

Matemática y realidad. Un instrumento y un fin

Àngel Alsina
Josep Callís
Elvira Figueras

Partiendo de una evolución del concepto de matemática y realidad en el transcurso de la historia, se intenta concretar el significado contemporáneo de esta concepción en el marco escolar. Se plantean distintos interrogantes que permiten una posterior reflexión que nos permite llegar a definir unos objetivos básicos. Finalmente, se proponen algunos recursos ilustrativos que contextualizan esta práctica educativa.

Palabras clave: Matemáticas, Realidad, Enseñanza, Escuela, Próximo oriente, Occidente, Siglo XX

Mathematics and reality: a means and end

Beginning with an evolution of the concept of Mathematics and reality in the course of history, we try to specify the contemporary meaning of this concept within the school framework. We consider various questions which permit a later reflection that allows us to define some basic objectives. Finally, we propose some illustrative resources that put this educational practice into context.

Desde los inicios más remotos de nuestra civilización la matemática surge con una finalidad práctica, muchas veces con el objeto de solucionar problemas de la vida real. En el transcurso de la historia, como veremos más adelante, ha habido distintas trayectorias que se han alejado y/o acercado a la realidad, que han dado lugar a corrientes conocidas como matemática abstracta y matemática práctica (Santaló, 1993). Generalmente asociamos la idea de matemática y realidad con la "matemática centrada en hechos y situaciones de la vida cotidiana". Consideramos que utilizar situaciones reales para hacer matemáticas en la escuela debe ser, ante todo, un instrumento para saber interpretar la realidad matemáticamente con el fin de que pueda ser útil al niño o la niña para moverse mejor en el entorno y actuar sobre él.

Si matemática y realidad es entrar en contacto con la vida y consecuentemente la vida es acción, viveza y vitalidad, es obvio que la matemática integrada en la realidad es y debe ser "matemática viva", direccionalidad que comporta la necesidad de "vivir la matemática" como proceso y recurso de aprendizaje.

Del ayer al hoy: un breve recorrido histórico

Es evidente que la relación entre matemáticas y realidad ha existido desde que el hombre intenta comprender y controlar su mundo y entorno, consecuentemente desde sus orígenes. Prueba de ello es que hoy nos lo estemos formulando y que en el campo de la didáctica de la matemática, actualmente, se le dedica una especial atención. Intentar ver, un poco, cómo se ha desarrollado esta relación puede ayudarnos a comprender su significado y la forma de conexión que ésta interrelación debe intentar tener.

Las antiguas civilizaciones del Próximo Oriente

Como decíamos, desde los inicios más remotos de nuestra civilización la matemática ha estado presente en la vida cotidiana de una forma funcional y considerándola, por encima de todo, un recurso de conocimiento más que una disciplina teórica que debe enseñarse en un contexto artificial (Alsina, 1993). Así, realizando un análisis retrospectivo debemos retroceder hasta Babilonia y Egipto. Los conocimientos actuales relativos a los logros científicos indudables de los egipcios se deben a la conservación de unos pocos papiros entre los que destaca el papiro de Rhind, que constituye uno de los primeros documentos escritos de contenido matemático. Este papiro matemático se sitúa documentalmente en el 1650 a. de C., y en él se demuestra que los egipcios disponían de un conocimiento matemático elemental: un sistema decimal de notación, algunas propiedades de los números, a la vez que eran capaces de resolver ciertos problemas de aritmética, geometría y medición (Farrington, 1971). Dichos conocimientos fueron utilizados para ser aplicados a la construcción de grandes obras, como las pirámides. Todavía más antigua que la egipcia es la ciencia babilónica, que destacó por su avanzado sistema de numeración (combinación entre la notación decimal y sexagesimal), en la geometría o bien en su capacidad práctica para medir superficies, dando lugar a una de las primeras referencias conocidas de la matemática útil para las realizaciones humanas, para el dominio de la realidad del entorno.

Precedentes en el mundo occidental

Las civilizaciones anteriores fueron las precursoras de la civilización griega. Las matemáticas griegas comienzan con Tales (fl. 585 a. de C.) que supuestamente viajó por Egipto y de quien se dice que, comparando la sombra de un bastón y la sombra de una pirámide midió, por semejanza, sus alturas respectivas, dando lugar al teorema de Tales. Según apunta Santaló (1993), en este punto se puede marcar el límite simbólico del inicio de la matemática, puesto que se hacen generalizaciones de la realidad conocida a posibilidades desconocidas. De ahí surge la antítesis de la matemática empírica: la matemática pura o abstracta útil, según Platón (427-347 a. de C.), debe ser la de "elevar el conocimiento del alma hasta el conocimiento del bien". De la misma época pertenece también la escuela pitagórica, que concibe la idea de que el conocimiento es una purificación, por lo que la matemática pierde su sentido instrumental y se convierte en una forma de iniciación del alma para la vida eterna. Posteriormente, los romanos van a intentar asimilar y seguir la tendencia griega salvo en escasas excepciones, como los alejandrinos, con importantes logros prácticos en los campos de la medición del espacio y del tiempo. Dando un paso gigantesco en la historia de la matemática, en el que pasamos por alto el curso que sigue el conocimiento matemático durante la Edad Media así como el débil resurgir que supuso el Renacimiento para la matemática instrumental, nos situamos en la Edad Moderna, que dio lugar al abandono progresivo del saber puro para volver al conocimiento aplicado. No será pero hasta el s. XX cuando se use de nuevo la matemática como instrumento práctico.

La matemática a partir de la realidad en el s. xx

Algunos de nuestros matemáticos más ilustres del último siglo, como Julio Rey Pastor (1888-1962); Pedro Puig Adam (1900-1960) o, ya fuera de nuestro país, Celéstin Freinet (1891-1966); entre muchos otros, han participado en la expansión del concepto de matemáticas a partir de la realidad. Rey Pastor y Puig Adam realizaron, como es sabido, importantes aportaciones en los campos aplicados de la aritmética y la geometría, y toda su obra manifiesta una clara preocupación por la didáctica (Hernández y otros, 1996). En el libro *Metodología de las Matemáticas Elementales* que ambos autores escribieron conjuntamente escriben: "la enseñanza matemática en la escuela primaria tiene carácter predominantemente instrumental", dejando entrever su concepción de la matemática como medio para llegar a los conocimientos prácticos. Freinet, cuyo principio fue "no partamos más de los manuales sino de la vida", defendió siempre una metodología para el aprendizaje de la matemática basada en la realidad, proponiendo técnicas como el cálculo libre, el cálculo vivo o el método natural del cálculo. Junto al conjunto de autores citados, cuyas aportaciones han sido reducidas necesariamente a su mínima expresión, debemos destacar también el papel de distintas instituciones del primer cuarto del s. XX integradas mayoritariamente en el movimiento pedagógico conocido como La Escuela Nueva. Esta corriente dio lugar en Cataluña a distintos centros de gran prestigio que propugnaron una enseñanza a partir de la realidad: L'Escola del Bosc, dirigida por Rosa Sensat, que constituye un modelo de escuela al aire libre o bien L'escola del Mar, dirigida por Pere Vergés. Al período anterior le sigue aproximadamente medio siglo de absoluta oscuridad ocasionada por "el nuevo régimen" (desde que se creara en 1938 el Ministerio de Educación Nacional hasta 1975), donde se defienden métodos arcaicos para la educación matemática como la repetición, ejercicios constantes de mecanismos de cálculo, aprendizaje escalonado o bien la adecuación del trabajo a las diferencias sociales. Y, por si fuera poco, se dan normas sobre enunciados de problemas y su resolución. Ya en los últimos años de dicho período las matemáticas imperantes son las denominadas "matemáticas modernas" que se caracterizan por su rígida estructura y su enorme abstracción.

Superada la época franquista, surgen de nuevo con gran ímpetu en España distintas iniciativas que propugnan un modelo de matemáticas basadas en la realidad, que Claudi Alsina denomina "matemática viva o matemática para vivir mejor". Desde un ámbito nacional dicha concepción ha podido entelearse, celebración tras celebración, en las jornadas de mayor repercusión en el campo de la didáctica de la matemática tanto a nivel nacional como internacional: las Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas (JAEM), de las que se han realizado siete hasta el momento: Barcelona (1981); Sevilla (1982); Zaragoza (1983); Santa Cruz de Tenerife (1984); Castellón (1991); Badajoz (1995); Madrid (1996), y fue también uno de los ejes de las JAEM, que se celebraron en Salamanca en septiembre de 1997. Así, pues, son muchos los autores contemporáneos que han contribuido a la consolidación progresiva de la matemática para vivir y conocer, tanto en el marco de las JAEM como fuera de ellas, por lo que exponer una lista sería una tarea que escapa de las pretensiones de este paseo por las matemáticas de nuestro país en el último siglo, aunque deseamos que todos ellos se den igualmente por aludidos. Para profundizar sobre ello puede consultarse, entre otros, el libro *Educación Matemática e Investigación*, de Kilpatrick, J.; Rico L. y Sierra, M. (1994).

Desde nuestro contexto más próximo, no queremos dejar de mencionar a Claudi Alsina, que además de muchos otros trabajos en esta línea, ha sido el promotor junto con Josep M^a Fortuny de la Matemática del Consumidor (1993), que tiene por objeto la educación matemática del consumidor a partir de actividades tomadas de la realidad cotidiana. Destaca también la experiencia del Grup Almosta (1987) en Torrebonica, cuyo proyecto consistió en realizar colonias escolares con el objeto de hacer matemáticas útiles. Paralelamente, han ido apareciendo también en los últimos años distintas publicaciones sobre este tema -además de las distintas actas de las JAEM- como el monográfico de *Perspectiva Escolar* "Matemática y vida cotidiana" (nº 128) o el monográfico de *Aula* "Matemáticas para la vida misma" (nº 63-64); distintos libros como *Matemáticas y noticias*, de Pere Roig (1976); *Prensa y Educación Matemática*, de A. Fernández y Luis Rico (1992); *La matemática aplicada a la vida cotidiana* de Fernando Corbalán (1995); etc. A nivel internacional, los currículos de la mayoría de países civilizados recogen esta perspectiva. Además, tanto los distintos ICMES (Congreso Internacional de Educación Matemática) como las prescripciones de la NTCM de EUA o bien el Informe Cockcroft (1982) del Reino Unido, de reconocido prestigio, se manifiestan en esta línea y dan fe de la imparable expansión de la matemática a partir de la realidad en nuestros días.

Interrogantes para situarnos

Para entrar en el dilema o problemática que suscita el binomio matemática y realidad, planteamos a continuación y de manera resumida, algunas situaciones que pueden ayudarnos a centrar, en parte, el enfoque.

1. Casualmente, no hace mucho, pudimos oír una conversación entre un par de alumnas de octavo que ilustra bastante la concepción generalizada que se tiene entorno al binomio matemática y realidad.

- Oye, me parece que la profesora M. ¿no es de este mundo o no conoce la realidad?

- ¿Por qué lo dices?

- ¡Mujer!. ¿Te has fijado en los problemas que nos pone? Patatas que van a 0,50 ptas/kg, horas de trabajo a 1,50 ptas,

- ¡Caramba!. Es cierto.

Evidentemente después de comentarlo con M. la situación se solucionó para los alumnos y alumnas; no obstante, tal vez no para nosotros ya que el interrogante que despierta es en parte el que debemos intentar de responder: ¿El plantear situaciones de la vida diaria con valores reales y actualizados es matemática y realidad?

2. En una experiencia de investigación en el campo de didáctica de la matemática hemos pedido a profesores y profesoras, maestros y maestras y estudiantes de magisterio que diseñen o estructuren un problema relacionado con matemática y realidad. La mayoría de problemas creados no son más que ejercicios de aplicación de cálculo o de formulaciones, en la que se dan datos relacionados con valores más o menos actuales y situaciones más o menos reales (entendiendo por real, que son descripciones de hechos que sí suceden en la vida diaria: compra-venta, repartos, magnitudes...) Es importante destacar a la vez, que en aquellos casos de planteamiento más abiertos, éstos, en un elevado porcentaje se enfocan a planificar y organizar situaciones escolares extraordinarias (excursiones y salidas, fiestas de clase...) que se salen de la vida normal y diaria del aula. Así pues: ¿matemática y realidad implica situaciones extraordinarias o bien para unos determinados momentos y circunstancias pero no para la dinámica ordinaria de la clase?

3. A menudo leemos o hablamos del hecho de que la realidad escolar es esencialmente el niño y de que la realidad es la vida que se mueve en el mundo y no la estructura artificial de la escuela. Así pues: ¿matemática y realidad solamente es posible si se parte del niño o la niña, sus intereses y vivencias y integrado en la vida real. Así pues plantearse situaciones escolares creadas por el maestro o la maestra no son matemática y realidad?

4. La matemática es conceptualizada a nivel social, pero también desde el propio campo educativo, como una ciencia exacta que implica esencialmente el dominio correcto, preciso y a ser posible ágil de los algoritmos del cálculo. Está interiorizada como algo serio, la antítesis de la improvisación, la aproximación, el juego... ¿Hasta qué punto matemática y realidad es "hacer cálculo" sobre la realidad?

Algunas reflexiones ante los interrogantes

Amar y conocer son objetivos de la vida, y si no los más importantes, de los más trascendentales. Amar y conocer nuestro entorno humano, social y físico se convierten en factores fundamentales de la felicidad humana.

El conocimiento aporta aproximación y comprensión sobre las personas, los hechos o los objetos y es este conocimiento la clave del amor hacia alguien o algo. La escuela tiene la ineludible obligación de procurar formar personas felices y por ello, debe lograr que las personas logren integrarse y conocer su realidad y entorno. La matemática ha de servir, por lo tanto, para ayudarnos a este conocimiento: "de la misma manera que el conocimiento profundo de una persona comporta un nivel de reconocimiento externo conseguido a través de la percepción sensorial pero además necesita de una aproximación o conocimiento de su alma (ideales, pensamientos, ilusiones...) sin los cuales no podemos decir de ninguna manera que conocemos de verdad y profundamente a aquella persona; también los objetos, las cosas, los fenómenos... todo lo que nos envuelve, además de una realidad visualizada a través de los sentidos tiene también su alma interna, los porqué implícitos, los cómo y los qué... interrogantes que la matemática ayuda a responder y que, en muchas ocasiones, es la única manera de conseguirlo. Tener este nivel de aproximación y conocimiento, despierta una nueva visión y forma de conocimiento que hace ver el mundo y sus realidades desde perspectivas hasta entonces desconocidas. ¿Por qué no utilizar la matemática para esta alta función? ¿Por qué no potenciar que la matemática ayude a nuestros alumnos y alumnas a entender y amar más todo aquello que forma parte de su entorno, raíces y cultura?... Transformar la matemática en instrumento válido y útil, en lenguaje de comunicación y de interpretación de todo aquello que tenemos a nuestro lado, produce incluso, que todo, lo amemos y apreciemos mucho más.

Si la matemática ha de permitirnos adentrarnos en la comprensión del mundo "la matemática tiene por objetivo el conocimiento del mundo que nos envuelve, el conocimiento del universo y el conocimiento del ambiente en donde hemos de vivir. En este sentido amplio, la matemática ha de ayudar incluso a conocernos a nosotros mismos que formamos parte del universo, nuestro intelecto y a nuestros semejantes" es obvio que no tiene sentido enfocarla alejada de la realidad. Realidad y matemática son inseparables para dar pleno sentido al objetivo matemático último: crear en la persona un

pensamiento y educación matemática que la ayude a entender y interpretar la vida y su entorno.

La realidad, evidentemente, por lo tanto, no puede confundirse o simplificarse con la redacción de unas situaciones que tienen lugar en la vida diaria y a las cuales hemos de dar una solución numérica a través de aplicaciones algorítmicas que, en el fondo, es lo que, en la mayoría de ocasiones, interesa que se practique. Actuar matemáticamente con la realidad, implica partir de ella, entrar en contacto para detectar el problema y las informaciones que nos aporta, para, finalmente, poder retornar a esta misma realidad dando explicación al problema a la vez que nos proporciona nuevos conocimientos que nos permiten entender y comprender más esta nuestra realidad. Diversos estudios etnomatemáticos (D'Ambrossio, Vasco, Callís, Olivera...) efectuados en etnias y razas diferentes o bien de grupos sociales distintos dentro de una misma comunidad, demuestran que la realidad impulsa la creación de estrategias matemáticas resolutorias que capacitan a los individuos a solucionar complejos cálculos y problemas matemáticos. La matemática y realidad, en cierta medida, coloca a los estudiantes en situaciones semejantes para que la necesidad, surgida de la realidad, impulse el afloramiento de las estrategias resolutorias que de otro modo no aparecerían o sería difícil que lo hiciesen.

El dominio de la realidad se efectúa primordialmente a través de la consecución o posesión de estrategias y recursos diversos. La realidad no es únicamente un valor exacto, un cálculo o un teorema, muchísimas veces es simplemente la capacidad de aproximación y estimación la que nos permite hallar o intuir la solución, otras es la capacidad o posesión de estrategias resolutorias... a veces es calcular, otras estimar, imaginar... otras, simplemente jugar. Matemática y realidad necesita de una gran variedad de recursos y procedimientos donde el cálculo es tan importante como la capacidad de imaginación o de tener estrategias de juego; pensar pues que trabajando sólo a través de un único recurso o dando prioridad a alguno, estamos en la línea de matemática y realidad es erróneo y equivocado.

La realidad se nos presenta con su multiplicidad de enfoques e implicaciones, consecuentemente, pensar hacer matemáticas y realidad en cada uno de los grandes campos que configuran la matemática y así irlo enfocando caso a caso, demuestra un enfoque fragmentario e irreal. Los fenómenos matemáticos no aparecen discriminados y diferenciados entre lógica, aritmética, geometría, medida... o que ahora y aquí es el cálculo, luego la medida, más tarde la posición en el espacio... la realidad es una y en esta unicidad está la globalidad de la matemática y no su fragmentariedad. La matemática tiene una globalidad intrínseca idénticamente como ocurre con la realidad en la que ante un hecho, situación, objeto... no pueden desligarse los aspectos sociales, de los naturales, o de los matemáticos o de los éticos... La realidad se configura a través de la conjunción y suma de todos y cada uno de los factores incidentes y no por el análisis diferenciado de cada uno o por la exclusión de alguno de ellos.

Un enfoque de matemática y realidad, necesita de una metodología activa nacida de la motivación ante una situación problemática creada por una duda, un interés o una necesidad manifestada por los mismos alumnos y alumnas o hecha aflorar por el educador y en donde los estudiantes deben poder aportar siempre su reflexión, análisis y conclusiones. La verbalización y el ensayo y error resultan instrumentos imprescindibles en su desarrollo. Una metodología activa no lo es en unos determinados momentos del horario y luego ya no; también en la matemática activa, resulta trascendental que lo sea siempre. Matemática y realidad no es para unos determinados momentos más o menos artificiosos, debe serlo para todos los momentos del aprendizaje matemático.

Matemática y realidad ¿para qué?

A grandes rasgos y según lo indicado anteriormente, la direccionalidad de matemática y realidad, pretende o debe pretender incidir en aspectos de gran trascendencia formativa y que han de ayudar a transformar tanto las concepciones personales referidas a la matemática como a la misma realidad. Podríamos destacar entre otros objetivos:

. Dar *significado al aprendizaje*. La escuela y lo que representa debe integrarse en la realidad de la vida y no ser un "ghetto" cerrado donde se vive una vida paralela a la que se mueve fuera de sus paredes y fronteras.

. Dar *sentido a la matemática*. Es importante transformar el concepto que nuestros estudiantes y la sociedad en general, tiene sobre la matemática como una ciencia y un aprendizaje árido, abstracto, irreal... identificada con cálculos y operaciones. La matemática debe convertirse en algo atractivo, divertido, que capacita para comprender el entorno y que proporciona recursos importantes de pensamiento y razonamiento que posibilitan la solución a situaciones problemáticas diversas.

. *Profundizar en el conocimiento y dominio de la realidad y entorno*. Nuestra integración a la realidad es tanto más intensa cuanto mayor conocimiento tenemos de ella; la matemática debe aportar, en lo posible, este dominio y aproximación y no únicamente desde la perspectiva de la integración a la realidad actual sino también de la capacitación para la flexibilización en integraciones a otras realidades presentes o futuras..

. *Potenciar una forma de análisis y de filosofía de vida*. La matemática es una forma de pensar y de analizar que crea una determinada filosofía de vida. Uno de los grandes objetivos de la formación matemática se encuentra en ayudar a que cada persona cree su propia jerarquía de valores a través de un criterio personal objetivo y analítico que proporciona un buen pensamiento y razonamiento matemático.

¿Y ahora qué?

Nuestro entorno próximo nos ofrece gran variedad de situaciones fácilmente matematizables, esto nos permite trabajar el enfoque de la matemática a partir de la realidad en la escuela. La vida diaria transcurre en un tiempo y en un espacio medibles, nuestro entorno es también cuantificable. Sin embargo, cuando hablamos de realidad debemos saber discriminar del conjunto aquella realidad que es válida para los niños y niñas, es decir, partir de sus propios intereses para que dicha situación sea motivadora, atractiva y emocionalmente aceptada. De esta forma podremos conseguir un aprendizaje significativo. La cuestión está en conocer suficientemente a los niños y niñas para poder escoger acertadamente las situaciones a ofrecerles como posibles marcos de trabajo matemático.

En un análisis anterior, realizado por el Grup Perímetre (1992), en el que se pretendía detectar situaciones de la vida no escolar en que los niños y niñas aplican inconscientemente conocimientos matemáticos, pudimos comprobar que existen infinidad de estas situaciones, ya sea lúdicas o no. Si de una forma espontánea el niño hace matemáticas sin ser consciente de ello para dar solución a sus necesidades, ¿por qué no utilizar estas mismas situaciones en el ámbito escolar? y ¿por qué no potenciar el uso de las matemáticas como recurso habitual? Ya para terminar, y sin la intención de aportar un listado exhaustivo, algunas situaciones extraídas de dicho estudio aplicables a los bloques de cálculo-numeración, geometría y medida que nos parecen válidos son los que se indican en el <http://www.grao.com/imgart/images/UN/UN15106U.gif> - Cuadro 1.

Bibliografía

ALMOSTA (1987): Estades de matemàtica a Torrebonica per als Cicles Inicial i Mitjà. Barcelona. Grup Almosta

ALSINA, C.; FORTUNY, J.M. (1993): La Matemàtica del Consumidor. Barcelona. Generalitat de Catalunya. Departament de Comerç, Consum i Turisme, Institut Català del Consum.

ALSINA, A. (1993): "Ensenyament innovador de la matemàtica" en Guix, n. 185, pp. 69-72.

CALLÍS, J; FIGUERAS, E. (1996): "Aprofitar els interessos de l'alumnat en l'aprenentatge matemàtic" en Guix, n. 211, pp. 41-53.

CORBALÁN, F. (1995): La matemática aplicada a la vida cotidiana. Barcelona. Editorial Graó.

FARRINGTON, B. (1969): Ciencia y filosofía en la antigüedad. Barcelona. Ariel.

Fernández Cano, A.; Rico Romero, L. (1992): Prensa y educación matemática. Madrid. Síntesis.

FERNÁNDEZ, A; RICO L. (1992): Prensa y Educación Matemática. Madrid. Síntesis. Col. Matemática: Cultura y Aprendizaje, 29. FALTA EL AÑO. EL 29 es el volumen el número ?

FIGUERAS, E. (1996): "El juego del "bèlit"" en Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas, n. 7, pp. 31-35.

GRUP "MÉS 3" (1997): "Conèixer la catedral de Girona des de la Matemàtica" en Perspectiva Escolar, n. 213.

HERNÁNDEZ, A.; DEL OLMO, L.; PASTOR, M.; DEL RINCÓN, CH.; GARCÍA, P.; RIVIERE, V.; RUIZ, P. (1996): Breve historia de la educación matemática en España. Madrid. Sociedad Madrileña de Profesores de Matemáticas Emma Castelnuovo.

Kilpatrick, J.; Rico L.; Sierra, M. (1994): Educación Matemática e Investigación. Madrid. Síntesis.

ROIG, P. (1976): Matemática y noticias. Barcelona. Avance.

SANTALÓ, LL.A. (1993): La matemàtica: una filosofia i una tècnica. Vic. Eumo Editorial.

VERGNAUD, G. (1985): L'enfant, la mathématique et la réalité. Berne. Peter Lang. (Traducción castellana México: Trillas)

Dirección de contacto

Àngel Alsina
Maestro. Profesor del Departamento de Psicología de la Educación UAB. Grup Perímetre

Josep Callís
Maestro. Profesor de Didáctica de la Matemática UdG. Grup Perímetre

Elvira Figueras
Maestra. Grup Perímetre