



EPS

Escola Politècnica
Superior

Projecte/Treball Fi de Carrera

Estudi: Enginyeria Tècn. Ind. Mecànica. Pla 2002

Títol: Reforç d'un element estructural mitjançant l'adhesió de làmines de compòsits reforçats amb fibres FRP

Document: MEMÒRIA

Alumne: Jesús Franganillo López

Director/Tutor: Albert Turón Travessa

Departament: Eng. Mecànica i de la Construcció Industrial

Àrea: Mecànica dels medis continus i teoria d'estructures

Convocatòria (mes/any): 09/08

ÍNDEX

MEMÒRIA

1. Introducció	4
1.1. Antecedents	
1.2. Objectius	
1.3. Metodologia	
2. El reforç de FRP per estructures de formigó	5
2.1. Introducció	
2.2. Sistemes de reforç	
2.3. Propietats dels materials compostos	
2.3.1. Propietats de les fibres	
2.3.2. Propietats de la resina	
2.3.3. Propietats del laminat	
2.4. Assajos i control de qualitat	
2.4.1. Aspectes de disseny segons assajos	
2.5. Posada en obra	
2.5.1. Requeriments	
3. Guies de disseny d'elements reforçats amb FRP	12
3.1. PRENORMATIVA EUROPEA.....	12
3.1.1. Simbologia	
3.1.2. Bases de projecte	
3.1.3. Models de comportament dels materials i coeficients de seguretat	
3.1.4. Models de fallida. Estats Límits Últims	
3.1.4.1. Filosofia de projecte	
3.1.4.2. Models de fallida a flexió per pèrdua d'adherència del laminat	
3.1.4.3. Models de fallida a tallant	
3.1.5. Ductilitat	
3.1.6. Estats Límits de Servei	
3.1.6.1. Limitacions de tensions	
3.2. NORMATIVA AMERICANA.....	27
3.2.1. Simbologia	
3.2.2. Introducció	
3.2.3. Límits de reforç	
3.2.3.1. Resistència estructural per incendi	
3.2.4. Selecció del sistema de FRP	
3.2.5. Propietats de disseny del material	
3.2.6. Reforç a flexió	
3.2.6.1. Reforç nominal	
3.2.7. Ductilitat	
3.2.8. Serviabilitat	
3.2.9. Ruptura de fluència i límits de tensió de fatiga	
3.2.10. Aplicació a un reforç individual per una secció rectangular	
3.2.10.1. Tensió última	
3.2.10.2. Tensió a l'acer sota càrregues de servei	

3.2.10.3. Tensió al FRP sota càrregues de servei	
3.2.11. Reforç a tallant	
3.2.11.1. Consideracions generals	
3.2.11.2. Enfortiment nominal a tallant	
3.2.11.3. Sistemes de contribució del FRP per reforç a tallant	
3.2.12. Compressió axial, tensió i millora de la ductilitat	
3.2.12.1. Compressió axial	
3.2.12.2. Reforç tensional	
3.2.12.3. Ductilitat	
3.2.12.4. Detalls de reforç	
3.3. NORMATIVA CANADENCA-----	40
3.3.1. Simbologia a flexió	
3.3.2. Introducció	
3.3.3. Tensió equivalent en un bloc de formigó	
3.3.4. Membres flexionats	
3.3.4.1. Factor de resistència	
3.3.4.2. Models de fallida	
3.3.4.3. Bigues rectangulars	
3.3.5. Tallant	
3.3.5.1. Requeriments inicials	
3.3.5.2. Principis de disseny	
3.3.5.3. Límits de reforç	
3.3.6. Ancoratges i longituds de desenvolupament	
3.3.7. Estat Límits de Servei	
3.3.7.1. Desviació	
3.3.7.2. Vibracions	
3.3.7.3. Lliscament	
3.3.7.4. Fatiga	
3.3.8. REFORÇ DE COLUMNES-----	52
3.3.8.1. Simbologia de columnes	
3.3.8.2. Curtes columnes circulars en compressió pura	
3.3.8.3. Curtes columnes rectangulars en compressió pura	
3.3.8.4. Reforç a tallant	
3.3.8.5. Límits de reforç per càrregues axials	
3.4. REFORÇ D' ELEMENTS ESTRUCTURALS-----	59
3.4.1. Introducció	
3.4.2. Reforç d'una biga a flexió-----	59
3.4.2.1. Enunciat	
3.4.2.2. Prenormativa Europea	
3.4.2.3. Normativa Americana	
3.4.2.4. Normativa Canadenc	
3.4.3. Càlcul d'un pilar-----	84
3.4.3.1. Introducció	
3.4.3.2. Enunciat	
3.4.3.3. Normativa Americana	
3.4.3.4. Normativa Canadenc	
4. Conclusió-----	92
5. Resum del pressupost-----	96
6. Bibliografia-----	97

Índex Figures

- Fig 2.1. Relació Tensió-Deformació segons el material base que utilitzem per produir les fibres
- Fig 2.2. Procediment de col·locació del laminat
- Fig 3.1. Models de fallida d'una biga de formigó armat reforçada amb un laminat
- Fig 3.2. Reforç a tallant d'una biga de formigó armat amb laminats de material compost
- Fig 3.3. Assaig d'adherència d'un laminat de material compost sobre una biga de formigó
- Fig 3.4. Assaig d'adherència d'un laminat de material compost sobre una biga de formigó
- Fig 3.5. Determinació del punt de tall
- Fig 3.6. Longitud del laminat segons el model B
- Fig 3.7. Condició d'equilibri del laminat al seu extrem
- Fig 3.8. Condició d'equilibri del laminat a la secció intermèdia
- Fig 3.9. Diagrama de resistència d'adherència màxima permesa segons Niedermeier
- Fig 3.10. Representació gràfica del factor de reforç-reducció per la ductilitat
- Fig.3.11. Deformació interna i distribució de tensió per una secció rectangular sota flexió a l'última etapa.
- Fig 3.12. Deformació elàstica i distribució de tensió
- Fig 3.13. Típiques disposicions d'embolicadura
- Fig 3.14. Il·lustració de les variables dimensionals utilitzades en càlculs de reforços de tallant per reparar o enfortir utilitzant làmines de FRP
- Fig 3.15. Representació gràfica de la longitud de col·locació del laminat de FRP
- Fig 3.16. Conceptual tallant interfacial i distribució d'estrès normal al llarg de la longitud de laminat de reforç mitjançant FRP
- Fig 3.17. Distribució Tensió i Deformació per a membre reforçat a tracció
- Fig 3.18. Distribució Tensió i Deformació per a membre amb reforç a tracció-compensió
- Fig 3.19. Longituds efectives de reforç a tallant
- Fig 3.20. Cas típic de reforç a tallant
- Fig 3.21. Gràfic de la biga no reforçada per l' E.L.U
- Fig 3.22. Gràfic de la biga reforçada per l' E.L.U

Índex Taules

- Taula 2.0. Resum dels camps d'aplicació de laminats i fulles de fibres
 - Taula 2.1. Valors típics de les propietats de les fibres
 - Taula 2.2. Propietats de les resines
 - Taula 2.3. Resistència típica en laminats unidireccionals
 - Taula 2.4. Efecte de l'orientació de les fibres a la resistència a tracció d'un laminat Vidre/Polièster.
 - Taula 3.1. Coeficient de seguretat del reforç de FRP
 - Taula 3.2. Aplicació del factor de reducció mediambiental
 - Taula 3.3. Sostinguda càrrega cíclica deguda al límit d'estrès al reforç de FRP
 - Taula 3.4. Factor de reducció addicional recomanat pel reforç a tallant
 - Taula 3.5. Factors de resistència per reforços de formigó i acer
 - Taula 3.6. Paràmetres λ_1 i λ_2
 - Taula 3.7. Valors de ϕ_{frpe} segons condicions d'exposició
 - Taula 3.8. Propietats dels materials utilitzats pel disseny de la biga a flexió
 - Taula 3.9. Taula propietats FRP, Resina i Fibres utilitzades pel disseny
 - Taula 3.10. Característiques del material de reforç a tallant
 - Taula 3.11. Propietats dels materials utilitzats pel disseny del pilar
-
- Taula 4.1. Taula resum dels resultats obtinguts en els càlculs de la biga sotmesa a flexió
 - Taula 4.2. Taula resum dels resultats obtinguts al càlcul del pilar

1. INTRODUCCIÓ

1.1. Antecedents

En els últims anys, l'augment de la capacitat de càrrega d'estructures de formigó existent mitjançant el reforç amb laminats de material compost (FRP), s'està plantejant cada vegada més com alternativa als materials i tècniques tradicionals a causa de les seves avantatjoses propietats.

Com a conseqüència d'aquest creixent interès, s'estan desenvolupant en diferents països y continents, guies i recomanacions de disseny que faciliten l'aplicació d'aquesta tècnica, però encara es requereix molt desenvolupament fins que aquestes guies aconseguixin transformar-se en normes degut a les moltes qüestions que queden obertes.

El que més s'ha estudiat és el reforç a flexió y tallant, però altres com el confinament de pilars amb encamisats de material compost, estan adquirint cada vegada més aplicació.

Els principals avantatges d'aquest tipus de sistemes de reparació en comparació amb altres tradicionals, són la durabilitat, l'alta relació resistència/pes, el seu baix cost de manteniment i, a més, la seva facilitat d'aplicació, el que afavoreix la seva execució sense ocasionar massa trastorns e inconvenients en el desenvolupament de la vida diària. En canvi, pel contrari, el seu elevat preu limita la seva utilització.

Aquest procediment queda plasmat a la guia Americana (ACI440.2R-02) o a la Canadenca (ISIS CANADA RESEARCH NETWORK) i a recomanacions Europees.

1.2. Objectius

L'objectiu d'aquest projecte és fer un estudi del reforç d'elements estructurals per mitjà de fibres (FRP). L'estudi es centra en el reforç a flexió i tallant de bigues, i confinament de pilars. Per fer aquest estudi possible, s'adjunta documentació teòrica, assajos i un cas pràctic que serveix de referència a l'hora de realitzar el càlcul.

1.3. Metodologia

Aquest projecte esta dividit en dues parts diferenciades; la primera part anomenada Memòria, contempla un resum de la teoria del mètode de reforç per mitjà del sistema de FRP, la normativa aplicable a aquest tipus de reforç que inclou dos exemples que serveixen d'il·lustració, i un resum del pressupost des d'un punt de vista del treball realitzat per una oficina tècnica.

La segona part anomenada Annexes, conté tota la teoria que es necessita saber per tal de tenir una amplia visió del reforç d'un membre amb el sistema d' FRP, així com un capítol de comportament experimental que serveix per reforçar les hipòtesis que s'han fet servir a l'hora de realitzar el disseny de la biga i el pilar.

2. EL REFORÇ DE FRP PER ESTRUCTURES DE FORMIGÓ

2.1. Introducció

El reforç d'estructures de formigó és el camp de la construcció on més ràpidament i amb major èxit s'estan aplicant els reforços amb FRP, degut a les propietats tant avantatjoses que presenten, entre altres, resistència a la corrosió i lleugeresa, que es tradueix en estalvi de transport i posada en obra.

A Espanya no es va començar a utilitzar fins al 1996 per reforçar varies bigues que havien estat malmeses al Pont del Dragó a Barcelona. A partir d'aquesta data va augmentar la seva utilització d'una manera notòria. En canvi, al laboratori Suís anomenat l'EMPA ja s'estaven fent proves amb aquests a mitjans dels anys 80, però no es van realitzar assajos per veure la factibilitat fins al 1991 al pont Ibach a Lucerna (Suïsa).

Inicialment aquests tipus de reforços es realitzaven mitjançant el mètode de l'Hermite, que consistia en xapes d'acer adherides amb epoxi. Es va començar a estudiar la possibilitat de substituir aquest sistema pels desavantatges que presentava respecte als materials compostos, per tal d'eliminar la corrosió i reduir el pes, amb tot el que això comporta.

Els materials compostos representen la unió d'una matriu i unes fibres que actuen d'una manera conjunta i solidaria, on les propietats en conjunt són superiors a les que tenen ambdós per separat.

Aquests es presenten en diferents formes comercials tals com; laminats, cordons, mantes flexibles unidireccionals i teixits bidireccionals que poden estar preimpregnats o no.

Cal comentar que el reforç amb material compost s'utilitza en estructures de formigó, ja que no és adient per reforçar estructures metàl·liques, per la possibilitat d'afavorir la corrosió galvànica per part del carboni, degut a les diferències de potencial que es generen a l'estar aquest en contacte amb metalls.

2.2. Sistemes de reforç

Per tal de realitzar el reforç d'estructures de formigó s'utilitzen: *les fibres*, que normalment serveixen per reforçar bigues o pilars, es presenten en forma de laminats o fulles, i la *resina*, que constitueix la matriu polimèrica. Aquesta té la funció d'embolicar, protegir i aglutinar les fibres de l'armadura, per tal de:

- Garantir la correcta transferència dels esforços fibra a fibra, aconseguint que l'armadura treballi com un tot
- Protegir les fibres de les agressions ambientals i contra el desgast i evitar desplaçaments de l'armadura, tant horitzontals com de pandeig.

S'ha comentat que les fibres ens les poden presentar comercialment en forma de laminats o fulles, la utilització d'una forma o altre dependrà del tipus d'esforç al que està sotmès el membre. La taula següent mostra la forma comercial més adient per utilitzar laminat o fibra dependent del tipus de reforç.

TIPUS D'ESFORÇ	LAMINAT	FULLA
FLEXIÓ		
TALLANT		
CONFINAMENT		

Taula 2.0. Resum dels camps d'aplicació de laminats i fulles de fibres (Font: [3])

Anteriorment amb la taula 2.1, s'ha adelantat que els camps d'aplicació més comuns pels sistemes de reforç amb FRP són: flexió, tallant i confinament.

El reforç a flexió que és el més comú, consisteix en reforçar la part traccionada de l'element que està sotmès a flexió. Pel cas de bigues correspon a la part inferior.

El reforç a tallant consisteix en reforçar l'element per fer la funció d'estreps externs. El material compost es pot col·locar amb diferent inclinació (els angles més comuns són a 0 i 45°), i embolicant l'element de diferent manera (a dues bandes, completament embolicat i en forma de "U"). A l'apartat de normativa s'estudia aquest tema d'una manera més extensa.

El reforç a compressió s'utilitza habitualment per reforçar pilars, per això també rep el nom de confinament de pilars. Per realitzar el confinament, es tracta de reforçar l'element amb congreny de FRP.

2.3. Propietats dels materials compostos

Un material compost es defineix com la unió de dos o més materials físicament diferents i separables mecànicament, on la barreja es fa de tal forma, que la dispersió d'un material en l'altre pot fer-s'hi de manera controlada per arribar a unes propietats òptimes, obtenint com a resultat un nou material amb propietats superiors, i possiblement úniques en algun aspecte específic, en comparació amb els components originals per separat.

La paraula "composites" es refereix usualment a reforços amb fibra de materials metàl·lics, polimèrics i ceràmics.

Segons el destí del material compost, el procés de fabricació variarà. Aquest dependrà de l'orientació de les fibres, el número i tamany dels filaments i la complexitat de les fibres entre altres coses.

Les propietats del material compost dependran del tipus de material base del que estigui fabricat. Aquests s'utilitzen normalment de carboni degut a la relació prestació-preu. Entre els materials base que podem trobar (Grafit, Aramida, Vidre i Polièster), aquest té el mòdul d'elasticitat més alt, compatible amb la deformació del formigó armat. Sense incloure el Grafit degut al seu elevat preu. És difícil obtenir una conclusió de quina de les fibres és estructuralment més eficient, ja que això dependrà de les condicions d'entorn.

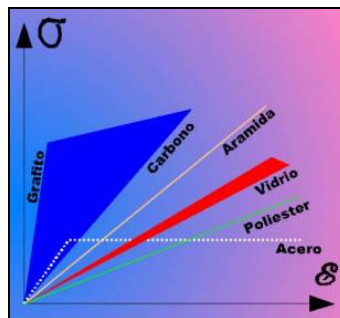


Fig 2.1. Relació Tensió-Deformació segons el material base que utilitzem per produir les fibres (Font; [3])

A continuació es fa referència a les característiques de les fibres i resines, i s'adjunta la del laminat que és la forma més típica que es sol presentar el FRP. Tot allò que es descriu s'enfoca a tres tipus de fibres utilitzades habitualment; fibra de carboni, fibra de vidre i fibra d'aramida.

2.3.1. Propietats de les fibres

Existeixen varis graus de fibres, la taula 2.1 mostra varis tipus de fibres amb les seves propietats típiques.

Fixant-nos en la taula podem extreure les següents conclusions: Les fibres de carboni tenen el mòdul d'elasticitat més elevat, per tant les fibres de vidre com les fibres d'aramida tenen una resistència a tracció major. La resistència a tracció major de les fibres de vidre i d'aramida (comparades amb les de carboni), no es tradueix en una resistència major del material compost, ja que les fibres de vidre són molt sensibles a petits defectes, els quals poden reduir importantment la seva resistència. Les fibres de carboni tenen una deformació a ruptura molt baixa, per això no s'ha d'utilitzar en aplicacions on es requereixi una ductilitat important (reforç sísmic). Tant la rigidesa com la resistència a compressió són molt difícils d'estimar en les fibres, ja que l'assaig experimental és molt complicat.

És molt difícil extreure una conclusió a partir de la taula 2.1, de quin dels tres tipus de fibres és estructuralment més eficient, degut a que això dependrà de les condicions d'entorn, a més el pes del material compost dependrà de la concentració de fibres a la matriu.

Tipus de fibres	Mòdul d'elasticitat a flexió. Gpa	Resistència a tracció. Mpa	Deformació axial màx. En ruptura. %	Densitat g/cm3
Carboni (mòdul baix)	170	1380	0.90	1.90
Carboni (mòdul alt)	380	1720	0.40	2.00
Carboni (mòdul molt alt)	760	2210	0.30	2.15
Vidre (E-glass)	81	3450	4.88	2.60
Vidre (S-glass)	89	4590	5.70	2.48
Aramida (alta tenacitat)	83	3620	4.00	1.44
Aramida (mòdul alt)	131	3620-4140	2.80	1.44
Aramida (mòdul molt alt)	186	3450	2.00	1.47

Taula 2.1. Valors típics de les propietats de les fibres (Font: [1])

2.3.2. Propietats de la resina

Les propietats de les resines depenen de la seva estructura interna, a continuació s'adjunta la taula 2.2 on es mostra les propietats d'algunes resines típiques.

Si comparem la taula 2.1 i 2.2, veiem que la resina contribueix molt poc amb la capacitat de càrrega dels materials compostos. De qualsevol forma, les resines poden tenir gran importància en la tenacitat dels materials compostos, mentre més dúctil sigui la resina, la tenacitat del laminat augmentarà. La funció de la resina és la transferir la càrrega d'una fibra a altre adjacent, pel que quan una fibra trenca, una resina dúctil contribueix millor la força a varies fibres i no només a l'adjacent. Això vol dir que el material resistirà més fibres trencades, augmentant la tenacitat del material compost.

Tipus de resina	Resistència a tracció. Mpa	Mòdul d'elasticitat a flexió. Gpa	Deformació. %
Epoxi	103-172	4.83-6.21	<2.0
Poliàmida	48-83	2.76-5.52	1.73-3.2
Polièster	21-83	2.76-4.14	1.4-4.0
Termoplàstics	76-103	2.21-4.83	05-oct

Taula 2.2. Propietats de les resines (Font: [1])

2.3.3. Propietats del laminat

A continuació per simplificar es parla només de la resistència, que és una de les característiques més important, però no l'única a considerar. A l'annex A es parla d'una forma més detallada d'aquest tema.

Per una combinació de fibres i resines donades, existeixen dos paràmetres addicionals que afecten significativament la resistència del material compost. Aquests paràmetres són el percentatge de volum de fibres i l'orientació de les fibres. El percentatge volumètric de fibres, és el percentatge del volum del material compost que és ocupat per les fibres. La taula 2.3 mostra les propietats d'un laminat unidireccional. La taula 2.4 mostra les propietats d'un laminat multidireccional. Aquests són les dades que s'utilitzen pels dissenys actuals, en comptes de la combinació de la taula 2.1 i 2.2.

Estudiem les resistències més importants a considerar:

- *Resistència a tracció;* A la taula 2.3 longitudinal es refereix a la resistència a la direcció de la fibra i transversal es refereix a la resistència en la direcció perpendicular a la fibra. La resistència longitudinal a tracció és 30 o 40 vegades major que la resistència transversal a tracció, degut a que en el sentit transversal el material compost pot fallar sense presentar ruptura de fibres. La seva resistència en aquesta direcció es sòl determinar principalment per la resistència aportada per la resina.
- *Resistència a compressió;* Es pot observar que la resistència a compressió transversal és major que la resistència a tracció transversal per un sistema unidireccional. La resina per sí mateixa és més resistent a compressió que a tracció. La resistència a compressió transversal és també típicament menor que la resistència longitudinal a compressió. Els materials compostos basats en fibres d'aramida tenen una resistència a compressió molt menor que a tracció, degut a que les fibres a l'aramida tenen una estructura semblant a una corda i està composta per fibres molt més petites originant com a conseqüència una resistència longitudinal a compressió molt baixa.
- *Resistència a flexió;* Aquesta està relacionada tant amb la capacitat portant a tracció com a compressió del material compost. Això és degut a que al flexionar el material compost part estarà sotmesa a esforços a compressió. Durant la càrrega a flexió els esforços a tracció s'originen a partir de la flexió del membre reforçat en lloc d'una càrrega a tracció directa. La resistència a flexió varia segons l'ordre de les capes que conformen el laminat, fet que no succeeix amb la tracció directa.
- *Resistència a tallant;* Tal com es mostra a la taula 2.3 la resistència a tallant d'un laminat unidireccional és molt baixa. Això es degut a que les fibres no poden resistir la deformació en la direcció de tallant màxim. Si la resistència a tallant és prioritària, llavors s'han de col·locar algunes capes a $\pm 45^\circ$ per incrementar la resistència a tallant.

Material	Resistència longitudinal		Resistència transversal		
	Tracció	Compressió	Tracció	Compressió	Tallant
	(Mpa)			(Mpa)	
Carboni / Epoxi	1448	600	52	206	93
Vidre / Vinil	610	215	49	49	16
Aramida / Epoxi	1400	235	12	53	34

Taula 2.3. Resistència típica en laminats unidireccionals (Font: [1])

Tipus de laminat Segons 1110-2- 548(19997)	Resistència típica en	Resistència típica en
	direcció 0°, Mpa	direcció 90°, Mpa
[08]	610	49
[458]	98,8	98,8
[452/-452]s	120	120
[02/902]s	453	453
[0/90/45/-45]s	287	287
[04/904/45/-45]s	393	393
[06/902/45/-45]s	456	123
[08/45/-45]s	539	206

Taula 2.4. Efecte de l'orientació de les fibres a la resistència a tracció d'un laminat Vidre/Poliéster (Font: [1])

2.4. Assajos i control de qualitat

El càlcul i disseny d'estructures amb materials compostos requereix disposar de dades experimentals fiables. Als casos de càlculs i anàlisi, la caracterització experimental es pot fer a varies escales: micromecànica, macromecànica o estructural. L'assaig dels materials compostos té tres objectius principals: determinació de les propietats bàsiques de la làmina unidireccional pel seu ús com dades d'entrada al càlcul i disseny estructural; investigació i verificació dels models mecànics de comportament; i estudis experimentals del comportament del material i d'estructures amb geometries específiques, sota condicions de càrrega determinades.

Sota aquests principis generals, podem nombrar tipus específics d'assajos i aplicacions concretes dels citats assajos:

1. Caracterització dels materials constituents: fibres, matrius i interfase entre ambdues, pel seu ús a un anàlisi micromecànic. Coneixent aquestes propietats es pot predir, en principi, el comportament de la làmina individual i a continuació el de laminats i estructures.
2. Caracterització de les propietats de la làmina unidireccional simple que forma la unitat bàsica de construcció de laminats de material compost.
3. Determinació de les propietats interlaminars, es a dir, de la interacció entre làmines de material compost.
4. Comportament del material sota condicions especials de càrrega, per exemple, fatiga multiaxial, deformacions diferides en el temps o impacte.
5. Anàlisi experimental de l'estat tensional i resistència d'estructures i sistemes de materials compostos, especialment aquells que presenten discontinuïtats geomètriques, amb cantonades lliures, forats, unions o transaccions súbites.
6. Avaluació de la integritat estructural per mitjà d'assajos no destructius.

2.4.1. Aspectes de disseny segons assajos

A l'annex hi ha adjuntat un apartat d'assajos que explica d'una manera resumida l'assaig a flexió realitzat per Alejandro Alarcón López [1], i a compressió amb confinament de pilars realitzat per Carlos Aire Untiveros [2], tots dos estudiants de doctorat d'Enginyeria de camins de la UPC.

L'objectiu principal d'adjuntar aquests assajos, ha estat el d'extreure unes conclusions que serveixen d'aplicació a l'hora de realitzar el disseny del reforç dels membres, plasman-les directament a l'apartat de càlcul.

Quan hem hagut de calcular el reforç de la biga birecolzada que treballa a flexió, s'ha considerat; Independentment del valor estret als càlculs, el laminat de reforç ha d'anar de punta a punta de la biga, així evitem un comportament monolític de la biga que es produeix degut al canvi de rigidesa seccional. S'ha utilitzat laminat de FRP per evitar una desadhesió sobtada, i així poder adonar-s'hi del problema per tal de prendre una mesura si es produeix la fallida.

En canvi, quan s'ha dissenyat el pilar, s'ha tingut en compte la utilització del GFRP en comptes del CFRP perquè encara que aquest és més ineficient que el CFRP, la seva ruptura no és tant explosiva, i la disposició de les fibres és bidireccional, fet que resulta avantatjós per evitar la fallida, ja que el pilar està sotmès tant a esforços en sentit axial com a tallant.

2.5. Posada en obra

Aquest aspecte és molt important, ja que no serveix de res tenir sistemes perfectament provats i amb un bon disseny, si tot falla per no haver tingut en compte la posada en obra adequada. Per la nostra aplicació ens interessa descriure el tipus de sistema de reforç de materials compostos amb sistema de laminats i sistema de teixits. A l'annex aquest apartat està explicat més detalladament.

◆ Sistema de laminats

Els materials utilitzats són:

- Adhesiu tixotrópic de dos components, a base de resines i càrregues especials. No conté dissolvents. El producte una vegada endurit posseeix altes resistències mecàniques, excel·lent adherència i molt bon comportament front a atacs químics.
- Laminat a base d'un material compost de fibres amb una matriu de resina. És un producte anisòtrop* on totes les fibres van en sentit longitudinal.

◆ Sistema de teixits

S'utilitzen dos tipus de productes, els base i els complementaris, aquests estan molt relacionats amb els tipus de resines, on s'ha explicat anteriorment al punt 2.3.

Productes base

- *Adhesiu de dos components a base de resina* : No conté dissolvents. El producte una vegada endurit posseeix altes resistències mecàniques, excel·lent adherència i molt bon comportament front a atacs químics.
- Teixits a base de fibra d'alta resistència: constitueixen l'element resistent del sistema.

* *Anisòtrop*; Material que canvia de propietats segons la direcció on es mesuri.

Productes complementaris

- Morter tixotròpic, a base de resines, per regularització de superfícies, sense dissolvents.
- Producte per injeccions de dos components, a base de resina, molt fluid i sense dissolvents.

2.5.1. Requeriments

- El suport ha de complir una sèrie de característiques per tal d'aconseguir una bona adhesió entre el suport i material compost. Aquestes són les que s'enumeren a continuació:
 - Resistència al esquinçament major de 1,5MPa pel laminat, i 1MPa per les fibres.
 - La planitud de les superfícies ha de ser tal que, les irregularitats compleixin uns valors màxims. Aquestes es regeneren amb resina epoxi.
 - La porositat superficial complirà un valor màxim de superfície de porus, profunditat i extensió.
 - Comprovació de l'alcalinitat, humitat i taques produïdes per olis, grasses, moho, vegetació etcètera, de la superfície
- S'ha de vigilar amb les condicions atmosfèriques, ja que la velocitat de polimerització està relacionada amb la temperatura d'aplicació.
- Les superfícies han d'estar ben netes per tal d'aconseguir una molt bona adhesió del material compost. Els sistemes que s'utilitzen són; *raig de sorra* (projecció de sorra de sílice amb una pressió de 7 atm, per mitjà d'un compressor amb cabal variable. *Aigua a alta pressió* (projecció d'aigua a pressió a unes 150 atm). *Raig d'aigua-sorra* (sistema combinació dels altres dos).
- Els passos a seguir per una bona posada en obra, són els següents:
 - a) Aplicació de l'adhesiu sobre el suport
 - b) Aplicació de l'adhesiu sobre el laminat
 - c) Col·locació del laminat sobre el suport
 - d) Compactació o adhesió del laminat sobre el suport

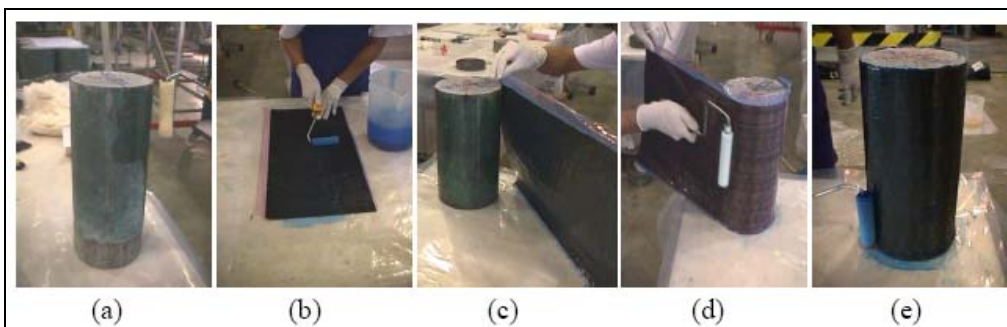


Figura 2.2. Procediment de col·locació del laminat (Font; [2])

El procediment per la col·locació de fibres és molt semblant, però sense realitzar l'apartat b), i mullant més el material compost.

- S'han de realitzar controls de qualitat previ a l'execució i finalitzats els treballs, per comprovar que tot funciona correctament.

3. GUIES DE DISSENY D'ELEMENTS REFORÇATS AMB FRP

3.1. Prenormativa Europea [4]

3.1.1. Simbologia

a; Distància desde el recolzament al laminat

a_{cut} ; Punt de tall

$A_{c,ef}$; Secció efectiva de formigó

A_s ; Secció de l'armadura d'acer

A_{s1} ; Secció de l'armadura interna a tracció

A_{FRP} ; Secció de l'armadura interna del reforç extern

b; Amplada de la biga

b_{FRP} ; Amplada del laminat

C_{min} ; Recobriment net de formigó mesurat des de la superfície de les armadures.

c_1 i c_2 ; Coeficients experimentals (per laminats de fibra de carboni es pren valors de 0,64 i 2, respectivament)

d; Cantell

E_{FRP} ; Mòdul d'elasticitat del FRP

e_{FRP} ; Gruix de la fulla de FRP

F_{FRP} ; Esforç del laminat

f_{cd} ; Resistència de càlcul del formigó

f_{ck} ; Resistència característica del formigó

f_{ctm} ; Valor mitjà de la resistència a tracció del formigó

f_{yd} ; Resistència de càlcul de l'acer

f_{yk} ; Resistència característica de l'acer

f_{FRPd} ; Resistència de càlcul del FRP

f_{FRPk} ; Resistència característica del FRP

h; mida de la secció transversal

k_c ; Coeficient de projecte que depèn del grau de compactació

k_b ; Factor geomètric

L_{anch} ; Valor efectiu de la longitud d'adherència

L_e ; Longitud eficaç d'adherència

l_t ; Longitud de transmissió

L_{cm} ; Distància entre fisures

M_{cr} ; Moment de fisuració

V_d ; Esforç tallant de càlcul

V_{Rd1} ; Resistència a tallant de desadhesió

x; Profunditat de la fibra neutra

α ; Factor de reducció

α_1 ; Coeficient de projecte que té en compte la influència de les fisures inclinades sobre la resistència d'adherència.

α_2 ; Coeficient (pren un valor de 0,3 en situació normal, pel model de Aprile i Benedetti. Pel model de Chen y Teng, pren un valor de 0,427 per assaigs d'adherència, i 0,887 per assaigs de bigues i forjats.

ε_{FRPud} ; Deformació de ruptura del FRP

ε_{FRPlim} ; Deformació límit del FRP

$\varepsilon_{su,c}$; Deformació de l'acer a la secció crítica quan s'arriba a l'ELU

ε_o ; Deformació previa al reforç a la fibra traccionada de la biga

ϕ_s ; Diàmetre de l'armadura longitudinal interna

γ_c ; Coeficient de seguretat del formigó

γ_s ; Coeficient de seguretat de l'acer
 γ_{FRP} ; Coeficient de seguretat del FRP
 $\rho_{s1,ef}$; Quantia d'armadura longitudinal respecte a la secció efectiva de formigó a tracció ($A_{c,ef}$)
 ρ_{eq} ; Quantia d'armadura longitudinal equivalent
 η ; Coeficient que pren valors de 0,8 , 0,5 i 0,3 depenent si s'utilitza amb laminat de fibres de carboni, aramida i vidre, respectivament.
 $\sigma_{anch,max}$; Resistència d'adherència corresponent
 σ_{anch} ; Resistència d'adherència
 $\sigma_{anch(Le)}$; Resistència d'adherència del laminat
 $\sigma_{anch(Lcm)}$; Resistència d'adherència de la dent de formigó o el increment de tensió permès al laminat.
 σ_{FRPd} ; Valor de càlcul de la tensió al laminat
 σ_{FRPy} ; Tensió a la placa quan l'armadura plastifica ($M=M_y$)
 σ_{sr} ; Tensió a la zona de l'armadura més pròxima a la fisuració quan el formigó arriba a la seva resistència a tracció.
 τ_{FRPm} ; Valor mitg de les tensions d'adherència als reforços externs
 τ_{RK} ; Resistència a tallant característica del formigó
 τ_{Rp} ; Tensió tallant de desadhesió del laminat
 τ_{sm} ; Valor mitg de les tensions d'adherència als reforços interns
 Δ_{FRP} ; Esforç incremental al FRP
 ω ; Coeficient d'homogeneïtzació
 ξ_{max} ; Desplaçament màxim per pèrdua d'adherència de les armadures internes

3.1.2. Bases de projecte

Els laminats de material compost es caracteritzen per tenir una resistència a tracció a una direcció molt elevada i per la seva carència de plastificació. Per tant, en general no es permet la redistribució de moments.

Utilitzant els mateixos criteris que el Eurocodi 2 [15] (EC2), el reforç d'una biga de formigó amb un laminat de material compost s'ha de projectar per no sobrepassar els Estats Límits Últims (E.L.U) i de servei (E.L.S). Per determinar la capacitat última d'una biga reforçada, s'han d'analitzar tots els possibles models de fallida, però per la verificació dels E.L.S es pot realitzar un càlcul elàstic.

Als anàlisis s'han de considerar totes les situacions de càlcul (situacions persistents, situacions accidentals i situacions especials) i les hipòtesis de càrrega significatives. Com a coeficients de càrrega es prenen els de EC2.

3.1.3. Models de comportament dels materials i coeficients de seguretat

Per la verificació dels estats límits de servei, es considera comportament elàstic i lineal dels tres materials, amb un coeficient de seguretat igual a 1.

Per la verificació de l'estat límit últim, es consideren les propietats no lineals dels materials. Pel formigó es considera el diagrama tensió-deformació paràbola rectangle, però es poden utilitzar també altres relacions proposades a l'EC2.

$$\text{La resistència de càlcul del formigó } f_{cd} = \frac{\alpha f_{ck}}{\gamma_c}$$

f_{ck} : Resistència característica del formigó

γ_c : Coeficient de seguretat del material = 1,5

α : factor de reducció= 0,85, té en compte la fatiga del formigó sota càrrega a llarg termini.

La resistència de càlcul per l'acer es pren segons l'EC2 el diagrama tensió-deformació bilineal

$$\text{amb una resistència } f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

f_{yk} : Resistència característica de l'acer

γ_s : Coeficient de seguretat del material= 1,15

Finalment pel laminat de material compost es defineix una llei de comportament elàstica lineal limitada per la seva resistència f_{FRPk} i deformació ϵ_{FRPk} , característiques, obtingudes experimentalment. Tot i això, pel càlcul es pren un valor últim de resistència de càlcul definida

$$\text{com: } f_{cd} = \frac{f_{FRPk}}{\gamma_{FRP}}$$

γ_{FRP} : Coeficient de seguretat del reforç de FRP, que està en funció del tipus de fibra i control de qualitat de la seva aplicació in-situ, segons mostra la taula següent:

Material	Aplicació tipus A	Aplicació tipus B
CFRP	1,2	1,35
AFRP	1,25	1,45
GFRP	1,3	1,5

Taula 3.1. Coeficient de seguretat del reforç de FRP (Font; [4])

Tipus A; Condicions d'aplicacions normals

Tipus B; Condicions d'aplicacions difícils

Els coeficients de seguretat de la taula són d'aplicació exclusiva per l'avaluació de la resistència de ruptura del laminat. Tot i això, un mode de fallida habitual d'aquest sistema de reforç ve provocat per la pèrdua de l'adherència del laminat a la biga, on influeix la resistència del formigó i la qualitat de la reparació; però encara no s'ha definit un coeficient de seguretat per aquesta situació.

3.1.4. Models de fallida. Estats Límits Últims

La capacitat resistent última d'una biga de formigó armat reforçada a flexió amb un laminat de material compost ve determinada pel seu model de fallida. En general, segons els estudis realitzats els podem classificar com;

- Model de fallida a flexió per ruptura del laminat
- Model de fallida a flexió per aixafament del formigó
- Model de fallida a tallant del formigó
- Desadhesió del laminat des de el seu extrem junt amb el recobriment de formigó.
- Desadhesió del laminat des de el seu extrem a la seva interfase amb el formigó.
- Desadhesió del laminat a la seva interfase amb el formigó a partir d'una fisura a flexió intermitja.
- Desadhesió del laminat a la seva interfase amb el formigó a partir d'una fisura intermitja provocada per l'efecte combinat de la flexió i el tallant.

El disseny del reforç s'hauria de realitzar amb l'objectiu d'evitar models de fallida fràgils com els deguts a l'esforç tallant; per això, si no fos suficient amb el reforç de la biga a flexió, aquesta s'hauria de reforçar a tallant (figura 3.2). A més, seria desitjable que l'armadura hagi plasticat quan s'arribi a l'E.L.U i que aquest s'arribi pel model de fallida (a) o (b) ja que, en aquest cas, s'aprofitaria realment la capacitat verdadera del laminat. Tot i això, la majoria de les vegades la capacitat a flexió de la biga reforçada ve limitada per la desadhesió instantània del laminat provocada per la pèrdua d'adherència, que ocasiona que no s'aprofiti la seva capacitat real.

Als casos (d) i (e) la desadhesió es produeix des de l'extrem de la placa mentre que als casos (f) i (g) aquesta es produeix induïda per la concentració de tensions provocada per una fisura intermitja. A més, els models de fallida (d) i (g) son deguts fonamentalment a l'esforç tallant mentre que els models (e) i (f) son deguts a la flexió.

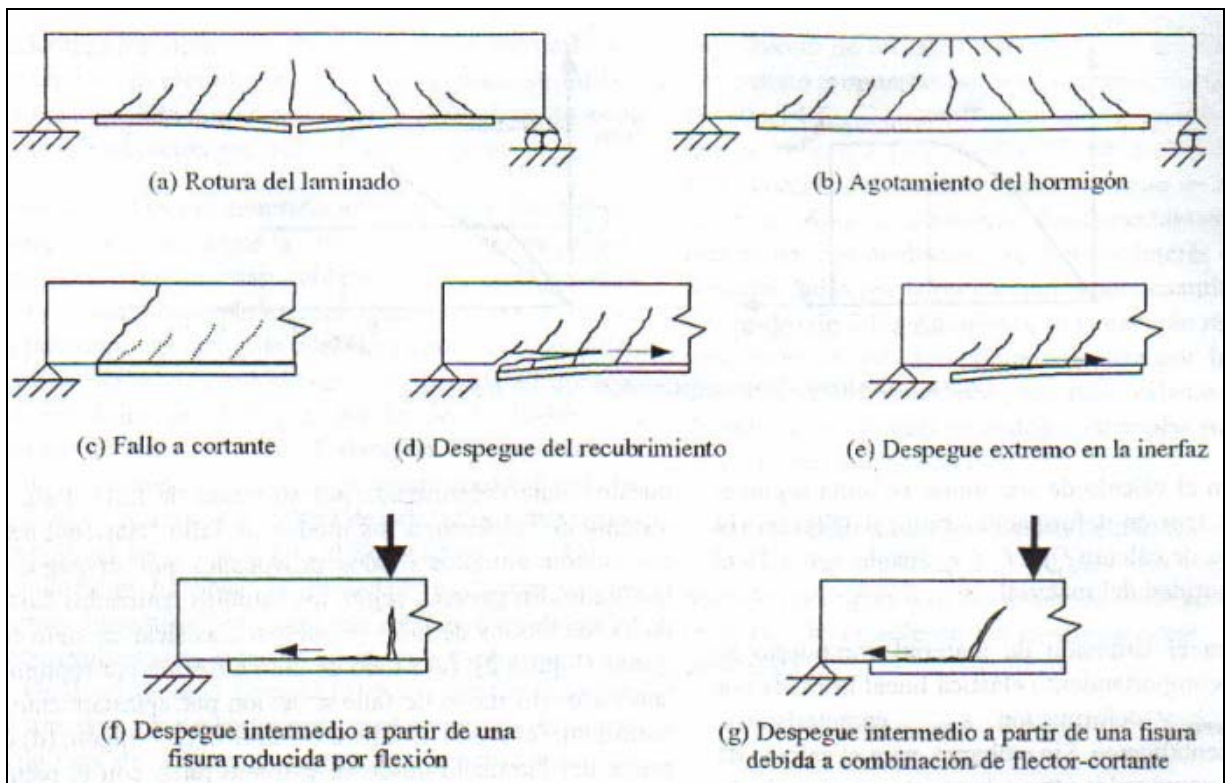


Fig 3.1. Models de fallida d'una biga de formigó armat reforçada amb un laminat (Font; [4])

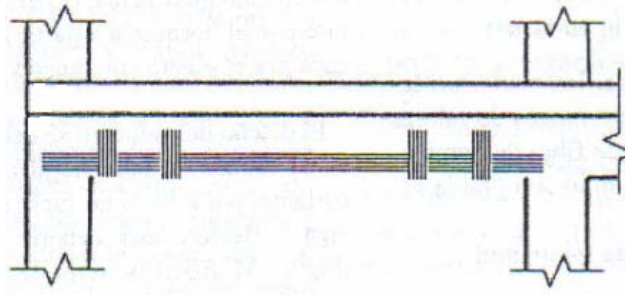


Fig 3.2. Reforç a tallant d'una biga de formigó armat amb laminats de material compost (Font; [4])

3.1.4.1. Filosofia de projecte

La filosofia europea de projecte de laminats de material compost es basa fonamentalment en els conceptes de longitud i tensió d'adherència. Si sobre una proveta de formigó s'adhereix mitjançant un adhesiu, un laminat de material compost amb una determinada longitud d'adherència, L_b , i aquest és sotmès a una tensió de tracció (figura 3.3), σ_{anch} , quan s'arribi un valor límit, es produirà la desadhesió del laminat. Si es repeteix el mateix assaig per longituds d'adherència creixents el valor límit de la càrrega augmentarà progressivament fins que s'aconsegueixi un valor crític de la longitud, L_{anch} , per d'alt cull la càrrega que provoca la desadhesió permaneceix constant (Fig 3.4). Aquest valor crític es denomina longitud efectiva i per d'alt d'ell la resistència d'adherència, $\sigma_{anch,max}$, no pot augmentar, tal com s'ha comprovat experimentalment, encara que pugui millorar la ductilitat del procés de fallida.

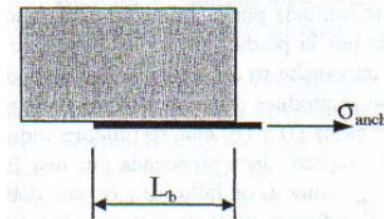


Fig 3.3. Assaig d'adherència d'un laminat de material compost sobre una biga de formigó (Font; [4])

El fenomen que s'acaba de descriure resulta essencial pel desenvolupament dels models d'adherència utilitzats a la prenormativa europea ja que s'accepta que, excepte per la curvatura, aquest tipus d'assajos són una bona aproximació del comportament a flexió de bigues reforçades, sempre que les fisures intermitjtes estiguin suficientment espaiades. Per bigues amb fisures properes entre sí aquests assajos donarien valors de tensió d'adherència inferiors als reals, amb el qual el disseny resultant estaria del costat de la seguretat tot i quan es poguessin utilitzar valors més reals.

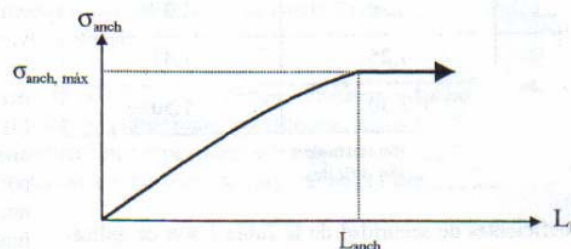


Fig 3.4. Assaig d'adherència d'un laminat de material compost sobre una biga de formigó (Font; [4])

Per tant, a efecte de quantificar la capacitat resistent d'aquest tipus de reforç s'admet com model de fallida dominant el de flexió ja que aquest afecta tant a la capacitat resistent com a la ductilitat de la biga; no obstant, això implica que sigui el que es produeix amb més freqüència. Aquest mode es pot activar per ruptura del laminat (mode a), per aixafament del formigó (mode b) o ve per la pèrdua d'adherència i posterior desadhesió del laminat per flexió (models e i f). Mitjançant un càlcul de seccions convencional que satisfaci l'equilibri i la compatibilitat a la secció, suposant que les seccions planes romanen planes i que existeix una adherència perfecta entre el formigó i l'armadura i entre el formigó i el laminat, es determina el moment de flexió resistent. Posteriorment s'ha de comprovar que pel disseny triat de reforç no es produeixen els models de fallida a tallant (c), (d) i (g). Segons figura 3.2.

3.1.4.2. Models de fallida a flexió per pèrdua d'adherència del laminat

Aquest model de fallida junt amb els models (a) i (b) limita la capacitat resistent a flexió de la biga. Per això, la seva determinació és essencial per un correcte dimensionament del laminat com el proven els nombrosos estudis portats a terme.

A les recomanacions Europees s'han proposat tres alternatives o models diferents per modelitzar aquest model de fallida com a conseqüència dels treballs de Niedermeier, Rostasy i Neubauer, Taälsjsten i Matthys. Existeixen dos models que no són inclosos a l'actualitat a la prenormativa Europea, però són prometedors cara al futur.

i) Model A

Amb aquesta alternativa, la longitud d'adherència efectiva, L_{anch} , i la resistència d'adherència corresponent, $\sigma_{anch,max}$, es calculen utilitzant les expressions proposades per Rostasy i Neubauer:

$$L_{anch} = \sqrt{\frac{E_{FRP} e_{FRP}}{c_2 f_{ctm}}} (mm) \quad [1]$$

$$\sigma_{anch,max} = \alpha_1 c_1 k_c k_b \sqrt{\frac{E_{FRP} f_{ctm}}{e_{FRP}}} (N/mm^2) \quad [2]$$

c_1 i c_2 ; Coeficients experimentals (per laminats de fibra de carboni es prenen valors de 0,64 i 2, respectivament)

α_1 ; Coeficient de projecte que tenen en compte la influència de les fisures inclinades sobre la resistència d'adherència, normalment es pren un valor de 0,9.

k_c ; Coeficient de projecte depenent del grau de compactació del formigó (per nivells normals es pren un valor unitari)

k_b ; Factor geomètric, es calcula amb l'expressió:

$$k_b = 1.06 \sqrt{[(2 - b_{FRP}/b)/(1 + b_{FRP}/400)]} \geq 1 \quad [3]$$

En cas de considerar longituds d'adherència, L_e , inferiors al valor crític, el document europeu suggereix adoptar una variació parabòlica de la resistència d'adherència, σ_{anch} , de la forma següent:

$$\sigma_{anch} = \sigma_{anch,max} \frac{L_e}{L_{anch}} \left(2 - \frac{L_e}{L_{anch}} \right) \quad [4]$$

Totes aquestes expressions s'utilitzen per verificar que l'adherència de la placa als seus extrems s'adequa per evitar la pèrdua d'adherència.

La longitud total del laminat ve definida per estendre-la fins als extrems una quantitat, L_{anch} , a partir d'un punt de tall, a_{cut} , definit des del recolzament. Aquest punt de tall es determina a partir de les dues maneres següents:

- a) Coordenada de la secció de la biga reforçada on al diagrama de moments degut a les càrregues de projecte coincideix amb el moment pel qual la tensió al laminat aconseguix el valor $\sigma_{anch,max}$
- b) Coordenada de la secció de la biga on el moment resistent de la biga no reforçada és inferior al diagrama de moments produït per les càrregues de projecte.

Per tant, la longitud d'adherència de la placa, L_{anch} , no és indispensable que estigui estesa sobre una secció no fisurada.

En aquest model, es proposa també per limitar l'adherència en seccions intermitjes de la biga on la deformació del laminat no sobrepassi al moment de la desadhesió, un valor que hauria d'estar comprés entre 0,0065 i 0,0085. Amb això, el moment resistent de càlcul a flexió de la biga reforçada, M_{Rd} , vindrà determinat pel que s'aconsegueixi abans, el aixafament del formigó o un valor límit de la deformació al laminat donat per:

$$\varepsilon_{FRP,lim} = \min\{\varepsilon_{FRPud}, 0.0065 - 0.0085\} \quad [5]$$

ε_{FRPud} ; Valor de projecte de la deformació de ruptura al laminat

El valor de la deformació de desadhesió del laminat assumit, és molt relatiu, ja que depèn de nombrosos paràmetres. Aquest valor resulta elevat. Tot i que la filosofia característica d'aquest model s'ha aplicat en nombroses ocasions degut a la seva simplicitat, existeixen altres models més realistes.

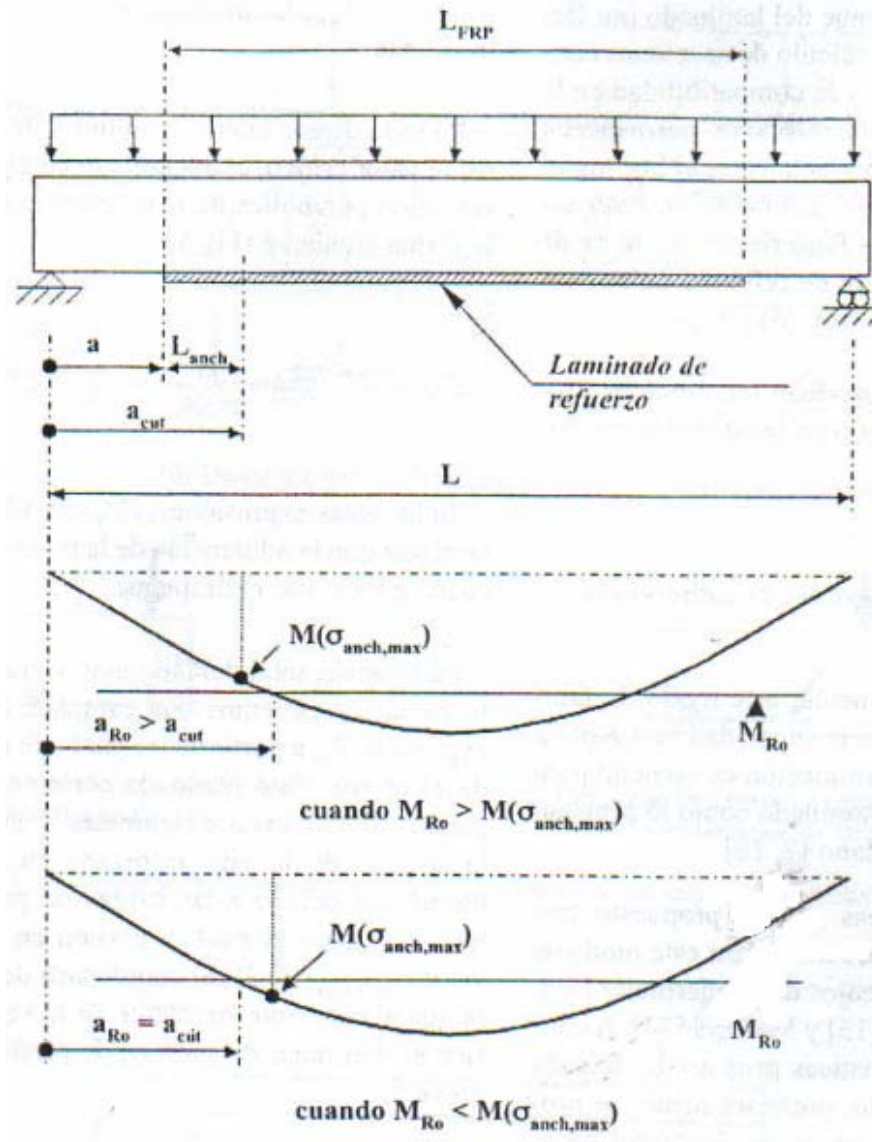


Fig 3.5. Determinació del punt de tall (Font: [4])

ii) Model B

Aquest és el més complex d'aplicar per casos pràctics. Va ser proposat per Niedermier i el seu avantatge principal és que l'adherència del laminat a les seccions extremes i a les seccions intermèdies es tracta de la mateixa forma. La seva filosofia es basa en estendre la longitud dels laminats fins les seccions no fisurades de la biga i limitar la tensió de tracció al laminat a la màxima tensió d'adherència que es pot transmetre entre dos fisures consecutives que representa una suposició més realista que l'adoptada al model anterior. D'aquesta forma s'està reconeixent la capacitat de transmissió de l'esforç axial als laminats a través dels blocs de formigó compresos entre dues fisures consecutives.

Aquestes dents de formigó actuen com connectors de tallant que permeten incrementar l'esforç del laminat amb respecte a aquell obtingut a un assaig d'adherència com el de la Fig 3.3. Això implica que fins tenir la càrrega de fisuració, les zones d'adherència del laminat es localitzen únicament als seus extrems; des de el moment que es sobrepassa la càrrega de fisuració les zones d'adherència del laminat es localitzen també a les dents de formigó formats. Per tant, s'ha de considerar la resistència a la interfase laminat-formigó de forma local per cada dent de la biga.

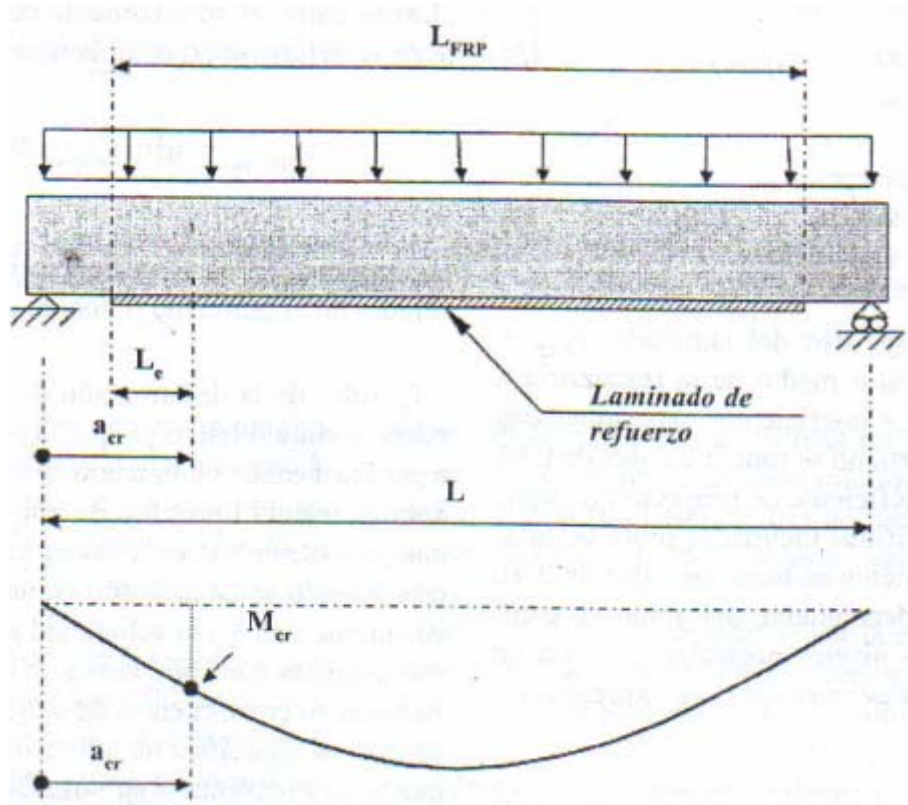


Fig 3.6. Longitud del laminat segons el model B (Font: [4])

Els dos aspectes fonamentals d'aquest model, són el càlcul de la distància més desfavorable entre fisures i la determinació de la màxima tensió d'adherència permesa.

Pel càlcul de la distància entre fisures la normativa proposa una expressió constant, L_{cm} , per tota la longitud de la biga igual al doble de la longitud de transmissió, l_t , sent aquesta la distància mínima perquè quan apareixen les primeres fisures l'esforç de tracció al laminat pugui ser transferida a través del formigó circulant

La seva expressió és:

$$L_{cm} = 2l_t = 2 \frac{M_{cr}}{z_m} \frac{1}{\left(\sum \tau_{FRP_{ut}} b_{FRP} + \sum \tau_{sm} \phi_s \pi \right)} \quad [6]$$

Les expressions d'aquests paràmetres són els següents:

$$\tau_{sm} = 1.85 f_{ctm}$$

$$\tau_{FRP_m} = 0.44 f_{ctm}$$

$$M_{cr} = \frac{2.6 f_{ctm} b h^2}{6}$$

$$z_m = 0.85 \frac{(h E_{FRP} A_{FRP} + d E_s A_{s1})}{(E_{FRP} A_{FRP} + E_s A_{s1})} \quad [7,8,9,10]$$

La determinació de les tensions màximes d'adherència permeses una vegada que la biga s'ha fisurat, s'ha de fer pels extrems del laminat com per les zones on han aparegut fisures de flexió. En ambdues localitzacions, la resistència serà diferent ja que a l'extrem, la força d'adherència ha d'equilibrar la tensió total del laminat mentre que a qualsevol zona interna ha d'equilibrar només l'esforç incremental al laminat.

Per això, si es considera ara l'equilibri per una secció de la biga situada a una distància L_e de l'extrem de la placa es té:

$$F_{FRP} \leq \sigma_{anch}(L_e)A_{FRP} \quad [11]$$

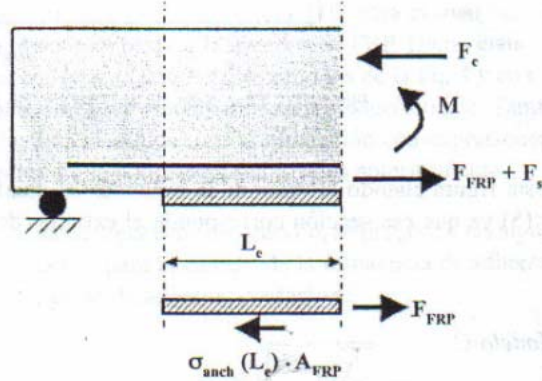


Fig 3.7. Condició d'equilibri del laminat al seu extrem (Font: [4])

Pel contrari, per equilibrar una dent de formigó de longitud L_{cm} , es té:

$$\Delta F_{FRP} \leq \sigma_{anch}(L_{cm})A_{FRP} \quad [12]$$

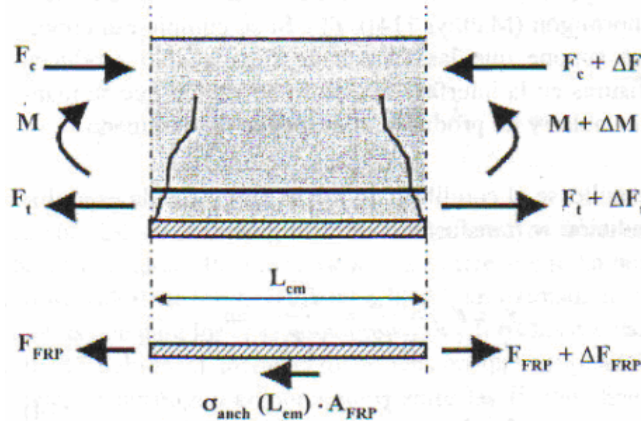


Fig 3.8. Condició d'equilibri del laminat a la secció intermèdia (Font: [4])

Segons Niedermeier , aquest increment es determina a partir d'unes equacions que depenen de la distància mitja entre fisures L_{cm} i del valor de càlcul de la secció aplicant l'equilibri i compatibilitat. Si les equacions es representen a un gràfic s'obtenen corbes com les de la Fig 3.9 per un valor particular de L_{cm} .

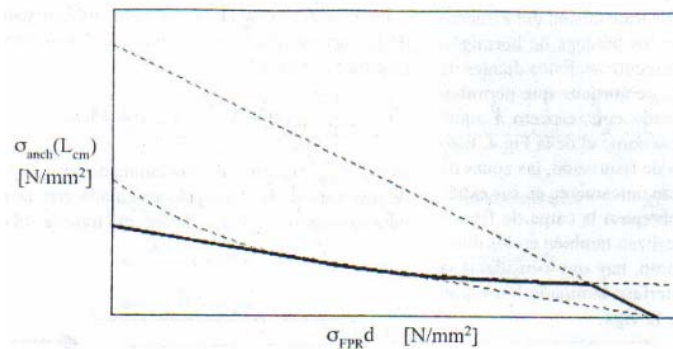


Fig 3.9. Diagrama de resistència d'adherència màxima permesa segons Niedermeier (Font: [4])

iii) Model C

Aquest model al igual que l'A consta de dues etapes.

A la primera, es verifica de forma similar al model A que es compleixin les condicions necessàries d'adherència de la placa als extrems, mitjançant l'aplicació de les equacions 1 i 2.

A la segona etapa, per comprovar que l'adherència a les seccions de moment màxim es adequada, s'ha de verificar que la tensió tallant a la interfase entre el laminat i el formigó no sobrepassi la resistència de càlcul a tallant del formigó (Matthys, f_{cbd}). Si es compleix aquesta condició, es suposa que les fisures de flexió només produeixen microfisures a la interfase laminat-formigó que es mantenen estables i no produeixen la desadhesió del laminat. Si s'apliqués l'equilibri de forma simplificada, aquesta última condició es transformaria en lo següent:

$$\varepsilon_s < \varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s E_s} \Rightarrow \frac{V_d}{0.95db_{FRP} \left(1 + \frac{E_s A_s}{E_{FRP} A_{FRP}} \right)} \leq f_{cbd} \quad [13]$$

$$\varepsilon_s \geq \varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s E_s} \Rightarrow \frac{V_d}{0.95db_{FRP}} \leq f_{cbd} \quad [14]$$

En qualsevol cas, la limitació de l'adherència del laminat en zones on existeixen fisures de flexió utilitzant la tensió tallant a la interfase, és molt discutible. Per això, n'hi ha prou amb pensar que en una biga sotmesa a càrrega puntual en dos punts, l'esforç tallant és nul a les seccions compreses entre aquests dos punts, tot i que es pugui originar realment la desadhesió del laminat en aquestes mateixes seccions.

iv) Model d'Aprile i Benedetti [14]

Aquest model, surt de les expressions (1) i (2) però, similarment al model B de la normativa europea, es basa en considerar la resistència d'adherència a la interfase laminat-formigó de forma local per cada zona de la biga compresa entre dues fisures de flexió. D'aquesta forma, es considera la contribució de les dents de formigó entre fisures a la capacitat d'adherència real del laminat. Segons això la longitud d'adherència disponible, L_e , no serà el valor efectiu, L_{anch} , donat per l'Ec (2) sinó la següent:

$$L_e = \min\{L_{anch}, L_{cm}\} \quad [15]$$

Tot el desenvolupament d'aquest model és similar al del model B però, a diferència d'aquest, la resistència d'adherència del laminat als dents de formigó es pren constant per un valor de L_e a partir de les equacions (1),(2),(3) i (4).

Amb això, els valors de les tensions que limiten el model de fallida a flexió per pèrdua d'adherència al laminat són:

$$\sigma_{FRP} = \sigma_{anch}(L_e) \text{ a l'extrem del laminat} \quad [16]$$

$$\sigma_{FRP} = \sigma_{FRPy} + \sigma_{anch}(L_e) \text{ a les seccions de màxim moment de flexió} \quad [17]$$

σ_{FRPy} ; la tensió a la placa quan l'armadura plastifica ($M=M_y$) que, per un càlcul de seccions, pren la següent expressió:

$$\sigma_{FRPy} = f_{yd} \frac{E_{FRP}}{E_s} \frac{(h-x)}{(d-x)} \quad [18]$$

A l'expressió (17), s'ha suposat que les primeres fisures apareixen quan l'armadura plastifica ($M=M_y$) amb la qual cosa tot el increment d'esforç posterior és pràcticament suportat pel laminat.

El principal inconvenient d'aquest model, al igual que amb el model B de la prenormativa europea, és que no existeix cap model efectiu per determinar la distància entre fisures, L_{cm} , o, el que és lo mateix, la longitud L_e . Els autors proposen tres expressions:

a) Expressió del Bolletí CEB 203-305 [16]

$$L_{cm} = \frac{\phi_s}{3.6 \rho_{s,ef}} \frac{1}{\omega} \quad [19]$$

ω ; Coeficient d'homogeneïtzació donat per l'expressió:

$$\omega = \frac{\alpha_s \rho_{s,ef} + \alpha_{FRP} \rho_{FRP,ef}}{\alpha_s \rho_{s,ef}} \quad [20]$$

$A_{c,ef}$; Secció efectiva de formigó a tracció, definida com:

$$A_{c,ef} = \min \left\{ 2.5cb, \frac{b(h-x)}{2} \right\} \quad [21]$$

b) Expressió del Bolletí CEB 235 [17]

$$L_{cm} = \frac{2}{1-\alpha_2} \left[\frac{(1+\alpha_2) \phi_s \zeta_{\max}^{\alpha_2} E_s^{\alpha_2} \sigma_{SP}^{1-\alpha_2}}{8q_{\max} (1+\alpha_s \rho_{s,ef} \omega)} \right]^{(1/(1+\alpha_2))} \quad [22]$$

$$\sigma_{SP} = \frac{1 + \alpha_s \rho_{s,ef} + \alpha_{FRP} \rho_{FRP,ef}}{\rho_{s1,ef} + \frac{\alpha_{FRP}}{\alpha_s} \frac{h-x}{d-x} \rho_{FRP,ef}} \quad [23]$$

α_2 ; Coeficient que per una situació normal pren un valor de 0,3

$$q_{\max} = 0.25 f_{ck} \quad [24]$$

c) Expressió presa per la última versió de l'EC2 adaptada per Beeby

$$L_{cm} = 1.7 \left[2c_{\min} + 0.20 \frac{h-x}{25c_{\min}} \frac{\phi_s}{\rho_{s1,ef} \omega} \right] \quad [25]$$

c_{\min} ; recobriment net de formigó mig des de la superfície de les armadures

v) Model de Chen i Teng [13]

Aquest model segueix la mateixa filosofia que el model B plantejat a les recomanacions de projecte europees.

Aquest model sorgeix com a conseqüència d'un estudi molt extens realitzat per Chen i Teng per avaluar les resistències d'adherència de laminats de FRP. Aquest es basa en assajos d'adherència i assajos sobre forjats i bigues reforçades externament. També s'inclou a l'estudi una comparació amb expressions d'avaluació de l'adherència publicats anteriorment. Com a conseqüència d'aquest estudi, es proposen les següents expressions pel càlcul de la resistència d'adherència i de la longitud d'adherència efectiva:

$$\sigma_{anch,max} = \alpha_2 \beta_p \beta_L \sqrt{\frac{E_{FRP} \sqrt{f_{ck}}}{e_{FRP}}} \quad [26]$$

$$L_{anch} = \sqrt{\frac{E_{FRP} e_{FRP}}{\sqrt{f_{ck}}}} \quad [27]$$

$$\beta_p = \sqrt{\frac{2 - b_{FRP}/b}{1 + b_{FRP}/b}} \quad [28]$$

$$\beta_L = \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ si } L_e \geq L_{anch} \\ \text{sen}[\pi L / 2L_{anch}] \text{ si } L_e < L_{anch} \end{array} \right\} \quad [29]$$

El coeficient α_2 s'ha calibrat amb els assajos fets a l'estudi. Per assajos d'adherència s'ha obtingut un valor mig de α_2 igual a 0,427, però a assajos de bigues i forjats aquest valor és de 0,887 degut al increment de la tensió que originen les dents de formigó compreses entre les fisures.

Segons això, si es pren a l'Eq (26) el primer valor d' α_2 s'estaria adoptant una filosofia de disseny similar ha aquella implícita al model A de la prenORMATIVA europea en el sentit d'assimilar el comportament a flexió d'una biga reforçada al dels assajos d'adherència. En aquest cas, la longitud del laminat es determinarà igual que al model A però amb l'Eq (27). Per altre costat, si es pren a l'Eq (26) el segon valor d' α_2 la filosofia de disseny seria similar a la del model B i a la del model d'Aprile i Benedetti al suposar que els dents de formigó contribueixen a l'adherència del laminat, el qual s'assimila més al comportament real. El gran avantatge d'aplicar aquest mètode, comparat al model B, és que, a l'obtenir el valor d' α_2 amb un valor promig per diferents assajos sobre bigues, l'expressió (26) que s'aplica per limitar el model de fallida a flexió per pèrdua d'adherència del laminat és única, independentment de la distància de fisures. Aquest permet aplicar un model realista amb el model B per l'estimació de la capacitat d'adherència verdadera del laminat però d'una forma molt més simple i directa ja que no és necessari suposar cap expressió per avaluar la distància entre fisures.

3.1.4.3. Models de fallida a tallant

Una vegada que s'ha projectat el laminat adequat per evitar els models de fallida a flexió de la biga reforçada, s'ha de verificar que el disseny seleccionat és adequat per evitar els models de fallida a tallant (c), (d) i (g). El model de fallida (c) és similar al que es produeix a bigues de formigó convencionals i per evitar-ho s'han de seguir les recomanacions del EC2.

Tot i això, els altres dos models de fallida, (d) i (g), impliquen la desadhesió del laminat i, per tant, són característiques d'aquest sistema de reforç. Aquests són difícils de determinar perquè és un sistema obert on encara s'han d'aportar moltes millores i modificacions, però que es pot solucionar adherint l'adhesió en U de laminats o teixits de material compost a les seccions extremes del reforç longitudinal a model d'ancoratge i reforç a tallant exterior.

i) Desadhesió del laminat per fisures de tallant

Les fisures inclinades que són produïdes per l'esforç a tallant, produeix desplaçaments horitzontals i verticals d'obertura de fisures que poden provocar el desadhesió del laminat de reforç.

- Model de Blaschko; Model simple que consisteix en limitar el valor de l'esforç tallant a la biga per la resistència de càlcul a tallant de la biga sense armadura transversal, presa de l'EC2, però amb les següents modificacions per la resistència a tallant característica del formigó, τ_{Rk} , i la quantia d'armadura longitudinal equivalent, ρ_{eq} :

$$\tau_{Rk} = 0.15 f_{ck}^{1/3} \quad [30]$$

$$\rho_{eq} = \frac{A_s + A_{FRP} \frac{E_{FRP}}{E_s}}{bd} \quad [31]$$

Segons aquesta última expressió la secció transversal del laminat es transforma en una secció d'armadura longitudinal equivalent. Aquest model és discutible degut a que no es considera el màxim esforç axial que pot suportar el laminat per evitar la seva pèrdua d'adherència, per tant, es poden fer servir uns laminats gruixuts que es desenganxen ràpidament.

- Model Matthys ; que serveix per comprovar el model de fallida anterior, amb l'expressió:

$$V_{Rd1} = \tau_{Rp} bd \quad [32]$$

τ_{Rp} ; tensió tallant del laminat, amb el valor característic següent:

$$\tau_{Rk} = 0.38 + 151 \rho_{eq} (MPa) \quad [33]$$

ii) Desadhesió de l'extrem del laminat i el recobriment

L'origen d'aquest model de fallida és una fisura de tallant a l'extrem del laminat que es desenvolupa fins l'armadura d'acer a tracció i després es transmet horitzontalment al nivell de l'armadura produint la separació del recobriment de formigó. Tot i que no sigui en sentit estricte un model de fallida ocasionat per la pèrdua d'adherència del laminat, sí es evident que és característic d'aquest sistema de reforç.

És un model de fallida característic de bigues reforçades amb laminats de longitud molt més curta que la pròpia biga. A les recomanacions europees es proposa el model de Jansze. Segons aquest model, la desadhesió a l'extrem es produeix quan tenim el valor crític següent:

$$V_{Rd2} = \tau_{Rd} bd$$

$$\tau_{Rd} = 0.15 \sqrt[3]{3 \frac{d}{a_L} \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \sqrt[3]{100 \rho_{s1} f_{ck}}} \quad [34, 35, 36]$$

$$a_L = \sqrt[4]{\frac{(1 - \sqrt{\rho_{s1}})^2}{\rho_{s1}}} da^3$$

Si després d'aplicar l'Ec (36) resulta una distància, a_L major que la distància, a_V , entre els punts de moment nul i moment màxim, s'ha de prendre un valor per a_L a l'expressió (35) igual a $(a_L + a_V)/2$.

Aquest model no es pot aplicar a bigues reforçades amb laminats molt pròxims al recolzament, ja que en aquest cas, a_L tendeix a zero.

3.1.5. Ductilitat

En general, la ductilitat d'una biga reforçada disminueix amb respecte a la biga sense reforçar. Tot i que a vegades aquesta pèrdua és menyspreable, s'ha de comprovar la deformació a les armadures d'acer quan arribem a E.L.U. Per garantir una ductilitat adequada, l'EC2 dona les següents limitacions:

$$\frac{x}{d} \leq 0.45 \quad [37]$$

Per formigons de classe C35/45 o inferior

$$\frac{x}{d} \leq 0.35 \quad [38]$$

Per formigons de classe major de C35/45

x ; profunditat de la fibra neutre a l'E.L.U
 d ; Cantell útil

En terminis de deformació a l'armadura interna, les expressions (37) i (38) es tradueixen en:

$$\varepsilon_{su,c} \geq 0.0043 \quad [39]$$

Per formigons de classe C35/45 o inferior

$$\varepsilon_{su,c} \geq 0.0065 \quad [40]$$

Per formigons de classe major de C35/45

$\varepsilon_{su,c}$; Deformació de l'acer a la secció crítica quan s'arriba a l'E.L.U

3.1.6. Estats Límits de Servei

Tot i que el disseny d'aquest reforç es centra fonamentalment a l'E.L.U de resistència, és aconsellable fer un càlcul a E.L.S mitjançant un càlcul elàstic lineal de la secció de la biga.

3.1.6.1. Limitacions de tensions

Sota condicions de servei s'apliquen per la tensió compressiva del formigó i la tensió de tracció a les armadures internes les mateixes limitacions de l'EC2:

- Per evitar una compressió excessiva al formigó

$$\sigma_c \leq 0.60 f_{ck} \quad [41]$$

Per la comprovació de càrregues poc freqüent

$$\sigma_c \geq 0.45 f_{ck} \quad [42]$$

Per la comprovació de càrregues quasipermanents

Per evitar la plastificació de l'acer:

$$\sigma_c \geq 0.45 f_{ck} \quad [43]$$

De forma similar, a la prenormativa Europea s'especifica una tensió límit pel laminat de material compost mitjançant la següent expressió:

$$\sigma_{FRP} = E_{FRP} \left(\varepsilon_c \frac{h-x}{x} - \varepsilon_0 \right) \leq \eta f_{FRPk} \quad [44]$$

ε_0 ; Deformació previa al reforç a la fibra més traccionada de la biga
 η ; coeficient que pren valors iguals a 0,8, 0,5 i 0,3 depenent si s'utilitza laminat de fibra de carboni, aramida o vidre, respectivament.

3.2. Normativa Americana [6]

3.2.1. Simbologia

- A_f ; Àrea del reforç exterior de FRP ($n \cdot t_f \cdot w_f$) (mm²)
- A_{fv} ; Àrea del reforç tallant de FRP amb espai (mm²)
- A_g ; Àrea bruta de la secció (mm²)
- A_s ; Àrea del reforç d'acer (mm²)
- A_{st} ; Àrea total del reforç longitudinal (mm²)
- b ; amplada de la secció rectangular
- b_w ; Diàmetre de la secció circular (mm)
- d ; distància de l'extrem de la fibra a compressió fins la línia neutra (mm)
- d_f ; profunditat del reforç a tallant de FRP (segons figura....) (mm)
- c ; distància de la fibra neutra (mm)
- C_E ; factor de reducció mediambiental
- E_c ; Mòdul d'elasticitat del formigó (MPa)
- E_f ; Mòdul d'elasticitat del FRP (MPa)
- E_s ; Mòdul d'elasticitat de l'acer (MPa)
- f_c ; Tensió de compressió al formigó (MPa)
- f'_c ; Resistència específica a compressió del formigó (MPa)
- f_{cc} ; Resistència aparent a compressió del formigó confinat (MPa)
- f_f ; Nivell de tensió al reforç de FRP (MPa)
- $f_{f,s}$; Nivell de tensió al FRP causat per un moment sense el rang elàstic del membre (MPa)
- f_{fe} ; Tensió efectiva al FRP; Nivell de tensió aconseguit a la secció fallida (MPa)
- f_{fu}^* ; Resistència a tracció del FRP segons fabricant (MPa)
- f_{fu} ; Resistència a la Tensió última de disseny del FRP (MPa)
- f_i ; Pressió de confinament degut a la jaqueta de FRP (MPa)
- f_s ; Tensió al reforç d'acer no pretensat (MPa)
- $f_{s,s}$; Tensió al reforç d'acer no pretensat amb càrregues de servei (MPa)
- f_y ; Rendiment de la resistència específica del reforç no pretensat d'acer (MPa)
- h ; Gruix total del membre (mm)
- I_{cr} ; Moment d'inèrcia de la secció transformada

k ; Rati de la profunditat de la fibra neutra a la profunditat de reforç mesurada a la mateixa cara de la fibra neutra.

k_f ; Rigidesa per unitat d'amplada per plec de reforç de FRP (N/mm)

k_1 ; Factor de modificació aplicat a k_v per la resistència del formigó.

k_2 ; Factor de modificació aplicat a k_v pel regim d'embolicadura.

L_e ; Longitud activa del laminat de FRP (mm)

L_{df} ; Longitud de desenvolupament del sistema de FRP (mm)

M_{cr} ; Moment de ruptura (Nmm)

M_n ; Moment nominal (Nmm)

M_s ; Moment sense el rang elàstic del membre (Nmm)

M_u ; Moment d'esgotament de la secció (Nmm)

n ; quantitat de plecs de laminats de FRP

p_{fu}^* ; Tensió última de reforç per unitat de superfície del plec, pel reforç de FRP (N/mm)

P_n ; Càrrega axial nominal (N)

r ; radi de les cantonades d'un quadrat o rectangle (mm)

R_n ; Resistència nominal del membre

$R_{n\theta}$; Resistència nominal del membre sotmès a temperatures anormals degut al foc

S_{DL} ; Efecte de les carregues mortes

s_f ; Espai del reforç de FRP (segons figura.....)

S_{LL} ; Efecte de les càrregues vives

t_f ; gruix del laminat o plec de FRP (mm)

T_g ; Temperatura de transició vitria

V_c ; Resistència a tallant del membre reforçat amb acer flexionat (N)

V_n ; Resistència nominal a tallant (N)

V_s ; Resistència nominal a tallant que prové dels estreps d'acer (N)

V_f ; Resistència nominal a tallant que prové dels estreps de FRP (N)

w_f ; Amplada del laminat o plec de FRP

α ; Angle d'inclinació dels estreps

α_L ; Coeficient longitudinal d'expansió tèrmica

α_T ; Coeficient transversal d'expansió tèrmica

β_1 ; Rati de la profunditat de la tensió equivalent del bloc rectangular a la profunditat de la línia neutra.

ϵ_b ; Nivell de deformació al substrat de formigó desenvolupat per un moment a flexió

ϵ_{bi} ; Nivell de deformació al substrat de formigó a l'hora de la instal·lació del FRP

ϵ_c ; Nivell de deformació al formigó

ϵ_{cc}^1 ; Deformació de compressió màxima utilitzada amb el confinament de FRP.

ϵ_{cu} ; Deformació màxima a compressió utilitzada al formigó.

ϵ_f ; Nivell de deformació al reforç de FRP

ϵ_{fe} ; Nivell de deformació efectiva al reforç de FRP

ϵ_{fu} ; Deformació de disseny a ruptura del reforç de FRP

ϵ_{fu}^* ; Deformació última del reforç de FRP

ϵ_s ; Nivell de deformació a l'acer

ϕ ; Factor de reducció

k_a ; Factor d'eficiència pel reforç d'FRP

k_m ; Coeficient dependent del reforç per la flexió

k_v ; Coeficient dependent del reforç pel tallant

ρ_f ; Rati de reforç de FRP

ρ_g ; Rati de l'àrea del reforç longitudinal d'acer fins l'àrea de la secció transversal del membre comprimit

ρ_s ; Rati del reforç sense pretensar

σ ; Desviació estàndar

ψ_f ; Factor de reducció adicional del reforç de FRP

3.2.2. Introducció

Els sistemes de reforç mitjançant FRP s'haurien de dissenyar per resistir tensions mentre es mantingui estreta compatibilitat entre el FRP i el concret substrat. No ha de constituir la base per suportar forces de compressió, només per aguantar esforços de compressió indirectes produïts pel patró de càrrega.

Els sistemes de reforç s'han de dissenyar amb la norma ACI 318-99 així com els factors de càrrega i reducció.

3.2.3. Límits de reforç

Aquests límits estan imposats per evitar el col·lapse de l'estructura adherida o altres modes de fallida del sistema FRP degut al foc, vandalisme o altres causes. Es recomana que l'estructura sigui capaç de resistir un cert nivell de càrrega sense el reforç de FRP. La següent equació descriu aquesta filosofia:

$$(\phi R_n) \geq (1.2S_{DL} + 0.8S_{LL})_{new} \quad [1]$$

S_{DL} i S_{LL} ; Efectes de les càrregues permanents i variables, respectivament.

3.2.3.1. Resistència estructural per incendi

El nivell de fortalesa que es pot aconseguir mitjançant un sistema de reforç amb FRP, ve limitat per la resistència al foc de l'estructura. La resina polimèrica utilitzada perd integritat a nivells que excedeixen de la temperatura de transició vítria del polímer. Aquesta temperatura pot variar depenen del compost de polímer, però un rang típic a considerar és de 60 a 82 °C.

Per considerar un bon nivell de resistència al foc ($R_{n\theta}$), ens fixem amb la norma ACI 216R, aquesta suggereix límits per evitar el complet col·lapse de l'estructura.

$$(R_{n\theta})_{existing} \geq S_{DL} + S_{LL} \quad [2]$$

3.2.4. Selecció del sistema de FRP

L'elecció del FRP ve determinada normalment per les condicions mediambientals. Cadascun d'ells es veu afectat de diferent manera per les càrregues. Per exemple; té millor tolerància de impacte el AFRP i GFRP que el CFRP, en canvi, per la fatiga i ruptura de fluència o dúctil, el CFRP demostra millors propietats que els anteriors.

La taula següent resumeix els factors ha aplicar:

Condicions d'exposició	Tipus de fibra i resina	Factor de reducció mediambiental C_E
Exposició interior	CFRP	0.95
	GFRP	0.75
	AFRP	0.85
Exposició exterior	CFRP	0.85
	GFRP	0.65
	AFRP	0.75
Ambient agressiu	CFRP	0.85
	GFRP	0.50
	AFRP	0.70

Taula 3.2. Aplicació del factor de reducció mediambiental (Font; [6])

3.2.5. Propietats de disseny del material

Tant per dissenyar la tensió última de reforç com la deformació de ruptura, s'ha d'aplicar el factor de reducció del mediambient. Per tant l'expressió té la forma següent:

$$f_{fu} = C_E f_{fu}^* \quad [3]$$

$$\varepsilon_{fu} = C_E \varepsilon_{fu}^* \quad [4]$$

Per tant, el mòdul d'elasticitat ve determinat per l'equació:

$$E_f = \frac{f_{fu}}{\varepsilon_{fu}} \quad [5]$$

3.2.6. Reforç a flexió

3.2.6.1. Reforç nominal

La norma ACI 318-99 recomana un factor de reducció ϕ , amb un addicional factor de reducció pel reforç de 0,85 aplicat a la contribució de flexió del FRP ($\Psi_f=0,85$). Rep el nom de reforç nominal.

$$\phi M_n \geq M_u \quad [6]$$

i) Models de fallida

Els models de fallida que planteja la normativa Americana són:

1. Ruptura del formigó en compressió abans de plastificar el reforç d'acer
2. Plasticitat de l'acer tensionat seguit de la ruptura del laminat
3. Plasticitat de l'acer tensionat seguit del trencament del formigó
4. Delaminació del formigó degut a la tensió d'esquinçament
5. Desadhesió del FRP del formigó

La ruptura del formigó s'aconsegueix si la deformació de compressió en el membre de formigó és màxima ($\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0,003$).

La ruptura del laminat de FRP s'aconsegueix si aquest ha de suportar la deformació de ruptura ($\varepsilon_f = \varepsilon_{fu}$).

La delaminació o desadhesió del FRP s'aconsegueix quan la força en el FRP no pot ser sostinguda pel substrat. El coeficient següent s'aplica a la tensió que ha de suportar el laminat, per poder així evitar la desadhesió i delaminació.

$$k_m = \begin{cases} \frac{1}{60\varepsilon_{fu}} \left(1 - \frac{nE_f t_f}{360} \right) \leq 0.90 \rightarrow nE_f t_f \leq 180 \\ \frac{1}{60\varepsilon_{fu}} \left(\frac{90}{nE_f t_f} \right) \leq 0.90 \rightarrow nE_f t_f > 180 \end{cases} \quad [7]$$

n: número de capes

t_f : espessor nominal d'una fulla de laminat

ii) Nivells de deformació en el reforç de FRP

Per determinar el punt on es produeix la ruptura del FRP o on es desadhereix el laminat, s'aplica la següent expressió:

$$\varepsilon_{fe} = \varepsilon_{cu} \left(\frac{h-c}{c} \right) - \varepsilon_{bi} \leq k_m \varepsilon_{fu} \quad [8]$$

iii) Nivell de tensió al FRP

Aquest nivell de tensió és el màxim que es pot produir al reforç de FRP abans que es produeixi la fallida a flexió de la secció:

$$f_{fu} = E_f \varepsilon_{fe} \quad [9]$$

	Tipus de fibra		
	GFRP	AFRP	CFRP
Limit d'estrès cíclic sostingut	0.20 f_{fu}	0.30 f_{fu}	0.55 f_{fu}

Taula 3.3. Sostinguda càrrega cíclica deguda al límit d'estrès al reforç de FRP (Font: [6])

3.2.7. Ductilitat

L'ús del reforç amb FRP redueix la ductilitat del membre original, per mantenir un grau suficient de ductilitat, el nivell de deformació de l'acer a l'estat últim hauria de ser comprovat. Una correcta ductilitat hauria de ser aconseguida si el nivell de deformació a l'acer, al punt concret d'aixafament o fallida del FRP, incloent la delaminació o desadhesió, és al final 0,005.

La major reserva de la força s'aconsegueix mitjançant l'aplicació d'un factor de reducció a la força de 0,70 per seccions fràgils i 0,90 per les dúctils. La següent expressió reflecteix el que s'ha parlat, on ε_s és la deformació a l'acer a l'estat límit últim.

$$\phi \begin{cases} 0.90 \rightarrow \varepsilon_s \geq 0.005 \\ 0.70 + \frac{0.20(\varepsilon_s - \varepsilon_{sy})}{0.005 - \varepsilon_{sy}} \rightarrow \varepsilon_{sy} < \varepsilon_s < 0.005 \\ 0.70 \rightarrow \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy} \end{cases} \quad [10]$$

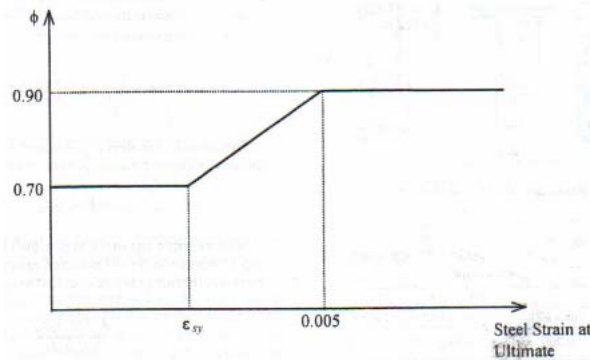


Fig 3.10. Representació gràfica del factor de reforç-reducció per la ductilitat (Font; [6])

3.2.8. Serviabilitat

L'efecte del reforç extern mitjançant FRP a la serviabilitat, pot ser avaluat mitjançant la secció transformada.

Per evitar deformacions inelàstiques del membre de formigó reforçat amb FRP, l'armat interior hauria de ser previst de rendiments que estiguin per sota de la càrrega de servei. La tensió a l'acer sota càrregues de servei hauria de ser limitat al 80% del rendiment de reforç, com mostra la següent equació:

$$f_{ss} \leq 0.80f_y \quad [11]$$

3.2.9. Ruptura de fluència i límits de tensió de fatiga

Per evitar la ruptura de fluència del reforç de FRP sota estrès sostingut o fallida degut a la tensió cíclica i fatiga del reforç de FRP, s'han de comprovar els nivells al reforç de FRP sota aquestes condicions de tensió.

Aquests nivells haurien d'estar sota el rang de la resposta elàstica del membre. La resistència que pot suportar a efectes de tensió per diferents tipus de fibres són per vidre, aramida y carboni de 0,30, 0,47 i 0,90, respectivament.

Per evitar aquesta ruptura s'ha de imposar aquest límit;

$$\text{El límit sostingut de tensió} \geq f_{f,s}$$

3.2.10. Aplicació a un reforç individual per una secció rectangular

3.2.10.1. Tensió última

La Fig 3.11 il·lustra la tensió interna y distribució d'estrès per una secció rectangular sota flexió a estat límit últim.

El procediment de càlcul utilitzat per arribar a la última resistència hauria de satisfer la deformació de compatibilitat i força d'equilibri, i hauria de considerar el dirigent mode de fallida. El problema i error de procediment inclou seleccionar i assumir profunditat a la línia neutra, c ; calculant el nivell de deformació a cada material utilitzant la compatibilitat de deformació, calculant el associat nivell de tensió a cada material, i comprovant les forces internes d'equilibri. Si la força resultant no equilibra la profunditat de la línia neutra, aquesta ha de ser revisada i el procediment repetit.

Càlcul de la línia neutra:

$$\varepsilon_{fe} = \varepsilon_{cu} \left(\frac{h-c}{c} \right) - \varepsilon_{bi} \leq k_m \varepsilon_{fu} \quad [12]$$

El nivell de tensió efectiu al reforç de FRP pot ser trobat del nivell de deformació al FRP, assumint perfecte comportament elàstic.

$$f_{fe} = E_f \varepsilon_{fe} \quad [13]$$

El nivell de deformació a l'acer pot ser trobat utilitzant la deformació de compatibilitat.

$$\varepsilon_s = \left(\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi} \right) \left(\frac{d-c}{h-c} \right) \quad [14]$$

La tensió a l'acer es calcula del nivell de deformació a l'acer assumint comportament elàstic-plàstic.

$$f_s = E_s \varepsilon_s \leq f_y \quad [15]$$

Amb el nivell de deformació i tensió al reforç de FRP i acer, determinat per la profunditat assumida de la línia neutra, la força d'equilibri interna pot ser comprovada utilitzant:

$$c = \frac{A_s f_s + A_f f_{fe}}{\mathcal{K}'_c \beta_1 b} \quad [16]$$

$\gamma = 0,85$

$\beta_1 =$ de la norma ACI 318-99

La següent equació serveix per calcular el Moment nominal de la secció amb reforç exterior de FRP, on el factor Ψ_f té un valor recomanat de 0,85.

$$M_n = A_s f_s \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) + \Psi_f A_f f_{fe} \left(h - \frac{\beta_1 c}{2} \right) \quad [17]$$

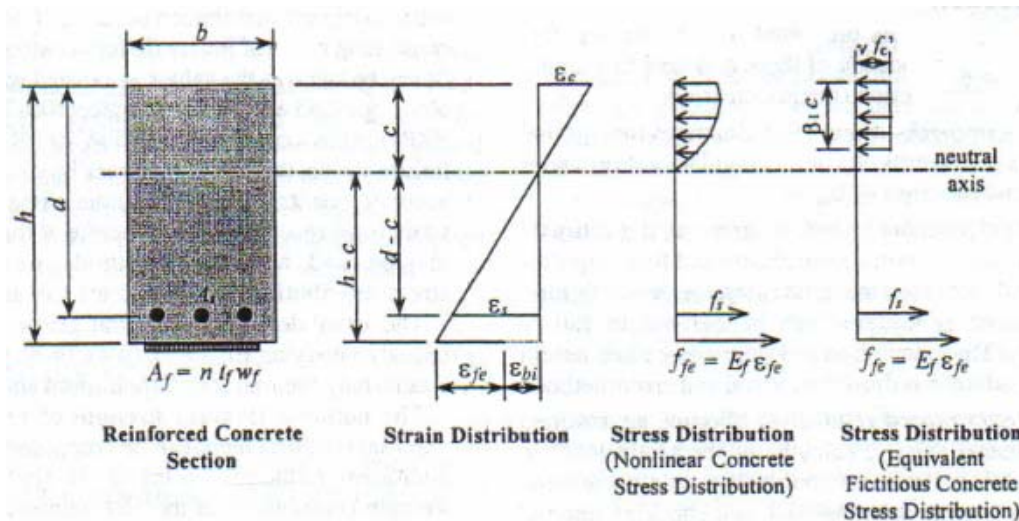


Fig.3.11. Deformació interna i distribució de tensió per una secció rectangular sota flexió a l'última etapa (Font: [6])

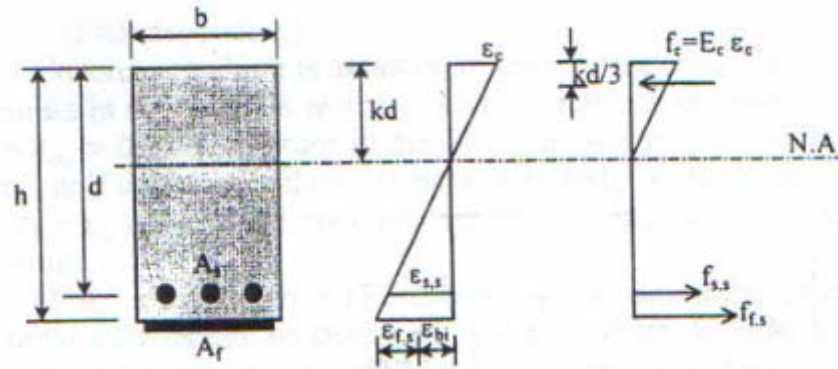


Fig 3.12. Deformació elàstica i distribució de tensió (Font; [6])

3.2.10.2. Tensió a l'acer sota càrregues de servei

El nivell de tensió al reforç d'acer pot ser calculat basant-nos en un anàlisi elàstic de ruptura del reforç de la concreta secció.

$$f_{s,s} = \frac{\left[M_s + \varepsilon_{bi} A_f E_f \left(h - \frac{kd}{3} \right) \right] (d - kd) E_s}{A_s E_s \left(d - \frac{kd}{3} \right) (d - kd) + A_f E_f \left(h - \frac{kd}{3} \right) (h - kd)} \quad [18]$$

3.2.10.3. Tensió al FRP sota càrregues de servei

La següent equació serveix per calcular el nivell de tensió al reforç de FRP.

$$f_{f,s} = f_{s,s} \left(\frac{E_f}{E_s} \right) \frac{h - kd}{d - kd} - \varepsilon_{bi} E_f \quad [19]$$

El resultat extret s'ha de comparar amb els nivells d'escrits anteriorment.

3.2.11. Reforç a tallant

Els sistemes de FRP s'han demostrat per reforçar el tallant de bigues existents i columnes embolicant parcial o totalment el membre. Orientant les fibres transversal o perpendicularment a l'eix del membre per evitar possibles esquerdes. Reforçant el membre a tallant, dona lloc a fallida per flexió degut a que se li ha extret la ductilitat natural del membre.

3.2.11.1. Consideracions generals i disposicions d'embolicadura

Pel reforç exterior en forma de tires, l'espai entre centres de les làmines no hauria d'excedir de d/4 de l'amplada de la làmina.

L'embolicadura completa al voltant de la secció a les seves quatre cares, és l'aplicació més eficient i la més utilitzada en columnes on es té un bon accés a les quatre cares. A bigues on l'accessibilitat a les quatre cares és més difícil, s'utilitzen els altres dos mètodes que redueixen l'embolicament i a la vegada són menys eficients.



Fig 3.13. Típiques disposicions d'embolicadura (Font; [6])

3.2.11.2. Enfortiment nominal a tallant

L'enfortiment a tallant ha de ser calculat utilitzant el factor de reducció del reforç ϕ , requerit per la ACI 318-99.

$\Psi=0.95$	Membres completament embolicats
$\Psi=0.85$	Embolicadura en "U" o reforç de cares

Taula 3.4. Factor de reducció addicional recomanat pel reforç a tallant (Font; [1])

$$\phi V_n \geq V_u \quad [20]$$

El reforç nominal a tallant amb FRP d'un membre concret pot ser determinat implicant a la contribució del reforç de FRP, les contribucions del reforç amb acer. Un factor de reducció addicional Ψ_f s'aplica a la contribució del sistema de FRP.

$$\phi V_n = \phi (V_c + V_s + \psi_f V_f) \quad [21]$$

3.2.11.3. Sistemes de contribució del FRP per reforçar a tallant

La Fig. 3.14. il·lustra les variables dimensionals utilitzades en càlculs de reforç a tallant per làmines de FRP. La contribució del sistema de FRP per reforçar a tallant un membre, està basat en l'orientació de les fibres i el disseny d'esquerda.

L'esforç a tallant proporcionat pel reforç de FRP es pot determinar, calculant la força resultant de la tensió de fatiga al FRP al voltant de l'esquerda. La contribució a tallant pel FRP es calcula amb la següent equació:

$$V_f = \frac{A_f f_{fe} (\sin \alpha + \cos \alpha) d_f}{s_f} \quad [22]$$

On:

$$A_{fv} = 2nt_f w_f \quad [23]$$

$$f_{fe} = \epsilon_{fe} E_f \quad [24]$$

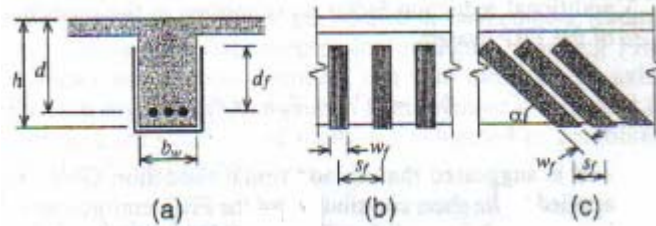


Fig 3.14. Il·lustració de les variables dimensionals utilitzades en càlculs de reforços de tallant per reparar o enfortir utilitzant làmines de FRP (Font; [6])

i) Deformació efectiva a les làmines de FRP

Les subseccions següents serveixen de guia per determinar la deformació efectiva per diferents configuracions de laminats de FRP utilitzats per reforços a tallant de membres concrets.

i.1) Membres completament embolicats

Quan es reforcen columnes i bigues concretes embolicades amb el sistema de FRP, es perd l'agregat que enllaça les làmines. Per evitar aquest mode de fallida, la deformació màxima admissible per disseny ha de ser limitada al 0,4%.

$$\varepsilon_{fe} = 0.004 \leq 0.75\varepsilon_{fu} \quad [25]$$

i.2) Reforç en "U" a ambdues cares

Amb aquest tipus de reforç es produeix el delaminat abans que la pèrdua d'agregat d'enllaç entre làmines. La deformació efectiva es calcula utilitzant un factor de reducció k_v .

$$\varepsilon_{fe} = k_v \varepsilon_{fu} \leq 0.004 \quad [26]$$

El factor de reducció és factor del reforç, el tipus de sistema d'embolicadura utilitzat, i la duresa del laminat. Aquest coeficient es calcula a partir de la següent equació:

$$k_v = \frac{k_1 k_2 L_e}{11.9 \varepsilon_{fu}} \leq 0.75 \quad [27]$$

On:

$$L_e = \frac{23.3}{(n t_f E_f)^{0.58}} \quad [28]$$

$$k_1 = \left(\frac{f'_c}{27} \right)^{2/3} \quad [29]$$

$$k_2 = \begin{cases} \frac{d_f - L_e}{d_f} \\ \frac{d_f - 2L_e}{d_f} \end{cases} \text{ membres reforçats en "U" i a les dues bandes, respectivament [30]}$$

ii) Límits de reforç

El total de la tensió de reforç es pot prendre de la suma de la contribució del FRP i de l'acer.

$$V_s + V_f \leq 0.66\sqrt{f'_c} b_w d \quad [31]$$

3.2.12. Compresió axial, tensió i millora de la ductilitat

El confinament s'utilitza també per millorar la ductilitat de membres subjectats a una combinació de càrregues axials i forces corbes.

3.2.12.1. Compresió axial

Consisteix en embolicar el membre amb laminats col·locats transversalment a l'eix longitudinal. Les jaquetes de FRP proporcionen confinament passiu al membre comprimit, dilatacions i ruptura del membre comprimit. Per això, el contacte entre la jaqueta i el membre comprimit és crític.

Per la demanda de axial a reforços amb FRP de concrets membres s'hauria de tenir en compte els factors requerits per la ACI 318-99 i la tensió de compresió s'hauria de calcular utilitzant els factors de reducció per espirals i tirants.

- ◆ Per membres no pretensats amb existència de reforços amb espirals d'acer:

$$\phi P_n = 0.85\phi [0.85\psi_f f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}] \quad [32]$$

- ◆ Per membres no pretensats amb existència de reforços amb tirants d'acer:

$$\phi P_n = 0.80\phi [0.85\psi_f f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}] \quad [33]$$

Es recomana prendre un factor addicional de reducció $\Psi_f = 0,95$. El confinament aparent d'un reforç concret per un membre circular embolicat amb una jaqueta de FRP proporciona una pressió f_1 que pot ser obtinguda de l'equació originalment desenvolupada per confinament previst amb jaqueta d'acer.

$$f'_{cc} = f'_c \left[2.25 \sqrt{1 + 7.9 \frac{f_1}{f'_c}} - 2 \frac{f_1}{f'_c} - 1.25 \right] \quad [34]$$

On:

$$f_1 = \frac{k_a \rho_f f_{fe}}{2} = \frac{k_a \rho_f \varepsilon_{fe} E_f}{2} \quad [35]$$

$$\varepsilon_{fe} = 0.004 \leq 0.75 \varepsilon_{fu} \quad [36]$$

Per assegurar que les esquerdes radials no apareguin sota càrregues de servei, la deformació transversal al membre ha de romandre sota la deformació d'esquerdament als nivells de càrrega de servei. Això correspon a limitar l'estrès a $0,65f'_c$. A més la tensió a l'acer hauria de tenir un valor sota $0,60f_y$ per evitar les deformacions plàstiques sota sostingudes càrregues cícliques.

i) Seccions circulars

Per columnes circulars, el confinament amb jaqueta de FRP és el més efectiu. La pressió de confinament previst per una jaqueta de FRP instal·lada en una columna circular amb un diàmetre h es calcula mitjançant l'expressió següent:

$$\rho_f = \frac{4nt_f}{h} \quad [37]$$

K_a ; per seccions circulars es pot prendre un valor de 1

ii) Seccions no circulars

Els increments en seccions quadrades mitjançant reforç amb jaquetes de FRP són insignificants, per tant, no són efectius.

3.2.12.2. Reforç tensional

Aquest es pot calcular mitjançant l'expressió 25/26 a través de la 29, prenent un valor de k_1 igual a 1 i una longitud mínima de reforç de $2L_e$.

3.2.12.3. Ductilitat

La tensió màxima de compressió utilitzada per un membre concret circular confinat amb FRP pot ser trobada amb l'expressió:

$$\varepsilon'_{cc} = \frac{1.71(5f'_{cc} - 4f'_c)}{E_c} \quad [38]$$

i) Per membres circulars

La màxima deformació utilitzada per un membre circular confinat amb FRP pot ser extreta de l'equació 38 de f'_{cc} de l'expressió 34 a 37. Utilitzant un valor de $K_a=1$.

ii) Per membres no circulars

La màxima deformació utilitzada per un membre circular confinat amb FRP pot ser extreta de l'equació 38 de f'_{cc} de l'expressió 34 a 36. Calculant la proporció de reforç per seccions rectangulars, amb l'expressió:

$$\rho_f = \frac{2nt_f(b+h)}{bh} \quad [39]$$

L'eficient factor per seccions quadrades i rectangulars s'hauria de determinar basant-nos en la geometria, aspecte del radi i configuració del reforç d'acer:

$$k_a = 1 - \frac{(b-2r)^2 + (h-2r)^2}{3bh(1-\rho_g)} \quad [40]$$

El confinament amb jaqueta de FRP s'hauria de negligir per aspectes com: $b/h > 1,5$ o amb b o $h > 900\text{mm}$.

3.2.12.4. Detalls de reforç

Per evitar les fallides produïdes per la desadhesió del FRP, s'han de tenir en compte una sèrie de característiques:

- No doblegar dins les cantonades
- Proveir un radi mínim de 13mm quan la làmina ha envoltat una cantonada
- Proveir suficient distància de superposició entre làmines

i) Adhesió i delaminació

Adhesió

Per mantenir una bona adhesió del laminat depèn del gruix i l'àrea que ocupa, així com del bon ús de la resina epoxy que fa de interconnexió entre el laminat i formigó.

L'àrea s'hauria de calcular basant-nos en el esforç a tallant horitzontal i la tensió de reforç del propi substrat.

Per aquest tipus de fallida, s'ha de tenir en compte un coeficient de seguretat de 0,50 recomanat.

Coberta de delaminació

Per tal d'evitar els models de fallida per delaminació s'ha de controlar el nivell d'estrès al punt de terminació del laminat de FRP. Per evitar aquest tipus de fallida s'ha de tenir en compte:

◆ *Per bigues simplement recolzades*; Els plecs s'han d'extendre una distància d a partir del moment d'esquerdament M_{cr} sota factors de càrrega. A més, si el factor de força a tallant al punt de terminació és més gran que $2/3$ del reforç a tallant ($V_u > 0,67 V_c$), el laminat de FRP s'hauria d'ancorar amb reforços transversals.

◆ *Per bigues contínues*; Per una simple capa, s'ha de tenir una terminació mínima de 150 mm a partir del punt on el moment té un valor de zero resultant dels factors de càrrega. Per múltiples capes, l'últim laminat ha de tenir una longitud mínima de 150mm a partir del punt on el moment és nul, i la resta ha de ser 150 mm més llarg que el posterior.

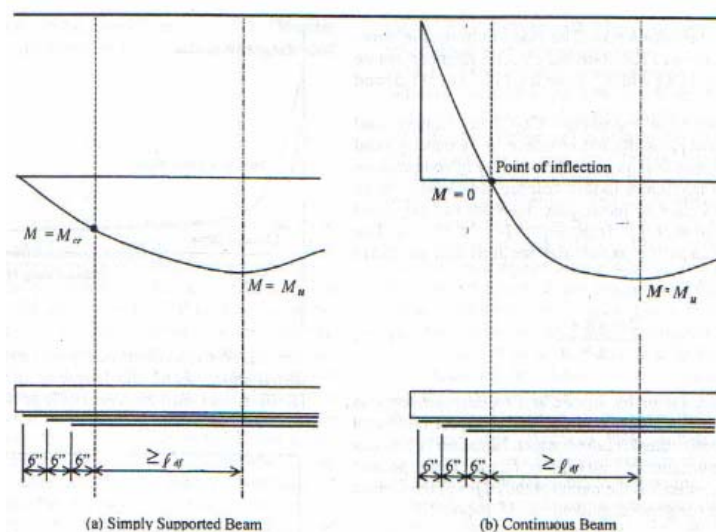


Fig 3.15. Representació gràfica de la longitud de col·locació del laminat de FRP (Font; [6])

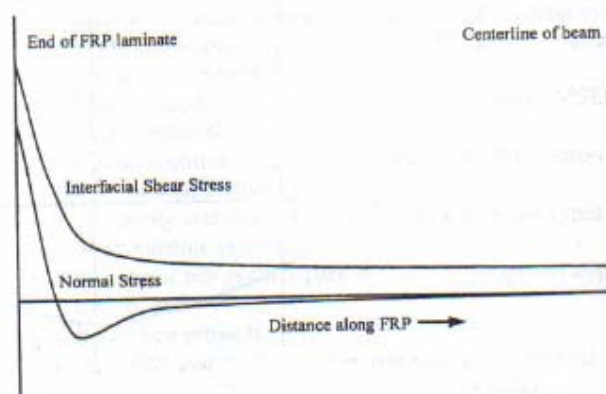


Fig 3.16. Conceptual tallant interfacial i distribució d'estrès normal al llarg de la longitud de laminat de reforç mitjançant FRP (Font; [6])

3.3. Normativa Canadenca [7]

3.3.1. Simbologia a flexió

- a; Profunditat del bloc rectangular equivalent de tensió del formigó (mm) (veure fig..)
- A_{frp} ; Àrea del reforç exterior de FRP (ntfwf) (mm²)
- $A_{frp,cut}$; Àrea del material de FRP, al punt de tall del reforç exterior de FRP (mm²)
- A_s ; Àrea del reforç d'acer (mm²)
- A'_s ; Àrea del reforç a compressió d'acer (mm²)
- A_v ; Àrea del reforç perpendicular a tallant d'acer a l'eix del membre, dins una distància S (mm²)
- $A_{vfrp,min}$; Àrea mínima de l'embolicament amb FRP en U per reforços a tallant, fins a la línia de tall del reforç longitudinal (mm²)
- b; Amplada de la secció rectangular (mm)
- b_e ; Amplada efectiva de la cara de compressió del membre (mm)
- b_{frp} ; Amplada del reforç exterior de FRP (mm)
- b_w ; Amplada laminat (mm)
- c; Distància de l'extrem de la cara a compressió fins la línia neutra (mm)
- c_b ; Distància de l'extrem de la cara a compressió fins la línia neutra, per condicions de balanç (mm)
- C_c ; Força interna deguda a la compressió al formigó (N)
- C_s ; Força interna deguda al reforç a compressió d'acer (N)
- d; Distància de l'extrem de la cara a compressió, fins el centroid del reforç a tensió d'acer (mm)
- d'; Distància de l'extrem de la cara a compressió, fins el centroid del reforç a compressió d'acer (mm)
- d_{frp} ; Profunditat efectiva dels estreps de FRP (mm)
- E_c ; Mòdul d'elasticitat del formigó (MPa)
- E_{ct} ; Mòdul tangencial del formigó (MPa)
- E_{frp} ; Mòdul d'elasticitat del FRP (MPa)
- E_s ; Mòdul d'elasticitat de l'acer (MPa)
- f_c ; Tensió de compressió al formigó (MPa)
- f'_c ; Resistència específica a compressió del formigó (MPa)
- f_{frp} ; Resistència a tracció al FRP (MPa)
- $f_{frp,u}$; Resistència última a tracció al FRP (MPa)
- $f^*_{frp,u}$; Resistència a tracció certificada al FRP (MPa)
- $f_{frp,ave}$; Valor mitjà de la resistència última a tracció de l'assaig (MPa)
- f_r ; Mòdul a ruptura al formigó (MPa)
- f_s ; Tensió al reforç d'acer (MPa)
- f'_s ; Tensió a compressió al reforç d'acer (MPa)
- f_y ; Rendiment de la tensió específica del reforç d'acer (MPa)

- h ; Profunditat total al membre (mm)
 h_f ; Espesor de llosa (mm)
 k ; Rati de la profunditat de la fibra neutra a la profunditat de reforç mesurada a la mateixa cara de la fibra neutra.
 k_1 ; Paràmetre de compatibilitat per l'esforç relatiu a tallant al formigó.
 k_2 ; Paràmetre de compatibilitat per la capa de configuració.
 K_d ; Factor relatiu a la longitud de desenvolupament per la rigidesa del reforç exterior de FRP
 l_{frpd} ; longitud de desenvolupament pel reforç de FRP (mm)
 M_r ; Moment resistent (Nmm)
 n_e ; Numero de finals lliures d'un estrep de FRP a una cara de la biga
 R ; Rati de tensió efectiva a la fulla de FRP a la tensió de tracció.
 s ; Espai del reforç a tallant d'acer mesurat paral·lelament a l'eix longitudinal del membre (mm)
 s_{frp} ; Espai del reforç a tallant de FRP al llarg de l'eix longitudinal del membre (mm)
 t_{frp} ; Gruix total del reforç amb FRP (mm)
 T_{frp} ; Força interna deguda a la tensió al FRP (N)
 T_s ; Força interna deguda a la tensió al reforç d'acer (N)
 v_b ; Resistència a tallant permesa al formigó
 V_c ; Factor de resistència a tallant atribuïda al formigó (N)
 V_{frp} ; Factor de resistència a tallant atribuïda al FRP (N)
 V_r ; Factor de resistència a tallant (N)
 V_s ; Factor de resistència a tallant atribuïda al reforç d'acer (N)
 w_{frp} ; Amplada del reforç a tallant amb FRP mesurada perpendicularment a les fibres (mm)
 α ; Coeficient de reducció per la tensió efectiva
 α_1 ; Rati de la tensió promig en el bloc rectangular a compressió a l'esforç de compressió al formigó
 β ; Angle entre els estreps inclinats de FRP i l'eix longitudinal del membre
 β_1 ; Rati de la profunditat de la tensió equivalent del bloc rectangular a la profunditat de la linea neutra.
 ε_{bi} ; Deformació inicial a la part inferior de la biga
 ε_c ; Deformació al formigó
 ε_c' ; Deformació al formigó amb la tensió f_c'
 ε_{ci} ; Deformació inicial al formigó
 ε_{cl} ; Deformació adicional al formigó
 ε_{cu} ; Deformació ultima a compressió del formigó.
 ε_{frp} ; Deformació al reforç de FRP
 ε_{frpe} ; Deformació efectiva al reforç de FRP
 ε_{frpu} ; Deformació ultima al reforç de FRP
 ε_s ; Deformació total en tensió al reforç d'acer
 ε_s' ; Deformació total en compressió al reforç d'acer
 ε_{si} ; Deformació inicial al reforç d'acer
 ε_{si}' ; Deformació inicial al reforç a compressió d'acer
 ε_{sl} ; Deformació adicional al reforç d'acer traccionat
 ε_{sl}' ; Deformació adicional al reforç d'acer comprimit
 ε_y ; Rendiment de deformació de l'acer
 ϕ ; Factor de resistència del membre
 ϕ_c ; Factor de resistència pel formigó
 ϕ_{frp} ; Factor de resistència pel FRP
 ϕ_s ; Factor de resistència per reforços d'acer

- ϕ_{frpe} ; Factor de reducció mediambiental per FRP's
- γ_c ; Densitat del formigó
- λ ; Factor per tenir en compte la baixa densitat del formigó
- λ_1, λ_2 ; Coeficients per l'expressió de la tensió efectiva
- ρ_{frp} ; Rati pel reforç amb FRP a tallant
- σ ; Desviació estàndar
- τ_{bu} ; Força d'adherència entre el formigó i FRP per esforços a tallant

3.3.2. Introducció

En aquesta normativa es parla de dos tipus de normes, la CSA-A23.3-94 i la CSA-S6-88, que s'utilitzen pel càlcul de bigues i ponts, respectivament.

Les equacions que es presenten estan basades en:

- Seccions planes que segueixen sent planes
- Adhesió perfecte entre el formigó i l'acer, i entre el formigó i FRP
- La tensió a tallant pot ser negligida pel disseny a flexió
- La longitud d'ancoratge o longitud eficaç és assegurada pel reforç amb FRP

3.3.3. Tensió equivalent en un bloc de formigó

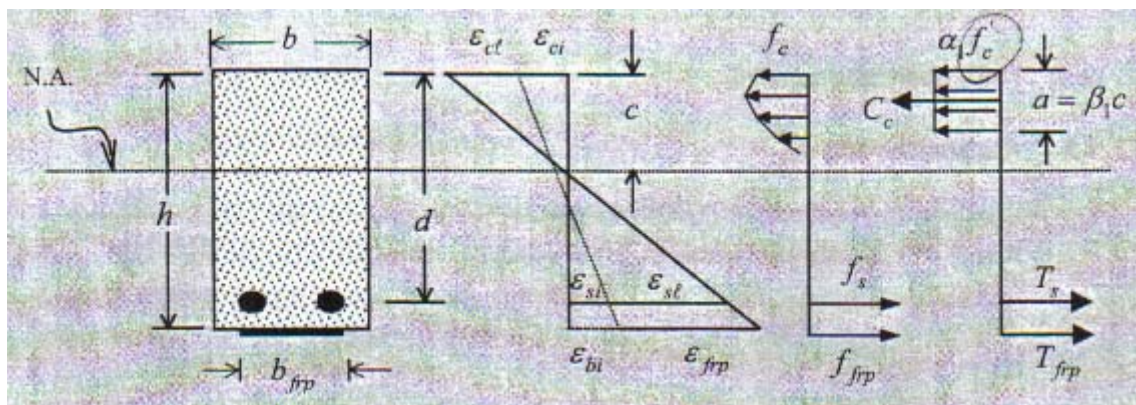


Fig 3.17. Distribució Tensió i Deformació per a membre reforçat a tracció (Font; [7])

Per calcular els coeficients α_1 y β_1 ;

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c \geq 0.67 \quad \text{CSA-A23.3-94 [1]}$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 f'_c \geq 0.67 \quad \text{CSA-A23.3-94 [2]}$$

$$\alpha_1 = 0.85 \quad \text{CSA-S6-88 [3]}$$

$$0.85 \geq \beta_1 = 1.09 - 0.008 f'_c \geq 0.65 \quad \text{CSA-S6-88 [4]}$$

A més, la tensió promig a la zona de compressió ve donada per $\alpha_1 \phi_c f'_c$, on ϕ_c és el factor de resistència del formigó, i la profunditat del bloc equivalent és $a = \beta_1 c$, on c és la distància entre la cara de l'extrem de compressió de la biga i la línia neutra.

3.3.4. Membres flexionats

3.3.4.1. Factor de resistència

La taula següent contempla els factors de resistència pel formigó i acer. Pel FRP depèn de l'ús, tipus de FRP i condicions d'exposició. S'han suggerit varis valors pel FRP de carboni, $\phi_{frp}=0,7$, pel cas de ruptura $\phi_{frp}=0,78$ i $\phi_{frp}=0,75$ per la desadhesió del FRP o si la tensió al FRP està limitada a un cert valor per evitar la ruptura. Pel FRP de vidre la ACI presenta uns valors que estan en un rang entre 0,6 a 0,76.

	Formigó	Acer
Estructures	0.6	0.85
Ponts	0.75	0.9

Taula 3.5. Factors de resistència per reforços de formigó i acer (Font: [7])

3.3.4.2. Models de fallida

Els models de fallida presentats per aquesta normativa són:

- Ruptura del formigó
- Plasticitat de l'acer seguit de ruptura del formigó
- Plasticitat de l'acer seguit de ruptura del laminat
- Desadhesió del laminat de FRP

3.3.4.3. Bigues rectangulars

i) Reforç d'acer en tensió

Basant-nos en la Fig. 3.17 i les hipòtesis de compatibilitat per deformació;

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d-c} = \frac{\varepsilon_{frp} + \varepsilon_{bi}}{h-c} \quad [5]$$

Amb $\varepsilon_c = \varepsilon_{ci} + \varepsilon_{cl}$, $\varepsilon_s = \varepsilon_{si} + \varepsilon_{sl}$, on ε_s és la deformació total al reforç d'acer i ε_c al de formigó. Els sufixes "i" es refereixen a la tensió deguda a les carregues inicials, i "l" a la de les càrregues posteriors. S'assumeix que l'espessor del laminat de FRP és menyspreable a l'altura de la biga. La deformació inicial a la part baixa de la biga anterior al reforç amb FRP, vé donada per l'equació:

$$\varepsilon_{bi} = \frac{h}{d} (\varepsilon_{si} + \varepsilon_{ci}) - \varepsilon_{ci} \quad [6]$$

Per les forces internes actuant a la secció:

$$C_c = \alpha_1 \phi_c f'_c \beta_1 c b \quad \text{Formigó} \quad [7]$$

$$T_s = \phi_s f_s A_s \rightarrow \varepsilon_s < \varepsilon_y \quad \text{Acer} \quad [8]$$

$$T_s = \phi_s f_y A_s \rightarrow \varepsilon_s \geq \varepsilon_y$$

$$\begin{aligned} T_{frp} &= \phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frp} A_{frp} \rightarrow \varepsilon_{frp} \leq \varepsilon_{frpu} \\ T_{frp} &= 0 \rightarrow \varepsilon_{frp} \geq \varepsilon_{frpu} \end{aligned} \quad [9]$$

De l'equilibri de forces s'extreu:

$$C_c = T_s + T_{frp} \quad [10]$$

I el Moment resistent;

$$M_r = T_s \left(d - \frac{a}{2} \right) + T_{frp} \left(h - \frac{a}{2} \right) \quad [11]$$

Balanç de fallida

Aquest es produeix quan la plastificació de l'acer i formigó arriba al mateix moment.

$$\frac{c_b}{h} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{frpu} + \varepsilon_{bi}} \quad [12]$$

On ε_{cu} és quan el reforç de FRP arriba a la deformació última, i c_b és la profunditat de la línia neutra en condicions de balanç.

Les forces resultants a les seccions venen donades per:

$$\begin{aligned} C_c &= \alpha_1 \phi_c f'_c \beta_1 c_b b \\ T_s &= \phi_s f_y A_s \\ T_{frp} &= \phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frpu} A_{frp} \end{aligned} \quad [13,14,15]$$

La posició de la línia neutra per a condicions de balanç, es pot aconseguir de l'equació 12. La quantitat d'acer de reforç o alternativament de l'extern de reforç amb FRP per assegurar condicions de balanç, es poden trobar de les forces d'equilibri de la secció que s'ha realitzat el balanç.

$$\alpha_1 \phi_c f'_c \beta_1 c_b b = \phi_s f_y A_s + \phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frpu} A_{frp} \quad [16]$$

El moment resistent de la secció que s'ha realitzat el balanç, bé donat per:

$$M_r = \phi_s f_y A_s \left(d - \frac{\beta_1 c_b}{2} \right) + \phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frpu} A_{frp} \left(h - \frac{\beta_1 c_b}{2} \right) \quad [17]$$

Fallida a compressió del formigó

Quan el mode de fallida a flexió bé donat per la ruptura del formigó ($\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0,0035$ per estructures o $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 0,003$ per a ponts), la tensió actual a l'acer i FRP es pot determinar en terminis de deformació última de compressió al formigó, com:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \left(\frac{d - c}{c} \right) \quad [18]$$

$$\varepsilon_{frp} = \varepsilon_{cu} \left(\frac{h - c}{c} \right) - \varepsilon_{bi} \quad [19]$$

La distància c de la cara superior de compressió a la línia neutra, *assumint que la tensió de l'acer no obté la plastificació*, s'obté de l'equilibri de las forces internes actuant a la secció:

$$\alpha_1 \phi_c f_c' \beta_1 b c^2 + (\phi_s E_s A_s \varepsilon_{cu} + \phi_{frp} E_{frp} A_{frp} (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{bi})) c - (\phi_s E_s A_s d + \phi_{frp} E_{frp} A_{frp} h) \varepsilon_{cu} = 0 \quad [20]$$

El Moment resistent:

$$M_r = \phi_s f_s A_s \left(d - \frac{a}{2} \right) + \phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frp} A_{frp} \left(h - \frac{a}{2} \right) \quad [21]$$

On $f_s = \varepsilon_s E_s \leq f_y$

Si assumim rendiment de la tensió d'acer, les equacions anteriors prenen la següent forma:

$$\alpha_1 \phi_c f_c' \beta_1 b c^2 + (\phi_{frp} E_{frp} A_{frp} (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{bi}) - \phi_s f_y A_s) c - \phi_{frp} E_{frp} A_{frp} \varepsilon_{cu} h = 0 \quad [22]$$

$$M_r = \phi_s f_y A_s \left(d - \frac{a}{2} \right) + \phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frp} A_{frp} \varepsilon_{cu} h = 0 \quad [23]$$

Fallida tensional del FRP

Quan la ruptura del FRP controla la fallida, la tensió de l'acer invariablement excedeix ε_y , per tant $f_s = f_y$. La tensió a l'acer i formigó es troba de l'equació:

$$\varepsilon_s = (\varepsilon_{frpu} + \varepsilon_{bi}) \left(\frac{d - c}{h - c} \right) \quad [24]$$

$$\varepsilon_c = (\varepsilon_{frpu} + \varepsilon_{bi}) \left(\frac{c}{h - c} \right) \quad [25]$$

La distancia c de la línia neutra a la cara superior de compressió bé donada per:

$$c = \frac{\phi_s f_y A_s + \phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frpu} A_{frp}}{\alpha_1 \phi_c f_c' \beta_1 b} \quad [26]$$

El Moment resistent:

$$M_r = \phi_s f_y A_s \left(d - \frac{a}{2} \right) + \phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frpu} A_{frp} \left(h - \frac{a}{2} \right) \quad [27]$$

ii) Reforç d'acer a tensió i compressió

Per a membres reforçats a flexió amb acer sotmès a tensió i compressió, les equacions per a tensions i forces presentades a la secció anterior són encara vàlides, però en aquestes s'introdueixen nous terminis degut a l'aparició de la compressió.

$$\frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d - c} = \frac{\varepsilon_{frp} + \varepsilon_{bi}}{h - c} = \frac{\varepsilon_s'}{c - d'} \quad [28]$$

$$C_s = \phi_s f_s' A_s' \quad [29]$$

Per trobar la posició de la línia neutra c es pot trobar utilitzant aquestes equacions i les següents equacions de forces d'equilibri:

$$\alpha_1 \phi_c f'_c \beta_1 b c + \phi_s f'_s A'_s = \phi_s f_s A_s + \phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frp} A_{frp} \quad [30]$$

$$f'_s = E_s \varepsilon'_s \leq f_y \quad [31]$$

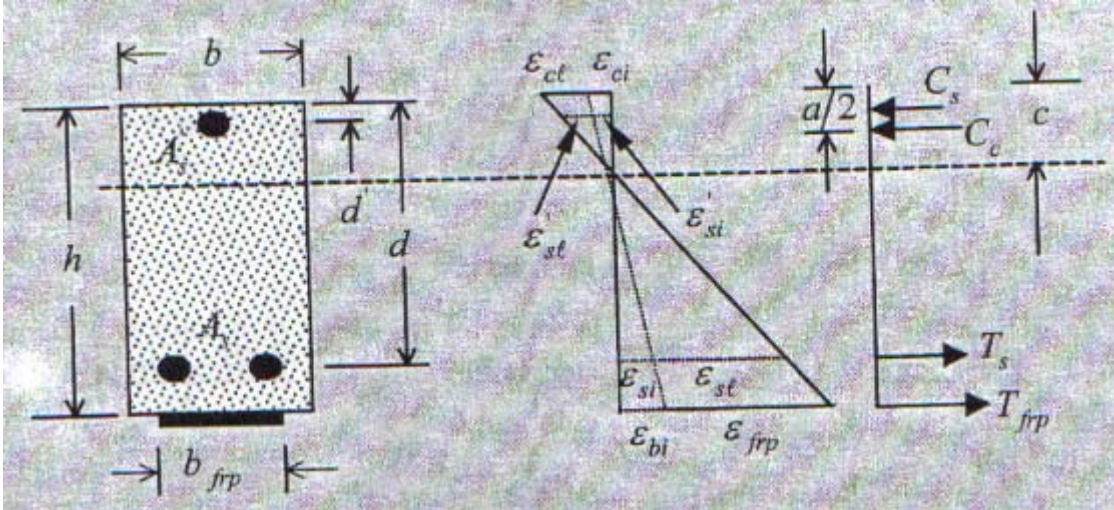


Fig 3.18. Distribució Tensió i Deformació per a membre amb reforç a tracció-compressió (Font: [7])

Fallida a compressió del formigó

Quan el mode de fallida és el d'aixafament del formigó, el compressiu i tensional reforç de l'acer i deformació al FRP es pot calcular mitjançant les següents equacions:

$$\varepsilon'_s = \varepsilon'_{si} + \varepsilon'_{sl} = \varepsilon_{cu} \left(\frac{c-d'}{c} \right) \quad [32]$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{si} + \varepsilon_{sl} = \varepsilon_{cu} \left(\frac{d-c}{c} \right) \quad [33]$$

$$\varepsilon_{frp} = \varepsilon_{cu} \left(\frac{h-c}{c} \right) - \varepsilon_{bi} \quad [34]$$

Quan la compressió o tensió al reforç d'acer *no han plastificat*, la posició de la línia neutra es calcula mitjançant l'equació quadràtica següent:

$$\alpha_1 \phi_c f'_c \beta_1 b c^2 + \left(\phi_s E_s \varepsilon_{cu} (A_s + A'_s) + \phi_{frp} E_{frp} A_{frp} (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{bi}) \right) c - \left(\phi_s E_s \varepsilon_{cu} (A_s d + A'_s d') + \phi_{frp} E_{frp} A_{frp} h \varepsilon_{cu} \right) = 0 \quad [35]$$

El Moment resistent es calcula:

$$M_r = \phi_s f_s A_s \left(d - \frac{a}{2} \right) - \phi_s f'_s A'_s \left(d - \frac{a}{2} \right) + \phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frp} A_{frp} \left(h - \frac{a}{2} \right) \quad [36]$$

Quan la tensió i compressió a l'acer *plastifiquen*, les equacions anteriors prenen aquesta forma:

$$\alpha_1 \phi_c f'_c \beta_1 b c^2 + \left(\phi_{frp} E_{frp} A_{frp} (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{bi}) - \phi_s f_y (A_s - A'_s) \right) c - \phi_{frp} E_{frp} A_{frp} h \varepsilon_{cu} = 0 \quad [37]$$

$$M_r = \phi_s f_y \left[A_s \left(d - \frac{a}{2} \right) - A'_s \left(d' - \frac{a}{2} \right) \right] + \phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frp} A_{frp} \left(h - \frac{a}{2} \right) \quad [38]$$

Fallida tensional al FRP

Quan el mode de fallida es produeix degut a una fallida tensional al FRP, la deformació a l'acer té rendiment invariable ($\varepsilon_s \geq \varepsilon_y$), les deformacions es computen com:

$$\varepsilon'_s = \varepsilon'_{si} + \varepsilon'_{sl} = (\varepsilon_{frpu} + \varepsilon_{bi}) \left(\frac{c - d'}{h - c} \right) \quad [39]$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{si} + \varepsilon_{sl} = (\varepsilon_{frpu} + \varepsilon_{bi}) \left(\frac{d - c}{h - c} \right) \quad [40]$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{ci} + \varepsilon_{cl} = (\varepsilon_{frpu} + \varepsilon_{bi}) \left(\frac{c}{h - c} \right) \quad [41]$$

$$M_r = \phi_s f_y A_s \left(d - \frac{a}{2} \right) - \phi_s f'_s A'_s \left(d - \frac{a}{2} \right) + \phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frpu} A_{frp} \left(h - \frac{a}{2} \right) \quad [42]$$

Quan tant la tensió i compressió a l'acer han plastificat, les equacions prenen la següent forma:

$$M_r = \phi_s f_y \left[A_s \left(d - \frac{a}{2} \right) - A'_s \left(d' - \frac{a}{2} \right) \right] + \phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frpu} A_{frp} \left(h - \frac{a}{2} \right) \quad [43]$$

Balanç de fallida

La condició de balanç de fallida implica la plastificació de tots dos, la compressió i tensió al reforç d'acer abans que el formigó i el FRP ho facin simultàniament. Les seves tensions de fallida poden ser:

$$\varepsilon'_s \geq \varepsilon_y, \varepsilon_s \geq \varepsilon_y, \varepsilon_c = \varepsilon_{cu} \text{ y } \varepsilon_{frp} \geq \varepsilon_{frpu}$$

La condició d'equilibri s'obté de les forces donades d'equacions anteriors:

$$C_s = \phi_s f_y A'_s \quad [44]$$

La quantitat de reforç extern de FRP per assegurar condicions de balanç s'obté de l'equilibri de forces de la secció que s'ha realitzat el balanç:

$$\alpha_1 \phi_c f'_c \beta_1 c_b b + \phi_s f_y A'_s = \phi_s f_y A_s + \phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frpu} A_{frp} \quad [45]$$

$$A_{frp} = \frac{\phi_c \alpha_1 f'_c \beta_1 b c_b - \phi_s f_y (A_s - A'_s)}{\phi_{frp} E_{frp} \epsilon_{frpu}} \quad [46]$$

$$M_r = \phi_s f_y \left[A_s \left(d - \frac{a}{2} \right) - A'_s \left(d' - \frac{a}{2} \right) \right] + \phi_{frp} E_{frp} \epsilon_{frpu} A_{frp} \left(h - \frac{a}{2} \right) \quad [47]$$

Amb $a = \beta_1 c_b$

3.3.5. Tallant

3.3.5.1. Requeriments inicials

Amb les tècniques de reforç amb FRP a les cares laterals de la biga amb les fibres col·locades perpendicularment o inclinades. Els FRP poden col·locar-s'hi a ambdós costats de la cara o embolicant tota la biga, tal i com es mostra a les figures següents:

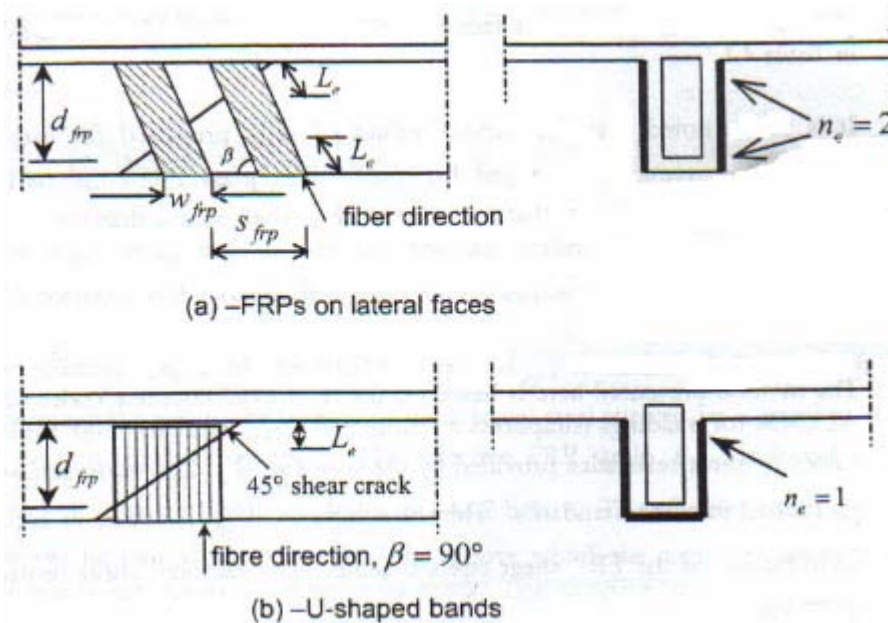


Fig 3.19. Longituds efectives de reforç a tallant (Font; [7])

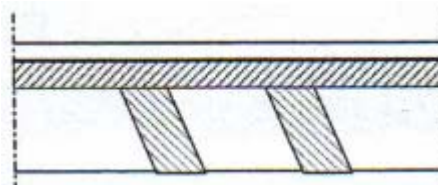


Fig 3.20. Cas típic de reforç a tallant (Font; [7])

Per evitar fallida de l'estrep al reforç de FRP degut a les consideracions de tensió a les cantonades de les bigues, aquestes s'han d'arrodonir a un radi mínim de 35mm.

3.3.5.2. Principis de disseny

Els valors de V_{frp} són afegits per tenir en compte la contribució del reforç a tallant del FRP.

$$V_r = V_c + V_s + V_{frp} \quad [48]$$

$$V_r = \phi(V_c + V_s) + V_{frp} \text{ amb } \phi = 0.75 \quad [49]$$

$$V_c = 0.2\phi_c \sqrt{f_c} b_w d \quad [50]$$

$$V_c = v_b b_w d \quad [51]$$

v_b és la resistència permesa a tallant al formigó.

$$V_s = \frac{\phi_s f_y A_v d}{s} \quad [52]$$

$$V_s = \frac{f_y A_v d}{s} \quad [53]$$

$$V_{frp} = \frac{\phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frpe} A_{frp} d_{frp} (\sin \beta + \cos \beta)}{s_{frp}} \quad [54]$$

$$A_{frp} = 2t_{frp} w_{frp} \quad [55]$$

La profunditat efectiva de l'estribament de FRP, d_{frp} , es mesura del final lliure per sota de la porció del punt més alt de l'estribament intern d'acer, o és equivalent a h quan la secció està totalment embolicada.

$$\varepsilon_{frpe} = R\varepsilon_{frpu} \text{ limitat a } 0.004 \quad [56]$$

El rati d'efectivitat per tensió última a l'estribament de FRP, bé donat per l'expressió:

$$R = \alpha \lambda_1 \left[\frac{f_c^{2/3}}{\rho_{frp} E_{frp}} \right]^{\lambda_2} \quad [57]$$

$$\rho_{frp} = \frac{2t_{frp} w_{frp}}{b_w s_{frp}} \quad [58]$$

El coeficient per la tensió efectiva, α , és equivalent a 0,8 i els paràmetres λ_1 i λ_2 depenen del material del FRP.

Ruptura CFRP	$\lambda_1 = 1.35$
	$\lambda_2 = 0.30$

Ruptura AFRP i GFRP	$\lambda_1 = 1.23$
	$\lambda_2 = 0.47$

Taula 3.6. Paràmetres λ_1 i λ_2 (Font: [7])

A més, les consideracions a prendre per una possible desadhesió del FRP, la tensió efectiva es precisa per ser més petita que la tensió límit efectiva de $\varepsilon_{frpe} = 0,004$.

$$\varepsilon_{frpe} = \frac{\alpha \phi_{frp} k_1 k_2 L_e}{9525} \quad [59]$$

Els coeficients k_1 i k_2 es calculen:

$$k_1 = \left[\frac{f'_c}{27.65} \right]^{2/3} \quad [60]$$

$$k_2 = \frac{d_{frp} - n_e L_e}{d_{frp}} \quad [61]$$

Per aquestes equacions, $\alpha = 0,8$ i n_e és el número de finals lliures de l'estribament de FRP a un costat de la biga.

Si $k_2 \leq 0$, el sistema de FRP es inefectiu a menys que adequats ancoratges mecànics siguin instal·lats.

La longitud efectiva d'ancoratge, L_e , pot trobar-s'hi mitjançant l'ús de l'equació següent:

$$L_e = \frac{25350}{(t_{frp} E_{frp})^{0.58}} \quad [62]$$

En el cas on la biga està embolicada completament mitjançant el reforç de FRP, els valors anteriors no computen, simplement prenen un valor de $\varepsilon_{frpe} = 0,004$.

3.3.5.3. Límits de reforç

El màxim espai entre els laminats està limitat:

$$S_{frp} \leq w_{frp} + \frac{d}{4} \quad [63]$$

i) Reforç màxim

$$V_r = V_c + V_s + V_{frp} \leq V_c + 0.8 \lambda \phi_c \sqrt{f'_c} b_w d \quad [64] \quad \text{CSA-A23.3-94}$$

$$V_r = \phi (V_c + V_s) + V_{frp} \leq \phi (V_c + 0.66 \lambda \sqrt{f'_c} b_w d) \quad [65] \quad \text{CSA-S6-88}$$

ii) Reforç mínim

$$A_{vfrp, \min} = \frac{A_{frp, cut} f_{frpu}}{0.08 E_{frp}} \quad [66]$$

On $A_{frp, cut}$ és l'àrea del FRP en el punt límit de l'extern reforç de FRP.

3.3.6. Ancoratges i longituds de desenvolupament

La longitud d'ancoratge la podem definir com aquella longitud menor que desenvolupa la suficient capacitat del laminat de FRP, per reforçar un membre.

$$l_{frpd} \tau_{bu} = f_{frpu} \frac{b_{frp} t_{frp}}{b_w} \quad [67]$$

$$\tau_{bu} = k \sqrt{f'_c}$$

Podem simplificar l'expressió anterior:

$$l_{frpd} = \frac{b_{frp}}{b_w} \frac{E_{frp} \varepsilon_{frpu} t_{frp}}{k \sqrt{f'_c}} \quad [68]$$

$$l_{frpd} = k_d E_{frp} t_{frp} \quad [69]$$

k_d : factor que relaciona la longitud de desenvolupament i la rigidesa del reforç de FRP, es defineix com:

$$k_d = \frac{b_{frp}}{b_w} \frac{\varepsilon_{frpu}}{k \sqrt{f'_c}} \rightarrow b_{frp} \neq b_w \quad [70]$$

$$k_d = \frac{\varepsilon_{frpu}}{k \sqrt{f'_c}} \rightarrow b_{frp} = b_w \quad [71]$$

Considerant un valor de $k = 0,184$

3.3.7. Estat límit de Servei

Els resultats obtinguts s'han de comparar amb els que dictamina la CSA Standard A23.3-94.

3.3.7.1. Desviació

El disseny s'ha de realitzar per complir amb la normativa CSA-A23.3-94, CSA-S6-88. Les deformacions plàstiques han de ser limitades per prevenir el rendiment del reforç intern d'acer. Això s'aconsegueix limitant el nivell d'estrès al reforç d'acer per càrregues de servei a un 80%.

3.3.7.2. Vibracions

Per abordar aquest tema, podem tenir en compte els comentaris presentats pel suplement del National Building Code of Canada (1995).

3.3.7.3. Lliscament

Per evitar ruptura per lliscament, la ACI 440F draft document (2000) recomana:

$$0.20 f_{frpu} \rightarrow GFRP \quad [72, 73, 74]$$

$$0.30 f_{frpu} \rightarrow AFRP$$

$$0.50 f_{frpu} \rightarrow CFRP$$

$$f_{frpu} = \phi_{frpe} f_{frpu}^* \quad [75]$$

$$f_{frpu}^* = f_{frpu,ave} - 3\sigma \quad [76]$$

ϕ_{frpe} és el coeficient de reducció mediambiental que es basa en el material del FRP i les condicions d'exposició, $f_{frpu,ave}$; valor medi de la tensió última de reforç de resultats experimentals. El valor de ϕ_{frpe} es proposa per la ACI 440F (2000), la taula següent ens ho resumeix.

Condicions d'exposició	Tipus de fibra	ϕ_{frpe}
Lloc condicionat tancat	Carboni	0.95
	Aramida	0.85
	Vidre	0.75
Lloc no condicionat obert	Carboni	0.85
	Aramida	0.75
	Vidre	0.65
Ambient Agressiu	Carboni	0.85
	Aramida	0.70
	Vidre	0.50

Taula 3.7. Valors de ϕ_{frpe} segons condicions d'exposició (Font: [7])

3.3.7.4. Fatiga

Quan reforcem concrets membres amb reforç exterior amb FRP, el mode de fallida per fatiga en molts cassos serà iniciat per la fallida del reforç d'acer, moltes vegades seguit de la desadhesió del FRP. El nivell de tensió al reforç exterior amb FRP per un tipus de càrrega hauria de ser limitat per evitar la plastificació del reforç d'acer.

3.3.8. REFORÇ DE COLUMNES

3.3.8.1. Simbologia de columnes

- A_c ; Àrea del formigó
- A_g ; Àrea bruta de la secció
- A_h ; Àrea d'una cama del reforç horitzontal
- A_{st} ; Àrea total del reforç horitzontal d'acer
- b ; Amplada de la secció rectangular
- b_w ; Mínim efectiu de la **web** dins de la profunditat d
- d ; distància desde la cara de l'extrem a compressió fins el centre de massa del reforç a tallant d'acer.
- D_c ; Columna central en la dimensió de càrrega desde el centre fins el centre del reforç perimetral horitzontal d'acer.
- D_g ; Diàmetre exterior d'una columna circular
- E_{frp} ; Mòdul d'elasticitat del FRP
- E_s ; Mòdul d'elasticitat de l'acer
- f'_c ; Resistència específica a compressió del formigó
- f'_{cc} ; Resistència a compressió del formigó confinat
- f_{frp} ; Tensió a tracció al FRP
- f_{frpu} ; Tensió última a tracció al formigó
- f_{frp} ; Pressió última de confinament degut al reforç amb FRP
- f_{hy} ; Tensió de rendiment del reforç horitzontal d'acer
- f_s ; Tensió al reforç d'acer amb càrregues específiques
- f_y ; Rendiment específic a tensió al reforç d'acer
- h ; Gruix total del membre

k_e ; Factor de reducció de força aplicat per excentricitats inesperades
 l_u ; longitud sense compressió del membre
 n ; numero de cames dels vinculs de la columna horitzontal a la direcció de la càrrega
 N_b ; número de capes de la jaqueta de FRP
 P_D ; Càrrega morta axial
 P_f ; Factor de càrrega axial
 P_L ; Càrrega viva axial
 P_{rmax} ; Factor de resistència de càrrega axial
 r ; radi de la cantonada
 s ; espai del reforç a tallant d'acer mesurat paral·lelament a l'eix longitudinal del membre
 t_{frp} ; gruix d'una capa de reforç de FRP
 v_b ; Resistència a tallant permisible del formigó
 V_c ; Factor de resistència a tallant atribuït al formigó
 V_{frp} ; Factor de resistència a tallant atribuït al FRP
 V_r ; Factor de resistència a tallant
 V_s ; Factor de resistència a tallant atribuït al reforç d'acer
 α_1 ; Rati de tensió mínima al bloc rectangular a compressió segons la resistència específica del formigó
 α_{pc} ; Coeficient de rendiment per columnes circulars
 α_{pr} ; Coeficient de rendiment per columnes rectangulars
 ε_{frp} ; Deformació al reforç de FRP
 ε_{frpe} ; Deformació efectiva al reforç de FRP
 ϕ ; Factor de resistència del membre
 ϕ_c ; Factor de resistència pel formigó
 ϕ_{frp} ; Factor de resistència pel FRP
 ϕ_s ; Factor de resistència per reforços d'acer
 λ ; Factor per tenir en compte la baixa densitat del formigó
 ω_w ; Radi volumètric de la resistència del FRP a la del formigó

3.3.8.2. Curtes columnes circulars en compressió pura

Les següents expressions donades per la CSA Standard A23.3-94 serveixen per determinar el coeficient d'esveltesa del membre i així poder determinar si es pot considerar una columna curta. Quan aquesta està sotmesa a compressió pura sense flexió.

$$\frac{l_u}{D_g} \leq \frac{6.25}{\sqrt{P_f / f'_c A_g}} \quad [77]$$

Per a ponts, el coeficient màxim d'esveltesa és:

$$\frac{l_u}{D_g} \leq 8.5 \quad [78]$$

i) Confinament

El confinament amb fulles de FRP, on aquestes es troben orientades perpendicularment a l'eix axial per limitar la tensió circumferencial a la columna, constitueix el confinament. La pressió última de confinament degut al reforç amb FRP, f_{lfrp} , es determina:

$$f_{lfrp} = \frac{2N_b \phi_{frp} f_{frpu} t_{frp}}{D_g} \quad [79]$$

Per un confinament continu, el rati de volumètric del reforç de FRP al reforç de formigó es defineix com:

$$\omega_w = \frac{f_{lfrp}}{\phi_c f'_c} \quad [80]$$

f'_{cc} és la força de compressió del formigó confinat. Aquesta es determina mitjançant la següent equació:

$$f'_{cc} = f'_c (1 + \alpha_{pc} \omega_w) \quad [81]$$

α_{pc} : Coeficient de rendiment per una columna curta, depèn de la rigidesa del FRP i la tensió última, resistència del formigó, la qualitat de l'aplicació i la adhesió de la resina amb el formigó. Normalment s'utilitza un valor de $\alpha_{pc}=1$

ii) límits de confinament

L'eficàcia de la pressió de confinament depèn del grau de ductilitat que s'ha aconseguit. Segons Thériault and Neale (2000), l'embolicadura de confinament amb FRP que es requereix per desenvolupar una pressió mínima de confinament ha de complir:

$$f_{lfrp} \geq 4MPa \quad [82]$$

Per limitar tensions axials que podrien donar lloc a un dens reforç de columna, el factor de reforç degut al formigó d'una columna confinada amb FRP no hauria d'excedir de la tensió nominal del formigó d'una columna sense reforçar.

$$k_e \alpha_1 \phi_c f'_{cc} \leq \alpha_1 f'_c \quad [83]$$

K_e : Factor de reducció de reforç aplicat per excentricitats inesperades. El factor promig d'estrès en un bloc amb compressió rectangular α_1 es pot calcular:

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c \geq 0.67 \quad [84] \quad \text{CSA-A23.3-94}$$

$$\alpha_1 = 0.85 \quad [85] \quad \text{CSA-S6-88}$$

Com a resultat, la pressió màxima de confinament es calcula:

$$f_{lfrp} \leq \frac{f'_c}{2\alpha_{pc}} \left(\frac{1}{k_e} - \phi_c \right) \quad [86]$$

iii) Resistència de càrrega axial

La següent expressió serveix per determinar el factor de resistència de càrrega axial:

$$P_{r \max} = k_e \left[\alpha_1 \phi_c f'_c (A_g - A_{st}) + \phi_s f_y A_{st} \right] \quad [87]$$

Per columnes dúctils, k_e té un valor de 0,85 tant per bigues com a ponts. El factor de resistència pel reforç d'acer i formigó bé resumit a la taula 1.

3.3.8.2. Curtes columnes rectangulars en compressió pura

Aquest tipus de columnes han de tenir una relació amplada / profunditat més petita o igual a 1,1. També aquestes han de tenir les cantonades amb un radi més gran o igual a 35mm.

$$r \geq \frac{b}{6} \quad [88]$$

$$r \geq 35mm \quad [89]$$

El coeficient d'esveltesa màxim per una columna rectangular curta suportant una càrrega axial amb una insignificant flexió, es calcula:

$$\frac{l_u}{h} \leq \frac{7.5}{\sqrt{P_f / f'_c A_g}} \quad [90] \quad \text{CSA-A23.3-94}$$

$$\frac{l_u}{h} \leq 10.2 \quad [91] \quad \text{CSA-S6-88}$$

i) Confinament

La pressió de confinament degut al reforç amb FRP d'una secció rectangular es calcula:

$$f_{frp} = \frac{2N_b \phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frp} t_{frp} (b+h)}{bh} \quad [92]$$

ε_{frp} : Equival a 0,002 per confinament no pretensat. L'efectivitat de la pressió de confinament és menys lluny per seccions rectangulars que circulars.

Per un confinament continu, el reforç volumètric es defineix com:

$$\omega_w = \frac{f_{frp}}{\phi_c f'_c} \quad [93]$$

El reforç de compressió del formigó confinat, es calcula:

$$f'_{cc} = f'_c (1 + \alpha_{pr} \omega_w) \quad [94]$$

El coeficient de rendiment α_{pr} per una secció rectangular depèn de la qualitat de l'aplicació i l'adhesió entre el laminat, resina i formigó. Es pren un valor de $\alpha_{pr}=1$.

ii) Límits de confinament

El benefici obtingut reforçant columnes rectangulars sempre són menors que fent-lo amb circulars. Per tant, no existeixen límits màxims o mínims de confinament.

iii) Resistència de càrrega axial

El factor de resistència de càrrega axial d'una columna rectangular confinada ens ho dona la mateixa expressió que la circular, però ara el valor de k_e pren un valor de 0,8.

$$P_{r_{\max}} = k_e \left[\alpha_1 \phi_c f'_{cc} (A_g - A_{st}) + \phi_s f_y A_{st} \right] \quad [95]$$

3.3.8.3. Reforç a tallant

Les següents expressions s'utilitzen per determinar el factor de resistència total a tallant V_r :

$$V_r = V_c + V_s + V_{frp} \quad [96] \quad \text{CSA-A23.3-94}$$

$$V_r = \phi(V_c + V_s) + V_{frp} \rightarrow \phi = 0.75 \quad [97] \quad \text{CSA-S6-88}$$

Aquest no ha d'excedir d'uns límits determinats per les següents equacions:

$$V_r \leq V_c + 0.8\lambda\phi_c\sqrt{f'_c}b_wd \quad [98] \quad \text{CSA-A23.3-94}$$

$$V_r \leq \phi(V_c + 0.66\lambda\sqrt{f'_c}b_wd) \quad [99] \quad \text{CSA-S6-88}$$

Per seccions circulars, el producte b_wd és reemplaçat per l'àrea del formigó mesurada de fora a fora de l'espiral A_c .

i) Límits de confinament

Quan es requereix reforç per a tallant, la secció podria estar massa reforçada, per tant l'equació que determina f_{frp} s'ha de verificar.

Per a seccions rectangulars no es va imposar cap límit. Potser tenint en compte la tensió límit que es pot desenvolupar al FRP (0,002), el requeriment addicional per reforçar a tallant podria portar a sobre reforçar la secció, havent-s'hi de complir:

$$k_e\alpha_1\phi_c f'_{cc} \leq \alpha_1 f'_c \quad [100]$$

ii) Càlcul del reforç per columnes amb secció circular

Contribució del formigó V_c :

$$V_c = 0.2\lambda\phi_c\sqrt{f'_c}A_c \quad [101] \quad \text{CSA-A23.3-94}$$

$$V_c = v_b A_c \quad [102] \quad \text{CSA-S6-88}$$

Contribució horitzontal de l'acer V_s :

$$V_s = \frac{\pi \phi_s f_{hy} n A_h D_c}{4 s} \cot \theta \quad [103] \quad \text{CSA-A23.3-94}$$

$$V_s = \frac{\pi f_{hy} n A_h D_c}{4 s} \cot \theta \quad [104] \quad \text{CSA-S6-88}$$

Contribució de l'embolicadura de FRP V_{frp} :

La contribució de l'embolicadura de FRP al total del gruix $N_{bt_{frp}}$ pel reforç a tallant ens ho dona l'equació següent:

$$V_{frp} = \frac{\pi}{2} \phi_{frp} f_{frp} N_{bt_{frp}} D_g \sin^2 \theta \quad [105]$$

f_{frp} és la tensió a tracció a l'embolicadura de FRP, bé limitada a:

$$f_{frp} = 0.004 E_{frp} \leq \phi_{frp} f_{frpu} \quad [106]$$

Això és equivalent a limitar la tensió a l'embolicadura de FRP a una tensió efectiva de $\epsilon_{frpe} = 0,004$. el gruix que es requereix a l'embolicadura de FRP pel reforç a tallant es troba de les equacions següents per bigues i ponts, respectivament:

$$N_{bt_{frp}} \geq \frac{2(V_r - V_c - V_s)}{0.004 \pi \phi_{frp} E_{frp} D_g \sin^2 \theta} = \frac{500(V_r - V_c - V_s)}{\pi \phi_{frp} E_{frp} D_g \sin^2 \theta} \quad [107]$$

$$N_{bt_{frp}} \geq \frac{2(V_r - V_c - V_s)}{0.004 \pi \phi_{frp} E_{frp} D_g \sin^2 \theta} = \frac{500(V_r - \phi(V_c + V_s))}{\pi \phi_{frp} E_{frp} D_g \sin^2 \theta} \quad [108]$$

iii) Càlcul del reforç per columnes amb secció rectangular

Contribució del formigó V_c :

$$V_c = 0.2 \lambda \phi_c \sqrt{f'_c} A_c \quad [109] \quad \text{CSA-A23.3-94}$$

$$V_c = v_b A_c \quad [110] \quad \text{CSA-S6-88}$$

És la mateixa que pel cas de la columna circular, però reemplaçem A_c per $b_w d$.

Contribució horitzontal de l'acer V_s :

$$V_s = \frac{\phi_s f_{hy} n A_h d}{s} \cot \theta \quad [111] \quad \text{CSA-A23.3-94}$$

$$V_s = \frac{f_{hy} n A_h d}{s} \cot \theta \quad [112] \quad \text{CSA-S6-88}$$

Contribució de l'embolicadura de FRP V_{frp} :

$$V_{frp} = 2\phi_{frp} f_{frp} N_b t_{frp} d \sin^2 \theta \quad [113]$$

On:

$$f_{frp} = 0.002 E_{frp} \leq \phi_{frp} f_{frpu} \quad [114]$$

Per les seccions rectangulars s'aplica una tensió efectiva a l'embolicadura de FRP amb un valor $\epsilon_{frpe} = 0,002$. El gruix d'embolicadura de FRP que es requereix per reforçar a tallant es troba de les equacions següents:

$$N_b t_{frp} \geq \frac{(V_r - V_c - V_s)}{0.004 \phi_{frp} E_{frp} d \sin^2 \theta} = \frac{250(V_r - V_c - V_s)}{\phi_{frp} E_{frp} d \sin^2 \theta} \quad [115]$$

3.3.8.4. Límits de reforç per càrregues axials

Per tal d'assegurar que no tenim fallida prematura, hem d'assegurar que aquesta no passi per lliscament o fatiga.

i) Lliscament

Segons Neville (1995), la càrrega morta P_D degut al pes d'elements estructurals o no estructurals, no ha d'excedir:

$$P_D \leq 0.85 [0.8 \alpha_1 \phi_c f'_c (A_g - A_{st}) + f_s A_{st}] \quad [116]$$

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f'_c \geq 0.67 \quad [117] \text{ CSA-A23.3-94}$$

$$\alpha_1 = 0.85 \quad [118] \text{ CSA-S6-88}$$

$$f_s \leq 0.0015 E_s \quad [119]$$

$$f_s \leq 0.8 f_y \quad [120]$$

Si la columna està reforçada amb barres d'acer, la tensió de rendiment ha de ser menor que 0,0019.

ii) Fatiga

La combinació de càrregues tant mortes com vives P_L no ha d'excedir dels següents límits segons (Neville, 1995).

$$0 \leq \frac{P_D}{f'_c A_g} \leq 0.5 \rightarrow P_L \leq 0.4 f'_c A_g - 0.28 P_D$$

$$0.5 \leq \frac{P_D}{f'_c A_g} \leq 0.75 \rightarrow P_L \leq 0.46 f'_c A_g - 0.4 P_D$$

[121,122,123]

$$0.75 \leq \frac{P_D}{f'_c A_g} \leq 1 \rightarrow P_L \leq 0.64 f'_c A_g - 0.64 P_D$$

3.4. REFORÇ D' ELEMENTS ESTRUCTURALS

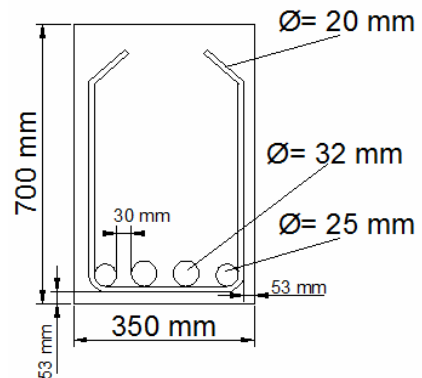
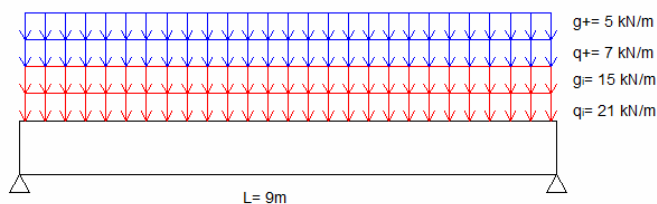
3.4.1. Introducció

En aquest capítol 3.4 es tracta d'aplicar d'una manera pràctica per mitjà de dos exemples, una biga a flexió i un pilar a compressió, tots els coneixements teòrics apresos als capítols anteriors d'aquest document nº 3 de la memòria.

3.4.2. Reforç d'una biga a flexió

3.4.2.1. Enunciat

Tenim una biga de formigó armat exposada a un exterior no agressiu, amb una longitud de 9m i secció rectangular de dimensions 0,35x0,70m, que es troba birecolzada. L'armadura longitudinal de tracció és $2 \phi 25 + 2 \phi 32$ i porta cèrcols de $\phi = 20\text{mm}$ separats cada 225mm. Aquesta biga va ser projectada per aguantar una càrrega permanent i sobrecàrrega de 15 i 21 kN/m, respectivament. Com a conseqüència d'un canvi en les seves condicions d'ús, es requereix a l'actualitat que la biga sigui capaç de suportar una càrrega morta i sobrecàrrega addicional de 5 i 7 kN/m, respectivament.



Geometria

b= 350mm
h= 700mm
d= 700 - 0.1h= 630mm
r_{mec}= 53mm

Material

Formigó	Acer	CFRP
$f_{ck} = 32\text{MPa}$	$f_{yk} = 460\text{MPa}$	$f_{frpk} = 2800\text{MPa}$
$E_c = 31\text{kN/mm}^2$	$E_s = 200\text{kN/mm}^2$	$E_{FRP} = 165\text{kN/mm}^2$
$\epsilon_{cu} = 0,0035$	$\epsilon_y = 0,002$	$\epsilon_{frpk} = 0,017$
$\gamma_c = 1.5$	$\gamma_s = 1.15$	$\gamma_{FRP} = 1.2$

Taula 3.8. Propietats dels materials utilitzats pel disseny

- Apliquem $E_c = 15,5\text{ kN/mm}^2$ per tenir en compte les deformacions a llarg termini.
- $f_{cd} = \alpha f_{ck} / \gamma_c = 0.85 \cdot 32 / 1,5 = 18,14\text{ MPa}$ ($\alpha = 0.85$)
- $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 460 / 1,15 = 400\text{ MPa}$
- $f_{frpd} = f_{frpk} / \gamma_{frp} = 2800 / 1,2 = 2334\text{ MPa}$
- $\epsilon_{frpd} = \epsilon_{frpk} / \gamma_{frp} = 0.017 / 1,2 = 0.014$

El CFRP utilitzat correspon a la marca Sika model CarboDur S. (segons taula adjunta). Segons fabricants, s'han de considerar laminats d'amplada 50 i 80m.

Properties of Typical Commercial FRP Systems						
FRP system	Areal Weight (g/m ²)	Density (g/cm ³)	Thickness (mm)	Tensile Strength (MPa)	Modulus in Tension (GPa)	Elongation at Failure (%)
Replark (Mitsubishi)						
Type 20 ¹	200	1.8	0.111	3400	230	1.5
Type 30 ¹	300	1.8	0.167	3400	230	1.5
Type MM ¹			0.165	2900	390	0.7
Type HM ¹	200	2.1	0.143	1900	640	0.3
MBrace (Master Builders)						
CF 530 ¹	300	1.82	0.165	2940	372	0.8
CF 130 ¹	300	1.82	0.165	3480	227	1.5
EG 900 ²			0.353	1730	88	2.0
Tyfo Fibrwrap (Composite Retrofit International)						
SEH51 ²	930	0.72	1.3	552	27.6	2.0
SCH41 ¹			1.0	1034	68.9	1.5
Sika						
SikaWrap Hex 100G ²	913	2.54	1.0	600	26.1	2.2
SikaWrap Hex 103C ¹	618	1.8	1.0	960	73.1	1.3
CarboDur S ¹	2240	1.6	1.2–1.4	2800	165	1.7
CarboDur M ¹	2240	1.6	1.4	2400	210	1.2
CarboDur H ¹	2240	1.6	1.4	1300	300	0.5
1 Carbon FRP						
2 Glass FRP						
Properties of Resins						
Resin	Density (kg/m ³)	Tensile Strength (MPa)	Modulus of Elasticity (GPa)	Elongation at Failure (%)	Maximum Long-Term Temperature Use (°C)	
Polyester	1.2	50–65	3.0	2–3	120	
Vinylester	1.15	70–80	3.5	4–6	140	
Epoxy	1.1–1.4	50–90	3.0	2–8	120–200	
Properties of Fibres						
Fibres	Type	Diameter (microns)	Density (kg/m ³)	Tensile Strength (MPa)	Modulus of Elasticity (GPa)	Elongation at Failure (%)
Glass	E	10	2.54	3450	72	4.8
	S	10	2.49	4300	87	5.0
Carbon	PAN	7	1.76	3650	231	1.4
	Pitch	10	2.00	2400	380	0.5
Aramid	Kevlar 49	11.9	1.45	3620	131	2.8
	Twaron	12	1.45	3600	127	2.5

Taula 3.9. Taula propietats FRP, Resina i Fibres utilitzades pel disseny (Font; [6])

3.4.2.2. Prenormativa Europea

Aquesta normativa presenta exclusivament el càlcul a flexió del membre, és a dir, el disseny del laminat col·locat a la part traccionada de la biga, sense aprofundir en el disseny del membre sotmès a esforços a tallant. Simplement es limita a estudiar la comprovació de que el disseny seleccionat és adequat per evitar els models de fallida a tallant.

Tal y com s'ha explicat a l'apartat 3.1, per tal de calcular una biga reforçada amb FRP per mitjà de la normativa Europea, hem de fer primer de tot un anàlisi del model de fallida al que està exposat l'element, aquests es classifiquen en set categories:

- a) Model de fallida per ruptura del laminat
- b) Model de fallida a flexió per aixafament del formigó
- c) Model de fallida a tallant del formigó
- d) Desadhesió del laminat des de el seu extrem junt amb el recobriment de formigó
- e) Desadhesió del laminat des de el seu extrem a la interfase amb el formigó
- f) Desadhesió del laminat a la seva interfase amb el formigó a partir d'una fisura a flexió intermèdia
- g) Desadhesió del laminat a la interfase amb el formigó a partir d'una fisura intermèdia provocada per l'efecte combinat de la flexió i el tallant.

Considerant aquests models de fallida, podem fer dos grups:

- 1) Model de fallida per pèrdua d'adherència del laminat (a,b,e,f)
- 2) Model de fallida a tallant (c,d,g)

Pel model del grup 1, s'han proposat tres models diferents per modelitzar aquest tipus de fallida, model A, B i C, segons els estudis proposats per Niedrmeier [8], Rostasy y Neubauer [9], Täljsten [10] i Matthys [11]. També es proposen dos models que no són inclosos a la normativa Europea, però que per les seves característiques i la seva simplicitat, són bastant prometedors (Model Aprile i Benedetti, i Model Chen i Teng).

A l'exemple no aplicarem el model C degut a les limitacions d'adherència del laminat que presenta en zones on existeixen fisures de flexió utilitzant la tensió tallant a la interfase. S'aplicarà el model A per la simplificació que presenta, el de Aprile i Benedetti perquè obeeix el model B, però amb una aplicació més simplificada, i el de Cheng i Teng perquè representa una aplicació molt directa que mitjançant assajos experimentals confirma la filosofia continguda al model B.

Pel model del grup 2, existeixen dues alternatives: a) Desadhesió del laminat per fisures a tallant [11] b) Desadhesió extrema del laminat i el recobriment [12]. Tal y com s'ha comentat anteriorment, dependentment del tipus d'alternativa que esta sotmès el membre, es tracta de comprovar que el disseny és correcte per evitar els tipus de fallida a tallant. Anteriorment hem comentat que aquest grup avarca els models de fallida c,d,g. El model c es similar al que es produeix en bigues de formigó convencionals i per evitar-ho s'han de seguir les recomanacions del EC2. En canvi, els d i g, representa un punt controvertit de totes les recomanacions de projecte editades fins la data i és un tema obert sobre el qual s'han d'aportar millores, ja que no existeix un model predictiu suficientment fiable.

Ara procedim a realitzar el càlcul de la biga tipus presentada a l'enunciat:

1. Càlcul del Moment Flector

Pel tal d'estar al costat de la seguretat, s'apliquen els coeficients de majoració de les càrregues proposats per la EHE, considerant un control d'execució intens.

$$M_d = \frac{(27 + 42) \cdot 9^2}{8} = 698,63 \text{mkN}$$

Càrrega permanent; $g^*=15+5=20 \text{ kN/m} \cdot 1,35 \rightarrow g=27 \text{ kN/m}$
 Sobrecàrrega; $q^*=21+7=28 \text{ kN/m} \cdot 1,5 \rightarrow q=42 \text{ kN/m}$

2. Comprovació del reforçament

Degut a que el formigó arriba a la deformació ε_{cu} , utilitzem uns valors $\Psi=0,8$ i $\delta_G=0,4$

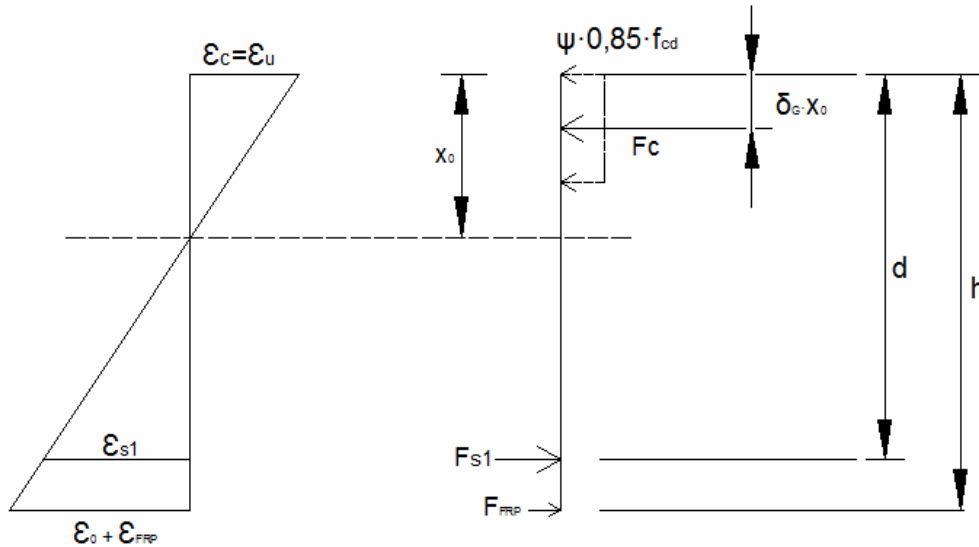


Fig 3.21. Gràfic de la biga no reforçada per l'E.L.U (Font: [4])

Calculem la profunditat de la fibra neutra :

$$x = \frac{A_{s1} f_{yd}}{\psi 0,85 f_{cd} b} = \frac{2592 \cdot 400}{0,8 \cdot 0,85 \cdot 18.14 \cdot 350} = 240,15 \text{ mm}$$

$$A_{s1} = 2 \left(\frac{\pi \cdot 25^2}{4} \right) + 2 \left(\frac{\pi \cdot 32^2}{4} \right) = 2592 \text{ mm}^2$$

Per fer la comprovació del reforç, calculem el moment resistent de la biga no reforçada i el comparem amb el moment de càlcul.

$$M_{RO} = \psi 0,85 f_{cd} b x (d - \delta_G x) = 0,8 \cdot 0,85 \cdot 18.14 \cdot 350 \cdot 240,15 \cdot (630 - 0,4 \cdot 240,15) = 553,6 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

Degut a que $M_{RO} < M_d$, cal reforçar la biga. Per tal que aquesta biga sigui capaç de suportar les càrregues, s'ha pres la decisió d'instal·lar laminat de CFRP amb les característiques descrites anteriorment.

3. Càlcul de la deformació inicial al formigó a la secció sense reforçar

Calculem el moment flector inicial degut a l'estat de càrregues inicials:

$$g_{\text{inicial}} + 25\% q_{\text{inicial}} = 15 + 5,25 = 20,25 \text{ kN/m}$$

$$M_o = \frac{20,25 \cdot 9^2}{8} = 205 \text{ mkN}$$

Calculem la profunditat de la fibra neutra:

$$\frac{bx_o^2}{2} = \alpha_s A_{s1}(d - x_o) \rightarrow \frac{350x_o^2}{2} = \frac{200000}{15500} \cdot 2592 \cdot (630 - x_o) \Rightarrow x_o = 264,35mm$$

Calculem el moment d'inèrcia de la secció fisurada, per mitjà de l'expressió facilitada per la EHE:

$$I_o = \frac{bx_o^3}{3} + \alpha_s A_{s1}(d - x_o)^2 = \frac{350 \cdot 264,35^3}{3} + \frac{200000}{15500} \cdot 2592 \cdot (630 - 264,35)^2 \Rightarrow I_o = 6,63 \cdot 10^9 mm^4$$

Calculem les deformacions a les dues cares:

A la cara superior

$$\varepsilon_{co} = \frac{M_o x_o}{E_c I_o} = \frac{205 \cdot 10^6 \cdot 264,35}{15500 \cdot 6,63 \cdot 10^9} = 5,27 \cdot 10^{-4} < 0,0035$$

A la cara inferior

$$\varepsilon_o = \varepsilon_{co} \frac{h - x_o}{x_o} = 8,69 \cdot 10^{-4} < 0,0035$$

4. Dimensionat del laminat de reforç amb CFRP

En aquest apartat es tracta de trobar l'àrea de FRP que fa falta per tal de reforçar la biga. Tal y com s'ha comentat anteriorment, s'utilitzen laminats de 50 i 80 mm d'amplada segons recomanacions del fabricant. Les seves característiques es resumeixen a la taula 3.8.

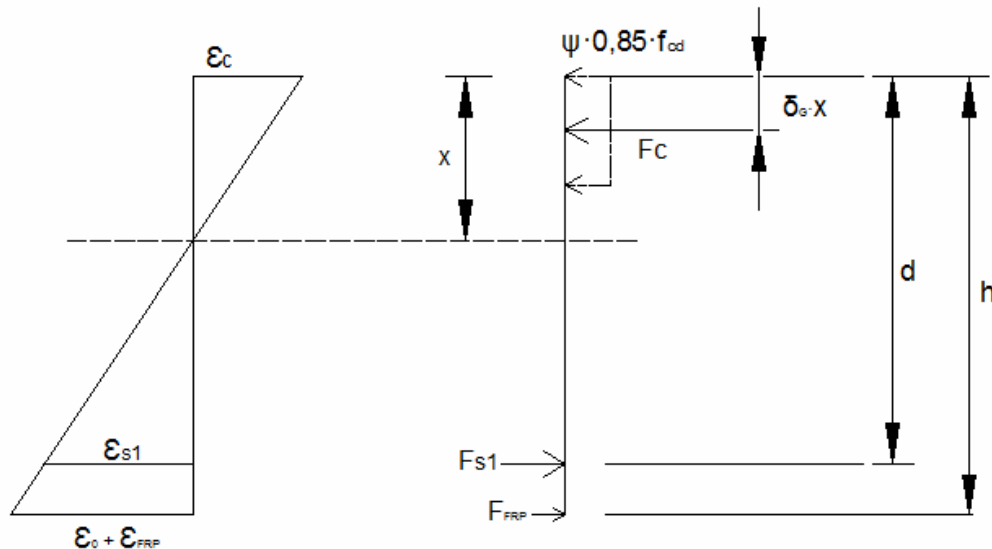


Fig 3.22. Gràfic de la biga reforçada per l'E.L.U (Font: [4])

<< Suposem inicialment un model de fallida per aixafament del formigó ($\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$) >>

Per tal de calcular la profunditat de la fibra neutra, utilitzem l'expressió del moment resistent, considerant que $M_{rd}=M_d$.

$$M_{Rd} = \psi 0,85 f_{cd} b x (d - \delta_G x) - f_{yd} A_{s1} (h - d) \rightarrow 698,63 \cdot 10^6 = 0,8 \cdot 0,85 \cdot 18,14 \cdot 350 \cdot x \cdot (630 - 0,4 \cdot x) - 400 \cdot 2592 \cdot (700 - 630) \Rightarrow x = 310,16 \text{ mm}$$

Coneixent la profunditat de la fibra neutra, podem calcular la deformació que sofreix l'acer.

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c \frac{d - x}{x} = 0,0035 \cdot \frac{630 - 310,16}{310,16} = 3,61 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_y = 2 \cdot 10^{-3}$$

Per tant, com $\varepsilon_s > \varepsilon_y$, l'acer plastifica abans que esgoti el formigó. Calculem la deformació al laminat en aquestes condicions.

$$\varepsilon_{FRP} = \varepsilon_{cu} \frac{h - x}{x} - \varepsilon_0 = 0,0035 \cdot \frac{700 - 310,16}{310,16} - 8,69 \cdot 10^{-4} = 0,00353$$

Tenint en compte el model de fallida establert, anem a comprovar l'àrea de FRP necessària per a cada model.

Model A

Aquest model es caracteritza per tenir en compte la influència de les fisures inclinades sobre la resistència d'adherència. Però s'ha de tenir cura al aplicar-ho, ja que resulta massa conservador.

Segons l'expressió [5], s'ha de complir aquesta condició per tal de limitar l'adherència a seccions intermèdies de la biga.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{FRP,lim} &= \min\{\varepsilon_{FRPud}, 0,0065 - 0,0085\} = \min\{0,014, 0,0065 - 0,0085\} = \\ &= \min\{0,014, 0,0065 - 0,0085\} > \varepsilon_{FRP} (0,00353) \end{aligned}$$

<< Degut a que es compleix la relació $\varepsilon_{FRP,lim} > \varepsilon_{FRP}$, el model de fallida predit és per aixafament del formigó >>

Càlcul de la tensió al laminat de FRP:

$$\sigma_{FRP} = E_{FRP} \varepsilon_{FRP} = 160 \cdot 10^3 \cdot 0,00353 = 564,8 \text{ MPa}$$

Càlcul de l'àrea de FRP necessària per mitjà de l'esforç al laminat de FRP (De la figura 3.22):

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= \sigma_{FRP} A_{FRP} (h - \delta_G x) + f_{yd} A_{s1} (d - \delta_G x) \\ 698,63 \cdot 10^6 &= 564,8 \cdot A_{FRP} \cdot (700 - 0,4 \cdot 310,16) + 400 \cdot 2592 \cdot (630 - 0,4 \cdot 310,16) \\ \Rightarrow A_{FRP} &= 535,14 \text{ mm}^2 \end{aligned}$$

Aquesta secció s'aconsegueix amb 5 laminats de 1.4mm de gruix i 80mm d'amplada cadascun. ($A_{FRP1}=1,4 \cdot 5 \cdot 80=560 \text{ mm}^2$).

Ara que tenim l'àrea de FRP, apliquem l'equació anterior per veure el Moment resistent que aconseguim, $M_{Rd}=706.72 \text{ m}\cdot\text{kN} > M_d$
Comprovem la plastificació a l'acer, per veure si encara ens plastifica.

$$706.72 \cdot 10^6 = 0,8 \cdot 0,85 \cdot 18,14 \cdot 350 \cdot x \cdot (630 - 0,4 \cdot x) - 400 \cdot 2592 \cdot (700 - 630)$$

$$\Rightarrow x = 376.53 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c \frac{d - x}{x} = 0,0035 \cdot \frac{630 - 376,53}{376,53} = 2,36 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_y = 2 \cdot 10^{-3}$$

Veiem que encara plastifica l'acer, per tant, per evitar-ho col·loquem més FRP, provem amb **6 laminats de 1.4mm de gruix i 80mm d'amplada** ($A_{FRP1}=1.4 \cdot 6 \cdot 80=672\text{mm}^2$).
Realitzant el mateix procés anterior, trobem els següents resultats;

$$M_{Rd} = 743.15 \text{ m}\cdot\text{kN} > M_d$$

$$x = 403.1 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_s = 1,97 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_y = 2 \cdot 10^{-3} \text{ amb aquesta } A_{FRP}, \text{ l'acer ja no plastifica.}$$

Model d'Aprile i Benedetti

Aquest model es basa en considerar la resistència d'adherència a la interfase laminat-formigó de forma local per cada zona de la biga compresa entre dos fisures de flexió. D'aquesta forma, es considera la contribució dels dents de formigó entre fisures a la capacitat d'adherència real del laminat.

Càlcul del valor mig de la resistència a tracció del formigó:

$$f_{ctm} = 0.3(f_{ck})^{2/3} = 0.3 \cdot 32^{2/3} = 3.02 \text{ N/mm}^2$$

Càlcul de la longitud d'adherència efectiva L_{anch} :

$$L_{anch} = \sqrt{\frac{E_{FRP} e_{FRP}}{c_2 f_{ctm}}} = \sqrt{\frac{160000 \cdot 1.4}{2 \cdot 3.02}} = 192.58 \text{ mm}$$

Càlcul de la tensió $\sigma_{anch,max}$:

$$\sigma_{anch,max} = \alpha_1 c_1 k_c k_b \sqrt{\frac{E_{FRP} f_{ctm}}{e_{FRP}}} = 0.9 \cdot 0.64 \cdot 1 \cdot 1,28 \cdot \sqrt{\frac{160000 \cdot 3.02}{1.4}} = 433,14 \text{ MPa}$$

c_1 i c_2 ; Coeficients experimentals que prenen un valor de 0,64 i 2 respectivament, per a laminats de CFRP

α_1 ; Pren normalment un valor de 0,9

k_c ; Coeficient de projecte que depèn del grau de compactació del formigó, per a nivells normals, pren un valor de 1.

k_b ; Factor geomètric que es calcula per mitjà de l'expressió [3]. Aplicant aquesta expressió, pren un valor de 1,28.

Càlcul de la secció efectiva de formigó a tracció, segons expressió [21]:

$$A_{c,ef} = \min\left\{2.5cb, \frac{b(h-x)}{2}\right\} = \min\left\{2.5 \cdot 53 \cdot 350, \frac{350 \cdot (700 - 310.16)}{2}\right\} = \\ = \min\{46375, 68222\} = 46375 \text{mm}^2$$

Càlcul de les quanties geomètriques de l'acer i del laminat respecte $A_{c,ef}$:

$$\rho_{s,ef} = \frac{A_{s1}}{A_{c,ef}} = \frac{2592}{46375} = 0,056$$

$$\rho_{FRP,ef} = \frac{A_{FRP}}{A_{c,ef}} = \frac{(1 \cdot 80 \cdot 1,4)}{46375} = 2,41 \cdot 10^{-3}$$

Hem suposat inicialment la col·locació d'un laminat de 80mm d'amplada. Partim de l'àrea mínima perquè serveixi de comparació amb l'altre model.

Càlcul del coeficient d'homogeneïtzació ω :

$$\omega = \frac{\alpha_s \rho_{s,ef} + \alpha_{FRP} \rho_{FRP,ef}}{\alpha_s \rho_{s,ef}} = 1.02$$

Càlcul de la distància entre fisures L_{cm} :

$$L_{cm} = \frac{\phi_s}{3,6 \rho_{s,ef}} \frac{1}{\omega} = \frac{25}{3,6 \cdot 0,056} \cdot \frac{1}{1,02} = 126,49 \text{mm}$$

Càlcul de la longitud d'adherència disponible L_e segons l'expressió [15]:

$$L_e = \min\{L_{anch}, L_{cm}\} = \min\{192,58, 126,49\} = 126,49 \text{mm}$$

Càlcul de la resistència d'adherència al laminat $\sigma_{anch}(L_e)$:

$$\sigma_{anch}(L_e) = \sigma_{anch,max} \frac{L_e}{L_{anch}} \left(2 - \frac{L_e}{L_{anch}}\right) = 433,14 \cdot \frac{126,49}{192,58} \cdot \left(2 - \frac{126,49}{192,58}\right) = 382,13 \text{MPa}$$

Veiem que $\sigma_{anch}(L_e) < \sigma_{anch,max}$

Càlcul de σ_{FRPy} , que representa la tensió a la placa quan l'armadura plastifica ($M=M_y$):

$$\sigma_{FRPy} = f_{yd} \frac{E_{FRP}}{E_s} \frac{h-x}{d-x} = 400 \cdot \frac{160 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^3} \cdot \frac{700 - 310,16}{630 - 310,16} = 390,04 \text{MPa} < f_{frpd} = 2334 \text{MPa}$$

Càlcul de la deformació límit al laminat:

$$\varepsilon_{FRP,lim} = \frac{\sigma_{FRPy} + \sigma_{anch}(Le)}{E_{FRP}} = \frac{390.04 + 382.13}{160 \cdot 10^3} = 4.83 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_{FRP} = 3.53 \cdot 10^{-3}$$

Segons la relació entre deformacions que hem trobat, podem predir que el mode de fallida es produirà per aixafament del formigó.

Degut a que tenim el mateix model de fallida que al cas anterior (model A), el resultat es el mateix,per tant, col·loquem **6 laminats de 1.4mm de gruix i 80mm d'amplada**.

Model de Chen i Teng

Cal recordar que aquest model va sorgir a partir dels assajos realitzats per Chen i Teng, i que segueix una filosofia similar a la del model B. Per tant, també s'assemblarà al model d'Aprile i Benedetti.

Assumim inicialment una amplada $b_{FRP}=80\text{mm}$,per tant:

$$\beta_p = \sqrt{\frac{2 - (b_{FRP} / b)}{1 + (b_{FRP} / b)}} = 1.2$$

Calculem la resistència d'adherència segons l'expressió [26]:

$$\sigma_{anch,max} = \alpha_2 \beta_p \beta_L \sqrt{\frac{E_{FRP} \sqrt{f_{ck}}}{e_{FRP}}} = 0.887 \cdot 1.2 \cdot 0.95 \cdot \sqrt{\frac{160 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{32}}{1.4}} = 813,04 \text{MPa}$$

Calculem el valor de β_L :

$$L_{anch} = \sqrt{\frac{E_{FRP} e_{FRP}}{\sqrt{f_{ck}}}} = \sqrt{\frac{160 \cdot 10^3 \cdot 1.4}{\sqrt{32}}} = 198,99 \text{mm}$$

Com que es compleix la relació que $L_e < L_{anch}$, sabem que β_L prendrà un valor segons l'expressió $\text{sen}[\pi L / 2L_{anch}]$, per tant, aquesta pren un valor de 0.95.

Càlcul de la deformació límit d'adherència:

$$\varepsilon_{FRP,lim} = \frac{\sigma_{anch,max}}{E_{FRP}} = \frac{813,04}{160 \cdot 10^3} = 5.08 \cdot 10^{-3} > 3.53 \cdot 10^{-3}$$

Es torna a complir el model de fallida per aixafament del formigó, per tant, com hem triat un valor de $\alpha_2=0.887$, el comportament és similar al model B. Llavors triem el mateix resultat que el cas de Aprile i Benedetti per la semblança que presenta amb el model B. Es necessiten **6 laminats de 1.4mm de gruix i 80mm d'amplada**.

5. Càlcul de la longitud del laminat

En aquest apartat, es tracta de trobar la longitud necessària de laminat per tal de reforçar la biga a la cara de tracció.

Model A

Cal tenir present el càlcul anterior de l'àrea necessària de FRP. Aquest pren un valor de 6 laminats de 1,4 mm de gruix i 80 mm d'amplada per a tots els models.

Càlcul de la profunditat de la fibra neutra a la secció homogeneïtzada (x_2):

$$\frac{bx_2^2}{2} = \alpha_s A_{s1}(d - x_2) + \alpha_{FRP} A_{FRP,1}(h - x_2) \rightarrow \frac{350x_2^2}{2} = \frac{200 \cdot 10^3}{15.5 \cdot 10^3} \cdot 2592 \cdot (630 - x_2) + \frac{160 \cdot 10^3}{15.5 \cdot 10^3} \cdot 300 \cdot (700 - x_2) \Rightarrow x_2 = 274.63 \text{ mm}$$

Càlcul del moment d'inèrcia de la secció reforçada homogeneïtzada (I_2):

$$I_2 = \frac{bx_2^3}{3} + \alpha_s A_{s1}(d - x_2)^2 + \alpha_{FRP} A_{FRP,1}(h - x_2)^2 = \frac{350 \cdot 264.35^3}{3} + \frac{200 \cdot 10^3}{15.5 \cdot 10^3} \cdot 2592 \cdot (630 - 274.63)^2 + \frac{160 \cdot 10^3}{15.5 \cdot 10^3} \cdot 300 \cdot (700 - 274.63)^2 = 7.03 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

Càlcul de $\sigma_{anch,max}$:

$$\sigma_{anch,max} = \alpha_1 c_1 k_c k_b \sqrt{\frac{E_{FRP} f_{ctm}}{e_{FRP}}} = 0.9 \cdot 0.64 \cdot 1 \cdot 1.27 \sqrt{\frac{160 \cdot 10^3 \cdot 3.02}{(6 \cdot 1.4)}} = 175.45 \text{ MPa}$$

Sabem que k_b s'extreu de l'expressió:

$$k_b = 1.06 \sqrt{\frac{2 - (b_{FRP} / b)}{1 + (b_{FRP} / b)}} = 1.27$$

Càlcul del moment associat a $\sigma_{anch,max}$, on aquest s'extreu aïllant de l'expressió:

$$\sigma_{anch,max} = \frac{M \alpha_{FRP} (h - x_2)}{I_2} \Rightarrow M(\sigma_{anch,max}) = \frac{\sigma_{anch,max} I_2}{\alpha_{FRP} (h - x_2)}$$

$$M(\sigma_{anch,max}) = \frac{175.45 \cdot 7.03 \cdot 10^9}{\frac{160 \cdot 10^3}{15.5 \cdot 10^3} (700 - 274.63)} = 280.97 \cdot 10^6 \text{ mm} \cdot \text{N}$$

Càlcul del punt de tall a_{cut} , degut a que $M_{Ro} > M_{(\sigma_{anch,max})}$, la fórmula ha aplicar és la següent:

$$M(\sigma_{anch,max}) = R \cdot a_{cut} - (27 + 42) \cdot \frac{a_{cut}^2}{2} \Rightarrow a_{cut} = 2.85m$$

R és la reacció vertical als extrems de la biga, aquesta és calcula per mitjà de l'expressió següent degut a que tenim una càrrega distribuïda al llarg de tota la biga.

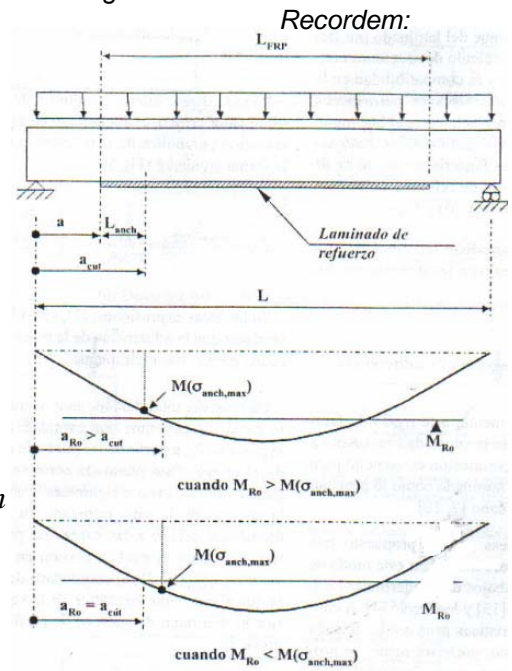
$$R = \frac{ql}{2} = (1.35 \cdot 20 + 1.5 \cdot 28) \cdot \frac{9}{2} = 310.5kN$$

Càlcul de la longitud d'adherència:

$$L_{anch} = \sqrt{\frac{E_{FRP} e_{FRP}}{c_2 f_{ctm}}} = \sqrt{\frac{160 \cdot 10^3 \cdot (6 \cdot 1.4)}{2 \cdot 3.02}} = 471.72mm$$

Càlcul de la longitud del laminat:

$$L_{FRP,1} = L - 2a_{cut} + 2L_{anch} = 9 - 2 \cdot 2.85 + 2 \cdot 0.47 = 4.24m$$



Segons aquest model, amb una longitud de CFRP de **4,24m**, ja tindrem prou per reforçar la biga.

Model de Aprile i Benedetti

Càlcul del valor del moment de fisuració del formigó:

$$M_{cr} = f_{ctm} \frac{bh^2}{6} = 3.02 \cdot \frac{350 \cdot 700^2}{6} = 86.32 \cdot 10^6 mm \cdot N$$

Càlcul de la posició a_{cr} on s'arriba al valor de M_{cr} :

$$M_{cr} = R \cdot a_{cr} - (27 + 42) \cdot \frac{a_{cr}^2}{2} \Rightarrow a_{cr} = 0.287m$$

Càlcul del valor efectiu de la longitud d'adherència:

$$L_{anch} = \sqrt{\frac{E_{FRP} e_{FRP}}{c_2 f_{ctm}}} = \sqrt{\frac{160 \cdot 10^3 \cdot (6 \cdot 1.4)}{2 \cdot 3.02}} = 471.72mm$$

Càlcul de la separació mitja entre fisures:

$$\rho_{FRP,ef} = \frac{A_{FRP,2}}{A_{c,ef}} = \frac{672}{46375} = 0,0145$$

$$\omega = \frac{\alpha_s \rho_{s,ef} + \alpha_{FRP} \rho_{FRP,ef}}{\alpha_s \rho_{s,ef}} = 1.139$$

$$L_{cm} = \frac{\phi_s}{3.6 \rho_{s,ef}} \frac{1}{\omega} = \frac{25}{3,6 \cdot 0,056} \cdot \frac{1}{1.139} = 108.87 \text{ mm}$$

Càlcul de la longitud d'adherència disponible:

$$L_e = \min\{L_{anch}, L_{cm}\} = \min\{471.72, 108.87\} = 108.87 \text{ mm}$$

Longitud del laminat:

$$L_{FRP,2} = L - 2a_{cr} + 2L_e = 9 - 2 \cdot 0.287 + 2 \cdot 0.109 = 8.6 \text{ m}$$

Segons aquest model, amb una longitud de CFRP de **8,6 m**, ja tindrem prou per reforçar la biga.

Model de Cheng y Teng

Anàlogament a l'apartat anterior, la banda ha de cobrir el vànol entre les posicions on s'arriba a M_{cr} .

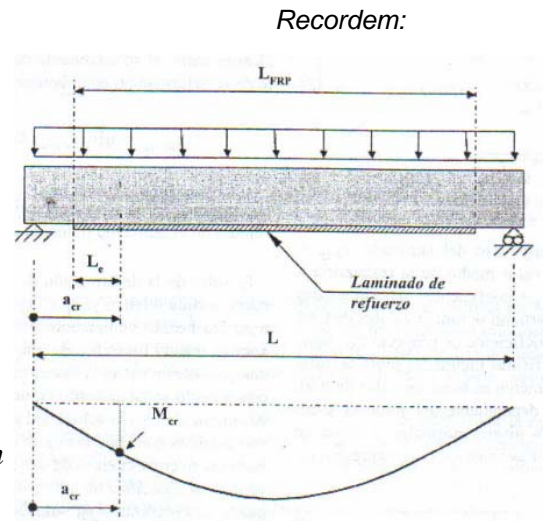
Càlcul de la longitud d'adherència efectiva:

$$L_{anch} = \sqrt{\frac{E_{FRP} e_{FRP}}{\sqrt{f_{ck}}}} = \sqrt{\frac{160 \cdot 10^3 \cdot (6 \cdot 1.4)}{\sqrt{32}}} = 487.43 \text{ mm}$$

Longitud del laminat:

$$L_{FRP,3} = L - 2a_{cr} + 2L_e = 9 - 2 \cdot 0.287 + 2 \cdot 0.487 = 9.3 \text{ m}$$

Segons aquest model, amb una longitud de CFRP de **9,3 m**, ja tindrem prou per reforçar la biga.



6. Comprovació de l'esforç tallant

Una vegada hem projectat el laminat adequat per evitar els models de fallida a flexió de la biga reforçada, s'ha de verificar que el disseny seleccionat és adequat per evitar els models de fallida a tallant. La comprovació es realitzarà mitjançant els resultats obtinguts amb cada model.

Comprovació segons resultats obtinguts amb el model A

Càlcul del valor característic de la resistència a tallant:

$$\tau_{Rk} = 0.38 + 151\rho_{eq} = 0.38 + 151 \cdot 0.014 = 2.48 \text{ MPa}$$

ρ_{eq} és la quantia d'armadura longitudinal equivalent, i es calcula per mitjà de l'expressió següent:

$$\rho_{eq} = \frac{A_{s1} + A_{FRP,1} \frac{E_{FRP}}{E_s}}{bd} = \frac{2592 + 672 \cdot \frac{160 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^3}}{350 \cdot 630} = 0.014$$

Càlcul de la resistència de càlcul a tallant segons Matthys [11]:

$$V_{Rd1} = \frac{\tau_{Rk}}{\gamma_c} bd = \frac{2.48}{1.5} \cdot 350 \cdot 630 = 364560 \text{ N} = 364.6 \text{ kN}$$

Càlcul de la posició del final del laminat:

$$a = \frac{L - L_{FRP,1}}{2} = \frac{9000 - 4240}{2} = 2380 \text{ mm}$$

Càlcul de a_L :

$$a_L = \sqrt[4]{\frac{(1 - \sqrt{\rho_{s1}})^2}{\rho_{s1}} da^3} = \sqrt[4]{\frac{(1 - \sqrt{0.0118})^2}{0.0118} \cdot 630 \cdot 2380^3} = 4890.2 \text{ mm}$$

ρ_{s1} és la quantia d'armadura a tracció, i es calcula:

$$\rho_{s1} = \frac{A_{s1}}{bd} = \frac{2592}{350 \cdot 630} = 0.0118$$

Càlcul de la resistència a tallant de càlcul del formigó segons Jansze [12]:

$$\tau_{Rd} = 0.15 \sqrt[3]{3 \frac{d}{a_L} \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \sqrt[3]{100 \rho_{s1} f_{ck}}} = 0.15 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot \frac{630}{4890.2} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{630}}\right) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot 0.0118 \cdot 18.14}}$$

$$\tau_{Rd} = 0.474 \text{ MPa}$$

Càlcul de la resistència de càlcul a tallant:

$$V_{Rd2} = \tau_{Rd} bd = 0.474 \cdot 350 \cdot 630 = 104517 \text{ N} = 104.52 \text{ kN}$$

Càlcul de la resistència a tallant:

$$V_{Rd} = \min[V_{Rd1}, V_{Rd2}] = \min[364.6, 104.52] = 104.52 \text{ kN}$$

Càlcul de l'esforç a tallant a l'extrem del laminat:

$$V(a = 2.38) = R - (g^* + q^*)a = 310.5 - (27 + 40) \cdot 2.38 = 151.04 \text{ kN}$$

Degut a que $V > V_{Rd}$, es preveu que el mode de fallida es produeixi per desadhesió a l'extrem del laminat. Per evitar això, s'hauria d'augmentar la longitud del laminat o reforçar l'existent amb reforç a tallant. Per tant, la longitud calculada per mitjà del model A no és correcte, ja que no compleix per tallant.

Comprovació segons resultats obtinguts amb el model d'Aprile i Benedetti

Es segueixen els mateixos passos anteriors però amb els valors obtinguts en els cassos anteriors per aquest model ($A_{FRP} = 672 \text{ mm}^2$, $L_{FRP} = 8,6 \text{ m}$).

Valor característic de la resistència a tallant:

$$\tau_{Rk} = 0.38 + 151 \rho_{eq} = 0.38 + 151 \cdot 0.014 = 2.48 \text{ MPa}$$

Càlcul de la resistència de càlcul a tallant:

$$V_{Rd1} = \frac{\tau_{Rk}}{\gamma_c} bd = \frac{2.48}{1.5} \cdot 350 \cdot 630 = 364.6 \text{ kN}$$

Càlcul de la quantia d'armadura a tracció:

$$\rho_{s1} = \frac{A_{s1}}{bd} = \frac{2592}{350 \cdot 630} = 0.0118$$

Càlcul de la posició del final del laminat:

$$a = \frac{L - L_{FRP,2}}{2} = \frac{9000 - 8600}{2} = 200 \text{ mm}$$

Càlcul de a_L :

$$a_L = \sqrt[4]{\frac{(1 - \sqrt{\rho_{s1}})^2}{\rho_{s1}} da^3} = \sqrt[4]{\frac{(1 - \sqrt{0.0118})^2}{0.0118} \cdot 630 \cdot 200^3} = 763.25 \text{ mm}$$

Càlcul de la resistència a tallant de càlcul del formigó:

$$\tau_{Rd} = 0.15 \sqrt[3]{3 \frac{d}{a_L} \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right)} \sqrt[3]{100 \rho_{s1} f_{ck}} = 0.15 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot \frac{630}{763.25} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{630}}\right)} \cdot \sqrt[3]{100 \cdot 0.0118 \cdot 18.14}$$

$$\tau_{Rd} = 0.88 \text{ MPa}$$

Càlcul de la resistència de càlcul a tallant:

$$V_{Rd2} = \tau_{Rd} b d = 0.88 \cdot 350 \cdot 630 = 193050.02 N = 193.05 kN$$

Càlcul de la resistència a tallant:

$$V_{Rd} = \min[V_{Rd1}, V_{Rd2}] = \min[364.6, 193.05] = 193.05 kN$$

Càlcul de l'esforç a tallant a l'extrem del laminat:

$$V(a=2) = R - (g^* + q^*)a = 310.5 - (27 + 40) \cdot 2 = 176.5 kN$$

Degut a que $V < V_{Rd}$, ara no es preveu mode de fallida per desadhesió del laminat a causa de l'esforç tallant. Per tant, amb aquesta longitud de laminat el CFRP no es desadhereix.

Comprovació segons resultats obtinguts amb el model de Cheng i Teng

Degut a que els passos a seguir son els mateixos que els casos anteriors, com amb una longitud de 8.6m el laminat no es desadhereix, per aquest model no cal fer la comprovació

7. Comprovació de l'estat límit de tensions de servei

Calculem el moment flector actuant per tenir en compte als càlculs a ELS:

$$M_s = \frac{(20 + 28) \cdot 9^2}{8} = 486 mkN$$

Comprovació amb els resultats obtinguts al; Model A / Model d'Aprile i Benedetti / Model de Chen i Teng

Recordem que l'àrea necessària per a tots els models és de 6 laminats de 1,4 mm de gruix i 80 mm d'amplada, per tant, aquesta comprovació serà conjunta per a tots els models aplicats fins ara.

Càlcul de la profunditat de l'eix neutre:

Considerem inicialment la relació de deformacions $\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_c} = 0.5$

$$\frac{b x_e^2}{2} = \alpha_s A_{s1} (d - x_e) + \alpha_{FRP} A_{FRP,1} \left[h - \left(1 + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_c} \right) x_e \right]$$

$$\frac{350 \cdot x_e^2}{2} = \frac{200 \cdot 10^3}{15.5 \cdot 10^3} \cdot 2592 \cdot (630 - x_e) + \frac{160 \cdot 10^3}{15.5 \cdot 10^3} \cdot 672 [700 - (1 + 0.5)x_e] \Rightarrow x_e = 279,47 mm$$

Càlcul del moment d'inèrcia de la secció homogeneïtzada:

$$I_2 = \frac{b x_0^3}{3} + \alpha_s A_{s1} (d - x_e)^2 + \alpha_{FRP} A_{FRP,1} \left[h - \left(1 + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_c} \right) x_e \right] (h - x_e) = \frac{350 \cdot 276,2^3}{3} + \frac{200 \cdot 10^3}{15.5 \cdot 10^3} \cdot 2592 \cdot (630 - 279,47)^2 + \frac{160 \cdot 10^3}{15.5 \cdot 10^3} \cdot 672 \cdot [700 - (1 + 0.5) \cdot 279,47] (700 - 279,47) = 7.39 \cdot 10^9 mm^4$$

Càlcul de la deformació al formigó a la cara superior:

$$\varepsilon_c = \frac{M_k x_e}{E_c I_2} = \frac{486 \cdot 10^6 \cdot 279,47}{15,5 \cdot 10^3 \cdot 7,39 \cdot 10^9} = 1,186 \cdot 10^{-3}$$

Ara tenint el valor de ε_c , ja podem calcular la relació entre ε_o i ε_c :

$$\frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_c} = \frac{8,48 \cdot 10^{-4}}{1,186 \cdot 10^{-3}} = 0,71$$

A partir d'aquest valor comencem a iterar, calculant novament la profunditat x_e i deformació ε_c fins que s'obtingui la convergència.

$$x_e = 276,61 \text{ mm}, I_2 = 7,3 \cdot 10^9 \text{ mm}^4, \varepsilon_c = 0,00119$$

Amb els valors que hem obtingut, realitzem les comprovacions:

El valor de la tensió de servei al formigó:

$$\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_c = 18,45 \text{ MPa} < 0,6 f_{ck}$$

Degut a que es compleix la relació, el resultat és correcte

El valor de la tensió de servei a l'armadura d'acer:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_c \frac{d - x_e}{x_e} = 200 \cdot 10^3 \cdot 0,00119 \cdot \frac{630 - 276,61}{276,61} = 304,06 \text{ MPa} < 0,80 f_{yk}$$

Degut a que es compleix la relació, el resultat és correcte

El valor de la tensió de servei a la banda de laminat:

$$\sigma_{FRP} = E_{FRP} \left(\varepsilon_c \frac{h - x_e}{x_e} - \varepsilon_o \right) = 155,7 \text{ MPa} < 0,80 f_{FRP,k}$$

Degut a que es compleix la relació, el resultat és correcte

3.4.2.3. Normativa Americana

Aquesta Normativa està basada en els requeriments de la ACI 318-99 i l'experiència del comportament mecànic del reforç de FRP.

En aquest cas sí es dissenya el membre des de el punt de vista a flexió i tallant.

Els models de fallida que planteja la normativa Americana són:

1. Ruptura del formigó en compressió abans de plastificar el reforç d'acer
2. Plasticitat de l'acer tensionat seguit de la ruptura del laminat
3. Plasticitat de l'acer tensionat seguit del trencament del formigó
4. Delaminació del formigó degut a la tensió d'esquinçament
5. Desadhesió del FRP del formigó

En aquest cas, no existeixen submodels com a la Normativa Europea, sinó que s'aplica un mateix procés de càlcul.

Respecte a la longitud del laminat, aquesta normativa no deixa el tema clar. Si ens fixem al punt 3.2.12.4, per bigues simplement recolzades ens diu que a partir del punt on el moment és igual al moment crític, hem d'aplicar una distància d que no està especificada per mitjà de cap càlcul. Per tant, segons l'experiència obtinguda amb la normativa anterior i l'assaig experimental adjuntat a l'annex, aquesta serà aproximadament igual a la longitud de la biga.

1. Apliquem el coeficient de reducció mediambiental per a exteriors no agressius, a les propietats del CFRP (segons Fig 3.2)

$$f_{fu} = C_E f_{fu}^* = 0.95 \cdot 2800 = 2660 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{fu} = C_E \varepsilon_{fu}^* = 0.95 \cdot 0.017 = 0.01615$$

2. Càlculs preliminars

$$\beta_1 = 1.09 - 0.08 f_c' = 0.81 \quad (\text{ACI 318-99})$$

$$\rho_s = \frac{A_s}{bd} = \frac{[2(\pi \cdot 12.5^2) + 2(\pi \cdot 16^2)]}{350 \cdot 630} = 0.0117$$

$$A_f = n t_f w_f = 2 \cdot 1.4 \cdot 80 = 224 \text{ mm}^2$$

Predefinim inicialment la col·locació de 2 laminats de 1,4mm de gruix i 80mm d'amplada. El CFRP utilitzat, és el mateix que el de la normativa Europea.

$$\rho_f = \frac{A_f}{bd} = \frac{224}{350 \cdot 630} = 0.001$$

3. Determinació de l'estat existent de deformació al soffit

L'estat existent de deformació el calculem assumint que la biga està esquerpada, i l'única càrrega que actua sobre la biga al moment de la instal·lació, són les càrregues mortes.

$$\varepsilon_{bi} = \frac{M_{DL}(h - kd)}{I_{cr} E_c} = \frac{202,5 \cdot (700 - 0.334 \cdot 630)}{6.774 \cdot 10^9 \cdot 31} = 0.00047$$

$$M_{DL} = \frac{(15+5) \cdot 9^2}{8} = 202,5 \text{mkN}$$

$$I_{cr} = I_0 = 6,63 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$k = \sqrt{\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c}\right)^2 + 2\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \left(\frac{h}{d}\right)\right) - \left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c}\right)} = 0.334$$

4. Determinació del coeficient d'adhesió del sistema FRP (k_m) (Segons equació [7])

Primer de tot, fem la comparació per saber quina expressió s'ha d'aplicar.

$$nE_f t_f = 2 \cdot 160 \cdot 1.4 > 180 \text{N/mm}$$

Per tant, la fórmula ha aplicar és la següent:

$$k_m = \frac{1}{60\varepsilon_{fu}} \left(\frac{90}{nE_f t_f} \right) \leq 0.9 \rightarrow 0.21 < 0.9$$

5. Determinació de la profunditat de la fibra neutra

Primer estimem un valor inicial segons l'expressió següent, el valor definitiu es trobarà quan es realitzi el control d'equilibri.

$$c = 0.20d = 126 \text{mm}$$

6. Determinació del nivell efectiu de deformació al reforç de FRP(Segons equació [8])

$$\varepsilon_{fe} = 0.003 \left(\frac{h-c}{c} \right) - \varepsilon_{bi} \leq k_m \varepsilon_{fu} \rightarrow \varepsilon_{fe} = 0.003 \left(\frac{700-126}{126} \right) - 0.00047 = 0.0132$$

$$\varepsilon_{fe} \leq (0.21 \cdot 0.01615 = 0.0034)$$

Degut a que aquest valor no és més petit que el màxim limitat, el valor d'aplicació per la deformació al reforç serà 0,0034.

7. Càlcul de la deformació al reforç d'acer existent

Aquest càlcul es realitza per mitjà de la semblança de triangles.

$$\varepsilon_s = \left(\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi} \right) \left(\frac{d-c}{h-c} \right) = (0.0034 + 0.00047) \cdot \left(\frac{630-126}{700-126} \right) = 0.00339$$

8. Càlcul del nivell tensional a l'acer i FRP

$f_s = E_s \varepsilon_s \leq f_y \rightarrow 200 \cdot 0.00339 = 0.678 \leq 0.41 \text{kN/mm}^2$. Igual que al cas anterior, apliquem el valor de 0,41.

$$f_{fe} = E_{fe} \varepsilon_{fe} \rightarrow 165 \cdot 0.0034 = 0.56 \text{kN/mm}^2$$

9. Càlcul de la distància de la fibra neutra

Ara ja podem calcular la distància de la fibra neutra, si aquest valor no s'ajusta al inicial (126), s'haurà d'ajustar el valor fins que es satisfaci la força d'equilibri.

$$c = \frac{A_s f_s + A_f f_{fe}}{\eta_c' \beta_1 b} = \frac{2590 \cdot 414 + 224 \cdot 560}{0.85 \cdot 32 \cdot 0.81 \cdot 350} = 155,3 \neq 126$$

10. Ajustar el valor de c fins que es satisfaci la força d'equilibri

Es tracta de repetir del punt 6 fins el 9 amb diferents valors de c, fins trobar l'equilibri.

Els valors extrets de la iteració, són:

$$c = 126, \varepsilon_{fe} = 0.0027, \varepsilon_s = 0.0028, f_{fe} = 0.449 \text{ kN/mm}^2, f_s = 0.41 \text{ kN/mm}^2$$

11. Càlcul del reforç a flexió (Segons equació [17])

Prenem un valor de $\phi = 0.90$ degut a que $\varepsilon_s > 0.005$

$$\phi M_n = \phi \left[A_s f_s \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right) + \psi A_f f_{fe} \left(h - \frac{\beta_1 c}{2} \right) \right] \geq Mu (Mu = Md)$$

$$\phi M_n = 0.90 \left[2590 \cdot 0.41 \left(630 - \frac{0.81 \cdot 126}{2} \right) + 0.85 \cdot 224 \cdot 0.449 \left(700 - \frac{0.81 \cdot 126}{2} \right) \right] \geq Mu (Mu = Md)$$

$$603,3 < 698.63 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

Veiem que no es compleix la condició establerta, per tant, augmentem la secció de FRP (A_f)

Amb un valor de $A_f = n t_f w_f = 6 \cdot 1.4 \cdot 80 = 560 \text{ mm}^2$ es compleix la condició, ja que $703,1 < 698.63 \text{ m} \cdot \text{kN}$.

Per tant, per tal de reforçar el membre a flexió, fan falta **6 laminats de 1.4mm de gruix i una amplada de 80mm.**

12. Comprovació de la tensió de servei al reforç d'acer i FRP (E.L.S)

$$k = \sqrt{\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \right)^2 + 2 \left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \left(\frac{h}{d} \right) \right) - \left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \right)} = 0.343$$

$$f_{s,s} = \frac{\left[M_s + \varepsilon_{bi} A_f E_f \left(h - \frac{kd}{3} \right) \right] (d - kd) E_s}{A_s E_s \left(d - \frac{kd}{3} \right) (d - kd) + A_f E_f \left(h - \frac{kd}{3} \right) (h - kd)} \leq 0.80 f_y \rightarrow 318.21 \leq 0.80 \cdot 414$$

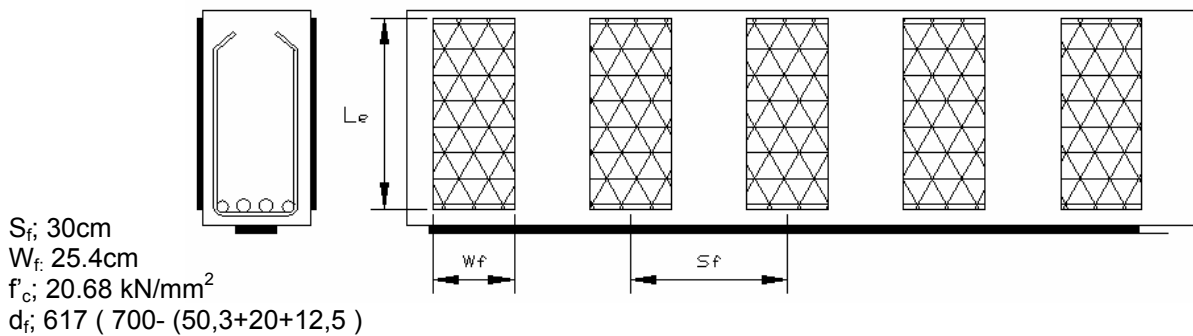
Ara calculem el nivell de tensió al FRP, verificant que aquest és menor que la tensió a la ruptura dúctil ($0.55 f_{fu}$). Suposem que el servei complet de càrrega es sosté.

$$f_{s,s} = f_{s,s} \left(\frac{E_f}{E_s} \right) \left(\frac{h - kd}{d - kd} \right) - \varepsilon_{bi} E_f \leq 0.55 f_{fu} \rightarrow 306.24 < 1463 \text{ N/mm}^2$$

Això demostra que compleix a E.L.S.

13. Càlcul del nivell efectiu de deformació al reforç a tallant de FRP

- Considerem el reforç al dos costats (2 sides)
- Les característiques del laminat de CFRP es mantenen



Sabem segons l'equació següent, que s'ha de complir la condició:

$$\phi V_n = \phi (V_c + V_s + \psi_f V_f)$$

Degut a que la normativa Americana no parla del càlcul de la contribució de l'acer i FRP, utilitzo les equacions facilitades per la normativa Canadenca (amb els seus coeficients de seguretat).

$$V_c = 0.2 \phi_c \sqrt{f'_c} b_w d = 0.2 \cdot 0.6 \cdot \sqrt{20.68} \cdot 350 \cdot 630 = 120.33 \text{ kN}$$

$$V_s = \frac{\phi_s f_y A_v d}{s} = \frac{0.85 \cdot 400 \cdot 1256.6 \cdot 630}{225} = 1196.3 \text{ kN}$$

Sabem que $V_n = R = 310,5$ kN, per tant, com inicialment tenim la contribució del formigó i acer, tenim que $V_c + V_s = 1316,63$ kN. Amb això es demostra que no cal reforçar el membre a tallant. Reduint el diàmetre dels cercols a 10mm per estalviar material, la contribució de l'acer pren encara un valor de 747,7kN.

Per tal de seguir l'exemple de càlcul i així tenir tot aquest exemple complet, el continuarem per veure el desenvolupament.

$$L_e = \frac{2500}{(n t_f E_f)^{0.58}} = \frac{2500}{(1 \cdot 1,4 \cdot 165)^{0.58}} = 106.42 \text{ mm}$$

Segons aquest càlcul, crec que la longitud de laminat és massa petita, per tant, per estalviar material amb el gruix de FRP, col·locarem un altre tipus de CFRP.

El CFRP triat és de la marca MBrace (Master Builders) model CF130 (segons taula 3.9).

CFRP
$f_{frpk} = 3480 \text{ Mpa}$
$E_{FRP} = 227 \text{ kN/mm}^2$
$\varepsilon_{frpk} = 0.015$
$t_f = 0.165 \text{ mm}$

Reduiré el valor de E_{FRP} , tot i que aniré en contradicció al que diu el fabricant, però s'ha de tenir en compte que aquest dona un valor per un laminat unidireccional, per tant, si considerem un laminat quasi isotròpic, prendré un valor de 80 kN/mm^2

• $\varepsilon_{frpd} = \varepsilon_{frpk} / \gamma_{frp} = 0.015 / 1,2 = 0.0125$

Taula 3.10. Característiques del material de reforç a tallant (Font: [6])

$$L_e = \frac{2500}{(1 \cdot 0.165 \cdot 80)^{0.58}} = 559,77 \text{ mm}$$

$$k_1 = \left(\frac{f'_c}{27} \right)^{2/3} = \left(\frac{20.68}{27} \right)^{2/3} = 0.82$$

$$k_2 = \left(\frac{d_f - 2L_e}{d_f} \right) = \left(\frac{617 - 2 \cdot 559,77}{617} \right) = -0.81$$

El valor de k_2 negatiu no és correcte, per tant, augmentem el numero de laminats a 2.

$$L_e = 374,46 \text{ mm}$$

$$k_1 = 0,82$$

$$k_2 = 0,20$$

$$k_v = \frac{k_1 k_2 L_e}{11.9 \varepsilon_{fu}} \leq 0.75 \rightarrow \frac{0.82 \cdot 0.20 \cdot 374,46}{11900 \cdot 0.0125} = 0.41 \leq 0.75$$

$$\varepsilon_{fe} = k_v \cdot \varepsilon_{fu} \leq 0.004 = 0.41 \cdot 0.0125 = 0.00339 \leq 0.004$$

Sabem que el nivell efectiu de deformació al reforç a tallant és correcte.

14. Càlcul de la contribució del reforç de FRP per la força a tallant

$$A_{fv} = 2nt_f w_f = 2 \cdot 2 \cdot 0.165 \cdot 254 = 167.64 \text{ mm}^2$$

$$f_{fe} = \varepsilon_{fe} E_f = 0.00339 \cdot 80 = 0.27 \text{ kN/mm}^2$$

$$V_f = \frac{A_{fv} f_{fe} (\sin \alpha + \cos \alpha) d_f}{s_f} = \frac{167,64 \cdot 0.27 \cdot 1 \cdot 617}{300} = 93.08 \text{ kN}$$

15. Càlcul de la força a tallant de la secció

Ara s'hauria de demostrar l'equació, i veuríem que la relació és correcte, ja que hem demostrat anteriorment que amb la contribució del formigó i acer teníem prou.

$$\phi V_n = \phi (V_c + V_s + \psi_f V_f)$$

3.4.2.4. Normativa Canadenca

Les equacions que es presenten a la normativa Canadenca, estan basades en:

- Seccions planes que segueixen sent planes
- Adhesió perfecte entre el formigó i l'acer, i entre el formigó i FRP
- La tensió a tallant pot ser negligida pel disseny a flexió
- La longitud d'ancoratge o longitud eficaç és assegurada pel reforç amb FRP
-

Els models de fallida que presenta aquesta normativa són els següents:

- Ruptura del formigó
- Plasticitat de l'acer seguit de ruptura del formigó
- Plasticitat de l'acer seguit de ruptura del laminat
- Desadhesió del laminat de FRP

A la teoria, es parla del càlcul a flexió i tallant. Per a realitzar el càlcul a flexió, s'ha de considerar primer de tot si el membre està sotmès només a flexió, o a flexió-compensió. Tant si aquest està sotmès a flexió com a flexió compressió, hem de dissenyar inicialment considerant que el model de fallida pot ser; Balanç de fallida, Fallida tensional del FRP o Fallida a compressió del formigó. Depenent dels resultats obtinguts amb les deformacions, comparant-les amb el seu límit del material, verificarem si el model establert inicialment és correcte, si no fos el cas, hauríem de retornar a fer els càlculs considerant una altra possibilitat. Cal remarcar que tant si el membre està sotmès a flexió com a flexió-compensió els models de fallida són els mateixos pels dos casos, però el formulari que s'aplica és diferent per cadascuna.

Aquesta normativa no parla de la longitud que ha de tenir el material de reforç a flexió, per tant, igual que a la normativa Americana, apliquem la nostra experiència obtinguda i reforcem l'element de banda a banda.

Comencem el càlcul.....

A les propietats dels materials hem de considerar els següents coeficients de seguretat;

$$\phi_c=0.6, \phi_s=0.85, \phi_{FRP}=0.75$$

*** Assumim inicialment la fallida del formigó i plastificació de l'acer

1. Degut al valor tant petit de les tensions inicials tant al formigó com a l'acer, en ambdós casos aquesta normativa permet considerar-les negligibles, per tant, $\varepsilon_{bi} = \varepsilon_{ci} = \varepsilon_{si} = 0$

2. Determinació de α_1 i β_1 :

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f_c' \geq 0.67 \rightarrow 0.85 - 0.0015 \cdot 20,68 = 0.82 > 0.67$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 f_c' \geq 0.67 \rightarrow 0.97 - 0.0025 \cdot 20,68 = 0.92 > 0.67$$

3. Posició de la fibra neutra segons la condició d'equilibri de forces:

<< Considerem inicialment que col·loquem 2 laminats de 80mm d'amplada, model Carbodur S (taula 3.9) >>

$$A_{frp} = 2 \cdot 1.4 \cdot 80 = 224mm^2$$

$$\alpha_1 \phi_c f'_c \beta_1 b c^2 + (\phi_{frp} E_{frp} A_{frp} (\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{bi}) - \phi_s f_y A_s) c - \phi_{frp} E_{frp} A_{frp} \varepsilon_{cu} h = 0$$

$$0.82 \cdot 0.6 \cdot 20.68 \cdot 0.92 \cdot 350 \cdot c^2 + (0.75 \cdot 165 \cdot 10^3 \cdot 224 \cdot (0.0035 + 0) - 0.85 \cdot 400 \cdot 2590) c - 0.75 \cdot 165 \cdot 10^3 \cdot 224 \cdot 0.0035 \cdot 700 = 0$$

$$c = 306.75 \text{ mm}$$

Per tant, calculem el valor de profunditat a com; $a = \beta_1 c = 0.89 \cdot 306.75 = 273 \text{ mm}$

Fem la comprovació del model de fallida plantejat inicialment:

$$\varepsilon_{frp} = \varepsilon_{cu} \left(\frac{h - c}{c} \right) - \varepsilon_{bi} = 0.0035 \left(\frac{700 - 306.75}{306.75} \right) = 0.00448 < 0.0125$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cu} \left(\frac{d - c}{c} \right) = 0.0035 \left(\frac{630 - 306.75}{306.75} \right) = 0.00369 > 0.002$$

Veiem que el model de fallida és correcte, per tant, per calcular el moment resistent utilitzem la fórmula:

$$M_r = \phi_s f_y A_s \left(d - \frac{a}{2} \right) + \phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frpu} A_{frp} \left(h - \frac{a}{2} \right) =$$

$$= 0.85 \cdot 400 \cdot 2590 \cdot \left(630 - \frac{273}{2} \right) + 0.75 \cdot 165 \cdot 10^3 \cdot 0.0125 \cdot 224 \cdot \left(700 - \frac{273}{2} \right)$$

$$\Rightarrow M_r = 629.83.13 \text{ m} \cdot \text{kN} < 698.63 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

Degut a que $M_r < M_d$, això demostra que cal reforçar la biga, és a dir, col·loquem més FRP.

$$A_{frp} = 3 \cdot 1.4 \cdot 80 = 336 \text{ mm}^2$$

$$M_r = \phi_s f_y A_s \left(d - \frac{a}{2} \right) + \phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frpu} A_{frp} \left(h - \frac{a}{2} \right) =$$

$$= 0.85 \cdot 400 \cdot 2590 \cdot \left(630 - \frac{273}{2} \right) + 0.75 \cdot 165 \cdot 10^3 \cdot 0.0125 \cdot 336 \cdot \left(700 - \frac{273}{2} \right)$$

$$\Rightarrow M_r = 713.4 \text{ m} \cdot \text{kN} < 698.63 \text{ m} \cdot \text{kN}$$

Per tant, **es necessiten 3 laminats de FRP** amb una amplada de 80mm i 1.4mm de gruix, per reforçar la biga a flexió.

E.L.S

Degut a la falta d'informació de la norma CSA-A23.3-94, s'apliquen les mateixes consideracions que a la normativa americana.

$$k = \sqrt{\left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \right)^2 + 2 \left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \left(\frac{h}{d} \right) \right) - \left(\rho_s \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \frac{E_f}{E_c} \right)} = 0.343$$

$$f_{s,s} = \frac{\left[M_s + \varepsilon_{bi} A_f E_f \left(h - \frac{kd}{3} \right) \right] (d - kd) E_s}{A_s E_s \left(d - \frac{kd}{3} \right) (d - kd) + A_f E_f \left(h - \frac{kd}{3} \right) (h - kd)} \leq 0.80 f_y \rightarrow 298.1 \leq 0.80 \cdot 414$$

Ara calculem el nivell de tensió al FRP, verificant que aquest és menor que la tensió a la ruptura dúctil ($0.55 f_{tu}$). Suposem que el servei complet de càrrega es sosté.

$$f_{s,s} = f_{s,s} \left(\frac{E_f}{E_s} \right) \left(\frac{h - kd}{d - kd} \right) - \varepsilon_{bi} E_f \leq 0.55 f_{tu} \rightarrow 288.3 < 1463 N / mm^2$$

Això demostra que compleix a E.L.S.

Consideració a Tallant

El laminat de FRP va col·locat a 90° amb reforç en a les dues bandes ($n_e=2$). Amb les mateixes característiques que el material de reforç utilitzat a la normativa Americana (Taula 3.10).

1. Càlcul de les contribucions dels materials:

$$V_r = V_c + V_s + V_{frp}$$

$$V_c = 0.2 \phi_c \sqrt{f_c'} b_w d = 0.2 \cdot 0.6 \cdot \sqrt{20.68} \cdot 350 \cdot 630 = 120.3 kN$$

$$V_s = \frac{\phi_s f_y A_v d}{s} = \frac{0.85 \cdot 400 \cdot 1256.64 \cdot 630}{225} = 1210.4 kN$$

Calculant les contribucions, ens adonem que no fa falta reforçar aquesta biga a tallant, ja que només amb la contribució de l'acer tenim prou per pal·liar el tallant màxim produït V_r . Tot i això, seguim fent el problema per tal de tenir-ho com a exemple.

2. Càlcul de la contribució del FRP:

La col·locació del laminat a tallant i les característiques del laminat triat (MBrace (Master Builders) model CF130) es igual que pel cas de la normativa Americana.

$$\rho_{frp} = \left(\frac{2t_{frp}}{b_w} \right) \left(\frac{w_{frp}}{s_{frp}} \right) = \left(\frac{2 \cdot 1.4}{80} \right) \left(\frac{254}{300} \right) = 1.68\%$$

$$A_{frp} = 3 \cdot 1.4 \cdot 80 = 336 mm^2$$

$$L_e = \frac{25350}{(t_{frp} \cdot E_{frp})^{0.58}} = \frac{25350}{(1.4 \cdot 80 \cdot 10^3)^{0.58}} = 29.88 mm$$

3. Càlcul de la tensió efectiva:

$$k_1 = \left[\frac{f_c'}{27.65} \right]^{2/3} = \left[\frac{20.68}{27.65} \right]^{2/3} = 0.82$$

$$k_2 = \frac{d_{frp} - n_e L_e}{d_{frp}} = \frac{630 - 2 \cdot 29.88}{630} = 0.90$$

La deformació efectiva al reforç es calcula com:

$$\varepsilon_{frpe} = \frac{\alpha \phi_{frp} k_1 k_2 L_e}{9525} = \frac{0.8 \cdot 0.75 \cdot 0.82 \cdot 0.9 \cdot 29.88}{9525} = 0.0014$$

4. Càlcul de la tensió efectiva utilitzant el rati:

$$R = \alpha \lambda_1 \left(\frac{f_c^{1/3}}{\rho_{frp} E_{frp}} \right)^{\lambda_2} = 0.8 \cdot 1.23 \left(\frac{20.68^{2/3}}{0.0168 \cdot 80 \cdot 10^3} \right)^{0.47} = 0.086$$

Sabem que per CFRP, els coeficients prenen un valor de::

$$\lambda_1 = 1.23, \lambda_2 = 0.47$$

$$\varepsilon_{frpe} = R \varepsilon_{frpu} = 0.061 \cdot 0.0125 = 0.00076$$

Per disseny utilitzem el valor de $\varepsilon_{frpe} = 0.00076$

5. Càlcul de la contribució a tallant del FRP:

$$V_{frp} = \frac{\phi_{frp} E_{frp} \varepsilon_{frpe} A_{frp} d_{frp} (\sin \beta + \cos \beta)}{s_{frp}} = \frac{0.75 \cdot 80 \cdot 10^3 \cdot 0.00076 \cdot 336 \cdot 700 \cdot (1 + 0)}{300} = 35.75 kN$$

hem considerat $d_{frp} = h = 700 mm$

6. Factor de resistència a tallant de la biga:

$$V_r = 120.3 + 1210.4 + 35.75 = 1366.45 kN$$

7. Verifiquem la següent condició:

$$V_r \leq V_c + 0.8 \lambda \phi_c \sqrt{f_c} b_w d$$

$$1366.45 \leq 1210.4 + 0.8 \cdot 0.6 \cdot \sqrt{20.68} \cdot 80 \cdot 630$$

Es compleix la condició.

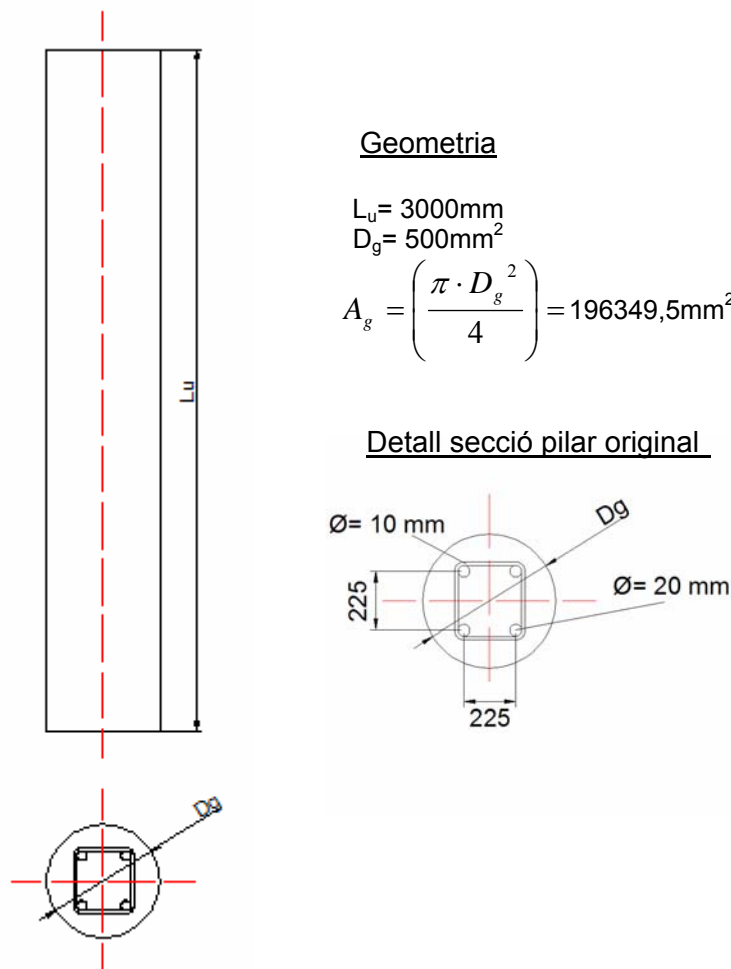
3.4.3. Confinament d'un pilar

3.4.3.1. Introducció

En aquest apartat es presenta el càlcul de confinament d'un pilar. Aquest càlcul només s'ha realitzat segons la normativa Americana i Canadenca que són les dues normatives que el mencionen. Aquesta primera només fa al·lusió al càlcul a compressió pura, mentre que l'altre l'estudia tant per càrregues axials com a tallant.

3.4.3.2. Enunciat

Tenim un pilar de formigó armat col·locat a l'exterior, amb una longitud i secció circular de 3 i 0.5m, respectivament. Es troba sotmès a un estat de càrrega morta de 1500kN i de càrrega viva de 1550 kN. Presenta una armadura a compressió de 4 ϕ 20 i cèrcols de ϕ 10 cada 200mm (segons figura adjunta). Volem saber si aquest pilar és capaç de suportar l'estat de càrregues existent, i si no fos així, realitzar un confinament del pilar per mitjà de FRP. A la taula 3.11 es presenten les característiques dels materials utilitzats per a la seva construcció.



Acer			
Formigó	Reforç axial	Reforç transversal	CFRP
$A_c=69350,7 \text{ mm}^2$	$A_{st}=1256,64\text{mm}^2$	$A_h= 78,54\text{mm}^2$	$f_{frpk}=600\text{MPa}$
$f'_c = 30 \text{ Mpa}$	$f_{yk} = 460 \text{ Mpa}$	$f_{hy} =460 \text{ Mpa}$	$E_{frp}=26,1\text{kN/mm}^2$
$\theta=45^\circ$	$E_s=200 \text{ kN/mm}^2$	$s= 200\text{mm}$	$\varepsilon_{frpk}=0,022$
$E_c=31 \text{ kN/mm}^2$		$D_c=395\text{mm}^2$	$t_{frp}=1\text{mm}$

3.11. Propietats dels materials utilitzats pel disseny del pilar

- Apliquem $E_c= 15,5 \text{ kN/mm}^2$ per tenir en compte les deformacions a llarg termini.
- $f_{yd}= f_{yk}/ \gamma_s= 460/1,15= 400\text{MPa}$
- $f_{frpd}= f_{frpk}/ \gamma_{frp}= 600/1,2= 500\text{MPa}$
- $\varepsilon_{frpud}= \varepsilon_{frpk}/ \gamma_{frp}= 0.022/1,2= 0.018$
- El GRP correspon a un laminat de la marca Sika model SikaWrap Hex 103C (Segons taula 3.9). Encara que sigui unidireccional, ja ens va bé perquè els pilars es reforcen amb congruny, per tant, ja realitzes la multidireccionalitat.
- La columna està exposada a l'exterior, per tant, apliquem un coeficient $C_E= 0,85$ (Segons taula 3.2).

Característiques de les càrregues

Càrrega morta axial $P_D= 1500 \text{ kN}$

Càrrega viva axial $P_L= 1550 \text{ kN}$

Considerant els coeficients de seguretat segons la norma EHE, i efectuant un control d'execució Intens.

Factor de càrrega axial $P_f= 1500 \cdot 1,35 + 1550 \cdot 1,50= 4350 \text{ kN}$

Primer de tot, calculem la capacitat màxima del pilar abans de confinar.

Sabem que l'expressió a utilitzar és:

$$\frac{P}{E_c \cdot A_{eq}} = (\varepsilon_c \text{ ó } \varepsilon_s)$$

Calculem l'àrea equivalent:

$$A_{eq} = A_c + A_s \cdot \frac{E_s}{E_c} = 69350,7 + 1335,2 \cdot \frac{200}{31} = 77964,9\text{mm}^2$$

Ara ja podem calcular P aïllant de l'expressió anterior. El valor definitiu serà el més desfavorable.

$$P = (15,5 \cdot 77964,9) \cdot 0,002 = 2416,9\text{kN}$$

$$P = (15,5 \cdot 77964,9) \cdot 0,0035 = 4229,6\text{kN}$$

Per tant, el pilar té un capacitat màxima $P_{r \text{ màx}}= 2416,9 \text{ kN}$, abans de confinar.

Degut a que $P_f > P_{r\text{màx}}$, arribem a la conclusió que hem de reforçar la columna per evitar la fallida.

3.4.3.3. Reforç del pilar segons Normativa Americana

L'objectiu del càlcul, és calcular la càrrega capaç de suportar la columna confinada, i compararla amb P_f per veure si la columna aguanta.

$$\phi P_n = 0,80\phi [0,85\psi_f f'_{cc} (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}]$$

Veiem que ens falten molts paràmetres, per tant, anem a calcular-los:

1. Càlcul del reforç aparent a compressió del formigó confinat

$$f'_{cc} = f'_c \left[2,25 \sqrt{1 + 7,9 \frac{f_l}{f'_c}} - 2 \frac{f_l}{f'_c} - 1,25 \right]$$

Calculem els paràmetres que ens falten (f_l i f'_{cc}) per aplicar l'expressió general

- Càlcul de la pressió de confinament degut a la jaqueta de FRP:

Segons consideracions de ductilitat;

$$\varepsilon_{fe} = 0,004 \leq 0,75\varepsilon_{fu}$$

$$\varepsilon_{fu} = C_E \cdot \varepsilon_{fu}^* = 0,85 \cdot 0,018 = 0,0153$$

$$\varepsilon_{fe} = 0,004 \leq 0,75 \cdot 0,0153$$

Per tant, degut a que no es compleix la relació, es tria un valor $\varepsilon_{fe} = 0,0153$

Càlcul del rati de reforç d'FRP:

Considerem inicialment la col·locació d'una capa de laminat de GFRP

$$\rho_f = \frac{4nt_f}{h} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 1}{500} = 0,008$$

Sent h igual al valor del diàmetre de la columna.

Lavors, calculem la pressió de confinament degut a la jaqueta d'FRP amb l'expressió següent:

$$f_l = \frac{k_a \rho_f f_{ffe}}{2} = \frac{k_a \rho_f \varepsilon_{fe} E_{fe}}{2} = \frac{1 \cdot 0,008 \cdot 0,0153 \cdot 26100}{2} = 1,6 \text{ MPa}$$

K_a pren un valor de 1 quan parlem de columnes circulars

Per tant;

$$f'_{cc} = 30 \left[2,25 \sqrt{1 + 7,9 \frac{1,6}{30}} - 2 \frac{1,6}{30} - 1,25 \right] = 39,69 \text{ MPa}$$

El factor de reducció ϕ segons la norma ACI 318-99, pren un valor de 0,70. (Adjunto taula resum).

Strength Reduction Factors, ϕ		
Member Type:		ϕ
Tension member		0.90
Compression member	Spiral reinforced	0.70
	Tied reinforced	0.65
Flexural members (beams)		0.85
Shear and torsion		0.75
Bearing		0.65

Taula 3.12. Valors del factor de reducció ϕ (Font: [17])

2. Càlcul de la càrrega a suportar, considerant un membre sense pretensar i amb reforç d'espitals d'acer:

$$\phi P_n = 0,80\phi \left[0,85\psi_f f'_{cc} (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \right]$$

ψ_f pren un valor de 0,95

$$\phi P_n = 0,80\phi \left[0,85 \cdot 0,95 \cdot 39,69 \cdot (196349,5 - 1256,64) + 400 \cdot 1256,64 \right] = 3782,9 \text{ kN}$$

Degut a que $\phi P_n < P_f$ (3782,9 < 4350), el pilar no aguanta, per tant, reforcem el pilar amb més laminat.

Repetint el procés anterior per dos laminats:

$$\rho_f = 0,016$$

$$f_t = 3,19 \text{ MPa}$$

$$f'_{cc} = 47,62 \text{ MPa}$$

$$\phi P_n = 0,80\phi \left[0,85 \cdot 0,95 \cdot 47,62 \cdot (196349,5 - 1256,64) + 400 \cdot 1256,64 \right] = 4482,6 \text{ kN}$$

Veiem que $\phi P_n > P_f$, per tant, **el pilar aguanta reforçant-lo amb dos capes de GFRP**, de les característiques descrites anteriorment.

3.4.3.4. Reforç del pilar segons Normativa Canadenca

Tal i com s'ha comentat abans, amb aquesta normativa podem calcular una columna sotmesa a càrrega axial i a tallant. Per tant, anem a calcular les dues alternatives:

Càlcul axial

1. Realitzem la comprovació per tal de veure si podem considerar a l'element com a una columna curta, ja que aquesta normativa considera que si no es compleix la condició que es descriu a continuació, el tracte que se li faci a l'element no serà d'una columna, sinó que serà considerada un cilindre.

$$\frac{l_u}{D_g} \leq \frac{6,25}{\sqrt{\frac{P_f}{f'_c A_g}}} = \frac{3000}{500} \leq \frac{6,25}{\sqrt{\frac{4,35 \cdot 10^6}{30 \cdot 196350}}} \rightarrow 6 \leq 7,27$$

Degut a que es compleix la condició, considerem l'element com una columna curta

2. Càlcul del coeficient α_1 i de la resistència a compressió del formigó confinat:

$$\alpha_1 = 0,85 - 0,0015 f'_c \geq 0,67 \rightarrow 0,85 - 0,0015 \cdot 30 = 0,8 \rightarrow 0,8 \geq 0,67$$

Degut a que es compleix la condició establerta, el valor és correcte.

$$f'_{cc} = \frac{\left(\frac{P_f}{K_e} - \phi_s f_y A_{st}\right)}{\alpha_1 \phi_c (A_g - A_{st})} = \frac{\left(\frac{4,35 \cdot 10^6}{0,85} - 0,85 \cdot 400 \cdot 1256,64\right)}{0,8 \cdot 0,6 \cdot (196350 - 1256,64)} = 50,1 \text{MPa}$$

3. Càlcul del reforç volumètric:

$$\omega_m = \frac{\left(\frac{f'_{cc}}{f'_c} - 1\right)}{\alpha_{pc}} = \frac{\left(\frac{50,1}{30} - 1\right)}{1} = 0,67$$

4. Calculem de la pressió de confinament requerida, i fem les comprovacions:

$$f_{lfrp} = \frac{\omega_m \phi_c f'_c}{2} = \frac{0,67 \cdot 0,6 \cdot 30}{2} = 6,03 \text{MPa} \geq 4 \text{MPa}$$

El valor de 4MPa, representa el valor mínim que ha d'efectuar la jaqueta de confinament amb FRP per desenvolupar una pressió de confinament mínima. Degut a que el nostre valor és major que el mínim, continuem amb els càlculs.

També s'ha de complir [86]:

$$f_{lfrp} \leq \frac{f'_c}{2\alpha_{pc}} \left(\frac{1}{k_e} - \phi_c\right) \rightarrow 6,03 \leq \frac{30}{2 \cdot 1} \left(\frac{1}{0,85} - 0,6\right) \Rightarrow 6,03 < 8,65$$

El valor és correcte.

5. Calculem el número de laminats que fan falta:

$$N_b = \frac{f_{f_{FRP}} D_g}{2 \phi_{f_{FRP}} f_{f_{FRP}} t_{f_{FRP}}} = \frac{6,03 \cdot 500}{2 \cdot 0,75 \cdot 500 \cdot 1} = 4,02 \approx 4 \text{ laminats}$$

6. Càlcul del factor de resistència axial d'una columna completament confinada:

$$f'_{f_{FRP}} = \frac{2 N_b \phi_{f_{FRP}} f_{f_{FRP}} t_{f_{FRP}}}{D_g} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 0,75 \cdot 500 \cdot 1}{500} = 6 \text{ MPa}$$

Comprovem que es compleixen els límits de confinament:

$$4 \leq 6 \leq 8,65$$

Ja que es compleixen totes les condicions, retornem a fer els càlculs per obtenir la càrrega màxima del membre, i així comparant-la amb la càrrega aplicada, veiem si aguanta.

$$\omega_\omega = \frac{2 f'_{f_{FRP}}}{\phi_c f'_c} = \frac{2 \cdot 6}{0,6 \cdot 30} = 0,67$$

$$f'_{cc} = f'_c (1 + \alpha_{pc} \cdot \omega_\omega) = 30 \cdot (1 + 0,67) = 50,1 \text{ MPa}$$

7. Càlcul de la càrrega màxima axial

$$P_{r_{\max}} = K_e [\alpha_1 \phi_c f'_{cc} (A_g - A_{st}) + \phi_s f_y A_{st}]$$

$$P_{r_{\max}} = 0,85 [0,8 \cdot 0,6 \cdot 50,4 \cdot (196350 - 1256,64) + 0,85 \cdot 400 \cdot 2500] = 4374,9 \text{ kN}$$

Per tant, com $P_{r_{\max}} > P_f$, podem considerar que el membre reforçat amb 4 laminats de GFRP aguanta.

8. Comprovació dels límits de resistència per càrregues axials. Comprovació de la ductilitat i la fatiga

Comprovem que la columna és capaç de suportar les càrregues mortes sense reforç axial addicional;

$$f_s \leq E_s \cdot 0,0015 = 2 \cdot 10^6 \cdot 0,0015 = 300 \text{ MPa}$$

$$f_s \leq 0,8 \cdot f_y = 0,8 \cdot 400 = 320 \text{ MPa}$$

Per tant, considerem $f_s = 300 \text{ MPa}$

$$P_D \leq 0,85 [0,8 \alpha_1 \phi_c f'_c (A_g - A_{st}) + f_s A_{st}]$$

$$1,5 \cdot 10^6 \leq 0,85 [0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,6 \cdot 30 (196350 - 1256,64) + 300 \cdot 1256,64]$$

$$1,5 \cdot 10^6 \leq 2,23 \cdot 10^6 \text{ N}$$

El resultat és correcte

Ara comprovem que la columna resisteix a fatiga;

$$\frac{P_D}{f'_c A_g} \leq 0,5 \rightarrow \frac{1,5 \cdot 10^6}{30 \cdot 196350} = 0,25 \leq 0,5$$

Com es compleix la relació, el resultat és correcte

$$P_L \leq 0,4 f'_c A_g - 0,28 P_D$$

$$1,55 \cdot 10^6 \leq 0,4 \cdot 30 \cdot 196350 - 0,28 \cdot 1,5 \cdot 10^6$$

Com es compleix la condició que $1,55 \cdot 10^6 \leq 1,94 \cdot 10^6 N$, verifiquem que es compleix la condició a fatiga.

Càlcul a tallant

1. Calculem el factor de resistència a tallant, per a tots els materials:

Factor de resistència del formigó:

$$V_c = 0,2 \lambda \phi_c \sqrt{f'_c} A_c = 0,2 \cdot 1 \cdot 0,6 \cdot \sqrt{30} \cdot 69350,7 = 45,6 kN$$

Factor de resistència de l'acer:

$$V_s = \frac{\pi \phi_s f_{hy} n A_h D_c}{4 s} \cot \theta = \frac{\pi \cdot 0,85 \cdot 400 \cdot 1 \cdot 200 \cdot 395}{4 \cdot 200} \cdot 1 = 105,5 kN$$

Factor de resistència del FRP:

$$V_{frp} = \frac{\pi}{2} \phi_{frp} f_{frp} N_b t_{frp} D_g \sin^2 \theta = \frac{\pi}{2} \cdot 0,75 \cdot (0,004 \cdot 26,1) \cdot 4 \cdot 1 \cdot 500 \cdot 0,5 = 163,9 kN$$

S'ha de complir la limitació següent:

$$f_{frp} = 0,004 \cdot E_{frp} = 0,004 \cdot 26,1 = 0,1 kN \leq \phi_{frp} \cdot f_{frpu}$$

Si es compleix la relació establerta.

2. Tenint el factor de resistència a tallant aportat per cada material, ara podem calcular el total:

$$V_r = V_c + V_s + V_{frp} = 45,6 + 105,5 + 163,9 = 315 kN$$

3. Comprovació de la capacitat a tallant permesa [98]:

$$V_r \leq V_c + 0,8 \lambda \phi_c \sqrt{f'_c} A_c \leq V_c + 0,8 \lambda \phi_c \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$V_r \leq 45,6 + 0,8 \cdot 1 \cdot 0,6 \cdot \sqrt{30} \cdot 122540$$
$$315 < 322,2kN$$

Per tant, **confinant la columna amb 4 laminats de GFRP** amb les característiques comentades anteriorment, el membre aguanta.

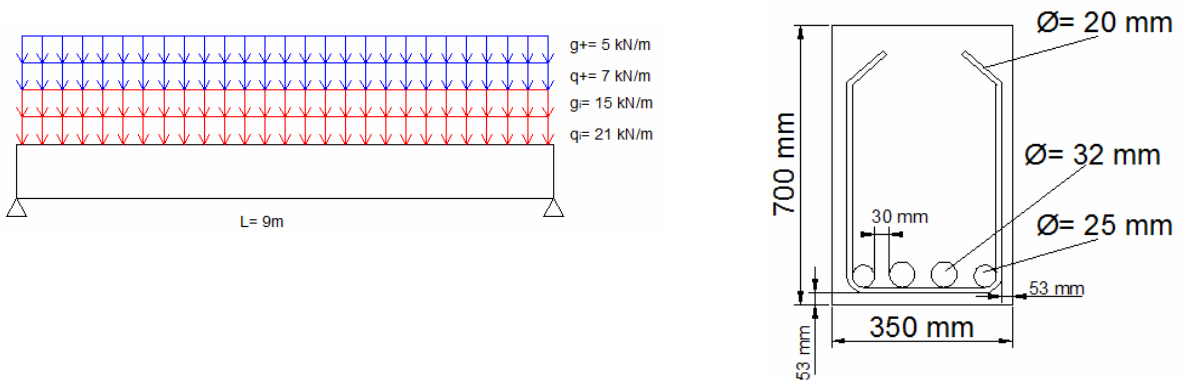
4. CONCLUSIÓ

En aquest apartat es presenten les conclusions obtingudes després de realitzar els càlculs a l'apartat 3.4.

4.1. BIGA A FLEXIÓ

Recordem l'enunciat del problema:

Tenim una biga de formigó armat exposada a un exterior no agressiu, amb una longitud de 9m i secció rectangular de dimensions 0,35x0,70m, que es troba birecolzada. L'armadura longitudinal de tracció és $2 \phi 25 + 2 \phi 32$ i porta cèrcols de $\phi = 20\text{mm}$ separats cada 225mm. Aquesta biga va ser projectada per aguantar una càrrega permanent i sobrecàrrega de 15 i 21 kN/m, respectivament. Com a conseqüència d'un canvi en les seves condicions d'ús, es requereix a l'actualitat que la biga sigui capaç de suportar una càrrega morta i sobrecàrrega addicional de 5 i 7 kN/m, respectivament.



A l'efectuar el problema es va arribar a la conclusió que el membre s'havia de reforçar amb CFRP per aguantar l'excés de càrrega al que estaria sotmès, es va triar un laminat de la marca Sika model CarbodurS, i després d'efectuar els càlculs amb les diferents normatives es van extreure els següents resultats que s'adjunten a la taula següent:

Normativa	Models	Àrea FRP necessària (mm ²)	Longitud FRP necessària (m)	Comprovacions ELS	Comprovacions a tallant
Europea	A	$6 \cdot 1.4 \cdot 80 = 672$	4.24	Correcte	No correcte
	Aprile i Benedetti	672	8.6	Correcte	Correcte
	Cheng i Teng	672	9.3	Correcte	Correcte
Americana		672		Correcte	No cal reforçar
Canadenca		$3 \cdot 1.4 \cdot 80 = 336$		Correcte	No cal reforçar

Taula 4.1. Taula resum dels resultats obtinguts en els càlculs de la biga sotmesa a flexió

Segons els resultats de la taula 4.1, es poden extreure les següents conclusions:

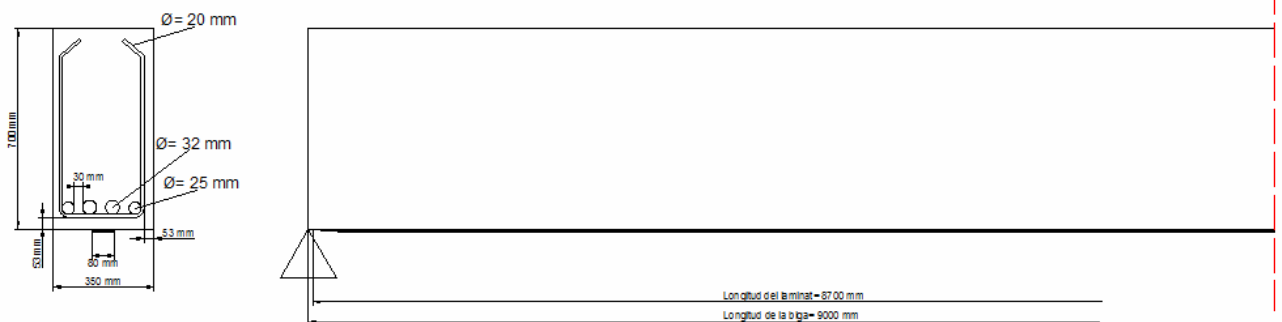
- El Model A és el menys conservador, però després es demostra que el valor obtingut no és correcte degut a que no es compleixen les condicions a tallant.
- El Model de Cheng i Teng és el més conservador perquè no considera la distancia mitja entre fissures, implicant que L_e sigui L_{anch} a l'expressió del càlcul de la longitud de FRP ($L_{FRP} = L - 2a_{cr} + 2L_e$).
- Pel càlcul de l'àrea de FRP, la normativa Canadenca és la més conservadora. Aquest resultat és obtingut degut a la diferencia que existeix amb respecte a les altres normatives a l'aplicar la distancia de la resultant de compressió. Això es pot deduir de les figures 3.17 i 3.21.
- Com s'ha comentat a la teoria inicial abans de fer el càlcul per mitjà de la normativa Americana, la longitud de FRP per la normativa Americana i Canadenca es pren al llarg de tota la biga. Però en el cas de la normativa americana, com $V_u > 0,67V_c$ es necessiten reforços col·locats transversalment al laminat horitzontal.

A partir d'aquest moment el problema queda obert, per tant, el resultat final vindrà imposat pel criteri del projectista.

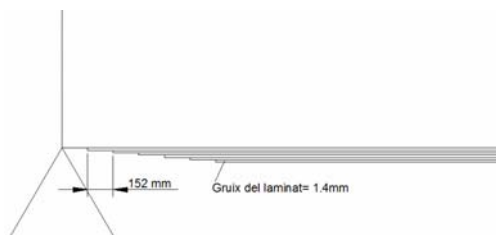
Segons el meu criteri, degut a la diferencia obtinguda en alguns apartats de les normatives, el reforç de la biga l'efectuaria de la següent manera:

La longitud del laminat serà al llarg de tota la biga per tal d'evitar comportament monolític, degut a que convertim la biga en un membre de resistència variable. Es col·locarà un numero de 6 laminats de CFRP de 1.4mm de gruix i 80 mm d'amplada de característiques comentades anteriorment, amb una distancia de superposició de 152mm (6"). S'adhereixen trossos de laminats de 25 cm de llarg cada 30cm de distancia entre ells i amplada 80mm i 1.4mm de gruix, per tal d'evitar la desadhesió a tallant.

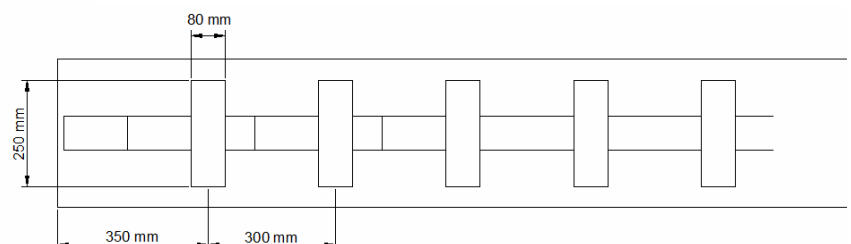
La figura següent representa el resultat final del reforç de la biga segons el meu criteri:



Detall superposició dels laminats



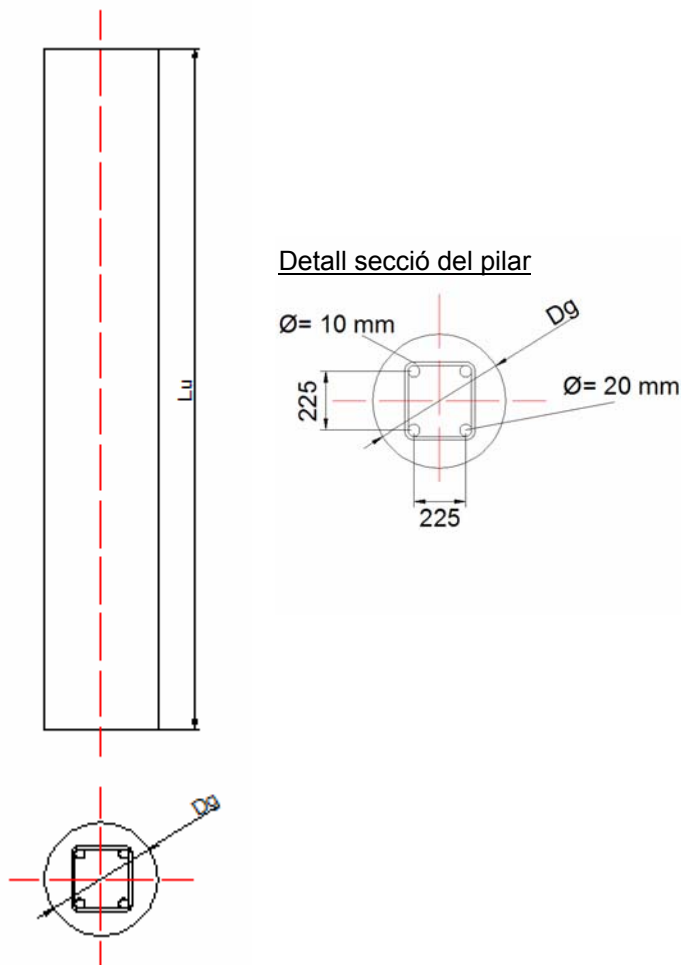
Detall col·locació laminats per esforç tallant



4.2. CONFINAMENT DEL PILAR

Recordem l'enunciat del problema:

Tenim un pilar de formigó armat col·locat a l'exterior, amb una longitud i secció circular de 3 i 0.5m, respectivament. Es troba sotmès a un estat de càrrega morta de 1500kN i de càrrega viva de 1550 kN. Presenta una armadura a compressió de 4 ϕ 20 i cercols de ϕ 10 cada 200mm (segons figura adjunta). Volem saber si aquest pilar és capaç de suportar l'estat de càrregues existent, i si no fos així, realitzar un confinament del pilar per mitjà de FRP.



A l'efectuar els càlculs, es va treure la conclusió que el pilar s'havia de confinar, per tant, es va triar un laminat de la marca Sika model SikaWrap Hex 103C, col·locant aquests en forma de congreny. La taula següent resumeix els resultats obtinguts al càlcul:

Normativa	Nº laminats necessaris
Americana	2
Canadenc	4

Taula 4.2. Taula resum dels resultats obtinguts al càlcul del pilar

Segons la taula 4.2, es pot extreure la conclusió que la normativa Americana és menys conservadora que la Canadenca a l'hora de confinar el pilar, ja que el numero de laminats que es requereixen és menor. Això pot ser degut a que amb la normativa Americana només es realitza un càlcul axial.

Igual que al problema anterior, a partir d'aquest punt, el resultat final vindrà imposat pel criteri del projectista.

Des de el meu punt de vista, tenint en compte que la normativa Canadenca realitza un càlcul més complert, això implica que hem doni més confiança el seu resultat, per tant, realitzaré el reforç amb quatre laminats de GFRP en forma de congreny amb les característiques comentades anteriorment.

5. Resum del pressupost

La valoració econòmica referent a l'elaboració d'un treball d'aquesta mena des del punt de vista d'oficina tècnica, es pot desglossar en tres partides.

PARTIDA	DESCRIPCIÓ	COST UNITARI	QUANTITAT	COST TOTAL	
1	Hores de disseny	40 €/hora	35	1.400,00 €	
2	Supervisió al començar l' obra	35 €/hora	20	700,00 €	
3	Supervisió a l'acabar l'obra	35 €/hora	15	525,00 €	
				<hr/>	
				Subtotal	2.625,00 €
				9% Benefici	236,25 €
				<hr/>	2.861,25 €
				16% IVA	450,60 €
				<hr/>	
				TOTAL	3.311,65 €

La valoració econòmica total de l'elaboració del present estudi és de **TRES MIL TRES-CENTS ONCE amb SEIXANTA-CINC CÈNTIMS (3.311,65€)**.

6. Bibliografia

- [1] Alejandro Alarcón López "Estudio teórico-experimental sobre la reparación y refuerzo de puentes de dovelas con fibras de carbono", 2002
- [2] Carlos Aire Untiveros " Estudio experimental del comportamiento del hormigón confinado sometido a compresión", 2001.
- [3] " Refuerzo de estructuras mediante fibra de carbono" ACIES (Asociación de Consultores Independientes de Estructuras de Edificación).
- [4] Ricardo Perera Velamazán i Francisco de Borja Varona Moya "Diseño de laminados de material compuesto para el refuerzo a flexión de estructuras de hormigón mediante las recomendaciones Europeas",
- [5] "Instrucción de Hormigón Estructural" EHE-98,1998.
- [6] " Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures".Reported by ACI Committee 440 (American Concrete Institute). ACI 440.2R-02, 2003.
- [7] "Strengthening Reinforced Concrete Structures with Externally-Bonded Fibre Reinforced Polymers". ISIS Canada Research Network, 2001.
- [8] Niedrmeier, Envelope line of tensile forces while using externally bonded reinforcement, Doctoral Thesis, Munich University,2000.
- [9] Rostasy y Neubauer, Design aspects of concrete structures strengthened with externally bonded CFRP-plates. Proceeding 7th International Conference on Structural Faults and Repairs,2,1997,319-327.
- [10] Täljsten, Defining anchor lengths of steel and CFRP plates bonded to concrete, International Journal of Adhesion and Adhesives, 17(4),1997,319-327.
- [11] Matthys, Structural behaviour and design of concrete members strengthened with externally bonded FRP reinforcement, Doctoral Thesis, Ghent University,2000.
- [12] Jansze, Stregthening of reinforced concrete members in bending by externally bonded steel steel plates, PhD dissertation, TU Delft, The Netherlands,1997.
- [13] Chen i Teng, Anchorage strenght models for FRP and steel plates attached to concrete, Journal of Structural Engineering ASCE, 127 (7),2001,784-791.
- [14] Aprile i Benedetti, Coupled flexural-shear design of R/C beams streghtened with FRP, Composites: Part B,35,2004,1-25.
- [15] Eurocode 2, Design of concret estructures. Part 1: General rules and rules for buildings, BSI Standards,1992.
- [16] ACI 440.2R-02, Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for streghtening concret estructures, Reported by ACI Committee 440. American Concrete Institute, Farmington Hills,Mighigan,USA,2002.
- [17] ACI 318-99, Building Code Requeriments for Structural Concrete and Commentary, 1999.