



La probabilidad en educación primaria

De lo que debería enseñarse a lo que se enseña

Ángel Alsina
Universidad de Girona

Claudia Vásquez
Pontificia Universidad Católica de Chile

En este artículo se revisan en primer lugar los conocimientos probabilísticos que deberían enseñarse en educación primaria a partir de las orientaciones curriculares del *National Council of Teachers of Mathematics*, y los currículos español y chileno; y en segundo lugar se analizan los conocimientos que se trabajan en dos colecciones de libros de texto, al ser considerados el recurso mayoritario para enseñar matemáticas. Se concluye que el trato que se da a la probabilidad en los libros de texto no está siempre en concordancia con las directrices curriculares, por lo que se hace necesario un replanteamiento riguroso para que los alumnos aprendan lo que deberían aprender.

PALABRAS CLAVE

- PROBABILIDAD
- CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS
- LIBRO DE TEXTO
- EDUCACIÓN PRIMARIA

La probabilidad se ha incorporado en los currículos de educación primaria con el objeto de promover el aprendizaje de conocimientos que sirvan de base para la recogida, descripción e interpretación de datos, junto con la toma de decisiones en situaciones de incertidumbre. En este sentido, el *National Council of Teachers of Mathematics* incluyó *Datos y Azar* como área temática en *Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics*, reforzando esta iniciativa en *Principles and Standards for School Mathematics*, los cuales proponen que los alumnos deberían aprender conocimientos relacionados con el análisis de datos y la probabilidad a partir de los tres años. Esta tendencia se ha reflejado en los currículos de matemáticas de muchos países, como por ejemplo España y Chile, que incorporan el estudio de la probabilidad desde las primeras edades para proporcionar una experiencia estocástica a los alumnos.

Desde un punto de vista histórico-epistemológico, coexisten diversos significados relevantes de la probabilidad en el contexto de la matemática escolar (imagen 1). Estos significados fundamentan la teoría de la probabilidad, y otorgan mode-



Imagen 1. Significados de la probabilidad en el contexto de la matemática escolar

los para fenómenos donde la falta de certeza en los resultados es notable.

Batanero, Henry y Parzys (2005) indican que, para una enseñanza idónea de la probabilidad, es fundamental adoptar una perspectiva de modelización en la que estos significados se complementen, lo que requiere profesorado con una base sólida de conocimientos didácticos y disciplinares. Sin embargo, muchos maestros de educación primaria no han recibido formación al respecto (Vásquez y Alsina, 2014), por lo que se apoyan en los libros de texto ya que permiten interpretar el currículo y seleccionar tareas matemáticas.

Desde este prisma, se revisan las orientaciones curriculares sobre la probabilidad en educación primaria del NCTM (2000) y los currículos español (MECD, 2014) y chileno (MINEDUC, 2012) para luego analizar qué conocimientos sobre probabilidad se acaban enseñando, considerando a los libros de texto como principal recurso.

LOS DISTINTOS SIGNIFICADOS DE LA PROBABILIDAD Y SU PRESENCIA EN EL CURRÍCULO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

En el contexto de la matemática escolar, coexisten distintos significados de la probabilidad:

- *Significado intuitivo*: utiliza términos de uso común para referirse a la incertidumbre y expresar el grado de creencia en relación a sucesos inciertos.
- *Significado laplaciano*: considera la probabilidad de un suceso como la proporción del número de casos favorables al número de casos posibles, siempre que todos los resultados sean igualmente probables.

En el contexto de la matemática escolar, coexisten distintos significados de la probabilidad

- *Significado frecuencial*: plantea la asignación de probabilidades de un suceso a partir de la frecuencia relativa observada en un gran número de repeticiones, permitiendo estimar la probabilidad del suceso.
- *Significado subjetivo*: se fundamenta en la confianza que una persona deposita sobre la verdad de una determinada proposición, por lo que no está unívocamente determinada. La probabilidad depende del observador y de lo que éste conoce del suceso en estudio.
- *Significado axiomático*: concibe la probabilidad como un tipo especial de medida, vinculándola con la teoría de la medida. Este enfoque establece axiomas a satisfacer y, por la rigurosidad matemática que conlleva, se desaconseja su estudio en educación primaria.

Respecto a las orientaciones curriculares, el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000) propone iniciar el estudio de la probabilidad desde educación infantil hasta bachillerato. En relación con la educación primaria, el desarrollo de los conocimientos de probabilidad pasa por diferentes fases:

- Actividades informales, centradas en juicios que emiten los alumnos con base en sus propias experiencias empleando términos como «seguro», «probable» o «imposible».
- Experimentos aleatorios con material concreto para comenzar a cuantificar la posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso.
- Cálculo de probabilidad de sucesos compues-

tos sencillos, dejando para la siguiente etapa el cálculo de probabilidad de sucesos dependientes e independientes, así como conceptos de mayor complejidad.

En relación con el currículo español (MECD, 2014), el NCTM considera los siguientes contenidos:

- Recogida y clasificación de datos cualitativos y cuantitativos.
- Construcción de tablas de frecuencias absolutas y relativas.
- Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales.
- Análisis crítico de las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos.
- Carácter aleatorio de algunas experiencias.
- Iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso.

A grandes rasgos, los conocimientos probabilísticos en el currículo español mantienen un paralelismo con el currículo americano, y se refieren básicamente a los significados intuitivo, laplaciano y frecuencial de la probabilidad, con algunos matices vinculados al significado subjetivo.

Respecto al currículo chileno (Mineduc, 2012), se recogen los siguientes objetivos de aprendizaje para el eje de datos y probabilidades:

- Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre él mismo y el entorno, usando bloques, tablas de conteo y pictogramas.
- Recolectar y registrar datos para responder preguntas estadísticas sobre juegos con monedas y dados, usando bloques y tablas de conteo y pictogramas.
- Registrar en tablas y gráficos de barra simple, resultados de juegos aleatorios con dados y monedas.



- Registrar y ordenar datos obtenidos de juegos aleatorios con dados y monedas, encontrando el menor y el mayor, y estimando el punto medio entre ambos.
- Realizar experimentos aleatorios lúdicos y cotidianos, y tabular y representar mediante gráficos de manera manual o con software educativo.
- Describir la posibilidad de ocurrencia de un evento en base a un experimento aleatorio, empleando los términos «seguro», «posible», «poco posible», «imposible».
- Comparar probabilidades de distintos eventos sin calcularlas.
- Conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, de manera manual o usando software educativo.

Como puede apreciarse, se distinguen también tres fases:

1. Plantear distintos tipos de situaciones y preguntas, en un contexto familiar y de interés para los alumnos, que permita distinguir los datos que son pertinentes para responder.
2. Organizar y analizar datos a través de distintos registros que permitan realizar inferencias para responder a las situaciones y preguntas.
3. Adquirir nociones básicas de probabilidad para su aplicación en situaciones de la vida diaria y para su estudio con mayor profundidad en etapas posteriores. Así, pues, se aborda la probabilidad desde un punto de vista intuitivo y más bien ligado a una visión frecuentista.

LA PROBABILIDAD EN LOS LIBROS DE TEXTO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Se han examinado dos colecciones de libros de texto, española y chilena respectivamente: la primera formada por 18 cuadernos (tres por nivel) concebidos como material de apoyo para mejorar y evaluar la competencia matemática (Alsina, 2015); y la segunda formada por seis libros (uno por nivel), que el Ministerio de Educación chileno distribuye gratuitamente para la asignatura de matemáticas (Rocamora y otros, 2013; Rodríguez y Carreño, 2013). Para evaluar ambas colecciones se han seguido algunos pasos de la metodología de Cobo (2003), como la selección de capítulos que abordan la probabilidad y la clasificación de definiciones, propiedades, representaciones y justificaciones prototípicas para determinar los elementos de significado con base en los objetos matemáticos de las orientaciones curriculares. En la colección española (imagen 2), la probabilidad se trata en todos los niveles (cuadro 1, pp. 50-51) y a partir de actividades competenciales contextualizadas.

primaria 4º grado 4

CONTENIDOS: REPRESENTACIÓN DE DATOS

actividad competencial 4

6. Juegos de azar
Unos niños juegan con dados, con monedas y con fichas. Lee con atención cada uno de los experimentos que hacen y completa las frases con la palabra adecuada.

1. Un niño lanza un dado al aire, es _____ que salga un 8.
seguro probable imposible Puntuación

2. Una niña lanza una moneda al aire, es _____ que salga cara.
seguro probable imposible Puntuación

3. Una niña coloca 2 fichas rojas y 4 fichas azules en una bolsa. Si saca una ficha, es _____ que sea azul.
seguro probable imposible Puntuación

4. Un niño coloca 5 fichas amarillas y 10 fichas verdes en una bolsa. Si saca una ficha, es _____ que sea roja.
seguro probable imposible Puntuación

5. Una niña lanza 10 veces una moneda al aire. Es _____ que salgan tantas caras como cruces.
seguro probable imposible Puntuación

Puntuación máxima: 5 puntos Correcto: 7 puntos Erróneo: 3 puntos Puntos: 3 puntos

Imagen 2. Adquisición de lenguaje probabilístico (C4 A6)

Curso	Cuaderno (C)/ Actividad competencial (A)	Contenidos	Páginas
1.º	C1 A6/A11	Organización de datos en una tabla. Diagrama de barras.	12-13 22-23
	C2 A6/A11	Organización de datos en una tabla. Diagrama de barras. Hechos posibles e imposibles.	
	C3 A6/A11	Hechos seguros, probables e improbables.	
2.º	C4 A6/A11	Juegos aleatorios con dados, monedas y fichas. Resolver problemas extrayendo datos de un gráfico.	
	C5 A6/A11	Recogida de datos, organización en tablas, representación e interpretación. Gráfico de barras. Hechos imposibles, probables y seguros.	
	C6 A6/A11	Recogida de datos, organización en tablas, representación e interpretación. Gráficos de barras dobles. Pictogramas.	
3.º	C7 A6/A11	Recoger datos utilizando técnicas de recuento, ordenando los datos atendiendo a criterios de clasificación y expresando el resultado en forma de tabla o gráfico.	
	C8 A6/A11	Construir, leer e interpretar pictogramas y gráficos de barra simple con escala, de acuerdo a información recolectada o dada. Experimentos justos e injustos (igual y diferente probabilidad de sucesos).	
	C9 A6/A11	Representar datos usando diagramas de puntos. Gráficos lineales. Sucesos numéricos y no numéricos: imposibles, probables, seguros.	
4.º	C10 A6/A11	Realizar encuestas, analizar los datos y comparar con los resultados de muestras aleatorias, usando tablas y gráficos. Recoger datos utilizando técnicas de recuento. Lectura de información explícita o implícita. Recoger datos utilizando técnicas de recuento.	
	C11 A6/A11	Gráficos de barras dobles/de dos características. Resolución de problemas en los cuales es necesario extraer información de tablas o gráficos.	
	C12 A6/A11	Introducción a la cuantificación de la probabilidad de un hecho.	
5.º	C13 A6/A12	Análisis de las convenciones para la construcción de gráficos de barras.	12-13 24-25
	C14 A6/A12	Introducción al cálculo de probabilidades.	
	C15 A6/A12	Gráficos lineales de dos características. Combinatoria.	

Curso	Cuaderno (C)/ Actividad competencial (A)	Contenidos	Páginas
6.º	C16 A6/A12	Lectura de datos para responder preguntas. Tablas y gráficos: lineales de tres características; de tallo y hojas.	
	C17 A6/A12	Variables estadísticas: frecuencia relativa y absoluta, desviación y mediana. Cálculo de probabilidades. Introducción (implícita) a la regla de Laplace. Error aleatorio.	
	C18 A6/A12	Gráfico de sectores. Variables estadísticas: frecuencia absoluta y relativa, media y moda. Razonamiento estadístico.	

Cuadro 1. Presencia de la probabilidad en los libros de texto españoles

Respecto a la colección chilena (imagen 3), en algunos libros los contenidos se presentan de forma explícita en unidades y lecciones completas (2.º, 4.º y 5.º). En cambio, en otros, se presenta de manera implícita, como en el texto de 3.º, que aborda la probabilidad a través de problemas vinculados a otras unidades. Cabe señalar que los libros de texto de 1.º y 6.º no presentan contenidos de probabilidad, en disonancia con el currículo (cuadro 2, en la página siguiente).

Una vez analizada la presencia de la probabilidad, se realizó un análisis de los distintos objetos matemáticos presentes en los libros, del cual se infiere que la probabilidad es abordada principalmente desde un enfoque intuitivo, para luego incluir de manera progresiva los significados frecuencial y laplaciano, identificándose, en algunos casos, un leve acercamiento a la interpretación subjetiva de la probabilidad.

CONCLUSIONES

La enseñanza de la probabilidad en los libros de texto es abordada desde una perspectiva más bien intuitiva, fundamentada en el uso de lenguaje coloquial. Este enfoque favorece el desarrollo del pensamiento probabilístico, sobre todo en las primeras edades, pero progresivamente debería avanzar hacia

el uso de un lenguaje probabilístico que permita alcanzar un aprendizaje en profundidad. Por ello, es necesario que los libros presenten situaciones-problema adecuadas para el desarrollo del pensamiento probabilístico, que permitan a los alumnos adquirir los conceptos y propiedades claves asociadas a un estudio integral de la probabilidad sin dejar de lado sus significados, aspecto que se da de forma desigual en las dos colecciones analizadas.

En síntesis, pues, aún sin haber analizado otras colecciones de libros de texto, puede concluirse que, en términos generales, el trato que dan a la probabilidad no está siempre en absoluta concordancia con las directrices curriculares. Por tanto, es necesario un replanteamiento riguroso sobre el



Imagen 3. Definición asociada al concepto de sucesos seguro, probable e imposible (2.º)

Curso	Unidad	Lecciones	Páginas
1.º	No presenta contenidos.	No presenta contenidos.	
2.º	U10: Gráficos y probabilidad.	L10.6: eventos probables y poco probables. L10.7: Seguro, probable e imposible.	236-243
3.º	U7: Medición. U8: Fracciones. U9: Datos y gráficas.	L7.1: Hora, media hora y cuarto de hora. L8.6: Hacer una tabla y buscar patrón. L9.8: Usar tablas y gráficos para sacar conclusiones.	172-173 204-205 226-227
4.º	U11: Gráficos y probabilidad.	L11.6: Resultados y experimentos.	256-275
5.º	U15: Probabilidad.	L1: Resultados posibles. L3: Hacer predicciones. L4: Probabilidad como fracción. L5: Probabilidad experimental.	364-388
6.º	No presenta contenidos.		

Cuadro 2. Presencia de la probabilidad en los libros de texto chilenos

trato de los contenidos matemáticos en general, y los de probabilidad en particular, para que los alumnos aprendan lo que deberían aprender, sobre todo considerando que el libro de texto sigue siendo el recurso mayoritario para enseñar matemáticas en educación primaria. ◀

Referencias bibliográficas

ALSINA, Á. (2015): *Matepractic. Desarrolla y evalúa tu competencia matemática*. Barcelona. Casals.

BATANERO, C.; HENRY, M.; PARZYSZ, B. (2005): «The nature of chance and probability», en JONES, G.: *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*. Nueva York. Springer, pp. 15-37.

COBO, B. (2003): *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria*. Tesis doctoral. Granada. Universidad de Granada.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN (2012): *Bases Curriculares 2012: Educación Básica Matemática*. Santiago de Chile. Unidad de Currículum y Evaluación.

«Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria».

Boletín Oficial del Estado, núm. 52, pp. 19349-19420.

ROCAMORA, P.; RIQUELME, M.; AINARDI, V.; LDUNATE, V.; FALCONI, P.; CHALA, J. (2013): *Matemática 5.º y 6.º básico*. Santiago de Chile. Galileo.

RODRÍGUEZ, M.; CARREÑO, X. (2013): *Matemática 1.º, 2.º, 3.º y 4.º básico*. Santiago de Chile. Pearson Educación de Chile.

VÁSQUEZ, C.; ALSINA, Á. (2014): «Enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria. Un desafío para la formación inicial y continua del profesorado». *Números*, núm. 85, pp. 5-23.

Dirección de contacto

Ángel Alsina
 Universidad de Girona
 angel.alsina@udg.edu

Claudia Vásquez
 Pontificia Universidad Católica de Chile
 cavasque@uc.cl

Este artículo fue recibido en UNO: REVISTA DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS en marzo de 2015 y aceptado en octubre de 2015 para su publicación.