EPS
Escola Politècnica
UdG Superior

Projecte/Treball Fi de Carrera

Estudi: Enginyeria Industrial. Pla 2002

Títol: MODELATGE, SIMULACIÓ I ANIMACIÓ DEL MECANISME D'UN RELLOTGE DEL S.XVI

Document: MEMÒRIA I ANNEXOS

Alumne: VÍCTOR CLAVER AGUILERA

Director/Tutor: XAVIER ESPINACH
Departament: Organització, Gestió Empr. i Disseny Producte
Àrea: Expressió Gràfica en l'Enginyeria

Convocatòria (mes/any): Setembre de 2016

ÍNDEX

MEMÒRIA

1. Introducció 3
1.1. Antecedents 3
1.2. Objecte 4
1.3. Abast 5
2. El rellotge de la Catedral 6
2.1. Evolució històrica del rellotge 6
2.2. Descripció del rellotge 8
2.2.1. Tren de rodatge de la marxa 9
2.2.2. Tren de rodatge dels quarts 10
2.2.3. Tren de rodatge de les hores 11
3. Disseny i modelització 12
3.1. Conjunt rellotge 12
3.2. Estructura 13
3.3. Mecanisme marxa 14
3.4. Mecanisme quarts 19
3.5. Mecanisme hores 24
3.6. Tocs dels quarts 30
3.7. Tocs de les hores 31
3.8. Mecanisme per donar corda 32
4. Mecànica i cinemàtica del rellotge 34
4.1. Característiques físiques 34
4.2. Funcionament 35
4.3. Càlculs analítics 37
4.3.1. Cinemàtica de la marxa 37
4.3.2. Cinemàtica dels quarts 40
4.3.3. Cinemàtica de les hores 42
4.4. Càlcul del pèndol 44
4.4.1. Freqüència 44
4.4.2. Període 45
4.4.3. Longitud teòrica 45

5. Isocronisme i rellotgeria 47
5.1. Isocronisme del pèndol 47
5.1.1. Pèndol cicloïdal de Huygens 48
5.1.2. Període teòric mitjançant la sèrie de Taylor 50
5.1.3. Error període simplificat vs període teòric 51
5.2. Factors influents en l'isocronisme 52
5.2.1. Resistència de l'aire 53
5.2.2. Diferències de temperatura 54
5.2.3. Les forces de fricció que hi actuen 57
5.2.4. La pressió atmosfèrica 59
5.2.5. Les variacions d'humitats 59
5.3. Escapaments 59
5.3.1. Escapament de retrocés 60
5.3.2. Escapament de repòs 61
5.3.3. Escapament lliure 62
6. Material multimèdia 63
6.1. Animació de l'ensamblatge 63
6.2. Simulació del funcionament 64
7. Resum del pressupost 65
8. Conclusions 66
9. Relació de documents 68
10. Bibliografia 69
11. Declaració del projecte complert 70
ANNEX A: Propietats físiques 71
A.1. Introducció 71
A.2. Taules de propietats físiques per conjunts 72
ANNEX B: Característiques engranatges 75
B.1. Codificació engranatges 75
B.2. Engranatges del mecanisme de la marxa 76
B.3. Engranatges del mecanisme dels quarts 77
B.4. Engranatges del mecanisme de les hores 78
B.5. Engranatges de l'escapament 80
B.6. Engranatges del mecanisme de donar corda 81
ANNEX C: Coeficient de dilatació tèrmica 82

1.Introducció

1.1. Antecedents

Girona és una ciutat situada al nord-est de Catalunya, amb una població que s'aproxima als 100.000 habitants.

Dins del seu marc històric, la ciutat compta amb un dels atractius turístics més visitats de la província, la Catedral de Girona. La seva construcció data del S.XI, amb un estil gòtic-romànic. No va ser, però, fins a finals del S.XVI quan es va acordar la construcció d'un rellotge mecànic que realitzés el toc de les campanes. Aquesta construcció va estar inspirada en el rellotge de la Catedral de Barcelona.

Avui dia estem ben acostumats a sentir campanes indicatives dels quarts i les hores del dia, i seria impensable la no utilització d'aquestes per part de les esglésies o catedrals. Amb l'avenç de les tecnologies també s'ha progressat molt en aquest aspecte, ja que actualment aquest rellotges són controlats automàticament, fet que assegura la precisió del toc de les campanes de la ciutat. Però no va ser fins l'any 1982 quan es va produir a la Catedral de Girona aquest canvi de rellotge per un d'electrònic, al que posteriorment, durant l'any 2003, se li va incorporar un sistema de sincronització via ràdio amb el patró France Inter, el qual optimitza considerablement la seva precisió.

Podem assegurar, doncs, que el rellotge mecànic que va perdurar pràcticament cinc segles realitzant el toc de les campanes de la Catedral, malgrat ser sotmès a nombroses reparacions, va ser, és i serà un element de bé històric i cultural per la ciutat de Girona.

Actualment aquest rellotge es pot trobar al Museu d'Història de la Ciutat de Girona (MHCG) i no disposa de cap documentació tècnica on s'expliqui el seu funcionament o com va ser dissenyat.

1.2.Objecte

Amb la finalitat de poder apropar la maquinària del rellotge a la ciutadania, turistes i visitants del museu i així contribuir a la recuperació del rellotge, es va acordar realitzar un estudi de tot el mecanisme que forma part del rellotge. L'objectiu principal és que aquest projecte pugui, posteriorment, donar vida a la maquinària.

En aquest estudi es realitzarà una modelització de la màquina, una animació on s'expliquen les diferents parts que conformen el rellotge i, per últim, una simulació visual explicant el funcionament, amb l'objectiu de que qualsevol persona interessada pugui entendre com durant tants anys es feia sonar el campanar de la ciutat. Per realitzar aquest material multimèdia primerament s'han d'analitzar els aspectes científics i tecnològics que van fer funcionar el rellotge, així com diferents fenòmens tècnics del món rellotger. Tots aquest punts, igual que els càlculs analítics, també es tracten en aquest projecte, així com l'explicació i modelització de les diferents parts que el composen.

1.3.Abast

En la realització d'aquest projecte s'han utilitzat diferents eines informàtiques com ara Autodesk AutoCAD, Inventor, paquet Office i l'editor de vídeo VideoPad.

El disseny i modelització dels components de la maquinària ha estat realitzat amb AutoCAD, prèviament realitzant un treball de camp de recopilació de dades i mesures tècniques de la màquina *in situ* al museu. Per poder entendre i complementar el seu funcionament s'ha hagut d'assistir a diferents xerrades explicatives de l'enginyer i rellotger gironí Carles González. Posteriorment, i un cop realitzats els càlculs dinàmics i cinemàtics dels diferents subconjunts, així com la mecànica del rellotge, s'ha realitzat amb Inventor un ensamblatge en 3D on es pot visualitzar i entendre el total de la màquina al complert. Amb aquest mateix programa s'han realitzat les animacions dels diferents mecanismes i la posterior simulació del seu funcionament.

Cal tenir present que l'abast d'aquest projecte no es la del disseny i posterior construcció, sinó la de modelització i l'estudi d'una maquinària ja existent, realitzant els plànols i desenvolupant el corresponent material multimèdia per tal d'entendre i explicar el seu correcte funcionament. La finalitat serà la d'apropar el rellotge a tots aquells que vulguin conèixer més sobre aquest element històric de la Catedral de Girona. És per aquest motiu que tot els documents i arxius realitzats en el present projecte quedaran a total disposició del Museu d'Història de la Ciutat de Girona.

2. El Rellotge de la Catedral.

2.1. Evolució històrica del rellotge.

A finals del s.XV i principis del s.XVI el mestre Joan Agustí va acordar la construcció d'un rellotge mecànic el qual generés el toc de campanes de la Catedral de Girona.

El rellotge inicial necessitava que se li donés corda un cop al dia, però es va veure que el seu funcionament era erràtic i es van realitzar diverses renovacions parcials. Finalment, i degut a que continuava sent deficient, el 10 de març de 1568 es va acordar la realització d'un rellotge nou. Possiblement per a la construcció del nou es va aprofitar l'esquelet de l'anterior. L'any 1730 es va realitzar una reforma que consistia en col·locar una agulla exterior que marqués les hores, on es va aprofitar l'esfera que hi havia pintada del rellotge de sol.

Tot i que passaven els anys i el funcionament no acabava de ser perfecte, no va ser fins el febrer de 1783 quan el mestre Antoni Safoy va decidir que calia una recomposició. En la figura 1 es pot veure que a la llentia del pèndol el mestre va deixar inscrit l'any de la seva intervenció.

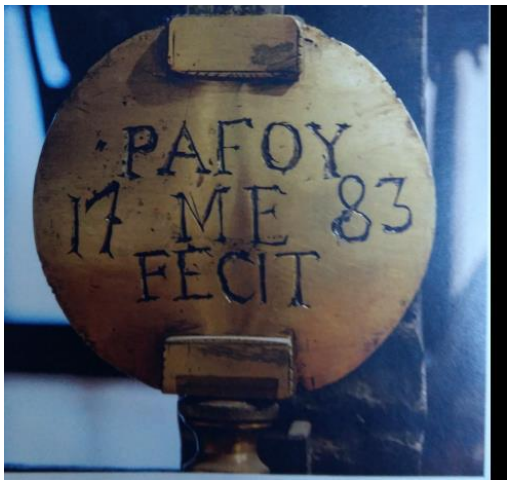


Figura 1: Llentia del pèndol

Després d'anys realitzant diferents modificacions i canvis, al 1924 es va instal·lar un rellotge totalment nou subministrat pel rellotger Emili Besses i Romeu que tampoc acabava de funcionar correctament. Als pocs mesos es va contactar amb un fabricant de Pamplona anomenat Frederic Rosas per tal del trobar una solució i, aquest, en veure les dimensions de la campana de les hores (Beneta o "Bombo") i el seu martell, va informar que no podia

construir al seu taller un màquina de tals dimensions. Aquest fabricant va fer realitzar llavors una reparació de l'antic rellotge, on destaca la col·locació del rellotge de control (figura 2) situat a la part frontal del mecanisme per poder observar l'hora sense haver de sortir a l'exterior de la Catedral. Com a principal novetat, també va col·locar coixinets al recolzament dels diferents eixos.

Figura 2: Rellotge de control

Els anys següents es van dur a terme varies tasques de conservació i manteniment del rellotge i de les agulles exteriors i cap a l'any 1980 es va produir la primera iniciativa per part de la Politècnica per modernitzar el rellotge de la Catedral. Finalment l'any 1982 se li va encarregar al rellotger Joan Fabra la instal·lació de la nova maquinària electrònica que controla i regula els tocs de les campanes. És des d'aquest mateix any que l'antic rellotge i objecte d'estudi d'aquest projecte es troba al Museu d'Història de la Ciutat de Girona.

Des de l'any 2003 fins l'actualitat el rellotge de la Catedral incorpora un sistema de sincronització via ràdio amb el patró France Inter, optimitzant al màxim la seva precisió actual.

2.2. Descripció rellotge

L'antic rellotge de la Catedral de Girona és una màquina de tipus mecànic, la qual té uns pesos com a única font d'energia. Degut al seu descens vertical per gravetat, els pesos proporcionen el moviment a la resta d'elements del rellotge. Cadascun d'aquest pesos té unes dimensions proporcionals a l'engranatge al qual han de transmetre moviment. Així, els tres pesos pels quals està composat el rellotge seran de diferents tamany. A la figura 3 podem observar els pesos originals, que encara pengen del sostre de la Catedral.

Figura 3: Pesos originals ubicats a la Catedral de Girona (Centre de Recerca i Difusió de la Imatge de Girona)

Cadascun d'aquest pesos pertany a un dels tres trens d'engranatge pel qual està composat el rellotge. Els tres trens són els següents:

- Tren de la marxa
- Tren dels quarts
- Tren de les hores

El tren de la marxa és el principal i s'inclouen aquí tant l'escapament com el pèndol. Aquests dos elements són imprescindibles quan parlem d'un rellotge mecànic ja que serveixen per

contenir i dosificar l'energia alliberada pel tren de rodatge. De no ser així el tren descarregaria tota la seva energia sense control.

2.2.1.Tren de la marxa

És el tren principal del mecanisme del rellotge, ja que controla l'activació dels altres dos trens, i el trobem situat en la part frontal (figura 4) del total del rellotge. D'aquesta part depèn el correcte funcionament i precisió de la resta de la màquina. Envers els altres trens, el seu funcionament és continu. En aquest cas el seu moviment és generat pel pes de menors dimensions.

Figura 4: Tren d'engranatges original de la marxa.

2.2.2.Tren dels quarts

Pertany al mecanisme de la soneria. Té un funcionament discontinu, ja que intervé cada quart d'hora activat prèviament pel tren de la marxa. Controla el toc de les campanes en funció de cada quart. A la figura 5 s'observa al complert, però s'ha de tenir en compte que aquest pes no és l'original, és un pes simbòlic que s'ha afegit de manera orientativa per als visitants del museu.

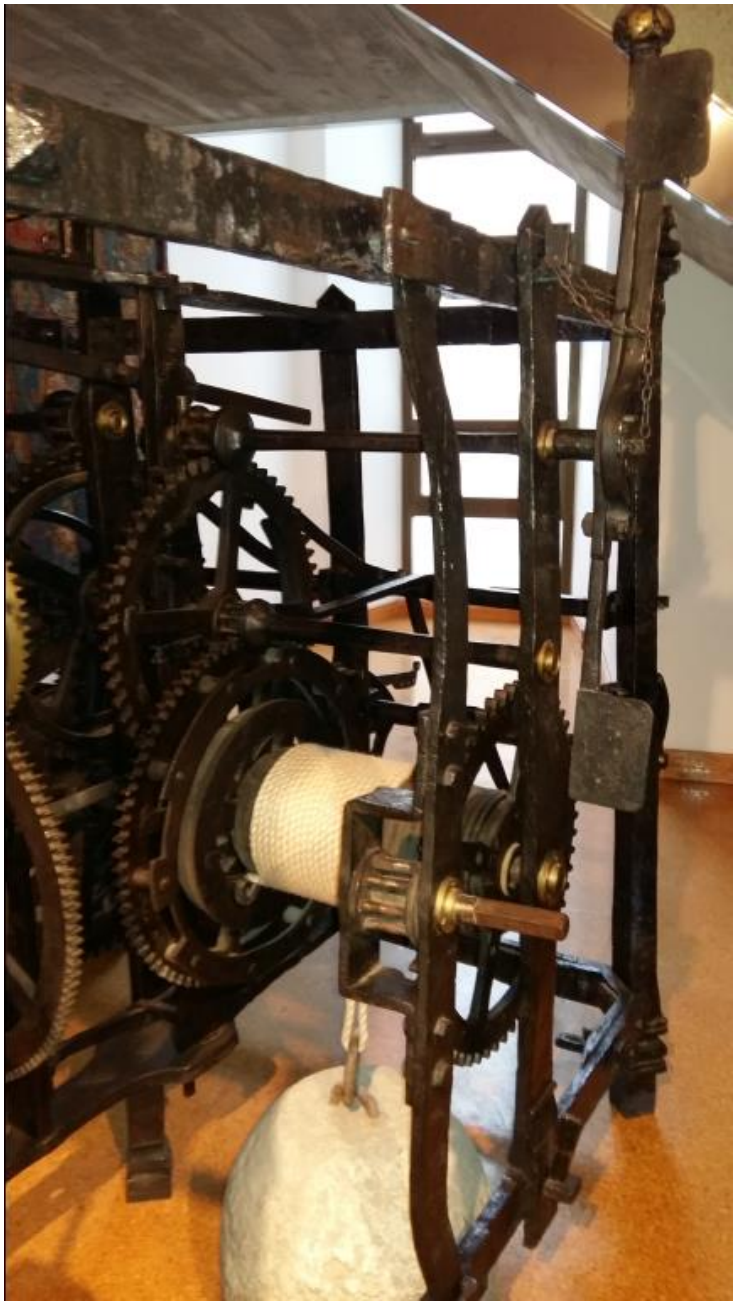


Figura 5: Tren d'engranatges original dels quarts.

2.2.3.Tren de les hores

Igual que el tren dels quarts, el de les hores també pertany al mecanisme de la soneria. Aquest, però, només actua a les hores en punt i controla el toc de les campanes en funció de cada hora. Veiem a la figura 6 l'original, en aquest cas sense el pes, el qual és el de major dimensió dels tres degut a que ha de generar més energia vers els anteriors.

Figura 6: Tren d'engranatges original de les hores.

3. Disseny i modelització

3.1. Conjunt rellotge

Amb l'objectiu de modelar i estudiar els diferents components del rellotge s'ha dut a terme un dibuix 3D a escala de l'original. S'ha realitzat un treball de camp a peu de rellotge, situat al museu, on s'han pres totes les mides necessàries per la correcta modelització . Cal dir que s'han simplificat petits detalls que eren irrellevants per entendre el funcionament, els quals eren només visuals o merament decoratius, i que no afectaven a la mecànica o cinemàtica de la màquina. Veiem doncs, a la figura 7 el resultat de la modelització realitzada.

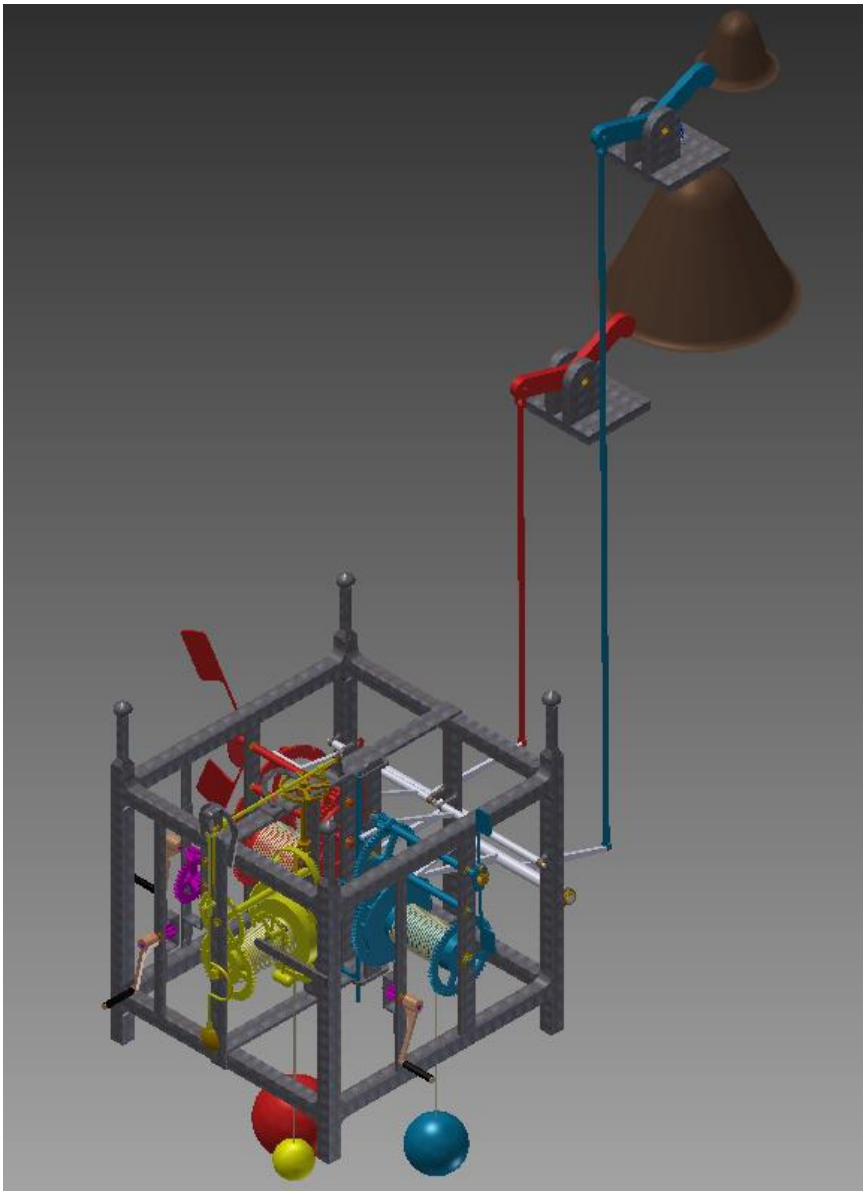


Figura 7: Modelització del conjunt del rellotge complert

La representació de la bancada o suport que aguanta el mecanisme del toc de campanes de les hores i quarts és orientatiu i el que s'ha volgut representar ha estat l'alçada a la qual es trobaven aquests mecanismes originàriament a la Catedral respecte al rellotge. El mecanisme del toc i campana dels quarts es trobava dos pisos més amunt, a una altura aproximada de 4m (longitud de la biela) sobre la palanca que l'activa. Pel que fa a les hores el trobem un pis amunt respecte el rellotge i a una distància respecte la palanca de 2m (longitud de la biela).

A continuació es descriuen de forma individual i detallada, tots el elements del conjunt de la màquina.

3.2. Estructura

L'esquelet o estructura principal del rellotge és de ferro colat, amb un pes total de 918,4 kg. Les mides exteriors són 1340x1440x1800mm. Aquesta estructura reposa al terra i aguanta totes les càrregues rebudes per la resta d'elements de la màquina. Veiem a la figura 7 el dibuix del total de l'estructura.

Veure document 2 PLÀNOLS > Plànol 2

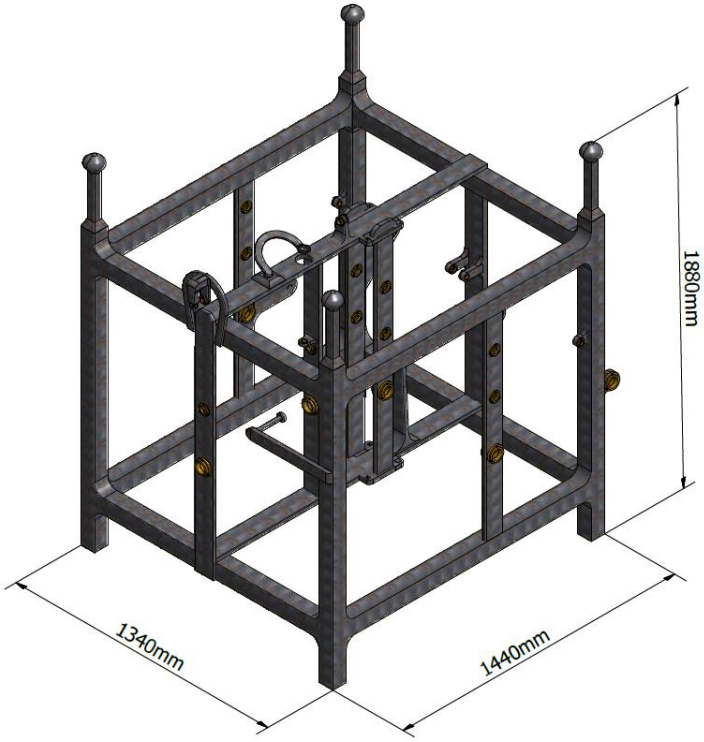


Figura 8: Estructura principal del rellotge

3.3. Mecanisme Marxa

Aquest conjunt d'elements és el que composa la part de la marxa, essent el mecanisme principal del rellotge ja que està en continu funcionament. Observem a la figura 9 tot el mecanisme complert ubicat a la part de l'estructura on treballa.

Veure document 2 PLÀNOLS > Plànol 4

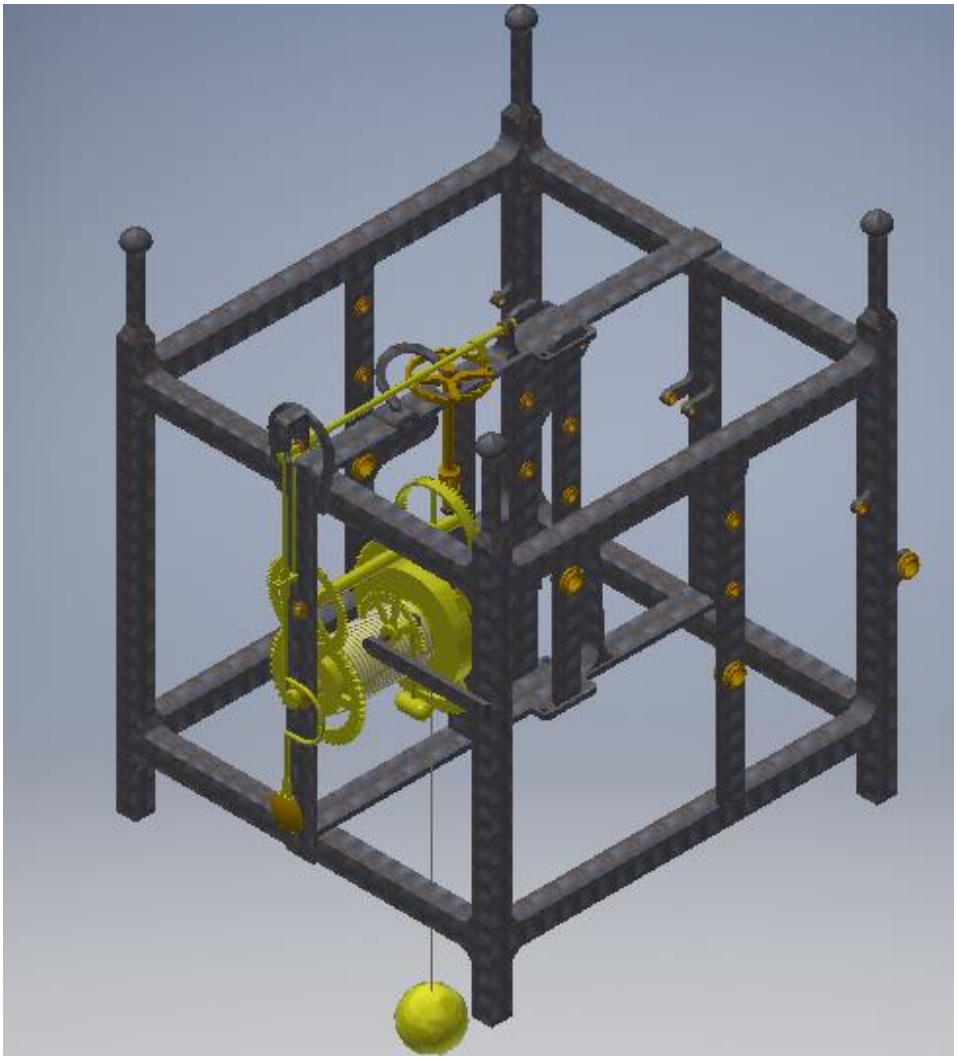


Figura 9: Tren de la marxa i estructura del rellotge.

A continuació trobem la modelització per separat dels diferents elements que composen aquest conjunt.

3.3.1.Pèndol

Un dels elements més importants de qualsevol rellotge mecànic serà sempre el pèndol, que oscil·la regulant la velocitat de la roda catalina, així com el perfecte sincronisme del tren de la marxa. Està fet de ferro colat a excepció de la llentia del pèndol, que és de bronze. Té una longitud de 115cm (fins al centre de la llentia) i oscil·la amb una freqüència de 3584BPH, equivalent a 0.9955Hz. El seu pes total és de 3.3 kg. En apartats posteriors en calcularem la longitud teòrica. Observem a continuació, a la figura 10, la modelització 3D del total del pèndol.

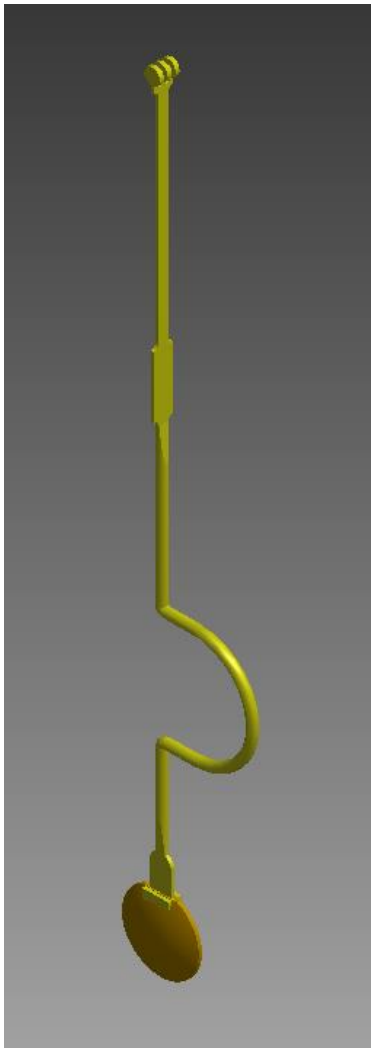


Figura 10: Pèndol del rellotge

3.3.2.Escapament

El mecanisme d'escapament d'aquest rellotge es el conegut com a *roda catalina*. Converteix el moviment rotacional continu del tren de rodatge en un moviment d'oscil·lació del pèndol. D'aquest element és d'on surt el soroll tic-tac dels rellotges mecànics convencionals.

Sense aquest element el rellotge evacuaria energia de forma descontrolada. Controlada pel moviment del pèndol, la roda catalina regula el moviment del conjunt i permet escapar-ne una quantitat fixa en cada moviment d'oscil·lació.

A la figura 11 veiem un dibuix de la roda catalina, la qual està feta de bronze, amb un pes total de 5.8 kg. L'escapament el conformen 21 dents en forma de serra.

Figura 11: Roda catalina. Tipus d'escapament del rellotge.

Es pot observar a la seva part inferior un engranatge amb z=9 dents, el qual engrana amb la roda de z=60 dents de l'eix 2 de la marxa.

3.3.3.Barrilet de la marxa o eix 1

El barrilet de la marxa o eix 1, fet de ferro colat amb un pes de 128.6 kg, disposa d'una corda enrotllada sobre el perímetre del seu cos cilíndric central, sobre la qual penja un pes que genera el moviment del barrilet.

Es pot veure a la figura 12 que aquesta peça incorpora dues rodes dentades i una lleva de 4 puntes. La roda de z=48 dents col·locada a l'extrem és la que engrana amb la roda del mecanisme de donar corda de la marxa, fent que la corda s'enrotlli en el barrilet i pugi el pes. Pel que fa a la roda d'engranatge més gran de z=128 dents, situada al centre de la peça, engrana amb la roda intermèdia.

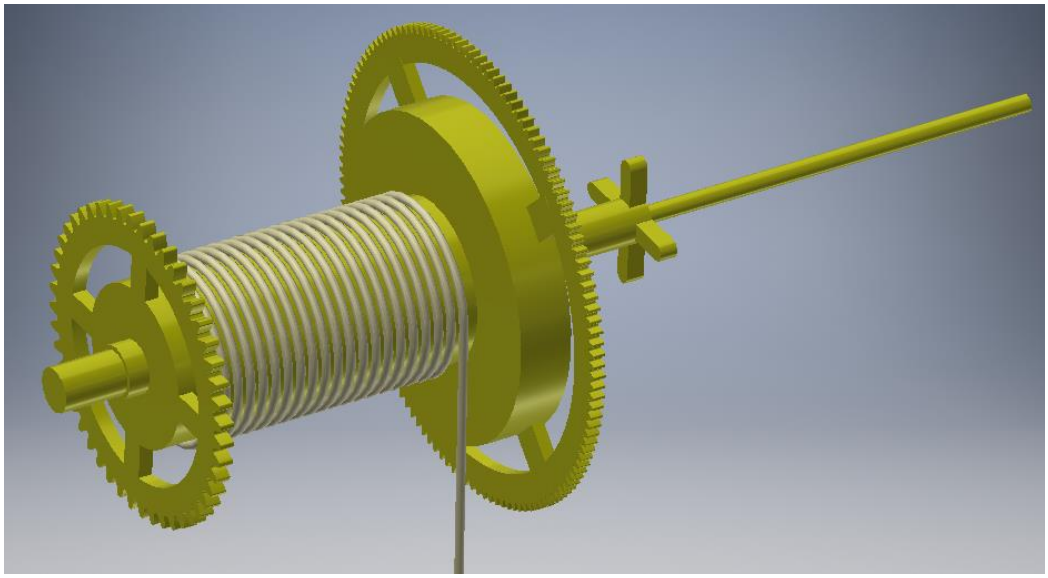


Figura 12: Conjunt barrilet o eix 1 de la marxa amb la corda enrotllada al voltant del seu cos principal.

La lleva de 4 puntes que s'observa a la part de diàmetre menor de l'eix és l'encarregada d'activar el mecanisme dels quarts. Sabem que el conjunt de la peça gira a 1 volta/hora, llavors la lleva que té 4 puntes situades a 90º contactarà cada quart d'hora amb el mecanisme d'activació dels quarts.

3.3.4.Roda intermèdia o eix 2 de la marxa

Aquest eix fa d'unió entre el barrilet i l'escapament, completant així el tren de rodatge de la marxa. La roda gran del barrilet engrana amb la petita de z=8 dents de l'eix 1. En el seu conjunt aquest eix de la marxa arriba a un pes total de 10.1 kg i, com la resta d'engranatges, està fet de ferro colat. A l'extrem esquerre, segons la figura 13, hi ha la roda de z=72 dents, que engrana amb la mitja roda o roda 3 que veurem seguidament. A l'altre extrem trobem la roda dentada de z=60 dents, encarregada de transmetre el moviment a la roda catalina, transformant així la rotació sobre l'eix horitzontal a l'eix vertical de l'escapament.

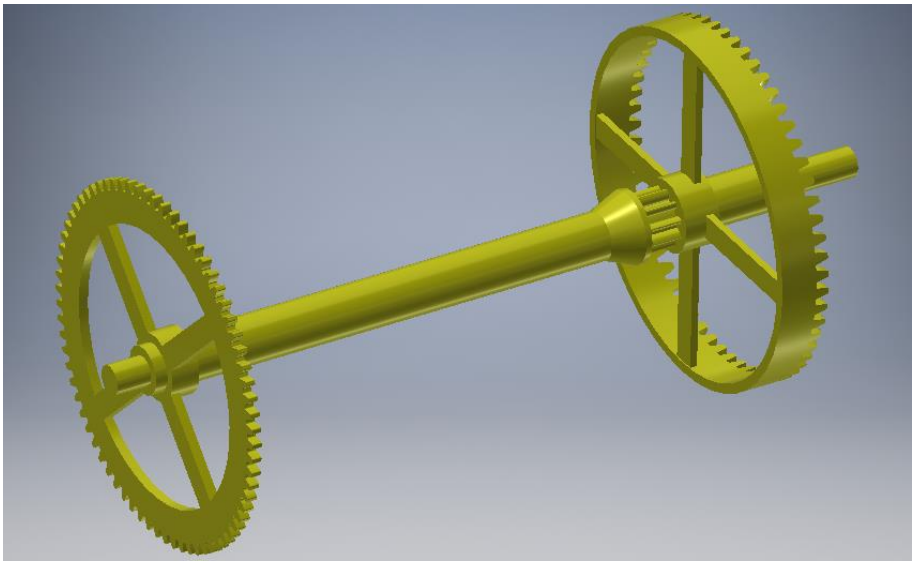


Figura 13: Eix 2 de la marxa o roda intermèdia.

3.3.5.Eix 3 de la marxa o mitja roda

Es tracta d'un element auxiliar que té un rol secundari en el conjunt del rellotge perquè només treballa puntualment en el moment en que s'està donant corda al tren de la marxa. La seva funció es mantenir en funcionament el tren mentre el barrilet està girant en sentit contrari degut a l'accionament del mecanisme de donar corda. Durant aquests instants al rellotge li manca la força proporcionada pel pes. Segons el dimensionat de la mitja roda de l'engranatge, tal com es veu a la figura 14, aquesta pot mantenir-se engranada amb l'eix 2 un temps aproximat de dos minuts, temps suficient per donar corda i pujar el pes. Posteriorment es desengrana i queda desplaçada fins el proper cop que sigui necessària. Sempre abans de donar corda, aquesta mitja roda s'engrana manualment i, posteriorment, és el seu contrapès el que genera el moviment, fent-la girar en sentit horari respecte la vista

frontal del rellotge. És un element que millora el comportament del rellotge ja que permet evitar que aquest es pari mentre dona corda.

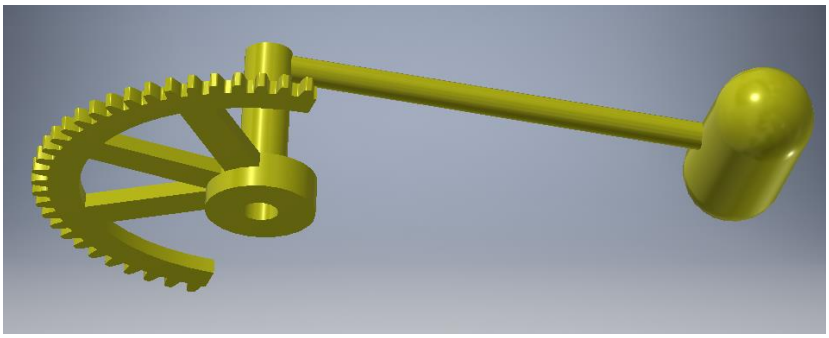


Figura 14: Mitja roda amb contrapès.

3.4. Mecanisme Quarts

És el conjunt d'elements i peces que formen part del mecanisme necessari per realitzar el toc de campanes dels quarts. Aquest conjunt del rellotge actua cada 15min, activat per la lleva de l'eix de la marxa.

Veure document 2 PLÀNOLS > Plànol 5

Com a orientació veiem a la figura 15 la ubicació d'aquesta part en el conjunt de l'estructura del rellotge.

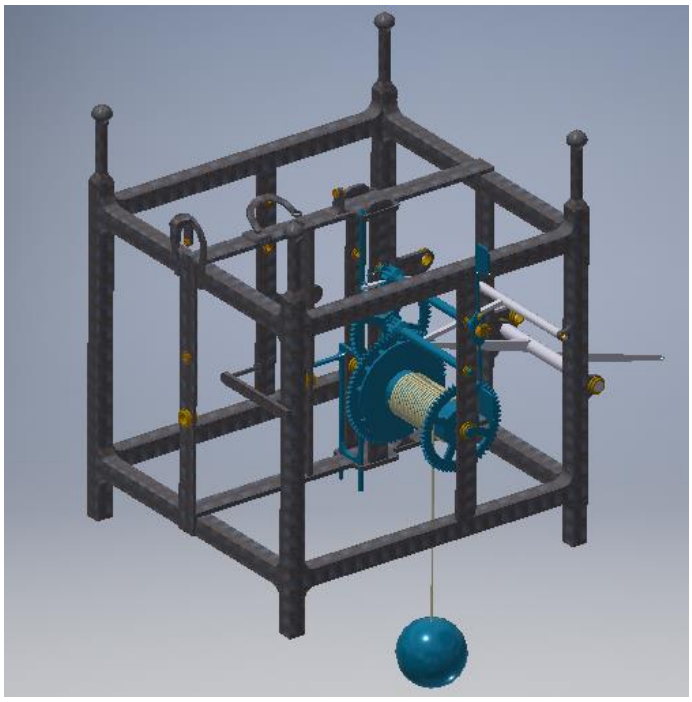


Figura 15: Tren dels quarts i estructura del rellotge.

A continuació veiem per separat la modelització dels diferents subconjunts del mecanisme dels quarts.

3.4.1.Barrilet del quarts o eix 1

El barrilet dels quarts o roda 1 és de dimensions similars al de la marxa, del mateix material i amb un pes de 108.7 kg. Té un pes penjant d'una corda que s'enrotlla en el seu cos cilíndric principal, com podem veure a la figura 16.

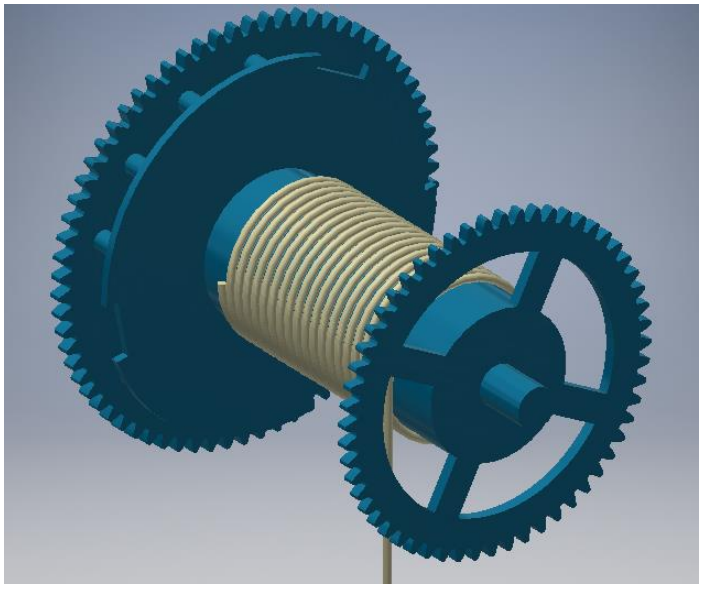


Figura 16: Conjunt barrilet o eix 2 dels quarts amb la corda enrotllada al voltant del seu cos principal.

Identifiquem dues rodes dentades. La primera, a l'extrem dret de z=56 dents, serveix per donar corda i pujar el pes. A l'altre extrem tenim la segona roda dentada que incorpora aquest eix, amb z=80 dents, aquesta engrana amb la roda dentada de l'eix 2 dels quarts.
La característica més rellevant d'aquesta peça són els 10 passadors adjacents a la segona roda dentada els quals, colpejant la palanca o eix 5 dels quarts, fan activar el toc de campana tantes vegades com convingui en funció del quarts que toqui.

3.4.2.Roda intermèdia o eix 2 dels quarts

Aquest element és el més important del tren dels quarts, ja que de la seva precisió depèn la perfecta sincronització del rellotge. És l'eix que permet l'inici del moviment de la resta del tren. En posició estàtica, aquest eix estarà frenat degut al contacte amb l'eix 4, posteriorment aquest s'aixeca i permet començar el gir del mecanisme. De la mateixa

manera però a la inversa, quan l'eix 4 torna a la seva posició inicial torna a contactar amb el perfil de la roda i torna a detenir el mecanisme dels quarts, finalitzant així el toc de campanes.

Podem veure a la figura 17 la modelització d'aquest eix. Acumula un pes total de 15.1 kg i, com la majoria del rellotge, està fet de ferro colat.

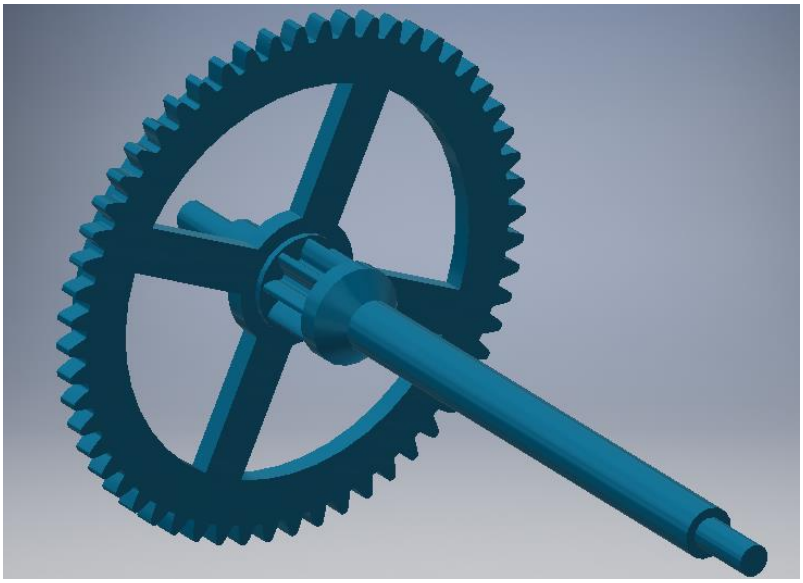


Figura 17: Roda intermèdia o eix 2 dels quarts.

3.4.3.Eix 3 dels quarts

El tercer eix dels quarts te la particularitat d'estar format per més d'un element. Amb un pes total de 10.4 kg i fet de ferro colat, és l'encarregat de la preparació del toc (petit moviment que efectua l'engranatge l'instant abans de començar a tocar). Aquest eix està format per un eix principal amb una roda dentada, un fre aerodinàmic i un trinquet per al fre aerodinàmic.

La petita lleva que sobresurt de l'eix principal en un dels seus extrems (figura 18) és la que contacta amb la peça d'activació del mecanisme dels quarts en el moment que finalitza la preparació, bloquejant així uns instants el tren fins que s'allibera i permet el moviment. Posteriorment comença el moviment engranant la petita roda de z=8 dents amb la roda intermèdia. El tren comença, doncs, el seu moviment, que durarà en funció del quart que toqui. Un cop s'atura és quan el fre aerodinàmic realitza la seva funció, evitant així una dissipació d'energia progressiva que evita el trencament de cap dent dels diferents engranatges. De no ser així les dents estarien sotmeses a un impacte major i es podrien generar problemes cada cop que el tren s'aturés de forma sobtada. El fre aerodinàmic

també té la funció de regular el temps entre toc de campanes, ja que de no existir el pes descendiria a una velocitat major a la de disseny i generaria un toc de campanes pràcticament seguit els uns dels altres. Aquest fre disminueix progressivament la seva velocitat degut a un trinquet solidari a l'eix principal. Aquest trinquet de bronze s'observa a l'extrem dret de la peça, a la figura 18.

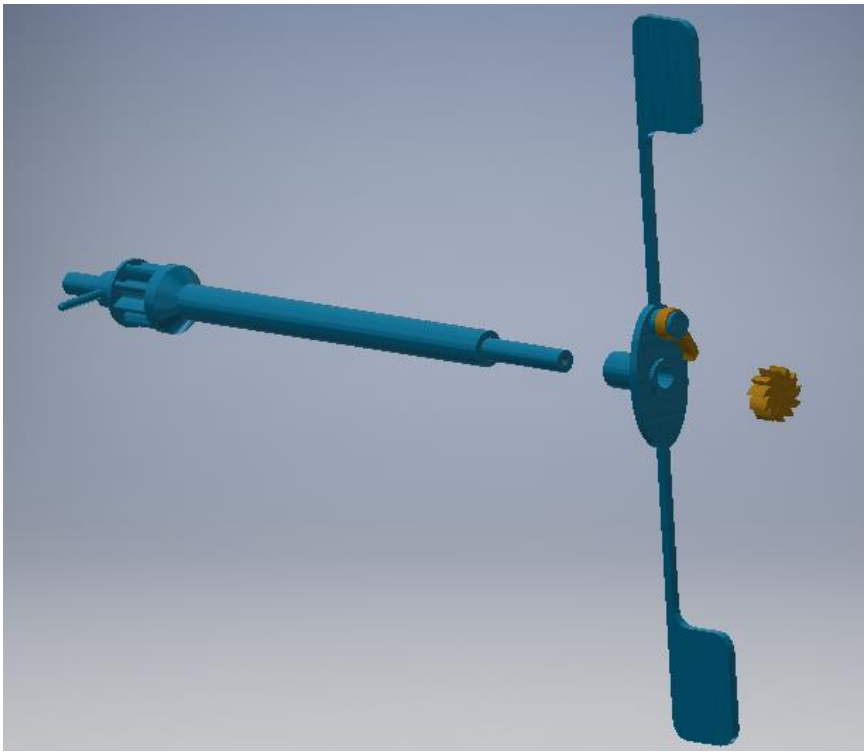


Figura 18: Eix 3 dels quarts, fre aerodinàmic i trinquet del fre aerodinàmic.

3.4.4.Eix 4 dels quarts

Aquesta peça de 8.6 kg de pes i també de ferro colat, es recolza pels seus dos extrems a l'estructura. Aquest recolzament mitjançant coixinets permet la rotació de la peça respecte el seu eix longitudinal. Tal com es pot veure a la figura 19, aquesta peça té 2 braços. El braç que està per sobre de l'altre és el que contacta amb el perfil que sobresurt de la roda intermèdia i mitjançant aquest contacte manté frenat el tren. Un cop s'aixeca, rotant sobre el seu eix, allibera i permet el moviment de les rodes. El braç inferior realitza la funció de palpador sobre l'eix 1 o barrilet dels quarts. El braç deixa girar el tren fins que torna a caure dins dels forats de la roda comptadora solidària al barrilet. Aquest moviment giratori durarà poc o més en funció del quart que toqui.

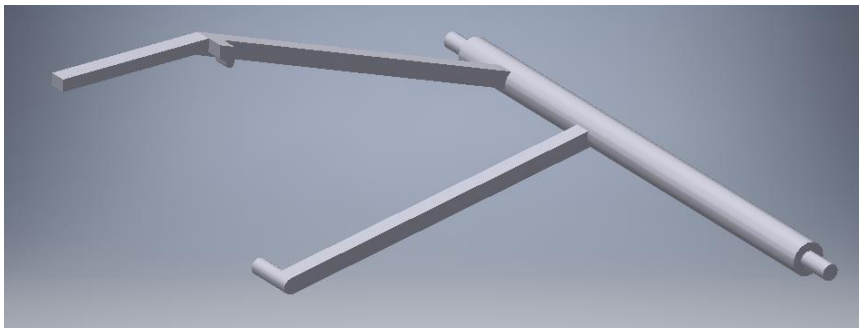


Figura 19: Eix 4 dels quarts per activar/frenar el mecanisme i palpar sobre la roda comptadora.

Observem a la figura 20 la roda comptadora amb els passadors i esglaons que la composen. Fixem-nos que hi ha quatre forats o esglaons en el perfil de la roda i que en els espais entre forats hi ha passadors. El recorregut de menor distància entre forats equival a un quart i té un passador en l'interior de la roda. El següent recorregut més gran que farà el palpador correspondrà al segon quart i disposa de dos passadors en la seva part interior, i així successivament fins arribar al quart quart, el qual tanca el cicle.

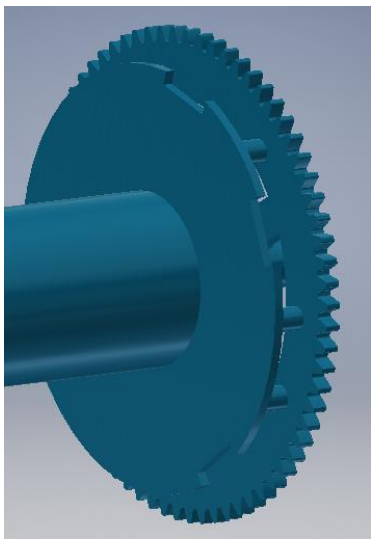


Figura 20: Roda comptadora solidària a l'eix 1 o barrilet dels quarts.

3.4.5.Palanca o eix 5 dels quarts

La palanca de ferro colat amb un pes de 18.8 kg, reposa sobre l'estructura en els seus dos extrems, recolzant-se en dos coixinets que permeten la seva rotació. Veiem a la figura 21 que es composa per dos braços, un d'ells recau sobre els passadors adjunts a la roda comptadora que, mitjançant el contacte, aixequen aquest extrem de la palanca fent-lo girar

en sentit horari segons la imatge. L'altre braç transmet la rotació de la palanca en un moviment a la biela que connecta amb el martell per efectuar el toc a la campana.

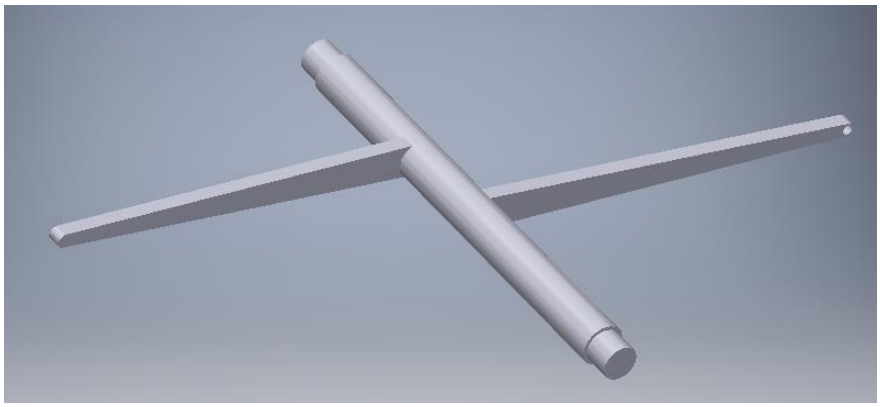


Figura 21: Palanca o eix 5 dels quarts.

3.5. Mecanisme Hores

El total del conjunt del mecanisme de les hores està format per diferents elements i peces que permeten realitzar el toc de campanes de les hores. Actua cada hora, activat per la lleva solidària a l'eix 1 o barrilet dels quarts.

Veure document 2 PLÀNOLS > Plànol 6

A la figura 22 s'observa la situació del mecanisme de les hores dins el conjunt de l'estructura del rellotge.

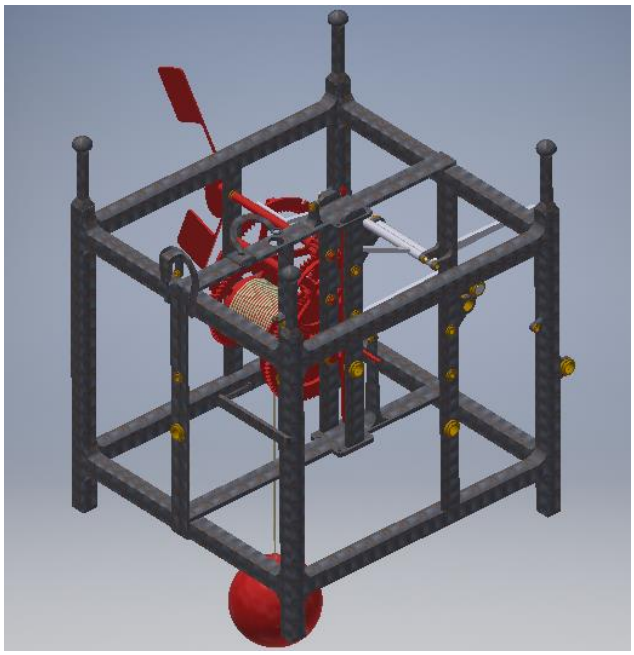


Figura 22: Tren de les hores i estructura del rellotge.

3.5.1.Barrilet de les hores o eix 1

El barrilet de les hores, de la mateixa manera que el de la marxa i el dels quarts, està fet de ferro colat, però de dimensions més grans degut al major pes que ha de moure. El pes total d'aquest subconjunt ascendeix a un total de 168.6 kg. Té un funcionament idèntic a la resta de barrilets de la màquina, amb la seva corda i el seu pes respectius. El pes que genera el moviment d'aquest tren, òbviament, també serà major.

A la figura 23 veiem el total de l'eix 1 o barrilet. A diferència del barrilet dels quarts, en aquest eix trobem tres rodes dentades. La més petita de les tres, de z=8 dents, és l'encarregada d'engranar amb la roda comptadora de les hores que, a diferència de la dels quarts, la trobem de forma independent al barrilet, ubicada a la part exterior del rellotge.

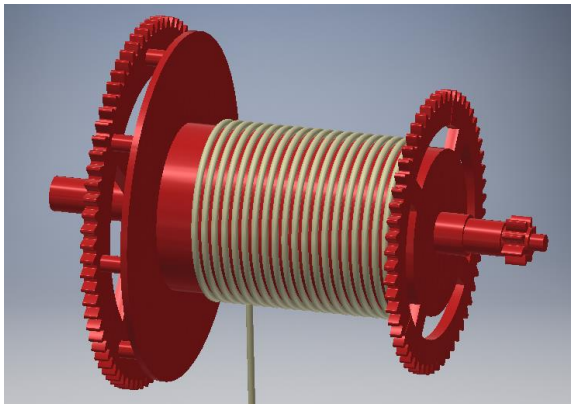


Figura 23: Conjunt barrilet o eix 1 de les hores amb la corda enrotllada al voltant del seu cos principal.

3.5.2.Roda intermèdia o eix 2 de les hores

L'eix 2 de les hores, igual que passa amb el dels quarts, permet l'inici o alliberament de la resta del tren. Inicialment la roda intermèdia està frenada degut al contacte que rep de l'eix 4 de les hores. Aquest contacte reposa sobre el perfil que surt de la roda intermèdia per un dels seus costats. Quan l'eix 4 rota sobre el seu eix longitudinal fa que aquest contacte deixi de existir, s'allibera la restricció de fre i permeten el gir de tot el tren. Quan la roda comptadora acaba el cicle de toc de campanes corresponent a les hores que calguin, fa que l'eix 4 retorni a la seva posició inicial, frenant així un altre cop a la resta del mecanisme. La causa que genera aquest deteniment del tren és el contacte amb el perfil de la roda intermèdia. L'inici i el final del toc de cada hora serà idèntic amb l'única diferència de la durada o cicles que efectuarà el tren en funció de l'hora que correspongui en aquell instant.

A la figura 23 observem el total de la peça feta de ferro colat, amb un pes total de 15.2 kg.

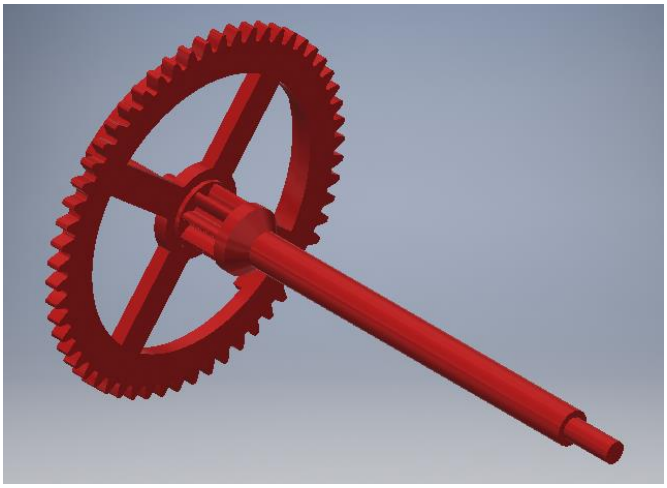


Figura 24: Roda intermèdia o eix 2 de les hores

3.5.3.Eix 3 de les hores

Té idèntica funció que als quarts amb l'excepció que, en l'inici dels cicles, a les hores no cal preparació, llavors aquest eix no incorpora cap lleva de dispar. Pel que fa la petita roda dentada que incorpora també té les mateixes característiques.

Aquest eix el conformen l'eix principal amb la seva corresponent roda dentada, el fre aerodinàmic i el trinquet per al fre aerodinàmic. Tant la funció del fre com la del trinquet és

igual a la dels quarts, amb la diferència de mida degut a la major energia que genera aquest tren justificada per les majors dimensions que té.

La suma total dels tres subconjunts que formen aquest eix, és de 19.4 kg. Tant l'eix principal com el fre aerodinàmic són de ferro colat, mentre que el trinquet és de bronze (veure figura 25).

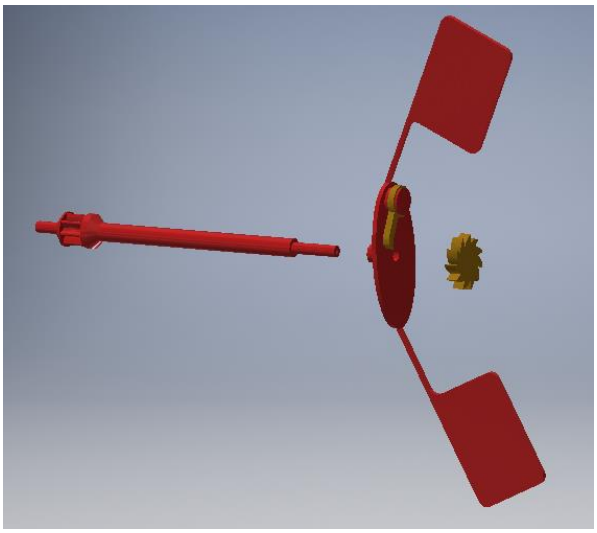


Figura 25: Eix 3 de les hores, fre aerodinàmic i trinquet del fre aerodinàmic.

3.5.4.Eix 4 de les hores

Amb un total de 8.3 kg, aquest eix de ferro colat rota respecte els coixinets que descansen a l'estructura, just a l'extrem de l'eix. Aquesta peça incorpora dos braços o palanques, tal com es veu a la figura 26. Pel que fa al braç superior, és l'encarregat d'alliberar o frenar la roda intermèdia en funció de l'estat del cicle en que està el tren. L'altre braç, amb un gir de 90º, te la funció de palpar sobre la roda comptadora de les hores que, tal com hem referenciat anteriorment, es troba a la part exterior de l'estructura principal del rellotge. L'extrem d'aquest braç en estat de repòs està dins d'un del forats que inclou la roda comptadora al voltant del seu perfil. Un cop s'aixeca, permetent l'alliberament de la roda intermèdia, la roda comptadora comença a girar i és quan l'extrem del braç realitza la funció de palpar per sobre del perfil fins a tornar-se a inserir dins del pròxim forat o esglaó. El gir de la roda comptadora dependrà de l'hora en qüestió, així com la distància que recorrerà sobre el seu perfil el braç d'aquest eix. La distància anirà augmentant en cada cicle que efectua el tren, ja que va sumant una hora a l'anterior, fins a un total de 12 hores.

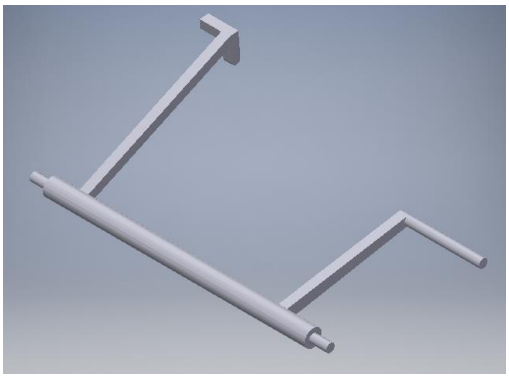


Figura 26: Eix 4 de les hores per activar/frenar el mecanisme i palpar sobre la roda comptadora de les hores.

3.5.5.Roda comptadora o roda 5 de les hores.

La roda comptadora de les hores pesa un total de 13.6 kg. També està feta de ferro colat i tal com es veu a la figura 27 té unes característiques o un disseny peculiar.
A la seva part interior incorpora un engranatge de z=78 dents, el qual engrana amb l'engranatge petit del barrilet de les hores, amb relació de i=8/78, és a dir, per cada gir complet de 360º que fa la roda comptadora, el barrilet realitza 9.75 voltes. Al centre de la roda s'observa un forat passant el qual la permet rotar al voltant del seu eix, mitjançant recolzament a un suport de l'estructura.

La característica més important d'aquesta peça del mecanisme de les hores són els forats que trobem en el seu perfil exterior. Consta de 12 forats amb la funció de regular els cicles que farà l'engranatge a cada hora. El forat més gran o primer forat equival a la primera hora. Aquest no permetrà que l'eix 4, al elevar-se, caigui a sobre del perfil, sinó que tornarà a caure dins el forat. D'aquesta manera la resta del tren només farà un cicle. A les dues hores, un cop s'elevi el braç caurà a sobre el perfil, permetent un altre gir del tren, efectuant així dos tocs de campana fins a tornar a caure en el forat. De la mateixa manera succeirà fins arribar a les dotze hores. D'aquesta manera s'explica la diferència de longitud progressiva que hi ha entre els forats del perfil exterior de la roda comptadora.

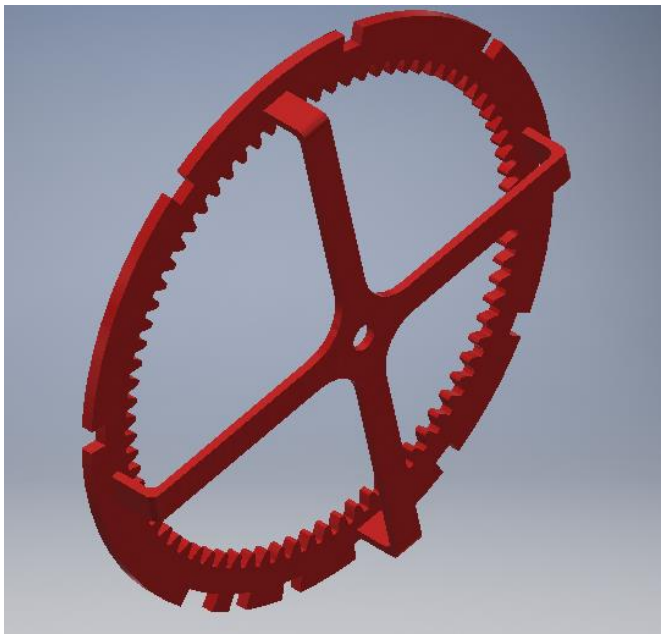


Figura 27: Roda comptadora de les hores.

3.5.6.Palanca o eix 6 de les hores

La palanca que activa el toc de les hores té idèntiques dimensions, material, pes i característiques que la dels quarts i realitza el mateix moviment cíclic que als quarts, cada cop que rep l'impuls d'uns dels passador adjunts al barrilet de les hores. Veiem a la figura 28 un dibuix 3D de la palanca.

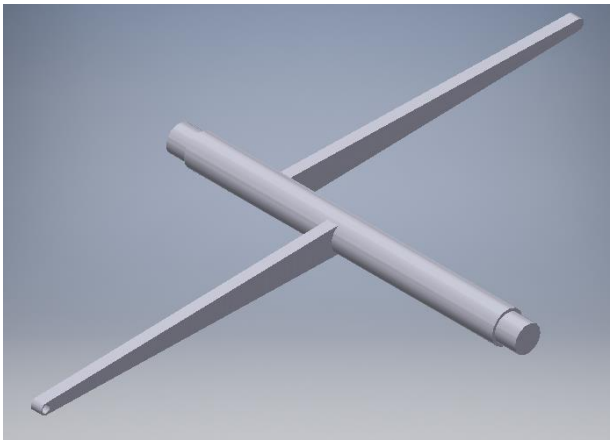


Figura 28: Palanca o eix 6 de les hores.

3.6. Tocs Quarts

Tal com s'ha descrit en apartats anteriors, existeix una palanca que transmet el moviment necessari per generar el toc de campana. Aquesta palanca articula amb una biela, la qual fa moure el martell perquè en el seu retorn per molla impacti sobre la campana dels quarts. D'aquesta manera s'efectua el toc dels quarts del rellotge. Aquest moviment es realitzarà tantes vegades com correspongui en cada moment, sempre amb un interval de tres segons entre tocs en el cas dels quarts. A continuació es mostra la modelització del conjunt del mecanisme al complet que efectua el toc de campanes dels quarts.

Veure document 2 PLÀNOLS > Plànol 7

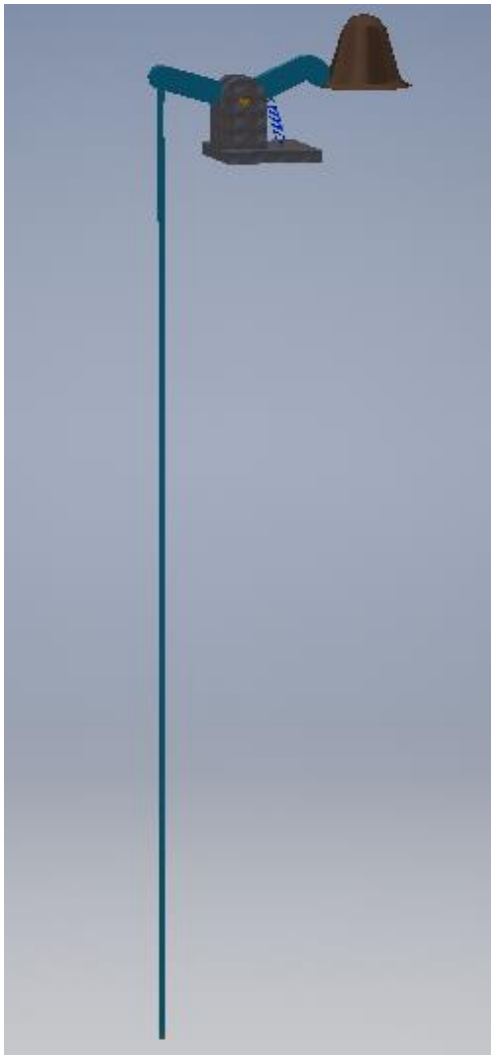


Figura 29: Mecanisme complet per els tocs dels quarts.

3.7. Tocs Hores

Aquest conjunt per realitzar els tocs de les hores opera de forma idèntica al del toc dels quarts, amb l'única diferència de la dimensió de la campana de les hores, també coneguda com a *bombo* o *beneta*.

Veure document 2 PLÀNOLS > Plànol 8

Figura 30: Mecanisme complet per els tocs de les hores.

3.8. Mecanisme per donar corda

Tal com s'ha descrit anteriorment la font d'energia principal de la màquina són tres pesos que efectuen un descens uniforme en els instants en que el seus mecanismes treballen. Ho fan de forma continua en el cas de la marxa i de forma discontinua en el cas dels mecanismes dels quarts i de les hores. L'autonomia del rellotge depèn del recorregut de descens d'aquests tres pesos. És per aquest motiu que un cop es desenrotlla tota la corda dels barrilets, s'han de tornar a pujar els pesos. Per realitzar aquesta maniobra el rellotge incorpora tres mecanisme per donar corda. Seguidament veiem aquests mecanismes de forma detallada.

3.8.1 . Donar corda a la marxa i els quarts

Aquest mecanisme, tant al de la marxa com al dels quarts, està format per una columna que incorpora una maneta o manovella per girar l'engranatge. En estat normal aquest mecanisme està separat dels barrilets amb els qual engranen, evitant així que entrin en contacte i eliminant el fre que es produiria amb el contacte d'aquests pinyons durant el funcionament del rellotge. És doncs per donar corda, i només en el moment de realitzar aquesta tasca, que la columna es trasllada fins a la posició de treball, on la seva roda de z=8 dents engrana amb la roda dentada del barrilet corresponent. Llavors l'operari efectuava el moviment manual de donar corda, girant la maneta, fins a pujar el pes a la posició inicial. Posteriorment es desmunta i s'extreu la columna traslladant-la a la seva posició inicial.

Veure document 2 PLÀNOLS > Plànol 9

A continuació, a la figura 31, s'observa la modelització 3D del conjunt del mecanisme per donar corda, tant al mecanisme de la marxa com al dels quarts.

Figura 31: Mecanisme per donar corda a la marxa i quarts.

3.8.2 . Donar corda a les hores.

Amb la mateixa funció que l'anterior i operant de la mateixa manera, veiem a la figura 32 el mecanisme per donar corda a les hores. Degut a les majors dimensions i l'elevat pes d'aquest tren d'engranatges, es requereix una força superior per poder pujar el pes i donar corda al mecanisme. És per aquest motiu que a diferència de l'altre mecanisme de donar corda, en aquest cas trobem un mecanisme pinyó-roda per la multiplicació de la força amb una relació de transmissió entre ells de i=1/4. El pinyó té z=8 dents, i la roda z=32 dents. D'aquesta manera es multiplicava la força aplicada pel rellotger, afavorint així la tasca.

Veure document 2 PLÀNOLS > Plànol 10

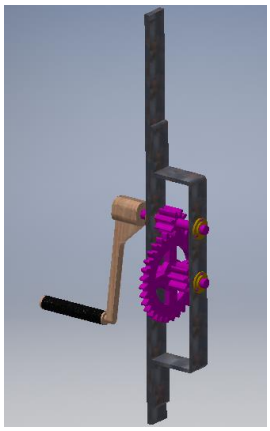


Figura 32: Mecanisme per donar corda a les hores.

4.Mecànica i Cinemàtica del rellotge

4.1. Característiques físiques del rellotge.

Per realitzar la modelització a escala s'han agafat totes les mides necessàries de la màquina, actualment ubicada al Museu d'Història de la Ciutat de Girona.

Un cop dibuixades peça a peça mitjançant les eines de dibuix AutoCad i d'ensamblar-les, posteriorment, amb Inventor, el mateix programa ens permet consultar les característiques físiques que tindrà cada peça o element del rellotge. Prèviament s'ha hagut d'introduir el material corresponent de cada subconjunt. D'aquesta manera Inventor ens permet consultar les característiques de cada element amb l'opció *iPropierties,* on es pot consultar la dimensió, el volum, l'inèrcia, la massa, el centre de gravetat, etc. Ens genera una finestra com la que veiem a la figura 33.

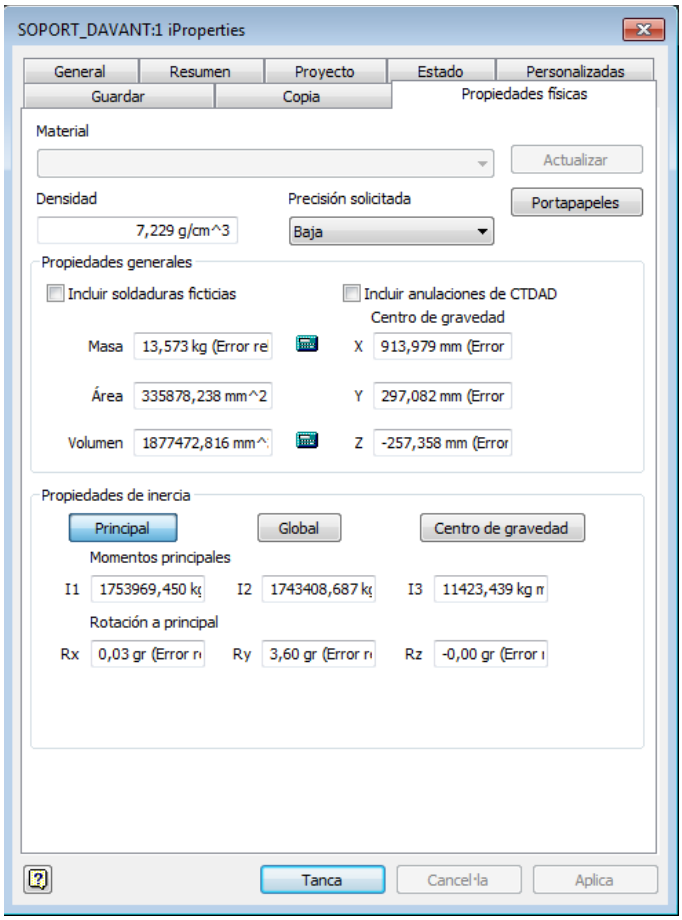


Figura 33: Finestra *iProperties* calculada pel programa Inventor

A l'annex A veurem les característiques físiques de cada un del elements del rellotge, desglossades per conjunts i subconjunts. També s'indica de quin material és cada element, així com el pesos parcials i totals del conjunt del rellotge. A l'annex apareix una columna amb la densitat mitjana, calculada a partir de la taula 1, que serà necessària en aquells casos on el conjunt està format per vàries peces de diferent material. El càlcul és proporcional a la mida de cada subconjunt respecte el total.

Nº	Material	Densitat (g/cm^3)
1	Ferro colat	7,150
2	Bronce	8,500
3	Niló	1,130
4	Ciment	2,407
5	Fusta	0,670
6	Plàstic	1,200

Taula 1: Taula de densitats dels materials.

4.2. Funcionament

Com s'ha parlat en apartats anteriors, el mecanisme principal i activador de la resta és el tren de la marxa. Mitjançant el seu corresponent pes, que genera un moviment en el barrilet en el qual està enrotllat, es generarà una rotació en cadena del tren de rodes dentades. El barrilet o eix 1 fa una volta per hora i engrana amb la roda dentada de l'eix 2, essent la relació de transmissió i=5/64. La cadena de moviment acaba en l'escapament de roda catalina, que es mou mitjançant l'engranatge amb la roda de l'eix 2 amb i= 3/20.

L'òrgan oscil·lador o pèndol d'aquest rellotge fa que l'energia del tren d'engranatge no s'alliberi sobtadament. Per aconseguir-ho, aquest s'uneix mitjançant un eix amb l'escapament, que alhora es mou amb el tren de rodatge o tren de la marxa. L'eix té unes paletes que palpen sobre les dents de la roda catalina, controlant així el moviment de l'engranatge complert. Es podria dir que el pèndol, mitjançant el seu període d'oscil·lació, regula la velocitat del rellotge.

Solidàriament a l'eix del barrilet, hi ha una lleva de dispar que acciona una palanca per activar el tren dels quarts. Aquest tren actuarà en dependència del quart que toqui. El seu moviment, generat pel pes corresponent, de la mateixa manera que a la marxa, genera un moviment del barrilet o eix 1 dels quarts. Aquest, mitjançant la seva roda gran, engrana amb

la roda de l'eix 2 o roda intermèdia amb relació de i=1/10. La roda intermèdia serà la que reguli l'activació i el fre del mecanisme dels quarts. Un cop en moviment, aquesta roda transmet moviment a l'eix 3 amb i=1/7, la qual en el seu extrem incorpora un fre aerodinàmic que, mitjançant un trinquet, redueix l'impacte entre components dels engranatges en el moment de la frenada degut a la finalització del toc del quart corresponent.

Amb uns passador col·locats equidistants entre ells al barrilet es genera l'activació de la palanca dels quarts. Aquesta palanca mitjançant una biela transmet el moviment al martell de la campana que en el seu retorn impactarà contra la campana dels quarts, generant així el soroll corresponent del toc de campana.

De la mateixa manera, automàticament després del toc del quart quart s'activa el tren de les hores, que treballarà un cert temps en funció de l'hora que correspongui fins a finalitzar el seu toc de campanes. En aquest cas el barrilet de les hores, de majors dimensions que els anteriors, transmet moviment a la roda 2 o intermèdia amb relació i=1/8. Aquesta roda té una funció idèntica que la roda intermèdia del tren dels quarts, és a dir, l'activació i fre del mecanisme de les hores. També transfereix moviment a l'eix 3 amb relació i=1/7. El fre aerodinàmic del mecanisme de les hores és semblant al dels quarts però proporcional a les dimensions del seu tren. A diferència dels quarts el control del número del toc de campanes que correspon a cada hora, es realitza mitjançant la roda comptadora de les hores. Aquesta és la que regula quina de les 12 hores correspondrà fer sonar.

El mecanisme del toc de les hores és semblant al dels quarts però amb dimensions diferents. Aquest es mou mitjançant la palanca connectada a la biela. La palanca reposa sobre el passador del barrilet, que girarà aixecant aquesta palanca en funció de l'hora que toqui o reguli la roda comptadora.

Finalment, el rellotge disposa de tres mecanismes (un per a cada tren) per donar corda a la màquina i tornar a pujar els pesos, el descens dels quals generen moviment als seus respectius engranatges.

4.3. Càlculs analítics

4.3.1. Cinemàtica de la marxa

En primer lloc definirem la velocitat angular o de rotació dels eixos de la marxa, on:

$\omega_{M1}: velocitat\ angular\ o\ de\ rotació\ de\ l'eix\ 1\ de\ la\ marxa\ o\ barrilet$
$\omega_{M2}: velocitat\ angular\ o\ de\ rotació\ de\ l'eix\ 2\ de\ la\ marxa\ o\ roda\ intermèdia$
$\omega_{cat}: velocitat\ angular\ o\ de\ rotació\ de\ la\ roda\ catalina$

Pel que fa al moviment cinemàtic de la marxa, partim de la base que l'eix 1 o barrilet de la marxa gira a 1 volta/hora. Tal com es defineix en l'Annex B, aquesta velocitat l'anomenarem ω_{M1}

Per treballar amb el SI (Sistema Internacional) convertim a questa dada a velocitat angular ω (rad/s) on:

$$\omega_{M1} = 1\,\frac{\text{volta}}{\text{hora}} \cdot \frac{2\pi\ \text{rad}}{1\ \text{volta}} \cdot \frac{1\text{h}}{3600\text{s}} = 0.001745\ \text{rad/s} \qquad \text{(eq.1)}$$

A partir d'aquest valor apliquem l'equació de la relació de transmissió entre dos engranatges, la qual s'expressa de la següent manera:

$$i_{1\to 2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} \qquad \text{(eq.2)}$$

On:

- ω_1 és la velocitat angular d'entrada
- ω_2 és la velocitat angular de sortida
- z_1 és el número de dents de l'engranatge d'entrada
- z_2 és el número de dents de l'engranatge de sortida

Essent:

$z_{1.2} = 128\ dents$ (número de dents de l'engranatge 2 de l'eix 1)

$z_{2.2} = 10\ dents$ (número de dents de l'engranatge 2 de l'eix 2)

Substituïm els valors a l'equació 2 per obtenir la relació de transmissió entre l'eix 1 de la marxa o barrilet i l'eix 2 o roda intermèdia:

$$\mathrm{i}_{\mathrm{M1\rightarrow M2}} = \frac{10}{128} = 0.078125 \qquad \text{(eq.3)}$$

Amb la relació de transmissió de l'equació (3), i combinant l'equació (1) i la (2), obtindrem la velocitat angular de l'eix 2:

$$\omega_{\mathrm{M2}} = \frac{\omega_{\mathrm{M1}}}{\mathrm{i}_{\mathrm{M1\rightarrow M2}}} = \frac{0.001745}{0.078125} = 0.02234\ rad/s \qquad \text{(eq.4)}$$

Operant de la mateixa manera, veiem ara la velocitat angular que tindrà la roda catalina, on les rodes que engranen tenen les següents característiques:

$z_{2.3} = 60\ dents$ (número de dents de l'engranatge 3 de l'eix 2)
$z_{cat.} = 9\ dents$ (número de dents de l'engranatge de la roda catalina)

Llavors, la relació de transmissió entre l'eix 2 i la roda catalina, serà:

$$\mathrm{i}_{\mathrm{M2\rightarrow cat.}} = \frac{9}{60} = 0.15 \qquad \text{(eq.5)}$$

I la velocitat angular de la roda catalina:

$$\omega_{\mathrm{cat.}} = \frac{\omega_{M2}}{\mathrm{i}_{\mathrm{M2\rightarrow cat.}}} = \frac{0.02234}{0.15} = 0.149\ rad/s \qquad \text{(eq.6)}$$

Pel que fa a la mitja roda o eix 3 de la marxa que s'engrana per mantenir el funcionament del rellotge mentre es dona corda, tenim que:

$z_{2.1} = 72\ dents$ (número de dents de l'engranatge 1 de l'eix 2)
$z_3 = 60\ dents$ (número de dents de l'engranatge de l'eix 3)

La roda de l'eix 3 en realitat té 30 dents, ja que és una mitja roda de 180º. A efecte de càlcul haurem de considerar el dentat que tindria si fos una roda complerta.

Apliquem l'equació (2) aplicada als eixos 2 i 3;

$$i_{M2\rightarrow M3} = \frac{z_3}{z_2} = \frac{60}{72} = 0.83 \qquad \text{(eq.7)}$$

Amb la relació de transmissió entre les dues rodes trobem la velocitat angular de l'eix 3 o mitja roda de la marxa:

$$\omega_{\mathrm{M3}} = \frac{\omega_{M2}}{\mathrm{i}_{\mathrm{M2\rightarrow M3}}} = \frac{0.02234}{0.83} = 0.0268\, rad/s \qquad \text{(eq.8)}$$

Pel que fa a les velocitats angulars o de rotació de la marxa ja les tenim totes calculades, ara ens faltarà saber la velocitat lineal de descens del pes que penja de la corda enrotllada al barrilet.

Apliquem doncs la següent equació:

$$v = \omega \cdot \mathrm{r} \qquad \text{(eq.9)}$$

On:

- v és la velocitat lineal (m/s)
- ω és la velocitat angular (rad/s)
- r és el radi (m)

Sabem que el radi del barrilet és de 90mm. Combinant les equacions (1) i (9), tenim:

$$V_{PESM} = 0.001745 \cdot 0.09 = 0.00015\mathrm{m/s} \qquad \text{(eq.10)}$$

Hem pogut saber que es donava corda al rellotge cada 12h. I que l'autonomia de descens de la corda era d'uns 10m. Amb els càlculs obtinguts a l'equació (10), procedim a verificar-ho:

$$\Delta h_{PESM}\,(12h) = 0.00015\,\frac{m}{s} \cdot \frac{3600s}{1h} \cdot 12h = 6.48m \qquad \text{(eq.11a)}$$

En efecte, veiem que en el transcurs de 12 hores el pes de la marxa descendia 6.48m. Llavors podem dir que l'acció de donar corda dues vegades al dia en intervals de 12h, és correcte o, fins i tot, conservadora, ja que encara tenien més marge fins arribar als 10m possibles de descens.

Per conèixer quant de temps trigarà fins assolir aquest descens màxim de 10m, aïllem el temps de l'equació (11a), de tal manera que:

$$\Delta t\ \ (10m) = \frac{10\ m}{0.00015\frac{m}{s}\cdot 3600\frac{s}{h}} = 18.52h \qquad \text{(eq.11b)}$$

Fent els càlculs a la inversa trobem que no serà fins les 18h i 31min quan la corda es desenrotlli totalment i el pes arribi al seu descens màxim de 10m. Posteriorment al pas d'aquest temps el rellotge es pararia. Es pot dir llavors, que aquesta seria l'autonomia del rellotge per si sol sense interacció humana.

4.3.2. Cinemàtica dels quarts

Definim la velocitat angular o de rotació dels eixos dels quarts, on:

ω_{Q1}: $velocitat\ angular\ o\ de\ rotació\ de\ l'eix\ 1\ dels\ quarts\ o\ barrilet$
ω_{Q2}: $velocitat\ angular\ o\ de\ rotació\ de\ l'eix\ 2\ dels\ quarts\ o\ roda\ intermèdia$
ω_{Q3}: $velocitat\ angular\ o\ de\ rotació\ de\ l'eix\ 3\ dels\ quarts$

Pel que fa al moviment cinemàtic dels quarts, sabem que es realitza el toc de campanes cada 3 segons, i que el barrilet gira 36º entre toc i toc (ja que té 10 passadors equidistants entre ells).

Amb aquestes dades podem conèixer la velocitat angular del barrilet o eix 1 dels quarts:

$$\omega_{Q1} = \frac{36º}{3s}\cdot\frac{2\pi\ \text{rad}}{360º} = 0.209\ \text{rad/s} \qquad \text{(eq.12)}$$

Operant de la mateixa manera que a l'apartat 4.3.1, obtenim els següents valors:

$$i_{Q1\rightarrow Q2} = \frac{8}{80} = 0.1 \qquad \text{(eq.13)}$$

$$\omega_{Q2} = \frac{0.209}{0.1} = 2.09 rad/s \quad \text{(eq.14)}$$

$$i_{Q2 \to Q3} = \frac{8}{56} = 0.143 \quad \text{(eq.15)}$$

$$\omega_{Q3} = \frac{2.09}{0.143} = 14.615 rad/s \quad \text{(eq.16)}$$

Combinant les equacions (9) i (12), i coneixent que el radi del barrilet dels quarts és també de 90mm, obtenim la velocitat de descens del pes dels quarts:

$$V_{PESQ} = 0.209 \cdot 0.09 = 0.0188 \mathrm{m/s} \quad \text{(eq.17)}$$

Cal tenir present, però, que aquest tren de rodatge no actua de forma continua, sinó que ho fa durant 3s cada cop que toca un quart.

Sabem que durant el transcurs d'un hora el tren toca 10 quarts (1+2+3+4) llavors actua 10 cicles de 3s. El tren només gira un total de 30s cada hora.

De la mateixa manera que a l'equació (11a), però introduint el resultat de l'equació (18), trobem el descens produït pel pes dels quarts durant el transcurs de 12h.

$$\Delta h_{PESQ}\ (12h) = 0.0188 \frac{m}{s} \cdot \frac{30s}{1h} \cdot 12h = 6.77m \quad \text{(eq.18)}$$

Calculem ara l'autonomia del tren de rodatge dels quarts. Aplicant l'equació (11.b), tenim:

$$\Delta t\ \ (10m) = \frac{10\ m}{0.01881 \frac{m}{s} \cdot 30 \frac{s}{h}} = 17.72h \quad \text{(eq.19)}$$

Veiem doncs que no serà fins les 17h i 43min quan la corda es desenrotlli totalment i el pes dels quarts arribi al seu descens màxim de 10m. Posteriorment aquest tren del rellotge es pararia. Per tant, l'autonomia de la màquina està més limitada en el tren dels quarts que a la marxa on hem vist anteriorment que la seva autonomia era de 18h i 31min.

Estudiem a continuació què passa amb el tren de rodatge de les hores.

4.3.3. Cinemàtica de les hores

De la mateixa manera que en els casos anteriors definim la velocitat angular o de rotació dels eixos de les hores, on:

ω_{H1}: $velocitat\ angular\ o\ de\ rotació\ de\ l'eix\ 1\ de\ les\ hores\ o\ barrilet$
ω_{H2}: $velocitat\ angular\ o\ de\ rotació\ de\ l'eix\ 2\ de\ les\ hores\ o\ roda\ intermèdia$
ω_{H3}: $velocitat\ angular\ o\ de\ rotació\ de\ l'eix\ 3\ dels\ quarts$
ω_{RCH}: $velocitat\ angular\ o\ de\ rotació\ de\ roda\ comptadora\ de\ les\ hores$

En quant al moviment cinemàtic de les hores, vindrà regulat pel toc de campana. Coneixem que entre toc i toc passen 5s. En aquest cas el barrilet té 8 passadors que activen la palanca cada cop que el seu eix gira 45º (ja els 8 passadors són equidistants durant els 360º del total de la revolució del seu eix).

Llavors, podem obtenir la velocitat angular del barrilet de les hores:

$$\omega_{H1} = \frac{45º}{5s} \cdot \frac{2\pi\ rad}{360º} = 0.157\ rad/s \qquad \text{(eq.20)}$$

De forma idèntica als punts anteriors, obtenim els següents valors:

$$i_{H1\rightarrow H2} = \frac{8}{64} = 0.125 \qquad \text{(eq.21)}$$

$$\omega_{H2} = \frac{0.157}{0.125} = 1.256\ rad/s \qquad \text{(eq.22)}$$

$$i_{H2\rightarrow H3} = \frac{8}{56} = 0.143 \qquad \text{(eq.23)}$$

$$\omega_{H3} = \frac{1.256}{0.143} = 8.78 rad/s \qquad \text{(eq.24)}$$

$$i_{H1\rightarrow RCH} = \frac{78}{8} = 9.75 \qquad \text{(eq.25)}$$

$$\omega_{RCH} = \frac{0.157}{9.75} = 0.0161 rad/s \qquad \text{(eq.26)}$$

$$V_{PESH} = 0.157 \cdot 0.12 = 0.0188\text{m/s} \qquad \text{(eq.27)}$$

Aquest tren de rodatge tampoc actua de forma continua, sinó que ho fa durant 5s cada cop que toca una hora.

Sabem que durant el transcurs de 12h el tren toca 78 campanades (1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12), llavors actua 78 cicles de 5s.

De la mateixa manera que a l'equació (11a), però introduint el resultat de l'equació (27), trobem el descens produït pel pes de les hores durant el transcurs de 12h.

$$\Delta h_{PESH}\ (12h) = 0.0188\frac{m}{s} \cdot \frac{5s}{1cicle} \cdot 78cicles = 7.33m \qquad \text{(eq.28)}$$

L'autonomia de funcionament del tren de les hores serà:

$$\Delta t\ \ (10m) = \frac{10\ m}{0.0188\frac{m}{s} \cdot 5\frac{s}{cicle}} = 106.38cicles \qquad \text{(eq.29)}$$

Aquesta vegada el resultat no pot ser expressat en hores perquè dependrà de l'hora en que s'hagi iniciat el primer cicle, ja que el número de cicles o campanades per hora es variable. Podem dir que l'autonomia serà de 12h (78 cicles) i 28 cicles posteriors més. Per exemple, si s'inicia a la 1 hores, l'autonomia seria de 19h, ja que la número 20 ja no la podria tocar. En canvi si donem corda a les 10 hores, l'última hora que podria tocar al rellotge seria la catorzena, ja que la quinzena ja no podria tocar-la.

Sigui com sigui podem assegurar que, com que es donava corda cada 12h, el rellotge mai s'aturarà. Com hem vist, 12h equivaldrien a 78 cicles o tocs de campana.

Podem concloure que en el cas més crític, l'autonomia serà de 14h i 59min. I en el cas més favorable, en el qual vindrà limitada pel tren dels quarts serà de 17h i 43min. És a dir, en el cas que es deixés de donar corda, el rellotge es podria parar per si sol a partir del transcurs de 14h i 59min i com a màxim fins que passin 17h i 43min, sempre comptant a partir de l'instant en que es dona corda per última vegada.

L'autonomia total del rellotge serà variant, dins d'aquest interval, degut al tren de rodatge de les hores i en funció de l'hora en que ens trobem l'última vegada que s'hagi donat corda.

Podem dir llavors que, sigui com sigui, sense donar corda el rellotge podrà fer sonar un màxim de 106 campanades de les hores.

4.4. Càlcul del pèndol

El pèndol és l'element regulador de la marxa del rellotge i per tant la seva precisió és aspecte clau en quant al correcte funcionament de la resta del rellotge.

Tot seguit calcularem la freqüència d'oscil·lació del pèndol així com la seva longitud teòrica.

4.4.1. Freqüència

Per conèixer la freqüència amb la que el pèndol oscil·larà partirem de la base de les dades que tenim. És a dir, sabem que el pèndol és l'escapament del rellotge o, millor dit, és l'escapament o l'alliberament de tot un tren de rodatge: el de la marxa. Aquest tren inicia el seu moviment a partir del pes que penja del barrilet i sabem que aquest efectua 1 volta cada hora.

Llavors:

$$Freqüència\ (BPH) = 1\frac{volta}{hora} \cdot \frac{z_{M1.2}}{z_{M2.2}} \cdot \frac{z_{M2.3}}{z_{C2}} \cdot z_{C1} \cdot z_{EIX_PÈNDOL} \qquad \text{(eq.30)}$$

Veure Annex B.2 i B.5.

Coneixent ara els valors de les diferents incògnites, les substituïm a l'equació (30) i trobem que:

$$Freqüència\ (BPH) = 1\frac{volta}{hora} \cdot \frac{128}{10} \cdot \frac{60}{9} \cdot 21 \cdot 2 = 3584\ BPH \qquad \text{(eq.31)}$$

El resultat l'obtenim en BPH (*bites per hour*) degut a les unitats inicials de les quals partíem.

4.4.2. Període

Un cop tenim la freqüència teòrica calculem el període:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{3584BPH\frac{1h}{3600s}} \cdot 2 = 2.00892s \qquad \text{(eq.32)}$$

El període val aproximadament 2 segons, és a dir, 1 segon per el cicle "d'anada" i un altre segon per el cicle de "tornada".

4.4.3. Longitud teòrica

Se sap, degut a la realització del rellotge a escala, que la longitud del pèndol real fa 115cm. Ara, però, calcularem la seva longitud teòrica.

És conegut que, per a oscil·lacions de magnitud petita, el període es podrà expressar com :

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \qquad \text{(eq.33)}$$

On:

- *T* és el període d'oscil·lació (s)
- *l* és la longitud del pèndol
- *g* és l'acceleració de la gravetat (m/s^2)

Aïllem ara el factor de la longitud:

$$l = \frac{T^2 \cdot g}{4 \cdot \pi^2} \qquad \text{(eq.34)}$$

Substituïm a l'equació (34) els valor coneguts per obtenir la longitud teòrica del pèndol:

$$l = \frac{2.00892^2 \cdot 9.81}{4 \cdot \pi^2} = 1.00\text{m} \qquad \text{(eq.35)}$$

Trobem que la longitud correcte del pèndol seria d'1m. Això ens fa pensar que aquesta diferència respecte la longitud real del pèndol, que és de 1,15m, és degut a que la vareta que aguanta la llentia té massa i no la podem negligir.

Normalment, en el que es coneix com a pèndol simple, es pren el pes de la vareta o corda com a nul. Es considera el pèndol com una massa puntual que penja d'un fil de massa pràcticament nul·la. En aquestes condicions, el valor de la longitud teòrica del pèndol coincidiria amb el valor real, però en el nostre cas veiem que en la realitat la longitud és superior. Entenem que és degut a que el centre de gravetat no està en el centre de la llentia sinó en un punt de la vareta el qual, teòricament, estarà a 1m del centre de rotació del pèndol.

5.Isocronisme i Rellotgeria

5.1. Isocronisme del pèndol

El terme *isocronisme* prové del grec i vol dir 'igual temps'. A la teoria es coneix com la igualtat de la duració de les oscil·lacions d'un pèndol.

Està demostrat científicament que en les oscil·lacions que descriuen arcs de petita amplitud, les duracions entre elles són menors que si els arcs fossin més grans. La duració d'aquestes amplituds mai és la mateixa i, quan parlem del pèndol com a òrgan regulador d'un rellotge, encara ho són menys. Aquest fet demostra la manca d'isocronisme del pèndol utilitzat, en aquest cas, com a òrgan regulador.

Hi ha una sèrie de factors que accentuen aquesta manca d'isocronisme. Aquests provoquen alteracions en l'amplitud de les oscil·lacions, fet que deriva en variacions en el període d'aquestes. A continuació destaquem els més rellevants:

- La resistència de l'aire
- Diferències de temperatura
- Les forces de fricció que hi actuen
- La pressió atmosfèrica
- Les variacions d'humitats

Aquestes petites diferències, que fan que una oscil·lació no sigui exactament isòcrona, en realitat en petits períodes de temps són inapreciables, i ens permet simplificar un pèndol com a isòcron a efectes matemàtics. El que passa doncs és que aquestes petites diferències en rellotgeria, al haver-hi repeticions continuades, fa que s'acumuli una petita variació que amb el pas del temps i de les oscil·lacions ens farà perillar la precisió del rellotge. Alhora es pot dir que tot i aquesta inexactitud, s'utilitza aquest mecanisme per a la regulació dels rellotges i es considera notablement òptima.

5.1.1. Pèndol cicloïdal de Huygens

Teòricament es diu que no és impossible la realització d'un pèndol isòcron. L'astrònom, físic i matemàtic holandès Christiaan Huygens (1629-1695) investigant sobre el comportament de la corba cicloide, va descobrir que si la trajectòria del pèndol es realitzés de manera que es descrivís un cicloide en comptes d'un cercle, es reduirien considerablement els errors comesos per petites oscil·lacions com a conseqüència de la simplificació en el càlcul del període.

Va ser doncs, gràcies a la geometria, que es va descobrir la manera de fer un pèndol isòcron. Ja en aquest nou mètode el període d'oscil·lació era independent de l'amplitud. A la figura 34 veiem la trajectòria que realitza un cicloide '*BAC*' en comparació amb la trajectòria en forma de cercle del pèndol convencional '*GAF*'.

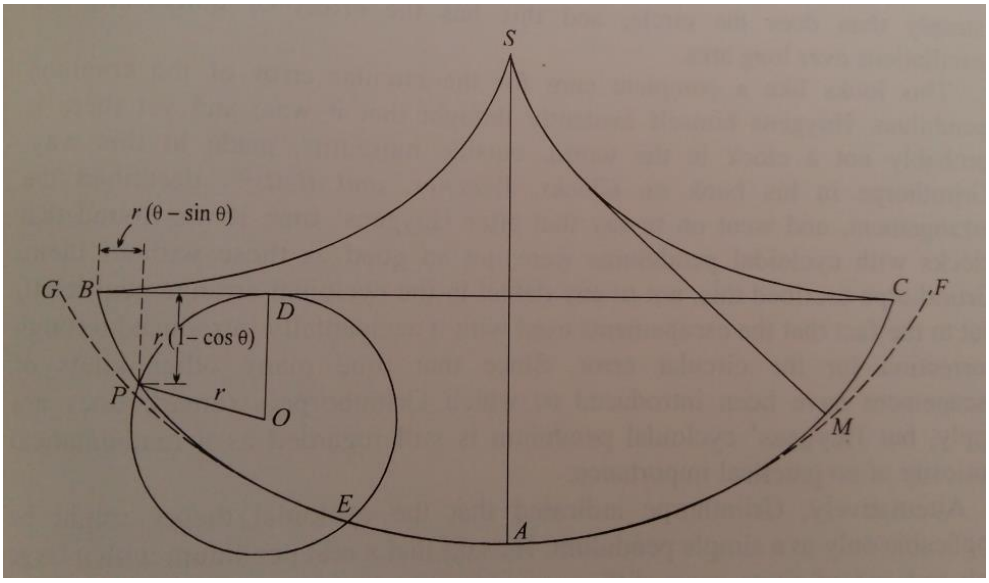


Figura 34: Trajectòria del cicloide en comparativa a la del pèndol convencional.
A.L.Rawlings. The Science of Clocks & Watches. British Horological Institute Ltd,1993

La corba del cicloide s'extreu de la trajectòria que descriu el punt P al fer rodar el cercle PDE sobre la part inferior de la recta BC. L'arc circular presenta el seu centre al punt S i sempre que descrigui el recorregut BAC tindrà un temps periòdic independentment de la longitud de l'arc i de la seva amplitud. D'aquesta manera es demostra el pèndol cicloïdal de Huygens.

Comparant les trajectòries '*BAC*' i '*GAF*' s'aprecia que per a oscil·lacions de petites amplituds les corbes descriuen trajectòries idèntiques. Serà només en oscil·lacions de major amplitud quan la corba del cicloide descriu una trajectòria on el seu radi de curvatura es disminueix envers la trajectòria convencional.

La forma de modificar la corba original s'aconseguia introduint el que es coneix com a làmines semi cicloides, on a l'altura d'aquestes la prolongació del pèndol ha de ser flexible de tal manera que en el moment que contactin amb la barra, aquesta es corbi fent reduir les distancies 'SG' i 'SF' en 'SB' i 'SC' respectivament. Veiem un exemple d'aquest mecanisme a la figura 35.

Figura 35: Làmines semi cicloides d'un pèndol de Huygens.

5.1.2. Període teòric mitjançant la sèrie de Taylor

Com hem vist en apartats anteriors i en l'equació (33), el període d'oscil·lació d'un pèndol de petites amplituds només dependrà de la variable longitud, ja que els altres factors que intervenen són constants. Cal dir que l'equació (33) és una aproximació considerant $\sin \alpha \approx \alpha$, per a angles de petita magnitud. En realitat el període real d'oscil·lació d'un pèndol es pot desenvolupar com una sèrie de Taylor, tal com es mostra seguidament:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^2 sin^4\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \cdots\right] \qquad \text{(eq.36)}$$

On:

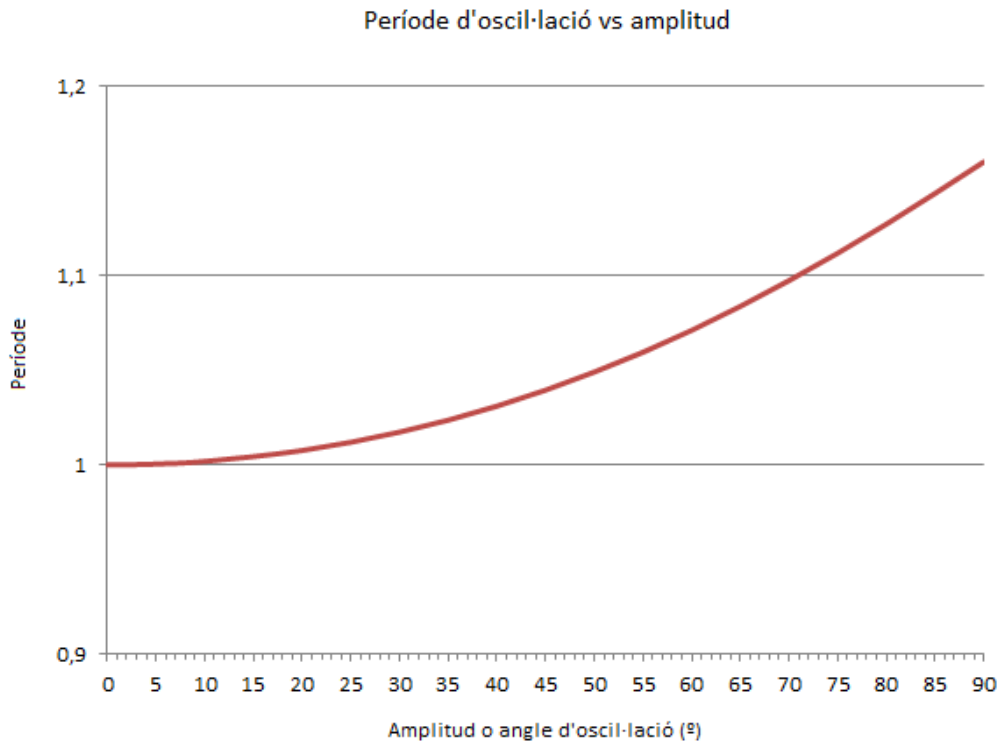
- *T* és el període d'oscil·lació (s)
- *l* és la longitud del pèndol
- *g* és l'acceleració de la gravetat (m/s^2)
- *α* és l'amplitud angular màxima (rad)

Seguidament s'ha calculat el valor del període normalitzat substituint diferents angles d'amplitud a la sèrie. Tenim el resultats a la taula 2 i podem veure que per angles petits el període es pràcticament igual a 1, però a mesura que l'angle augmenta el període s'allunya del valor unitari.

Angle (º)	Període (Normalitzat)
0	1,000000
1	1,000090
2	1,000076
3	1,000171
4	1,000304
5	1,000475
10	1,001899
20	1,007660
30	1,017376
40	1,031164
50	1,049135
60	1,071289
70	1,097460
80	1,127296
90	1,160153

Taula 2: Valors del període en funció de l'angle

A taula 3 veiem gràficament com evoluciona el valor del període calculat amb la sèrie de Taylor per a diferents angles compresos entre 0 i 90º. El resultat és una corba logarítmica tal com podem veure a continuació.



Taula 3: Corba característica del valor del període en funció de l'augment d'amplitud

5.1.3. Error període simplificat vs període teòric

En aquest apartat veurem doncs l'error comès al calcular el període amb la forma simplificada en comparació al valor teòric que s'obtindrà calculant-ho mitjançant el mètode de la sèrie de Taylor.

Sabem que l'expressió per al càlcul de l'error relatiu és:

$$Error_{relatiu}(\%) = \left|\frac{T_{real} - T_{simplificat}}{T_{real}}\right| \cdot 100 \qquad \text{(eq.37)}$$

On;

- T_{real} és el període d'oscil·lació (s) obtingut mitjançant la sèrie de Taylor
- $T_{simplificat}$ és el període d'oscil·lació (s) obtingut amb l'expressió simplificada

Se sap que el pèndol en el nostre cas oscil·larà amb un angle de 8.42º, obtingut a través de la mesura in-situ al rellotge, de la distància horitzontal que recorre el pèndol en mitja oscil·lació. Amb aquesta distància i la llargada del pèndol, trigonomètricament trobem aquest valor. El substituïm en l'equació (36), i trobem un període real de 2.00877 segons.

Amb el valor obtingut en el càlcul de l'equació (32), i el valor del període calculat mitjançant la sèrie de Taylor trobem l'error relatiu:

$$Error_{relatiu}(\%) = \left|\frac{2.00877 - 2.00892}{2.00877}\right| \cdot 100 = 0.0075\% \qquad \text{(eq.38)}$$

Tal com era d'esperar l'error comès és pràcticament nul, però s'ha realitzat el càlcul per demostrar que l'expressió simplificada no sempre serà correcte per a determinats valors d'amplitud.

5.2. Factors influents en l'isocronisme

A l'hora de realitzar el disseny d'un pèndol en rellotgeria es tenen en compte diferents factors, els quals amb el pas del temps s'ha demostrat científicament que són de vital importància per mantenir l'isocronisme del pèndol del rellotge. En els següents punts es tracten aquest fenòmens.

5.2.1. Resistència de l'aire

El pèndol, com sabem, és un element que és mou a través de l'aire. Llavors durant aquest moviment, i de la mateixa manera que qualsevol cos mòbil, se li oposarà la resistència de l'aire.

Es coneix com a resistència de l'aire a la força que frena l'avenç d'un cos a través de l'aire. Aquesta força serà sempre de sentit oposat a la velocitat del cos. És per aquest motiu que podem afirmar que la resistència de l'aire és un factor que influirà en l'isocronisme del pèndol, atès que provoca variacions en l'amplitud de les seves oscil·lacions.

Pel que fa l'aerodinàmica doncs, sabem que la geometria del pèndol o de la seva llentia afectarà directament a la resistència que l'aire oposarà en realitzar el seu avenç. És a dir, com menys aerodinàmic sigui el disseny de la geometria de la llentia més resistència hi haurà i viceversa.

Aquesta força de resistència es calcula amb la següent expressió:

$$F_r = \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 \cdot C_x \cdot A \qquad \text{(eq.39)}$$

On:

- F_r és la força de resistència de l'aire (N)
- ρ és la densitat de l'aire (kg/m^3)
- v és la velocitat relativa del cos respecte de l'aire (m/s)
- C_x és el coeficient de penetració aerodinàmica
- A és la superfície frontal (m^2)

Si apliquéssim aquesta fórmula en el nostre cas segurament trobaríem una resistència pràcticament menyspreable, ja que el disseny de la llentia afavoreix l'avenç del pèndol pràcticament sense resistència. Però imaginem ara que giréssim la llentia 90º respecte el seu eix vertical. En aquesta situació ara seria tota la part frontal del cercle que ens faria augmentar la variable 'A' a la fórmula, augmentat considerablement el valor de la

resistència. Llavors, i tot i que són petits detalls, s'han de tenir en compte quan es vol aconseguir un correcte isocronisme.

5.2.2. Diferències de temperatura

Un dels factors climatològics que més influeix en l'isocronisme del pèndol són les diferències de temperatura que s'arriben a produir. A més a més, en el nostre cas, coneixent la ubicació del rellotge dins la Catedral, sabem que estava sotmès a les temperatures més extremes tant a l'hivern com a l'estiu.

Qualsevol material metàl·lic pateix contracció/dilatació a l'estar sotmès als gradients de temperatura que es generen durant les estacions de l'any. Per exemple, amb elevada temperatura el pèndol es dilatarà i augmentarà la seva longitud, fet que provocarà una alteració del període del pèndol, factor que alhora repercutirà en la precisió de la màquina. Es pot deduir que amb temperatures fredes passarà totalment el contrari però amb igual repercussió final, és a dir, l'alteració del funcionament.

Aquesta alteració dels metalls amb el canvi de temperatura serà més accentuat o menys en funció del coeficient de dilatació tèrmica de cada material. L'increment de longitud que es generarà es calcula amb la següent expressió:

$$\Delta L = L \cdot \Delta T \cdot \alpha \qquad \text{(eq.40)}$$

On;

•ΔL és l'increment de longitud (m)
• L és la longitud inicial (m)
• ΔT és l'increment de temperatura (ºC)
• α és el coeficient de dilatació tèrmica ($ºC^{-1}$)

A mode d'exemple sabem que el nostre pèndol té les següents característiques:

L=1.15m
$\alpha_{ferro} = 12 \cdot 10^{-6}\ ºC^{-1}$

Agafarem com a temperatura ambient 25ºC. Anem a calcular la variació de longitud que es generaria en un dia calorós d'estiu on es podria arribar als 40ºC.

$$\Delta L = 1{,}15 \cdot (40 - 25) \cdot 12 \cdot 10^{-6} = 0.000207\text{m} \qquad \text{(eq.41)}$$

En aquestes condicions climatològiques veiem com la longitud ens augmentarà, fet que conseqüentment segons l'equació (33), ens farà augmentar també el període d'oscil·lació. Al variar el període perdem precisió en el funcionament del rellotge.

Ens apareix aquí un problema complex, ja que necessitaríem una temperatura fixa o invariable per al perfecte funcionament de la màquina. Això esdevé impossible, per això es van anar implementant diferents solucions per dissuadir aquest fenomen. A continuació s'expliquen algunes d'aquestes solucions alternatives.

Materials amb menor coeficient de dilatació tèrmica

A la taula adjunta a l'*Annex C* veiem que hi ha un material conegut com 'Invar', el qual té un coeficient de dilatació tèrmica pràcticament negligible. L'Invar, també anomenat FeNi36, és un aliatge compost principalment de ferro i níquel tot i que també incorpora altres metalls en fraccions més petites. Alguns d'aquest serien manganès, carboni i crom.

L'Invar és doncs un metall que serveix a la perfecció per evitar alteracions en quant a la longitud del pèndol, evitant així problemes d'isocronisme. Actualment aquest material, igual que el quars, s'utilitza sovint en aplicacions de rellotgeria, topografia, equips de mesura de laboratori, sensors sísmics, etc.

Compensació de temperatura

En rellotgeria, quan es parla de pèndols termo-compensats, es fa referència als dissenys utilitzats en la seva construcció per corregir les variacions de longitud provocades per les variacions de temperatura ambiental.

Hi ha varies solucions per a aquest problema. Una d'elles és la introducció de mercuri en l'interior de la llentia del pèndol. D'aquesta manera, amb un augment de temperatura la barra del pèndol s'allarga, i també ho fa el mercuri, però en sentit contrari, mantenint així el centre de gravetat del pèndol en la mateixa posició. S'ha de tenir en compte que la longitud per a calcular el període es mesura des del punt d'oscil·lació fins al centre de gravetat del total de la peça. Realitzant aquest ajustament s'aconsegueix que el període quedi constant.

Cal dir, però, que la solució més utilitzada pel que fa al problema de compensació tèrmica va ser el que es coneix com a *pèndul de graella*, inventat per John Harrison l'any 1726. Aquest sistema de compensació està basat en la introducció de barres de diferents coeficients d'expansió tèrmica. Es munten barres de baixa dilatació (més llargues) conjuntament amb altres d'alta dilatació (més curtes), aquestes en sentit contrari, tal com veiem a la figura 36.

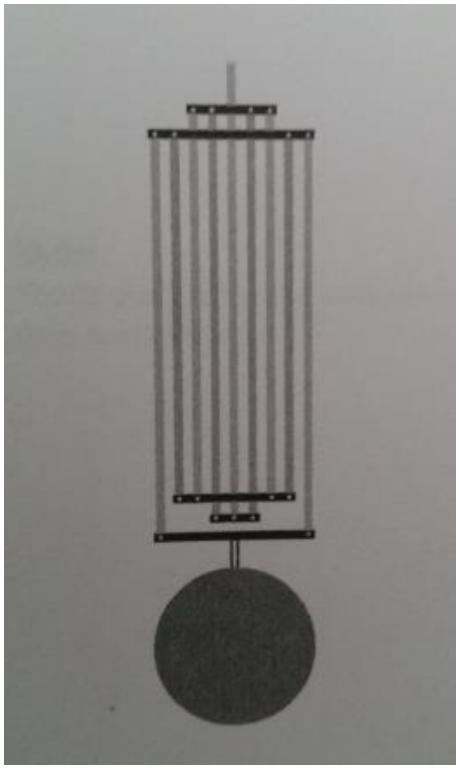


Figura 36: Pèndol de graella amb compensació tèrmica. *Gregory L.backer & James A.Blackurn. The pendulum. Oxford University Press, 2005*

En aquest sistema s'aconseguia una compensació degut a que les barres de baixa dilatació efectuaven un canvi en la seva longitud, que alhora era contrarestat per les barres d'alta dilatació. Al estar en sentit contrari, el sumatori dels increments de longitud de les diferents barres ha de ser 0. Podem veure a la figura 37 un exemple de la graella de Harrison on es poden veure les barres amb els seus increments de longitud.

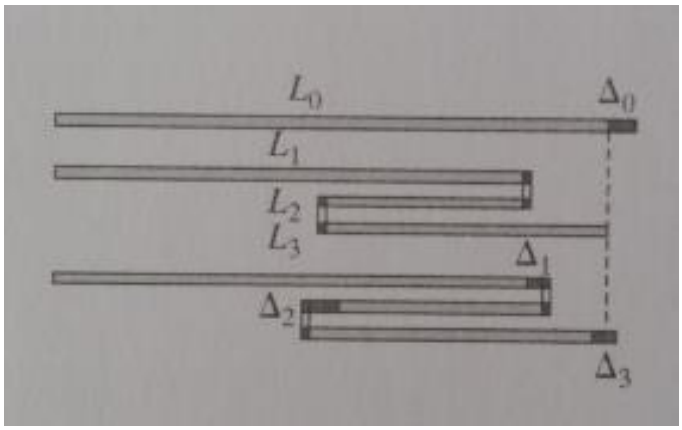


Figura 37: Principi del compensador de temperatura per graella. *Gregory L.backer & James A.Blackurn. The pendulum. Oxford University Press, 2005*

En aquest cas i mitjançant els diferents coeficients de dilatació del materials de les barres, s'ha de complir la següent expressió:

$$(\Delta_1 - \Delta_2 + \Delta_3) = 0 \qquad \text{(eq.42)}$$

També s'ha de tenir en compte la diferència que existeix en la inèrcia tèrmica dels materials. Per aquest motiu el diàmetre de les barres era diferent, així la compensació per longitud tenia lloc a la mateixa velocitat pels dos materials. En cas contrari, es podria observar que durant un període de temps el pèndol no estaria correctament compensat i provocaria, temporalment, una manca de precisió en la màquina.

5.2.3. Les forces de fricció que hi actuen

En el nostre rellotge ens apareix un altre problema degut a la fricció. A banda de les friccions en els recolzaments dels eixos i en els engranatges, en el suport del pèndol tenim una articulació en el gir de la qual, i mitjançant el contacte, hi haurà energia que es dissiparà en forma de calor degut a la fricció entre les dues peces. D'aquesta manera també ens afectarà en la correcta sincronització del període del pèndol.

Podem veure a la figura 38 com s'articula el rellotge en aquest punt.

Figura 38. Articulació-unió entre el suport fixe i el pèndol del rellotge de la Catedral de Girona.

La solució que s'utilitza en aquests casos i en rellotgeria moderna és el que es coneix com a la suspensió del rellotge. A la figura 39 veiem diferents suspensions de rellotges actuals. Un extrem d'aquestes va fixat al suport del pèndol, evitant així el moviment, i l'altre extrem va fixat a la barra del pèndol movent-se així solidari amb ella. D'aquesta manera, s'evita que apareguin pèrdues per fricció, ja que les làmines metàl·liques que uneixen els dos extrems de la suspensió són flexibles i són les que transmetran el moviment de gir del pèndol. Aquestes làmines alhora faran d'articulació i d'unió del pèndol amb el seu suport.

Figura 39. Suspensions de rellotges.

5.2.4. La pressió atmosfèrica

En funció de la ubicació geogràfica del rellotge i de les condicions ambientals, la pressió atmosfèrica variarà. És per aquesta raó que la precisió del rellotge no serà perfecte. Sabem que el pèndol i la seva llentia es desplacen en un mar d'aire i és per aquest motiu que si varia la pressió d'aquest aire, farà que la velocitat del pèndol disminueixi o augmenti en funció d'aquesta variació generada en l'atmosfera.

Indirectament aquesta variació de la pressió ve generada per una canvi en la densitat, ja que la pressió és directament proporcional a la densitat en qualsevol fluid.

Tot i això no entrarem en detall en aquest apartat ja que el fenomen de la variació atmosfèrica només es compensa en rellotges de precisió molt elevada. El problema es pal·lia amb la introducció del que es coneix com a compensador baromètric.

5.2.5. Les variacions d'humitats

De la mateixa manera que a l'apartat anterior, la humitat també afectarà en l'isocronisme del pèndol, ja que canvis d'humitat faran variar la densitat de l'aire. Si varia la densitat en l'ambient també ens repercutirà, tal com hem vist anteriorment, en la pressió atmosfèrica.

En definitiva, hi ha molts factors climatològics que ens afecten i que compliquen el disseny de qualsevol rellotge mecànic. Això ens dona una idea de per què en el nostre cas, al ser un rellotge del segle XVI, hi apareixien tants problemes d'exactitud que mai es van poder solucionar del tot. Hem de ser conscients que tots aquest avenços que inclouen molts dels rellotges actuals, en aquella època es desconeixien, ja que la tecnologia no havia evolucionat tant.

5.3. Escapaments

L'escapament és una de les parts més importants del rellotge mecànic. Aquest subconjunt de la maquinària té una doble funció: per una banda, controlar la velocitat del tren d'engranatges de la marxa; per l'altra, mantenir les oscil·lacions del pèndol amb els petits impulsos que genera. Aquestes dues funcions s'alimenten recíprocament, o sigui, el pèndol controla les oscil·lacions de les paletes de l'escapament que, alhora, controlen la velocitat del tren d'engranatges de la marxa. Però són aquestes paletes les que transmeten el xoc

amb la roda d'escapament al pèndol per mantenir les seves oscil·lacions. Aquest dispositiu es el que genera el soroll tic-tac del rellotges mecànics.

Cal dir que existeixen més de 200 diferents tipus d'escapaments. Tot i això tractarem els més utilitzats, els qual es classifiquen en tres tipus en funció de l'acció que realitzen:

- Escapament de retrocés
- Escapament de repòs
- Escapament lliure

5.3.1. Escapament de retrocés

En aquest tipus d'escapament, a diferència dels altres, la roda de l'engranatge avança pas a pas i després de cada avanç pateix un lleuger retrocés imposat per l'escapament. És per aquest motiu que rep el nom de retrocés.

L'escapament del rellotge modelat en aquest treball es coneix com de roda catalina o de paletes i està dins el grup de l'escapament de retrocés. Va ser un tipus utilitzat a partir del s.XIV, i va ser el principal durant uns 350 anys fins que va ser substituït per l'escapament de cilindre primer i d'àncora posteriorment. Aquests dos eren de millor precisió que l'utilitzat en el nostre cas.

L'escapament per roda catalina és un dels més senzills, i alhora uns del que aporta menys exactitud, ja que oscil·la amb amplituds relativament grans, fet que com hem vist amb anterioritat influeix negativament en l'isocronisme del rellotge. Podem dir llavors que aquest tipus de mecanisme no era massa bo.

A la figura 40 veiem una vista lateral d'un escapament de roda catalina convencional. El número de dents de la roda de la corona ha de ser imparell per al correcte funcionament. En el nostre cas la roda té 21 dents.

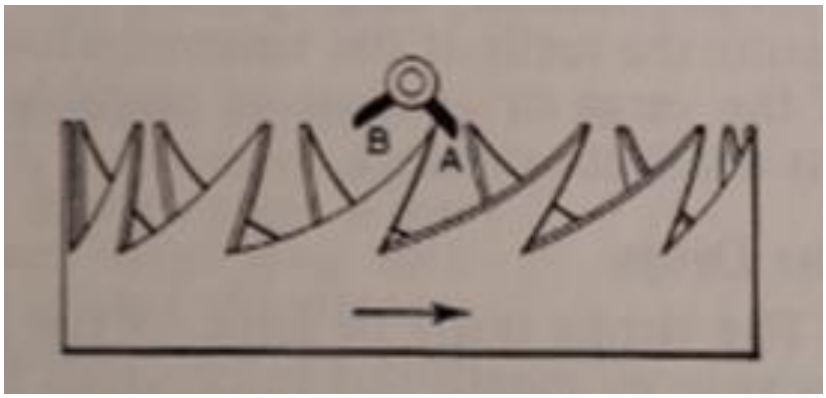


Figura 40. Vista lateral d'una corona convencional de l'escapament de roda catalina. *W.J.Gazeley. Clock & Watches Escapements. St Edmundsbury Press Limited, 1956*

5.3.2. Escapament de repòs

L'escapament de cilindre és el més important en aquest grup. Va ser inventat per Thomas Tompion l'any 1695, i posteriorment millorat per George Graham, entre molts altres. Principalment consisteix en un cilindre o tub d'acer amb la paret lateral parcialment tallada, figura 41, per tal que pugui entrar una dent de la corona d'escapament. Aquesta dent empeny la paret lateral del cilindre, el qual gira solidari amb el voltant, realitzant així l'escapament el rellotge.

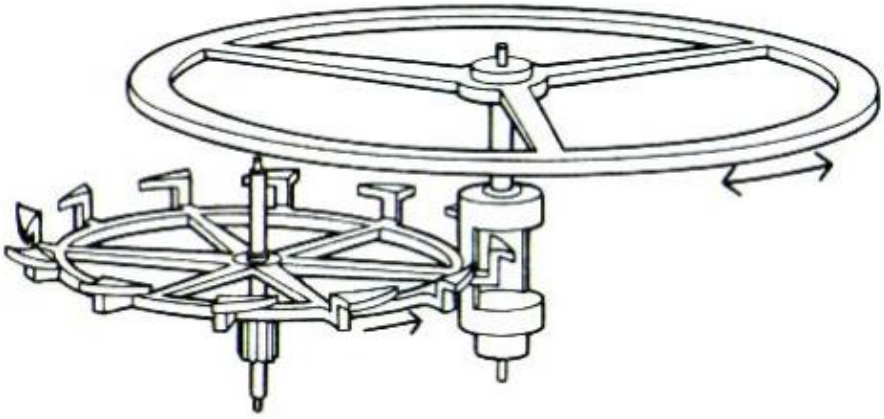


Figura 41. Vista lateral del conjunt de l'escapament de cilindre.

Inicialment, les primeres rodes construïdes eren de llautó. Amb el pas del temps es va optar per l'acer com a material principal per a la construcció tant del cilindre com de la roda.

També es va arribar a construir el cilindre de rubí, però no va perdurar durant molt de temps degut al seu alt cost i a la insuportable competència ja de l'escapament d'àncora.

5.3.3. Escapament lliure

Hi ha diferents tipus d'escapament lliures, però bàsicament el prototip més utilitzat es coneix com a escapament d'àncora. Tot i que hi ha varis dissenys dins dels escapaments d'àncora en parlarem del més reconegut, el de Graham.

L'escapament d'àncora principal va ser inventat sobre el 1730 per George Graham. Es considera com el millor escapament de rellotges. Es diu que per transmetre la seva potència motriu, cal que sigui constant, i aquest tipus ho és, és a dir, està en continu moviment. Es diferencia dels altres en que l'impuls no es dóna directament al volant, sinó que hi ha una peça intermèdia (àncora), que rep l'impuls sobre les seves pales i transmet el moviment al corresponent volant o pèndol.

La millor opció per un escapament d'àncora seria una roda de 30 dents, on les pales arriben a tenir una extensió on incorporin entre 8 i 14 dents. A la figura 42 veiem un exemple, on les pales de l'àncora engloben fins a 14 dents de la roda.

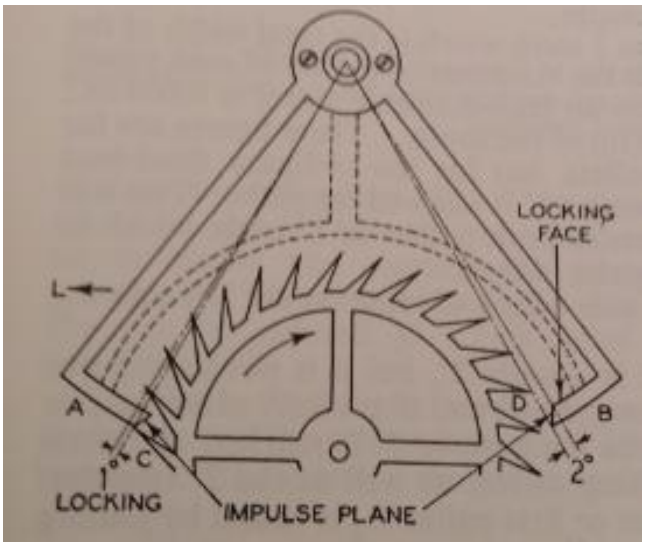


Figura 42. Vista frontal d'un escapament d'àncora de Graham. *W.J.Gazeley. Clock & Watches Escapements. St Edmundsbury Press Limited, 1956*

Amb el pas del temps es va veure que en aquest tipus d'escapament el contacte de les pales amb les dents era crític, i que calia millorar-ho i prestar-hi molta atenció al disseny de les pales per temes de fricció, sobreescalfament, fatiga, etc. Cal dir que van haver diversos dissenys posteriors pel que fa ales pales amb l'objectiu de millorar la seva precisió .

6.Material multimèdia

En aquest apartat s'exposarà l'objecte del projecte, la realització del material multimèdia. Aquest material queda a total disposició del Museu d'Història de la Ciutat de Girona, amb la finalitat de difondre'l allà on ho trobin oportú.

S'han realitzat, a més del plànols i modelatge de les peces, una animació per subconjunts on es veu com es munta la totalitat del rellotge i una simulació del funcionament on es pot veure com operava el rellotge, introduint diferents seqüències amb els seus detalls corresponents amb la finalitat de facilitar la visualització d'aquest vídeos.

6.1. Animació de l'ensamblatge

Pel que fa a l'ensamblatge, l'objectiu era que qualsevol persona pogués entendre i visualitzar les diferents parts del rellotge. En la realització del vídeo, els diferents subconjunts de la màquina han estat agrupats entre ells en funció del conjunt del rellotge al que pertanyen. També s'han separats per colors, amb la seva corresponent llegenda on queden identificats.

Bàsicament l'objectiu d'aquest vídeo és fer una presentació de la màquina, descomposta prèviament en les seves parts més significants.

El vídeo es pot trobar a la següent ubicació:
CD-ROM/4.Vídeos/1.Animació_Ensamblatge

Mitjançant aquest vídeo es pretén que l'espectador pugui identificar en el rellotge que tindrà davant totes les peces que es mostren en l'animació. També pretén ubicar a tot aquell que posteriorment visualitzi el vídeo de la simulació. Ho podrà fer perquè els vídeos quedaran exposats en una pantalla annexa al rellotge real, col·locada al museu.

La presentació, inclou un total de 6 seqüències:

1. Estructura
2. Mecanisme Marxa
3. Mecanisme Tocs Quarts
4. Mecanisme Tocs Hores

5. Martells i Campanes
6. Columnes donar corda

6.2. Simulació del funcionament

Un cop s'ha realitzat la familiarització amb el rellotge mitjançant la visualització del vídeo de l'ensamblatge, l'objectiu ara és fer entendre el seu funcionament. Cal dir que hi ha certes limitacions a l'hora de poder reflectir o explicar alguns moviments en concret a partir d'un vídeo, per això en aquesta memòria s'ha entrat més en detall en aspectes els quals podria ser que no s'especifiquessin de manera clara en el vídeo.

Aquest vídeo es pot trobar a la següent ubicació:

CD-ROM/4.Vídeos/2.Simulació_funcionament

Per poder realitzar la simulació del funcionament del rellotge a la realitat, s'ha partit de la base de les condicions mecàniques i cinemàtiques prèviament calculades en aquesta memòria.

La simulació del funcionament inclou un total de 7 seqüències:

1. Funcionament del mecanisme de la marxa
2. Preparació/Activació mecanisme quarts
3. Toc d'un quart
4. Toc de dos quarts
5. Toc de tres quarts
6. Toc dels 4 quarts + toc de les hores (concretament les 10h)
7. Funcionament del mecanisme de donar corda

7.Resum del pressupost

En aquest projecte s'ha establert com a pressupost el cost total del sumatori dels costos de recerca i desenvolupament, els costos de treball de camp, els costos d'amortització del programari utilitzat, els costos de la realització material i els costos generals.

Finalment el cost total del projecte de modelatge, simulació i animació del mecanisme d'un rellotge del S.XVI puja a la quantitat de:

5.354 € iva inclòs.

Cinc mil tres-cents cinquanta-quatre euros

8.Conclusions

En la realització d'aquest projecte han sorgit diversos inconvenients, a partir de l'inicial desconeixement que tenia del món rellotger. També he hagut de passar hores examinant el rellotge, degut a que aquest no disposava de cap càlcul, ni manual, ni document on s'expliqués detalladament el seu funcionament. És a dir pràcticament tota la feina s'ha començat des de zero.

Un aspecte que m'ha sorprès és la dificultat que apareix a l'hora de buscar llibres, publicacions, articles o material web en català o castellà sobre rellotgeria o rellotges mecànics en particular. És pot dir que a l'estat espanyol, no es té una cultura rellotgera intensa, en comparació amb altres països de la unió europea, fet que dificulta la tasca de recerca.

Pel que fa a l'objecte d'estudi, el rellotge de la Catedral de Girona, s'ha demostrat durant aquesta memòria que no era un aparell precís, degut, entre altres aspectes, a l'època de la seva construcció, ja que, per exemple, el tipus d'escapament és dels menys precisos que han existit mai i que no va ser fins a anys després que es van millorar.

Per dir-ho d'alguna manera, pel que fa a la repercussió social, crec que s'apropará la màquina en concret a tot el públic interessat en el seu coneixement. En definitiva, persones de totes les edats tindran l'opció de visualitzar al museu el material multimèdia presentat en aquest projecte, amb la finalitat d'entendre el funcionament d'una màquina tan important i amb tanta repercussió històrica per la ciutat durant tants segles.

En l'àmbit personal, m'ha permès descobrir un món fins ara desconegut, com es el món rellotger. Mai m'havia endinsat a fons en el disseny mecànic i cinemàtic, o en l'estudi dels corresponents components dels rellotges mecànics, que propicien el seu correcte funcionament, així com l'estudi de factors climatològics, els quals poden arribar fins i tot a alterar la seva precisió.

Finalment he de dir que tots els objectius preestablerts en la introducció del projecte, han estat assolits satisfactòriament. Tots els punts que es varen acordar tractar abans de la realització del treball s'han pogut dur a terme i espero que pugui arribar a ser útil en qualsevol moment i a qualsevol persona que mostri interès en el coneixement d'aquesta màquina del S.XVI.

9.Relació de documents

La relació de documents que conformen aquest projectes és la següent:

I. Memòria

Inclou els següents annexes:

- Annex A: Propietats físiques
- Annex B: Característiques engranatges
- Annex C: Coeficient de dilatació tèrmica

II. Plànols

III. Pressupost

IV. Vídeos (format digital)

10.Bibliografia

• Autodesk. *Diseño y modelado de productos* www.autodesk.es/products/inventor/features/all.com 4 Abril 2016.

• A. L. Rawlings. *The Science of Clocks & Watches.* British Horological Institute Ltd. London, 1993.

• Carles González i Rodolf Casas. *El rellotge de la Catedral de Girona. Història i tècnica.* Museu d'Història de Girona. Girona, 2012.

• Carles González i Gustau Torres. *Conferència Comptant el Temps.* Museu d'Història de Girona. http://www.girona.cat/museuhistoria/cat/novetats.php , 31 Gener 2016.

• Gregory L. Baker. *The pendulum*. Oxford University Press. Oxford, 2005.

• Jaume Marquès i Casanovas. *El rellotge de la Catedral. Revista de Girona, núm 99.*

• Mark V. Headrick. Clock and watch escapament mechanics, 1997 http://www.nawcc-index.net/Articles/Headrick-EscMechanics.pdf , 11 Juliol 2016.

• Robert J.Matthys. *Accurate Clock Pendulums*. Oxford University Press. Oxford, 2004.

• Vicente Viana Martínez. *Manual edición de vídeo para principiantes con el programa VideoPad.* http://vviana.es/doc/Manual%20de%20edicion%20video_Video%20Pad.pdf , 10 Juny 2016.

• W. J. Gazeley. Clock & Watch Escapements. Edmundsbury Press Limited. Great Britain, 1956.

11. Declaració del projecte complert

Posteriorment a la realització de tots els documents adjunts, i amb la informació exposada en aquesta memòria, es dóna per finalitzat el present projecte.

Girona, Setembre de 2016

Víctor Claver Aguilera

ANNEX A: Propietats físiques

A.1. Introducció

En aquest apartat de l'Annex veurem de forma detallada les propietats físiques dels diferents conjunts i subconjunt de la màquina. S'han extret unes taules mitjançant el programa Inventor on s'especifiquen, per a cada subconjunt, les següent propietats físiques.

- Material de la peça corresponent
- Densitat del material
- Volum total de cada subconjunt
- Pes parcial i total de cada conjunt

Realitzant el sumatori dels diferents subconjunts de la màquina, el rellotge en el seu conjunt tindrà un pes de 1654.2 kg. En aquest pes total no estan inclosos els mecanismes dels tocs dels quarts i de les hores, ja que a la realitat no hi són i són elements que pertanyen a la catedral.

Cal dir que fins ara no es coneixia cap aproximació del pes del rellotge, i en cas que s'hagués de fer un trasllat o calcular un forjat que l'aguantés, ara es disposaria dels valors dels pesos, fet que facilitaria aquestes tasques.

A.2. Taules de propietats físiques per conjunts.

Conjunt	Subconjunt	Material	Densitat mitjana (g/cm^3)	Volum (cm^3)	PES (kg)
ESTRUCTURA	BANCADA	1	7,150	101985,5	729,2
	SOPORT_INFERIOR	1	7,150	3330,2	23,8
	SOPORT_SUPERIOR	1	7,150	3173,3	22,7
	SOPORT_CATALINA	1	7,150	266,5	1,9
	SOPORT_PENDOL	1+2	7,169	511,7	3,7
	SOPORT_Q1	1+2	7,243	2279,0	16,5
	SOPORT_Q2	1+2	7,255	2009,8	14,6
	SOPORT_H1	1+2	7,243	2279,2	16,5
	SOPORT_H2	1+2	7,235	2543,7	18,4
	SOPORT_FRONTAL	1+2	7,229	1877,5	13,6
	SOPORT_EIX_PENDOL	1+2	7,308	122,4	0,9
	SOPORT_POSTERIOR	1+2	7,195	3698,9	26,6
	SOPORT_EIX_M	1+2	7,180	650,8	4,7
	SOPORT_PALANCA_H	1+2	7,257	772,6	5,6
	SOPORT_PALANCA_Q	1+2	7,508	229,8	1,7
	SOPORT_MITJA_RODA	1	7,150	511,7	3,7
	SOPORT_M	1+2	7,229	1985,6	14,4
				TOTAL:	**918,4**

Taula 2: Propietats físiques dels subconjunts de l'estructura

Conjunt	Subconjunt	Material	Densitat mitjana (g/cm^3)	Volum (cm^3)	PES (kg)
MECANISME MARXA	PENDOL	1+2	7,847	423,1	3,3
	EIX_PENDOL	1	7,150	431,3	3,1
	RODA CATALINA	2	8,500	686,1	5,8
	EIX_M1	1	7,150	17981,2	128,6
	EIX_M2	1	7,150	1413,3	10,1
	EIX_M3	1	7,150	440,2	3,1
	CORDA_M	3	1,130	1031,9	1,2
	PES_M	4	2,407	4188,8	10,1
				TOTAL:	**165,3**

Taula 3: Propietats físiques dels subconjunts del mecanisme de la marxa

Conjunt	Subconjunt	Material	Densitat mitjana (g/cm^3)	Volum (cm^3)	PES (kg)
MECANISME QUARTS	ACTIVA_Q	1	7,150	584,5	4,2
	EIX_Q1	1	7,150	15208,6	108,7
	EIX_Q2	1	7,150	2117,5	15,1
	EIX_Q3	1	7,150	945,2	6,8
	EIX_Q4	1	7,150	1207,2	8,6
	PALANCA_Q	1	7,150	2630,9	18,8
	FRE_Q	1	7,150	421,0	3,0
	TRINQUET_Q	2	8,500	54,2	0,5
	PALETA TRINQUET_Q	2	8,500	14,8	0,1
	CORDA_Q	3	1,130	1031,9	1,2
	PES_Q	4	2,407	14137,2	34,0
				TOTAL:	**201,1**

Taula 4: Propietats físiques dels subconjunts del mecanisme dels quarts

Conjunt	Subconjunt	Material	Densitat mitjana (g/cm^3)	Volum (cm^3)	PES (kg)
TOCS QUARTS	BIELA_Q	1	7,150	1611,2	11,5
	MARTELL_Q	1	7,150	3151,9	22,5
	CAMPANA_Q	2	8,500	2390,4	20,3
				TOTAL:	**54,4**

Taula 5: Propietats físiques dels subconjunts del mecanisme dels tocs dels quarts

Conjunt	Subconjunt	Material	Densitat mitjana (g/cm^3)	Volum (cm^3)	PES (kg)
MECANISME HORES	ACTIVA_H	1	7,150	354,2	2,5
	EIX_H1	1	7,150	23578,3	168,6
	EIX_H2	1	7,150	2123,1	15,2
	EIX_H3	1	7,150	942,7	6,7
	EIX_H4	1	7,150	1162,9	8,3
	RODA_H5	1	7,150	1904,8	13,6
	PALANCA_H	1	7,150	2639,3	18,9
	FRE_H	1	7,150	1462,0	10,5
	TRINQUET_H	2	8,500	203,9	1,7
	PALETA TRINQUET_H	2	8,500	59,0	0,5
	CORDA_H	3	1,130	1351,5	1,5
	PES_H	4	2,407	33510,3	80,7
				TOTAL:	**328,7**

Taula 6: Propietats físiques dels subconjunts del mecanisme de la marxa

Conjunt	Subconjunt	Material	Densitat mitjana (g/cm^3)	Volum (cm^3)	PES (kg)
TOCS HORES	BIELA_H	1	7,150	811,2	5,8
	MARTELL_H	1	7,150	3151,9	22,5
	CAMPANA_H	2	8,500	27098,1	230,3
				TOTAL:	**258,7**

Taula 7: Propietats físiques dels subconjunts del mecanisme dels tocs de les hores

Conjunt	Subconjunt	Material	Densitat mitjana (g/cm^3)	Volum (cm^3)	PES (kg)
DONAR CORDA	DONAR CORDA MARXA	1+2+5+6	5,514	2.044,6 €	11,3
	DONAR CORDA QUARTS	1+2+5+6	5,514	2.044,6 €	11,3
	DONAR CORDA HORES	1+2+5+6	6,048	2.997,9 €	18,1
				TOTAL:	**40,7**

Taula 8: Propietats físiques dels subconjunts del mecanisme de donar corda

ANNEX B: Característiques engranatges

B.1.Codificació engranatges.

Per poder diferenciar els diferents engranatges entre ells, els definirem amb la següent codificació:

Aα.β

On:

- A: és el mecanisme al qual pertanyen (M: marxa; Q: quarts; H: hores; C: roda catalina)
- α: número d'eix al que pertanyen
- β: número de roda dentada de l'eix

<u>Exemple:</u>

M2.3

Correspondria a la roda dentada número 3 de l'eix 2 del mecanisme de la marxa.

A continuació definim les característiques de totes les rodes dentades de la màquina en funció del tren de rodatge al que corresponen.

B.2.Engranatges mecanisme de la marxa.

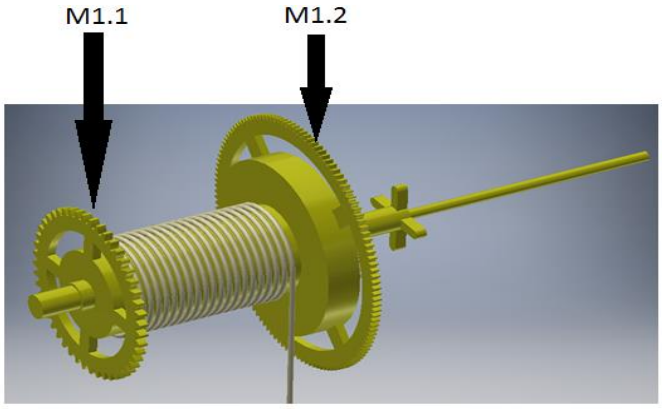


Figura 9: Codificació dels engranatges de l'eix 1 de la marxa

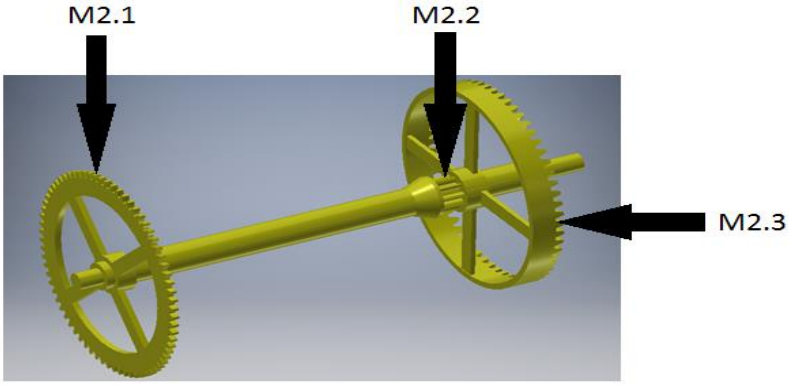


Figura 9: Codificació dels engranatges de l'eix 2 de la marxa

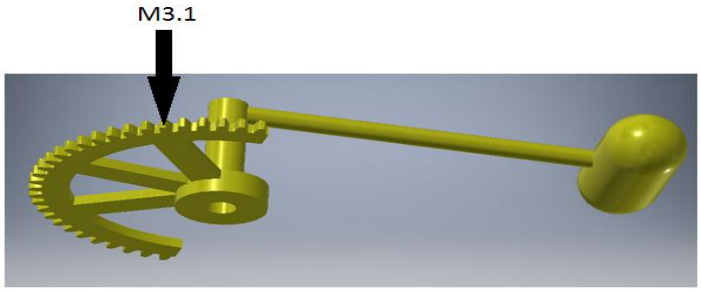


Figura 9: Codificació de l'engranatge de l'eix 3 de la marxa

Engranatge	M1.1	M1.2	M2.1	M2.2	M2.3	M3.1
z (nº de dents)	48	128	72	10	60	60 (30 en180º)
m (mòdul en mm)	7	4	4	4	5	4
Dp (Diàmetre primitiu en mm)	336	512	288	40	300	240
α (angle de pressió en º)	20	20	14,5	20	14,5	14,5
b (gruix en mm)	15	14	16	30	8	16

Taula 9: Característiques dels engranatges de la marxa

B.3.Engranatges mecanisme dels quarts.

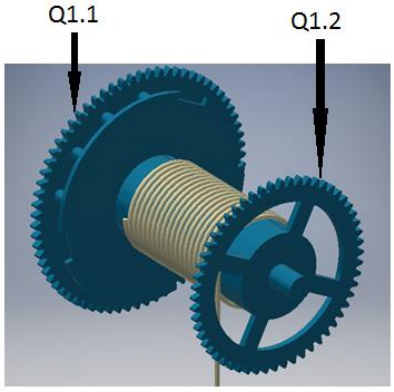


Figura 9: Codificació dels engranatges de l'eix 1 dels quarts

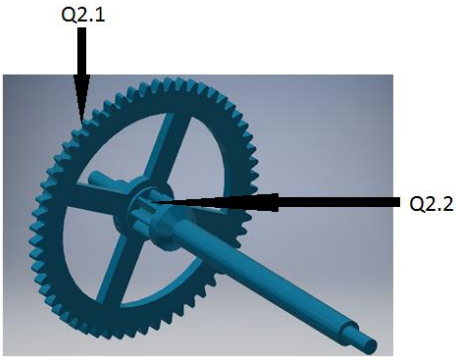


Figura 9: Codificació dels engranatges de l'eix 2 dels quarts

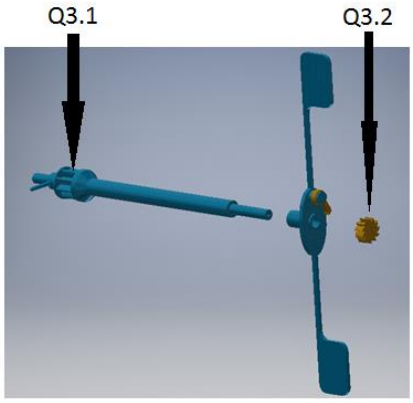


Figura 9: Codificació de l'engranatge de l'eix 3 dels quarts

Engranatge	Q1.1	Q1.2	Q2.1	Q2.2	Q3.1	Q3.2
z (nº de dents)	80	56	56	8	8	11
m (mòdul en mm)	7	7	7	7	7	------
Dp (Diàmetre primitiu en mm)	560	392	392	56	56	------
α (angle de pressió en º)	20	20	20	20	20	------
b (gruix en mm)	16	14	16	50	50	25

Taula 9: Característiques engranatges dels quarts

B.4.Engranatges mecanisme de les hores

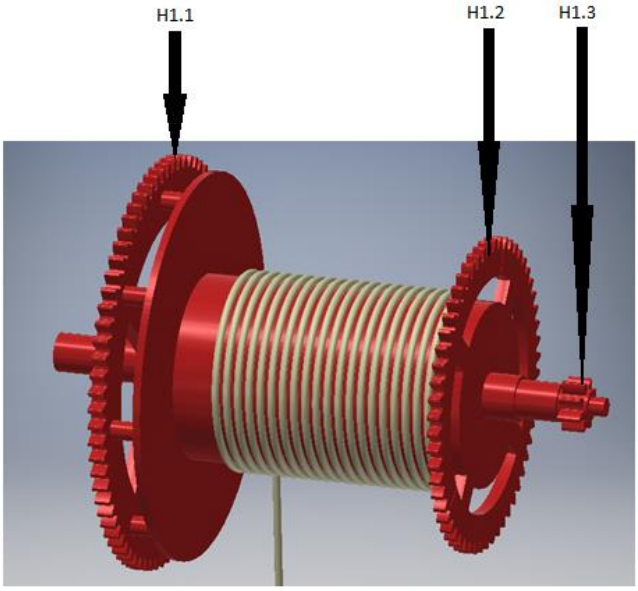


Figura 9: Codificació dels engranatges de l'eix 1 de les hores

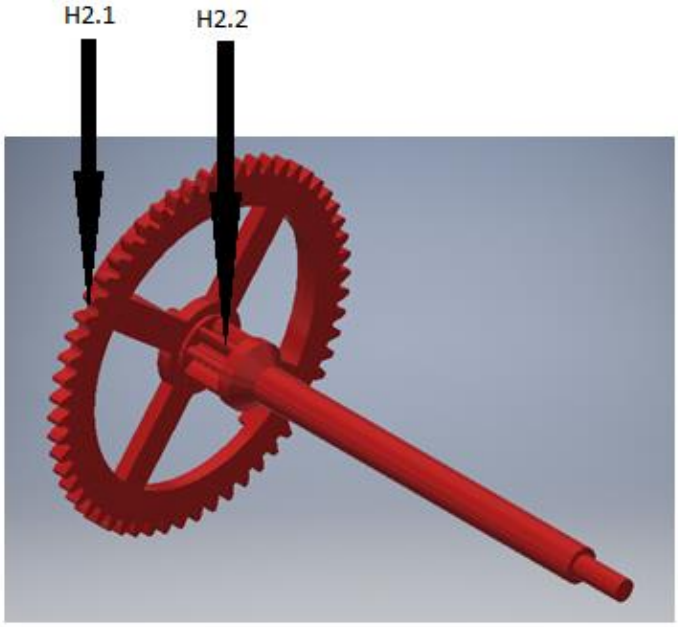


Figura 9: Codificació dels engranatges de l'eix 2 de les hores

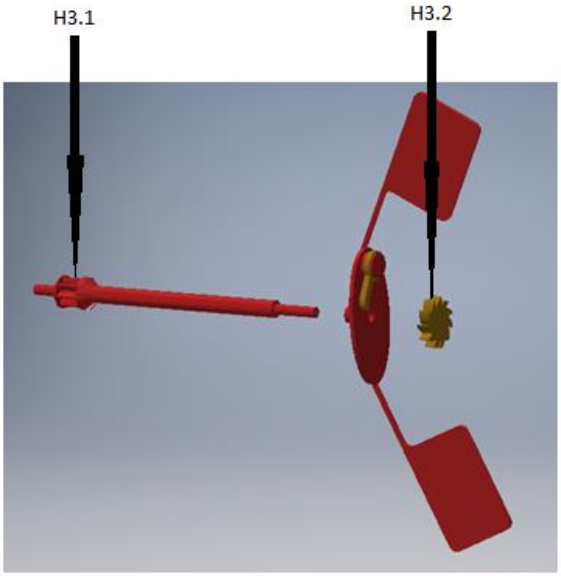


Figura 9: Codificació de l'engranatge de l'eix 3 de les hores

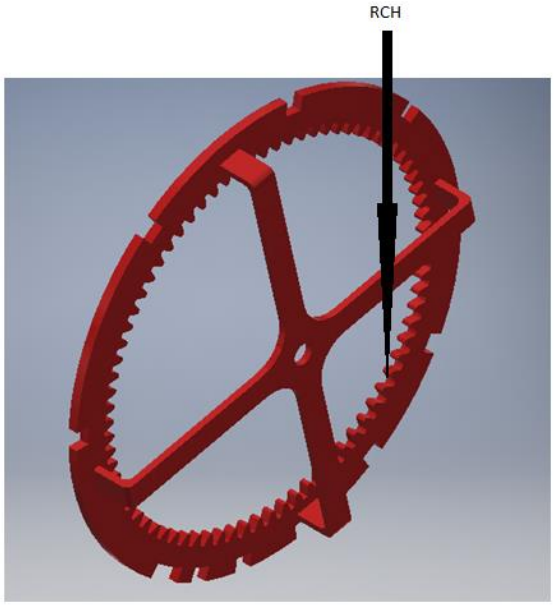


Figura 9: Codificació de la roda comptadora de les hores.

Engranatge	H1.1	H1.2	H1.3	H2.1	H2.2	H3.1	H3.2	RCH
z (nº de dents)	64	56	8	56	8	8	11	78
m (mòdul en mm)	7	7	7	7	7	7	-----	7
Dp (Diàmetre primitiu en mm)	448	392	56	392	56	56	-----	546
α (angle de pressió en º)	20	20	20	20	20	20	-----	20
b (gruix en mm)	20	16	30	16	50	50	25	14

Taula 9: Característiques engranatges de les hores

B.5.Engranatges escapament

Figura 9: Codificació de la roda catalina.

Engranatge	C1	C2
z (nº de dents)	21	9
m (mòdul en mm)	-----	5
Dp (Diàmetre primitiu en mm)	-----	45
α (angle de pressió en º)	-----	14,5
b (gruix en mm)	10	50

Taula 9: Característiques dels engranatges de l'escapament de tipus roda catalina

B.6.Engranatges del mecanisme de donar corda

En aquest cas es mostra només la codificació del mecanisme de donar corda de les hores. Cal tenir present que per al mecanisme de la marxa i dels quarts seria igual però només amb la roda DC1.1 que veiem a la figura 9, és a dir, sense la roda multiplicadora.

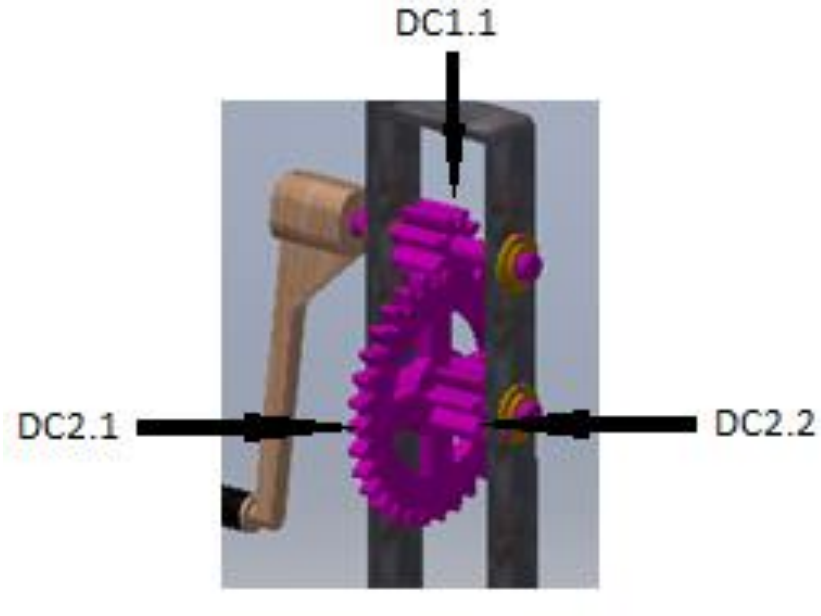


Figura 9: Codificació engranatges de donar corda

Engranatge	DC1.1	DC2.1	DC2.2
z (nº de dents)	8	32	8
m (mòdul en mm)	7	7	7
Dp (Diàmetre primitiu en mm)	56	224	56
α (angle de pressió en º)	20	20	20
b (gruix en mm)	50	16	50

Taula 9: Característiques dels engranatges del mecanisme de donar corda de les hores.

ANNEX C: Coeficient de dilatació tèrmica

En aquest annex es mostren els corresponents coeficients de dilatació tèrmica d'alguns dels materials més comuns.

A la taula 9 es poden veure el valors dels coeficients considerant una temperatura ambient de 25ºC**.**

Material	α (10^(-6)ºC)	Material	α (10^(-6)ºC)
Formigó	8 ~ 12	Ferro	12
Or	14	Plom	30
Alumini	23	Coure	17
Quars	0,4	Diamant	1,2
Vidre borosilicat	3,3	Polipropilè	150
Safir	5,3	Silicona	2,56
Acer	12	Plata	19
Invar	0,4	Zinc	30
Gel	51	Grafit	8
Vidre Pyrex	3,2	PVC	52
Carbur de silici	2,77	Acer inoxidable	10,1 ~ 17,3

Taula 9: Coeficients de dilatació tèrmica a $T_{amb} = 25ºC$.