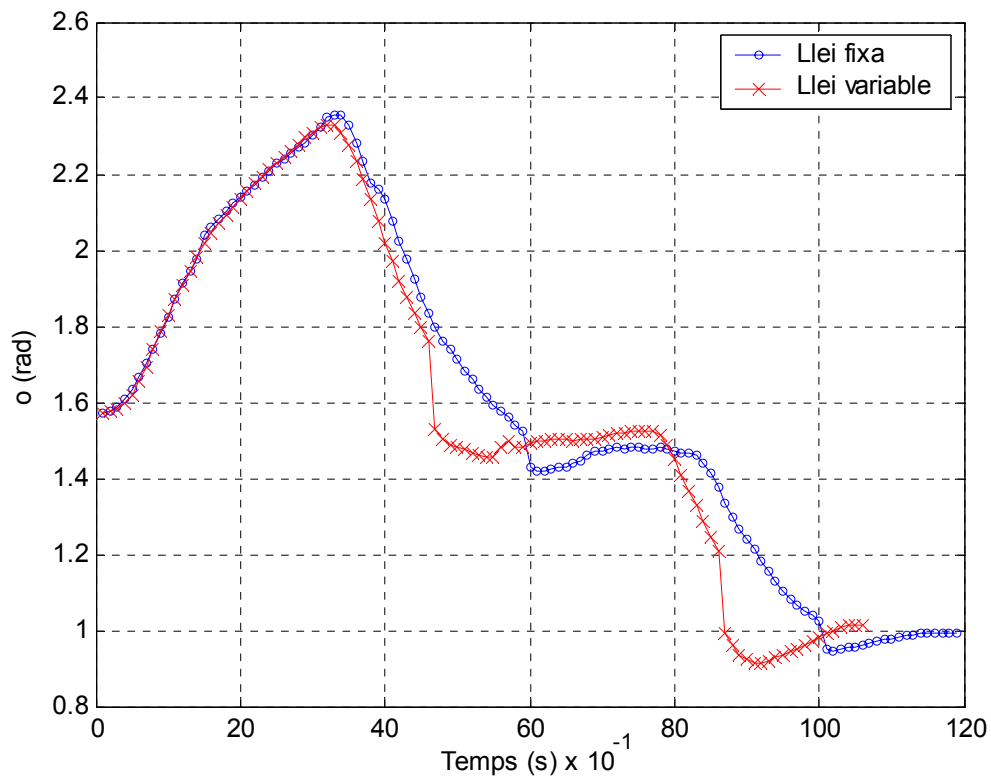


Figura 129. Orientació del robot

A les figures 130 i 131 tenim les velocitats de les rodes esquerra i dreta, respectivament. Si ens fixem la mitjana dels pics de la velocitat de la llei variable són més grans que les de la llei fixa. Si observem els pics de cada període, ens adonarem que els de la llei variable sempre van per endavant dels fixes, per tant la llei variable va més avançada que la llei fixa. D'aquesta manera va a una velocitat més ràpida i arriba abans al punt final de la trajectòria que recorre el robot. Per una altra banda, els canvis de velocitat que produeix la llei variable són més suaus, visualment ho podem corroborar observant la forma d'ona, on la llei variable té una forma més suau que la llei fixa.

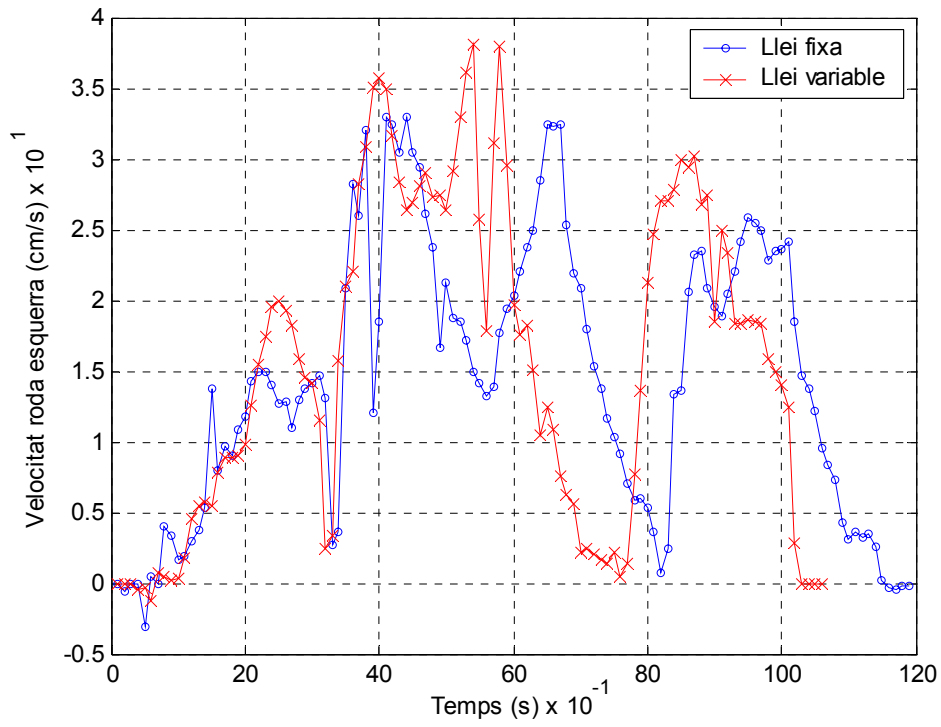


Figura 130. Velocitat de la roda esquerra

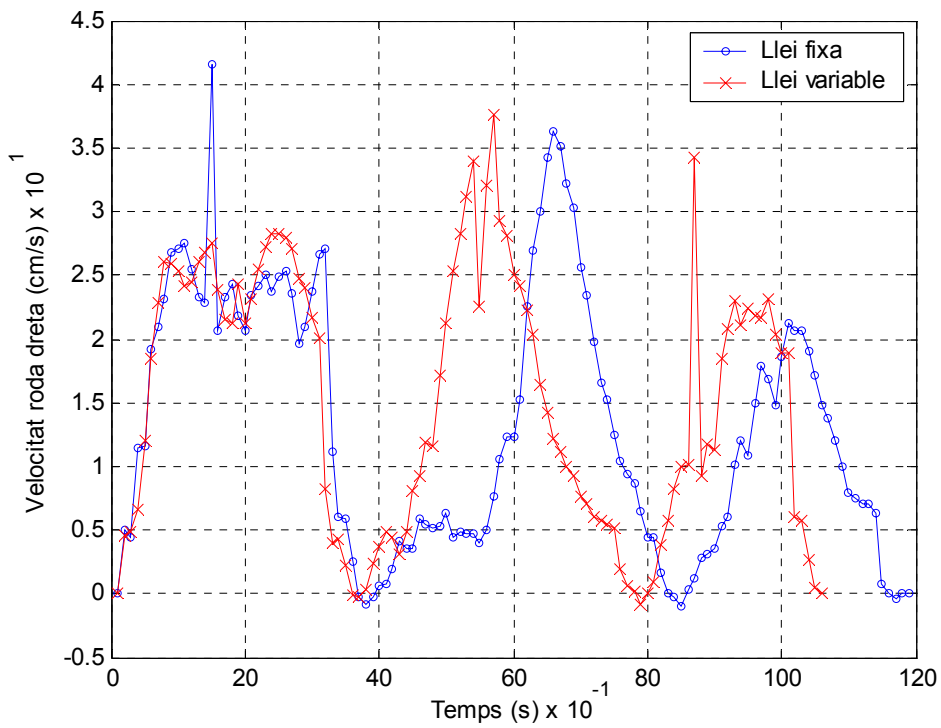


Figura 131. Velocitat de la roda dreta

En el següent experiment, el robot segueix la següent trajectòria: (0, 0), (0, 80) i (34, 174).

A la Taula 136 podem veure els resultats de les tres proves que hem realitzat per analitzar el traçat que recorre el robot per realitzar la trajectòria segons si utilitzem factors fixes o variables. La columna temps indica el temps que tarda el robot en arribar al punt final de la trajectòria, la columna mitjana error indica la precisió de la trajectòria i la columna mitjana Ar indica la mitjana de la velocitat del robot.

Experiment	Trajectòria (x,y) en cm: (0, 0), (0, 80), (34, 174)					
	Temps (s)		Mitjana Error (cm)		Mitjana Ar (cm/s)	
	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable
Prova 1	9,3	7,9	0,387	0,441	19,420	21,675
Prova 2	9,1	7,7	0,264	0,874	19,995	22,828
Prova 3	8,7	8,1	0,507	0,524	20,287	20,038
Mitjana de les proves	9,03	7,90	0,39	0,61	19,90	21,51
Variància	0,0622	0,0267	0,0099	0,0351	0,1299	1,3099
Desviació estàndard	0,2494	0,1633	0,0994	0,1874	0,3604	1,1445

Taula 136. Resultats experimentals aplicant la llei fixa i la llei variable

La mitjana de la desviació estàndard entre les funcions de la llei fixa i la variable del temps és de 0,2063 s, la diferència entre les mitjanes de la llei fixa i la variable del temps són de 1,13 s, així la llei variable millora un 12,51%, el seu temps es redueix. La diferència entre les mitjanes de la llei fixa i la variable és el triple de la desviació estàndard, per tant aquest resultat serà significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard entre les funcions de la llei fixa i la variable de l'error és de 0,1434 cm, la diferència entre les mitjanes de la llei fixa i la variable de l'error és de -0,22 cm per tant la llei variable empitjora un -56,41%, hi ha menys precisió en la trajectòria. La diferència entre les mitjanes de la llei fixa i la variable no és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, però és bastant similar, per tant aquest resultat podria ser significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard entre les funcions de la llei fixa i la variable de la velocitat és de 0,7524 cm/s, la diferència entre les mitjanes de la llei fixa i variable de la velocitat serà de 1,61 cm/s i la llei variable augmenta en un 8,09% la velocitat. La diferència entre les mitjanes de la llei fixa i variable és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat serà significatiu.

Les gràfiques següents corresponen als resultats de les proves que vam realitzar amb el robot. La trajectòria de la llei fixa és la prova 2 i la trajectòria de la llei variable es tracta de la prova 1.

A la Figura 132 podem veure la trajectòria que recorre el robot per desplaçar-se en les coordenades. La trajectòria que va del punt inicial a la coordenada (0, 80) la llei fixa es desvia més de la trajectòria, en canvi la llei variable s'ajusta més a ella. Però en el recorregut que fa de la coordenada (0, 80) al punt final, passa el revés, la llei variable es desvia més de la trajectòria que la llei fixa. Provocant que amb la mitjana de tots els punts, tinguem menys error en la distància de la trajectòria amb la llei fixa que no pas amb la llei variable.

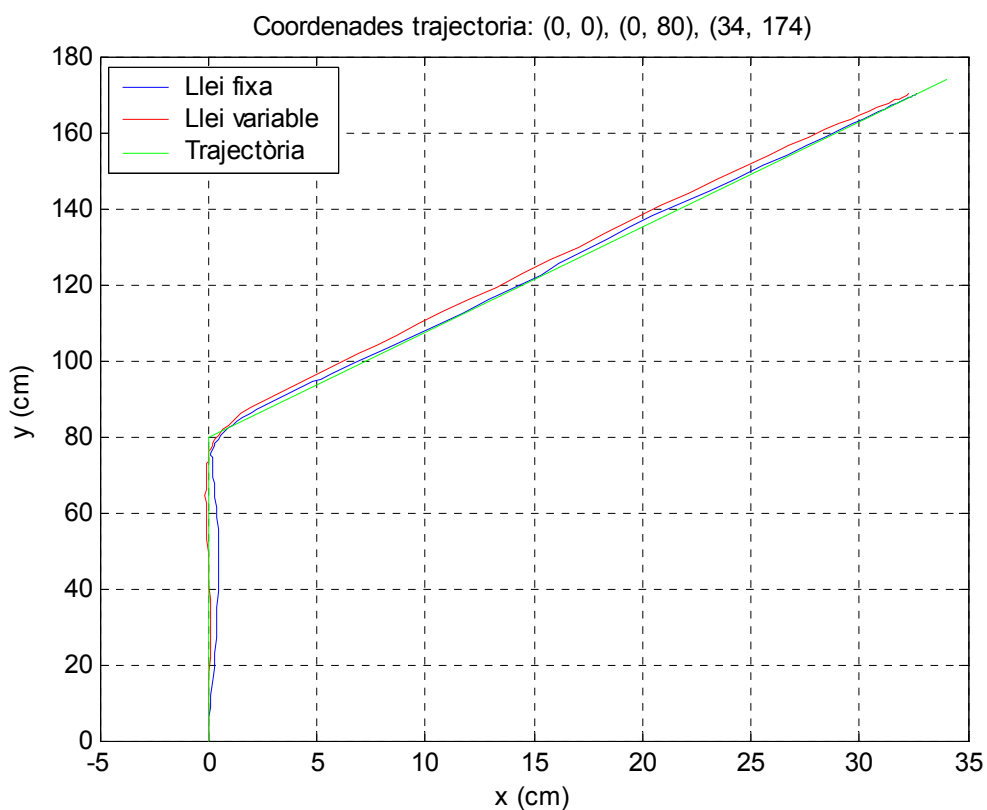


Figura 132. Recorregut del robot

A la Figura 133 podem veure la orientació del robot. La llei fixa té un comportament més suau, si ens fixem quan arriba als 4 segons el robot comença a girar i veiem com la orientació va disminuint d'una manera més suau, en canvi la llei variable té un baixada més abrupta, degut a que va més ràpid.

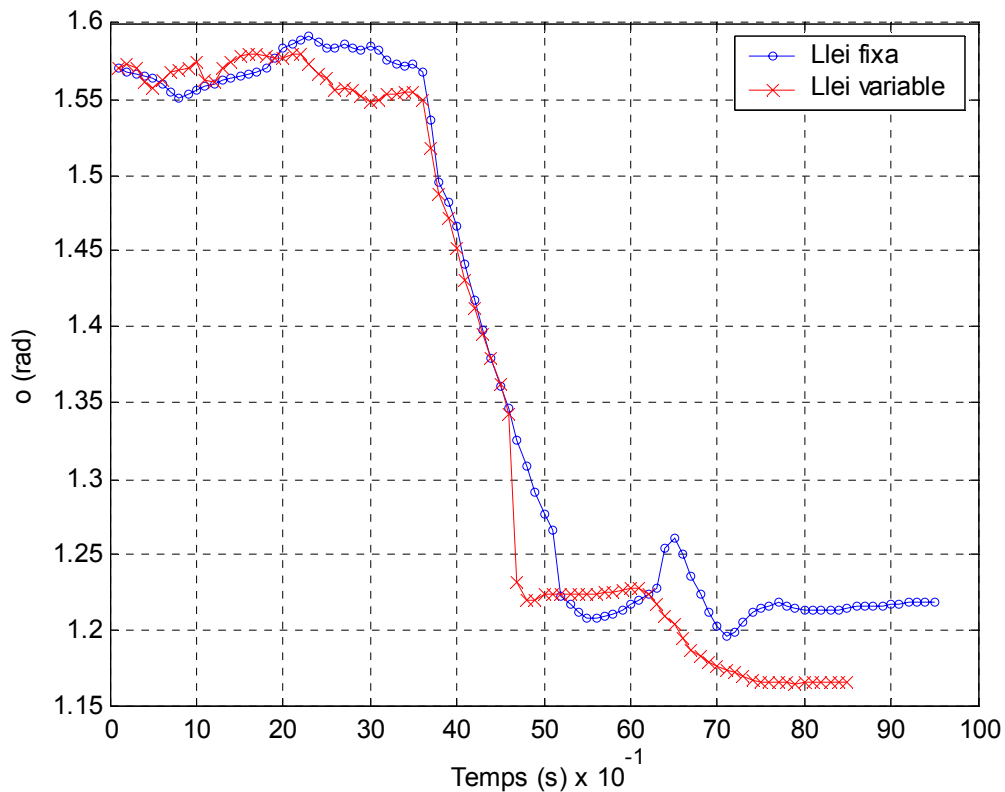


Figura 133. Orientació del robot

A les figures 134 i 135 veiem la velocitat de la roda esquerra i la dreta, respectivament. Si ens fixem al principi les dues ones van pràcticament a la mateixa velocitat, podem veure que en la roda esquerra algun instant la llei variable pot tenir un pic. Si ens fixem tant en el gràfic de la roda esquerra i la dreta, els valors de la llei variable estan una mica per sobre de la llei fixa. A partir dels 3,7 segons podem començar a veure que la llei variable va més ràpid i va més avançada.

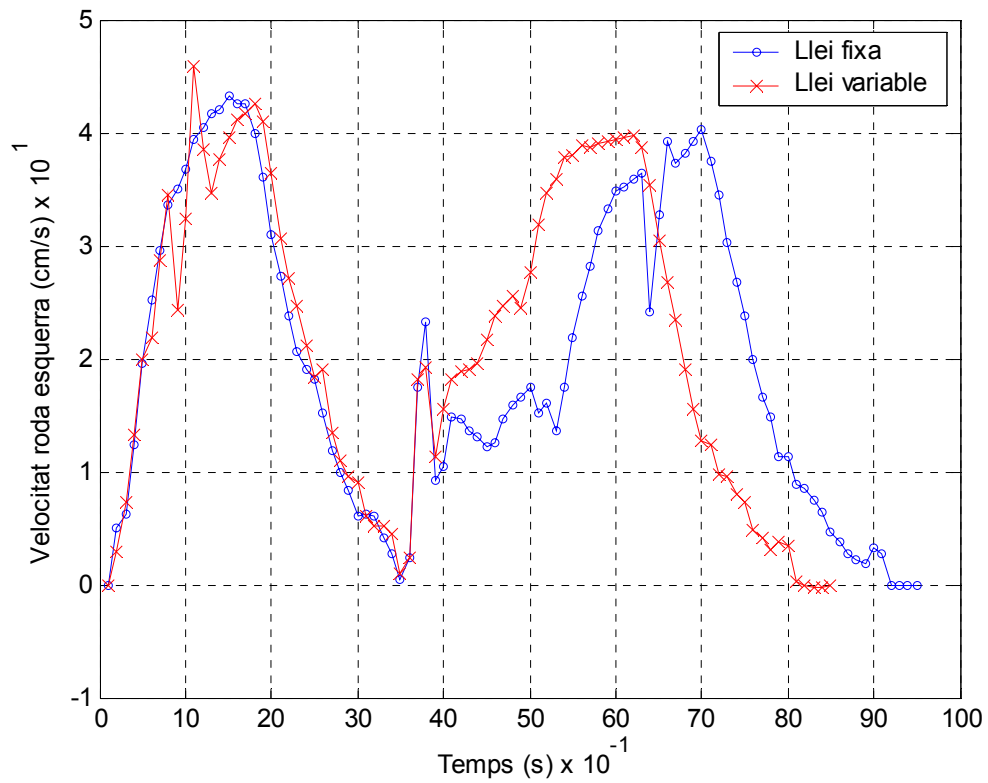


Figura 134. Velocitat de la roda esquerra

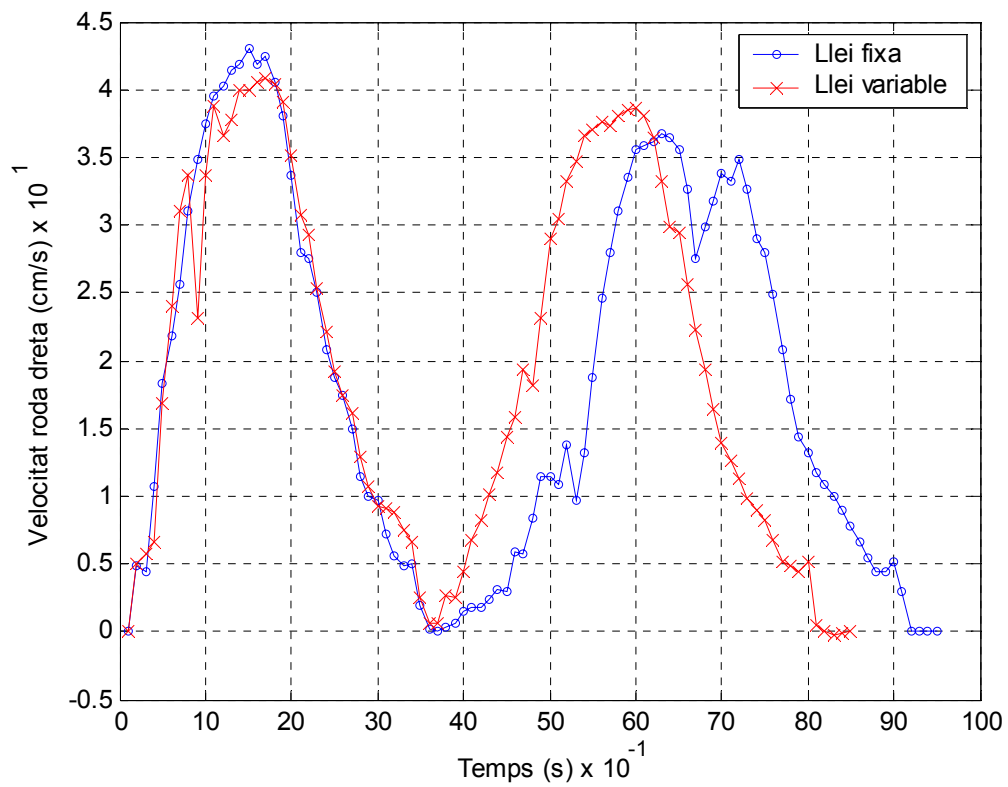


Figura 135. Velocitat de la roda dreta

11.6.2. Funció de costos diferència d'orientació

En els següents experiments la funció de costos que hi intervé és la diferència d'orientació, que correspon a l'Equació 76.

A la Taula 137 podem veure els valors dels factors variables segons la seva trajectòria, aquests factors s'aplicaran quan utilitzem la llei variable a les noves lleis de control.

Factors	Trajectòria				
	Rectilínia	Gir esquerra gran	Gir esquerra petit	Gir dreta gran	Gir dreta petit
APD	1	1	0	0	0
TDD	1	1	1	1	0

Taula 137. Factors de la llei variable

En el primer experiment, el robot segueix la següent trajectòria; va del punt inicial (0, 0) a (-25, 40) i el punt final és (-25, 120).

La Taula 138 mostra els resultats obtinguts aplicant la llei fixa i la variable en el seguiment de la trajectòria. La columna temps indica el temps que tarda el robot en arribar al punt final de la trajectòria, la columna mitjana error indica la precisió de la trajectòria i la columna mitjana Ar indica la mitjana de la velocitat del robot.

Experiment	Trajectòria (x,y) en cm: (0, 0), (-25, 40), (-25, 120)					
	Temps (s)		Mitjana Error (cm)		Mitjana Ar (cm/s)	
	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable
Prova 1	6,5	7,0	2,636	2,476	18,916	17,071
Prova 2	7,3	7,1	2,165	2,799	16,809	20,061
Prova 3	6,9	7,1	3,074	2,892	19,592	18,368
Mitjana de les proves	6,90	7,07	2,63	2,72	18,44	18,50
Variància	0,1067	0,0022	0,1378	0,0318	1,4046	1,4983
Desviació estàndard	0,3266	0,0471	0,3712	0,1784	1,1852	1,2240

Taula 138. Resultats experimentals aplicant la llei fixa i la llei variable

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en el temps és de 0,1868 s, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de -0,17 s. Així, la llei variable empitjora en un -2,46% el temps de la llei fixa, el temps de la llei variable augmenta. La diferència de

mitjanes entre la llei fixa i variable no és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat no serà significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en l'error és de 0,2748 cm, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de -0,09 cm. Així, la llei variable millora un -3,42% l'error en la trajectòria de la llei fixa. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable no és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat no serà significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en la velocitat és de 1,2046 cm/s, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable en la velocitat és de 0,06 cm/s. Així, la llei variable millora un 0,32% la velocitat de la llei fixa, la velocitat de la llei variable augmenta. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable en la velocitat no és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat no serà significatiu.

En els gràfics següents veurem alguna de les proves que hem fet amb el robot. La llei fixa correspon a la prova 1 i la llei variable a la prova 2.

A la Figura 136 veiem la trajectòria que segueix el robot. Del punt inicial a la coordenada (-25, 40) les trajectòries en les dues lleis són similars, amb la petita diferència en que la llei variable s'apropa una mica més a la trajectòria, però és tant petita la diferència que es podria passar per alt. Les dues trajectòries passen per la coordenada (-25, 40). A la trajectòria final, de la coordenada (-25, 40) a la (-25, 120) la llei variable es desvia més de la trajectòria que en la llei fixa.

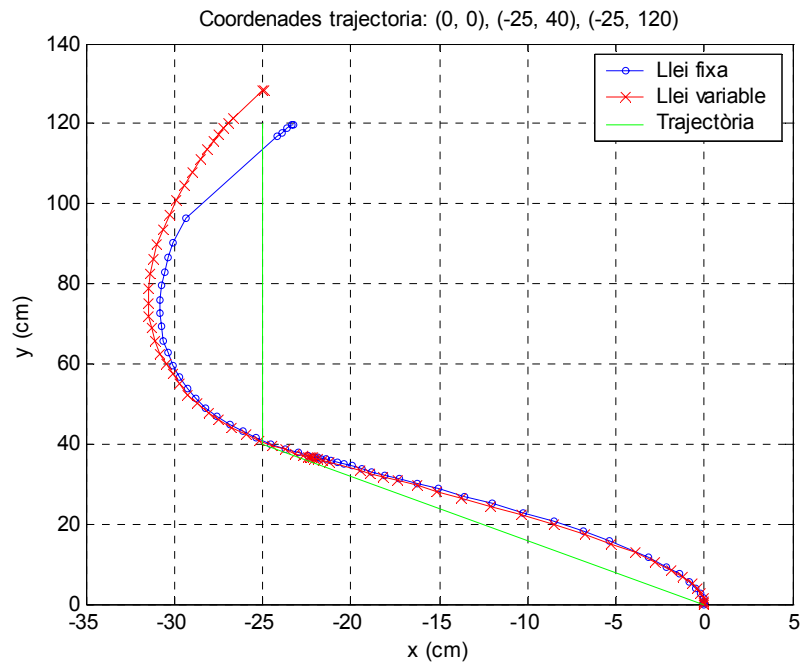


Figura 136. Recorregut del robot

A la Figura 137 veiem l'orientació del robot per la llei fixa i variable durant el recorregut de la trajectòria. Sembla que des de l'inici fins que passen uns 3 segons tan en la llei fixa com la variable tinguin un gir semblant, però un cop passat aquest instant la llei variable gira d'una manera més suau, amb la conseqüència que el robot tardarà més en arribar al seu punt destí.

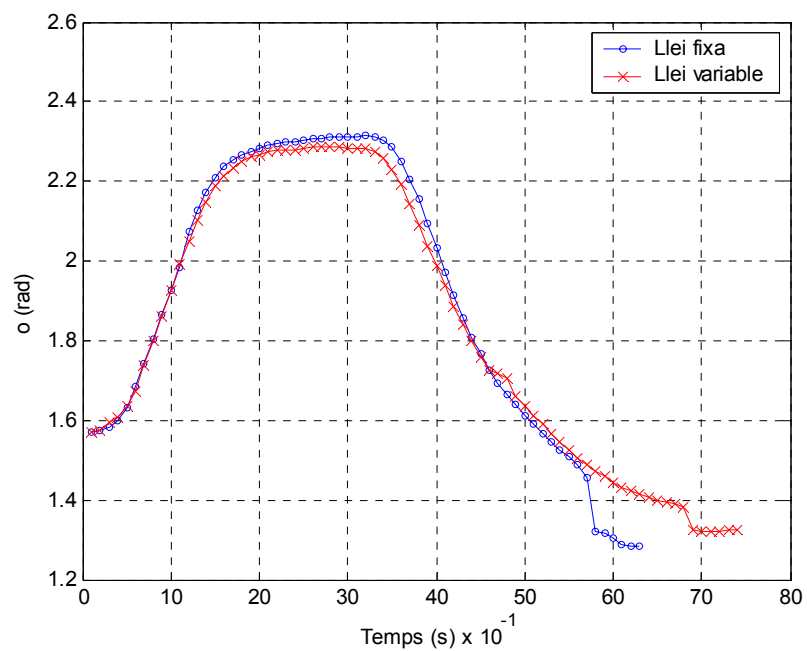


Figura 137. Orientació del robot

A les figures 138 i 139 veiem les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot, respectivament. Pràcticament no hi ha gaires diferències amb la velocitat del robot, sembla que en algun instant en la llei fixa el robot va més ràpid, però en general van a la mateixa velocitat. El que si que es veu clarament és que cap als 5,5 segons la llei fixa va avançada a la llei variable.

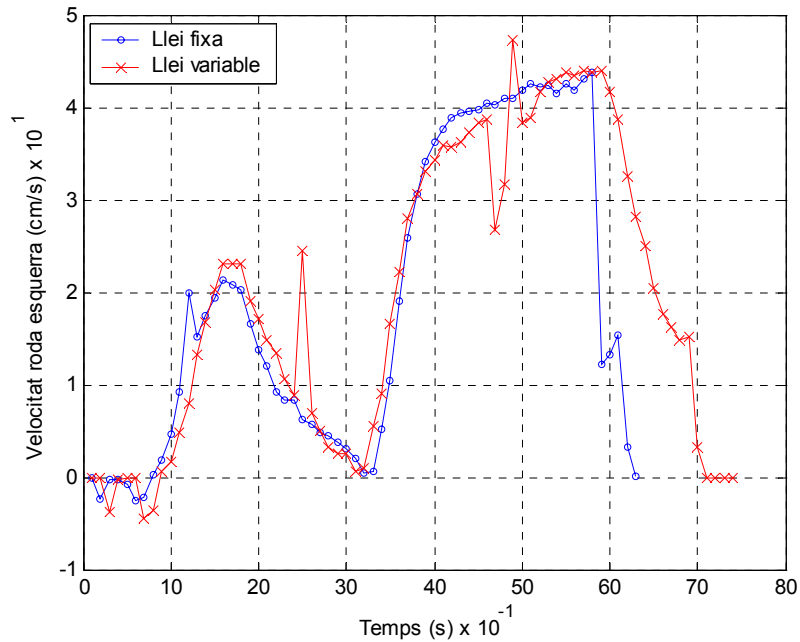


Figura 138. Velocitat de la roda esquerra

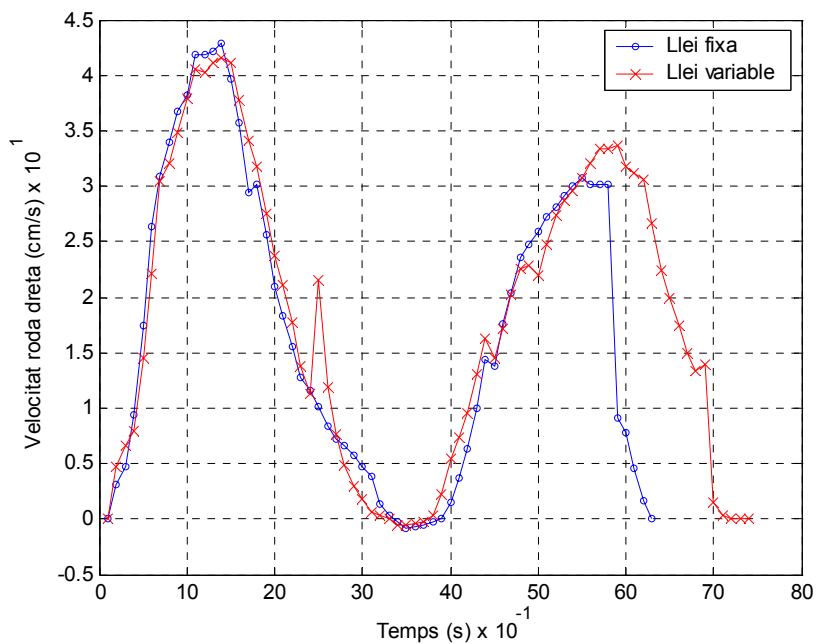


Figura 139. Velocitat de la roda dreta

En el següent experiment el robot segueix la següent trajectòria: (0, 0), (0, 40) i (-34, 130).

La Taula 139 mostra els resultats de les proves que hem fet per recórrer la trajectòria amb la llei fixa i la variable. La columna temps indica el temps que tarda el robot en arribar al punt final de la trajectòria, la columna mitjana error indica la precisió de la trajectòria i la columna mitjana Ar indica la mitjana de la velocitat del robot.

Experiment	Trajectòria (x,y) en cm: (0, 0), (0, 40), (-34, 130)					
	Temps (s)		Mitjana Error (cm)		Mitjana Ar (cm/s)	
	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable
Prova 1	6,1	6,1	0,563	0,951	24,196	21,397
Prova 2	6,0	5,8	0,825	0,854	22,832	22,587
Prova 3	5,8	5,5	0,769	0,696	23,270	22,572
Mitjana de les proves	5,97	5,80	0,72	0,83	23,43	22,19
Variància	0,0156	0,0600	0,0127	0,0111	0,3234	0,3105
Desviació estàndard	0,1247	0,2449	0,1126	0,1054	0,5687	0,5572

Taula 139. Resultats experimentals aplicant la llei fixa i la llei variable

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en el temps és de 0,1848 s, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de 0,17 s. Així, la llei variable millora en un 2,84% el temps de la llei fixa, el temps de la llei variable disminueix. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable no és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat no és significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en l'error és de 0,109 cm, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de -0,11 cm. Així, la llei variable empitjora un -15,28% l'error de la llei fixa. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable no és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat no serà significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en la velocitat és de 0,5629 cm/s, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de 1,24 cm/s. Així, la llei variable empitjora un 5,29% la velocitat de la llei fixa, ja que la velocitat de la llei variable disminueix. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat serà significatiu.

A les gràfiques següents veurem els resultats que ens ha donat el robot en el recorregut de la trajectòria utilitzant la llei fixa i la variable. Les dades de la llei fixa corresponen a la prova 2 i les de la llei variable a la prova 2.

Com podem veure a la Figura 140 les dues trajectòries són bastant similars. Del punt inicial a la coordenada (0, 40) la llei fixa s'apropa més a la trajectòria, un cop passat aquest punt es desvia una mica més, deixant que la llei variable estigui més a prop de la trajectòria però acaba redreçant el rumb i s'aproxima més al punt final. De totes maneres les diferències entre les dues lleis en aquest exemple són mínimes.

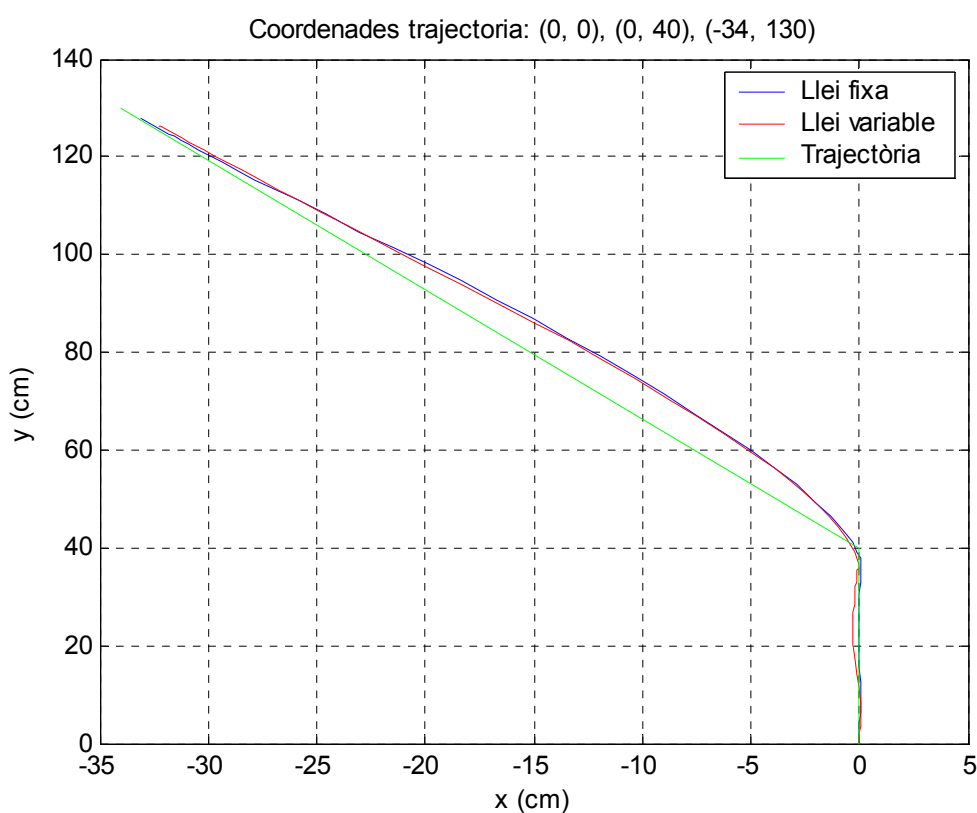


Figura 140. Recorregut del robot

A la Figura 141 veiem l'orientació que segueix el robot en el traçat de la trajectòria, totes dues lleis tenen un comportament molt similar. En les dues en instants diferents tenen algun pic per poder modificar l'angle i redreçar el rumb. A la llei variable el trobem quan passa un segon i entre el període de temps de 5 i 6 segons en que sembla que vagi modificant l'angle per corregir la trajectòria. A la llei fixa ens trobem un pic als 4,8 segons, té un comportament més suau, però tot hi així les dues lleis tarden el mateix en arribar al punt final. Com podem veure a la taula, la mitjana de temps no varia gaire entre una llei o una altra.

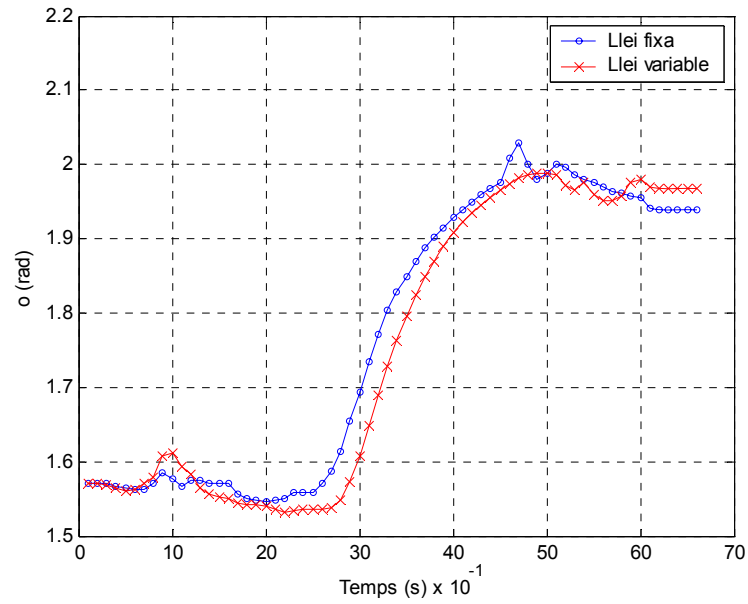


Figura 141. Orientació del robot

A les figures 142 i 143 veiem les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot, respectivament. Com podem veure la llei fixa té una mitjana de velocitat més elevada i va avançada a la llei variable, però quan passen els 5 segons la llei variable comença a augmentar de velocitat superant la llei fixa.

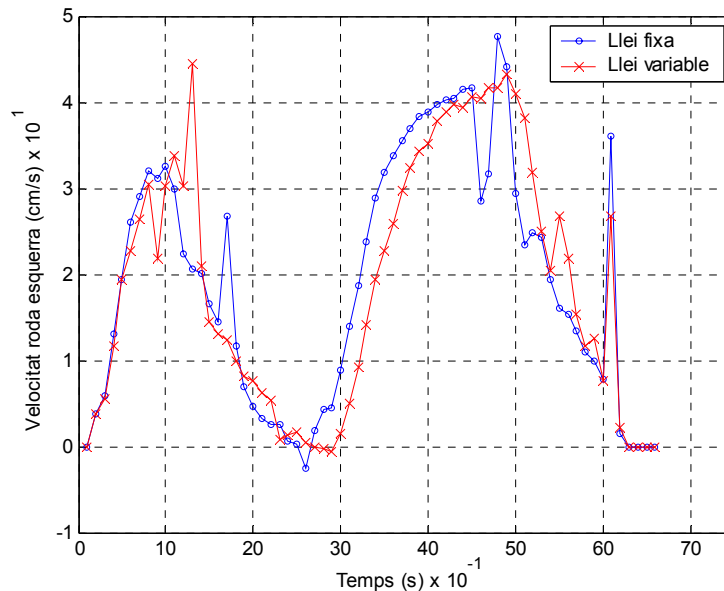


Figura 142. Velocitat de la roda esquerra

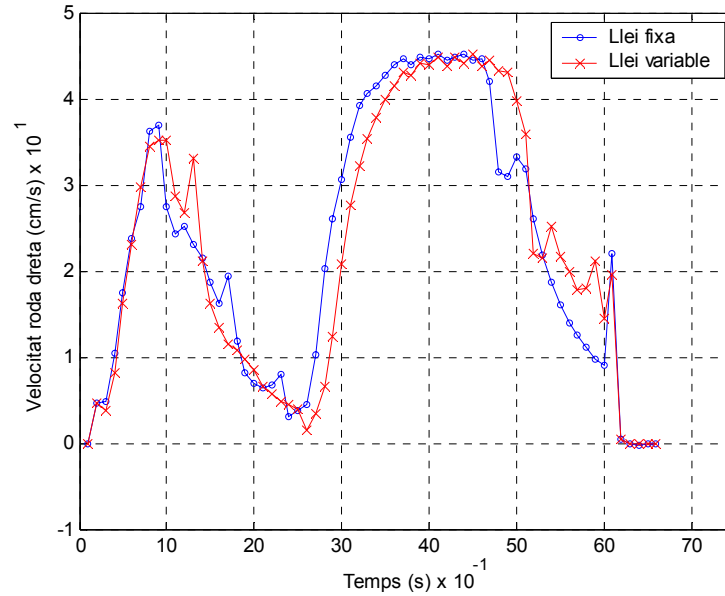


Figura 143. Velocitat de la roda dreta

En el següent experiment el robot segueix la següent trajectòria; (0, 0), (25, 40) i (59, 130).

La Taula 140 mostra els resultats del recorregut que ha fet el robot per seguir la trajectòria utilitzant la llei fixa i la variable. La columna temps indica el temps que tarda el robot en arribar al punt final de la trajectòria, la columna mitjana error indica la precisió de la trajectòria i la columna mitjana Ar indica la mitjana de la velocitat del robot.

Experiment	Trajectòria (x,y) en cm: (0, 0), (25, 40), (59, 130)					
	Temps (s)		Mitjana Error (cm)		Mitjana Ar (cm/s)	
	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable
Prova 1	6,9	6,5	1,948	2,106	21,244	21,695
Prova 2	7,5	6,1	1,432	1,720	18,638	22,946
Prova 3	7,2	6,2	1,959	2,120	21,327	22,107
Mitjana de les proves	7,20	6,27	1,78	1,98	20,40	22,25
Variància	0,0600	0,0289	0,0603	0,0344	1,5591	0,2707
Desviació estàndard	0,2449	0,1700	0,2456	0,1854	1,2486	0,5203

Taula 140. Resultats experimentals aplicant la llei fixa i la llei variable

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en el temps és de 0,2074 s, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de 0,93 s. Així, la llei variable millora en un 12,92% el temps de la llei fixa, el temps de la llei variable es redueix. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és el triple de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat serà significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en l'error és de 0,2155 cm, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de -0,2 cm. Així, la llei variable empitjora un -11,23% l'error de la llei fixa. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable no és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat no serà significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en la velocitat és de 0,8844 cm/s, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de 1,85 cm/s. Així, la llei variable millora en un 9,07% la velocitat de la llei fixa, la velocitat de la llei variable augmenta. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat serà significatiu.

Tot seguit veurem les gràfiques dels resultats que hem obtingut amb el recorregut de la trajectòria per la llei fixa i la llei variable. Per la llei fixa utilitzarem la prova 2 i per la llei variable la prova 2.

A la Figura 144 veiem el recorregut que realitza el robot per traçar la trajectòria. Del punt inicial a la coordenada (25, 40) no es veuen gaires diferències sent potser la llei fixa la que té menys error. De la coordenada (25, 40) al punt final es poden veure més diferències, veiem com la llei variable es desvia de la trajectòria i li costa corregir la posició del robot. En canvi la llei fixa és capaç de corregir la trajectòria del robot i disminuir l'error de la trajectòria.

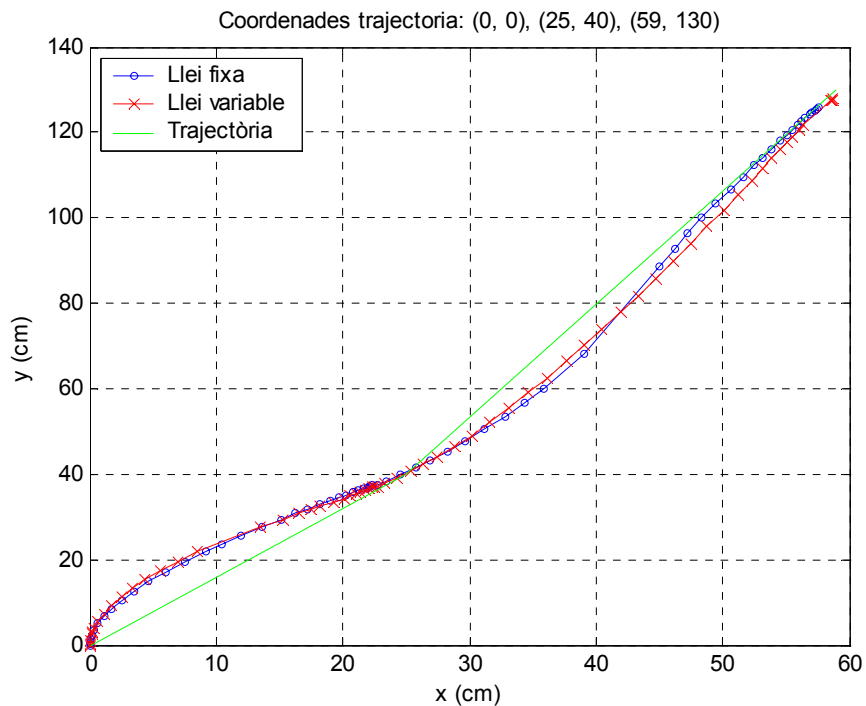


Figura 144. Recorregut del robot

A la Figura 145 podem trobar l'orientació del robot. Com podem veure la llei variable canvia d'orientació abans que la llei fixa, provocant que arribi abans al punt final. A més la llei fixa té un comportament més suau i tarda més en canviar d'orientació.

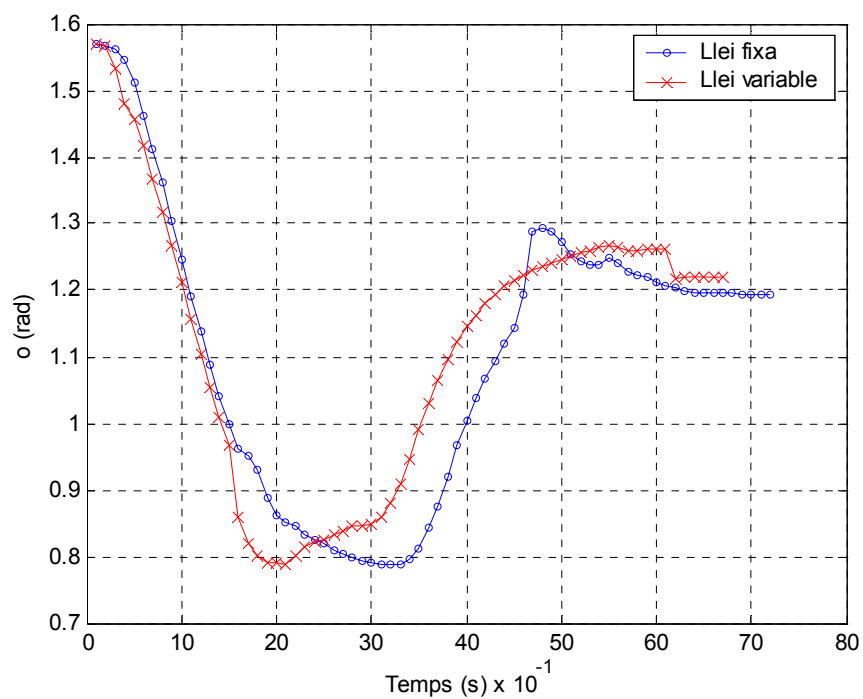


Figura 145. Orientació del robot

Les figures 146 i 147 mostren la velocitat de la roda esquerra i dreta del robot, respectivament. Com veiem, a l'inici la velocitat de les dues lleis són similars, inclús a la roda esquerra va més ràpid a partir dels 1,9 segons, però un cop han passat 3 segons els punts de la velocitat de la llei variable són més gran que la fixa, provocant que arribi al punt final abans.

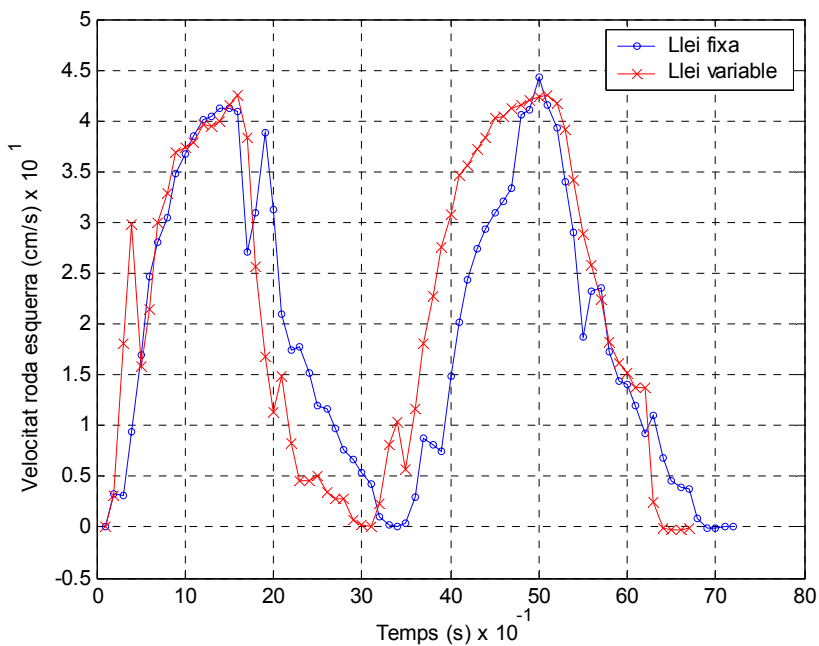


Figura 146. Velocitat de la roda esquerra

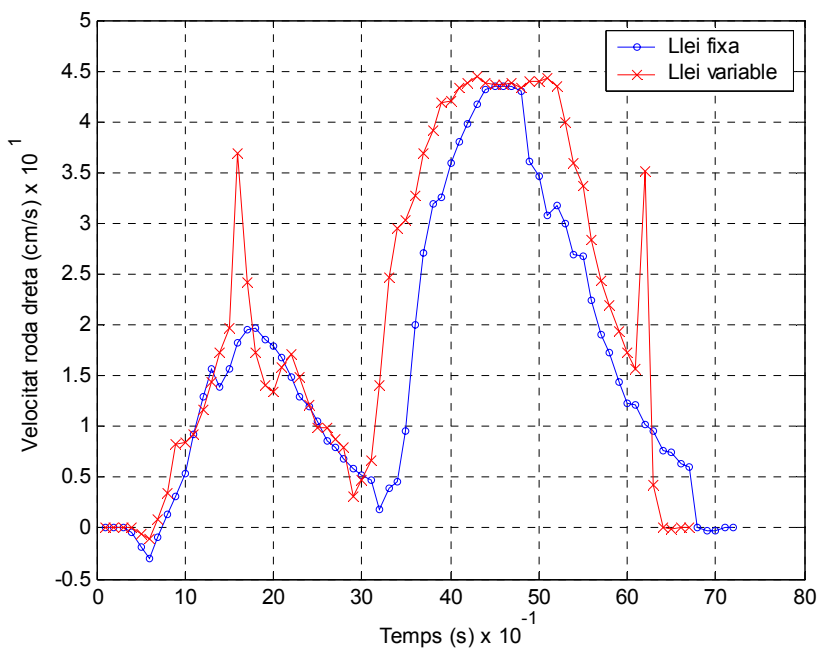


Figura 147. Velocitat de la roda dreta

11.6.3. Funció de costos error acumulat de la distància a la trajectòria

En aquest cas la funció de costos que hi intervé és la funció de l'error acumulat de la distància a la trajectòria, Equació 78.

A la Taula 141 podem veure els valors dels factors variables segons la seva trajectòria, aquests factors s'aplicaran quan utilitzem la llei variable a les noves lleis de control.

Factors	Trajectòria				
	Rectilínia	Gir esquerra gran	Gir esquerra petit	Gir dreta gran	Gir dreta petit
APD	1	1	0	0	1
TDD	1	0	0	0	0

Taula 141. Factors de la llei variable

En el primer experiment que analitzarem, el robot segueix la següent trajectòria: (0, 0), (-25, 40), (-25, 120) i el punt final és (0, 160).

La Taula 142 mostra els resultats del recorregut que ha fet el robot per seguir la trajectòria utilitzant la llei fixa i la variable. La columna temps indica el temps que tarda el robot en arribar al punt final de la trajectòria, la columna mitjana error indica la precisió de la trajectòria i la columna mitjana Ar indica la mitjana de la velocitat del robot.

Experiment	Trajectòria (x,y) en cm: (0, 0), (-25, 40), (-25, 120), (0, 160)					
	Temps (s)		Mitjana Error (cm)		Mitjana Ar (cm/s)	
	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable
Prova 1	10,5	10,3	3,243	3,653	18,209	16,140
Prova 2	10,9	9,8	3,194	2,838	16,770	16,632
Mitjana de les proves	10,70	10,05	3,219	3,245	17,489	16,386
Variància	0,0800	0,1250	0,0012	0,3322	1,0354	0,1210
Desviació estàndard	0,2828	0,3536	0,0346	0,5764	1,0175	0,3479

Taula 142. Resultats experimentals aplicant la llei fixa i la llei variable

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en el temps és de 0,3182 s, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de 0,65 s. Així, la llei variable millora en un 6,07% el temps de la llei fixa, el temps de la llei variable es redueix. La diferència de

mitjanes entre la llei fixa i variable és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat és significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en l'error és de 0,3055 cm, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de -0,026 cm. Així, la llei variable empitjora un -0,81% l'error de la llei fixa. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable no és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat no és significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en la velocitat és de 0,6827 cm/s, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de 1,1 cm/s. Així, la llei variable empitjora en un 6,3% la velocitat de la llei fixa, la velocitat de la llei variable disminueix. La diferència entre les mitjanes de la llei fixa i la variable no és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, però és bastant similar, per tant aquest resultat podria ser significatiu.

Les gràfiques de sota són els resultats de les proves que hem fet amb el robot aplicant la llei fixa i la llei variable. Per la llei fixa hem escollit la prova 2 i per la llei variable la prova 2.

A la Figura 148 veiem la trajectòria que segueix el robot per seguir les coordenades. A simple vista podem veure que en aquest cas la llei fixa té més error que la llei variable. Del punt inicial a la coordenada (-25, 40) l'error entre les dues lleis és pràcticament el mateix, la llei fixa seria la que està més aïllada de la trajectòria. Un cop passat aquest punt, té que girar per anar a la coordenada (-25, 120), aquí podem veure com la llei fixa es desvia més que la llei variable de la trajectòria. Però a mesura que s'apropa al punt les dues lleis van coincidint. De la coordenada (-25, 120) al punt final les dues lleis tenen un seguiment de la trajectòria similar.

Tot i que la precisió de la trajectòria a la gràfica no doni el mateix resultat que la mitjana error de la Taula 142, hauríem de tenir millors resultats per la llei fixa segons els càlculs estadístics que hem calculat a la Taula 142, aquest estudi no pot ser conclouent per que la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable (0,026 cm) hauria de ser similar al doble o el triple a la mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable (0,3055 cm).

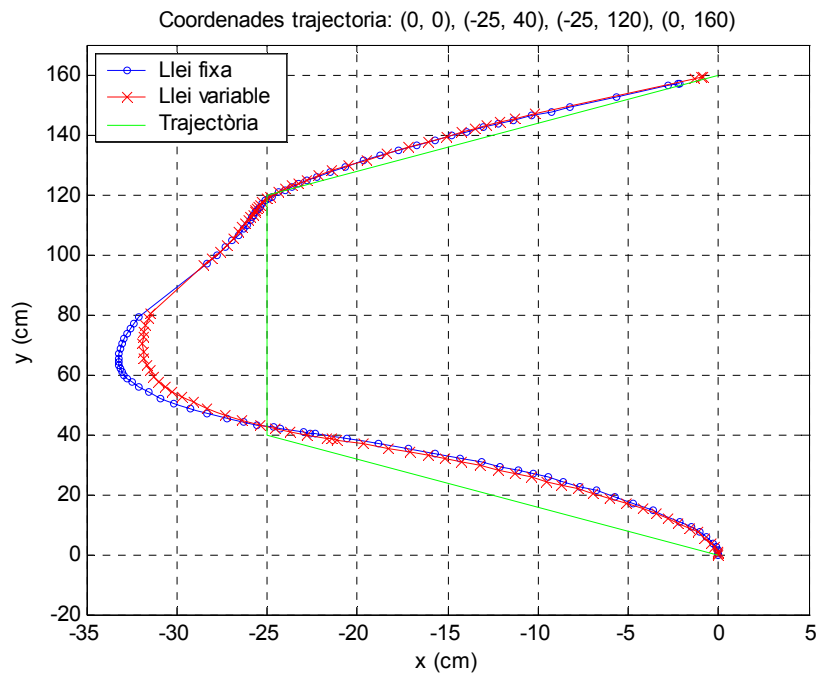


Figura 148. Recorregut del robot

La Figura 149 mostra l'orientació del robot. En el primer gir la llei fixa fa un gir menys brusc que la llei variable, deixant que la llei variable vegi avançada a la llei fixa. Un cop arriba cap als 5,8 segons les dues lleis tenen un comportament similar. La llei variable arriba al punt final abans que la llei fixa.

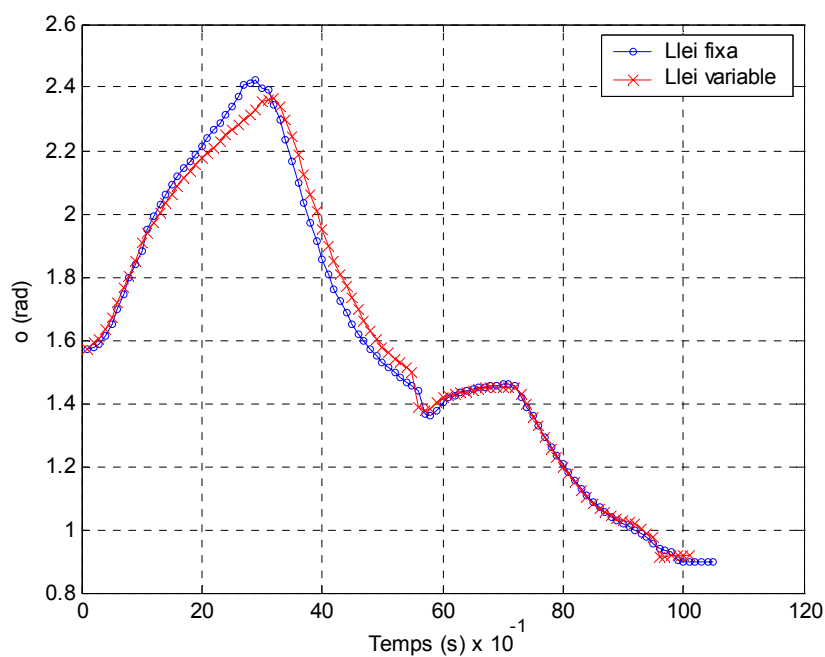


Figura 149. Orientació del robot

Les figures 150 i 151 mostren les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot, respectivament. Si ens fixem en les mitjanes de les velocitats, fixant-nos en cada punt, veurem com la velocitat de la llei fixa té una velocitat més elevada que la variable. Però segons on es trobi el robot la llei variable i la fixa es van intercanviant els papers deixant que a vegades sigui una o l'altra la que vagi més avançada. Fins als 3 segons la llei fixa té una velocitat més elevada, un cop passat aquest temps per les dues lleis tenen una pujada i baixada de velocitat per girar i anar a la coordenada (-25, 120), un cop passat aquest instant la llei variable va més avançada i amb una velocitat més elevada. Quan passen uns 6 segons les dues trajectòries van a una velocitat similar.

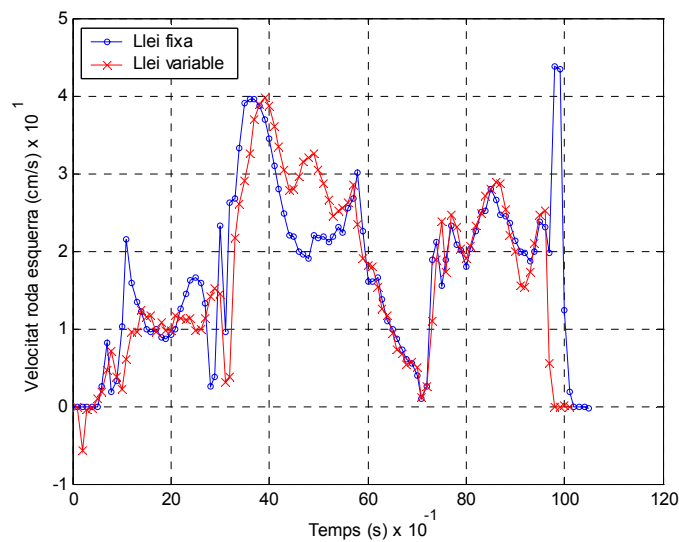


Figura 150. Velocitat de la roda esquerra

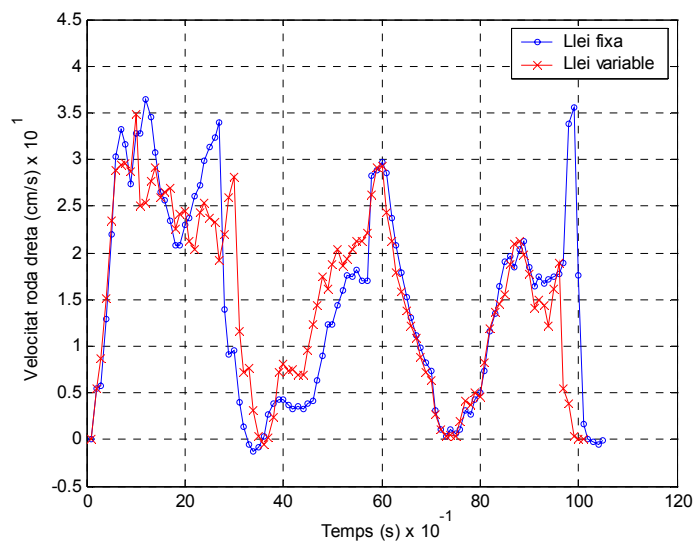


Figura 151. Velocitat de la roda dreta

En el següent experiment el robot recorre la següent trajectòria: (0, 0), (0, 80) i (34, 174).

La Taula 143 mostra els resultats dels experiments realitzats per que el robot realitzi la trajectòria per la llei fixa i la variable. La columna temps indica el temps que tarda el robot en arribar al punt final de la trajectòria, la columna mitjana error indica la precisió de la trajectòria i la columna mitjana Ar indica la mitjana de la velocitat del robot.

Experiment	Trajectòria (x,y) en cm: (0, 0), (0, 80), (34, 174)					
	Temps (s)		Mitjana Error (cm)		Mitjana Ar (cm/s)	
	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable
Prova 1	8,2	7,8	0,547	0,371	22,360	20,819
Prova 2	8,1	7,8	0,677	0,523	24,603	21,170
Mitjana de les proves	8,15	7,80	0,612	0,447	23,481	20,994
Variància	0,0050	0,0000	0,0084	0,0116	2,5166	0,0616
Desviació estàndard	0,0707	0,0000	0,0918	0,1075	1,5864	0,2482

Taula 143. Resultats experimentals aplicant la llei fixa i la llei variable

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en el temps és de 0,0353 s, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de 0,35 s. Així, la llei variable millora en un 4,29,% el temps de la llei fixa, el temps de la llei variable es redueix. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és el triple de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat és significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en l'error és de 0,0996 cm, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i la variable és de 0,165 cm. Així, la llei variable millora en un 26,96% l'error de la llei fixa. La diferència entre les mitjanes de la llei fixa i la variable no és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, però és bastant similar, per tant aquest resultat podria ser significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en la velocitat és de 0,9173 cm/s, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de 2,487 cm/s. Així, la llei variable empitjora en un 10,59% la velocitat de la llei fixa, la velocitat de la llei variable disminueix. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat és significatiu.

Les gràfiques de sota corresponen als resultats gràfics de la Taula 143, així veurem el comportament del robot quan està sotmès a la llei fixa i a la llei variable. La llei fixa correspon a la prova 1 i la llei variable a la prova 1.

La Figura 152 mostra la trajectòria del robot aplicant la llei fixa i la variable. Com podem veure hi ha grans diferències entre una llei i una altra. Del punt inicial a la coordenada (0, 80) la llei variable té menys error que la llei fixa apropant-se més al punt exacte. Un cop passat aquest punt el robot es dirigeix al punt final, la llei variable en un principi es desvia de la trajectòria però aconsegueix corregir-se situant-se molt a prop de la trajectòria. La llei fixa a mesura que es va apropant al punt final es desvia una mica de la trajectòria per després corregir-se, tot i que no s'apropa tant com amb la llei variable. Com a conclusió la llei variable prediu més bé la trajectòria.

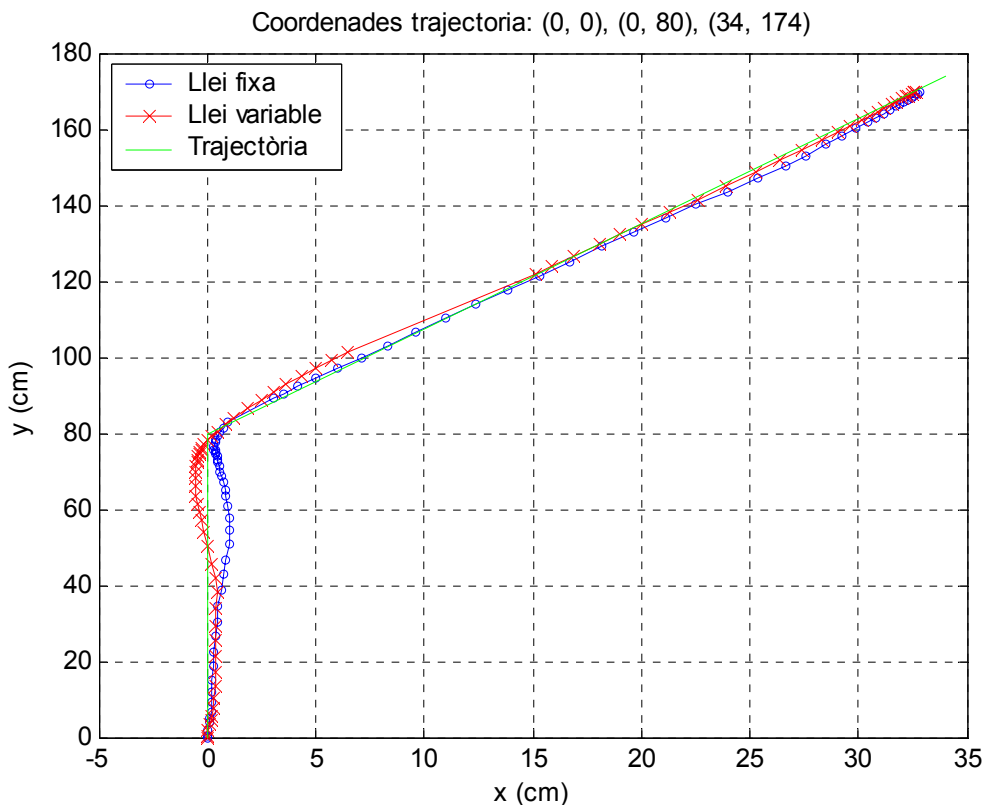


Figura 152. Recorregut del robot

La Figura 153 mostra l'orientació del robot per la llei fixa i la llei variable. La llei variable té un gir més bruscat, quan arriba als 2,2 segons canvia d'orientació d'una manera més brusca per després anar més suau a mesura que es va apropant al punt final. Per la llei fixa un cop ha girat, quan es va apropant al punt final té que canviar d'orientació més ràpid que la llei fixa per que s'ha desviat més de la trajectòria. La llei fixa tarda una mica més en arribar al punt final, tot i que la diferència no és molt gran.

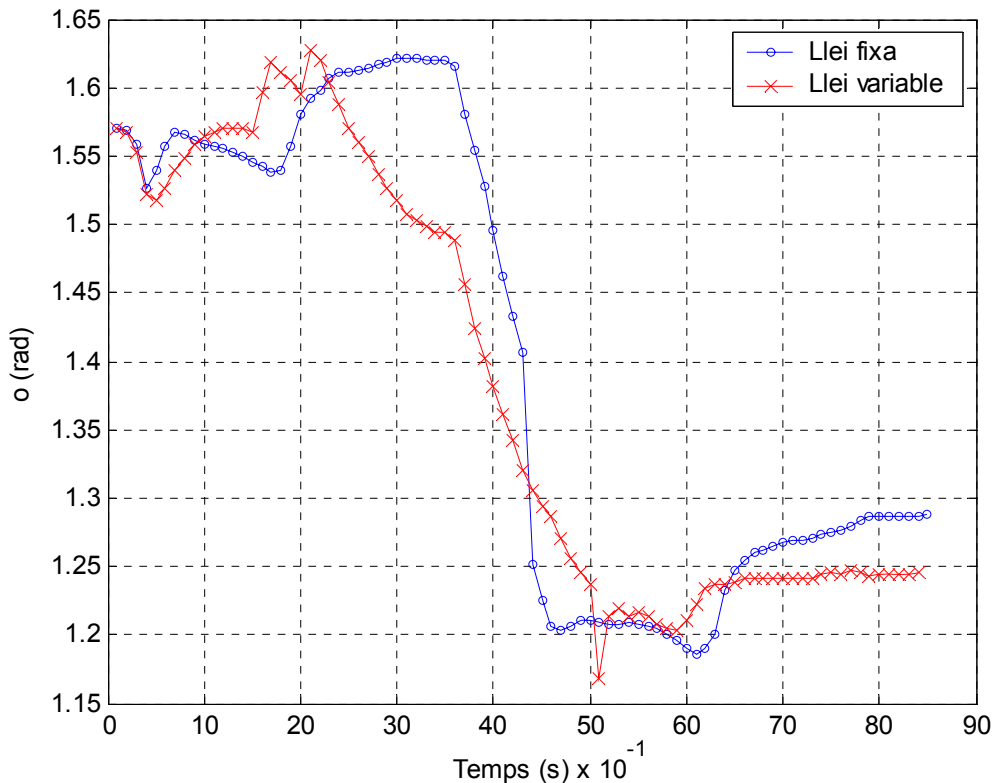


Figura 153. Orientació del robot

Les figures 154 i 155 mostren les velocitats de la roda dreta i esquerra, respectivament. En un principi les dues lleis van a la mateixa velocitat, però un cop es produeix el primer gir per que el robot es desvia de la trajectòria, a mesura que s'apropa a la coordenada (0, 80) la llei variable va més ràpid. Després d'aquest instant, han passat uns 2 segons, la llei variable de la roda esquerra comença a anar més ràpid. En algun instant ens podem trobar algun pic de la velocitat de la roda esquerra en la llei variable que està per sota de la mitjana de la seva velocitat, en aquell instant té la necessitat de frenar-se per anar a la coordenada (0, 80). Un cop arriba al primer punt (0, 80), a mesura que es va apropant al punt final, la llei fixa comença a augmentar la velocitat. Si ens fixem amb les mitjanes de les velocitats, la llei fixa va més ràpid.

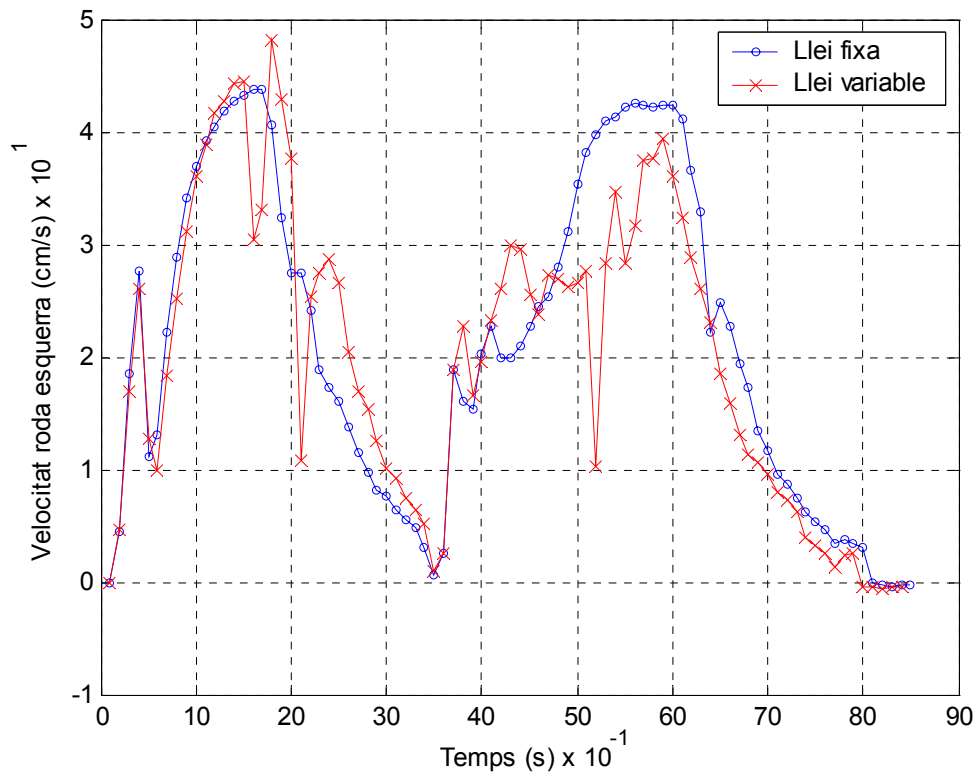


Figura 154. Velocitat de la roda esquerra

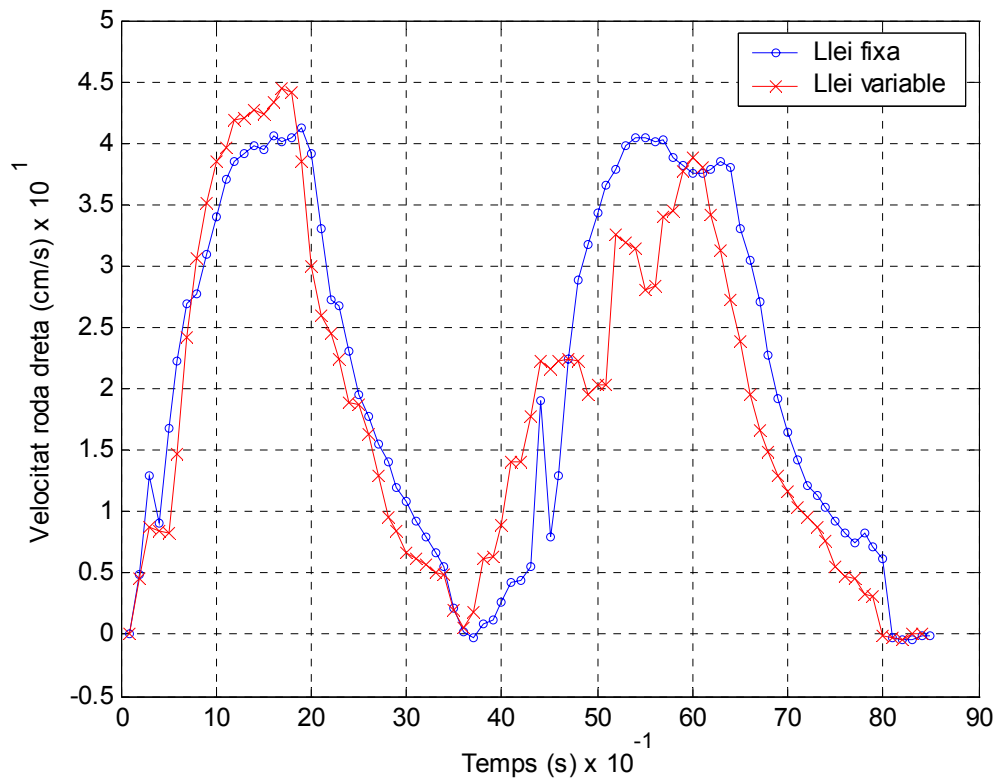


Figura 155. Velocitat de la roda dreta

11.6.4. Funció de costos error acumulat de la diferència d'orientació

Analitzem els experiments on la funció de costos que intervé és el de l'error acumulat de la diferència d'orientació, que correspon a l'Equació 79 del present projecte.

A la Taula 144 podem veure els valors dels factors variables segons la trajectòria en que el robot s'està desplaçant, aquests factors s'aplicaran quan utilitzem la llei variable a les noves lleis de control.

Factors	Trajectòria				
	Rectilínia	Gir esquerra gran	Gir esquerra petit	Gir dreta gran	Gir dreta petit
APD	1	0	0	0	1
TDD	1	1	1	0	1

Taula 144. Factors de la llei variable

El primer experiment el robot segueix la següent trajectòria, partint del punt inicial (0, 0), es desplaça als següents punts: (-25, 40), (-25, 120).

La Taula 145 mostra els resultats obtinguts aplicant la llei fixa i la llei variable per tal de seguir la trajectòria. La columna temps indica el temps que tarda el robot en arribar al punt final de la trajectòria, la columna mitjana error indica la precisió de la trajectòria i la columna mitjana Ar indica la mitjana de la velocitat del robot.

Experiment	Trajectòria (x,y) en cm: (0, 0), (-25, 40), (-25, 120)					
	Temps (s)		Mitjana Error (cm)		Mitjana Ar (cm/s)	
	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable
Prova 1	7,2	7,0	3,820	3,007	19,415	17,482
Prova 2	7,4	6,6	2,220	3,468	16,509	20,107
Mitjana de les proves	7,30	6,80	3,020	3,237	17,962	18,794
Variància	0,0200	0,0800	1,2794	0,1060	4,2210	3,4453
Desviació estàndard	0,1414	0,2828	1,1311	0,3256	2,0545	1,8562

Taula 145. Resultats experimentals aplicant la llei fixa i la llei variable

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en el temps és de 0,2121 s, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de 0,5 s. Així, la llei variable millora en un 6,85% el temps de la llei fixa, el temps de la llei variable disminueix. La diferència de

mitjanes entre la llei fixa i variable és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat és significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en l'error és de 0,7283 cm, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de -0,217 cm. Així, la llei variable empitjora un -7,18% l'error en la trajectòria de la llei fixa. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable no és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat no és significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en la velocitat és de 1,9553 cm/s, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de 0,832 cm/s. Així, la llei variable millora un 4,63% la velocitat de la llei fixa, la velocitat de la llei variable augmenta. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable no és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat no és significatiu.

Les gràfiques següents són els resultats de les proves de la Taula 145, aplicant-li al robot la llei fixa i la llei variable. Tant per la llei fixa com per la llei variable hem utilitzat la prova 2 per mostrar els resultats que ens han donat.

La Figura 156 correspon a la trajectòria que traça el robot per seguir les coordenades aplicant la llei fixa i la llei variable. A simple vista podem veure com la llei variable té menys precisió de la trajectòria, és a dir, té més error. Del punt inicial a la coordenada (-25, 40) el traçat de les trajectòries de les dues lleis són molt similars, amb la possibilitat que la llei variable tingui una mica menys d'error. Però de la coordenada (-25, 40) al punt final podem veure que hi ha una gran diferència entre les dues lleis. Per tant, la llei variable té més error que la llei fixa.

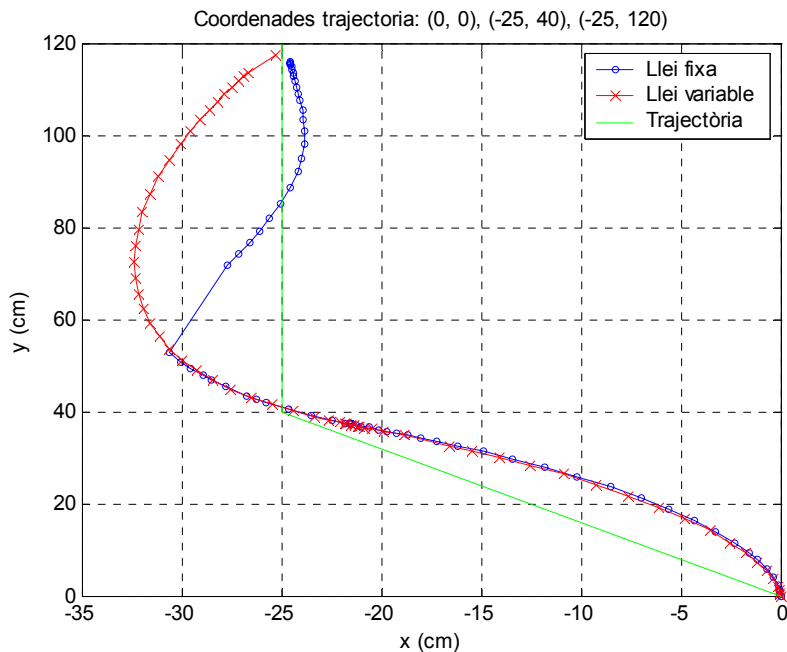


Figura 156. Recorregut del robot

La Figura 157 mostra l'orientació del robot. La llei variable té un comportament més suau. Si ens fixem quan arriba als 3 segons, el robot gira per arribar al punt final i fa un gir d'orientació més suau. En canvi en la llei fixa als 3 segons, gira més brusquement per després adonar-se que s'està desviant de la trajectòria (5 s.) i té que tornar a girar per corregir-se. La llei variable tarda menys en arribar al punt final que la llei fixa.

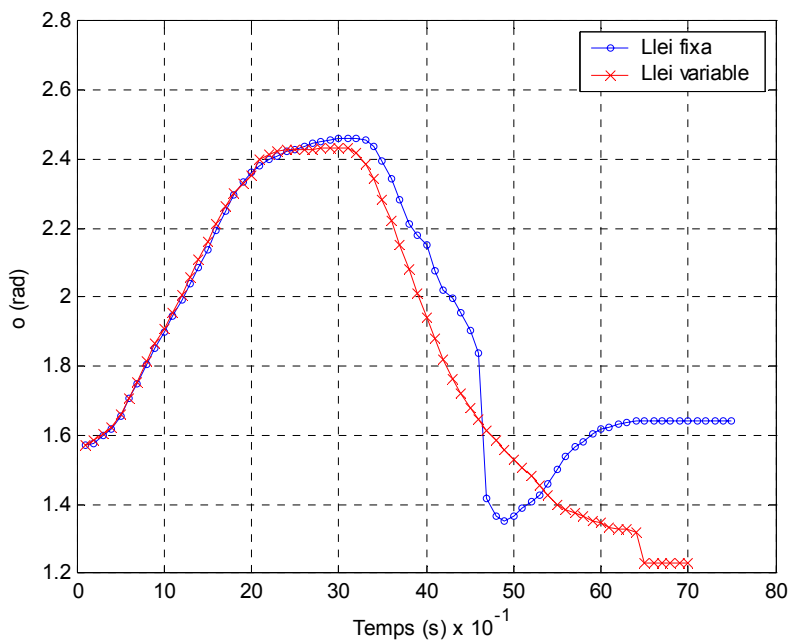


Figura 157. Orientació del robot

Les figures 158 i 159 mostren les velocitats de la roda esquerra i dreta, respectivament. Fins als 3 segons les dues lleis giren pràcticament a la mateixa velocitat, a partir d'aquest moment es poden veure diferències entre les dues lleis. Per la roda dreta la llei fixa va més ràpida i per la esquerra la variable va més ràpid. La mitjana de les dues rodes donen que la llei variable va a una velocitat més elevada que la llei fixa, ja que a la roda esquerra la llei fixa té molts pics.

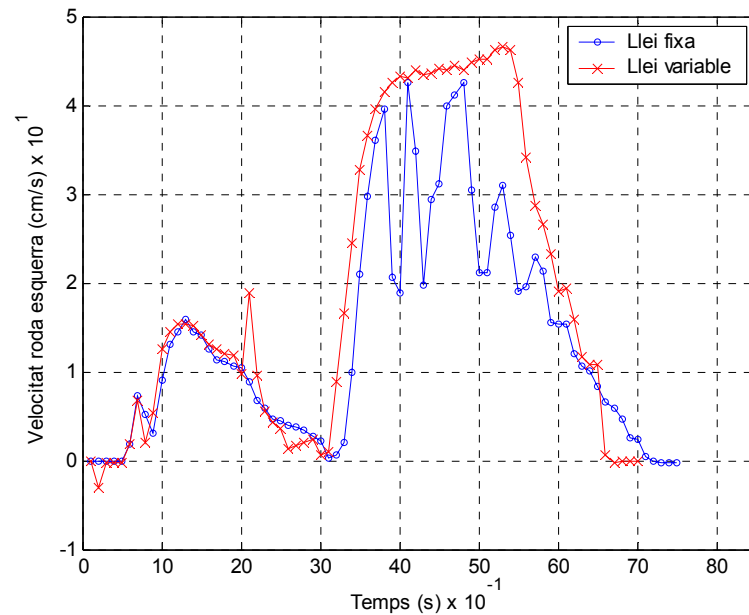


Figura 158. Velocitat de la roda esquerra

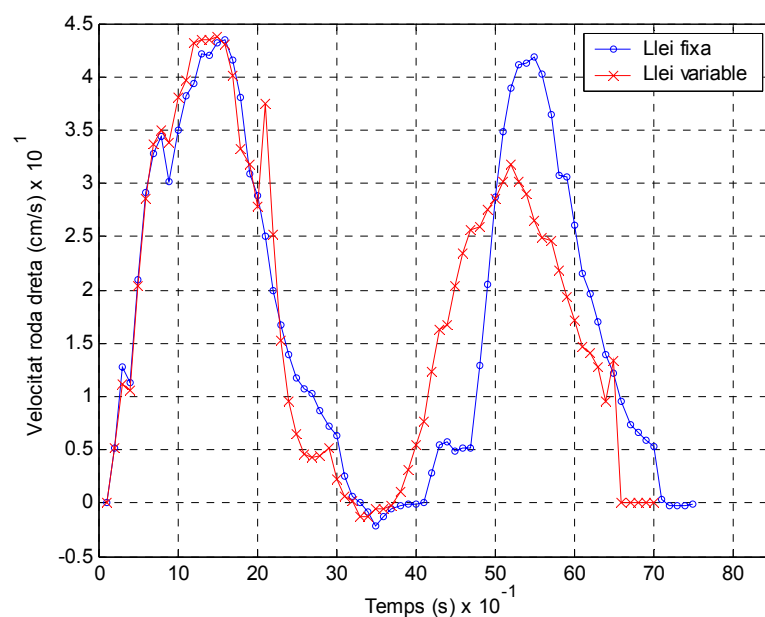


Figura 159. Velocitat de la roda dreta

En el següent experiment, el robot segueix la següent trajectòria, del punt inicial (0, 0) passa per (0, 40) i per (-34, 130).

La Taula 146 mostra els resultats obtinguts aplicant la llei fixa i la llei variable per tal de seguir la trajectòria. La columna temps indica el temps que tarda el robot en arribar al punt final de la trajectòria, la columna mitjana error indica la precisió de la trajectòria i la columna mitjana Ar indica la mitjana de la velocitat del robot.

Experiment	Trajectòria (x,y) en cm: (0, 0), (0, 40), (-34, 130)					
	Temps (s)		Mitjana Error (cm)		Mitjana Ar (cm/s)	
	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable
Prova 1	6,7	6,0	1,295	1,416	24,434	22,654
Prova 2	6,3	5,9	0,822	1,299	21,778	22,763
Mitjana de les proves	6,50	5,95	1,058	1,357	23,106	22,709
Variància	0,0800	0,0050	0,1120	0,0069	3,5272	0,0059
Desviació estàndard	0,2828	0,0707	0,3347	0,0829	1,8781	0,0771

Taula 146. Resultats experimentals aplicant la llei fixa i la llei variable

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en el temps és de 0,1767 s, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de 0,55 s. Així, la llei variable millora en un 8,46% el temps de la llei fixa, el temps de la llei variable disminueix. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat és significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en l'error és de 0,2088 cm, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de -0,299 cm. Així, la llei variable empitjora un -28,26% l'error en la trajectòria de la llei fixa. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable no és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat no és significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en la velocitat és de 0,9776 cm/s, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de -0,397 cm/s. Així, la llei variable empitjora un -1,72% la velocitat de la llei fixa, la velocitat de la llei variable disminueix. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable no és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat no és significatiu.

Les següents gràfiques corresponen als resultats obtinguts a la Taula 146. Les gràfiques de la llei fixa corresponen a la prova 2 i les de la llei variable a la prova 1.

A la Figura 160 es mostra la trajectòria que segueix el robot per seguir les coordenades aplicant la llei fixa i la llei variable. Com podem observar la llei variable té més error. Del punt inicial a la coordenada (0, 40) les dues trajectòries segueixen un traç molt similar, la llei variable s'apropa una mica més a la trajectòria que la llei fixa. Però quan ha arribat a la coordenada (0, 40) i es dirigeix al punt final, podem veure com la llei variable es desvia més de la trajectòria deixant la llei fixa més a prop de la trajectòria.

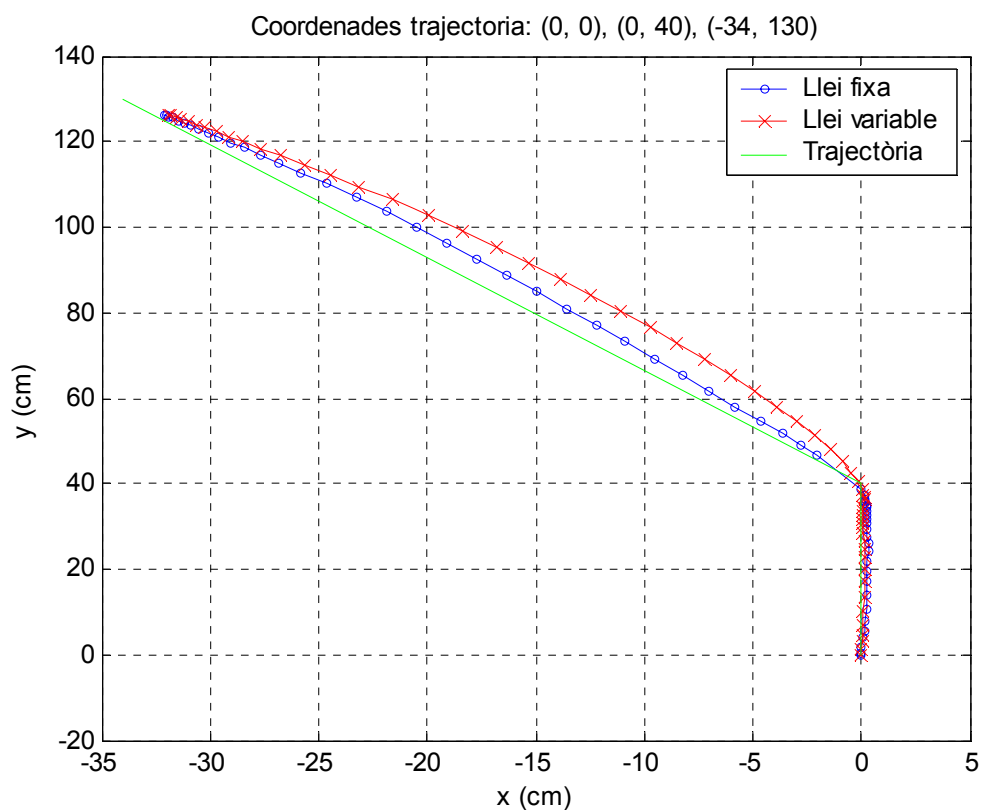


Figura 160. Recorregut del robot

A la Figura 161 es veu l'orientació del robot. Com podem veure la llei variable té un gir més suau, a mesura que va passant el temps va canviant d'angle de manera progressiva. En canvi la llei fixa té un canvi de gir més bruscat i en diferents períodes de temps. La llei variable tarda menys en arribar al punt final però en aquesta gràfica no es pot apreciar pels problemes de temps real que vam tenir amb el sistema operatiu.

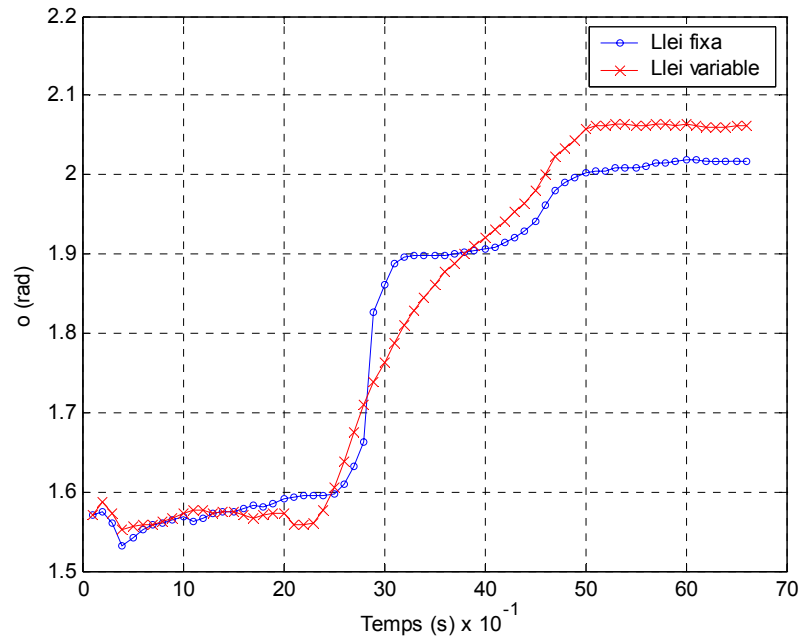


Figura 161. Orientació del robot

Les figures 162 i 163 mostren les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot per la llei fixa i la variable. Per les dues lleis no hi ha gaires diferències de velocitats, en bastants instants van a una velocitat similar. Però en aquest exemple la llei variable anirà més ràpida, ja que en la roda dreta la llei variable en molts instants està per sobre de la llei fixa. Si es fa la mitjana de tots els punts queda comprovat.

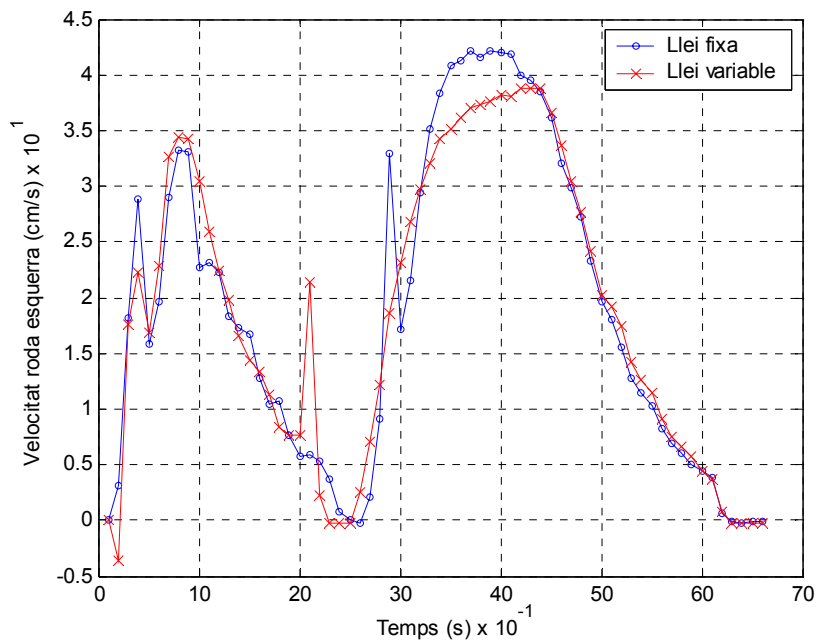


Figura 162. Velocitat de la roda esquerra

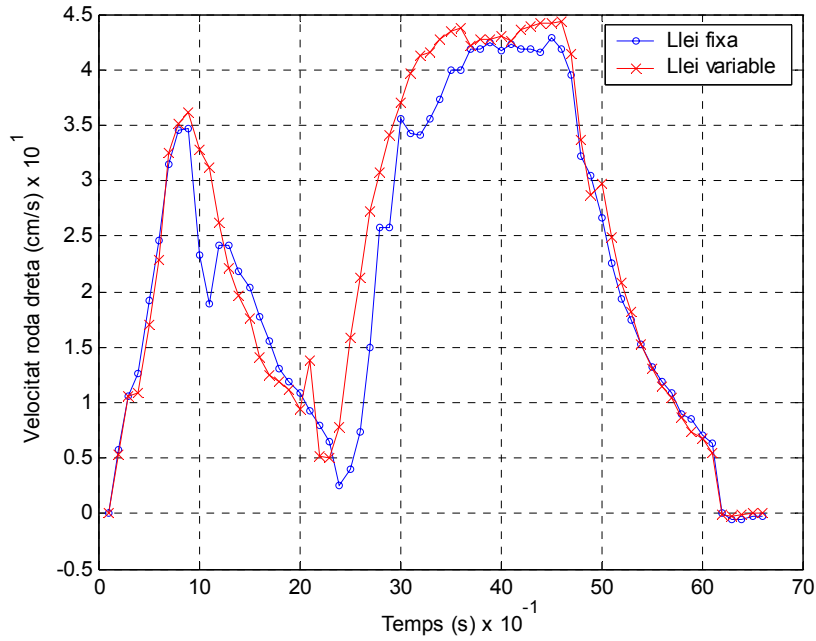


Figura 163. Velocitat de la roda dreta

Finalment analitzarem l'últim experiment d'aquest apartat, el robot segueix la següent trajectòria: (0, 0), (25, 40) i (59, 130).

La Taula 147 mostra els resultats obtinguts aplicant la llei fixa i la llei variable per tal de seguir la trajectòria. La columna temps indica el temps que tarda el robot en arribar al punt final de la trajectòria, la columna mitjana error indica la precisió de la trajectòria i la columna mitjana Ar indica la mitjana de la velocitat del robot.

Experiment	Trajectòria (x,y) en cm: (0, 0), (25, 40), (59, 130)					
	Temps (s)		Mitjana Error (cm)		Mitjana Ar (cm/s)	
	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable	Llei fixa	Llei variable
Prova 1	6,9	6,7	2,299	2,818	21,395	21,961
Prova 2	7,0	6,8	2,302	2,889	19,933	21,633
Mitjana de les proves	6,95	6,75	2,301	2,853	20,664	21,797
Variància	0,0050	0,0050	0,0000	0,0025	1,0695	0,0538
Desviació estàndard	0,0707	0,0707	0,0025	0,0503	1,0341	0,2319

Taula 147. Resultats experimentals aplicant la llei fixa i la llei variable

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en el temps és de 0,0707 s, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de 0,2 s. Així, la llei variable millora en un 2,87% el temps de la llei fixa, el temps de la llei variable disminueix. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat és significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en l'error és de 0,0264 cm, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de -0,552 cm. Així, la llei variable empitjora un -23,99% l'error en la trajectòria de la llei fixa. La diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, per tant aquest resultat és significatiu.

La mitjana de la desviació estàndard de la llei fixa i variable en la velocitat és de 0,633 cm/s, la diferència de mitjanes entre la llei fixa i variable és de 1,133 cm/s. Així, la llei variable millora un 5,48% la velocitat de la llei fixa, la velocitat de la llei variable augmenta. La diferència entre les mitjanes de la llei fixa i la variable no és el doble de la mitjana de la desviació estàndard, però és bastant similar, per tant aquest resultat podria ser significatiu.

Les gràfiques següents són els resultats de la Taula 147, aplicant-li al robot la llei fixa i la llei variable. Per la llei fixa hem escollit la prova 1 i per la llei variable la prova 2.

La Figura 164 mostra les trajectòries de la llei fixa i la llei variable que el robot segueix per traçar totes les coordenades. Del punt inicial a la coordenada (25, 40) les dues trajectòries són força similars. En canvi de la coordenada (25, 40) al punt final es pot veure com la trajectòria de la llei variable té més error que la trajectòria de la llei fixa, ja que la llei variable es desvia força de la trajectòria. Per tant la trajectòria de la llei fixa té més precisió a l'hora de seguir la trajectòria.

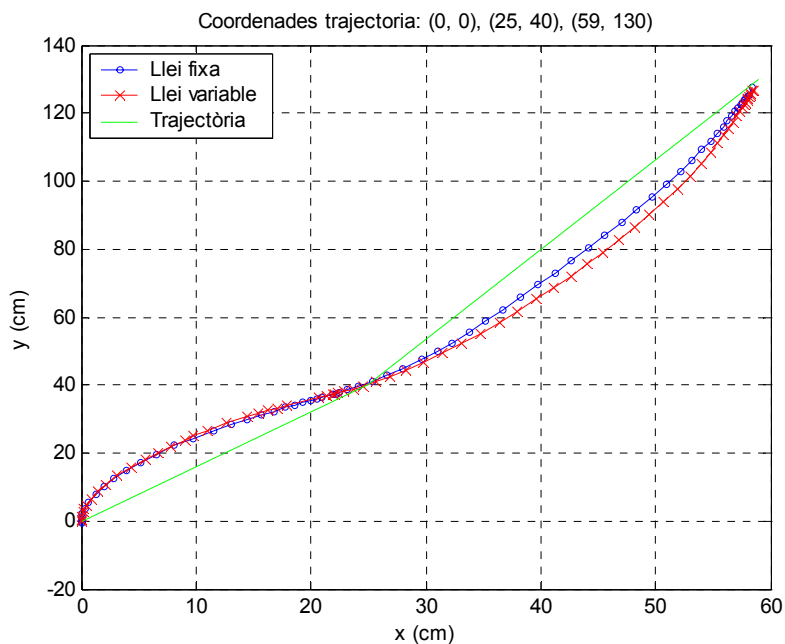


Figura 164. Recorregut del robot

La Figura 165 mostra l'orientació de gir del robot per la llei fixa i la llei variable. Com podem veure les orientacions de la llei fixa i la llei variable són similars. En el primer gir, del temps inicial als 2,8 segons, la llei fixa té un comportament més suau. Un cop ha girat, la llei fixa fa canvis més bruscos d'orientació per arribar al punt final. La llei variable arriba abans al punt final.

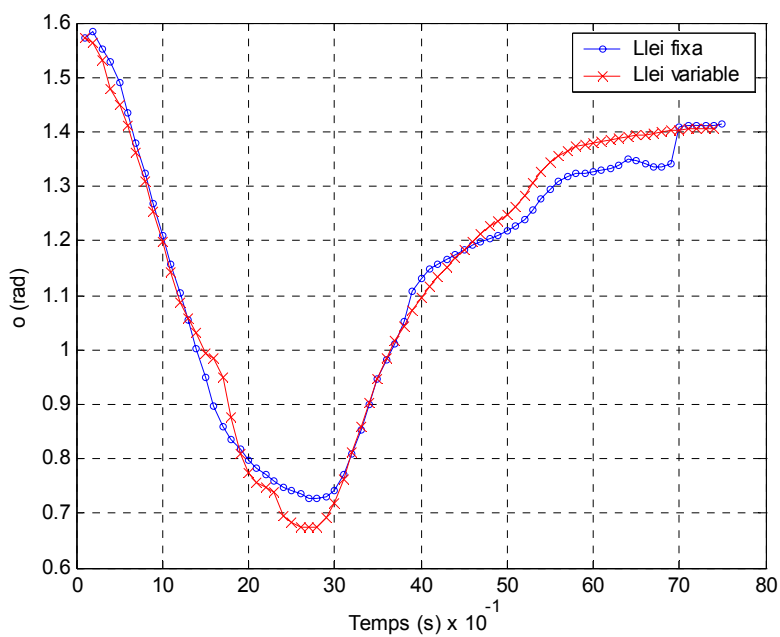


Figura 165. Orientació del robot

Les figures 166 i 167 mostren les velocitats de la roda esquerra i dreta del robot per la llei fixa i la llei variable. La velocitat de les dues lleis són força similars per a cada roda, però la mitjana dels punts indica que la llei variable va una mica més ràpid. En la roda esquerra hi ha punts on la velocitat de la llei variable es dispara i per la roda dreta durant una bona part de temps la llei variable va a una velocitat més elevada que la llei fixa.

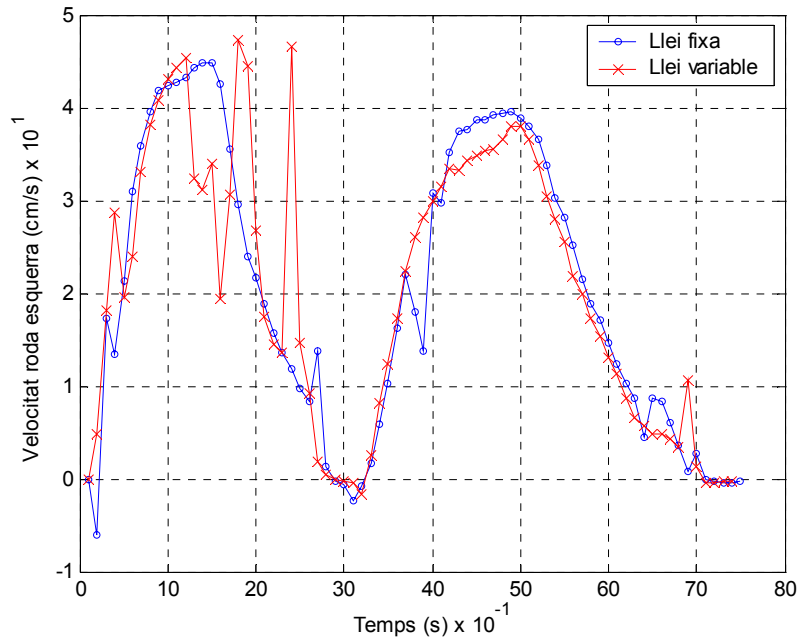


Figura 166. Velocitat de la roda esquerra

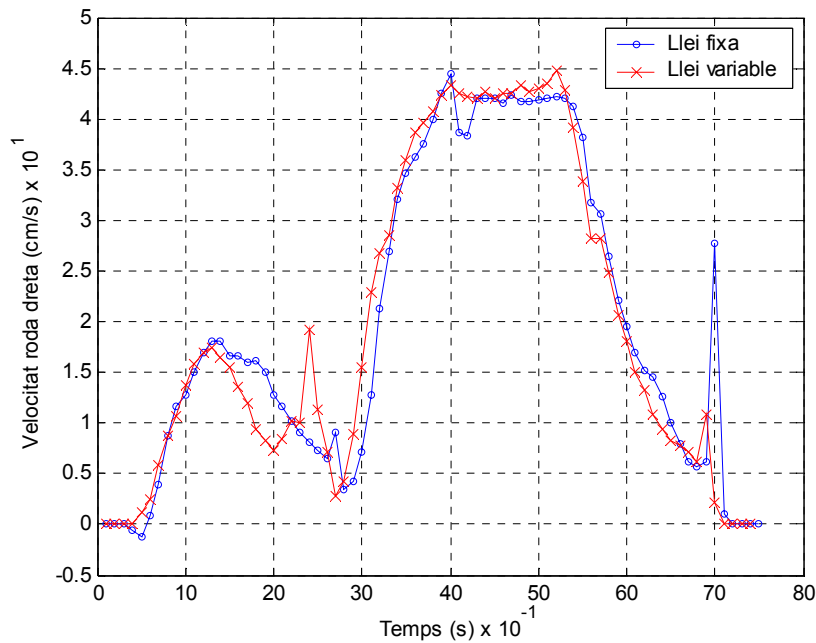


Figura 167. Velocitat de la roda dreta

11.6.5. Conclusions dels experiments factorials

Un cop hem analitzat els resultats dels experiments factorials de trajectòries de varis punts, hem vist que obtenim resultats diversos per cada funció de costos i tipus de trajectòria.

Per la funció de costos de la distància de la trajectòria veiem que obtenim moltes millores per les dues trajectòries amb que hem experimentat. Per l'experiment que segueix les coordenades (0, 0), (-25, 40), (-25, 120) i (0, 160) hem obtingut la millora significativa del temps, i millores no significatives de l'error i la velocitat. Per el seguiment de les coordenades (0, 0), (0, 80) i (34, 174) hem obtingut millores significatives del temps i la velocitat i una possible desmillora significativa de l'error. Globalment, amb aquesta funció de costos obtenim uns resultats satisfactoris per que en la majoria de les característiques que hem analitzat obtenim millores.

Per la funció de costos de l'angle orientació no obtenim tantes millores com la funció de costos anterior. Per la trajectòria que segueix les coordenades (0, 0), (-25, 40), (-25, 120) obtenim la millora de la velocitat, però tenim desmillores en el temps i en l'error. Per la trajectòria que passa per les coordenades (0, 0), (0, 40) i (-34, 130) tenim millores en el temps i desmillores en l'error i la velocitat, sent la velocitat una millora significativa. Per la trajectòria que passa per les coordenades (0, 0), (25, 40) i (59, 130) obtenim millors resultats, tenim millores significatives en el temps i la velocitat i una desmillora en l'error. No podem afirmar que sigui un mal mètode, és cert que tenim més característiques que donen resultats negatius, però la majoria d'aquests resultats no són significatius per l'estudi que estem realitzant.

Per la funció de costos de l'error acumulat de la distància de la trajectòria en tots els períodes de l'horitzó de predicció obtenim certes millores. Per la trajectòria que passa per les coordenades (0, 0), (-25, 40), (-25, 120), (0, 160) obtenim una millora significativa en el temps, una desmillora en l'error i una possible desmillora significativa en la velocitat. Per la trajectòria que passa per les coordenades (0, 0), (0, 80), (34, 174) obtenim una millora significativa en el temps, una possible millora significativa en l'error i una desmillora significativa en la velocitat. En aquest mètode, tampoc podem afirmar que obtenim resultats negatius. Per les dues trajectòries obtenim millores significatives en el temps, però en la velocitat obtenim resultats negatius. En canvi per l'error obtenim una millora que podria ser significativa en un cas i en l'altra ens desmillora tot i no ser significatiu.

Per la funció de costos de l'error acumulat de l'angle orientació en tots els períodes de l'horitzó de predicció obtenim els següents resultats. Per la trajectòria que passa per les coordenades (0, 0), (-25, 40), (-25, 120) obtenim una millora significativa en el temps, una millora en la velocitat i una desmillora en l'error. Per la trajectòria que passa per les coordenades (0, 0), (0, 40), (-34, 130) obtenim una millora significativa en el temps, i unes desmillores en l'error i la velocitat. Per la trajectòria que passa per les coordenades (0, 0), (25, 40) i (59, 130) obtenim una millora significativa en el temps, una possible millora significativa en la velocitat i una desmillora significativa en l'error. Tampoc podem afirmar que sigui un mal mètode, per les tres trajectòries obtenim millores significatives en el temps, i de totes les desmillores que tenim només en un cas ens dona un resultat significatiu.

Per tots els experiments obtenim una millora significativa en el temps, per la llei variable el temps sempre és més curt que per la llei fixa. Això pot ser degut per que a l'hora d'escollir la combinació factorial en els efectes, normalment hàgim escollit el que doni una millora en el temps. Donant-li una prevalença al temps per sobre de l'error i la velocitat. Pels altres paràmetres, depèn de la funció de costos o de la trajectòria obtenim uns resultats diferents. Tot i que els resultats que hem obtingut són diversos, podem afirmar que hem obtingut millores en el control del robot, i seria interessant seguir investigant el mètode del disseny factorial per millorar els resultats obtinguts.

12. RESUM DEL PRESSUPOST

Un cop realitzat el projecte tenint en compte només les hores de mà d'obra, ja que tant els materials físics com el robot PRIM és una plataforma educativa que presta la UDG, el cost del projecte serà de tres mil sis-cents euros, sense comptar l'IVA.

13. CONCLUSIONS

Com a objectius, al ser la continuació del projecte de l'Alexandre Blasco Gutiérrez, ens hem marcat estudiar la teoria de la llei del model control predictiu aplicat a la plataforma robòtica PRIM, així com el programari desenvolupat en el projecte esmentat anteriorment.

S'ha inclòs els tres models experimentals de velocitat obtenint un control més precís en el seguiment de les trajectòries.

S'ha intentat evitar el fenomen de la zona morta restringint les consignes amb un valor baix, de manera que aquestes no seran utilitzades. La nostra solució ha tingut resultats positius pels experiments amb horitzó curt, però en canvi per l'horitzó mig i llarg no hem obtingut els resultats esperats. Per tant per projectes futurs aquest punt seria interessant estudiar-lo per millorar les prestacions del robot.

S'ha simulat i analitzat les discrepàncies dels resultats obtinguts de diverses trajectòries utilitzant el mètode valor òptim i el mètode gradient. Hem comprovat que depèn de la trajectòria que simulem obtenim una funció amb un mètode específic que ens donen uns resultats millors. Però vists els resultats, no ens podem quedar amb una sola funció i amb un sol mètode.

Per millorar la llei de control predictiu hem fet un disseny d'experiments factorials per trajectòries d'un sol punt per trobar els valors adients en el seguiment de la trajectòria, aquests experiments han estat realitzats per els tres horitzons. A partir dels resultats dels experiments factorials, hem reformulat la llei de control. I hem fet nous experiments factorials amb trajectòries de varis punts amb les noves lleis amb l'horitzó curt, ja que amb els altres dos horitzons no hem obtingut els resultats esperats. Els resultats que hem obtingut en els experiments factorials de les trajectòries de varis punts han estat diversos per cada trajectòria i tipus de funció de costos. Per tant, al utilitzar funcions de costos variables respecte les funcions fixes utilitzades anteriorment, podem afirmar que hem obtingut millores en el control del robot, i seria interessant seguir investigant el mètode del disseny factorial per millorar els resultats obtinguts.

I per últim s'ha fet un estudi i una implementació de les condicions contractives que considerin un apropament al punt final tant per les coordenades mètriques com per a la desviació angular. Tal com està ara, el robot s'atura en el moment en que el factor aproximació al punt destí és més petit que un error que hem prefixat en el programa. Per

millorar la funció contractiva, a part de la condició anterior, es podria comparar la diferència entre l'angle desitjat i l'angle en que es troba el robot, i si fos més petit que la diferència dels dos angles en el següent període, el robot s'aturaria i estaria més ben orientat.

Com a treballs futurs es proposa un estudi de la zona morta per millorar el control del robot quan arriba al punt final, implementar el present projecte a la visió per computador per que realitzi la part de control.

Xavier Serra Serinya
Enginyer Tècnic Industrial Esp. Electrònica Industrial

Girona, 5 de desembre de 2008

14. RELACIÓ DE DOCUMENTS

El projecte consta dels següents documents: memòria (composta per dos documents: memòria descriptiva i annex), plec de condicions, estat d'amidaments i pressupost.

15. BIBLIOGRAFIA

Blasco, A. Implementació de tècniques MPC (Model Control Predictiu) sobre la plataforma PRIM I. Projecte/ Treball Fi de Carrera. Enginyeria Tècnica Electrònica Industrial. Escola Politècnica Superior. Universitat de Girona. Setembre 2007

Box, G., Hunter, J., Hunter, W. Statistics for Experimenters, Design, Innovation and Discovery. A John Willey & sons, Inc., Publication. 2005.

Goodwin, G. Adaptive Filtering, Prediction and Control. Prentice Hall. 1984.

Maciejowski, J.M. Predictive Control with Constraints. Prentice Hall. 2002.

16. GLOSSARI

AI. Ateneu Informàtic

APD. Aproximació Punt Destí

MPC. Model Control Predictiu

OD. Desviació Orientació

PLD. Dispositius Lògics Programables

PRIM. Plataforma Robotitzada d'Informació Multimèdia

PWM. Pulse With Modulation

TDD. Desviació Distància Trajectòria

UD. Consigna Dreta

UE. Consigna Esquerra

SISO. Single Input Single Output